

L'ADDITION DANS LES PROGRAMMES SCOLAIRES IVOIRIENS. QUEL CONTINUUM POUR LA CONSTRUCTION DES SAVOIRS EN MATHÉMATIQUES DU PRIMAIRE AU COLLÈGE

ATTA* Kouadio Yeboua Germain

Résumé - Notre étude explicite la place du double statut objet- outil de l'addition et des autres opérations dans la construction des savoirs en mathématiques. Les résultats montrent une continuité dans la progression des objets et l'utilisation des outils à l'intérieur des cycles primaire et secondaire et révèlent une rupture curriculaire et didactique entre ces deux cycles.

Mots-clés: Addition, objet- outil, programmes, opérations, continuum.

Abstract - Our study explores the place of dual object-tool status of addition and other operations in the construction of knowledge in mathematics. The results show a continuity in the progression of objects and the use of tools within the primary and secondary cycles and reveal a curricular break and didactic between these two cycles.

Keywords: Addition, object-tool, programs, operations, continuum.

I. CONTEXTE DE L'ETUDE

L'enseignement – apprentissage des mathématiques au cycle primaire prépare les apprenants à disposer d'outils pour aborder efficacement les apprentissages au collège. Les programmes en mathématiques sont diversement appréhendés et conçus dans une logique spécifique. L'addition qui est la première opération abordée avant les trois autres (soustraction, multiplication et division), constitue un objet et un outil important en mathématiques. Les programmes scolaires ivoiriens sont conçus par la direction de la pédagogie et de la formation continue (DPFC) à travers des commissions de travail définies par cycle (préscolaire, primaire, secondaire). La validation des travaux se fait par cycle. Les programmes de mathématiques obéissent à cette logique. L'addition comme contenu est présente à tous les niveaux du primaire au collège avec des statuts différents dans les autres opérations. L'intervention de l'addition dans ces contenus disciplinaires précités est d'un intérêt didactique à clarifier en termes de continuum. Quelques questions sur l'importance de l'addition sont à poser. Quel continuum existe-t-il dans l'étude de l'addition dans les programmes du primaire au collège? Quelles sont les visées didactiques de l'addition dans l'étude des autres opérations et des autres contenus mathématiques? L'objectif de cette étude est d'explicitier la progression de l'étude de l'addition à travers l'analyse du continuum de cet objet du primaire au collège.

La présente étude se veut un cadre d'analyse du statut objet –outil de l'addition pour expliciter l'impact didactique sur la construction des autres opérations et des autres objets en mathématiques.

II. PRÉALABLE CONCEPTUEL

1. Addition.

Soient a et b , deux entiers, cardinaux respectifs de deux ensembles disjoints A et B . on appelle addition, toute opération qui consiste à trouver l'ensemble C de cardinal c , formé à partir de la réunion des ensembles A et B tel que $c = a + b$. Le cardinal c est appelé la « somme » de a et b . Les propriétés de l'addition sont la commutativité ($a + b = b + a$),

* École Normale Supérieure (ENS) d'Abidjan – Côte d'Ivoire – leroiyeb@gmail.com

l'associativité ($a + b + c = (a + b) + c = a + (b + c)$) et son élément neutre est 0 ($a + 0 = 0 + a$). Son sens découle de la réunion de plusieurs ensembles disjoints (aspect ensembliste) ou de fonctions (aspect fonctionnel). L'apprentissage de l'addition se fait en quatre (4) étapes, à savoir, l'étude du sens, l'étude des propriétés, l'étude de la technique opératoire et celle de son extension aux autres types de nombres (décimaux, fractions, sexagésimaux).

2. *Dialectique outil- objet*

Selon Douady (1992), les différents concepts évoluent dans un même cadre ou dans des cadres distincts. Les changements de cadres conduisent à des formulations nouvelles de questions anciennes qui créent des outils qui répondent aux besoins du moment. La recherche des formulations facilite la reprise, la modification, la transformation des nouveaux éléments dans d'autres contextes. Cette opération relève de la transposition didactique dont parle Chevallard (1985). Pour lui, la transposition didactique est un travail d'adaptation, de transformation et de création accompli sur des éléments d'un champ conceptuel en vue d'en favoriser l'assimilation par des systèmes cognitifs d'apprenants. Cette transformation permet d'établir des programmes scolaires qui constituent le curriculum formel. L'action de l'enseignant relève largement de sa marge de compréhension, d'interprétation, voire de création. Mais, les périodes d'après réforme en matière curriculaire ne couvrent pas toujours les aspirations et les perceptions des enseignants comme le souligne Bronner (1997) dans la description du phénomène curriculaire de « *vide didactique institutionnel* ». Douady (1992), avance que les nouvelles connaissances créées ont un statut d'objet. Le concept « outil » permet dans son usage de résoudre un problème à un moment donné. Un même outil peut être adapté à plusieurs problèmes et plusieurs outils peuvent être adaptés à un même problème.

L'objet est le savoir reconnu socialement, indépendamment de ses usages. Le statut objet permet la capitalisation du savoir. Il permet le réinvestissement dans de nouveaux contextes éventuellement éloignés du contexte d'origine. Le schéma classique de la production scientifique est « outil- objet- outil ».

III. HYPOTHESE DE RECHERCHE

Le continuum des objets -outils sur l'addition établit un pont discontinu du primaire au collège dans la construction des savoirs en mathématiques.

IV. MÉTHODOLOGIE

1. *Corpus*

Notre corpus est constitué des programmes éducatifs et guides d'exécution mathématiques (2016), des manuels scolaires de mathématiques des collections « Ecole et Développement de 1998 à 2002 et « Ecole et Nation de 2004 à 2008 » du primaire et les manuels de mathématiques de la 6^e en 3^e.

2. *Outils d'analyse*

L'analyse des dispositifs curriculaires s'est faite avec deux types de grilles en fonction des cycles. La grille d'analyse des programmes du primaire répertorie par niveau les intitulés faisant référence à l'addition et les visées didactiques de chaque activité.

La grille d'analyse des programmes du collège répertorie les objets étudiés par niveau en rapport avec les opérations et les acquis mobilisés en lien avec ces objets.

3. Méthodes d'analyse

Les méthodes d'analyse sont qualitatives et quantitatives.

V. RESULTATS

1. Présentation des résultats de l'analyse des programmes du primaire

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CP1	Codage d'une collection à l'aide d'une écriture additive	Etude du sens de l'addition (aspect ensembliste-découverte)
	Décodage d'une écriture additive	
	Réduction d'une somme en un nombre	
	Calcul d'une somme	
	Construction de la table d'addition	Etude de la propriété d'associativité (arbre de calcul)
	Réduction d'une somme	

Tableau 1 - Visées didactiques des intitulés du CP1

Au CP1, l'addition n'est abordée que dans sa dimension objet.

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CP2	Addition	Etude du sens de l'addition liée à l'aspect ensembliste (découverte-renforcement)
	La table d'addition	
	Technique de l'addition (sans retenue)	Etude de la technique opératoire (découverte)
	La fonction « ajouter n »	Etude du sens de l'addition lié à son aspect fonctionnel (découverte)
	Ecriture d'une somme de termes égaux sous forme de produit	Etude du sens itératif de la multiplication
	Addition à trou	Etude du sens de manque à gagner de la soustraction

Tableau 2 - Visées didactiques des intitulés du CP2

Au CP2, l'addition apparaît dans son double statut. Elle est utilisée comme outil pour construire le sens de la multiplication et la soustraction. L'étude du sens se renforce et s'élargit.

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CE1	Technique de l'addition: (Sans retenue et avec retenue)	Etude de la technique opératoire (Découverte- renforcement)
	Fonction « $+n$ »	Etude du sens de l'addition liée à son aspect fonctionnel (renforcement)
	Multiplication d'un nombre par 10 et 100	Utilisation de la propriété d'associativité
	Partages en parts égales (additions successives)	Etude du sens de la division

Tableau 3 - Visées didactiques des intitulés du CE1

Au CE1, l'addition apparaît dans son double statut. Elle est utilisée comme outil pour construire le sens de la multiplication et de la division. L'étude du sens se renforce et s'élargit.

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CE2	Application de la technique de l'addition (sans et avec retenue)	Etude de la technique (application)
	Addition des durées	Extension de la technique aux nombres sexagésimaux (nombres complexes)
	Calcul des périmètres	Outil d'introduction de la formule du calcul des périmètres du carré et du rectangle

Tableau 4 - Visées didactiques des intitulés du CE2

Au CE2, l'addition apparaît dans son double statut. Son sens s'étend aux nombres sexagésimaux. Elle sert d'outil de calcul de grandeur (longueur) sur des objets géométriques.

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CM1	Addition des nombres entiers (avec retenue)	Application de la technique opératoire de l'addition
	Addition des fractions de même dénominateur	Extension du sens sur la technique des entiers aux fractions
	Addition des décimaux (sans ou avec retenue)	Extension de la technique opératoire sur les entiers aux décimaux (découverte partiel)
	Fonction « +n »	Introduction de la proportionnalité

Tableau 5 - Visées didactiques des intitulés du CM1

Au CM1, l'addition apparaît dans son double statut. Son sens s'étend à d'autres types de nombres (fractions, décimaux).

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques
CM2	Addition des fractions de même dénominateur	Extension de la technique sur les entiers aux rationnels (renforcement)
	Addition des décimaux	Extension de la technique sur les entiers aux décimaux (renforcement)
	Preuve par 9 pour vérifier une addition	Validation d'un résultat d'une addition
	Calcul de « n de plus que » ou « n de moins »	Partages en parts inégales

Tableau 6 - Visées didactiques des intitulés du CM2

Au CM2, l'addition apparaît dans son double statut. Son sens s'étend à d'autres types de nombres (fractions, décimaux). Elle sert d'outil de calcul de validation d'un résultat (preuve) d'une addition

L'étude du sens de l'addition débute au CP1 et prend fin au CE1. La technique opératoire débute au CP2 et prend fin au CM1. L'extension de la technique de l'addition débute au CE2 et prend fin au CM2. Seule la propriété d'associativité est étudiée au CE.

2. Présentation des résultats de l'analyse des programmes du collège

6 ^e	Objets étudiés	Références aux acquis antérieurs
	Périmètre du cercle Aire du disque	Sans référence à la multiplication des entiers et des décimaux
	Périmètre du triangle ($C1 + C2 + C3 = P$) Aire du triangle ($A = h \cdot b/2$)	Pas de prérequis en lien avec l'addition et la multiplication des décimaux et entiers
	Périmètre du parallélogramme $P = 2(a + b)$ Aire du parallélogramme $A = a \cdot h$	Pas de prérequis en lien avec l'addition, la multiplication et sa propriété de distributivité.
	Pavé droit $V = \text{aire de base} \times h$ Cylindre $V = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$	Pas de prérequis en lien avec la multiplication, ni avec les acquis du primaire, ni le calcul de l'aire d'un rectangle
	Multiples, diviseurs et caractères de divisibilité	Pas de prérequis sur la technique opératoire de la division Prérequis en lien avec le sens de la division
	Addition de fractions de dénominateurs différents	Prérequis en lien avec le vocabulaire sur les fractions et addition des fractions de même dénominateur.

Tableau 7 - Références aux acquis en 6^e

En 6^e, les objets sur le calcul des périmètres convoquent l'addition, la multiplication et la division comme outils. Il n'existe pas de prérequis proposés pour aborder l'étude de la grande majorité des objets. Les savoirs en mathématiques n'abordent donc pas les nouveaux contenus en référence aux acquis du primaire.

5 ^e	Objets étudiés	Références aux acquis antérieurs
	Le parallélogramme, Le carré, le rectangle, le losange	Références explicites aux acquis de 6 ^e pour chaque cas
	Prismes droits et pyramides	Pas de références explicites aux acquis de 6 ^e Changement de vocabulaire sur le nom de l'objet
	Division dans $\mathbb{N}$, nombres premiers $a = b \cdot q + r$ ($r < \text{ou} = q$)	Référence explicite aux acquis du primaire sur la technique opératoire et le vocabulaire des termes Pas de références explicites sur les acquis de 6 ^e relatifs aux multiples et diviseurs
	Fractions	Référence explicite aux acquis sur l'addition au primaire et en 6 ^e Référence explicite aux acquis de 6 ^e
	Les nombres relatifs	Référence explicite aux acquis de 6 ^e
	Proportionnalité	Pas de référence explicite sur les acquis de 6 ^e et du primaire

Tableau 8 - Références aux acquis en 5^e

En 5^e, les objets au programme en lien avec les opérations, font référence explicitement aux acquis de 6^e pour être étudiés à l'exception de la proportionnalité.

	Objets étudiés	Références aux acquis antérieurs
4 ^e	Propriétés métriques du triangle	Pas de référence explicite aux acquis de 6 ^e et 5 ^e
	Cylindre et sphère	Références explicites aux acquis du primaire en 5 ^e
	Nombres relatifs	Références explicites aux acquis de 6 ^e et 5 ^e
	PPCM, PGCD et simplification de fractions	Références explicites aux acquis de 5 ^e
	Proportionnalité	Références explicites aux acquis de 5 ^e
	Nombres rationnels	Références explicites aux acquis de 5 ^e
	Equations et inéquations	Références explicites aux acquis de 6 ^e et 5 ^e

Tableau 9 - Références aux acquis en 4^e

En 4^e, les objets au programme en lien avec les opérations, font référence explicitement aux acquis de 5^e pour être étudiés à l'exception des propriétés métriques du triangle.

	Objets étudiés	Références aux acquis antérieurs
3 ^e	Triangle, rectangle et trigonométrie	Références explicites aux acquis de 5 ^e et 4 ^e
	Equations de droites	Pas de références explicites aux acquis de 4 ^e
	Pyramides et cônes	Références explicites aux acquis de 5 ^e et 4 ^e
	Calcul littéral et racines carrées	Référence explicite aux acquis de 6 ^e , 5 ^e et 4 ^e
	Equations et inéquations dans R	Référence explicite aux acquis de 5 ^e et 4 ^e
	Equations et inéquations dans R*R	Références explicites aux acquis de 5 ^e et 4 ^e

Tableau 10 - Références aux acquis en 3^e

En 3^e, les objets au programme en lien avec les opérations, font référence explicitement aux acquis de la 6^e, la 5^e et la 4^e pour être étudiés à l'exception des équations de droite. En 6e, sur dix (10) objets étudiés en rapport avec l'addition, neuf (9) sont sans références avec les acquis du primaire, soit 90% d'objets sans liens avec les nouveaux apprentissages. De la 5e en 3e, sur 25 objets en rapport avec l'addition, 18 utilisent les acquis des classes antérieures pour être abordés, soit 72% des objets étudiés sur l'addition.

3. Interprétation et discussion

L'addition est abordée au primaire sous deux registres didactiques. Elle est abordée comme un objet dans l'étude du sens, de la technique opératoire et de son extension aux durées, aux fractions et aux décimaux. Le statut outil est perceptible dans la construction du sens de la soustraction, la multiplication et la division. En dehors de ces opérations, l'addition participe aussi à la construction d'autres objets mathématiques tels que la validation du résultat d'une addition et le calcul du périmètre du rectangle et du carré. Au niveau du primaire, il y a une continuité dans l'enseignement/apprentissage des objets et l'usage des outils mathématiques d'un niveau à un autre.

De la 6e en 3e, la plupart des contenus abordés par niveau, utilisent les acquis sur les opérations des niveaux antérieurs comme outils pour être installés. Il existe un continuum sur

ces objets de la 6e en 3e. Par contre, en 6e, il n'existe pas de continuum entre les objets mathématiques appris au primaire et ceux à apprendre en 6e à l'exception de deux objets que sont la division et les fractions.

La logique de Douady (1992) selon laquelle les changements de cadres conduisent à des formulations nouvelles de questions anciennes en des outils qui répondent aux besoins du moment prend tout son sens à l'intérieur des cycles primaire et secondaire. Cette absence de continuum qui devrait établir un pont didactique entre les deux cycles pose la question de l'efficacité des choix curriculaires mis à la disposition des enseignants en mathématiques. Ces outils sur les opérations doivent être éprouvés efficacement en mathématiques d'un niveau à un autre et d'un cycle à un autre sans rupture. Le calcul numérique, littéral ou algébrique, les opérations sur les grandeurs mesurables (longueur, aire, volume, masse), la proportionnalité, l'arithmétique, les équations et inéquations sont les outils basiques à utiliser dans d'autres telles que les sciences physiques et en chimiques, deux disciplines connexes aux mathématiques. Leur maîtrise suffisante pourrait donc être une garantie dans les apprentissages en sciences physiques et en chimie.

Les proportions des gaz (oxygène et azote) dans un volume d'air, les équations chimiques littérales des combustions, l'équation chimique littérale de la combustion du butane en 6e, le calcul des forces et de l'énergie cinétique ($E_c = \frac{1}{2} mv^2$), de la puissance ($p = u.i$), de la résistance équivalente dans un montage en série ($R = r_1 + r_2$) ou en dérivation ($1/R = 1/r_1 + 1/r_2$) ou d'écrire l'équation bilan d'une réaction chimique en 3^e convoquent toutes les acquis sur l'addition et les autres opérations.

VI. CONCLUSION

L'étude met en lumière le statut objet de l'addition autour de l'étude du sens, des propriétés, de la technique opératoire et de son extension aux autres types de nombres. Ces objets interviennent comme outils dans l'étude des autres opérations. Ces dernières à leur tour, servent d'outils dans d'autres objets en mathématiques et dans d'autres disciplines voisines telles que la physique et la chimie. Les objets étudiés et les outils utilisés en mathématiques sont en continuité à travers les cycles primaire et secondaire, mais sans pont curriculaire et didactique entre ces deux cycles.

REFERENCES

- Bronner, A. (1997). *Etude didactique des nombres réels, idécimalité et racine carrée*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier de Grenoble.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique, (1ère édition)*, Grenoble : Pensée sauvage.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement, *Repères- IREM* 6, 132- 158.
- Ministère de l'éducation nationale (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (1998). *Mathématique CP1 (Collection Ecole et Développement)*. Abidjan: CEDA.
- Ministère de l'éducation nationale (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (1998). *Mathématique CP2 (Collection Ecole et Développement)*. Abidjan: CEDA.
- Ministère de l'éducation nationale (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2002). *Mathématique CE1 (Collection Ecole et Développement)*. Abidjan: NEI.
- Ministère de l'éducation nationale (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2002). *Mathématique CE2 (Collection Ecole et Développement)*. Abidjan: NEI.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016). *Programmes éducatifs et guides d'exécution mathématiques- CM1*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016). *Programmes éducatifs et guides d'exécution mathématiques- CM2*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016). *Programmes éducatifs et guides d'exécution mathématiques- 6^e*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016). *Programmes éducatifs et guides d'exécution: mathématique - 5^e*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016) *Programmes éducatifs et guides d'exécution: mathématiques, 4^e*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016) *Programmes éducatifs et guides d'exécution: mathématiques, 4^e*.

Ministère de l'éducation nationale et de l'enseignement technique (Direction de la Pédagogie et de la Formation Continue). (2016) *Programmes éducatifs et guides d'exécution: mathématiques, 3^e*.

ANNEXES

ANNEXE 1: GRILLE D'ANALYSE DES PROGRAMMES DU PRIMAIRE

Niveau de cours	Intitulés au programme	Visées didactiques

ANNEXE 2: GRILLE D'ANALYSE DES PROGRAMMES DU COLLEGE

Niveau de cours	Objets étudiés	Références aux acquis antérieurs