

POTENTIALITES DE L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES

LEMES* Ana Jimena

Résumé – Pour mieux comprendre le potentiel de l’histoire des mathématiques, dans la formation des enseignants de mathématiques, on présente un sous-domaine du *pedagogical content knowledge* de Shulman (1987), défini par Ball et Bass (2009) comme *horizon content knowledge*, pour essayer d’établir une connexion entre un tel sous-domaine, l’histoire des mathématiques, et les compétences professionnelles nécessaires pour les tâches d’enseignement.

Mots-clés : Didactique des mathématiques, Histoire des mathématiques, Formation des enseignants, Connaissance de l’horizon de la matière, Connaissance pédagogique de la matière.

Abstract – This article presents the advances of a PhD research. In this, a greater understanding of the potential of the History of Mathematics for teacher training is sought. The objective is to try to establish a connection between one of the subdomains of pedagogical content knowledge of Shulman (1987), defined by Ball (2009) as horizon content knowledge, history of mathematics and the professional competences for the task of teaching.

Keywords: Mathematics education, History of mathematics, Teachers training, Horizon content knowledge, Pedagogical content knowledge.

I. INTRODUCTION

L’objectif principal de cette recherche est de regarder comment un cours d’histoire des mathématiques peut influencer les conceptions que les futurs enseignants de mathématiques ont de cette discipline. L’histoire des mathématiques permet, entre autres, de contextualiser et problématiser des concepts, de stimuler la lecture et d’humaniser les mathématiques. D’après Barbin et Tzanakis (2014, p. 255), ces trente dernières années ont vu l’intégration de l’histoire des mathématiques dans l’enseignement. Dans cette période, cette intégration est devenue un domaine intensément étudié, inspirant d’une part des nouvelles pratiques didactiques et activités de recherches spécifiques, et de l’autre, critiques autour du manque d’évidences empiriques par rapport à l’efficacité et à l’apport de l’histoire des mathématiques à l’apprentissage. Guillemette (2011, p. 9-10) présente plusieurs arguments qui critiquent cette intégration, parmi lesquels : plusieurs auteurs ne semblent pas accorder une réelle importance à l’introduction de l’histoire des mathématiques en classe ; certains y voient de nombreuses possibilités, mais redoutent les difficultés liées à son utilisation ; et notamment, le manque de résultats empiriques montrant un meilleur apprentissage chez les étudiants. Malgré ces arguments, on sait que l’intérêt pour l’histoire des mathématiques remonte à la seconde moitié de XIXe siècle :

Des mathématiciens comme F. Klein et A. De Morgan et des historiens comme P. Tannery et G. Loria ont montré un intérêt actif pour le rôle de l’histoire des mathématiques dans l’éducation. [...] Au début du XXe siècle, cet intérêt a été relancé à la suite du discours et des débats sur les fondements des mathématiques. Poincaré a critiqué l’approche axiomatique de Hilbert et a déclaré que l’histoire de la science devrait être le “principal guide pour l’éducateur”. (Barbin et Tzanakis, 2014, p. 255, notre traduction)

* Université de Lille – France – jimena.lemes@gmail.com

Dans les années 1960 et 1970, l'intérêt pour l'histoire et l'épistémologie des mathématiques est devenu plus fort en réponse à la « réforme des maths modernes ». Ceux qui soutenaient la réforme s'opposaient fortement à « une conception historique de l'éducation », alors que, pour ses critiques, l'histoire est apparue comme une « thérapie contre le dogmatisme », concevant les mathématiques non seulement comme une langue mais aussi comme une activité humaine. Depuis 1968, différents groupes de travail ont été formés autour de l'histoire des mathématiques dans l'éducation. Parmi eux, le groupe *History and Pedagogy of Mathematics* joue un rôle d'orientation dans le domaine. Au milieu des années 1980, les Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – IREM, ont commencé à organiser, tous les deux ans, une université d'été sur l'histoire et l'épistémologie dans l'enseignement des mathématiques. Depuis 1993, cette école d'été s'est étendue à l'échelle européenne et constitue maintenant l'European Summer University. Elle est devenue une activité internationale qui enrichit le groupe *History and Pedagogy of Mathematics*.

À partir de l'étude ICMI *History in Mathematics Education* (Fauvel et van Maanen, 2000), une communauté de chercheurs avec ces problématiques se consolide et devient une référence internationale. Des efforts sont faits pour systématiser les recherches autour des cours de mathématiques dans lesquels l'histoire des mathématiques est utilisée comme la principale ressource didactique (Clark (2006) ; Arcavi et Isoda (2007) ; Jankvist (2009) ; Barbin *et al* (2010) ; Smestad (2012) ; Matthews (2014) ; Barnett, Lodder et Pengelley (2015); Smestad (2017)).

En parallèle, il est possible d'identifier certains travaux (Lederman, Abd-El-Khalick, Bell et Schwartz (2002) ; Fried, Guillemette et Jahnke (2016) ; Jankvist, Mosvold et Clark (2016) ; Chorlay (2016)) qui cherchent à définir des cadres conceptuels et théoriques pour soutenir l'intégration de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement. Dans le cas de Lederman *et al.* (2002) ils ont les mêmes préoccupations au sujet des efforts déployés pour aider les élèves et les enseignants en sciences à se faire une idée éclairée de la nature des sciences. Ce travail est développé dans le cadre NOS (*Nature of Science*).

Parmi les recherches mentionnées ci-dessus, nous n'avons trouvé qu'une faible quantité de travaux sur l'inclusion de l'histoire des mathématiques comme ressource didactique dans la formation des enseignants. Chez Guacaneme, dans le contexte latino-américain:

[...] une autre question fait allusion en partie au besoin de matériaux plus nombreux et de meilleure qualité pour la formation en Histoire [...] ceci non seulement révèle le manque de matériel, mais suggère aussi que les existants peuvent ne pas être adéquats pour la formation des connaissances historiques requises par les enseignants de mathématiques liées à leur pratique d'enseignement. (Guacaneme, 2010, p. 144, notre traduction)

Pour Beltran, Saito et Trindade dans le contexte brésilien :

Au cours des dernières décennies, l'inclusion des sujets d'histoire des sciences a augmenté dans les cours de formation initiale et continue des enseignants, ainsi que dans les baccalauréats en sciences naturelles et exactes. Cependant, il n'y a toujours pas de matériel spécialisé orienté pour enseigner l'histoire des sciences dans l'enseignement supérieur. (Beltran, Saito, Trindade, 2014, p. 9, notre traduction)

En effet, la plupart des travaux se concentrent sur l'enseignement secondaire. Ce constat constitue une des raisons principales pour laquelle nous avons choisi de conduire notre recherche dans le contexte spécifique de la formation des enseignants. De ce fait, il nous est nécessaire d'identifier et d'étudier les compétences professionnelles essentielles à l'exercice du métier, afin de mieux comprendre le potentiel de l'histoire dans la formation d'un enseignant des mathématiques. Dans ce contexte, nous présentons le cadre théorique défini par Ball et Bass (2009) comme *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT, qui s'inspire de la notion *pedagogical content knowledge* – PCK de Shulman (1987).

II. CADRE THEORIQUE

Chez Shulman (1987), le PCK¹ est une notion dans laquelle sont classés les différents types de connaissances qu'un enseignant doit maîtriser. Shulman postule que, bien qu'il soit impératif de connaître le contenu spécifique du sujet destiné à être enseigné, il ne suffit pas pour garantir un processus significatif d'enseignement et d'apprentissage. Il propose de regrouper les savoirs des enseignants relatifs aux contenus d'enseignement selon trois catégories : 1) la connaissance des contenus ; 2) la connaissance pédagogique de la matière (PCK), et ; 3) la connaissance des programmes d'enseignement. L'auteur relève qu'il est nécessaire pour l'enseignant de comprendre la structure du sujet enseigné et les principes de l'organisation conceptuelle. Cette compréhension approfondie du sujet qu'il enseigne doit être soutenue par une formation humaniste :

L'enseignant communique aussi, consciemment ou pas, des idées sur la façon dont la vérité est déterminée dans un domaine, ainsi qu'un ensemble d'attitudes et de valeurs qui influencent dans la compréhension de l'étudiant sur les structures du sujet [...]. (Shulman, 1987, p. 9, notre traduction).

On retrouve cette même idée en Olave (2013) d'après Lezama et Mingüer, en établissant un lien entre le discours mathématique scolaire d'un enseignant et sa culture mathématique :

[...] quand un professeur de mathématiques expose son cours, il le fait à travers sa culture mathématique, qui se manifeste dans la manière de concevoir les mathématiques, leur enseignement et leur apprentissage, ainsi qu'à travers leur mise en scène dans la classe. (Lezama et Mingüer *apud* Olave, 2013, p. 47, notre traduction)

Ce lien nous permet de connaître la culture mathématique d'un enseignant. Ainsi, si par culture mathématique, nous comprenons l'ensemble des idées à l'égard des mathématiques, nous serions en mesure d'approcher cette culture à partir du discours mathématique scolaire et aussi dans le sens inverse. Il serait également possible de détecter d'éventuelles modifications.

À partir de ces catégories, Ball, Thames et Phelps (2008) élaborent le modèle du MKT :

¹ Un équivalent en français de l'expression « *pedagogical content knowledge* » de Shulman, pourrait être « connaissances pédagogiques » (Clivaz, 2011, p. 28).

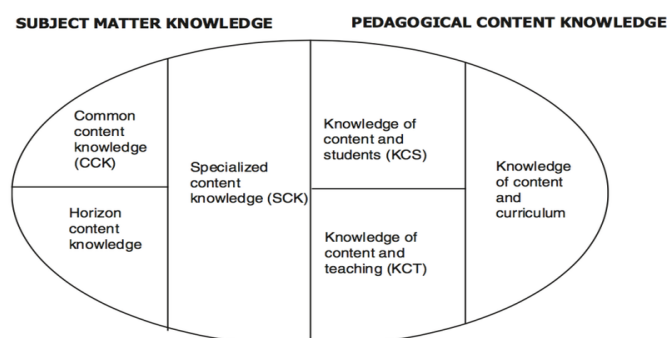


Figure 1 – Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? Ball, Thames et Phelps (2008, p. 403)

Ainsi, les sous-domaines suivants sont décrits : *common content knowledge*, *specialized content knowledge*, *horizon content knowledge*, *knowledge of content and students*, *knowledge of content and teaching* et *knowledge of content and curriculum*; les trois premiers dans le SMK et les trois autres dans le PCK.

En particulier, nous nous pencherons sur le sous-domaine HCK :

[...] nous savons depuis le début qu'il existe une sorte de connaissance du contenu qui n'est ni commune ni spécialisée. Elle n'est pas directement déployée dans l'enseignement actuel, mais elle soutient un type de conscience, de sensibilité, de disposition qui informe, oriente et encadre culturellement la pratique pédagogique. Nous considérons cela comme une espèce de vision périphérique ou de conscience de l'horizon mathématique. (Ball et Bass, 2009, p. 5, notre traduction)

Cette « vision périphérique » mathématique ou « conscience du paysage mathématique » dans laquelle se situent l'expérience et l'enseignement, peut guider l'enseignant à écouter, parler et prendre des décisions par rapport aux concepts mathématiques qui seront proposés dans l'avenir. D'autre part, Jakobsen *et al* (2013) soutiennent de la même manière l'idée que le HCK contribue à l'enseignement du contenu de l'école :

Connaître les mathématiques à l'horizon permet à l'enseignant de prendre conscience des potentialités des situations et suggère des possibilités de traitement du contenu mathématique enseigné à un niveau donné. Pour ce faire, un enseignant n'a pas besoin de tout savoir sur la preuve par contradiction, mais il doit avoir une idée de ce qu'il est et de son potentiel. Cela permettrait aux étudiants (au moins en théorie) de mieux comprendre et trouver le sens d'autres sujets, directement ou indirectement liés. (Jakobsen *et al*, 2013, p. 8, notre traduction)

Cela donne aux enseignants une sensibilité particulière à la façon dont ce contenu se trouve dans le territoire disciplinaire plus large. Dans ce sens, nous proposons d'établir une connexion entre les notions de culture mathématique et HCK. En établissant cette relation, il est possible de faire l'hypothèse que l'histoire des mathématiques influence le sous-domaine HCK, et que cela peut trouver son expression dans la culture mathématique de l'enseignant de mathématiques.

III. PREMIERES QUESTIONS ET OBJECTIFS

Le travail a commencé par l'élaboration des quelques questions à partir de l'idée de conception qu'utilise Garnica (2008). Cet auteur considère les conceptions comme des habitudes mentales stables qui fonctionnent jusqu'au moment où se présente un certain désaccord qu'il faudra alors modifier. Dans ce sens, il dit: « Les conceptions peuvent

agir, d'une part, comme un filtre qui structure le sens que nous donnons aux choses et, d'autre part, comme des bloqueurs par rapport aux nouvelles réalités, limitant nos possibilités d'agir et de comprendre » (2008, p. 508, notre traduction). Dans ce qui suit, nous présentons quelques questions qui guident notre recherche : Comment les conceptions se développent-elles ? Quels sont les leviers susceptibles de les faire évoluer ? L'histoire des mathématiques, en tant que discipline, influence-t-elle les conceptions des futurs enseignants sur les mathématiques ? Ces conceptions, influencent-elles les compétences professionnelles d'un enseignant ? Parmi les différentes compétences professionnelles, quelles sont celles sur lesquelles un cours d'histoire des mathématiques peut avoir une influence dans le cadre de la formation d'un enseignant de mathématiques ?

1. *La recherche a pour objectifs principaux :*

- Effectuer une analyse des conceptions des futurs enseignants de mathématiques, sur les mathématiques *a priori* et *a posteriori* d'un cours d'histoire des mathématiques ;
- Identifier l'influence de ce cours sur les conceptions des futurs enseignants ;
- Étudier les liens entre les conceptions par rapport aux mathématiques et les conceptions de son enseignement, en lien avec le développement des compétences professionnelles.

2. *En tant qu'objectifs secondaires :*

- Élaborer une notion de culture mathématique ;
- Rapprocher la notion de culture mathématique avec la notion de HCK.

IV. METHODOLOGIE

Notre intérêt est d'accéder aux expériences par rapport à l'histoire des mathématiques, de trois communautés différentes mais impliquées : 1) futurs enseignants des mathématiques (étudiants du cours d'histoire des mathématiques) ; 2) enseignants² avec l'expérience d'utilisation de l'histoire des mathématiques, et ; 3) experts (chercheurs qui se sont spécialisés dans la recherche et enseignement de l'histoire des sciences, histoire des mathématiques, épistémologie, etc.). La méthodologie est qualitative.

La collecte des données par rapport à la communauté des experts et des enseignants, repose sur un entretien individuel d'environ quarante minutes. L'intérêt de cela est de connaître les premiers repères de l'histoire des mathématiques, leur perspective d'enseignement après l'intégration de l'histoire autant que les potentialités et difficultés de son utilisation.

² Enseignants du groupe EMTA – « Enseignement des mathématiques par les textes anciens », de l'Irem de Lille.

En ce qui concerne la communauté des futurs enseignants, la collecte des données a été proposée à partir d'un questionnaire (*à priori* et *à posteriori* du cours d'histoire des mathématiques) ; des entretiens individuels d'environ trente minutes et ; des analyses sur leurs mémoires (dossier requis dans le cadre de l'évaluation finale du cours).

Le questionnaire a été développé sur la base des questions présentées dans la section précédente. Les deux objectifs principaux sont : récupérer des informations pour élaborer un profil des étudiants ; et récolter les informations de ceux qui pourraient être intéressés à collaborer à travers un entretien qui aurait lieu à la fin du semestre. Une méthodologie quantitative sera utilisée pour l'élaboration de ces profils.

Les étudiants choisis réalisent actuellement le cours d'histoire des mathématiques (Octobre 2017, Avril 2018). Ce cours est enseigné par la professeure Rossana Tazzioli et se déroule dans le master « Métier de l'Enseignement de l'Éducation et de la Formation » – MEEF, et le Diplôme Universitaire – DU tous les deux à l'Université Lille.

En raison de la différence d'expériences des trois communautés, nous pouvons faire l'hypothèse qu'ils présenteront différents niveaux de ce que nous avons appelé la culture mathématique. Dans ce cas, il existe la possibilité de questionner et de comparer ces niveaux en cherchant le lien avec le HCK. Les entretiens sont proposés de façon individuelle et à partir de questions ouvertes. Tous les entretiens seront enregistrés et puis quelques extraits seront transcrits. À partir des transcriptions, l'analyse des entretiens sera faite en prenant en compte l'analyse du contenu. Chez Vilatte cette analyse « consiste à établir un code d'analyse en fonction duquel on décompose le corpus en unités de signification, puis à constituer des catégories sémantiques (2007, 33) ».

Pour faire les analyses il faut identifier ce qui relève effectivement les informations qui nous intéressent, mais notamment ça dépend du cadre théorique à partir duquel on travaille :

Une analyse de contenu dépend du cadre conceptuel dans lequel elle se situe et de l'objectif de l'étude ou de l'évaluation. La méthode d'analyse de contenu la plus simple consiste en un simple codage des unités lexicales. L'analyse thématique code des ensembles signifiants par thème. Le codage peut être effectué selon une syntaxe définie par le domaine d'étude, c'est-à-dire selon des règles de combinaisons des unités de signification. (Vilatte, 2007, 33)

V. RESULTATS

Nous présentons ici quelques arguments, identifiés dans l'un des entretiens réalisés avec un membre de la communauté des « experts ». Nous exposons ces extraits dans lesquels nous identifions la controverse potentielle d'un croisement avec les deux autres communautés.

Le cours d'hm que je donnais [...] c'était une manière de leur faire penser les mathématiques. En particulier que les mathématiques c'est quelque chose que se pense. Et je n'avais pas pour but de leur proposer de faire des expériences en classe, pas du tout. (E1, 12:18)³

Quand on fait soi même des mathématiques on a une expérience mathématiques qui n'est pas seulement en tant qu'élève, en tant qu'étudiant, mais en tant que être connaissant, agissant. [...] Et

³ Ce codage désigne le numéro d'interviewé et le minutage du début de la citation.

pour moi l'histoire des mathématiques, d'une certaine façon, fait le remplacement. Cet à dire que cela peut permettre justement d'entrer dans les mathématiques en tant qu'activité, en tant qu'action, en tant que cognition. (E1, 14:26)

[...] on était des bons élèves en mathématiques, mais ce n'est pas suffisant pour enseigner. Pour enseigner il faut beaucoup plus que ça. Il faut pouvoir effectivement avoir une idée de comment les mathématiques sont pensées, comme ça se développent. Donc moi j'ai fait toujours de cours d'histoire des mathématiques dans ce but. (E1, 15:35)

Un prof qui m'a dit "Ah, depuis que j'ai lu Descartes, mes élèves trouvent que je suis meilleur". Voilà, ça c'est une réaction intéressante, parce qu'il s'était passé quelque chose chez lui, et les élèves l'avaient senti. [...] C'est ça que c'est important, c'est ce choc, qui s'exprime comme si ou comme ça, mais qui fait qu'on repense les mathématiques non plus de manière scolaire, mais comme étant quelque chose que se construit, que se pense. Et l'on va voir les élèves aussi comme des êtres pensants. (E1, 17:50)

Évidemment les enseignants me disaient "Tiens, ce texte là, j'ai trouvé qu'il était vraiment très intéressant et je l'ai travaillé avec mes élèves". Mais moi, j'ai jamais voulu le faire, c'était pas mon idée, c'était pas mon objectif. De donner des textes et de dire "on a fait ça, j'ai fait ça en classe" c'est beaucoup plus compliqué et ce n'est que dans un deuxième temps qu'on peut faire ça. Il faut que déjà les gens connaissent suffisamment l'histoire des mathématiques pour qu'ils se lancent à mettre l'histoire des mathématiques dans leur classe. (E1, 18:56)

REFERENCES

- Arcavi A., Isoda M. (2007) Learning to listen: From historical sources to classroom practice. *Educational Studies in Mathematics* 66.2, 111-129.
- Ball D., Thames M., & Phelps G. (2008) Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59. 5, 389-407.
- Ball D., Bass H. (2009) With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners' mathematical futures. *Universitätsbibliothek Dortmund*.
- Barbin E., Tzanakis C. (2014) History of mathematics and education. In *Encyclopedia of mathematics education. Springer Netherlands*. pp. 255-260.
- Barnett, J. H., Lodder, J., & Pengelley, D. (2016). Teaching and learning mathematics from primary historical sources. *PRIMUS*, 26(1), 1-18.
- Beltran M., Saito F., & Trindade L. (2014) *História da Ciência para formação de professoras*. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Chorlay, R. (2016). Historical sources in the classroom and their educational effects. In L. Radford, F. Furighetti, & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (pp. 5-23). Montpellier, France: IREM de Montpellier.
- Clark K. (2006) *Investigating Teachers' Experiences with the History of Logarithms: A Collection of Five Case Studies*. Doctoral Thesis. University of Maryland, College Park.
- Fauvel J., Van Maanen J. (ed.) (2006) *History in mathematics education: The ICMI study*. Springer Science & Business Media.

- Fried M., Guillemette D., & Jahnke H. (2016) Theoretical and/or conceptual frameworks for integrating history in mathematics education. In L. Radford, F. Furighetti, & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (pp. 211-230). Montpellier, France: IREM de Montpellier.
- Garnica A. (2008) Um ensaio sobre as concepções de professores de matemática. *Educação e Pesquisa*, SciELO Brasil, 34.3, 495-510.
- Guacaneme E. (2010) ¿Qué tipo de Historia de las Matemáticas debe ser apropiada por un profesor. *Revista Virtual EDUCyT*, vol. 2.2.
- Guillemette D. (2011) L'histoire dans l'enseignement des mathématiques: sur la méthodologie de recherche. *Petit x* 86, 5-26.
- Jakobsen A., Thames M., & Ribeiro C. (2013) Delineating issues related to horizon content knowledge for mathematics teaching. In B. Ubuz, Ç. Haser & M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of CERME 8* (pp. 3125-3124). Antalia, Turkiye: ERME. ISBN: 978-975-429-315-9
- Jankvist U. (2009) *Using history as a 'goal' in mathematics education*. (Doctoral dissertation). Roskilde Universitet.
- Jankvist U., Mosvold R. & Clark K. (2016) Mathematical knowledge for teaching teachers: The case of history in mathematics education. In L. Radford, F. Furighetti, & T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the 2016 ICME Satellite Meeting of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics* (pp. 441-452). Montpellier, France: IREM de Montpellier.
- Lederman, N. G., Abd-El-Khalick, F., Bell, R. L., & Schwartz, R. S. (2002). Views of nature of science questionnaire: Toward valid and meaningful assessment of learners' conceptions of nature of science. *Journal of research in science teaching*, 39(6), 497-521.
- Matthews M. (ed.). (2014) International handbook of research in history, philosophy and science teaching. *Dordrecht: Springer*.
- Olave M. (2013) *Modelos de profesores formadores de Profesores de Matemática: cuáles son y en qué medida se transmiten a los futuros docentes? Un estudio de casos*. (Doctoral dissertation) — Centro de Investigación en ciencia aplicada y tecnología avanzada. Unidad Legaria. Instituto Politécnico Nacional. México.
- Shulman L. (1987) Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*. 57.1, 1-23.
- Smestad B. (2012) Not just “telling stories”. History of mathematics for teacher students: What is it and how to teach it. In B. Barton, G. Burrill, B. Hodgson, G. Kaiser, O. Nam Kwon, H. Lew (Eds.) *12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 4247-4255). Seoul, Korea: Sung Je Cho.
- Vilatte J. (2007) L'entretien comme outil d'évaluation. *Laboratoire Culture & communication* Université d'Avignon. <http://www.mediationculturelle.net/wp-content/uploads/jcvilatte-lentretien.pdf>