

HPM AND PROFESSIONAL DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS

—On Mathematics Teachers' Quality and Its' Advance in Mathematical History

Li Guo-qiang, Xu Li-hua

Hangzhou Normal University, 16, Xuelin Road, Xiasha, Hangzhou, China ; 310018
zxzxlq@126.com

ABSTRACT

History of mathematics is very important for mathematics education, but mathematics teachers make rarely use of mathematical history in mathematics class. For history of mathematics coming into mathematics classes, it is crucial that researching and advancing mathematics teachers' quality in mathematical history. The quality includes three aspects: the recognition on mathematical history, the knowledge about mathematical history and the ability to use mathematical history in teaching. According to the Evaluation Theory of SOLO Classification, we can classify teachers' quality in mathematical history into 5 levels. Through adopting appropriate measures, we can advance teachers' quality in mathematical history, and further promote mathematics teachers' professional development.

Keywords: mathematics teacher; quality in mathematical history; level of quality; advance; professional development of teacher.

Remark: The name marked an asterisk (*) is presenter.

Full Text in Chinese:

与数学教师专业发展 —谈数学教师的数学史素养及其提升

李国强*, 徐丽华

杭州师范大学, 中国杭州, 310018; zxzxlq@126.com

摘要: 数学史在数学教育中陷入“高评价、低运用”误区。研究和提升数学教师的数学史素养, 对推进数学史走进数学课堂至关重要。数学教师的数学史素养包含教师对数学史的认识、数学史知识、运用数学史教学的能力三个要素。根据 SOLO 理论, 数学教师的数学史素养可划分为 5 个水平。教师在自身努力下, 通过课题带动、专项培训、创建 HPM 资料库、开展反思性教学、发挥群体优势等措施, 可提升数学史素养水平, 促进专业发展。

关键词：数学教师；数学史素养；素养水平；提升；教师专业发展

“数学史与数学教育（HPM）”是国际数学教育研究的热点论题。数学史的教育价值日益凸显。我国数学课程标准关注数学史，旨在把数学史引入数学课堂。然而，数学史在教学中“高评价、低运用”的现象普遍存在。调查显示，当前我国数学教师的数学史素养普遍偏低是其关键因素。[1]然而，何谓数学教师的数学史素养？教师的数学史素养应如何提升？却是少有人问津。为此，本文首先探讨数学教师数学史素养的内涵，并在此基础上提出数学教师数学史素养的提升策略。

一、数学教师数学史素养的内涵

数学史素养是数学教师专业素养的重要组成部分，是数学教师全面了解数学、优化数学知识结构、提高数学教学能力的重要基础，也是搞好数学教学的重要保证。数学教师的数学史素养不同于数学史学家的数学史素养，它是为数学教学服务，并非纯粹研究数学史。该素养涉及三个要素：对数学史的认识、数学史知识、运用数学史教学的能力。本文主要论述中学数学教师的数学史素养。

数学教师对数学史的认识，是数学教师数学史素养的重要组成部分，它对教师教学中数学史的运用状况起到指挥和调控作用。例如，有教师认为，学生学习数学的目的是掌握数学知识，提高数学思维能力和解决实际问题的能力，而不是学习数学史。教学中掺入数学史只能侵占宝贵的课堂时间，增加学生学习负担。这样，他们在教学中将尽量少用或不用数学史；但是，如果教师认识到数学史对数学教育的重要作用：激发学生学习兴趣、深刻领会数学教育价值、指导教学实践（历史上数学家曾经遇到过的困难，课堂上，学生同样会遇到）等，他们设计教学方案时，就会有意识地思考数学史，教学中也主动运用数学史。香港大学的萧文强教授在总结教师教学中不愿用数学史的一些常见理由时，就指出数学教师对数学史的认识程度影响着数学教师学习和运用数学史的积极性 [2]。

数学史知识的广博程度，是衡量数学教师数学史素养的重要指标。若一位数学教师不知道祖冲之、刘徽为何许人，对阿基米德、牛顿、高斯闻所未闻，《几何原本》、《九章算术》不知为何物，很难说他具有较高的数学史素养。中学数学教师需要了解的数学史知识，主要指与教学内容相关的和“数学史选讲”中涉及的数学史知识。如数学概念及重要成果的产生背景、重要数学思想的诞生历程及著名数学家的感人故事及趣闻轶事等。

运用数学史教学的能力，是数学教师借助数学史提高教学效果所必需的技能。Fulvia Furinghetti 指出“不同作者对数学史作用得出的不同结论，并不是数学史自身作用的问题，而缘于不同数学教师对数学史的不同运用方式”。[3]这显示了数学教师运用数学史教学能力的重要性。近几年，很多学者赞成“数学史融入数学教学”，其主要形式是教师结合数学史对教学内容重新设计和加工，制作适用于教学的“历史套装”，让数学史料“随风潜入夜，润物细无声”，学生于潜移默化之中便领悟到数学史上的数学思想、思维方式等。洪万生教授领导下的台湾 HPM 团队中，有很多教师开发了一些供课堂教学使用的“学习单”，并应用于教学实践 [4][5]。这些具体例证对提高教师运用数学史教学的能力上值得借鉴。

二、数学教师数学史素养的水平划分

不难发现，不同教师的数学史素养存在较大差异。例如，对于勾股定理，有的教师仅把它看作一个抽象枯燥的数学结论；而有的教师更了解历史上勾股定理的来龙去脉和生动有趣的奇闻轶事；还有的教师不仅能把勾股定理置于古今东西方文化之中，还能把相关史料有机地融入数学教学，既提高了学习

效果,又让学生感受到多元文化的魅力和学习数学的价值。对于不同水平的数学史素养,应该如何划分呢?根据 SOLO 理论 [6],结合数学教师数学史素养的组成要素,我认为数学教师的数学史素养也可划分为与 SOLO 对应的五个水平。综合 Hans Niels Jahnke 诠释学理论与台湾苏意雯的相关研究, [7] 对这五个水平分别介绍如下:

第 0 水平(前结构层次):教师缺乏数学史意识,对数学史知识及数学史在数学教学中的作用毫无知晓,教学中从不利用数学史。此水平的教师可以说全无数学史素养。教师的教学主要借助数学知识逻辑关系(这里不排除做游戏、做实验等与数学史无关的手段)促进学生的数学认知,根本想不到运用数学史。(如图 1)

第 1 水平(单一结构层次):教师已具备少量数学史知识(图中用虚线表示),但认为数学史与数学教学无关,在教学中不使用数学史。如图,教师虽对数学史有所了解,但仍是借助数学知识逻辑关系促进学生的数学认知,不触及数学史范畴。数学史对于数学教学来说,仍是“天外之物”。(如图 2)

第 2 水平(多点结构层次):教师已具备局部的数学史知识。对数学史在教学中作用的认识还比较肤浅,仅停留于提高学生的学习兴趣的低层次上(图中用虚线表示。在某些章节教学时偶尔运用数学史,其方法或是直接提供史料文本,或是讲数学史故事、作数学史报告等,数学逻辑与数学史料未能有机整合,数学史的讲授与数学知识的教学可谓泾渭分明。由于不能较好地两者兼顾,经常是顾此失彼。(如图 3)

第 3 水平(关联结构层次):教师拥有局部的数学史知识,对教学中数学史的作用已有较深刻认识,认识到数学史可以促进学生对数学知识的理解、有利于形成良好的人格和精神等(图中虚线加粗)。对于特定单元(如勾股定理等),了解较丰富的数学史知识,教学设计时能从数学知识逻辑与数学史料两个面向促进学生数学认知,能较好地把数学史融入数学教学(图中虚线加粗)。但由于教师数学史视野所限和经验不足,在教学中难免有所欠缺。(如图 4)

第 4 水平(抽象拓展层次):教师拥有较广博的数学史知识,对数学史的作用已有深刻认识。HPM 教学不再局限于特定章节,整个教学都从数学知识逻辑、数学史料两个层面考虑促进学生的数学认知,对于课程内容与 HPM 的适切性已有全面了解,教学中能够高效地发挥数学史的作用。HPM 教学已成为一种教学观念,一种教学意识。如下图所示,此图与图 4 的不同之处在于左右两圈的扩大,表明教师实施 HPM 教学的章节不断拓展,对 HPM 教学的理解与实践能力也有很大提高。这一水平应是数学教师的数学史素养的理想层次,也是数学教师努力的目标。(如图 5)

若从动态的角度来看,上述五个水平可看做 HPM 视角下数学教师专业发展过程中的五个阶段。数学教师从数学史素养的 0 水平提升到第 4 水平,实际上是数学教师 HPM 概念形成的过程。在此过程中,教师的数学史知识不断增多,对数学史的认识逐步加深,教学中由想不到数学史,发展到尝试运用数学史,进而在任何教学单元都能进行有效的运用数学史,形成 HPM 教学观念。

三、数学教师数学史素养的提升策略

根据前文所述,数学教师的数学史素养是决定数学史能否有效融入数学教学的关键。通过对中学数学教师数学史素养的调查发现,当前中学数学教师的数学史素养大多停留在第 1 水平或第 2 水平。为探寻数学教师数学史素养的提升策略,我们开展了“基于教师专业发展的数学史与数学教学整合的研究”实验课题。结合课题实践,参照有关资料,笔者认为,要提高数学教师的数学史素养可从以下几个方面努力:

（一）利用课题带动或开展切实有效的专项培训

我们实施为期两年的“基于教师专业发展的数学史与数学教学整合的研究”实验课题后发现，参与教师的数学史素养都得到不同程度的提升。我们认为，开展课题研究是实现 HPM 概念形成的有效社会互动方式，是提升教师专业素养的重要途径。

继续教育研究显示，专项培训是提高教师专业水平的有效策略。要提升数学教师数学史素养，培训中应要切实好以下几项工作：第一，为教师推荐部分实用的、经典的数学史学习材料，如汪晓勤与韩祥临合写的《中学数学中的数学史》、克莱因撰写的《古今数学思想》等。同时通过听专家报告，撰写论文等形式提高教师对数学史的认识，增加教师的数学史知识；第二，培训工作应与教学实践相结合。培训结束前，每人至少准备一节“数学史融入数学教学”的观摩课，或课堂录像资料，以此促使教师提高运用数学史教学的能力；第三，制定科学、严格的考核制度，把数学史素养的三个要素均作为考核内容，走出只注重数学史知识的误区。把考核结果与教师利益挂钩，真正起到培训的效果。

（二）教师自身应提高认识，加强学习，自觉提升数学史素养

虽然外在环境是影响教师成长和发展的的重要因素，但就教师个体而言，发展和成长的关键还在于自身的努力。

由前面分析可知，教师数学史素养的提升从心理学上讲，一般要经历堆积、复合思维、抽象化三个阶段。而每一阶段的跨越都需要教师艰辛的智力操作。数学史素养的三要素紧密相连，相互影响，教师必须统筹兼顾，才有可能实现数学史素养的整体提升。因此，教师平时要多读一些反映数学史价值、介绍数学史知识的书籍、期刊，经常浏览数学史网站，积极参加有关的报告会、讨论会，撰写学习心得。同时，在设计教学方案时，既考虑数学知识逻辑、学生认知水平，又要查阅相关数学史料，挖掘与教学有关的历史素材，提炼有价值的数学思想方法，制作出关照三维度的“历史套装”，实践于数学课堂。所有这些，没有教师的高度关切和全身心的投入，提升教师的数学史素养只能是天方夜谭。

（三）创建 HPM 教学资源库，为教师运用数学史教学提供参考

让数学教师完整地经历数学史融入数学教学的设计、实施全过程，对数学教师数学史素养的提升很有益处。但是，由于广大数学教师毕竟不可能像数学史学家那样对数学史知识了如指掌，再加上平时工作繁忙，教学压力较重，有时试图运用数学史，却由于数学史料搜寻困难，设计教学需要花费很多时间，便望而却步；部分教师对 HPM 概念了解甚少，不知道在教学中如何运用数学史，对数学史只能敬而远之；也有教师根据自己的设想在教学中运用数学史后，发现数学史对数学教学没有作用，于是决定不再涉猎数学史。在课题实施中，与中学教师座谈时，很多教师反映“如果能提供一些数学史融入数学教学的范例，让我们有个参照就好啦”。可以看出，从事研究 HPM 的专家学者当务之急就是设计出一线教师在教学中切实可行的数学史融入数学教学的范例，或者对善于运用数学史的教师的教学设计进行加工提炼，创建对中学教师真正有用的 HPM 教学资源库，既可吸引更多的教师关注 HPM，又能为尝试运用数学史的教师提供参考，这必将扩大 HPM 的影响，推动数学史融入数学教学的开展。

（四）提倡反思性教学，发挥群体优势，提高教师运用数学史的能力

研究发现，教学反思是推动教师成长的核心因素，也是促进教师专业成长的必由之路。例如，教师运用数学史教学后，发现效果并不理想，可反思教学设计理念、教学过程，探寻改进方案；教师对教学效果满意时，可反思成功的原因，提炼成功的经验。经过不断的反思，教师可做到扬长避短，逐步提高运用数学史教学的能力。实验课题也证实了反思性教学的重要作用。

因为每位教师都有自己长期形成的教学信念、教学风格，仅凭借自身的努力可能很难超越自我，教师数学史素养的提升更需要群体的智慧。学校要充分利用教研组这一平台，开展“我对 HPM 的理解”、“数学史在数学教学中的定位与作用”等专题讨论，集思广益、寻求共识；开展“数学史融入数学教学”讲课比赛，让每位教师经历教学过程；请优秀执教者上示范课，提供教学样板。它山之石，可以攻玉。相信通过采取有效措施，教师的数学史素养一定会得到提升。

（五）改革高师数学史教育模式

当前，多数高师院校把数学史作为选修课，普遍重视不够、要求不严。有研究者对即将走向工作岗位的高师毕业生做过调查 [8]，结果显示，有相当一部分学生对数学史知识缺少基本的了解。因此，要提高未来数学教师的数学史素养，就必须改革目前的数学史教育模式。

首先，明确课程定位。高师院校数学教育专业的培养目标是中学输送合格的数学教师。数学史对数学教学必不可少。因此，数学史应定位于必修课，作为学生必须具备的一种素养，在课程考评上要和专业基础课放到同等重要的位置。

其次，改革教学方式。教学中不应把数学史当成真正的“历史”来讲授，要把它作为一种研究活动过程、方法、技术和能力，让学生在学“史”中促进自己专业素养的提高。为此，建议大三、大四都应开设数学史课程。教学过程可分为两个阶段：第一阶段，安排在大学三年级。让学生获得中学数学教学必备的数学史知识，了解历史上数学思想方法的演变，体会数学与数学文化的联系；第二阶段，安排在大学四年级，请 HPM 教学经验丰富的教师做指导，通过开辟“数学教育实验室”开展教学实验，重点培养学生运用数学史教学的能力。

最后，加强专业师资队伍建设。数学史是一门博大精深的学科。任课教师需要有较深厚的数学文化底蕴，进行过系统的数学史学习，对数学的概貌有正确的理解和认识。而目前绝大部分高校缺少高水平的数学史教师，致使开设的课程没有发挥应有的作用。笔者认为，要提高数学史教育效果必须加强专业师资队伍建设，引进数学史方面的专业人才，为培养学生的数学史素养提供保障。

总之，数学史素养，是数学教师专业素养的重要组成部分，也是数学教师专业化的重要体现，更是能否实现数学史教育价值的关键因素。面对当前中学数学教师数学史素养普遍不高的现实，重视数学教师数学史素养理论及提升策略的研究，对适应课程改革，提高教学质量，更好地落实 HPM 的研究成果，推进数学教师专业发展都有着现实和深远的意义。

Bibliography

- [1] 李红婷. 课改新视域：数学史走进新课程 [J]. 课程. 教材. 教法, 2005 (9): 51-54
- [2] M.K. Siu, “No, I don’t use history of mathematics in my class. Why? ”, in Proceedings of HPM 2004 & ESU4 (ICME 10 Satellite Meeting of the HPM Group & Fourth European Summer Univer-

sity on History And Epistemology in Mathematics Education) at Uppsala, July 2004, edited by F. Furinghetti et al, Uppsala Universitet, 2006, 268–277.

- [3] Fulvia Furinghetti. Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 2007,66,131–143.
- [4] 许志昌. 数学史融入数学教学—以概率单元为例 [J].HPM 通讯, 2006 (8): 10–19
- [5] 苏惠玉. 无限与微积分学习单组模设计 II. 微积分的概念学习单 [J].HPM 通讯, 2008 (9) 3–11
- [6] SOLO 分类理论 <http://baike.baidu.com/view/1554511.htm>
- [7] 苏意雯. 数学教师专业发展的一个面向: 数学史融入数学教学之实作与研究 [D]. 台湾: 台湾师范大学数学系, 2005.14-6-158
- [8] 李开慧. 高师数学教育专业毕业生数学史知识存在的问题、原因及对策 [J]. 重庆师范大学学报 (自然科学版).2006(6):88–92.

文中的图表

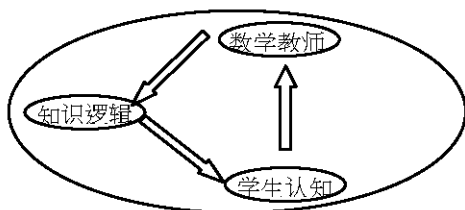


图 1 数学教师数学史素养第 0 水平

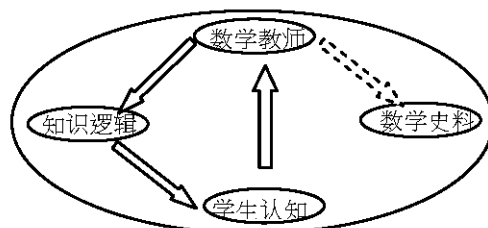


图 2 数学教师数学史素养第 1 水平

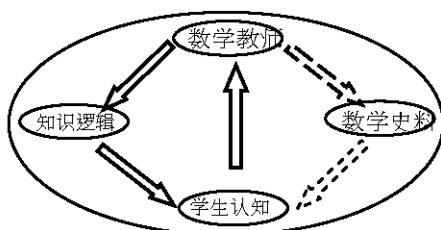


图 3 数学教师数学史素养第 2 水平

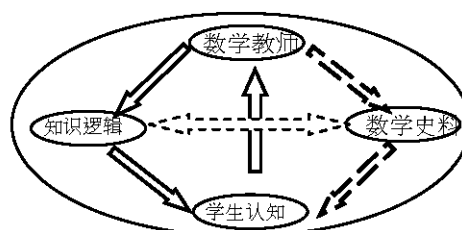


图 4 数学教师数学史素养第 3 水平

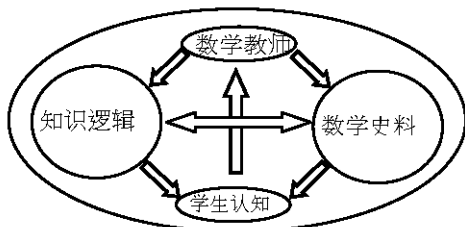


图 5 数学教师数学史素养第 4 水平