

FACTEURS DE DÉCISIONS DIDACTIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU SECONDAIRE EN ANDORRE

PONS DURÓ Rosa* – CHAACHOUA Hamid**

Résumé – Notre thèse porte sur les décisions didactiques prises par les enseignants de mathématiques et les facteurs qui peuvent les influencer. Nous nous situons au niveau secondaire en Andorre, contexte caractérisé par une diversité éducative particulière. Nous construisons un modèle de référence pour une analyse comparative sur l'enseignement des équations algébriques dans ce contexte, à partir du modèle de décisions didactiques inscrit dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD).

Mots-clefs : facteur institutionnel de décisions didactiques, TAD, transposition didactique, enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre, équations algébriques

Abstract – This thesis is about didactical decisions taken by teachers of mathematics and the factors that can influence them. We are on secondary school in Andorra, a context characterized by a particular educational diversity. We build a model of reference on this subject know for a comparative analysis on the teaching of algebraic equations in this context from the model of didactic decisions inscribed within the framework of the Anthropological Theory of Didactics (ATD)

Keywords: institutional factor of didactical decisions, ATD, didactic transposition, secondary mathematics teaching in Andorra, equations

I. INTRODUCTION

1. *Le contexte*

Cette étude s'intéresse aux pratiques des enseignants et en particulier au rôle de l'enseignant dans le processus d'apprentissage des mathématiques à un niveau secondaire. Nous nous situons dans la société andorrane où coexistent trois systèmes éducatifs pour le niveau secondaire : le système éducatif espagnol (SEE), le système éducatif français (SEF) et le système éducatif andorran (SEA).

La société andorrane instaure le même calendrier scolaire pour les trois systèmes éducatifs. La structure organisatrice de chaque système éducatif s'articule suivant ce calendrier et selon l'institution scolaire du pays d'origine. Dans ce contexte, les trois systèmes éducatifs permettent les échanges d'élèves mais pas des enseignants. En effet, chaque système intègre ses enseignants en fonction de leur formation initiale. Cette formation initiale diffère selon le pays d'origine de chaque système éducatif. Dans les SEE et SEF, ceux sont les institutions universitaires et administratives du pays d'origine correspondant qui assurent la formation initiale nécessaire pour devenir enseignant de mathématiques. Dans le SEA, l'administration publie les conditions d'admission en fonction des études supérieures antérieures des candidats. En effet, il n'existe pas à nos jours, à l'Université d'Andorre, (UdA) une formation initiale spécifique pour les professeurs de collège et lycée en mathématiques. Dans cette diversité éducative de ce contexte propre à l'Andorre, il s'avère donc intéressant d'étudier comment un enseignant de mathématiques développe ses compétences professionnelles dans un système éducatif donné afin d'enseigner les mathématiques aux élèves et comprendre ce qu'un élève apprend en mathématiques. En définitive, nous nous intéressons aux facteurs qui influencent les décisions didactiques de l'enseignant de mathématiques suivant sa formation initiale et le

* Université de l'Andorre Uda- Andorre- mponsdu@uda.ad

** Université Grenoble Alpes - LIG (Laboratoire d'Informatique de Grenoble)- Hamid.Chaachoua@imag.fr

développement de ses compétences professionnelles selon le système éducatif auquel il appartient. Nous centrons ainsi notre étude sur le facteur épistémique institutionnel c'est-à-dire sur comment peut être nourri le rapport personnel de l'enseignant par différents éléments liés aux contraintes et conditions institutionnelles.

ÉDUCATION AU NIVEAU SECONDAIRE EN ANDORRE											
		SEE			SEF			SEA			
Niveau											
11-12 ans	6	Structure organisationne	Primària			6ème	Cycle 3	collège	Primera enseyança		
12-13 ans	7		1º	Ciclo 1	ESO	5ème	Cycle 4		1curs	2n cicle	SE
13-14 ans	8		2º	Ciclo 2		4ème	lycée		2n curs		
14-15 ans	9		3º			3ème			3r curs		
15-16 ans	10		4º			seconde				4t curs	
		calendrier	173-175 jours par cours scolaire - mêmes vacances scolaires								

SEE: Système éducatif espagnol

SEF: Système éducatif français

SEA: Système éducatif andorran

ESO: Estudios de secundària obligatorios

SE segona enseyança

Figure 1 : systèmes éducatifs publics de l'Andorre

2. La problématique

La grande variété institutionnelle à petite échelle qui existe en Andorre constitue un contexte intéressant pour étudier la position de l'enseignant dans la l'enseignement des mathématiques. Actuellement, 3 collèges du SEA, 1 collège du SEF et 5 collèges du SEE assurent l'enseignement des élèves au niveau secondaire en Andorre en respectant une répartition équilibrée des élèves dans les trois systèmes éducatifs. En effet, depuis quelques décennies les élèves se répartissent librement à raison d'à peu près un tiers du nombre total de la population entre 6 et 18 ans, par système éducatif. Cette diversité éducative amène l'enseignant de mathématiques à faire des choix sur les ressources à utiliser pour la conception de ses cours et la mise en œuvre en classe des séquences d'activité. En effet, pour enseigner les mathématiques en Andorre, un spectre riche de différentes ressources se présente à l'enseignant. Celui-ci dispose non seulement des programmes et manuels selon le collège dans lequel il travaille et selon le système dont son collège relève, mais aussi il est inévitablement en contact avec les programmes et manuels des autres systèmes éducatifs co-existants dans le pays, puisque les caractéristiques de ce petit pays favorisent particulièrement les échanges entre les élèves et les interactions entre les enseignants. Comment ces interactions et cette coexistence d'institutions scolaires diverses influencent ou non l'enseignement des mathématiques ? Comment l'institution influence-t-elle les décisions

didactiques de l'enseignant lors de la mise en place des séances d'enseignement à un niveau secondaire ? Notre première question de recherche se pose :

Q1 : Quel est l'impact du facteur institutionnel sur les décisions didactiques de l'enseignant ?

L'analyse des différents collèges selon les trois systèmes éducatifs nous porte à affiner notre interrogation. Alors que le SEF est présent en un seul collège dans tout le pays, les SEE et SEA se distribuent en plusieurs collèges. Alors que les trois collèges du SEA suivent le programme andorran et un unique manuel, dans le SEE, trois collèges suivent le programme provenant du gouvernement de l'autonomie catalane de l'Espagne et les deux autres collèges espagnols du pays suivent le programme espagnol à l'étranger. D'autre part, dans les SEE et SEF, les collèges choisissent les manuels en mathématiques parmi tous les manuels publiés par différents éditeurs respectant les programmes officiels. Ainsi, dans le seul collège français, un seul manuel par niveau éducatif existe, tandis que dans le SEE chacun des cinq collèges font des choix différents des manuels utilisés. Trois des collèges espagnols utilisent trois manuels différents suivant le programme catalan, les deux autres collèges suivant le programme espagnol à l'étranger utilisent des manuels castillans différents. En ce qui concerne le SEA, les collèges disposent d'un seul manuel, la réalisation de celui-ci différant à celui des manuels des autres systèmes éducatifs : ceux sont des enseignants des trois collèges, choisis par l'administration, qui élaborent le manuel en puisant au choix dans les ressources en ligne et les manuels des SEF et SEE. Cette diversité de ressources à laquelle est exposé l'enseignant de mathématiques en Andorre dépend donc de chaque système éducatif tout en tenant compte des particularités du pays. Ce qui fait que l'enseignant du SEF appartient à une institution scolaire avec un programme et un manuel au choix et l'enseignant du SEA appartient à une institution scolaire avec un programme et un manuel unique dont la réalisation est spécifique. De plus, deux institutions scolaires sont à considérer dans le SEE, l'une suivant le programme catalan, l'autre le programme castillan, avec un choix sur plusieurs manuels dans chacune. La richesse institutionnelle d'un tel contexte s'avère être spécialement favorable à l'étude de la question de l'influence de l'institution dans la prise de décision de l'enseignant. Ainsi une deuxième question de recherche se pose :

Q2 : Quels éléments spécifiques des institutions ont un effet sur les décisions didactiques de l'enseignant de mathématiques ?

L'objectif de notre recherche est donc d'apporter des éléments de réponse aux questions Q1 et Q2.

II. MÉTHODOLOGIE DE TRAVAIL

1. Organisation du travail

Pour répondre aux deux questions de recherche présentées ci-dessus nous mettons en place une organisation de travail en plusieurs étapes. L'état de l'art sur la position de l'enseignant dans l'enseignement des mathématiques nous permet, tout d'abord, de situer notre cadre théorique. Notre objectif est d'étudier le phénomène social en éducation de la prise de décisions didactiques dans l'enseignement des mathématiques au secondaire en Andorre, d'une manière qualitative sans pour autant laisser de côté des éléments d'analyse quantitative. Le cadre de l'étude s'appuie sur la Théorie Anthropologie du Didactique (TAD), plus précisément sur le modèle praxéologique et l'échelle des niveaux de co-détermination. Ces modèles nous permettent de mettre en place une méthodologie cohérente pour recueillir, analyser et traiter les données nécessaires afin de modéliser comment l'enseignant du secondaire interagit avec

un objet de savoir pour l'enseigner à ses élèves. En s'appuyant sur la procédure de la transposition didactique du savoir savant au savoir à enseigner puis au savoir enseigné, nous mettons en place notre organisation du travail (figure 2).

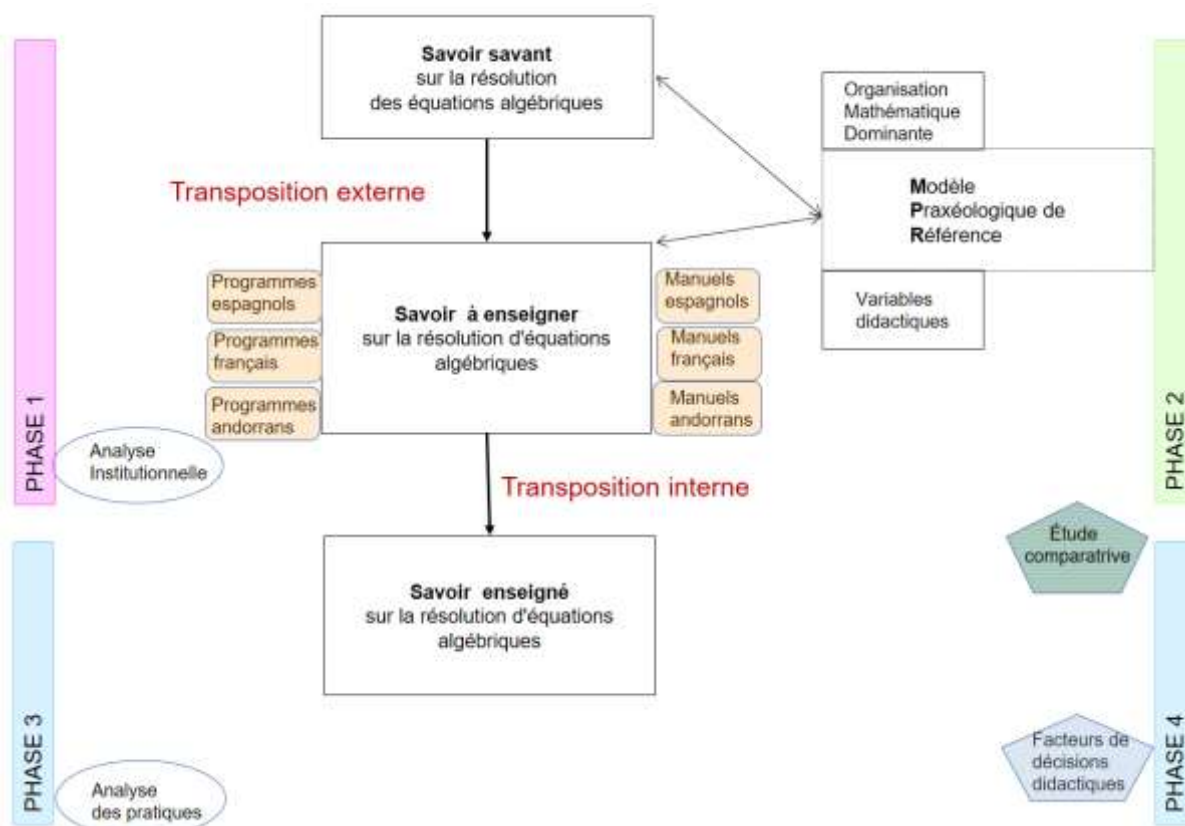


Figure 2 : Organisation de travail s'appuyant sur la transposition didactique

2. Analyse des travaux

Apporter des éléments de réponses à nos questions de recherche implique la compréhension des choix que fait l'enseignant pour que l'élève apprenne en mathématiques dans une institution donnée. Pour cela, nous partons des travaux (Pons_Duro, 2014) portant sur les décisions didactiques prises par les enseignants de collège et de lycée de deux disciplines (mathématiques et sciences de la vie et de la terre) et les facteurs qui peuvent les influencer. Nous définissons un objet de savoir, les équations, existant à un même niveau scolaire dans les trois institutions observées, et nous développons une analyse synchronique du point de vue didactique. Nous nous interrogeons ainsi sur l'enseignement de l'algèbre dans les institutions éducatives de l'enseignement secondaire en Andorre. Comme dans ce contexte les échanges d'élèves sont permis entre les trois institutions mais pas les échanges d'enseignants, nous étudions comment un enseignant de mathématiques développe ses compétences professionnelles dans un système éducatif donné. Pour cela nous centrons notre étude sur comment l'on enseigne la résolution d'équations dans les différentes institutions éducatives de l'enseignement secondaire publiques andorranes. Ce savoir est présent dans les trois institutions à des niveaux du secondaire équivalents, le 7ème, 8ème, 9ème et 10ème niveau du secondaire (classes de cinquième, quatrième, troisième et seconde au collège et lycée français, classes de 1r,2n,3r et 4t ESO au collège espagnol et, classes de 1r et 2n cycle du collège andorran). Cela nous amène à réfléchir sur comment articuler une étude didactique

comparative entre les trois institutions par rapport à l'enseignement de la résolution d'équations.

Nous mettons en place, alors, une analyse synchronique institutionnelle des programmes officiels et des manuels des trois institutions pour constituer notre première source de données. La théorie anthropologique du didactique (TAD) constitue notre cadre théorique et nous construisons un modèle praxéologique référence (MPR) à partir de l'enrichissement des modèles épistémologiques mis en évidence dans différents travaux de recherche dans le même cadre théorique de la TAD. L'analyse du rapport institutionnel de l'objet équations dans les trois programmes, nous amène à nous centrer sur le 9ème niveau du secondaire. L'analyse des manuels du 9ème niveau du secondaire, nous permet de détecter les types de tâches sur la résolution d'équations présentes dans l'enseignement de ce savoir dans les différentes institutions scolaires en Andorre. Le rapport institutionnel à l'objet équations nous permet d'établir pour chaque institution les organisations mathématiques que nous définissons comme organisation mathématique dominante (OMD) de l'institution. Dans un premier temps nous construisons notre MPR à partir de l'étude comparative des manuels par la mise en relation des OMD de chaque institution. Divers travaux (Chaachoua, 2010) , (Pilet, 2013) , (Bosch & Gascón, 2005) , (Ruiz, Bosch, & Gascón, 2010) , (Monzón, Gascón, & Bosch, 2015) , (Ferraton, Desmoulins , & Chaachoua, 2013) , (Matheron, 1999 -2000) , (Espinosa, 2014), nous permettent d'enrichir notre MPR avec des éléments sur la résolution d'équations selon des configurations de l'algèbre, l'arithmétique, l'analyse et la géométrie. Le questionnement sur l'articulation de ces quatre domaines des mathématiques dans la résolution d'équations nous conduit à nous intéresser à d'autres travaux, (Erdogan, 2006), (García F. , 2007), (Croset, 2009) et à réfléchir sur de nouveaux éléments pour l'interprétation de données obtenues dans les manuels. Dans le cadre T4TEL (plus *précisément* (Chaachoua & Bessot, 2016), (Jolivet, 2013) nous introduisons la notion de variable didactique dans la construction de notre MPR sur la résolution d'équations.

En parallèle, nous nous appuyons sur d'autres travaux dans le cadre de la TAD, qui portent sur la comparaison de l'enseignement des mathématiques entre différentes institutions, comme l'étude de (Bessot & Comiti, 2008) sur l'enseignement de l'algèbre en France et au Vietnam, ou encore le travail de (Larguier, 2016) sur l'enseignement de l'algèbre au Québec et en France.

Pour revenir sur les facteurs de décisions didactiques de l'enseignant, certains travaux nous interpellent, (Briant, 2013) (Ravel, 2003).avec l'articulation d'Organisations Didactiques (OD) et d'Organisations Mathématiques (OM),

Finalement, sur la base de données de notre MPR, nous établissons une grille d'analyse des observables nécessaires pour dégager les décisions didactiques prises par l'enseignant et les facteurs institutionnels qui l'influencent, tenant compte des spécificités de chacune des trois institutions étudiées. En effet, notre MPR développe le générateur de tâches (GT), résoudre des équations, par la combinaison des valeurs des variables didactiques établies (tableau 1). Nous considérons 29 Types de Tâches TT.

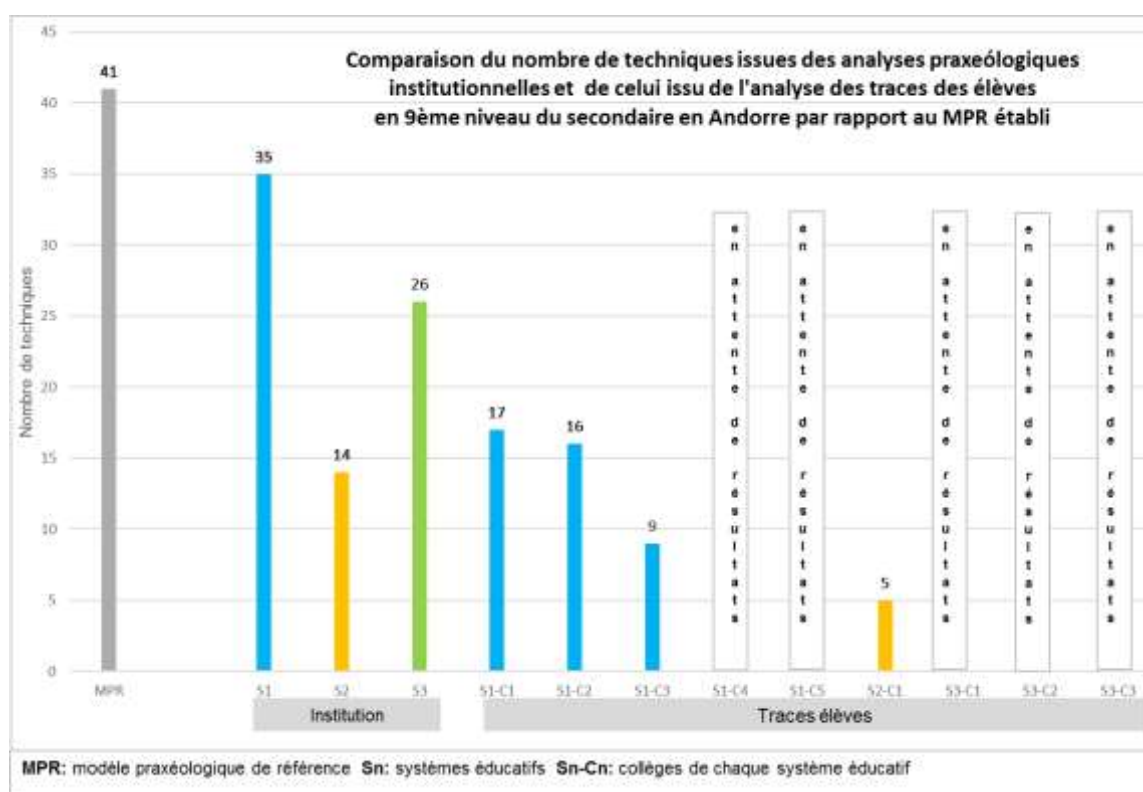
Modèle Praxéologique de Référence MPR										
GÉNÉRATEUR DE TÂCHES GT: RÉSOUDRE UNE ÉQUATION										
Type_Tâches	Variables							Technique	Technologie	Théorie
	Degré	Membre_Gauche	Membre_Droite	Nombre_Solutions	Factorisabilité	Nature_Solutions	Nature_Coefficients			
TT	VD	VMG	VMD	VNbS	VF	VNIS	VNIC	t	θ	⊗
Résoudre une équation de degré 1 de type constante = x+b	1	constante	x+b	1				Commuer deux membres d'une égalité	a=b est équivalent à b=a	arithmétique
								Résoudre une équation de degré 1 de type x+b = constante	Règle : "Si a=b alors a+c = b+c"	

Tableau 1 : Extrait du Modèle Praxéologique de Référence MPR

La qualité des observables rattachés aux spécificités de chaque institution est de donner des éléments pour décider s'il s'agit ou non d'un facteur institutionnel. L'analyse de nos premières données sur les programmes et manuels, nous permet ainsi d'organiser le recueil des données à recueillir auprès des enseignants. La construction et l'établissement de grilles d'analyse nous permet ainsi d'élaborer les outils pour le recueil des données afin de mesurer l'impact du facteur institutionnel dans la prise de décisions de l'enseignant. Nous définissons ainsi deux niveaux d'analyse de données, l'institution avec ses spécificités (programmes, manuels...) et l'équipement praxéologique des enseignants (cahier de l'élève, ressources utilisées, questionnaires et entretiens avec les enseignants).

III. CONCLUSION

Afin d'arriver à des conclusions pertinentes, nous travaillons dans la prochaine étape sur le terrain d'expérimentation dans le contexte andorran où il existe une trentaine d'enseignants de mathématiques répartis dans les trois systèmes éducatifs. Les analyses des premières données recueillies, nous permettent d'établir et contraster les praxéologies institutionnelles et l'équipement praxéologique des enseignants par rapport au MPR (graphique 1).



Graphique 1 : Comparaison du nombre de techniques par rapport au MPR

Ces premiers résultats nous donnent quelques éléments de réponses par rapport à nos questions de recherche sur l'impact du facteur institutionnel décisionnel de l'enseignant selon les spécificités de chaque institution. La mise en relation entre le nombre de techniques des praxéologies institutionnelles et celui des praxéologies enseignées nous mène à nous interroger sur les types de ressources auxquelles se réfèrent les enseignants pour préparer ses classes, sur ce que fait l'enseignant si l'élève mobilise des techniques non attendues par l'institution, etc. La complétion, l'enrichissement et l'interprétation des données sur les pratiques auprès des enseignants nous permettra approfondir ces premières réflexions. Toutefois le nombre réduit d'individus constitue un risque pour notre étude. En effet, suivant le principe d'autonomie des institutions dans le cadre de l'éthique en recherche, il faut informer avec transparence et clarté la finalité de la recherche ainsi que l'usage des données recueillies, en tenant compte des risques et des avantages de notre étude, il ne s'agit pas de mettre en compétition et de déstabiliser l'équilibre établi entre les trois systèmes éducatifs coexistant dans le pays.

RÉFÉRENCES

Bessot, A., & Comiti, C. (2008). Apport des études comparatives aux recherches en didactique des mathématiques : le cas Viêt-Nam / France. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (págs. 171-193). France: HAL Id: hal-00464582:<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00464582>.

- Bosch, M., & Gascón, J. (2005). La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. *Análisis del currículo actual de matemáticas y posibles alternativas*, 135-160.
- Briant, N. (décembre de 2013). Etude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français. Histoire et perspectives sur les mathématiques. *thèse doctorale*. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc: HAL Id: tel-00920506. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00920506>.
- Chaachoua, H. (octobre de 2010). La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Étude de cas: la modélisation des connaissances des élèves. *Note de synthèse pour une Habilitation à Diriger des Recherches*. Grenoble: technology for Human Learning. Université de Grenoble: HAL Id: tel-00922383. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00922383>.
- Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique. *Citad 5*. Castro_Urdiales.
- Chaachoua, H., & Comiti, C. (2010). L'analyse du rôle des manuels dans l'approche anthropologique. Apports de la. *actes du congrès CITAD 2*, (págs. 1–15).
- Chevallard, Y. (1991). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. En *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 21/1 (págs. 73-112). Grenoble: éd. Grenoble : La pensée sauvage.
- Croset, M.-C. (2009). Marie-Caroline Croset. *Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel d'algèbre. Études des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte.. domain_other*. Grenoble I: Université Joseph-Fourier.
- Erdogan, A. (novembre de 2006). Le diagnostic de l'aide à l'étude, en mathématiques: analyse didactique des difficultés relatives à l'algèbre et aux fonctions en seconde. *thèse doctorale*. Université Paris-Diderot-Paris VII.
- Espinosa, M. (2014). *La solución de la ecuación de 3º grado según Omar Alkhayyam*. Santiago de Cali.
- Ferraton, G., Desmoulins, C., & Chaachoua, H. (2013). Utilisation du modèle praxéologique de référence dans un environnement informatique d'apprentissage humain. *Conf. of the Anthropological Theory of the Didactic*.
- Fonseca, C., Bosch, M., & Gascón, J. (2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. En *EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, vol. 22, núm. 2.
- García, F. (2007). El álgebra como instrumento de modelización. Articulación del estudio en las relaciones funcionales. En *La Educación Secundaria*. <http://funes.uniandes.edu.co/1268/>, 71–92.
- Jolivet, S. (2013). *Modèle d'indexation de ressources : construction d'un modèle à partir d'une approche praxéologique*. Grenoble: Mémoire de Master UJF.
- Larguier, M. (2016). Le développement de la pensée algébrique dans le curriculum officiel en France et au Québec. *TAD5*. Castro-Urdiales.
- Matheron, Y. (1999 -2000). Analyser des praxéologies. Quelques exemples d'organisations mathématiques. *Petit x n° 54*, 51 à 78.

- Monzón, N., Gascón, J., & Bosch, M. (2015). El problema didáctico del álgebra elemental: un análisis macro-ecológico desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *REDIMAT*, Vol 4(2), 106-131. doi: 10.17583/redimat.2015.1386.
- Pilet, J. (février de 2013). Parcours d'enseignement différenciel appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation. *Thèse doctorale*. Université Paris-Diderot-Paris VII: HAL Id : Tel-0078:<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00784039>.
- Pons_Duro, R. (2014). *Etude des facteurs de décisions didactiques dans l'enseignement : Etude didactique dans le cas de l'enseignement des équations et équations produit du premier degré avec une inconnue dans une classe de 3ème au collège*. Grenoble : UJF.
- Ravel, L. (2003). *Des programmes a la classe : Etude de la transposition didactique interne*. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Ruiz, J., Bosch, M., & Gascón, J. (2010). La algebrización de los programas y la introducción del álgebra de cálculo aritmético en secundaria. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.),. *Investigación en Educación Matemática XIV* (págs. 545-556). Lleida: SEIEM.