

BILAN DU GROUPE DE TRAVAIL N° 5

MATHEMATIQUES DANS LA PLURALITE DES ENSEIGNEMENTS
MATHEMATIQUES

Responsables

GONZÁLEZ-MARTÍN* Alejandro S. – DE VLEESCHOUWER** Martine –
HAUSBERGER*** Thomas

Correspondante CS

GHEDAMSI**** Imène

I. PRÉSENTATION

Les activités du groupe de travail ont été organisées dans un esprit de continuité avec les groupes de travail sur l'enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et universitaire lors des manifestations précédentes de EMF à Sherbrooke (2006 – GT6), à Dakar (2009 – GT7), à Genève (2012 – GT7) et à Alger (2015 – GT7). En particulier, et en continuité avec les discussions menées au sein du Groupe de Travail n°7 « Enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur » lors du colloque EMF2015 (González-Martín, Bridoux, Ghedamsi, & Grenier-Boley, 2015), notre appel à contributions identifiait trois axes prioritaires :

- Les difficultés liées à l'apprentissage de certains contenus mathématiques ; les organisations mathématiques dans ces niveaux et leurs conséquences sur l'apprentissage ; les difficultés liées au raisonnement, au formalisme et au symbolisme ;
- Les difficultés liées à la transition dans un sens large : transition entre des niveaux d'enseignement, transition entre des domaines mathématiques, transition d'un cours de mathématiques vers des sections non-mathématiques etc. ;
- Les difficultés liées aux pratiques des enseignants, par exemple le fait qu'elles prennent en partie pour référence les pratiques « expertes » des mathématiciens professionnels, cette référence n'étant toutefois ni explicite, ni tout à fait analogue d'un enseignant à l'autre.

Les sujets énumérés ci-dessus se trouvaient, d'une façon ou d'une autre, dans les douze articles (dont dix sont présents dans ces actes) et les trois posters qui ont été présentés lors du colloque. Cela nous a permis de les organiser sous trois thèmes principaux, qui reprennent en partie nos trois axes prioritaires :

TH-1 : Le rôle des mathématiques dans des sections non-mathématiques et problèmes de transition entre les mathématiques et les cours professionnels et le lieu de travail.

TH-2 : L'apprentissage de contenus spécifiques et pratiques des étudiants.

* Département de Didactique – Université de Montréal – Canada – a.gonzalez-martin@umontreal.ca

** Département de Mathématique – IRDENA – Université de Namur – Belgique – mdv@math.unamur.be

*** IMAG – Université de Montpellier & CNRS – France – thomas.hausberger@umontpellier.fr

**** Département de Mathématiques – Université de Tunis – Tunisie – ighedamsi@yahoo.fr

TH-3 : Les enseignants universitaires de mathématiques : formation, nouvelles approches, contraintes et identité.

Dans ce qui suit, nous présentons une brève synthèse des discussions dans chacun de ces trois thèmes.

II. TRAVAUX PRESENTES DANS LE GROUPE

1. *Thème 1 : rôle des mathématiques dans des sections non-mathématiques et problèmes de transition entre les mathématiques et les cours professionnels et le lieu de travail.*

En plus d'être en adéquation avec la thématique du colloque EMF2018 « *Mathématiques en scène, des ponts entre les disciplines* », nous permettant de discuter du rôle des mathématiques dans la formation d'experts dans d'autres disciplines, ce thème s'inscrit aussi dans une des perspectives énoncées dans le compte-rendu du GT7 de EMF2015 :

Nous avons aussi souligné plus haut l'émergence de tout un champ de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans des facultés autres que celle de mathématiques. Quelles mathématiques sont nécessaires pour former de futurs professionnels, quelles notions peuvent être utilisées sans être formalisées, quel serait le rôle de la modélisation...? Ce sont des questions qu'il paraît nécessaire de traiter en recherche pour guider les prises de décisions institutionnelles, étant donné le nombre croissant d'étudiants qui s'inscrivent dans des facultés professionnelles, ainsi que les taux élevés d'abandon et ce, depuis les années 80. (González-Martín et al., 2015, p.646)

Les travaux de Bloch, Khaloufi-Mouha et Quéré présentés dans notre groupe de travail s'inscrivent directement dans ce thème : pour le premier, dans un enseignement articulant mathématiques et physique ; pour le deuxième, dans un cours de mathématiques à destination d'étudiants de biologie ; et pour le dernier, en s'intéressant à l'articulation entre la formation mathématique des ingénieurs en France et à son utilisation sur leur lieu de travail.

Bloch regarde pour sa part l'articulation entre mathématiques et physique, en s'intéressant plus particulièrement à un cours intitulé « Mathématiques du mouvement » qui aborde des notions mathématiques dans le cadre de problèmes de modélisation du mouvement, faisant intervenir des courbes paramétrées. Par le biais de la théorie des signes et des milieux, Bloch met en œuvre des outils d'identification des connaissances des élèves qui permettent de déceler certaines incapacités des étudiants à finaliser un raisonnement mathématique. L'étude conclut que la référence au mouvement ne semble pas avoir aidé les étudiants. L'article met en avant deux difficultés pouvant expliquer ce phénomène : d'une part une présence insuffisante dans l'enseignement de « vraies » situations de physique et d'autre part une contrainte temporelle empêchant les étudiants d'être placés en situation de recherche de problèmes. Ces difficultés ont aussi été mises en avant dans les discussions ayant suivi cette présentation et celle de Khaloufi-Mouha. Nous y reviendrons plus loin.

Khaloufi-Mouha s'intéresse quant à elle à l'enseignement des mathématiques en biologie. La théorie commognitive sert de cadre d'analyse aux propos et écrits de trois étudiantes travaillant à la résolution d'un problème énoncé en français sur l'évaluation d'un risque de trisomie 21, sans intervention d'un enseignant. L'article relève que l'étape la plus problématique dans la tâche soumise aux étudiants semble être le passage de l'énoncé du problème décrit en langue naturelle vers le modèle mathématique qui permettra de le résoudre. De nombreux échanges ont eu lieu dans le groupe de travail sur l'utilité de cette illustration de la théorie commognitive. Vise-t-elle à évaluer, favoriser ou améliorer l'apprentissage des étudiants ? Servira-t-elle à un enseignant lors de la construction d'un cours sur les notions en jeu ? Quoi qu'il en soit, le problème soumis aux étudiants semble ici

répondre au qualificatif de « vraie » situation, en référence à ce qui avait été soulevé lors des discussions suite à la contribution de Bloch.

La contribution de Quéré s'intéresse aux liens entre les mathématiques enseignées aux futurs ingénieurs et celles utilisées dans le monde du travail, à travers la caractérisation des praxéologies dans les institutions respectives. Il ressort que les praxéologies sont différentes dans la formation initiale et sur le lieu de travail ; et que dans le monde du travail, les praxéologies peuvent être classifiées en deux types : spécifiques (en lien direct avec le métier) et transversales (dont les technologies sont constituées de « bases » mathématiques, mais aussi de rigueur, de raisonnement et de logique). Cependant, de l'avis même des ingénieurs interrogés, certaines « bases » acquises lors de leur formation pourraient difficilement l'être autrement que par la manière qui leur a été proposée lors de la formation initiale.

Des discussions lors de cette session, il ressort tout d'abord une difficulté de qualifier un problème de modélisation de situation « naturelle », c'est-à-dire en lien avec le « monde réel », par opposition à une situation prévue pour l'enseignement. Ensuite, les contributions semblent indiquer que l'introduction de la modélisation n'aide pas nécessairement les étudiants à mieux comprendre les notions mises en jeu. Les erreurs dites « de base » sont régulièrement un frein à l'apprentissage. Des allers-retours plus nombreux entre les notions mathématiques et leurs interprétations, le travail de techniques et des moments de recherche sur des problèmes pourraient constituer des pistes de solution pour rendre plus efficace l'articulation entre mathématiques et d'autres disciplines (y compris le monde du travail).

2. *Thème 2 : l'apprentissage de contenus spécifiques et pratiques des étudiants.*

Quatre papiers ont été présentés durant le colloque pendant la session dédiée à ce thème. Nous nous limiterons dans cette synthèse aux contributions qui figurent dans les actes du congrès, c'est-à-dire à trois papiers sur les quatre. Ces trois papiers illustrent la diversité des contextes de l'enseignement des mathématiques dans le supérieur (ou à la transition avec le secondaire), à différents niveaux, et couvrent différents domaines des mathématiques (géométrie, algèbre, analyse).

Nihoul souligne l'importance des changements de cadre (Douady, 1986) et de point de vue (Rogalski, 1991) dans l'enseignement-apprentissage des notions de droite et de plan dans l'espace, ainsi que les conversions entre registres de représentations sémiotiques (Duval, 1993) par lesquels ces changements se traduisent. Les deux cadres dont il est question sont ceux de la géométrie synthétique à la Euclide et de la géométrie analytique héritée de Descartes, laquelle inclut différents points de vue sur les équations de droite (vectoriel, paramétrique ou cartésien). Les résultats obtenus indiquent que le cadre analytique est travaillé avec très peu de liens avec le synthétique et avec des changements de points de vue limités à la démarche permettant d'établir les équations, laquelle est peu détaillée. Nihoul en conclut que les occasions de « proximités horizontales » sont nombreuses pour « combler les manques des manuels, notamment au niveau des justifications, reformulations, explications des calculs et des méthodes ». Ceci ouvre de larges perspectives d'observation en classe et d'intervention. En définitive, le cas d'étude présenté par Nihoul a permis de réactualiser le questionnement sur le manque de prérequis en géométrie à l'entrée de l'université ainsi que sur les conditions et contraintes au développement de la flexibilité requise pour une bonne poursuite d'études dans le supérieur.

Hoppenot se place à l'entrée de l'université, mais avec un public bien spécifique : les étudiants des instituts universitaires technologiques dont le niveau est globalement assez faible, ce qui nécessite une remise à niveau. Sont repris des contenus du secondaire, par exemple les techniques de manipulation des expressions algébriques et de résolution des

équations. Sur ce thème, l'étude présentée par Hoppenot vise à évaluer l'apport d'une approche mettant en avant la dimension outil (Douady, 1986) par rapport à la dimension objet. La méthodologie employée est quantitative : une analyse statistique est appliquée aux données recueillies à l'aide d'un questionnaire portant sur le rapport des étudiants aux mathématiques (intérêt et perception de leur utilité) ainsi que sur la perception qu'ils ont des apports d'un tel travail à leur compréhension des mathématiques. Les résultats des études statistiques montrent des liens forts entre le type de bac, le niveau en algèbre et l'intérêt pour les mathématiques, avec la gradation que l'on imagine culminant avec les sections scientifiques (bac S). Globalement, les étudiants les plus faibles ne perçoivent pas l'utilité des mathématiques et un grand nombre d'entre eux pense que les situations réelles n'aident pas à mieux comprendre les mathématiques. L'interprétation de ce résultat préoccupant, apparemment contraire à ce que prévoit la dialectique outil-objet, a fait l'objet de discussions au sein du groupe. Un facteur explicatif, soulevé sous forme d'hypothèse à tester, serait que la dimension pratique des problèmes n'est pas perçue en tant que telle par les étudiants.

Le public de l'expérimentation de Lecorre et Ghedamsi est très différent, puisqu'il s'agit d'étudiants de mathématiques préparant une thèse de doctorat. Pour autant, ces derniers s'avéreront déstabilisés par la situation proposée de la « balle rebondissante », laquelle engage également des connaissances de mécanique. La balle s'arrêtera-t-elle de rebondir ? La possibilité d'un temps fini pour une infinité de rebonds fait écho aux paradoxes de Zénon, en d'autres termes à la conceptualisation d'un infini actuel en tant qu'aboutissement d'un processus infini, ce qui ne va pas de soi si l'on se réfère aux difficultés récurrentes mises en évidence dans les études didactiques. Ce phénomène est formalisé en mathématiques par le concept de limite (finie en l'infini) pour lequel les auteurs recherchent en fait des situations fondamentales (Brousseau, 1998) en s'appuyant sur la mesure des grandeurs, en accord avec le cheminement historique. Cette expérimentation a suscité des débats très riches dans notre groupe : il s'est agi d'une part d'interpréter la stagnation dans les rationalités empiriques et pragmatiques, alors que les connaissances mathématiques sur la limite sont bien entendu disponibles. Est-ce dû à la présence d'un obstacle épistémologique ou bien aux difficultés de modélisation suscitées par la rencontre de différentes épistémologies (dans la réalité, le nombre de rebonds est fini) ? D'autre part, le rôle de la définition formelle de la limite a fait également débat : est-ce un passage obligé pour résoudre le paradoxe ? Si c'est le cas, comment organiser le milieu ? Comme le soulignent les auteurs, « la dialectique fini/infini constitue manifestement un défi encore actuel pour l'enseignement ».

3. *Thème 3 : les enseignants universitaires de mathématiques : formation, nouvelles approches, contraintes et identité.*

Ce thème, réputé pour être un levier de l'action didactique, voit le jour pour la première fois depuis la création à EMF du groupe de travail sur l'enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et universitaire. Les travaux qui ont été présentés touchent à des questions vives de l'enseignement des mathématiques à l'université dont les dispositifs pédagogiques, les contraintes institutionnelles et l'identité professionnelle des enseignants.

L'étude de Hausberger et Roy est centrée sur l'intégration de l'approche didactique et philosophique en mathématiques (ADPM) à un cours de didactique et épistémologie des mathématiques. L'expérimentation qui a été entreprise avec des étudiants de master en éducation se structure autour d'une discussion pédagogique à visée philosophique (DPVP), avec une mise en perspective de différentes preuves du théorème de Pythagore. Dans le cadre de cet article, l'analyse a ciblé le contenu des discours d'étudiants présentant des niveaux de réflexivité contrastés (*a-réflexif*, *non réflexif*, *pré réflexif* et *quasi-réflexif*). Les résultats mettent l'accent sur les possibilités de cette DPVP à structurer, chez certains étudiants, la

compréhension des énoncés mathématiques à travers la question du rôle de la preuve en mathématiques. Comme l'ont indiqué les auteurs, la DPVP pourrait « offrir un nouveau rapport au savoir mathématique pour les futurs enseignants en mathématiques » mais des études complémentaires sont nécessaires « afin d'examiner l'impact réel sur la formation ».

Bridoux s'appuie sur l'expérience d'une classe inversée en première année universitaire sur les suites numériques, pour des étudiants en informatique, afin d'analyser les divers moments de cours et penser une organisation alternative qui permettrait d'optimiser ce dispositif pédagogique. Les moments de cours sont modélisés, en fonction du *relief* de la notion en jeu (sa nature, sa transposition et les difficultés potentielles qu'elle génère du point de vue de l'apprentissage), à travers le concept de *proximité* qui qualifie les moments de rapprochement de l'enseignant avec les étudiants (Robert & Vandebrouck, 2014). Les résultats ont montré qu'en l'absence de contrat clairement instauré dans le cadre cette approche, il est difficile de conclure sur les potentialités qu'elle peut apporter sur le plan des apprentissages. Une alternative serait de faire précéder la classe inversée par un cours classique introductif de manière à optimiser les occasions de *proximités* tout en gardant toute l'essence de cette approche pédagogique.

Le travail de Gonzalez-Martin s'inscrit dans un projet plus large d'étude de déterminants (personnels, institutionnels, sociaux, etc.) qui conditionnent les pratiques des enseignants universitaires de mathématiques lors de la préparation de leurs cours. Dans cette étude, l'appui sur la hiérarchie des niveaux de codétermination de Chevallard articulé aux études suivant la double approche sur les régularités et les variations des pratiques a permis de poser la question des contraintes auxquelles seraient soumis les enseignants universitaires pour préparer leurs cours. L'expérimentation, sous forme d'entretiens, a été conduite auprès d'enseignants du cours préparatoire au Calcul (dans le sens de *Calculus*) exerçant soit dans des écoles d'ingénieries soit à l'université. Les premiers résultats mettent l'accent sur un invariant partagé par l'ensemble des participants lié à la contrainte imposée par le coordonnateur du cours et qui conduit à la difficulté d'avoir des marges de manœuvre personnelles. L'étude a de plus montré l'existence d'un certain nombre de variations liées à la nature des institutions notamment en ce qui concerne le nombre d'étudiants en classe et leurs profils. Comme l'a indiqué l'auteur, ce travail préliminaire nécessite des analyses complémentaires afin de mieux cerner ces contraintes ainsi que les enjeux des pratiques des enseignants universitaires lorsqu'ils sont confrontés à ces contraintes.

L'étude de Bridoux et al. porte sur la question générale de l'identité professionnelle des enseignants chercheurs (EC) et traite de l'impact de la discipline, en lien avec les activités de recherche des EC, sur les pratiques d'enseignement à l'université. Des entretiens semi-directifs ont permis d'analyser et de contraster certains éléments caractéristiques de l'identité professionnelle des EC de trois disciplines connexes (mathématiques, physique et chimie). Les premiers résultats de cette étude mettent l'accent sur l'existence d'une empreinte de la discipline sur les pratiques d'enseignement à l'université qui se manifeste notamment à travers des tensions « généralement reliées aux dispositifs organisationnels qui contraignent les EC ». Si les tensions liées aux formes d'évaluations sont transversales aux trois disciplines, les différences liées aux aspects épistémologiques de ces disciplines imposent aux EC de mathématiques de gérer l'écart entre les mathématiques fondamentales et les mathématiques enseignées. Pour avancer dans la problématique de la pédagogie universitaire, les auteurs ambitionnent d'élargir la représentativité des EC et de mettre en place une méthodologie qui permet « de renvoyer aux EC un miroir de leurs propres pratiques ».

III. PISTES POUR LA RECHERCHE A VENIR

Les discussions menées dans le groupe ont permis de dégager plusieurs perspectives de recherches. Si nous les regroupons selon les trois thèmes :

Les liens entre la formation mathématique et la formation professionnelle des étudiants à l'université sont encore à approfondir. En particulier, la construction d'activités de modélisation proches de la réalité professionnelle des étudiants et/ou significatives pour ces derniers pose encore des nombreux défis. Par ailleurs, le transfert de connaissances mathématiques dans d'autres contextes n'est pas immédiat pour les étudiants. Si les parcours d'étude et de recherche se présentent comme une voie prometteuse, ils posent également des défis importants au niveau institutionnel.

Par rapport à l'apprentissage de contenus spécifiques, des études portant sur une variété de niveaux scolaires et de thèmes ont été présentées, dont certains niveaux (comme les étudiants en doctorat) et thèmes (telle la géométrie à trois dimensions) peu explorés jusqu'à présent dans la littérature. Ces présentations appellent à poursuivre de telles recherches sur des sujets peu abordés, qui sont nombreux si l'on pense aux contenus mathématiques de fin de Licence ou au-delà. En lien avec le thème précédent, les études documentent souvent le cas des filières de mathématiques (Artigue, 2016), de sorte que l'ouverture au contexte d'autres programmes de formation permet d'envisager de nombreux développements.

Enfin, les recherches sur les enseignants, leurs pratiques, leur identité professionnelle et les contraintes auxquelles ils sont soumis, sont encore relativement rares au niveau postsecondaire. Les quatre articles discutés cette année dans ce thème abordent des sujets peu présents dans la littérature, mais qui ont un impact très important sur l'enseignement. Ce thème, nouveau cette année, mérite certainement plus de recherches dans les conférences à venir.

Nous espérons que les prochains colloques EMF nous permettront d'aborder certaines de ces questions, tout en approfondissant les sujets abordés dans cette conférence.

RÉFÉRENCES

- Artigue, M. (2016). Mathematics education research at university level: achievements and challenges. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics: INDRUM 2016* (pp. 11-27). Montpellier, France: University of Montpellier and INDRUM.
- Brousseau, G. (1998) *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- González-Martín, A. S., Bridoux, S., Ghedamsi, I., & Grenier-Boley, N. (2015). Enseignement des mathématiques aux niveaux post-secondaire et supérieur - Compte-rendu du Groupe de Travail n°7. In L. Theis (Ed.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage – Actes du colloque EMF2015 – GT7* (pp. 640-649). Alger, Algérie: Université d'Alger.
- Robert, A., & Vandebrouck, F. (2014). Proximités-en-acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves: analyses de séances sur des tâches complexes. *Cahier du laboratoire de didactique André Revuz*, 10, Université Paris Diderot.

Rogalski M. (1991). Un enseignement de l'algèbre linéaire en DEUG A première année, *Cahier de DIDIREM* (Université Paris 7). Repéré le 5 avril 2019 de : <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/publications/IPS97074.pdf>

ANNEXE

LISTE DES TEXTES DU GT5 PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE DU PREMIER AUTEUR.

BLOCH, I.

L'adaptation des signes et techniques dans la transition secondaire/supérieur. La modélisation est-elle une aide ? Analyse des difficultés des étudiants

BRIDOUX, S.

Classe inversée pour introduire les suites numériques : une expérience en première année universitaire

BRIDOUX, S., DE VLEESCHOUWER, M., GRENIER-BOLEY, N., KHANFOUR-ARMALÉ, R., LEBRUN, N., MESNIL, Z., & NIHOUL, C.

L'identité professionnelle des enseignants-chercheurs en mathématiques, chimie et physique

GONZÁLEZ-MARTÍN, A. S.

Les cours préparatoires de Calcul à l'université, au Québec : the same, but different ?

HAUSBERGER, T. & ROY, A.

L'interdisciplinarité mathématiques-philosophie : un levier pour la formation des enseignants

HOPPENOT, P.

L'outil mathématique à l'université – Qu'en disent des étudiants de première année universitaire ?

KHALOUFI-MOUHA, F.

Rôle des médiateurs visuels et du vocabulaire utilisé dans l'établissement d'une communication efficace lors de la résolution d'un problème de mathématique appliquée

LECORRE, T. & GHEDAMSI, I.

Rationalités et infini dans le calcul de grandeurs finies

NIHOUL, C.

Les équations de droites dans l'espace : une étude des proximités discursives dans les manuels de l'enseignement secondaire belge

QUÉRÉ, P.-V.

À la frontière des institutions : quelles mathématiques par et pour les ingénieurs ?

AFFICHES

AKROUTI, I.

Les difficultés liées à l'apprentissage de l'intégrale définie à l'entrée en classe préparatoire

BELHAJ AMOR, F.

Le processus de transposition didactique de l'objet développement limité

CANDY, J.

Une étude praxéologique montrant les choix de transposition d'un enseignant d'algèbre abstraite