

# SUNDIAL AND MATHEMATICS

## Analysis of oldest horizontal sundials in Japan by mathematics

Nobuki WATANABE

Kyoto Univ. of Education, 1, Fukakusa Fujinomoricho, Kyoto, JAPAN

e-mail nobuki@kyokyo-u.ac.jp

### ABSTRACT

本稿では、人類最古の科学装置ともいわれる日時計、その中でも日本において作製された最古の屋外型日時計の数学的正確性を検証し、さらにその結果から当時の日本の数学の発展状況を探した。検証の結果、作製された日時計は、的確な数学の原理を理解せずに作製していたことが示された。このことから、当時の日本では、いわゆるその背景となるユークリッド幾何学などの西洋数学を体系的に受容できていなかったことも示唆された。

## 1 はじめに

日時計は数学理論をバックにして作製された人類最古の科学的装置であることはよく知られている。その日時計は、いろいろな種類が存在している。例えば、韓国で有名な仰釜型日時計 (Fig.1), また中国で有名な赤道型日時計 (Fig.2), イタリアやフランスの西洋で有名な垂直型日時計 (Fig.3), 日本で有名な地面水平型日時計 (Fig.4) などがある。

この日時計に関して、日本では現在、その内容を学校の算数教科書では特に扱っていないが、オリジナルに教育実践がなされ、教育効果があることが示唆されている。

さて、この日時計であるが、日本での開発は意外に遅く、日本最古の屋外型日時計といわれるのが出島和蘭商館跡にある日時計（以下、出島の日時計）、日本人独自に開発した最古の屋外型日時計は塩竈神社にある日時計（以下、塩竈の日時計）とされるが、いずれも地面水平型日時計で、18世紀後半の作製である。開発が遅れた原因は、日本における数学の発展とも大きく関係があると考えられる。

そこで本稿では、日本最古といわれる日時計に着目し、その数学的正確性の分析を行うこととする。さらに、その分析結果から、日時計作製時の日本における数学の発展状況を探ろうと考える。

## 2 日時計の数学的原理

以下で、原理が簡単な赤道型日時計と分析対象とする地面水平型日時計の数学的原理を関連づけてその数学原理を考察する。なお対象とするのは、「ノモンのなす角」と「時刻目盛」である。

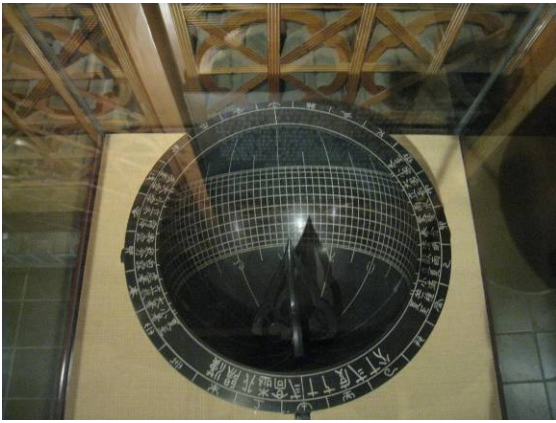


Fig.1: 新羅歴史科学館 (韓国 慶州)



Fig.2: 国子監 (中国 北京)



Fig.3: サンタ マリア ノヴ ラ教会 (イタリア フレンツ)



Fig.4: 四條畷東小学校 (日本 大阪)

## 2.1 赤道型日時計の原理

赤道型日時計は、地軸と平行な位置関係にあるノモン(影針)に対する太陽の影を、赤道面と平行に設置している文字盤に投影して時刻を表す時計である。なお、時刻目盛は文字盤の両面にかかれ、ノモンは文字盤の両面に垂直に設置される。すなわち文字盤を貫く独特な形となる (Fig.2)。

### (1) ノモンのなす角について

以下、緯度、日時計(文字盤、ノモン)の関係を述べる(詳しくは渡邊(2000)を参照されたい)。緯度= $\angle L$ 、日時計のなす角(文字盤と地面のなす二面角)= $\angle T$ 、ノモンのなす角= $\angle \theta$ とすると、 $\angle L = \angle \theta$ である。さらに、 $\angle T = \angle R - \angle \theta$ となる。

### (2) 文字盤の時刻目盛について

赤道型日時計の場合、太陽は文字盤と平行に1日に1周する。すなわち、1時間で中心角が $15^\circ (360^\circ \div 24 = 15^\circ)$ で円周を動くこととなる。したがって、時刻目盛は、円を $15^\circ$ ずつ分割したもので、時刻は右回りに刻まれる。ただし、設置する場所の緯度により、正午(12時)線(基準線)を調整する必要がある。日本においては、経度が $135^\circ$ であれば日本標準時の経度のため、南中が正午とみなせる。したがって、それ以外の場合は、基準線がずれることになる。

## 2.2 地面水平型日時計の原理

一方，地面水平型日時計は文字盤を接平面上に置き（すなわち，文字盤が地面上にある），ノモンは地軸と平行になるようにする (Fig.4)。

(1) ノモンについて

以下，緯度と日時計（文字盤，ノモン）の関係を述べる。ノモンのなす角を $\angle\theta$ とする。緯度 $=\angle L$ とすれば， $\angle\theta = \angle L$ となる。

(2) 文字盤の時刻目盛について次に地面水平型日時計の文字盤の時刻目盛 (Fig.5) について述べる。赤道型日時計とは，Fig.6 のような関係が成り立つ。赤道型日時計 (平面 $\alpha$ ) における 12 時の時刻線から各時刻線の角度を $\omega$ ，地面水平型日時計 (平面 $\beta$ ) における 12 時の時刻線から各時刻線の角度を $\phi$ とすれば，ノモンのなす角 (緯度) $\theta$  について，次の関係式が成り立つ。

$$\Theta = \sin^{-1}(\tan \phi / \tan \omega) \cdots \text{関係式 (1)}$$

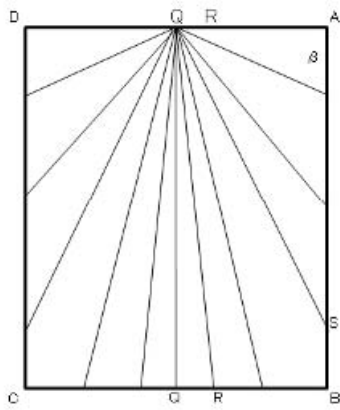


Fig. 5 : 地面水平型日時計の文字盤 (平面 $\beta$ )

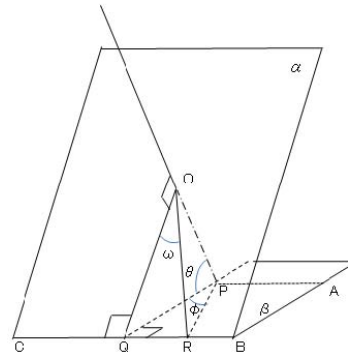


Fig. 6 : 赤道型日時計 (平面 $\alpha$ ) と地面水平型日時計 (平面 $\beta$ ) の関係

## 3 日時計の教育実践

上述のような数学原理をもつ日時計であるが，先述したように日時計に関しては，教科書では扱われていないが，オリジナルにたびたび実践が行われ，その数学教育的な価値が認められている。以下，筆者の行った主な教育実践を簡単に紹介する。

### 3.1 小学校における実践

#### (1) 赤道型日時計作製の教育実践の実際

赤道型日時計の作製の実践を 1999 年に，大阪府四條畷市立四條畷東小学校 5 年生 (27 名) を対象に，25 授業時間 (1 授業時間は 45 分) 行った。

主な教育内容は以下のようである。

- リンゴ地球儀による緯度 経度の理解 (Fig.7)
- 球面上の 2 地点間の距離の理解

- 日の出，日の入り，時差の理解
- 日時計の原理の理解
- 日時計の作製 設置 (Fig.8)

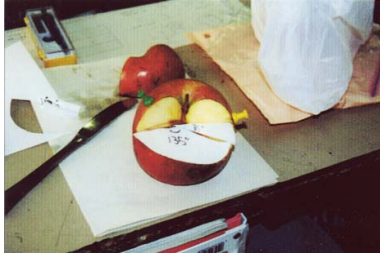


Fig. 7: リング地球儀で緯度 経度を表す

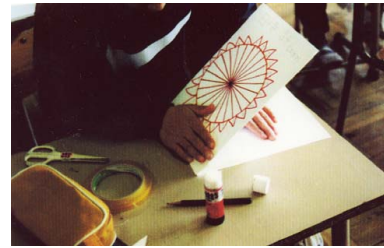


Fig. 8: 赤道型日時計の作製

これらの実践から，小学校5年生で十分に赤道型日時計の原理を理解し，作製できることが示唆された。

### 3.2 中学校における実践

(1) 地面水平型日時計作製の教育実践の実際 地面水平型日時計の作製の実践を2000年に，大阪府四條畷市立四條畷南中学校1年生(5名)を対象に，8授業時間(1授業時間は60分)を行った。主な教育内容は以下のようなものである。

- 赤道型日時計の原理の学習
- 地面水平型日時計の原理の学習
- 地面水平型日時計の作製 (Fig.9,10)
- 地面水平型日時計の設置



Fig. 9: 文字盤の作製

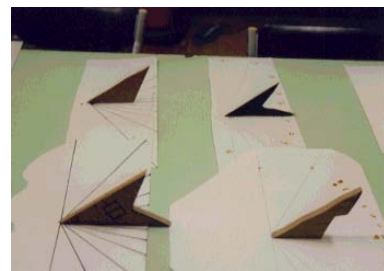


Fig. 10: 作製した地面水平型日時計

(2) 赤道型日時計作製 設置教育実践の実際 赤道型日時計の作製 設置の教育実践を2006年に，京都府私立立命館宇治中学校2年生(33名)を対象に4授業時間(1授業時間は50分)を行った。主な教育内容は以下のようなものである。

- 赤道型日時計の原理の理解
- 赤道型日時計の作製

- 赤道型日時計の設置
- 赤道型日時計の移動 (Fig.11,12)

なお、この実践は、日時計の任意の設置ができることを目標とし、そのために必要な南北線の平行移動の方法を、平行四辺形の性質の学習から理解するものである。

これらの実践から、中学校2年生で、南北線の移動による日時計の任意の設置が理解できることが示唆された。



Fig. 11 : 移動の方法の説明



Fig. 12 : 南北線の移動

## 4 日本最古の日時計の分析

以下、日本最古の屋外型日時計といわれる、出島と塩竈の日時計の正確性を分析することとする。

### 4.1 出島の日時計について

屋外に据え付けられた日時計として、日本で最古のものは、出島和蘭商館跡にあるものだといわれている。この日時計を作らせたのは 1766.11.1(～1767.10.20) に出島に赴任したオランダ商館長ヘルマン クリスチン カステンス (Kastens, Herman Christian) である。したがって、この日時計は日本最古とは言われるが、日本人が独自に作製したものとは考えにくい。出島の日時計は、現在はそのレプリカが「出島和蘭商館跡」の庭園に展示され (Fig.13), 実物は倉庫に保管されている。今回はその倉庫に保管されている実物の日時計を、長崎市文化観光部出島復元整備室室長の山下氏をはじめ、山口氏、杉本氏他皆様のご協力により、実地調査することができた (Fig.14)。なお、日時計はおよそ縦 83cm× 横 68cm× 厚さ 4.5cm の大きさであり、大人 3～4 人でないと動かせない重さがある。また、以前は個人所有で屋外に展示されていたため、すでに文字盤の表面の目盛りや時刻線はかなり劣化している。

### 4.2 出島 (長崎県長崎市) の日時計、塩竈 (宮城県塩竈市) の日時計

#### (1) 出島の日時計について

屋外に据え付けられた日時計として、日本で最古のものは、出島和蘭商館跡にあるものだといわれている。この日時計を作らせたのは 1766.11.1(1767.10.20) に出島に赴任したオランダ商館長ヘルマン クリスチン カステンス (Kastens, Herman Christian) である。したがって、この日時計は日本最古とは言われるが、日本人が独自に作製したものとは考えにくい。出島の日時計は、現在はその

のレプリカが「出島和蘭商館跡」の庭園に展示され (Fig.13), 実物は倉庫に保管されている。今回はその倉庫に保管されている実物の日時計を, 長崎市文化観光部出島復元整備室室長の山下氏をはじめ, 山口氏, 杉本氏他皆様のご協力により, 実地調査することができた (Fig.14)。

なお, 日時計はおよそ縦 83cm×横 68cm×厚さ 4.5cm の大きさであり, 大人 3~4 人でないと動かせない重さがある。また, 以前は個人所有で屋外に展示されていたため, すでに文字盤の表面の目盛りや時刻線はかなり劣化している。

#### (2) 塩竈の日時計について

一方, 日本人が独自に作製した最古のものは, 林子平 (1738-1793) によるものとされることが多い (出島のものを複製したものといわれている)。なお現在, 林子平製作の塩竈の日時計は, 塩竈神社博物館 (宮城県塩竈市) に保存されている (Fig.15)。



Fig.13: 出島にある日時計のレプリカ



Fig.14: 日時計の実物



Fig.15: 塩竈神社博物館の日時計の目盛

### 4.3 日時計の正確性

#### (1) 文字盤の時刻目盛について

出島の日時計について, オリジナルの日時計の文字盤の目盛 (Fig.16) を計測した数値から緯度  $\theta$  を逆算し, その正確性の検証を行う。

一方, 塩竈の日時計については, オリジナルの日時計の文字盤の拓本の目盛 (Fig.17) からその正確性の検証を行う。

$\theta$  を算出する方法としては, 次の 2 つの方法を採用する (表中の記号は Fig.5, 6 に対応)。



Fig. 16: 出島の日時計の文字盤

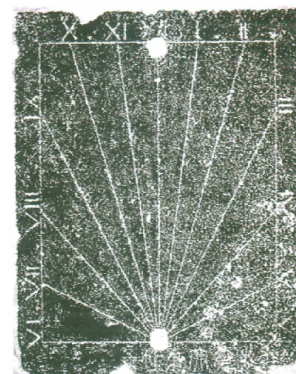


Fig. 17: 塩竈神社博物館の日時計の文字盤の拓本

[方法 1] 12 時の時刻線からの偏角  $\varphi$  の大きさを実際に分度器で測定し前述の関係式 (1) を利用

[方法 2] 文字盤にある時刻線等の長さの関係から逆正接関数を利用して  $\varphi$  の大きさを算出した上で前述の関係式 (1) を利用

分析の結果、次のことが明らかとなった。

出島の日時計について、各時刻線から算出した緯度  $\theta$  の平均値をとると、方法 1 では、32.9 度、方法 2 では 32.3 度となる (Table1, 2)。出島の緯度が 32.4 度であることを考えると、かなり正確に（正確な理論に基づいて）作製されていることがわかる。

一方、同様に塩竈の日時計を、方法 1, 2 で  $\theta$  を算出すると、平均値はそれぞれ、34.7 度、34.4 度となる (Table3, 4)。塩竈市の緯度が 38.2 度であることを考えると、出島の日時計を多少補正した可能性はあるものの、正確ではない（正確な理論で作製されたものではない）ことは確かである。

Table 1:  $\phi$  を分度器で実測 (出島)[illegible]Table 2:  $\phi$  を逆正接関数の利用により算出 (出島)[illegible]Table 3:  $\phi$  を分度器で実測 (塩竈)[illegible]Table 4:  $\phi$  を逆正接関数の利用により算出 (塩竈)[illegible]

## 5 なぜ日時計が正確に作製できなかつたのか

ここで注目すべきは、これら2つの日時計が同時期に作製されたにもかかわらず、出島の日時計は正確で、塩竈の日時計は正確ではなかつた点である。このことは、作製者の数学の力量に大きく関係していると考えられる。出島の日時計は、オランダ商館長（オランダ人）が作製させていることから、作製したのはその関係者であり、すでにそれを作製できる数学に明るかつたのは間違いない。したがって、正確な日時計が作製できたと考える。一方、日本人では作製できなかつたことを考えると、この時期、作製できるだけの数学が十分に広まっていなかつた状況にあったと考えられる。

実際、この当時、日本は鎖国(1639-1854)をしており、重要な学問などは、出島を通して、オランダや中国から輸入していたものの、十分に広まるまでの土壌はなかつたと考えられる。例えば、日時計を作る際には幾何学（とくにユークリッド幾何学）が必要となるのはいうまでもないが、中国では1600年頃にイエズス会の宣教師マテオリーチによってもたらされ、1607年頃には徐光啓によって(前半部分が)翻訳出版されたが、日本では同時期に来日したイエズス会の宣教師カルロスピノラ（マテオリーチとカルロスピノラはいずれも、グレゴリオ暦作成の中心人物であり、ユークリッド原論の注解書を書いたドイツ出身の数学者クリストフクラヴウスに学んでいる）が持ってきたとは考えられるが、翻訳出版もされていないことをみると、十分にその必要性を理解できるまでには至っていなかつたとも考えられる（日本では、鎖国が解かれた以降にようやく、西洋数学が十分に取り入れられた）。

この現状が同じようにわかるのが、同じ幾何学を必要とする「遠近法」の日本での広まりである。ユークリッド幾何学を必要とする遠近法は、西洋ではすでに、15世紀にレオンバテスタアルベルテによって理論づけられ、広まっていた。一方、日本では、遠近法はようやく18世紀になって、平賀源内、佐竹曙山、司馬江漢らによって確立され始めるが、それでも日本では遠近法が広まらなかつた。これは、それに必要な数学の理解が十分に広まっていなかったことによると考えられる。このことは、塩竈の日時計の作製時期とほぼ同時期の話である。

こうしたことから、日本では、数学が十分に発展していないことが推察され、日時計が正確に作製できなかつたことも、このことが原因であると考えられる。

## 6 おわりに

本稿では、日本における最古の屋外型日時計（出島の日時計と塩竈の日時計）の正確性を数学的に考察した。その結果、オランダ商館長が作った（作らせた）出島の日時計は正確であり、日本人（林子平）が作った（作らせた）塩竈の日時計は十分に正確とはいえるものではないことが明らかとなった。また、このことから、その背景にある数学がこの時期には日本で十分には広まっていなかつたことが示唆された。

## Acknowledgement

本研究は、科研費21500835、及び2370095による。

## REFERENCES

- 荒川紘, 1983, 日時計, 海鳴社

- 後藤晶男, 1985, 世界の日時計, 豊住書店
- 守屋誠司, 2009, 林子平は塩竈神社の水平型日時計を考案したか?, 数学教育学会誌臨時増刊, 19-21
- 関口直甫, 2001, 日時計, 恒星社厚生閣
- 鹽竈神社博物館, 2003, 鹽竈神社の文化財, 9
- Watanabe Nobuki, 1999, Learning of the “Geometry of the Globe”, 大阪教育大学数学教育研究, 29, 125-129
- 渡邊伸樹, 2000, 赤道型日時計から地面水平型日時計への拡張, 大阪教育大学数学教育研究, 109-121
- 渡邊伸樹, 2011, 学校数学における“数学の文化史”に関する教材開発(その1), 京都教育大学附属教育実践総合センター 教育実践研究紀要, 11, 41-47
- 渡邊伸樹, 2012, 学校数学における“数学の文化史”に関する教材開発(その2), 京都教育大学附属教育実践総合センター 教育実践研究紀要, 12
- 横地清 (ed.), 1981, 数学教育学序説 下, 明治図書, 64-103
- 横地清, 1995, 遠近法でみる浮世絵, 三省堂