QUELLES PISTES POUR UNE EVALUATION DU DISPOSITIF DE FORMATION PACAL?

GRUGEON-ALLYS* Brigitte – CHENEVOTOT-QUENTIN** Françoise PILET* Julia – HOROKS* Julie

Résumé – Cette communication présente le dispositif de formation PACAL¹ proposé dans l'académie de Créteil (France). Notre objectif est de mettre en relation les pratiques enseignantes et les apprentissages des élèves. Nous nous intéressons particulièrement aux pratiques enseignantes relatives à l'évaluation pour l'apprentissage de l'algèbre élémentaire. Le dispositif PACAL s'appuie sur des résultats de recherche autour de l'apprentissage de l'algèbre (Grugeon-Allys & al. 2012, Pilet 2015), de l'évaluation (Grugeon-Allys & Grapin à paraître) et de l'intégration de ressources en classe (Horoks & Pilet 2015).

Mots-clefs: Evaluation formative, algèbre élémentaire, pratiques enseignantes, formation continue, travail collaboratif

Abstract – This communication presents the PACAL training program proposed in the academy of Creteil (France). Our goal is to relate teachers' practices and students' learning We are particularly interested in teaching practices related to the assessment for learning of elementary algebra. PACAL is based on research findings around the learning of algebra (Grugeon-Allys & al. 2012, Pilet 2015), assessment (Grugeon-Allys & Grapin in press) and the integration of classroom resources (Horoks &

Keywords: Formative assessment, elementary algebra, teachers' practices, in-service training, collaborative work

INTRODUCTION

Notre communication s'intéresse à la formation des enseignants (GT1) et exploite des liens entre la recherche et la formation pour concevoir, analyser et évaluer des dispositifs de formation continue. Nous présentons le dispositif de formation à public désigné PACAL de l'académie de Créteil (France) pour des enseignants de mathématiques en collège (élèves de 11 à 15 ans). Ce dispositif prend appui sur des résultats issus de plusieurs recherches : des recherches sur l'apprentissage de l'algèbre et la modélisation des connaissances des élèves dans ce domaine (Grugeon-Allys & al. 2012, Pilet 2015), des recherches sur l'évaluation (Grugeon-Allys & Grapin à paraître) et des recherches sur l'intégration de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élaborées dans le cadre d'un travail collaboratif avec des enseignants mené dans le LéA Pécanuméli² au collège Roger Martin du Gard en Zone d'Education Prioritaire à Epinay-Villetaneuse (Horoks & Pilet 2015).

L'objectif de cette présentation est de décrire les fondements théoriques de ce dispositif de formation PACAL et dans une moindre mesure de proposer des pistes pour son évaluation. Comment ce dispositif de formation continue articule-t-il les résultats des recherches relatives

Laboratoire de Didactique André Revuz – Université Paris Est-Créteil – France – brigitte.grugeon-allys@upec.fr, julia.pilet@u-pec.fr, julie.horoks@u-pec.fr

Laboratoire de Didactique André Revuz - COMUE et ESPE Lille Nord de France - France francoise.chenevotot@espe-lnf.fr

Laboratoire de Didactique André Revuz - Université Paris Est-Créteil - France - brigitte.grugeon-allys@upec.fr, julia.pilet@u-pec.fr, julie.horoks@u-pec.fr

Laboratoire de Didactique André Revuz – Université Paris Est-Créteil – France – francoise.chenevotot@espe-

Parcours d'Acquisition de Compétences en Calcul Littéral au cycle 4

² Les Lieux d'Education Associés (LéA), créés en 2011 par l'Institut Français de l'Éducation, visent à promouvoir des recherches avec des acteurs d'un lieu à enjeu d'éducation, et associent pendant 3 ans une équipe de recherche et des acteurs de terrain afin de répondre à des questionnements sur des enjeux d'apprentissage, d'enseignement et d'éducation, et de produire des ressources utilisables par d'autres enseignants.

aux pratiques des enseignants et leur développement avec les résultats de recherches sur les apprentissages des élèves en mathématiques ? Comment prend-t-il en compte les contraintes de la formation, les besoins des enseignants, de la profession, des élèves et de la recherche ?

Dans un premier paragraphe, nous présentons d'abord le dispositif PACAL puis nous identifions les éléments de recherche sur lesquels s'appuie la conception et la mise en œuvre du dispositif de formation continue. Nous spécifions la méthodologie pour analyser et évaluer ce dispositif, donnons les premiers résultats et terminons par des perspectives de recherche.

I. LE DISPOSITIF DE FORMATION PACAL

1. Objectifs

Ce stage de formation continue vise d'abord à diffuser et percoler des résultats de recherche sur l'évaluation en algèbre élémentaire au cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans) dans les établissements de l'académie de Créteil. Un autre objectif concerne la conception, la mise en œuvre et l'analyse de déroulements de séances visant à développer une évaluation formative et une régulation de l'enseignement au service des apprentissages des élèves. Plus précisément, il s'agit d'amener les enseignants à repérer et analyser les difficultés des élèves en calcul numérique et littéral à partir de l'évaluation diagnostique numérique standardisée *Pépite* (Grugeon-Allys & al. 2012) puis à analyser des séquences prenant en compte les besoins d'apprentissage des élèves, à les adapter et les mettre en œuvre dans leurs classes.

2. Présentation du dispositif

Ce stage est mis en place pour un public désigné constitué d'un enseignant correspondant par collège dans trois districts³ de l'académie de Créteil à la rentrée 2017. Appelé à durer plusieurs années, ce dispositif sera ensuite progressivement étendu à l'ensemble des 30 districts de l'académie par un passage à l'échelle à raison d'environ 5 districts supplémentaires impliqués par an.

Plusieurs contenus et ressources sont mis en jeu dans ce stage. Il débute par l'étude de la caractérisation des différents aspects de la compétence algébrique en lien avec le programme du calcul littéral en cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans) de 2015^4 et la mise en évidence de classes d'erreurs. Cette étude mène à l'analyse de l'évaluation diagnostique numérique *Pépite* qui vise à caractériser les difficultés des élèves. Les enseignants font alors passer une première version de l'évaluation *Pépite* dans leur classe et analysent les productions de leurs élèves.

La formation propose ensuite une présentation et une analyse de séances (documents et vidéos) pour concevoir des séquences (introduction aux expressions littérales et aux équations, calcul littéral contrôlé) organisant une progressivité des apprentissages au cycle 4. Les enseignants sont engagés dans l'analyse de tâches et l'étude de leur adéquation par rapport aux objectifs d'apprentissage visés, l'analyse des démarches, techniques et raisonnements des élèves en lien avec les compétences et les connaissances attendues en calcul littéral, l'analyse de mises en commun en classe.

La formation prend en compte des retours d'expérience en classe (productions d'élèves, vidéos) pour permettre aux enseignants de développer une analyse réflexive de leurs pratiques

_

³ Regroupement administratif de villes pour la formation continue à public désigné dans une académie. L'académie de Créteil comprend les départements de la Seine-et-Marne (12 districts), la Seine-Saint-Denis (8 districts) et le Val-de-Marne (10 districts)

⁴ Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015

réelles dans leurs classes. En fin de stage, les élèves passent une deuxième version de l'évaluation *Pépite* pour permettre aux enseignants de mettre en perspective les résultats des élèves, l'enseignement proposé en formation et transposé en classe, les difficultés rencontrées, les alternatives à envisager.

3. Contraintes imposées au dispositif

Le stage PACAL s'étend d'octobre 2017 à avril 2018 sur dix-huit heures organisées en cinq séances de formation. L'équipe des formateurs est composée de quatre enseignants, d'un formateur et de quatre enseignants-chercheurs impliqués dans le LéA Pécanuméli.

Les enseignants participant à la formation sont désignés par les chefs d'établissement : ces correspondants sont chargés de diffuser la formation aux enseignants de leur établissement. En ce sens, les correspondants devraient être les enseignants les plus expérimentés de l'établissement, ce qui n'est pas le cas dans de nombreux établissements de Seine-Saint-Denis où aucun titulaire n'est présent, faute d'équipes suffisamment stables. Ce contexte constitue une contrainte forte qui limite la diffusion de la formation dans les établissements. Les enseignants non titulaires qui, le plus souvent, n'ont pas reçu de formation initiale, ont pourtant de grands besoins de formation.

Une autre contrainte de formation concerne les difficultés d'accès des enseignants aux installations informatiques, peu développées dans certains établissements de l'académie de Créteil, qui complexifient la passation du test numérique *Pépite* par les élèves.

II. ELEMENTS THEORIQUES ET RESULTATS DE RECHERCHE MIS EN JEU

1. Résultats sur l'enseignement / apprentissage du calcul littéral

L'algèbre élémentaire constitue un verrou pour l'accès à des études supérieures scientifiques car, porteur de forts enjeux, ce domaine représente aussi un obstacle difficile à surmonter pour beaucoup d'élèves (Kieran 2007). L'évaluation au service de la réussite des élèves dans ce domaine présente donc des enjeux capitaux. Pour identifier les caractéristiques d'une évaluation diagnostique automatique dédiée aux apprentissages des élèves en algèbre, Grugeon-Allys & al. (2012) se sont appuyés, d'une part, sur une approche cognitive et épistémologique et, d'autre part, sur une approche anthropologique.

Considérons tout d'abord une approche cognitive et épistémologique.

Pour repérer les cohérences de fonctionnement des élèves en algèbre, Grugeon (1997) a défini une référence multidimensionnelle pour la compétence algébrique en fin de scolarité obligatoire (16 ans en France), qui est le fondement de l'évaluation diagnostique. Les connaissances algébriques sont structurées selon deux principales dimensions, dépendantes l'une de l'autre et partiellement hiérarchisées, les dimensions *outil* et *objet*, termes pris selon l'acception de Douady (1986).

Sur le plan *outil*, la compétence algébrique s'évalue à travers la capacité à produire des expressions et des relations algébriques pour modéliser un problème, à les interpréter puis à mobiliser le calcul algébrique adapté à leur résolution. Cette dimension *outil* de l'algèbre s'exerce dans des contextes variés sur des problèmes de généralisation et de preuve, de modélisation dans un contexte d'arithmétique traditionnelle visant la mise en équation ou de modélisation fonctionnelle (Chevallard 1985). Elle met en jeu la mise en relation entre différents registres de représentation sémiotique.

Sur le plan *objet*, la manipulation formelle redonnant sa juste place à la dimension technique d'un traitement algébrique raisonné s'appuie sur le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques. Ainsi la compétence algébrique s'évalue à travers des capacités techniques d'ordre syntaxique et des capacités interprétatives mettant en jeu dénotation, interprétation et sens des expressions⁵.

Cette référence multidimensionnelle de la compétence algébrique, croisée avec les différents types de problèmes du domaine algébrique⁶ décrits dans le programme de mathématiques du cycle 4, permet de caractériser les tâches diagnostiques d'un test visant à identifier les cohérences de l'activité algébrique des élèves puis d'en suivre l'évolution.

Considérons ensuite une approche anthropologique.

Les connaissances mathématiques dépendent fortement de l'institution dans laquelle elles doivent vivre, être enseignées et être apprises. Les objets mathématiques n'existent pas pour eux-mêmes mais émergent de pratiques qui varient d'une institution à une autre. Chevallard (1999) les analyse en termes de praxéologies, c'est-à-dire en termes de types de tâches, de techniques utilisées pour résoudre ces tâches (praxis), de discours technologique développé dans le but d'expliquer et justifier ces techniques et, enfin, de théories qui structurent le discours (logos). La Théorie Anthropologique du Didactique propose un modèle de structuration progressive des praxéologies pour d'abord former des praxéologies locales par regroupement de praxéologies ponctuelles partageant une même technologie, puis des praxéologies régionales par regroupement de praxéologies locales ayant une même théorie ou partie de théorie. Etudier l'activité algébrique dans une institution aux différentes étapes de la transposition didactique relève de l'étude de la complétude et de l'agrégation des praxéologies de modélisation (produire une expression ou une formule, mettre en équation) et de preuve, des praxéologies de calcul (développer, factoriser une expression, résoudre une équation).

Pour chaque niveau scolaire du curriculum, caractériser les tâches diagnostiques qui composent le test revient à leur associer un type de tâches et les valeurs des variables didactiques associées, la complexité des objets algébriques mis en jeu, les techniques attendues relativement aux éléments technologiques et théoriques visés.

Du côté des élèves, l'analyse des praxéologies apprises par les élèves, déterminées par une évaluation diagnostique, permet de repérer les techniques et technologies mises en jeu (technologie arithmétique, technologie arithmétique généralisée ou technologie modélisation) et les grandes classes d'erreurs liées à des techniques utilisées en dehors de leur domaine de validité, puis de faire des liens avec l'enseignement reçu. Cette étude permet de mettre en relation les besoins d'apprentissage des élèves et ceux ignorés dans les programmes (Castela 2008) pour définir les praxéologies mathématiques et didactiques à développer dans l'enseignement (ainsi que des feedbacks adaptés aux réponses des élèves).

Du côté des enseignants, cette approche permet d'étudier les praxéologies mathématiques et didactiques (Chevallard 1999) mises en jeu par les enseignants pour couvrir le domaine mathématique considéré, leur complétude, le niveau d'agrégation entre les différentes praxéologies de modélisation / preuve et de calcul. Elle permet aussi de suivre l'évolution des praxéologies didactiques pour étudier les raisons d'être des expressions algébriques, les

⁵ Au niveau scolaire considéré (cycle 4), « l'entrée dans l'algèbre suppose une rupture épistémologique avec l'arithmétique. L'efficacité algébrique requiert une capacité à interpréter des expressions algébriques à la fois au niveau procédural et au niveau structural tout en s'adaptant à la variété des usages visés » (Grugeon, 1997).

⁶ Problèmes de modélisation dans des situations d'origine arithmétique ou géométrique, ou faisant intervenir des grandeurs physiques, problèmes se ramenant à des équations ou des inéquations du premier degré, problèmes de généralisation ou de preuve de propriétés générales.

processus de formulation / validation, d'institutionnalisation, en particulier les savoirs et justifications utilisées, le topos des élèves.

2. Résultats sur l'évaluation en algèbre dans le cadre de l'ANR Néopraeval

Depuis une vingtaine d'années, une équipe pluridisciplinaire de chercheurs (didacticiens des mathématiques, informaticiens, psychologues, ergonomes, enseignants de mathématiques) est engagée dans différents projets de recherche concernant la conception et la diffusion d'outils pour accompagner les enseignants dans la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des élèves en algèbre élémentaire. Actuellement, le projet ANR Néopraéval « Nouveaux outils pour de nouvelles pratiques d'évaluation » a pour objectif de produire des outils d'évaluation et de régulation pour l'apprentissage de l'algèbre élémentaire au collège.

Pour le domaine de l'algèbre élémentaire, cette équipe a élaboré l'évaluation diagnostique automatique standardisée *Pépite* qui teste les compétences des élèves en algèbre élémentaire (Delozanne & al. 2010, Grugeon-Allys & al. 2012) puis propose aux enseignants des parcours d'enseignement différencié (Pilet 2015) adaptés aux difficultés des élèves. L'évaluation diagnostique permet de décrire des caractéristiques de l'activité algébrique de l'élève, concernant sa maitrise du calcul algébrique et son usage de l'outil algébrique pour résoudre des problèmes du domaine algébrique (cf. §II.1). Les parcours permettent de travailler les raisons d'être des expressions algébriques ou des équations à partir de situations (patterns - généralisation et preuve, mise en équation), leur équivalence, d'engager une activité de calcul littéral raisonné autour d'exercices adaptés aux besoins d'apprentissage des élèves via un choix pertinent de valeurs de variables didactiques.

3. Résultats sur les pratiques enseignantes dans le cadre du LéA Pécanuméli

Le travail collaboratif mené dans le LéA Pécanuméli présente des enjeux à la fois pour les enseignants et les chercheurs impliqués. Du côté des enseignants, il vise à faire évoluer les pratiques, à développer des ressources viables (en particulier en ce qui concerne l'évaluation et la régulation de l'enseignement en algèbre au cycle 4) en s'appuyant sur les résultats en didactique de l'algèbre et sur l'évaluation. Du côté des chercheurs, il s'agit d'étudier les pratiques d'évaluation et d'enseignement de l'algèbre ainsi que leurs impacts sur les apprentissages des élèves.

Ce travail a un double enjeu : pour les chercheurs, il s'agit produire de la connaissance sur les pratiques d'évaluation mais aussi d'enseignement de l'algèbre, et leur impact sur les apprentissages des élèves, et pour les enseignants, le LéA est un moyen de développement professionnel. (Horoks & Pilet 2015).

Comme dans la double approche (Robert & Rogalski 2002), nous retenons la théorie de l'activité pour appréhender et analyser les pratiques enseignantes réelles, ensemble des activités hors la classe et dans la classe. Les pratiques des enseignants sont questionnées : quel est l'impact sur les apprentissages des élèves des tâches qu'ils sélectionnent et du déroulement qu'ils proposent ? Plus précisément, les résultats de recherche s'appuient sur l'analyse des pratiques des enseignants du LéA Pécanuméli via les tâches proposées aux élèves (choix, variété, complexité en termes de niveau de mise en fonctionnement des connaissances), les modalités de travail (temps de recherche, organisation de mise en commun, synthèse) et le discours de l'enseignant (niveau de justification, synthèses mathématiques). L'étude vise à mettre en perspective ces critères avec les composantes du métier d'enseignant (personnelle, institutionnelle et sociale) (Horoks & Pilet 2015). Les activités d'évaluation des productions des élèves sont particulièrement étudiées compte tenu

-

⁷ http://www.ldar.univ-paris-diderot.fr/page/praeval

de leur impact potentiel sur les apprentissages des élèves. Quelles informations les enseignants en tirent-ils ? De quelle nature sont ces informations ? Comment les exploitent-ils pour faire évoluer les apprentissages des élèves ?

Après trois ans de travail collaboratif dans le cadre du LéA Pécanumeli, Horoks et Pilet (2015) ont constaté, d'une part, la stabilité des pratiques d'évaluation formative pour un même enseignant et, d'autre part, leur variété chez plusieurs enseignants. En ce qui concerne les pratiques liées à l'enseignement de l'algèbre, Horoks et Pilet (à paraître dans EEDM 2017) relèvent une plus grande couverture du domaine algébrique, une meilleure présentation des enjeux d'introduction des expressions algébriques à partir de situations plus adaptées, un essai d'évolution des arguments de validation et l'existence d'un retour vers les élèves. Enfin, en ce qui concerne à la fois les pratiques évaluatives et l'enseignement de l'algèbre, ces auteurs ont constaté une stabilité de l'écart entre ce qui est évalué et ce qui est travaillé en amont.

III. METHODOLOGIE POUR EVALUER LE DISPOSITIF DE FORMATION

L'atout majeur de notre étude est qu'elle repose sur une double analyse qualitative et quantitative aussi bien du côté des élèves que des enseignants.

L'analyse qualitative de la compétence algébrique des élèves repose sur l'évaluation diagnostique automatique $P\acute{e}pite$ que les enseignants soumettent à leurs élèves en début et en fin du dispositif de formation continue PACAL. L'existence de plusieurs versions du test diagnostique informatisé permet d'évaluer l'évolution des différents aspects de l'activité algébrique entre les différentes passations. Ces différentes versions du test partagent des types de tâches communs qui recouvrent le domaine algébrique tout en se différenciant par l'adaptation au niveau scolaire considéré des valeurs de variables didactiques (Chenevotot & al. 2016). Par exemple, le test à l'entrée en 4^e propose une tâche de preuve qui met en jeu une expression à quatre opérations et un seul niveau de parenthésage « $(x + 6) \times 3 - 3x$ » et celui de fin de 4^e , une expression à cinq opérations et deux niveaux de parenthésage « $((x + 4) \times 3 - 3x)/2$ ». L'analyse quantitative repose sur la grande taille de l'échantillon des élèves. En effet, pour la rentrée 2017, la formation continue PACAL touche 3 districts imposés par l'institution, ce qui représente 39 établissements et leurs correspondants sans formation sur l'évaluation, 250 enseignants et leurs classes de 4^e , soit environ 4000 élèves.

Une analyse qualitative et quantitative des pratiques déclarées des enseignants est en cours. Consistant en des questionnaires adressés aux enseignants pendant et à la fin du stage, elle vise à étudier des aspects des pratiques enseignantes développées déclarées.

IV. PREMIERS RESULTATS

Nous présentons ici les résultats concernant les compétences algébriques de 1100 élèves de 4^e (13-14 ans) des enseignants des établissements des districts impliqués dans PACAL qui ont passé pour la première fois le test diagnostique *Pépite*⁸ en octobre et novembre 2017, l'enseignement en calcul littéral n'ayant pas commencé.

Conformément au programme de cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans) en France, la compétence algébrique des élèves est représentée selon quatre des six compétences spécifiques aux mathématiques que l'enseignement vise à développer : modéliser, représenter, raisonner, calculer. La figure 1 (Cf. annexe1) présente une vue globale du niveau des 1100 élèves pour

⁸ Le test Pépite destiné aux élèves en début de de 4^e se compose de 10 tâches diagnostiques, soit 18 items, recouvrant les différents types de problèmes du domaine algébrique. Il peut s'agir de QCM ou d'exercices à question ouverte.

la compétence modéliser9 du programme. La figure 2 (Cf. annexe2) donne leur réussite moyenne par item.

L'évaluation *Pépite* indique qu'environ 10% d'élèves (niveau très satisfaisant et niveau satisfaisant) utilisent les lettres pour produire des expressions littérales complexes ou non et des formules liées aux grandeurs mesurables. Près de la moitié des élèves (niveau fragile) utilisent les lettres pour produire des expressions littérales simples (premier degré sans parenthèse) qui sont souvent incorrectes dans des cas plus complexes. Enfin, une petite moitié d'entre eux (niveau insuffisant) utilise une démarche arithmétique et n'a pas ou peu d'usage des lettres ou de façon abréviative (Cf. annexe1, figure 1).

L'évaluation diagnostique *Pépite* montre aussi que les items les plus réussis mettent en jeu des compétences en calcul numérique (ex 1.1, ex 1.2, ex 8.1, ex 8.2), plutôt qu'en calcul littéral ainsi qu'un faible nombre de compétences simultanément (2 compétences : modéliser et prouver). Au contraire, les items les moins réussis font travailler des compétences en calcul littéral ou pour représenter ainsi qu'un grand nombre de compétences simultanément (4 compétences : modéliser, représenter, prouver, calculer dans le domaine littéral) (Cf. annexe2, figure 2).

V. DISCUSSION ET CONCLUSION

Dans cette contribution sur un travail de recherche en cours, nous avons présenté les contenus et les modalités de PACAL fondé sur des résultats de recherche autour de l'enseignement du calcul littéral au cycle 4 et de l'évaluation. Nous voulions mettre en relation les pratiques enseignantes et les apprentissages des élèves. La mise en œuvre de la formation a déjà mis en évidence des contraintes liées à l'organisation du stage : des correspondants sans classe de 4^e car désignés sans prendre en compte la répartition des classes dans les établissements, des difficultés pour diffuser la formation au sein des établissements en raison d'équipes éducatives peu stables constituées de nombreux correspondants non titulaires de leurs classes.

Nous n'avons pas encore dépouillé les premiers questionnaires. Les réponses vont-elles permettre d'étudier si les enseignants perçoivent l'incomplétude des praxéologies développées et les liens potentiels avec les difficultés des élèves ? Nous poursuivons la mise en œuvre de PACAL et présenterons l'évolution des praxéologies enseignées et apprises en relation avec la formation.

REFERENCES

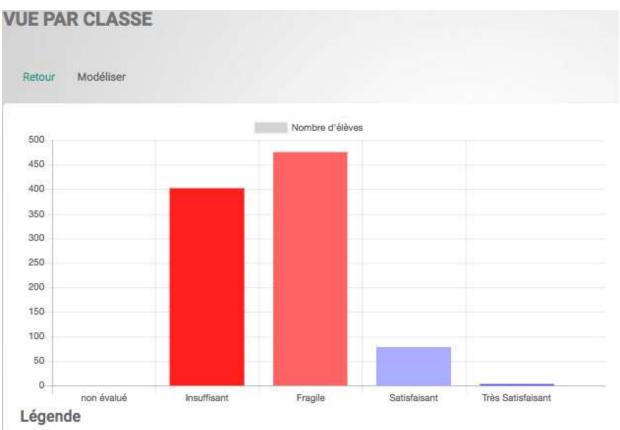
Castela, C. (2008) Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'apprentissage. Recherches en Didactique des Mathématiques, 28(2), 135–182.

Chenevotot-Quentin, F., Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Delozanne, E. & Prévit, D. (2016) The diagnostic assessment Pépite and the question of its transfer at different school levels. In Krainer, K. & Vondrová, N. (Eds.), Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME9, 4-8 February 2015) (pp. 2326– 2332). Prague, Czech Republic: Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Modéliser: traduire en langage mathématique une situation réelle (par exemple, à l'aide d'équations, de fonctions, de configurations, d'outils statistiques) (Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015, p. 369).

- Chevallard, Y. (1985) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, 5, 51–94.
- Chevallard, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19(2), 221–265.
- Delozanne, E., Prévit D., Grugeon-Allys B. & Chenevotot-Quentin F. (2010) Vers un modèle de diagnostic de compétence. *Revue Techniques et Sciences Informatiques*, 29(8/9), 899–938.
- Douady, R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5–32.
- Grugeon, B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(2), 167–210.
- Grugeon-Allys, B. & Grapin, N. (à paraître) Approches psychométrique et didactique de la validité d'une évaluation externe en mathématiques : quelles complémentarités ? Quelles divergences ? *Mesure*, *Evaluation en Education* 41(2).
- Grugeon-Allys, B., Pilet, J., Chenevotot-Quentin, F., & Delozanne, E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L. & Robert, A. (Eds.), *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *Enseignement de l'algèbre élémentaire* (pp. 137–162). Grenoble : La pensée sauvage.
- Horoks J. & Pilet J. (2015) Analyser les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques. Dans Matheron Y. & Gueudet G. (eds) *Actes de la 18^e école d'été de didactique des mathématiques à Brest. Enjeux et débats en didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Horoks J. & Pilet J. (2015) Etudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un Léa. In Theis, L. (Ed.), Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage, Actes du 6^e colloque Espace Mathématique Francophone (EMF 2015 GT9, 10-14 octobre 2015) (pp. 791–804). Alger, Algérie : Faculté de Mathématiques.
- Kieran, C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In Lester F.K. (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.707–762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Pilet, J. (2015) Réguler l'enseignement en algèbre élémentaire par des parcours d'enseignement différencié. Recherches en didactique des mathématiques, 35(3), 273–312.
- Robert, A., & Rogalski, J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Canadian Journal of Math, Science & Technology Education*, 2(4), 505–528.

ANNEXE 1



- Insuffisant : Pas ou peu d'usage des lettres ou de façon abréviative. Usage de démarche arithmétique
 Fragile : Usage des lettres pour produire des expressions littérales simples (premier degré sans parenthèses) qui sont souvent incorrectes dans des cas plus complexes
- · Satisfaisant : Usage des lettres pour produire des expressions littérales, des formules liées aux grandeurs mesurables
- Très Satisfaisant : Usage des lettres pour produire des expressions littérales complexes, des formules liées aux grandeurs mesurables

Figure 1 – Niveau pour la compétence « Modéliser »

ANNEXE 2

activité -	réussite moyenne	compétences liées
activité	Ì	
ex1.1	45 %	Calculer (numérique)
ex1.2	53 %	Calculer (numérique)
ex10	16 %	Modéliser ; Représenter
ex2.1	38 %	Modéliser ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex2.2	63 %	Modéliser ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex2.3	35 %	Modéliser ; Représenter ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex3.1	18 96	Modéliser ; Représenter ; Calculer (numérique) ; Calculer (littéral)
ex3.2	35 %	Représenter ; Calculer (littéral)
ex4.1	57 %	Modéliser ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex4.2	48 %	Modéliser ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex5	18 %	Représenter ; Calculer (numérique)
ex6	7 %	Modéliser ; Représenter ; Prouver ; Calculer (littéral)
ex7	4 %	Calculer (littéral)
ex8.1	44 %	Calculer (numérique)
ex8.2	46 96	Calculer (numérique)
ex9.1	13 %	Représenter
ex9.2	46 %	Représenter
ex9.3	33 %	Représenter

Figure 2 – Réussite moyenne par item