

MATHEMATICS EDUCATION AND TEACHING PRACTICE TO BRING UP HISTORY OF MATHEMATICS CULTURE RICHLY

Toshimitsu MIYAMOTO, Ph.D.

Fukuyama City University, Fukuyama city, Japan
t-miyamoto@fcu.ac.jp

ABSTRACT

本稿は、数学文化史における教育内容の一つとして、「日時計」について論究した。日時計は、赤道型日時計、地面水平型日時計、鉛直型日時計に分類されるが、赤道型日時計の製作に取り組みしてから地面水平型日時計の作製へと移行する授業を実施した。日時計を教材とした学習活動は、立体幾何、三角関数の実用、三角形の合同の応用、作図のまとめとなり、文化史を指導する上で有効であることを確認することができた。

1 はじめに

横地清によって、天文学とは別に、立体幾何の視点から、太陽の運行と時刻を指導する教材として、日時計の種類や原理が整理され数学化された。日時計は、算数や数学だけではなく、総合学習の教材として定着してきた。

筆者は、昨年夏に中学校の数学科の教師の研修会で、実際に日時計を自作させる指導を、図1の様に中学校の教師たちに対して実施した。そこでは、論証幾何の導入としての定義、公理、定理によって証明の体系を整理し、日時計の製作原理に生かす指導のありかたについても指導した。また、文化史の観点から、今回の大震災のあった日本国宮城県塩竈市にある塩竈神社博物館に常設されている林子平考案とされている図2の地面水平型日時計と、日本国長崎県出島のオランダ商館にある日時計との関係について、小学校、中学校、高等学校の数学科の先生方に研究会の場で講演もした。これらのことから、学校教員が、数学文化史を理解する教材として、日時計に関する話題が有効であることが示唆されたので、その報告をする。

2 日時計と文化史

ここで、文化史として、日時計を選んだのかについて述べる。それには、数学文化史をどの様にとらえるのかということについての説明が必要である。そこで、本稿においては、数学文化を数学教育としての側面から捉え、教育的意義として、図形教育、モデル化、文化史、他教科との関連の4つの視点から説明する。



図1 中学校の数学の教師の研修会の様子



図2 林子平考案とされる地面水平型日時計

はじめに、日本においては、図形教育に対する体系が、必ずしも整っているとは言い難い状況にあることは、だれもが認めるところである。特に、立体幾何といった空間図形に関する指導内容は、外国と比較しても整っているとは言いにくい。これを日時計は、学習者にとって、自然な形で解決してくれる教材であると捉えている。具体的には、日時計の教材においては、図形に関する定理を多く利用する。例えば、平行線の同位角、円の半径と接線の垂直、三垂線の定理、球面上の位置関係、球と接平面、平面同士の平行、二面角等がある。これは、従来の立体幾何とは異なった視点から空間図形を扱えるような教材である。高校生を対象とした場合は、太陽の運行を空間の解析幾何として証明可能でもあり、一定レベルの数学の内容を扱うことも可能である。また、実際に時計を製作することによって、数学の実用性を学習者に理解させることが可能である。上で述べた様な視点からは、図形の論証と数学の実用性を体験させることが可能である。

次に、モデル化と言った視点から述べる。最も基本となる赤道型日時計の製作を終了すると、それを基に水平型日時計の製作へと進む。この時、時刻盤の時刻線の引き方が異なるといった課題が生じる。これは、水平型日時計から鉛直型日時計を製作する時にも生じる。この様にして、

数学モデルを発展させることができる。このことは、次の節で述べる林子平考案とされる塩竈神社博物館にある日時計と平戸の日時計との比較解析において、重要な役割を果たしている。

また、林子平考案とされる日時計を解析することにより、それが存在する塩竈ではなく、平戸の緯度に相当する位置に存在するのが妥当であるとの結論を導く。日本の歴史に触れながら、歴史上の出来事について数学を利用して、科学的に解明することの重要性について、実感をもって理解させることが可能である。また、例えば、赤道型日時計についても、緯度の異なる国においては、時刻盤と地面との二面角の大きさが違う。このようなことから、日時計は、歴史や文化財へと結びつくと同時に、国際的視野を育成する数学文化史としての側面を持つ重要な教材になり得る。

さらに、従来日本において、日時計は、理科の教材として扱われてきた。しかし、日時計によって、数学と理科と言った異なる教科が、十分に連携可能である。最も、その前提としては、指導する教師の十分な教材研究が必要である。

3 世界の日時計と日本の日時計

日時計の基本的な原理は、日影をつくるノーモンと呼ばれる影とり棒とその影が落ちる時刻線で生成される時刻盤で構成される。時刻盤の地面に対する設置の仕方、赤道型日時計、地面水平型日時計、鉛直型日時計の3つに大きく分類される。この日時計も地域や国によって、設置される日時計の種類に特徴がある。中国や韓国においては、赤道型日時計がみられる。日本においては、各地に図の様な地面水平型日時計がある。ヨーロッパにおいては、比較的緯度がたかいために、必然的に図3や図4の様な鉛直型日時計が設置されている。

今回の大震災のあった日本国宮城県塩竈市にある塩竈神社博物館に江戸時代の地元伊達藩の英雄で日本国内でも非常に有名な学者である林子平考案とされる日時計が常設されて、展示されている。その日時計は、ノーモンと呼ばれる影とり棒は、オリジナルかどうかの確実性は、はっきりとしてはいないが、時刻盤がジナルデアルであることは、間違いの無い事実としてはっきりとしている。実は、この文字盤に奇妙な事実がある。地面水平型日時計のノーモンの時刻盤に対する設置角度は、その日時計が置かれる緯度で決定される。つまり、ノーモンと文字盤で決定される角度を測定すれば、その日時計が緯度何度の地点に設置されるべき日時計であるかが分かるのである。

したがって、林子平考案とされる日時計が、緯度何度の地点に置かれる日時計であるかは、そのノーモンと時刻盤で決定される角度を測定すればわかるのであるが、上で述べた通り、ノーモンがオリジナルであるかどうかははっきりしないために、それを測定しても確実性がない。しかし、幸いなことに、時刻盤は、オリジナルであることがはっきりとしているので、時刻盤から、その日時計が設置される緯度を計算によって求めることは可能である。実際に、時刻盤の拓本を基に、7時、8時、9時、10時、11時の各時刻における緯度の値を計算するとそれぞれ次の通りになる。33.7°, 33.1°, 32.4°, 34.3°, 33.8°。この算術平均は、33.4°となるが、塩竈神社博物館のある地域の緯度は、38.3°となっていて、明らかに誤差の範囲を超えている。具体的には、長崎県平戸付近の緯度に相当する。



図3 ニュールンベルグの日時計のある教会



図4 東側に設置されている鉛直型日時計

4 日時計の原理

4.1 立体幾何の視点からの時刻盤の作製原理

地面水平型日時計の数学的構造は、図5の通りである．図において、☆は、ノーモンを向けるべき北極星を表している．文字盤上における任意の時間におけるノーモンの影は、線分OR上にあ
る．したがって、同じ時刻を示す地面水平型日時計の時刻線は、線分PRと一致する．

そこで、 $PQ = 1$ としても一般性を失わない．

いま、 $PQ = 1$ ，緯度を

A ， $\angle QOR = T$ ， $\angle QPR = X$ とおく．

直角三角形において， POQ において， $OQ = \sin A$ ．

直角三角形において， QOR において， $QR = OQ \cdot \tan T = \sin A \cdot \tan T$ ，

$\tan X = QR$ である．

したがって， $\tan X = \sin A \cdot \tan T$ となる．

よって， $A = \sin^{-1} \left(\frac{\tan X}{\tan T} \right)$

これが，前章において緯度を求める時に利用した式である．

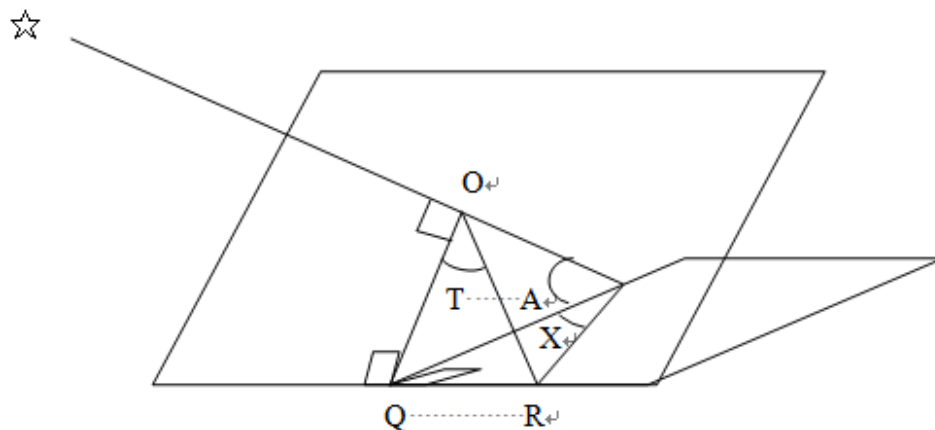


図5 緯度と時刻線の関係

4.2 作図の視点からの時刻盤の作製原理

図6が，赤道型日時計と水平型日時計の時刻線の関係である．

図7を参考に，作図によって点Oの位置を求める．次に，斜辺QPと一辺OQの長さが分かっている直角三角形を作図したうえで， $\angle OPQ$ を計測して大きさを求めることになる．この計測値が，その日時計が置かれるべき緯度となる．

$\angle OQP = (90^\circ - \text{緯度})$ ， $\angle OPQ = \text{緯度}$

尾道市の緯度は，北緯約 34° なので，ここで利用可能な日時計を製作する．生徒には，完成してある赤道型日時計を基にして，赤道型では 15° おきになっていた時刻線が，地面水平型日時計においては，どのような線になるか考えさせると良いでしょう．ただし，その際に，日時計のノーモン線は水平面まで伸びるものとして考えさせる．

図9において，ノーモンAP影は，赤道型日時計の上部では， $\triangle ARO$ を含む面となる．

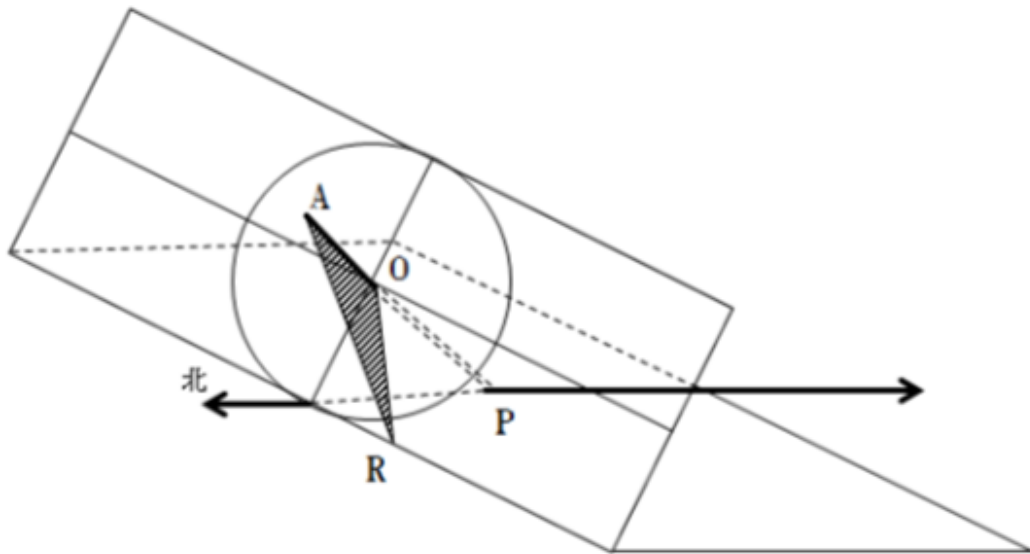


図 9

水平面に対して，ノーマンAPの影は， $\triangle ARP$ を含む面と水平面の交線となるので，

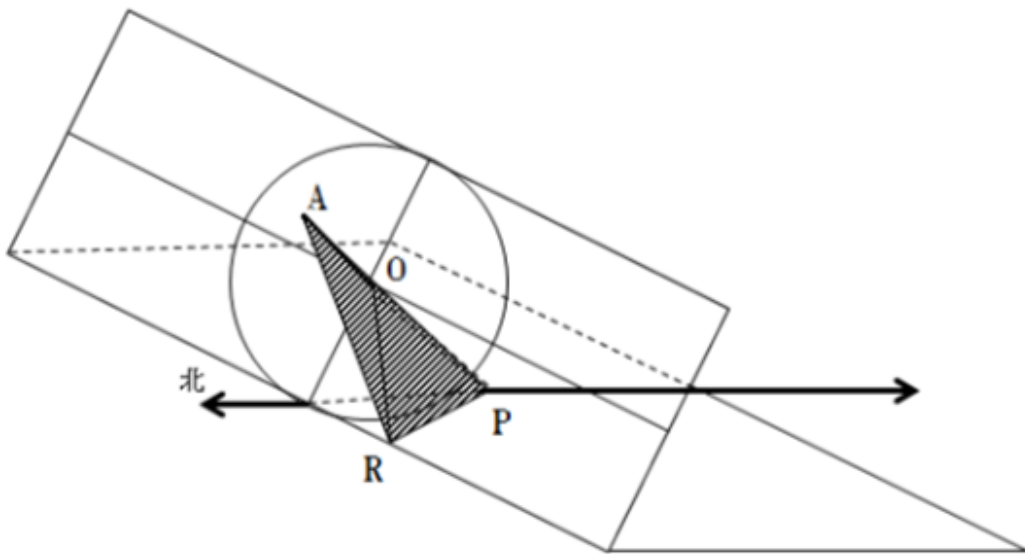


図 10

そこで，円を 15° ずつ 24 等分した赤道型日時計の文字盤上の時刻線を，赤道面と水平面の交線まで延長して交点を作った．図 6 の点 P の位置を作図から決定し，先程の交点と点 P とを結ぶ．点 P の位置は，まず，OQ の長さを決めて， $\angle Q = 90^\circ - \text{緯度}$ ， $\angle O = 90^\circ$ から $\triangle OQP$ を作図する．この図の PQ の長さを測ると点 P の位置が決定できる．

下の図 12 の様に，水平面を長方形で囲んで，時刻を記入すれば，図 13 のように地面水平型日時計の時刻盤ができあがる．

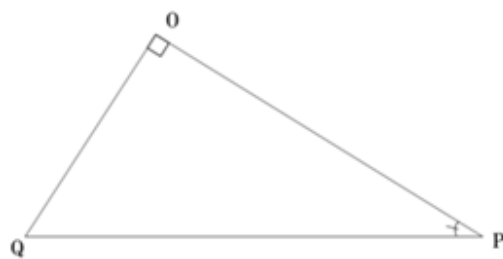


图 11

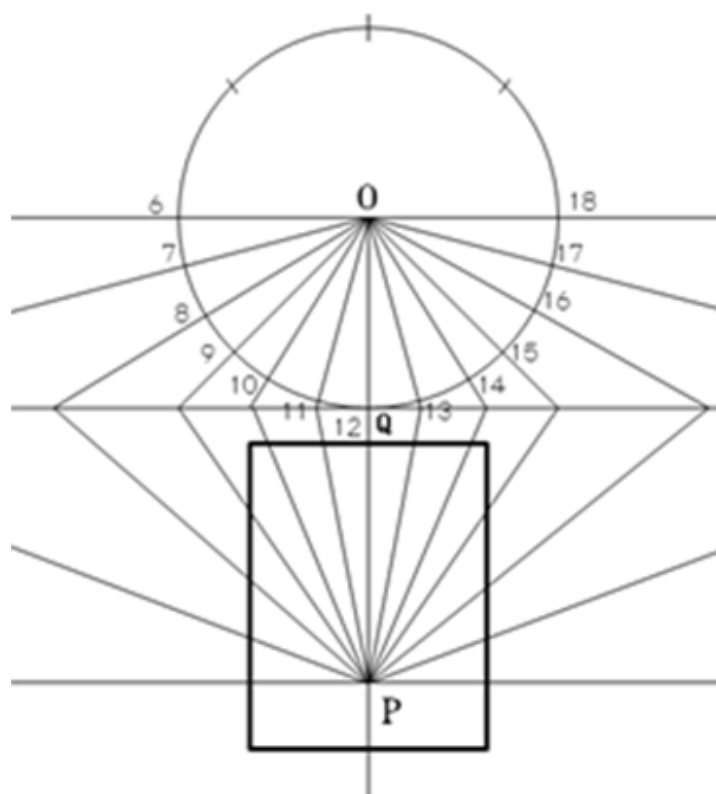


图 12

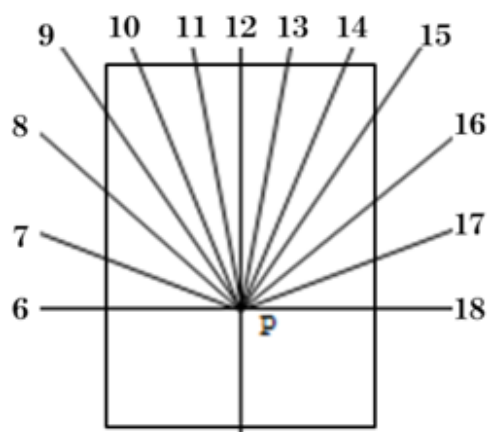


图 13

5 まとめ

前章までに述べてきたように，実際に中学校の数学科の教師を対象とした研修会を実施した．研修会後に，この教材に関して評価してもらった．その結果は，次の通りである．

教職経験 2 年目の男性の先生は，「赤道型日時計については，選択授業で活用したいと思います．地面水平型日時計については，ノーマンをいかにして水平に立てるか角度をつけて立てるかに注目するとさらにおもしろいと思います．」教職経験 2 年目の女性の先生は，「実際に授業で作ってみたいと思った．生徒も楽しみながら作れそうだった．地面水平型日時計は，なぜ，文字盤についてもう少し深く学習したかった．」教職経験 29 年目の男性の先生は，「実際に授業で作成させ，生徒に外に出て確認させたいと思った．」教職経験 26 年目の男性の先生は，「生徒は，興味を持つと思います．平行線をきちんと引く，接戦を引くなど作図の練習になると思いました．」教職経験 24 年目の男性の先生は，「中学生には，地面水平型日時計の方が，赤道型日時計よりも作りやすそうだった．実際に，地面水平型日時計を測らせてやっていけると思う」．研修会に参加された他の先生方もほぼ同様な意見であった．以上のことから，日時計は中学校において十分に有効な授業の教材になりうると考える．

REFERENCES

- － 横地清，1981，「太陽と地球の幾何」，数学教育学序説 下，pp.72-103
- － 宮本俊光&守屋誠司，2010，「文化史を算数 数学の授業へ取り入れた事例研究」，数学教育学会誌，pp.123-125
- － 宮本俊光&守屋誠司，2010，「高校生における製作活動を伴った数学授業の効果に関する一考察」，数学教育学会，pp.169-171
- － 守屋誠司，丹洋一，宮本俊光，2010，「数学の授業における水平型日時計の扱いと授業実践の成果」，玉川大学学術研究所「教師養成研究センター紀要」第 2 号，pp.1-10c
- － MIYAMOTO Toshimitsu, 2010, "Elementary mathematical proof about the uncertainty existing HAYASHI SHI-HEI devised ground horizontal sundial", SUGAKUSHI KENKYU Journal of history of mathematics, pp.31-34.
- － 宮本俊光，2011，「地域の算数 数学の授業実践の活性化課題と展望」，日本科学教育学会 研究会研究報告，pp.23-25.
- － 宮本俊光，2010，「数学文化史としての赤道型日時計の算数 数学科教育への応用」，日本数学史学会総会 年会議案，pp.7-13.
- － 宮本俊光，2010，「数学史文化史としての地面水平型日時計の算数 数学科教育への応用」，第 6 回全国和算研究大会，pp.5-11.