

BILAN DU GROUPE DE TRAVAIL N°2

LES DIFFERENTES PENSEES MATHEMATIQUES

Responsables

JEANNOTTE^{*} Doris–DEMONTY^{**} Isabelle–OURAHAY^{***}, Mustapha

Correspondant-e CS

SABY^{****} Nicolas

I. INTRODUCTION

Ce groupe de travail fait suite aux Groupes de travail no 3 « Les différentes pensées mathématiques et leur développement dans le curriculum » des colloque EMF 2015 et 2012 ainsi qu’au groupe de travail no 10 « La pensée mathématique, son développement et son enseignement » du colloque EMF 2009. Il s’inscrit donc dans la continuité de ces groupes en abordant le concept de pensée mathématique selon trois aspects principaux.

Premièrement, les questions épistémologiques et historiques en lien avec différents modes de pensées mathématiques visaient à mettre en lumière certaines convergences et divergences entre différents champs des mathématiques d’une part, mais aussi de la didactique d’autre part, pour mieux comprendre ce qu’est la pensée mathématique.

Deuxièmement, l’étude des approches pédagogiques et de l’activité des élèves visait à mieux comprendre comment se déploie et se développe la pensée mathématique tout en favorisant une meilleure compréhension de ce qu’on entend par pensée mathématique.

Troisièmement, l’étude de la prise en compte de différentes pensées mathématiques dans les différents curriculums concernait la prise en compte ou non des différentes pensées mathématiques dans les curriculums des pays de l’espace mathématique francophone. Par exemple, leur place dans les programmes, les manuels, les ressources pour les enseignants et dans les pratiques effectives des enseignants en regard des apprentissages des élèves peut être éclairée par la recherche.

Dix-sept personnes ont participé aux activités du GT3 dont quatre canadiens, une belge, huit français, trois marocains et une ukrainienne. En tout, sept textes ont donné lieu à des présentations. Ces textes concernaient différents ordres d’enseignements du primaire jusqu’au Lycée et la formation des maîtres. Quoique les textes puissent s’inscrire dans plus d’un aspect, deux textes portaient plus spécifiquement dans le premier, trois dans le second et deux dans le dernier.

Dans ce rapport, vous trouverez un résumé de chacun des textes présentés écrits à la lumière des échanges lors du travail du groupe. Nous proposons ensuite une synthèse de nos discussions ainsi que des pistes pour les congrès EMF à venir.

^{*} UQAM – Canada – doris.jeannotte@uqam.ca

^{**} Université de Liège – Belgique – isabelle.demonty@ulg.ac.be

^{***} Université de – Maroc - mu.ourahay@uca.ac.ma

^{****} Université Montpellier – France - nicolas.saby@umontpellier.fr

II. RESUMES DES CONTRIBUTIONS

Miranda Rioux s'est intéressée au concept de pensée intuitive tel que développé dans la théorie des 'Dual-Process' (Evans & Frankish, 2009) pour comprendre l'activité mathématique des élèves et éclairer le statut des erreurs intuitives dans cette activité. Cette théorie postule qu'il existerait deux modes de pensée, un rapide et intuitif, l'autre lent et délibératif. Les erreurs rencontrées par les élèves sont alors vue comme la réponse à une question complexe à l'aide de la pensée intuitive par la substitution de la question par une question plus simple. Deux interventions sont proposées pour aider les élèves à activité leur pensée 'analytique'.

Pascale Boulais, Robert Brouzet, Vivianne Durand-Guerrier, Maha Majaj, David Marino, Françoise Monnoyeur et Martine Vergnac ont présenté une étude philosophique, épistémologique et didactiques des différences et relations entre l'infini potentiel et actuel. L'étude historique du concept d'infini a permis de mettre de l'avant l'émergence, le rejet et le retour du concept d'infini actuel. Ce retour a nécessité le développement d'une nouvelle façon d'envisager l'infini mathématique. Trois situations permettant de favoriser la compréhension de ces deux infinis ont été développées et testées en classe.

Patrick Gibel a présenté une analyse d'une situation d'enseignement-apprentissage visant à sensibiliser les élèves de première S au concept de limite d'une suite. Cette analyse a été conduite à partir d'un modèle de raisonnement qui s'appuie sur la TSD et la sémiotique de Pierce et qui permet d'analyser les raisonnements des élèves et des enseignants autant en situation de formulation, d'action que de validation. L'analyse à priori et à postériori a permis de mettre en lumière la richesse de la situation en termes d'apprentissage du concept de limite d'une suite.

Doris Jeannotte et Claudia Corriveau ont présenté une étude des raisonnements mathématiques déployés des élèves de première année du primaire lors de la réalisation d'une activité nécessitant l'utilisation du matériel de manipulation. Le but était de mieux comprendre l'articulation entre les pratiques d'utilisation du matériel et les raisonnements mathématiques actualisés par les élèves. À partir d'un modèle de raisonnement mathématique qui se fonde sur la commognition (Jeannotte, 2015), l'analyse a permis de montrer comment les raisonnements des élèves se développe à partir des différentes actions posées sur le matériel ainsi que du travail d'équipes.

Isabelle Demonty s'est intéressé aux liens entre les démarches des élèves et les connaissances des enseignants pour le développement de la pensée algébrique entre 10 et 14 ans. L'étude de ses liens a permis de développer un modèle pour éclairer le problème de la transition primaire/secondaire pour le développement de la pensée algébrique. Radford (2014) caractérise la pensée algébrique selon trois aspects : l'indétermination, la dénotation et l'analyticité. Des aménagements du curriculum en termes de dénotation et de l'étude des opérations et du signe égal sont alors proposés afin de favoriser le passage à l'apprentissage de l'algèbre au secondaire.

Alain Bronner et Mirène Larguier on présenté une méthodologie d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique et sa mise en application pour l'analyse des curriculums français. Cette méthodologie s'appuie sur les outils de la TAD et permet de mettre au jour différentes niches potentiellement riches pour favoriser le développement de la pensée algébrique ainsi que l'introduction à l'algèbre. Cette méthodologie se fait en trois phases : 0) développer un modèle épistémologique de références (MER); 1) repérer les instances et textes officiels, délimiter le moment, la durée et l'étendue de l'entrée dans l'algèbre dans le cursus scolaire ; 2) analyser les éléments relatifs à l'organisation

mathématique et didactique. Le MER développé s'articule autour de trois grandes catégories d'activités : 1) l'étude des structures numériques ; 2) modélisation de situations intra ou extra-mathématiques par des équations ; 3) modélisation de situations intra ou extra-mathématiques par des fonctions.

Virginie Robert et Hassane Squalli ont présenté les résultats d'une analyse praxéologique de manuel quant au potentiel de développement de la pensée fonctionnelle dans les manuels scolaires québécois du 3^e cycle du primaire. Cette analyse s'appuie sur un modèle de la pensée fonctionnelle développé par Robert (2018) dans son mémoire de maîtrise. Ce modèle se divise en trois catégories d'activités : 1) de modélisation fonctionnelle; 2) de généralisation fonctionnelle; 3) d'étude d'une relation fonctionnelle. L'analyse du manuel a permis de mettre au jour un potentiel de développement de la pensée fonctionnelle dès le primaire dans le cursus québécois.

III. SYNTHÈSE

1. Bilan

Le bilan se centrera autour des trois questions suivantes :

1. La pensée, la pensée mathématique ou les pensées mathématiques : Comment différents courants (approches socio-culturelles, psychologie cognitive, TAD, TSD, etc.) permettent-ils d'éclairer notre compréhension de ces trois concepts ?
2. En quoi la conceptualisation de « nouveaux » objets mathématiques modifie, développe ce qu'on entend par pensée(s) mathématique(s), que ce soit culturellement, historiquement, ou encore, en classe de mathématiques.
3. Quels liens entretiennent, les curriculums, les pratiques de classe (activités des élèves et des enseignants) et les pensées mathématiques ?

Premièrement, dans le groupe, plusieurs théories ont été convoquées pour appréhender la (les) pensée mathématique. Le modèle de raisonnement développé par Gibel (année) et utilisé pour analyser une situation d'apprentissage s'appuie sur la TSD et la sémiotique de Pierce. Le modèle de raisonnement mathématique développé par Jeannotte (2015) se fonde plutôt sur la commognition, approche socioculturelle. La TAD est convoqué pour l'étude des curriculums et des manuels et caractérise les pensées en termes de type de tâches. La théorie cognitive des 'dual process' a été amené par Miranda Rioux pour apporter un éclairage différent sur l'erreur en mathématique. Le croisement des différentes approches théoriques lesquels l'étude de la pensée mathématique ou des pensées mathématiques est approché favorise l'enrichissement de notre compréhension de ce qu'est la pensée. Toutefois, il est alors important d'explicitier les fondements sur lesquels se basent les différentes théories afin de pouvoir bien comprendre les nuances apportées par chacune d'entre elles et favoriser la communication entre chercheurs.

Deuxièmement, l'étude des différentes pensées permet de mettre de l'avant les invariants et différences, ce qui de nouveau, tend à clarifier ce qu'est (sont) la (les) pensée(s) mathématique(s). C'est aussi par l'analyse des curriculums à la lumière de différents types de pensée mathématiques que cette clarification se fait. La relation inverse est aussi à réfléchir, en quoi les différentes pensées contribuent à la conceptualisation des objets mathématiques.

Troisièmement, l'étude des curriculums tout comme des manuels et documents officiels montre la potentialité que les objets déjà présents dans les programmes présentent en termes des différentes pensées mathématiques, qui elles, sont rarement explicité. Toutefois, le

développement de ces pensées n'est pas le fruit uniquement des objets mathématiques en jeu. Les différentes pensées sont sous-tendues par différentes manières de faire, tendance de l'esprit. En particulier, la créativité et la flexibilité semblent faire consensus quant à leur nécessité pour favoriser le développement des pensées mathématiques. De même, l'exploitation de ces potentialités pose la question de la formation des maîtres. En effet, comme le mentionne Mason(2018), le rôle de l'enseignant est très important dans l'actualisation de ces potentialités.

Plusieurs autres questions ont aussi été soulevées. Par exemple, le développement du contrôle mathématique au sens de Saboya (2010) est un élément à développer chez les élèves. Or, comment développer ce contrôle de sa propre activité mathématique, ce que certains associent à l'autonomie de l'élève face à son apprentissage ? Ensuite, comme certains modes de pensée deviennent invalides, ou à tout le moins obsolètes, lorsqu'on change de paradigme, comment penser les transitions scolaires ?

2. Recommandation

À la suite de cette semaine de travail, les participants ont unanimement souhaité le maintien du groupe. La sollicitation de propositions qui traitent de différents modes de pensées en liens avec différents domaines et concepts, tel algorithmiques, statistiques, probabilistes, créatrice (en particulier mais pas seulement) favorisera la conceptualisation de ce que sont les pensées mathématiques. Le travail épistémologique du groupe devrait encore constituer le cœur des discussions étant donné la nature même de la pensée. La question des curriculums à travers l'Espace Mathématique Francophone reste encore à explorer tout comme l'activité des élèves et des pratiques enseignantes pour éclairer et faire évoluer notre compréhension de ce qu'est la pensée mathématique au travers cette diversité.

REFERENCES

- Evans, J. S. B., & Frankish, K. E. (2009). *In two minds: Dual processes and beyond*. New-York: Oxford University Press.
- Jeannotte, D. (2015). Raisonnement mathématique : proposition d'un modèle conceptuel pour l'enseignement et l'apprentissage au primaire et au secondaire. (Thèse non publiée). UQAM.
- Mason, J. (2018). How Early Is Too Early for Thinking Algebraically? Dans C. Kieran (dir.) *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds: The Global Evolution of an Emerging Field*, Chapitre 14, Suisse: Springer International Publishing, p. 329-350.
- Robert, V. (2018). Le développement de la pensée fonctionnelle dans les manuels scolaires du 3e cycle du primaire québécois : une analyse praxéologique. (Mémoire non publiée). Université de Sherbrooke.

ANNEXE

LISTE DES TEXTES DU GT2 PAR ORDRE ALPHABETIQUE DU PREMIER AUTEUR

BOULAIS, P., BROUZET, R., DURAND-GUERRIER, V., MAJAJ, M. MARINO D., MONNOYEUR, F. & VERGNAC M.

Enseignement et apprentissage de l'infini aspects philosophiques, épistémologiques et didactiques

DEMONTY, ISABELLE

Entre démarches des élèves et connaissances des enseignants : quelle progression de la pensée algébrique entre 10 et 14 ans ?

GIBEL, PATRICK

Analyse d'une situation d'enseignement-apprentissage visant à sensibiliser les élèves de première S au concept de limite d'une suite

JEANNOTTE, D. & CORRIVEAU, C.

Étude des raisonnements mathématiques d'élèves de première année lors de la réalisation d'une activité nécessitant l'utilisation de matériel de manipulation

LARGUIER, M. & BRONNER, A.

Une méthodologie d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique

RIOUX, M.

Pensée intuitive en classe de mathématiques

ROBERT, V., SQUALLI, H. & BRONNER, A.

Le potentiel du développement de la pensée fonctionnelle dans les manuels scolaires québécois du 3e cycle du primaire : une analyse praxéologique