

BILAN DU GROUPE DE TRAVAIL N°4

MODÉLISATION, INTERDISCIPLINARITÉ ET COMPLEXITÉ

Responsables

CABASSUT^{1*} Richard – HITT^{2**} Fernando – MALONGA^{3***} Fernand

Correspondante CS

CARON^{4****} France

I. MODELISATION

Dans les années 70, l'école de Freudenthal (Lerman 2014) a donné naissance au courant de recherche-développement Realistic Mathematics Education (Treffers 1971). De cette approche ont émergé les notions de «mathématisation horizontale» et «mathématisation verticale» (Freudenthal 1991), de «modèle pour» ou «modèle de» (Gravemeijer 2009). Au Royaume-Uni, la création en 1978 du Journal of Mathematical Modelling for Teachers fut suivie de l'inclusion de cours sur la modélisation mathématique dans le curriculum anglais. En 1983 avait lieu le premier congrès de ce qui allait devenir l'International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA). Des programmes de mathématiques développés dans cette approche ont été adoptés dans de nombreux pays où les processus de modélisation sont devenus centraux dans l'enseignement.

Dans les années 90, un autre courant émerge, porté par la National Science Foundation (NSF) aux États-Unis. Les membres de la NSF (1992) se sont interrogés sur l'importance d'un travail interdisciplinaire, promouvant le curriculum STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). En Europe, le projet PRIMAS (Promoting Inquiry in Mathematics and Science Education Across Europe 2010-13), qui impliquaient l'interdisciplinarité entre les différentes didactiques, a été développé par 13 universités européennes (Katja & Reitz-Koncebovski 2013).

II. INTERDISCIPLINARITE

Ces différents mouvements dans le monde ont favorisé une attention accrue à la modélisation mathématique et à l'interdisciplinarité pour l'enseignement des mathématiques et des sciences, en constituant ainsi un nouveau paradigme (Adjage et Rauscher 2013 ; Blum et al 2007 ; CERME 2005-2013 ; CMESG 2014).

Cette activité s'est reflétée dans les changements curriculaires de différents pays. Par exemple au Québec, dans l'approche par compétences adoptée au début de ce millénaire, la

* Université de Strasbourg – France – richard.cabassut@unistra.fr

**GRUTEAM, Université du Québec à Montréal – Canada - hitt.fernando@uqam.ca

***Ecole Normale Supérieure, Université Marien Ngouabi - Congo Brazzaville – malongaf@gmail.com

****Université de Montréal–Canada – france.caron@umontreal.ca

première compétence à développer en mathématiques a trait à la résolution de situations-problèmes, où le terme de « situation » renvoie bien souvent à une situation du monde réel et au processus de modélisation. En France (2000) des dispositifs comme les TPE (Travaux Pratiques Encadrés) sont apparus pour permettre aux élèves des lycées de développer des projets de recherche scolaire, sur des domaines ciblés et répondant à une problématique. La réforme du collège (2016), a donné lieu aux EPI (Enseignements Pratiques Interdisciplinaires), visant le développement par l'élève de ses connaissances et compétences. On peut considérer que le recours à l'interdisciplinarité et à la modélisation au niveau scolaire se veut être le reflet des pratiques des scientifiques au niveau du savoir savant.

Cependant cela ne va pas de soi ; la prise en compte, par les systèmes scolaires, de toutes les variables importantes qui entrent en jeu dans une problématique de notre société, pose des problèmes complexes aussi bien dans leur définition, dans la pratique des classes que dans la gestion des modalités de travail entre des enseignants impliqués dans des projets interdisciplinaires.

III. COMPLEXITE

L'étude des systèmes complexes peut se révéler un cadre utile pour entrer dans un tel paradigme. Rappelons d'abord qu'un système complexe est un ensemble constitué d'un grand nombre d'entités en interaction, ayant la capacité de générer un nouveau type de comportement collectif à travers une auto-organisation, incluant la formation spontanée de structures temporelles, spatiales ou fonctionnelles. (Meyers, 2011). Des logiciels issus de la dynamique des systèmes (Forrester, 2007) ou de l'approche à base d'agents peuvent servir à aborder la modélisation et la simulation de systèmes complexes. France Caron en a fait la démonstration en simulant différents phénomènes à partir des modèles⁵ qu'elle a développés dans l'environnement *Insight Maker*⁶, un logiciel libre, gratuit et utilisable à même sa plateforme web. L'interface iconographique peut sembler *a priori* faciliter la conception et la mise en œuvre de modèles à plusieurs variables ou composantes, avec les relations et les interactions qui les lient. Cela dit, il demeure néanmoins essentiel de prendre le temps d'enseigner les processus de calcul numérique pris en charge par l'outil (ex. le schéma d'Euler pour l'intégration numérique), car l'enseignement des mathématiques ne peut se limiter à former de futurs utilisateurs de boîtes noires. En ouvrant plutôt ces boîtes noires avec élèves et étudiants, on exploite le passage entre le continu et le discret, et l'on est amené à voir l'équation différentielle comme une description portant en elle, lorsqu'on la discrétise, le moyen de construire la solution. Des expérimentations choisies dans un tel environnement permettent aussi de répondre à des questions mathématiques comme : Pourquoi le nombre e ? Pourquoi des radians ?

C'est précisément ici que la science de la complexité comprise comme la science des systèmes complexes (Meyers 2009/2012) a donné lieu à un nouveau paradigme. Ce paradigme théorique a aussi été mis à contribution dans l'analyse des systèmes d'apprentissage (Davis & Simmt 2003, García 2000). Les variables qui entrent en jeu dans la

5 Les modèles sont accessibles ici: <https://insightmaker.com/find?search=france+caron>
La suite des modèles {C01, C02, ..., C07} constitue une séquence didactique permettant de passer en sept étapes de la modélisation du niveau d'une baignoire à la modélisation du cycle du carbone et la simulation des effets de la combustion des énergies fossiles sur la température globale moyenne. La séquence est documentée dans (Caron, 2015).

6 <https://insightmaker.com/>

classe de mathématiques sont nombreuses, et la simplification de ces variables n'est pas la bonne voie pour améliorer l'enseignement des mathématiques. Nous avons besoin d'un cadre théorico-pratique qui puisse permettre l'analyse des multiples variables qui interviennent dans l'enseignement des mathématiques, d'autant plus si l'on en accroît la complexité en y intégrant le développement de la modélisation à partir de situations réelles.

Plusieurs questions émergent de cette problématique :

- Du point de vue épistémologique, quel est le rôle des mathématiques par rapport aux autres disciplines dans la modélisation de situations réelles et complexes ?
- Quels sont les apports pour les apprentissages des élèves et quelles en sont les difficultés ?
- Comment les pratiques enseignantes prennent-elles en compte les injonctions institutionnelles au regard de la modélisation et de l'interdisciplinarité ?
- À quels problèmes sociétaux, de recherche et d'enseignement, la question de l'interdisciplinarité sous l'angle de la modélisation répond-elle ?
- Quels défis et opportunités pose l'articulation des concepts issus de différentes disciplines pour l'enseignement ?
- En quoi la science de la complexité peut-elle outiller l'analyse de la classe de mathématiques ou d'autres systèmes d'apprentissage ?

Nous proposons de réfléchir à partir de ces questions ou d'autres que pourrait soulever le cadre de la modélisation mathématique, dans ses articulations avec l'interdisciplinarité ou la complexité.

IV. ORGANISATION DES TEXTES PRESENTES

Le groupe GT4 a réfléchi autour de 18 présentations des travaux. Les responsables du GT4 ont décidé d'organiser les travaux suivant les cinq parties principales suivantes.

1. *La complexité*

Est-il-indispensable d'être un spécialiste en mathématique pour être un enseignant de biologie ? (Abou Raad N., Hanadi C.)

Quelles synergies possibles entre mathématiques et physique dans l'enseignement ? (Roland M.)

2. *La modélisation*

Conditions institutionnelles dans la formation à l'enseignement de la modélisation : cas français. (Cabassut R.)

La modélisation algébrique des problèmes : rapport institutionnel à l'entrée de l'enseignement secondaire tunisien. (Hassayoune S.)

Un exemple de formation des professeurs de mathématiques à la modélisation. (Lécureux-Têtu M.-H.)

Le cadre théorique de l'ETM étendu : analyse d'une séquence utilisant la relativité restreinte. (Moutet L.)

3. *L'interdisciplinarité*

Espaces de travail mathématique connectés au lycée : un pont entre les mathématiques et les sciences physiques. Modélisation des câbles d'un pont suspendu par une fonction

numérique spécifique. (Lagrange J.-B. Et Le Feuvre B.)

Etude d'une approche collaborative entre mathématiques, physique et biologie : cas de l'enseignement de la stroboscopie. (Malonga MOUNGABIO F., LOUYIDOUA BANGANA YIYA C.)

De quelques difficultés de l'interdisciplinarité. (Rogalski M.)

Une séance de géométrie élémentaire prenant appui sur une séance d'EPS a-t-elle un potentiel d'apprentissage en géométrie ? Un exemple au cycle 3. (Arab Had-Moussa M.)

La ligne droite, un objet pluridisciplinaire au début de l'enseignement secondaire : une analyse institutionnelle des manuels. (Tchouang Youkap P.)

4. *L'articulation des concepts des différentes disciplines*

(Re)Modélisation de décors géométriques : l'exemple de la mosaïque antique. (Parzysz B.)

La construction du concept physique de volume en cycle 3 : quelles difficultés ? quelles stratégies didactiques ? (Javoy S., Décroix A.-A., De Hosson C.)

Qu'est-ce qu'il se passe quand une figure géométrique rencontre Flatland ? (Pavlopoulou K., Patronis T.)

L'analyse de l'activité cérébrale associée à la réalisation de tâches mathématiques. (Lara-Melgoza R., Morales-Moreno L., Romo-Vázquez A., Romo-Vázquez R., Vélez-Pérez H.)

5. *Apprentissage des élèves ou enseignement Représentations institutionnelles ou non (travail collaboratif)*

La pensée arithmético-algébrique comme transition du primaire au secondaire : des situations d'investigation dans lesquelles modélisation et technologie jouent un rôle central. (Saboya M.)

EST...M : Enseignement des sciences et technologies ... et des mathématiques. (Soucard L.)

V. BILAN ET PERSPECTIVES

Les échanges dans le groupe de travail ont mentionné plusieurs problématiques. Il y a plusieurs notions de complexité, celle liée aux problèmes et celle liée aux systèmes. De même, il y a plusieurs modélisations de la modélisation : la mathématisation qui est une modélisation mathématique, la modélisation dans une autre discipline, et la co-modélisation qui implique plusieurs disciplines. Dans ce contexte le rôle de la simulation doit être étudié de manière plus approfondie. L'interdisciplinarité conduit souvent à l'articulation des concepts de différentes disciplines et ouvre la voie à la co-construction de ces concepts. Concernant l'intégration des pratiques professionnelles pour l'apprentissage et l'enseignement, l'étude des scénarios d'enseignement est intéressante pour révéler les techniques mono-disciplinaires ou mixtes. L'évaluation par compétences et les dispositifs institutionnels (TPE, EPI, projet ...) sont à étudier et montrent l'importance de la formation des enseignants.

D'autres questions ont surgi au cours des échanges. La complexité est-elle un effet de mode ? Quelle complexité produit l'évolution de la science et de l'informatique ? Quels critères pour les problèmes de modélisation ? Comment préciser l'approche par compétences ? Quel apport des cadres théoriques, comme par exemple les Espaces de Travail Mathématique (ETM) ? Quelles distinctions entre pluri, inter et trans-disciplinarité ? Etudier ces questions serait tout un programme pour une prochaine rencontre.

REFERENCES

- Adjage, R. et Rauscher, J-C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 33/1, 9-43.
- Proceedings of CERME (2005-2015). Working group: Applications and Modelling or Modelling and Applications.
- Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. & Niss, M. (Eds. 2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. New York: Springer.
- Caron, F., (2015) Modélisation et simulation de systèmes dynamiques. *Bulletin AMQ*, Vol. LV, no 4. <https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/vol55/no4/07-maitre-modelisation.pdf>
- Caron F., Lidstone D. & Lovric M. (2014). Complex dynamical systems. In Oesterle S. et Allan D. (Eds.), *Actes du Groupe canadien d'étude en didactique des mathématiques* (pp. 137-148). Alberta, 30 mai – 3 juin 2014.
- Davis, B. & Simmt, E. (2003). Understanding learning systems : mathematics education and complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137-167.
- International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications. The first twenty five years. <http://www.icmihistory.unito.it/ictma.php>
- Forrester, J.W. (2007). System dynamics – A personal view of the first fifty years. *System Dynamics Review*, 23(2–3), 345–358.
- Meyers, R. A. (Ed.). (2011). *Mathematics of complexity and dynamical systems – Selections from the encyclopedia of complexity and systems science*. New York: Springer.

ANNEXE

LISTE DES TEXTES DU GT4 PAR ORDRE ALPHABETIQUE DU PREMIER AUTEUR

ABOU RAAD N.

Est-il-indispensable d'être un spécialiste en mathématique pour être un enseignant de biologie ?

ARAB HADJ-MOUSSA M.

Une séance de géométrie élémentaire prenant appui sur une séance d'EPS a-t-elle un potentiel d'apprentissage en géométrie ? Un exemple au cycle 3.

HASSAYOUNE S.

La modélisation algébrique des problèmes : rapport institutionnel à l'entrée de l'enseignement secondaire tunisien.

JAVOY S.

La construction du concept physique de volume en cycle 3 : quelles difficultés ? quelles stratégies didactiques ?

LAGRANGE J.-B.

Espaces de travail mathématique connectés au lycée : un pont entre les mathématiques et les sciences physiques. Modélisation des câbles d'un pont suspendu par une fonction numérique spécifique.

LÉCUREUX-TÊTU M.-H.

Un exemple de formation des professeurs de mathématiques à la modélisation.

MALONGA MOUNGABIO F.

Etude d'une approche collaborative entre mathématiques, physique et biologie : cas de l'enseignement de la stroboscopie.

MOUTET L.

Le cadre théorique de l'ETM étendu : analyse d'une séquence utilisant la relativité restreinte.

PARZYSZ B.

(Re)Modélisation de décors géométriques : l'exemple de la mosaïque antique.

ROGALSKI M.

De quelques difficultés de l'interdisciplinarité.

ROLAND M.

Quelles synergies possibles entre mathématiques et physique dans l'enseignement ?

SABOYA M.

La pensée arithmético-algébrique comme transition du primaire au secondaire : des situations d'investigation dans lesquelles modélisation et technologie jouent un rôle central.

SOUCHARD L.

EST ... M. Enseignement des sciences et technologies ... et des mathématiques.

TCHONANG YOUKAP P.

La ligne droite, un objet pluridisciplinaire au début de l'enseignement secondaire : une analyse institutionnelle des manuels.

AFFICHES

CABASSUT R.

Conditions institutionnelles dans la formation à l'enseignement de la modélisation : cas français.

LARA-MELGOZA R.

L'analyse de l'activité cérébrale associée à la réalisation de tâches mathématiques.

N'GBO Y.

Echec des élèves des séries C et D au niveau de l'exercice de mécanique en sciences physiques au baccalauréat en Côte d'Ivoire. Le cas des élèves de la région de la Me.

PAVLOPOULOU K.

Qu'est-ce qu'il se passe quand une figure géométrique rencontre Flatland ?