

REPRODUIRE UN CERCLE : UNE RESSOURCE DONT LA CONCEPTION, LA DIFFUSION ET L'USAGE SONT PROBLEMATIQUES

BULF* Caroline – CELI** Valentina

Résumé – Engagées dans l'élaboration d'une progression portant sur le cercle, nous avons conçu un problème original qui vise à créer le lien entre un gabarit de demi-disque et le compas, en matérialisant les éléments caractéristiques du cercle qui, dans l'enseignement primaire, sont souvent introduits de façon ostensive. Ainsi visons-nous à déterminer en quoi la conception, la diffusion et l'usage de ce problème, considéré dès lors comme une *ressource*, se révèle d'une grande complexité.

Mots-clefs : agir-penser-parler ; cercle ; école primaire ; reproduction de figures géométriques.

Abstract – Engaged in the development of a progression on the circle, we conceived an original problem which aims to create the link between a template of half-disk and the compass, by materializing the characteristic elements of the circle which, in primary education, are often introduced ostensively. We aim to determine how the design, diffusion and use of this problem, considered as a resource, is very complex.

Keywords: act-think-speak; circle; primary school; reproduction of geometric figures.

Depuis plus de trente ans, les travaux de recherche en didactique de la géométrie se sont multipliés et ont fait avancer de façon substantielle nos connaissances sur les enjeux des problèmes de reproduction de figures géométriques planes à l'école primaire. Au point de départ de notre travail, se trouve alors l'envie partagée d'outiller l'enseignant pour s'approprier « facilement » des travaux de recherche portant sur ce type de problèmes (Bulf & Celi, 2015). Nous verrons, au cours de ce papier, que cela nous a conduites à la conception d'une *ressource*¹ dont la diffusion et l'usage se révèlent complexes : d'une part, par la dimension épistémologique qu'elle recouvre – en lien avec les objets de savoir géométrique, ici le cercle – et, d'autre part, par la dimension didactique qu'elle vise car les expérimentations de la ressource en question, menées dans diverses classes, ont révélé des mises en oeuvre tellement différentes qu'elles nous ramènent sur des questions fondamentales portant sur la nature des savoirs de formation en lien avec les pratiques des enseignants.

I. LE POINT DE DEPART : CONCEPTION D'UNE RESSOURCE POUR REPONDRE A UN BESOIN

En syntonie avec l'actualité de la recherche française en didactique de la géométrie (Perrin-Glorian & Godin, 2017 ; Bulf & Mathé, 2017), nos travaux s'inscrivent dans le cadre théorique développé par Duval (2005), à propos de la *déconstruction dimensionnelle*, et dans le prolongement des travaux portant sur des *problèmes de restauration* de figures planes, développés par les membres du dit *groupe de Lille*².

Considérant les problèmes de reproduction de figures planes, sous certaines conditions³, comme des situations fondamentales⁴ (Perrin-Glorian & Godin, 2017) pour traiter les

* Université de Bordeaux, Lab-E3D, EA 7441, ESPE d'Aquitaine – France – caroline.bulf@u-bordeaux.fr

** Université de Bordeaux, Lab-E3D, EA 7441, ESPE d'Aquitaine – France – valentina.celi@u-bordeaux.fr

¹ Au sens de « tout ce qui permet à un sujet ou une institution de nourrir son action », comme indiqué dans l'appel à communication pour le GT6 de EMF 2018.

² Nous désignons par *groupe de Lille* les membres du groupe de recherche qui a fonctionné à l'IUFM du Nord pas de Calais durant une vingtaine d'années : F. Brechenmacher, J.-R. Delplace, R. Duval, C. Gaudeul, M. Godin, J. Jore, B. Keskesa, R. Leclercq, C. Mangiante-Orsola, A.-C. Mathé, B. Offre, M.-J. Perrin-Glorian, O. Verbaere.

³ Une figure modèle est donnée ; une partie de la figure – dite *amorce* – à obtenir est donnée soit par son tracé soit par un instrument (un gabarit déchiré, par exemple) qui permet de reporter des informations D2 de la figure

premiers concepts géométriques à l'école primaire (alignement, perpendicularité, symétrie orthogonale, etc.), nous avons mené une analyse diachronique de plusieurs manuels scolaires et des instructions officielles afin de caractériser l'évolution de ce type de problèmes au cours de ces trente dernières années (Bulf & Celi, 2015). L'un de nos axes de recherche a consisté à pister des traces éventuelles de l'influence de travaux de recherche en didactique de la géométrie. Il nous est apparu important de croiser ces trois dimensions – les travaux de recherche portant sur les problèmes de reproduction, les manuels scolaires et les instructions officielles – car celles-ci peuvent être toutes trois considérées comme des *ressources* dans la mesure où notre ambition première venait d'un besoin d'outiller les enseignants de façon efficace par rapport à leurs propres objectifs d'enseignement en classe.

1. *Les problèmes de reproduction de figures géométriques planes dans les instructions officielles et dans les manuels scolaires de ces trente dernières années*

Ce premier travail (Bulf & Celi, 2015) a mis en évidence que les problèmes de reproduction de figures planes n'apparaissent qu'à la fin des années 70 dans les programmes officiels de mathématiques et, depuis, une place de plus en plus importante leur a été accordée.

Dans les manuels scolaires, jusqu'au début des années 90, ce type de problèmes est quasiment absent. Ce n'est qu'à partir du milieu des années 90 jusqu'à aujourd'hui que l'on en trouve de plus en plus. Dans les manuels scolaires (jusqu'en 2015, date de constitution de notre corpus), il existe néanmoins peu de traces des travaux de recherche portant sur les problèmes de reproduction de figures planes et cela malgré une volonté de la part des « chercheurs » à l'origine de ces travaux de diffusion par différents canaux (publications, communications dans des colloques, formations initiale et continue, en ligne, ...), depuis une vingtaine d'années. En effet, seule la collection *EuroMaths* (Hatier) fait figure d'exception en s'appuyant de façon argumentée sur de nombreux travaux de recherche en didactique de la géométrie ; on relève des traces évidentes de transposition des travaux de recherche sur les problèmes de reproduction, notamment à partir des travaux précurseurs de Ducel et Peltier (1986) sur les conditions nécessaires pour favoriser l'analyse d'une figure modèle pour sa reproduction. D'autres manuels (plus rares) peuvent proposer également des traces mais sont souvent peu en phase avec les ambitions premières des auteurs des travaux de recherche précités ou ceux proposés par le groupe de Lille.

2. *Identification d'un besoin : combler des manques dans une progression sur l'enseignement et l'apprentissage du cercle et du compas*

Parmi tous les problèmes de reproduction de figures planes analysés dans la première phase de notre recherche, nous avons examiné avec une attention particulière ceux, nombreux, mettant en jeu le cercle et le compas. Nous avons alors pointé des manques, à savoir que : l'articulation entre les différents usages du compas est pratiquement absente ; nulle part n'apparaît explicitement de prise en compte de la dialectique possible entre les différentes conceptions du cercle (Artigue & Robinet, 1982) ; en outre, sont presque inexistantes les conditions favorables pour exercer et développer chez les élèves le regard géométrique sur les figures (au sens du groupe de Lille). Nous nous sommes alors engagées

modèle ; on dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation donné ; quand les élèves pensent avoir terminé, ils peuvent tester leur production par un calque disponible auprès du maître (Perrin-Glorian & Godin, 2017). Compte tenu de ces contraintes, le groupe de Lille parle de **problèmes de restauration, cas particulier de problème de reproduction**, en raison de la présence d'une amorce.

⁴ Au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998).

dans l'élaboration d'une progression « comblant ces manques » et réunissant les conditions favorables pour faire évoluer le regard des élèves sur le cercle et le compas, du cycle 1 au cycle 3 (Bulf & Celi, 2016). Cette progression inclut plus particulièrement un problème original (Figure 1) que nous avons qualifié de « problème-clé » car il vise à créer le lien entre un gabarit de demi-disque et le compas (et donc entre diverses conceptions du cercle), en matérialisant les caractéristiques du cercle (le centre, rayon, diamètre – le centre étant obtenu par l'intersection des diamètres), qui sont souvent introduites de façon ostensive.



Figure 1 – Le « problème-clé »

Il s'agit, pour l'élève, de trouver un moyen de reproduire un cercle tracé sur la feuille distribuée (ce que nous appelons 'cercle-modèle'), en se servant uniquement du compas pour le tracer. Un gabarit de demi-disque lui est fourni et il devra s'en servir seulement pour prendre ou ajouter des informations sur le cercle-modèle (phase d'analyse de la figure-modèle). La feuille et le gabarit fournis ne peuvent être ni pliés, ni coupés. Pour résoudre le problème, on attend que l'élève trace un diamètre avec le gabarit de demi-disque sur le cercle-modèle, puis, en le tournant suivant la trajectoire du bord courbe, il en trace un second qui permettra de mettre en évidence le centre du cercle comme intersection des deux diamètres tracés et un rayon comme segment joignant le centre du cercle avec l'un de ses points. C'est ainsi que l'élève, en se servant du compas, devrait tracer le cercle demandé, identique au modèle. Le problème en question articule alors différentes conceptions du cercle : celles de courbure constante et invariante par rotation (par la présence du gabarit de demi-disque) tout en ouvrant la voie à celle nouvelle du cercle défini par un centre et un rayon (par l'obligation d'utiliser le seul compas pour tracer le cercle demandé).

Le reste de notre papier a pour objectif de déterminer en quoi la conception et la diffusion de ce problème, considéré dès lors comme une *ressource*, se révèle d'une grande complexité dont nous développons les origines dans la partie suivante.

II. COMPLEXITES DES CONSIDERATIONS EPISTEMOLOGIQUES ET DIDACTIQUES NECESSAIRES POUR LA CONCEPTION, LA DIFFUSION ET L'USAGE D'UNE RESSOURCE

1. Dimension épistémologique liée à la conception de la ressource (analyse *a priori*)

Pour mener une analyse *a priori* de notre problème-clé, outre une analyse mathématique, nous avons réfléchi à l'activité potentielle des élèves en fonction des valeurs des variables didactiques de la situation. Nous avons enrichi ce modèle d'analyse en présentant aussi l'articulation de trois dimensions relatives à notre objet d'étude : *agir-parler-penser* (Jaubert et al., 2012) du cercle mais aussi du centre et du rayon. Une fois déterminés et sans viser l'exhaustivité, les différents modes d'*agir-parler-penser a priori* nous ont fourni des balises pour l'analyse *a posteriori* et nous ont ainsi permis de repérer en contexte – lors du déroulement de la situation – les manifestations effectives des modes d'*agir-parler-penser* du

cercle et de ses éléments caractéristiques (centre et rayon) par l'enseignant et les élèves. En guise d'exemple, nous montrons ici différents modes d'agir-penser-parler *a priori* du cercle (Tableau 1 ; extrait de Bulf & Celi, à venir).

Manière de penser - voir dimensions et relations des différentes unités figurales	Manières d'agir Usage des instruments	Manières de parler
vision iconique (2D ou 1D)	reconnaissance d'une silhouette générale main levée (papier crayon)	rond / cercle
vision surface 2D	gabarit de disque deux moitiés de gabarit de demi-disque juxtaposées	rond / cercle / disque moitié de disque/cercle demi-disque demi-cercle
Figure ayant un ou des (une infinité) axes de symétrie vision surface ou contour de surface ou ligne 2D ou 1D/2D ou 1D	pliage / superposition	
vision contour de surface 1D/2D	contour d'un gabarit de disque	
vision ligne de courbure constante 1D	superposition et/ou rotation du bord d'un gabarit avec la ligne du cercle tracé	pareil partout
ligne courbe fermée 1D (+ vision dynamique : mouvement d'une ligne ou d'un point autour d'un point à une distance fixée)	trace graphique du « mouvement » du compas qui tourne	cercle, rond, compas qui tourne (autour d'un point fixe)
ligne 1D à égale distance d'un point 0D -> relation entre objet 0D et 1D	trace graphique du compas écartement du compas comme mémoire de cette distance	un cercle de centre X et de rayon r
ensemble de points à même distance d'un point donné -> relation entre objets 0D et 0D	trace graphique du compas RG	un cercle de centre X et de rayon r

Tableau 1 – Différentes manières d'agir-penser-parler *a priori* du cercle dans le contexte du « problème-clé »

De la même manière, les différents statuts du point – intersection de lignes, *coin* ou extrémité d'un segment, repère, etc. – sont à l'origine de différents modes d'agir-penser-parler du centre d'un cercle. Et encore, les différents statuts de la ligne – trait, repère, droite, segment, ensemble de points, etc. – conduisent à différents modes d'agir-penser-parler du diamètre et du rayon d'un cercle comme étant une distance, une longueur ou un segment. Ainsi l'analyse *a priori* du problème en termes de modes d'agir-penser-parler du cercle (et de ses éléments constitutifs) permet-elle de mettre en évidence toute la complexité du problème *a priori*, d'un point de vue d'abord épistémologique.

Parmi ces différents modes d'agir-penser-parler du cercle (ainsi que du diamètre et du centre), aucun n'a une primauté sur les autres ; tous sont nécessaires et intrinsèquement liés pour comprendre le cercle dans toute sa complexité, dans ce contexte. Nous faisons également l'hypothèse que ces trois dimensions s'inter-influencent, les registres graphique et langagier étant en étroites relations sans lien de subordination⁵ (Bulf et Mathé, 2017). Et ce sont ces multiples liens et articulations qui nous paraissent intéressants à décrire car ils constituent selon nous les rouages du processus d'institutionnalisation (et donc de conceptualisation) qui se jouent lors de cette séance. En effet, pour un même élève, les chemins ne semblent pas linéaires entre ces différents modes d'agir-penser-parler du cercle (et de ses éléments constitutifs) : tous semblent devoir s'articuler afin de résoudre ce problème. La question se pose alors de l'évolution des connaissances⁶ mises en jeu par l'élève, dans le processus de secondarisation (Jaubert et al., 2012) et d'institutionnalisation, vers un savoir⁷ géométrique.

⁵ Ce qui n'est toutefois pas le cas si les élèves sont dyspraxiques (cf. Petitfour, 2015)

⁶ Au sens de Laparra & Margolinas (2016, p. 86) : « [...] Nous parlons de *connaissance* pour désigner ce que le sujet met en jeu quand il investit une situation [...] La plupart du temps, les connaissances ne sont pas formulées aisément car elles existent dans le temps et dans l'action ».

⁷ Au sens de Laparra & Margolinas (*ib.*, p. 87) : « [...] Nous parlons de *savoir* pour décrire ce que les membres d'une institution considèrent comme légitime et utile et qu'ils se transmettent dans certaines conditions définies culturellement ».

Ce faisant, de nouvelles questions surgissent sur la mise en œuvre, la diffusion et l'usage, en classe du problème-clé et notamment sur les connaissances d'action à expliciter : comment les faire évoluer vers le savoir visé ? Ici, le *cercle de centre x et de rayon n* . Jusqu'où aller dans l'explicitation des connaissances d'action (et plus généralement des modes d'agir-penser-parler du cercle / du centre / du rayon) ? Quels savoirs *exposer* ? Quelle formulation des savoirs stabiliser ? Quelle désignation retenir des objets en jeu ? Et surtout, compte tenu des différents et nombreux implicites repérés *a priori*, quels sont les « blancs à remplir »⁸ ?

2. Dimensions épistémologique et didactique liées à la diffusion et l'usage de la ressource

Nous avons examiné le déroulement de notre problème-clé dans trois contextes de classe différents : la classe de Alice (Rome, Italie) avec des élèves de 9 ans (niveau équivalent au CM1), en avril 2016 ; la classe de Emilie (Bordeaux, France), avec des élèves de 8 ans (CE2), c'est l'une de nous deux (désignée par la suite Caro) qui a pris en charge la classe pour la séance, en mai 2017 ; la classe de Stella (Pau, France) avec des élèves de 11 ans (6^e), en novembre 2016.

Pour analyser et pouvoir comparer les mises en œuvre de la ressource dans ces trois contextes différents, nous avons choisi de nous concentrer sur la gestion de ce que nous considérons comme « un blanc à remplir » : *le bord droit du gabarit de demi-disque*. Cet élément de la ressource nous paraît crucial et déterminant dans la dynamique d'évolution des modes d'agir-penser-parler du cercle et de ses composants (centre, rayon). En effet, dans le contexte de notre recherche, nous désignons par « blanc à remplir » les différentes significations possibles assignées au « bord droit du gabarit de demi-disque » et qui sont implicitement ou explicitement exploitées au cours de la séance : diamètre, moitié de disque, axe de symétrie, etc. Ainsi la question *quel(s) blanc(s) à remplir ?* renvoie-t-elle une fois de plus à la tension du couple dévolution / institutionnalisation (Allard 2015) : cette question relève en effet du paradoxe de l'enseignant (Brousseau, 1998 ; Coulange, 2014) qui consiste, pour l'enseignant, à savoir quand, comment et quoi dévoiler de ses intentions et des connaissances en jeu sans tuer les enjeux et objectifs d'apprentissage visé. Selon nous, la question *quel(s) blanc(s) à remplir ?* englobe donc, avec un point de vue plus général, nos questions formulées dans le paragraphe précédent. Ces différentes questions nous paraissent essentielles à examiner lorsqu'il s'agit de concevoir un document accompagnant la ressource : quelles préconisations, indications ou précautions prendre ? Quoi dire/ne pas dire à l'enseignant ? Comment le guider pour une mise en œuvre idoine ? Ces questions nous paraissent aussi cruciales que des indications sur le matériel ou la consigne car, comme les analyses *a posteriori* l'indiquent, les différentes manifestations de ce « blanc à remplir » (et ce n'est pas le seul blanc à remplir qui nous paraît important) sont le témoin de déplacements cognitivo-langagiers de l'élève et donc également témoin du processus de secondarisation (et donc d'institutionnalisation) en cours.

Comme dans toute analyse comparative, nous avons pu identifier des éléments communs et cela malgré les différents passés et les diverses cultures caractérisant chacun des trois contextes. C'est le cas, par exemple, à propos des procédures adoptées par les élèves. Quel que soit le contexte, et en enfrenant parfois les consignes, nombreux élèves ont tendance à résoudre le problème en positionnant à l'œil le compas sur le bord droit du gabarit du demi-disque ou sur un premier tracé de diamètre obtenu en faisant le contour de ce bord droit sur le

⁸ Nous empruntons à Tauveron (2011) la notion de « blanc à remplir » qui, dans le champ de la didactique du français, désigne toute connaissance implicite nécessaire pour comprendre certaines mises en relation ou significations, à propos de la lecture de textes ou d'albums.

cercle-modèle. Presque la totalité de ceux qui réussissent tracent deux diamètres horizontaux et verticaux : tout se passe comme si, dans les modes d'agir-penser-parler du diamètre du cercle, les élèves convoquent celui de l'axe de symétrie du cercle ; le point obtenu devient alors pour eux le repère permettant de positionner la pointe sèche du compas, puis l'écartement du compas obtenu assure que la courbure soit la même partout :

Kelya (élève de CE2, Bordeaux) : « une **marque** pour me repérer (...) oui parce que là j'ai fait un **morceau** // après j'ai vu que là c'était **exactement les mêmes** /// là j'ai refait là parce que // et après // comme il extrait **exactement pareil** je l'ai retracé là »

Paolo (élève de CM1, Rome) : « Et puis nous devons voir si ces **quatre formes** sont **égales** » « J'ai tracé la moitié du disque / et puis aussi de cet autre côté / et il y a ainsi **quatre angles** »

Maxime (élève de 6^e, Pau) : « Du coup on a coupé en quatre quarts maintenant »

Dans Artigue & Robinet (1982, p.19), la prégnance des axes horizontal et vertical est déjà repérée ; ces auteures l'explicitent de la façon suivante :

« Le cercle y apparaît comme une figure géométrique ayant même dimension dans deux directions privilégiées : l'horizontale et la verticale. Il a une longueur et une largeur, voire une largeur et une hauteur et elles ont même mesure. Pour tracer cette longueur et cette largeur, l'enfant ne cherche pas, semble-t-il, à réaliser un maximum de longueur de cordes horizontales ou verticales, mais plutôt à partager le cercle en deux parties égales. Le milieu du cercle est justement le point de croisement de la longueur et de la largeur. De ce fait, longueur et largeur semblent être considérées comme des axes de symétrie plutôt que comme des diamètres ensemblistes. »

En poursuivant cette comparaison d'usages possibles de la ressource, des points communs et des divergences apparaissent dans les conduites et les choix des enseignantes ou dans leurs interactions avec les élèves. Tout au long de la séance, Alice et la chercheure expérimentatrice (nous sommes à l'école élémentaire) restent proches du contexte de la manipulation et du registre graphique. Par exemple :

Alice (CM1, Rome) : **comme ça et comme ça** les autres ne voient pas ce que tu fais sur la feuille et donc **comme ça et comme ça c'est quoi?**

E2 (CM1, Rome) : j'ai tracé **la moitié du disque** [*le gabarit est posé « verticalement » sur le modèle de façon à ce que son bord courbe coïncide avec une partie du cercle-modèle*] et puis aussi de cet **autre côté** [*le gabarit est posé « horizontalement »*].

Mais Alice n'utilise jamais le mot diamètre ou bord droit alors que la chercheure expérimentatrice, dans la classe d'Emilie, parle explicitement de « contour droit » :

Caro (CE2, Bordeaux) : Qu'est-ce que vous en pensez de **son tracé** ? (...) vous avez fait ça vous aussi ? (...) il a **fait le contour droit** / ça avait **partagé en 2 le cercle**.

Seule Stella, en classe de 6^e, désigne rapidement par diamètre le tracé obtenu mais, dans l'usage de la ressource en question, son objectif est différent :

Stella (6^e, Pau) : oui on trace **un segment qui a un nom** / Noé // un **rayon** pour Noé /// un **diamètre** //

Aucune des enseignantes observées ne fera référence au diamètre en tant qu'axe de symétrie, connaissance pourtant disponible chez tous les élèves de ces trois contextes et qui, comme nous l'avons évoqué précédemment, est à l'origine de certaines procédures d'élèves.

Dans les classes de Stella et d'Alice, très rapidement, on déplace l'objet de discours vers le centre alors que la reconnaissance et le statut particulier de ce point ne seront reconnus que beaucoup plus tard dans la classe de Emilie (par la chercheure expérimentatrice). Tout au long des déroulements, quelle que soit la classe, la façon d'agir et parler du bord droit du gabarit de demi-disque servira de point d'appui au processus de secondarisation qui va, par voie de conséquence, se dérouler de façon bien différente dans les trois contextes. Dans le discours

d'Alice, on reconnaît des allers-retours permanents rendant compte de modes d'agir-penser-parler du diamètre différents (indiqués entre crochets dans l'extrait ci-dessous) :

Alice (CM1, Rome) : de cette de cette ligne et de celle-ci elles se coupent, n'est-ce pas ? et si je fais comme ça ? et comme ça ? [*elle fait semblant de tracer des diamètres sur le modèle*] ... elles se coupent ? elles se coupent toutes ? ... et où se coupent-elles ? [*Le bord droit du gabarit permet de tracer des lignes qui se coupent en un point*]

Alice (CM1, Rome) : ... si j'avais un gabarit assez grand je pourrais trouver la la / la moi...

Plusieurs élèves (CM1, Rome) : la moitié [*Le gabarit permet de déterminer la « moitié » du disque*]

Alice (CM1, Rome) : si maintenant je trace d'ici [*elle trace un troisième diamètre*] fais-je toujours la moitié ? d'ici fais-je encore la moitié [*un autre diamètre*] encore la moitié [*encore un autre diamètre*] / toutes ces lignes d'après vous sont-elles égales ? [*ces lignes ont la même longueur*]

Ces fluctuations entre les différentes visions des objets en jeu traduit souvent une certaine instabilité dans les objectifs visés par Alice que l'on peut rapprocher d'un phénomène dit de « brouillage des contextes interprétatifs » (Coulange, 2014) : ici, elle cherche à déplacer les objets de discours vers la relation entre diamètre et rayon mais les élèves restent sur la vision du centre du cercle comme point de repère, origine ; contrairement à ses intentions, sa tentative de se servir du compas conforte les élèves dans la vision du centre comme point fixe, repère. Dans la difficulté de conduire les élèves vers la vision du centre comme point à égale distance de tous les points qui constituent le cercle, Alice se sert alors d'une ficelle, qui « matérialise » pour elle le rayon. Tout se passe comme si, pour Alice, la seule façon de penser le cercle (vision en termes de ligne ou d'ensemble de points à égale distance) était celle qu'elle souhaite valider, alors que celle-ci ne correspond pas à celle qu'ils sont en train de construire dans cette situation. Dans la classe de Stella, le cercle étant rapidement caractérisé par ses éléments (diamètre, centre, rayon), l'enseignante ne reviendra pas sur l'aspect matériel du gabarit (bord droit ou moitié de disque). En revanche, la désignation du diamètre oscille souvent entre segment ou longueur ou segment qui relie deux points du cercle passant par le centre. La trace écrite renverra pourtant à une définition en termes de lieu géométrique, ignorant les modes d'agir-parler-penser du cercle qui ont pu être convoqués, voire confrontés, lors du déroulement effectif de la situation. Dans la classe d'Émilie, les premiers échanges collectifs en appui sur les premiers modes d'agir-penser-parler du cercle (à l'œil) conduisent rapidement à reformuler le problème par « où placer la pointe sèche sur la ligne tracée ? ». C'est dans le langage qu'évolue la désignation de ce « repère » vers une interprétation en tant qu'intersection de lignes que l'on nommera « centre ». Consciente des différentes désignations possibles de tous ces éléments, la chercheuse expérimentatrice a à cœur de mettre en lien ou d'explicitier les différentes désignations possibles, créant sans doute là aussi des phénomènes de brouillage de contexte interprétatif :

Caro (CE2, Bordeaux) : « Hein voilà ça c'est un diamètre // Un diamètre c'est donc le bord droit du demi-disque qui a un début et une fin dès lors qu'il rencontre le cercle et vous avez appelé ces intersections entre le bord du demi-disque et le cercle // vous les avez appelés vous avez reconnu que ça faisait des points ».

La volonté d'explicitier et de mettre en lien toutes ces désignations laisse également peu de place aux propres reformulations et tissages de la part des élèves.

III. CONCLUSIONS

La mise en œuvre de notre ressource dans trois contextes différents met en évidence toute la complexité qui réside dans le passage d'une situation fondamentale à une situation didactique. La mise en œuvre dans les trois classes révèle des traitements très différents alors que les procédures des élèves observées, quel que soit le contexte, sont finalement assez

proches (procédures basées sur des modes d'agir-penser-parler du diamètre comme axe de symétrie). Quel que soit le contexte, les articulations entre les différents modes d'agir-penser-parler ne sont pas toujours « cohérentes » : par exemple, un mode d'agir sur le diamètre en tant qu'« axe de symétrie » sans en parler ou un mode de penser le cercle comme lieux géométriques sans « l'agir ». Le rôle des instruments et les façons de parler des objets n'étant pas univoques, l'orchestration collective des échanges langagiers est complexe. En effet, soit ces multiples désignations sont assumées et ouvrent la voie à de nombreux malentendus ou brouillages de contexte interprétatif, soit l'enseignant suit unilatéralement son mode d'agir-penser-parler sans tenir compte des nombreuses voies possibles.

Cette complexité d'origines multiples – épistémologique, didactique et liées aussi aux pratiques enseignantes – nous conduisent à penser que les choix consistant à expliciter certains « blancs à remplir » se révèlent trop complexes pour être laissés à l'appréciation de celui qui s'appropriera la ressource.

REFERENCES

- Allard C. (2015) *Etude du processus d'Institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : le cas de l'enseignement des fractions*. Université de Paris VII.
- Artigue M. & Robinet J. (1982) Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 3.2, 5-64.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Bulf C., Celi V. (2015) Une étude diachronique des problèmes de reproduction de figures géométriques au cycle 3. *Grand N* 96, 5-33.
- Bulf C., Celi V. (2016) Essai d'une progression sur le cercle pour l'école primaire - une articulation clé : gabarit-compas. *Grand N* 97, 21-58.
- Bulf C., Celi V. (à venir) *Conceptualisation en classe de géométrie : mise à l'épreuve d'une situation et d'un cadrage théorique en termes de circulation*. Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques, Paris 20-26 août 2017.
- Bulf C., Mathé A.-C. (2018) Agir-parler-penser en géométrie, un point de vue sémiotique sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire, conférence plénière, Actes du 44^e Colloque de la COPIRELEM, Épinal 13-15 juin 2017.
- Coulange L. (2014) Les pratiques langagières au cœur de l'institutionnalisation de savoirs mathématiques. *Spirale. Revue de recherches en éducation* 54, 9-28.
- Ducel Y., Peltier M.-L. (1986) *Géométrie. Une approche par le dessin géométrique au CM2*. IREM de Rouen, Rouen.
- Duval R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Les annales de didactique et de sciences cognitives* 10, 5-53.
- Jaubert M., Rebière M. & Bernié J.-P. (2012) *Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative*.
https://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf
 (consulté la dernière fois le 17 février 2019)
- Laparra M., Margolinas C. (2016) *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe*. De Boeck, Louvain-la-Neuve.
- Perrin-Glorian M.-J., Godin M. (2017) *Géométrie plane : pour une approche cohérente du début de l'école à la fin du collège*.
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01660837/document> (consulté la dernière fois le 17 février 2019)

- Petitfour É. (2015) *Enseignement de la géométrie des élèves en difficulté d'apprentissage : étude du processus d'accès à la géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux lors de la transition CM2-6^{ème}*. Université Paris-Diderot – Paris 7.
- Tauveron C. (2011) *La lecture comme jeu 1, à l'école aussi*. Université d'automne « La lecture et la culture littéraire au cycle des approfondissements ».
- <http://eduscol.education.fr/cid46316/la-lecture-comme-jeu-1-a-l-ecole-aussi.html> (consulté la dernière fois le 17 février 2019)