

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU QUÉBEC

Philippe R. RICHARD* – Viktor FREIMAN** – Daniel JARVIS***

Résumé – Pour aider à comprendre la diversité canadienne dans l'enseignement des mathématiques, notre contribution porte sur la réalité québécoise, complétant les études sur le Nouveau-Brunswick et le Canada anglais. Cette découpe s'inscrit dans une logique linguistique et constitutionnelle : chaque région doit fournir à leurs minorités l'enseignement primaire et secondaire dans leur langue (l'anglais au Québec, le français partout ailleurs), mais l'éducation demeure la responsabilité exclusive des provinces et des territoires. Si officiellement, le Québec est unilingue et le Nouveau-Brunswick bilingue, le Canada anglais se compose de minorités francophones et il offre des cours d'immersion qui parachèvent la comparaison du panorama canadien.

Mots-clefs : enseignement des mathématiques, panorama canadien, spécificité du Québec

Abstract – To increase understanding of the diversity that exists in Canadian mathematics education, this contribution focuses on Québec, complementing the separate papers that we have also written on New Brunswick and English Canada. The Canadian educational context involves both linguistic and constitutional factors: each region must provide primary and secondary education to minorities in their own language (English in Québec, French everywhere else), yet education remains the exclusive responsibility of the provinces and territories. Officially, Québec is unilingual, New Brunswick is bilingual, and the remainder of English Canada involves pockets of French-speaking minority populations, members of which are guaranteed schooling in French according to the Charter. Regular French instruction classes are offered in most English schools, and full French immersion programs are also provided in many jurisdictions.

Keywords: Mathematics education, Canadian overview, Québec context

Cet article, d'une série de trois, aborde la question de l'enseignement des mathématiques dans le vaste paysage canadien. Il contribue au groupe spécial *Comparaison de l'enseignement des mathématiques à travers les pays francophones ; résultats, sens et usages* en portant précisément sur la spécificité québécoise. Le Québec est l'un des treize membres de la fédération canadienne, une monarchie constitutionnelle de type britannique. En vertu de la Constitution canadienne de 1867, le Québec, tout comme les autres provinces et les territoires, a le pouvoir exclusif d'adopter des lois en matière d'éducation.

Notre texte se structure selon les cinq points proposés par le groupe spécial afin de faciliter la comparaison avec les deux autres contributions canadiennes, une première étude sur le Nouveau-Brunswick et une seconde sur le Canada anglais. Cette dernière entité regroupe les provinces et les territoires où l'anglais sert habituellement de langue de convergence interculturelle, mais qui héberge des populations francophones souvent très anciennes qui peuvent recevoir l'enseignement obligatoire en français, ou qui offre des programmes d'immersion française à l'ensemble de leur population.

I. DESCRIPTION GÉNÉRALE DU SYSTÈME SCOLAIRE

À l'instar de l'ensemble du Canada, le système scolaire québécois offre à la population une variété de programmes et de services éducatifs. Le système s'organise au sein d'un réseau de l'éducation, formé d'établissements publics et privés, francophones et anglophones, qui comporte quatre ordres d'enseignement : le primaire (y compris l'éducation préscolaire), le secondaire, le collégial et l'enseignement universitaire (voir figure 1). L'enseignement est

* Université de Montréal – Canada – philippe.r.richard@umontreal.ca

** Université de Moncton – Canada – viktor.freiman@umoncton.ca

*** Nipissing University – Canada – danj@nipissingu.ca

gratuit au primaire, au secondaire et au collégial, mais à l'université des droits de scolarité sont exigés peu importe le type d'établissement.

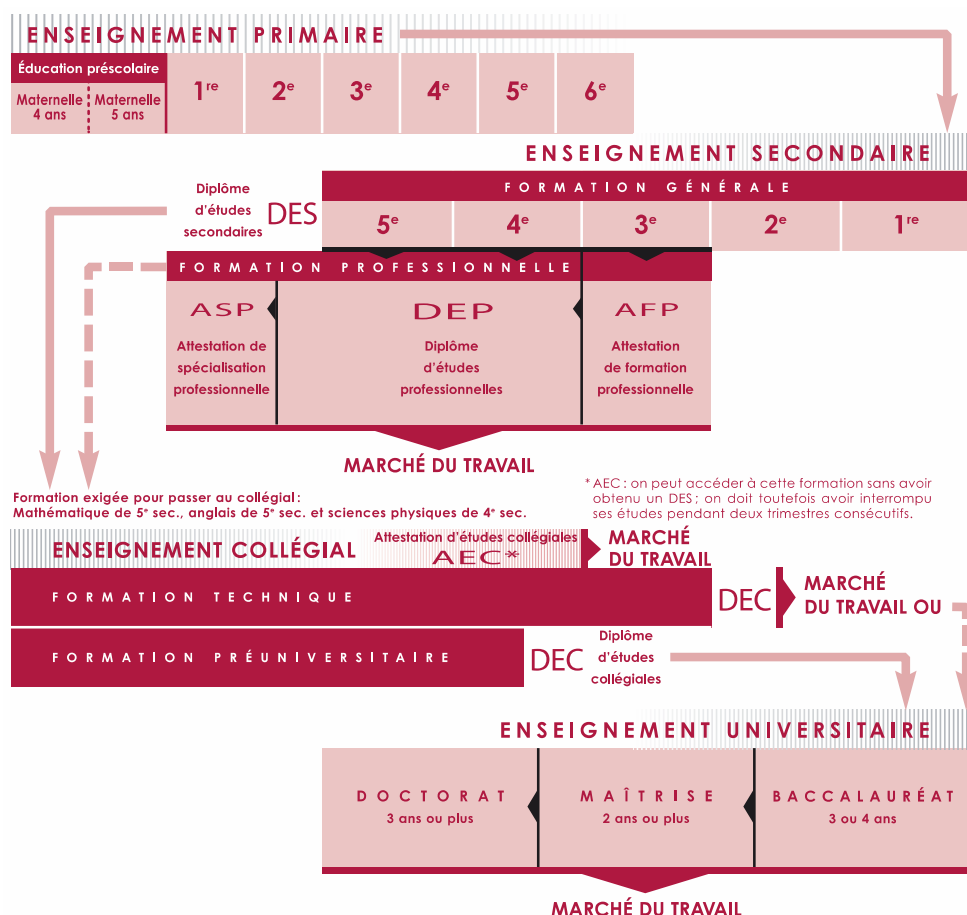


Figure 1 – Le système scolaire au Québec¹

Après une formation de base commune qui s'étend de la première année du primaire à la seconde année du secondaire, aux parcours de formation générale (traditionnelle ou appliquée) s'ajoutent les parcours de formation professionnelle et de formation axée sur l'emploi. Pour ceux qui poursuivent leurs études, la formation postsecondaire commence dans les cégeps, une institution typiquement québécoise. Il s'agit des collèges d'enseignement général et professionnel qui offrent au sein d'un même établissement des programmes de formation préuniversitaire et de formation technique. Cette particularité d'un ordre d'enseignement charnière entre le secondaire et l'université se traduit par le fait qu'au Québec on entre à l'université un an après le reste du Canada, mais que les programmes universitaires sont plus spécifiques dès le début de la formation et qu'ils durent une année en moins.

Lorsque l'on souhaite comparer finement le nombre d'années d'études entre les systèmes québécois et hors du Québec, on doit considérer les particularités sur le début de l'enseignement obligatoire. Néanmoins, malgré une tendance canadienne qui cherche à commencer la scolarisation dès la maternelle ou la prématernelle, l'éducation préscolaire au Québec est toujours volontaire. Afin de simplifier la comparaison au tableau 2, nous avons alors fixé la première année d'étude à la première année du primaire. Cette année coïncide avec les mêmes élèves du groupe d'âge 6-7 ans et l'échelle qui découle se poursuit jusqu'à l'université. On remarque plusieurs différences entre les notions d'école élémentaire,

¹ Adaptation de <http://www.mels.gouv.qc.ca/scolaire/educqc/systemeScolaire/>.

secondaire et de collège, le début et la fin de la formation de base commune, de la scolarité obligatoire, de la formation professionnelle, etc. Par contre, les diplômes universitaires sont délivrés essentiellement après le même nombre d'années d'étude.

Système québécois		Années d'étude	Systèmes canadiens hors Québec					
				Nouveau-Brunswick		Canada anglais		
				Fra	Ang	I	II	
	Enseignement primaire 1 ^{re}	1	Elementary education Grade 1	École élémentaire	Elementary School	Elementary School	Elementary School	
	2 ^e	2	Grade 2					
	3 ^e	3	Grade 3					
	4 ^e	4	Grade 4					
	5 ^e	5	Grade 5					
	6 ^e	6	Grade 6	Middle School	Senior Elementary - Junior High School			
	Enseignement secondaire 1 ^{re}	7	Grade 7					
	2 ^e	8	Grade 8					
Programmes professionnels du secondaire DEP, ASP et AEP	3 ^e	9	Secondary education Grade 9	École secondaire	High School	Senior High School	Technical Vocational High School	
	4 ^e	10	Grade 10					
	5 ^e DES	11	Grade 11					
Programmes techniques du collégial DEC et AEC	Enseignement collégial Formation pré-universitaire DEC	12	Grade 12	Tertiary education Université Undergraduate 4 ans Bachelor's degree			College • Community college (2 ans) • Technical, applied arts or applied science school (4 ans)	
	Enseignement universitaire 1 ^{er} cycle 3 ou 4 ans (ex. éducation, génie) Baccalauréat	13						
		14						
		15						
		16						
DESS	2 ^e cycle Maîtrise	17	Graduate					
		18	Master's degree					
	3 ^e cycle Doctorat	19	Postgraduate Doctorate					
		20						
		21						

Tableau 2 – Équivalences entre les systèmes québécois, néo-brunswickois et canadiens anglais

Note sur le tableau 2 : La trame en vert représente la scolarité obligatoire, en orange la formation supérieure générale et en bleu la formation professionnelle, technique ou spécialisée. L'italique souligne l'ordre d'enseignement et le gras le diplôme ou l'attestation obtenue. Au Canada anglais, nous avons reproduit les deux modèles les plus fréquents (colonnes I et II). De façon générale, on amorce souvent l'école élémentaire dès la maternelle (voir les études sur le Nouveau-Brunswick et le Canada anglais),

mais l'enseignement obligatoire au Québec commence en première année du primaire et sert de point de départ pour compter le nombre d'années d'étude. En bout de piste, les programmes de maîtrise et de doctorat se rejoignent. Mais au Québec, pour un même diplôme universitaire de 1^{er} cycle (baccalauréat), la formation peut durer 3 ou 4 ans selon les spécialités. Ainsi, la formation initiale des enseignants pour le préscolaire-primaire et pour l'enseignement des mathématiques au secondaire dure 4 ans.

II. ORIENTATION DES PROGRAMMES

1. Responsabilités des programmes selon les ordres d'enseignement

Au Québec, le ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport est le premier responsable d'élaborer et de proposer au gouvernement des politiques relatives aux domaines qui vont de l'éducation préscolaire jusqu'à l'enseignement et la recherche universitaires. Bien qu'il joue un rôle différent selon l'ordre d'enseignement visé, au préscolaire, au primaire, au secondaire et au collégial, il établit les programmes, définit les objectifs et souvent, les contenus ou les standards. À l'université, le Ministère assure l'avancement de l'enseignement et de la recherche en fournissant aux établissements d'enseignement les ressources nécessaires pour leur fonctionnement et leur développement, mais il en respecte l'autonomie, tout en favorisant une certaine concertation entre ses partenaires. Hormis les plans des relations de travail et des finances, on peut résumer au tableau 3 les principaux organismes institutionnels qui orientent ou coordonnent les ordres d'enseignement.

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport	http://www.mels.gouv.qc.ca/
Fédération des commissions scolaires du Québec	http://www.fcsq.qc.ca
Fédération des cégeps	http://www.fedeccegeps.qc.ca/
Conférence des recteurs et des principaux des universités du Québec	http://www.crepuq.qc.ca/

Tableau 3 – Institutions québécoise en amont dans la formation

Bien que le rôle de chaque organisme ne soit pas exclusif, on peut facilement en situer les mandats à partir des portails respectifs. On assiste notamment, au gré de l'évolution ministérielle, à la création de petites entités charnières comme le *Comité-conseil sur les programmes d'études* (du préscolaire au secondaire) ou les *Comité-conseil de la formation générale et du programme d'études préuniversitaires sciences, lettres et arts* (cégep). Par ailleurs, ces sites Web débouchent sur une quantité importante d'information et de liens privilégiés qui demeurent accessibles aux parents, élèves ou tout autre intervenant du monde de l'éducation. Une partie de notre propos se fonde sur l'information qui se trouve sur ces sites, mais comme elle est du domaine public, nous ne mentionnons dans ce qui suit que les références précises ou les citations.

Le Ministère est responsable de la définition des programmes de formation pour l'enseignement préscolaire, primaire et secondaire, ce qui facilite l'identification de la formation mathématique commune à tous les élèves québécois. Les programmes d'études au collégial se composent d'une partie commune (trois cours de langue d'enseignement et littérature, un cours de langue seconde, deux cours de philosophie et trois cours d'éducation physique), d'une partie propre au programme d'études choisi (un cours de langue

d'enseignement et littérature, un cours de langue seconde et un cours de philosophie) et d'une partie complémentaire (deux cours dans d'autres domaines que ceux de la formation spécifique), laissant à chaque cégep la responsabilité de définir l'ensemble de leurs programmes sous ces contraintes, aussi bien au sein de la formation préuniversitaire que de la formation technique.

Il est difficile d'établir avec précision le nombre de programmes qui coexistent au collège. En plus de la formation dite régulière, certains programmes sont conçus temporairement pour des clientèles particulières, comme les programmes de formation continue ou d'éducation aux adultes. Comparativement à l'enseignement obligatoire, l'enseignement des mathématiques y est donc très variable et même en connaissant la description de cours communs, comme les cours de calcul différentiel et intégral, d'algèbre et de statistique pour ne nommer que ceux là, nous ne pouvons rendre compte de la formation effective à partir de cet ordre d'enseignement. À l'université, la variété de la formation en mathématique est encore plus grande : toute tentative de brosser un portrait même global dépasse largement les limites de notre étude.

Il convient de souligner l'exception de la formation des enseignants, dont la responsabilité entre les universités et le Ministère se chevauche. Le *Comité d'agrément des programmes de formation à l'enseignement* (voir <http://www.capfe.gouv.qc.ca/>) est un organisme qui a la responsabilité d'agréer ces programmes de formation selon les orientations et les directives du Ministère. Il doit interpréter ces dernières en fonction des programmes de formation à l'enseignement que lui soumettent les universités et, tout en respectant les pratiques de liberté universitaire, il peut recommander d'autres approches de formation. Malgré une autonomie certaine, la qualité des programmes qu'il agréé et qu'il recommande pour fin d'obtention d'une autorisation d'enseigner est la responsabilité du ministre.

2. L'enseignement des mathématiques dans la formation de base

De la première année du primaire à la seconde année du secondaire, le programme de formation est commun à tous les élèves québécois. Dans une intention digne de mention, la formulation des programmes visait à assurer une continuité du préscolaire au cégep en insistant sur la notion de compétence, ce qui permettait notamment d'éviter un effet de cloisonnement disciplinaire. Les contenus étaient énoncés, mais on laissait aux enseignants une grande marge de manœuvre quant à leur ordre d'étude, légitimant en quelque sorte le caractère relatif des connaissances dans l'apprentissage. On ne parle d'ailleurs plus de programmes d'études, mais bien de programmes de formation. Fondés en partie sur la recherche pédagogique, les programmes introduisent plusieurs nouvelles notions techniques qui s'ajoutent aux repères épistémologiques traditionnels et au vocabulaire hérité des programmes précédents, formulé par objectifs. En outre, les programmes doivent être compréhensibles à la fois par les parents et l'ensemble des intervenants du monde de l'éducation, jouant sur la polysémie des termes et l'élasticité sémantique. Il s'agit forcément d'un exercice périlleux, mais le résultat est là, avec ses avantages et ses inconvénients.

Afin de s'y retrouver, nous profitons des nombreux diagrammes qui figurent dans le texte des programmes, mais nous les décrivons à peine. Faute d'espace, nous invitons le lecteur à consulter les originaux dans MÉLS (2001, 2006 et 2007), de même que certaines mises à jour récentes qui ne modifient pas l'esprit initial de ces versions. Elles sont disponibles en navigant sur le site Web de la Direction générale de la formation des jeunes². À la figure 4, nous résumons les éléments clefs du programme de formation au préscolaire-primaire, issus de MÉLS (2001). Même si les cadres de couleur apparaissent sur des pages différentes, nous

² Voir <http://www.mels.gouv.qc.ca/DGFJ/>.

avons conservé le même ordre de numération des schémas (1, 2, 3, 4 et 8) tout comme l'esthétique ministérielle de l'ensemble. Les trois compétences mathématiques se trouvent dans le tiers inférieur et, à droite, leurs composantes respectives. À part quelques différences de formulation, les compétences mathématiques du primaire au secondaire s'énoncent *résoudre une situation-problème*, *déployer un raisonnement mathématique* et *communiquer à l'aide du langage mathématique*. La spécificité du préscolaire est au schéma 4.

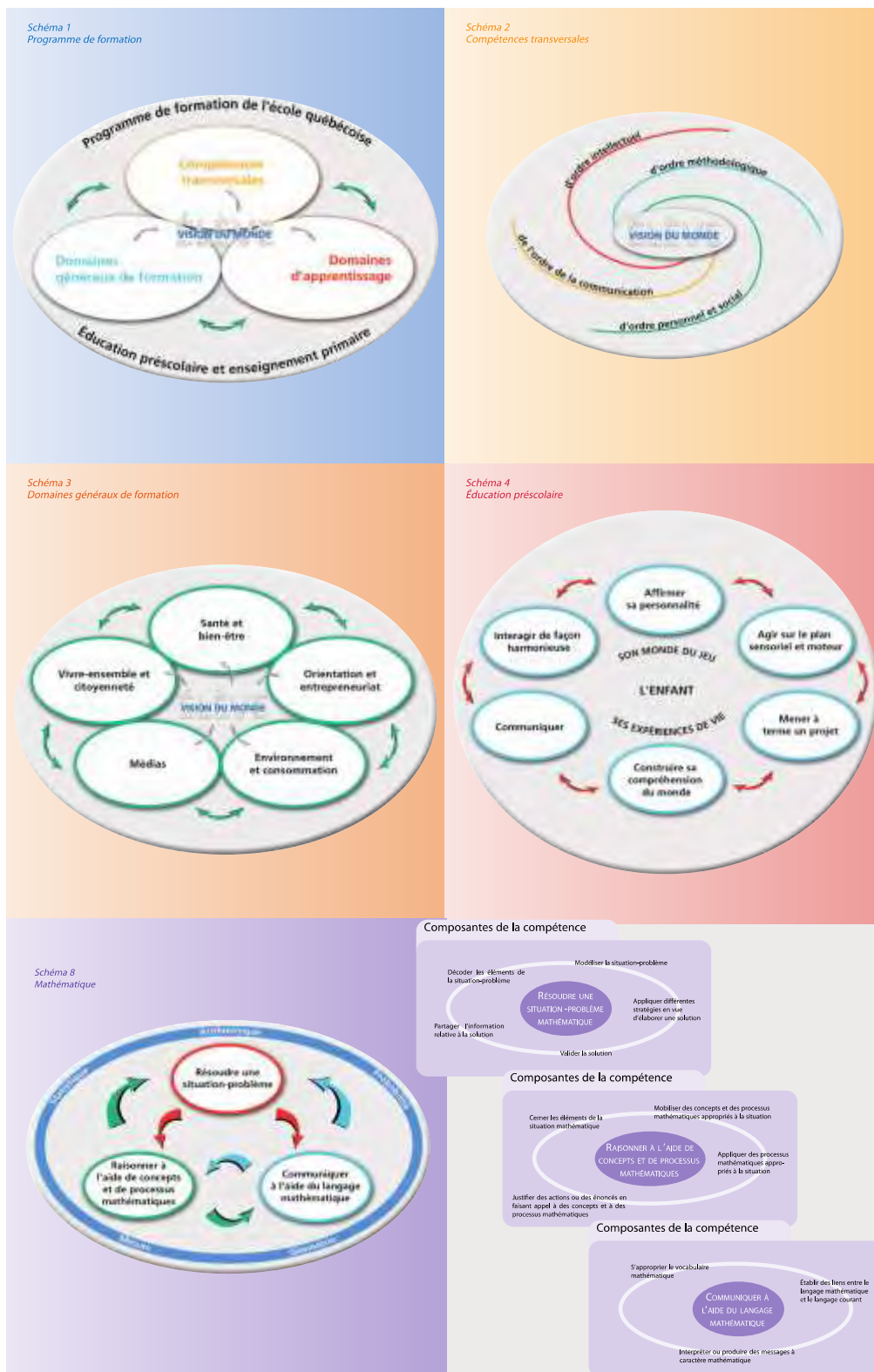


Figure 4 – Les principaux éléments de programme de formation au préscolaire-primaire

Au cours des dernières années, les notions de compétences disciplinaires et surtout de compétences transversales ont suscité de vives réactions chez les parents et dans le monde de l'éducation en général. Cette disposition a été largement couverte par les médias et elle a entraîné une modification dans le régime pédagogique (voir illustration 5). Malgré la bonne intention dont nous avons parlée précédemment, on trouvait que les compétences transversales étaient difficiles à évaluer et que l'évaluation même des compétences risquait d'y subordonner les connaissances traditionnelles. On a même souligné que la compétence transversale portant sur la résolution de problème entraînait en conflit avec la compétence mathématique du même nom, typique du domaine et sans doute la plus importante. Les connaissances disciplinaires se montrent alors au premier plan pour chaque domaine d'apprentissage. Jusqu'à la fin de secondaire, les mathématiques appartiennent au domaine *de la mathématique, de la science et de la technologie*, aux côtés des domaines *des langues, de l'univers social, des arts et du développement personnel*.

Règlement modifiant le Régime pédagogique de l'éducation préscolaire, de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire

Loi sur l'instruction publique
(L.R.Q., c. I-13.3, a. 447)

1. Le Régime pédagogique de l'éducation préscolaire, de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire (R.R.Q., c. I-13.3, r. 8) est modifié par le remplacement, dans le troisième alinéa de l'article 15, des mots « compétences disciplinaires et transversales » par les mots « connaissances et compétences disciplinaires ».

Illustration 5 – Extrait de la Gazette officielle du Québec, 8 septembre 2010, 142^e année, n^o 36

3. L'enseignement des mathématiques au deuxième cycle du secondaire

La structure du programme est reprise au 2^e cycle du secondaire, mais la coexistence des parcours de formation générale, de formation générale appliquée et de formation axée sur l'emploi (préparatoire au travail ou menant à l'exercice d'un métier semi-spécialisé) se traduit par une différenciation dans le cheminement de l'élève. Après une première année commune en 3^e secondaire, l'élève poursuit sa formation selon une des trois séquences offertes, ce qui implique une particularisation au niveau du contenu mathématique (figure 6).

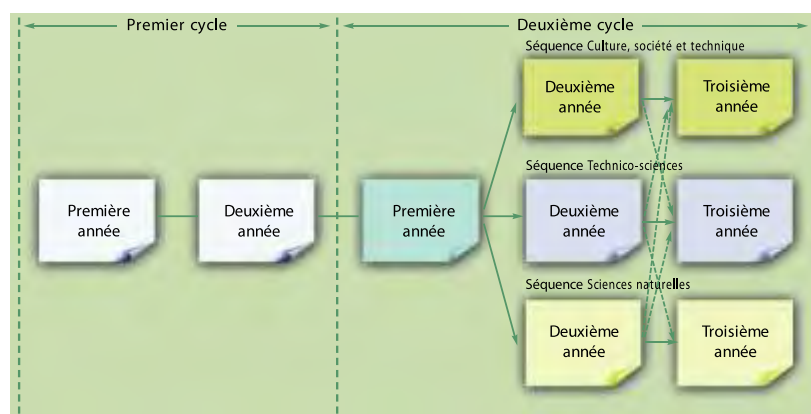


Figure 6 – Trois cheminements possibles en mathématiques pour les deux dernières années du cycle

III. DÉVELOPPEMENT DES MATHÉMATIQUES À TRAVERS LES PROGRAMMES

1. Contenu de formation

Dans toute la scolarité obligatoire, le contenu mathématique se présente en cinq branches, souvent groupés selon les disciplines « arithmétique et algèbre », « probabilités et statistiques » et « géométrie ». En plus de proposer des liens avec les autres contenus de formation (figure 7), on y montre également certains liens intramathématiques (figure 8). Les programmes commencent par la présentation du sens de la discipline et des compétences mathématiques, dont les composantes de chaque compétence, les attentes de fin de cycle et des critères d'évaluation. Le contenu mathématique apparaît précisément dans les « savoirs essentiels » (préscolaire-primaire) ou dans les listes de « concepts » et de « processus » (secondaire), ordonné sous les branches ou les disciplines mathématiques. On y donne également des repères culturels, des éléments de méthode (secondaire) et quelques considérations sémiotiques (symboles, notations, vocabulaire) ou heuristiques générales (stratégies relatives à la résolution de situations-problèmes).

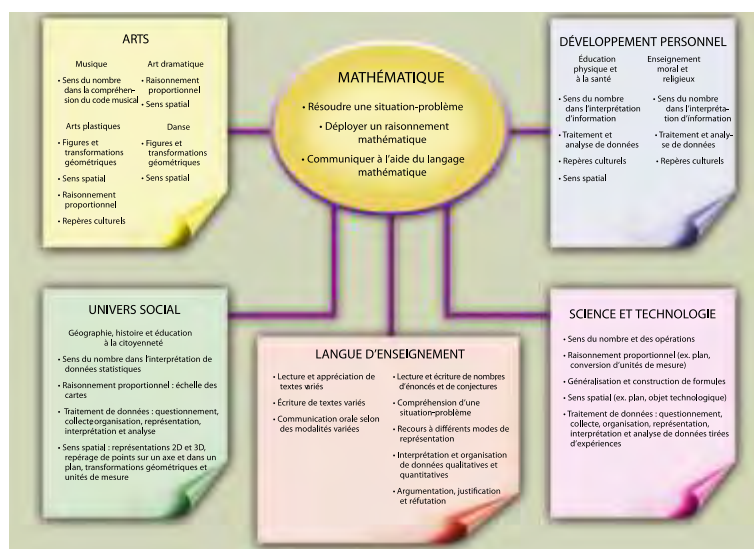


Figure 7 – Liens interdisciplinaires issus du programme de 1^{er} cycle au secondaire

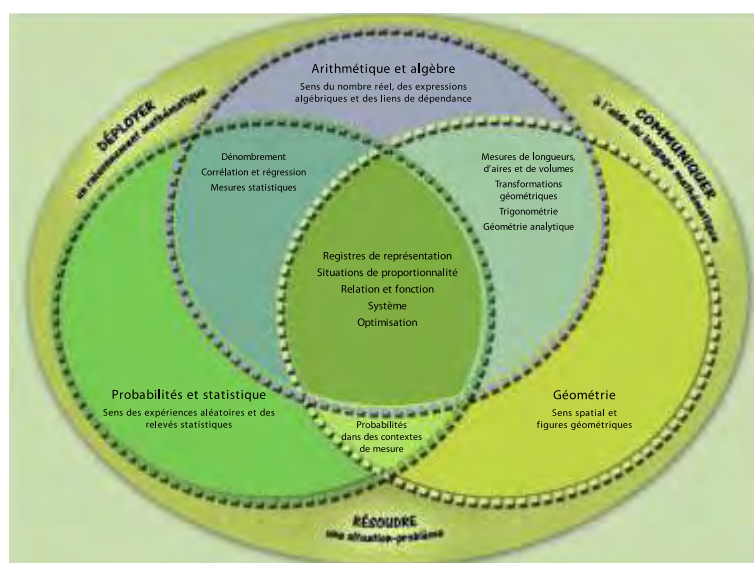


Figure 8 – Liens intramathématiques issus du programme de 2^e cycle au secondaire

2. Exemple de la géométrie

Pour comprendre la logique évolutive du développement des compétences mathématiques à travers le contenu de formation, nous avons produit un collage du contenu géométrique issu de MÉLS (2001, 2006 et 2007). Au préscolaire-primaire (tableau 9), la géométrie comprend l'étude de l'espace et des formes, avec une attention toute particulière sur la mesure. Les puces 1, 2 et 3 se réfèrent au cycle de formation (1^{er} cycle : 1^{re} et 2^e année; 2^e cycle : 3^e et 4^e année; 3^e cycle : 5^e et 6^e année) où chaque savoir essentiel est censé apparaître. Ces savoirs sont groupés suivant un thème commun, comme l'espace, les solides, les figures planes, de ainsi que les frises et les dallages.

GÉOMÉTRIE : FIGURES GÉOMÉTRIQUES ET SENS SPATIAL

• Espace	
– Repérage d'objets et de soi dans l'espace, relations spatiales (devant, sur, à gauche, etc.)	1
– Repérage sur un axe	1 2 3
– Repérage dans un plan	1 2
– Repérage dans le plan cartésien	2 3
• Solides	
– Comparaison et construction : prisme, pyramide, boule, cylindre, cône	1
– Comparaison des objets de l'environnement aux solides	1
– Attributs (nombre de faces, base) : prisme, pyramide	1
– Description de prismes et de pyramides à l'aide de faces, de sommets, d'arêtes	2
– Développement de prismes et de pyramides	2
– Classification de prismes et de pyramides	2
– Reconnaissance du développement de polyèdres convexes	3
– Expérimentation de la relation d'Euler (relation entre les faces, les sommets et les arêtes d'un polyèdre convexe)	3
• Figures planes	
– Comparaison et construction de figures composées de lignes courbes fermées ou de lignes brisées fermées	1
– Identification du carré, du rectangle, du triangle, du cercle et du losange	1
– Description du carré, du rectangle, du triangle et du losange	1
– Description de polygones convexes et non convexes	2
– Description des quadrilatères dont le trapèze et le parallélogramme : segments parallèles, segments perpendiculaires, angle droit, angle aigu, angle obtus	2
– Classification des quadrilatères	2
– Construction de lignes parallèles et de lignes perpendiculaires	2
– Description de triangles : triangle rectangle, triangle isocèle, triangle scalène, triangle équilatéral	3
– Classification de triangles	3
– Mesure d'angles en degrés à l'aide d'un rapporteur d'angles	3
– Étude du cercle : rayon, diamètre, circonférence, angle au centre	3
• Frises et dallages	
– Observation et production de régularités à l'aide de figures géométriques	2
– Figures isométriques (mêmes mesures)	1
– Observation et production (grilles, papier calque) de frises par réflexion : réflexion, axe de réflexion	2
– Observation et production de dallages à l'aide de la réflexion	2
– Observation et production (grilles, papier calque) de frises par translation : translation, flèche de translation (longueur, direction, sens)	3
– Observation et production de dallages à l'aide de la translation	3

MESURE

• Longueurs : estimation et mesurage	
– Dimensions d'un objet	1
– Unités non conventionnelles : comparaison, construction de règles	1
– Unités conventionnelles (m, dm, cm)	1
– Unités conventionnelles (m, dm, cm, mm)	2
– Unités conventionnelles (km, m, dm, cm, mm)	3
– Relations entre les unités de mesure	2 3
– Périmètre, calcul du périmètre	2
• Angles : estimation et mesurage	
– Comparaison d'angles (droit, aigu, obtus)	2
– Degré	3
• Surfaces : estimation et mesurage	
– Unités non conventionnelles	2
– Unités conventionnelles (m ² , cm ²), relations entre les unités de mesure	3
• Volumes : estimation et mesurage	
– Unités non conventionnelles	2
– Unités conventionnelles (m ³ , cm ³), relations entre les unités de mesure	3
• Capacités : estimation et mesurage	
– Unités non conventionnelles	3
– Unités conventionnelles (L, mL), relations entre les unités de mesure	3
• Masses : estimation et mesurage	
– Unités non conventionnelles	3
– Unités conventionnelles (kg, g), relations entre les unités de mesure	3
• Temps : estimation et mesurage	
– Unités conventionnelles, durée (jour, heure, minute, seconde, cycle quotidien, cycle hebdomadaire, cycle annuel)	1 2
– Relations entre les unités de mesure	3
• Températures : estimation et mesurage	
– Unité conventionnelle (°C)	3

Tableau 9 – Contenu géométrique au préscolaire-primaire

Au 1^{er} cycle du secondaire (tableau 10), ce sont maintenant les concepts et les processus géométriques qui chapeautent le contenu de formation. Celui-ci se présente dans des blocs séparés, mais les définitions et les propriétés caractéristiques nécessaires à la mise en œuvre de raisonnements déductifs sont formulées dans une section à part. Bien qu'il n'y ait aucune indication à cet effet, nous croyons que l'on veut éviter d'avoir à en distinguer les aspects conceptuels des aspects processuels. On y formule en termes isométriques 28 « énoncés de géométrie euclidienne » que nous ne reproduisons pas dans notre texte.

Concepts	Processus
Figures géométriques¹² et sens spatial - Figures planes - Triangles, quadrilatères et polygones réguliers convexes - Segments et droites remarquables : bissectrice, médiatrice, médiane, hauteur - Base, hauteur - Cercle, disque et secteur - Rayon, diamètre, corde, arc - Angle au centre - Mesure - Angle et arc en degrés - Longueur - Périmètre, circonférence - Aire, aire latérale, aire totale - Choix de l'unité de mesure pour les longueurs ou les aires - Relations entre les unités de longueur du SI¹³ - Relations entre les unités d'aire du SI - Angles - Complémentaires, supplémentaires - Créés par deux droites sécantes : opposés par le sommet, adjacents - Créés par une droite sécante à deux autres droites : alternes-internes, alternes-externes, correspondants - Solides¹⁴ - Prismes droits, pyramides droites et cylindres droits - Développements possibles d'un solide - Solides décomposables - Figures isométriques et semblables	- Constructions géométriques - Transformations géométriques - Translation, rotation, réflexion - Homothétie de rapport positif - Recherche de mesures manquantes - Angles - Mesures manquantes dans différents contextes - Longueurs - Périmètre d'une figure plane - Circonférence d'un cercle et longueur d'un arc - Périmètre d'une figure provenant d'une similitude - Segments provenant d'une isométrie ou d'une similitude - Mesure manquante d'un segment d'une figure plane - Aires - Aire de polygones décomposables en triangles et en quadrilatères - Aire de disques et de secteurs - Aire de figures décomposables en disques, en triangles ou en quadrilatères - Aire latérale ou totale de prismes droits, de cylindres droits ou de pyramides droites - Aire latérale ou totale de solides décomposables en prismes droits, en cylindres droits ou en pyramides droites Note Les processus liés aux transformations et aux constructions géométriques servent à construire des concepts et à dégager des invariants et des propriétés afin de les réinvestir dans différents contextes et de développer le sens spatial. Elles peuvent être réalisées à l'aide d'instruments de géométrie ou de logiciels appropriés dans le plan euclidien. Les transformations géométriques dans le plan cartésien ne sont pas retenues au premier cycle. Lors de la recherche de mesures manquantes, l'élève est occasionnellement invité à effectuer des transferts dans des problèmes plus complexes, c'est-à-dire ceux qui nécessitent la décomposition d'un problème en sous-problèmes, par exemple le calcul de l'aire de figures décomposables. De ce fait, il gère un problème qui comporte plusieurs étapes. Il met aussi à profit le développement d'un solide. De plus, il utilise des relations et des propriétés connues. Il met en œuvre des processus arithmétiques et algébriques ainsi qu'un raisonnement proportionnel.

Tableau 10 – Contenu géométrique au 1^{er} cycle du secondaire

La même logique de blocs séparés est reprise au 2^e cycle du secondaire, mais à partir de la 2^e année il faut tenir compte d'une particularisation suivant les séquences (tableau 11). C'est la première fois qu'on introduit des notions de géométrie analytique dans la formation et plusieurs propriétés géométriques, dont de nouveaux énoncés de géométrie euclidienne, sont reportées dans une annexe intitulée *Pistes d'exploration* (MÉLS 2007). Pour la séquence culture, société et technique, la géométrie s'enrichit par des considérations en théorie des graphes, et si elle semble disparaître du programme en 5^e secondaire, un examen plus attentif montre qu'il reste encore à l'étude les « figures équivalentes » et l'« analyse de situations ». Au tableau 12, nous ne reproduisons que le contenu de formation pour cette séquence, mais dans le premier tiers se trouve les notions communes aux trois séquences (3^e secondaire).

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
1 ^{re} année	Solides - Développement, projection et perspective Mesure - Volume; unités de volume du SI; relations entre elles		
2 ^e année	Séquence Culture, société et technique Géométrie analytique - Accroissement : distance, pente, point de partage - Droite et demi-plan : droites parallèles et perpendiculaires Mesure - Relations dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, loi des sinus et formule de Héron	Séquence Technico-sciences Géométrie analytique - Distance entre deux points - Coordonnées d'un point de partage - Droite : équation, pente, droites parallèles et perpendiculaires, médiatrices Mesure - Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle	Séquence Sciences naturelles Figures équivalentes Géométrie analytique - Droite et distance entre deux points Mesure - Relations métriques et trigonométriques dans le triangle (sinus, cosinus, tangente, lois des sinus et des cosinus)
3 ^e année	Figures équivalentes Géométrie analytique - Lieu géométrique, position relative : lieux plans et coniques - Cercle trigonométrique et identité trigonométrique - Vecteur (résultante et projection) Mesure - Relations métriques dans le cercle et trigonométriques dans le triangle : lois des sinus et des cosinus	Figures équivalentes Géométrie analytique - Cercle trigonométrique et identité trigonométrique - Vecteur - Conique : - parabole - cercle, ellipse et hyperbole centrés à l'origine	
	Graphe - Degré, distance, chaîne, cycle - Graphe : orienté, valué (pondéré)		

Tableau 11 – Évolution des principaux concepts liés à la géométrie et aux graphes au 2^e cycle

Sens spatial et figures géométriques	
Concepts – Solides • Développement, projection et perspective • Mesure - Volume - Unité de mesure pour les volumes - Relations entre les unités de volume du système international, y compris les mesures de capacité	Processus – Analyse de situations mettant à profit des propriétés des figures • Description et construction d'objets • Représentation dans le plan de figures à trois dimensions à l'aide de différents procédés • Recherche de mesures manquantes - Longueurs ■ Côtés d'un triangle rectangle (relation de Pythagore) ■ Segments provenant d'une isométrie, d'une similitude, d'une figure plane ou d'un solide - Aires ■ Sphère, aire latérale ou totale de cônes droits et de figures décomposables ■ Figures issues d'une similitude - Volumes ■ Solides décomposables en prismes droits, en cylindres droits, en pyramides droites, en cônes droits, en boules ■ Solides issus d'une similitude - Choix approprié d'une unité de mesure ■ Conversions entre diverses unités de mesure (longueur, aire, volume, capacité)
Sens spatial et figures géométriques	
Concepts de la 2^e année du cycle – Géométrie analytique • Accroissement : distance, pente, point de partage • Droite et demi-plan - Droites parallèles et perpendiculaires – Mesure • Relations dans le triangle : sinus, cosinus, tangente, loi des sinus, formule de Héron	Processus – Analyse de situations • Modélisation et représentation d'une situation à l'aide d'une droite ou d'un demi-plan graphiquement ou algébriquement • Recherche de mesures manquantes ou de positions mettant à profit des propriétés de figures ou des relations métriques ou trigonométriques - Angles d'un triangle - Longueurs ■ Côté d'un triangle rectangle, hauteur relative à l'hypoténuse ■ Côté d'un triangle ■ Segment situé dans un plan cartésien ou distance entre deux points - Aires ■ Triangles et quadrilatères - Coordonnées de points
Concepts de la 3^e année du cycle – Figures équivalentes	Processus – Analyse de situations • Observation de transformations géométriques dans le plan cartésien - Représentation graphique et interprétation d'une règle • Recherche de mesures manquantes : positions, angles, longueurs, aires, volumes, mettant à profit des figures isométriques, semblables ou équivalentes ainsi que des propriétés des figures, des transformations géométriques et des relations métriques ou trigonométriques • Optimisation dans différents contextes tels que la conception d'objets et les situations économiques - Comparaison et calcul de distances - Choix de la figure appropriée pour respecter les contraintes données
Note : L'équation de la droite sous la forme symétrique et la loi des cosinus ne sont pas au programme de la séquence <i>Culture, société et technique</i> . Les transformations géométriques observées ou représentées sont notamment la translation, l'homothétie centrée à l'origine, la réflexion par rapport à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées ainsi que la dilatation ou la contraction. La rotation centrée à l'origine dont l'angle de rotation est un multiple de 90° est facultative.	
Sens des données représentées à l'aide de graphes	
Concepts de la 3^e année du cycle – Graphe • Degré, distance, chaîne et cycle • Graphe : orienté, valué (pondéré)	Processus – Analyse, optimisation et prise de décisions concernant des situations qui mettent à profit le concept de graphe • Représentation et modélisation d'une situation à l'aide d'un graphe orienté ou non, coloré ou non, valué (pondéré) ou non (y compris les arbres) • Comparaison de différents graphes • Recherche de chaînes ou de cycles eulériens et hamiltoniens, d'un chemin critique, de la chaîne la plus courte, d'un arbre de valeurs minimales ou maximales ou encore du nombre chromatique
Note : La terminologie concernant les graphes est introduite au fur et à mesure qu'ils apparaissent à l'intérieur des situations. Il ne s'agit pas de mémoriser un ensemble de définitions. Les propriétés sont également introduites à l'occasion de situations d'exploration. Certaines propriétés peuvent être démontrées, au besoin, par la mise à profit des propriétés des nombres. Quelques propriétés des graphes sont présentées à l'annexe E.	

Tableau 12 – Géométrie et graphes de la séquence culture, société et technique

IV. EXEMPLES DE TRAITEMENT DE THÈMES D'ENSEIGNEMENT

1. Proportionnalité

La notion de proportionnalité apparaît principalement dans les programmes du secondaire. Au préscolaire-primaire, on associe peut-être le sens de la proportionnalité, directe ou inverse, à la compétence « raisonner à l'aide de concepts et de processus mathématiques ». Toutefois, la notion même n'apparaît pas dans les savoirs essentiels, tandis qu'au secondaire on y introduit le raisonnement proportionnel dès le 1^{er} cycle et, dans le développement du contenu arithmétique, elle figure au premier niveau des concepts et des processus (tableau 13).

Concepts	Processus
<i>Sens de la proportionnalité</i> – Rapport et taux • Rapports et taux équivalents • Taux unitaire – Proportion • Égalité de rapports et de taux • Rapport et coefficient de proportionnalité – Variation directe ou inverse	<i>Traitement d'une situation de proportionnalité</i> – Comparaison de rapports et de taux – Reconnaissance d'une situation de proportionnalité, notamment à l'aide du contexte, d'une table de valeurs ou d'un graphique – Résolution d'une situation de proportionnalité – Repérage de couples de nombres dans le plan cartésien (abscisse et ordonnée d'un point)

Tableau 13 – La proportionnalité au 1^{er} cycle du secondaire

De façon générale, le raisonnement proportionnel ou la proportionnalité se lie aux autres contenus de formation (ex. figure 7) et aux autres branches mathématiques du programme (ex. figure 8). Si elles s'attachent naturellement aux compétences *déployer un raisonnement mathématique* et *résoudre une situation-problème*, on les remarque plus souvent de la 1^{re} à la 3^e secondaire. Au 1^{er} cycle du secondaire, les éléments de méthode en arithmétique soulèvent l'application du retour à l'unité, du facteur de changement, du coefficient de proportionnalité et du procédé additif. Nous n'avons pas trouvé de mention explicite entre les phénomènes linéaires et la proportionnalité, quoique dans la séquence sciences naturelles, les éléments de méthode du contenu géométrique indiquent :

Le concept de vecteur s'inscrit dans la continuité de l'étude de la linéarité entreprise au cycle précédent. Il permet d'aborder d'une nouvelle façon certaines situations faisant appel à la géométrie et d'y lier diverses notions, telles la proportionnalité, les fonctions linéaires (et affines), les équations du premier degré et les transformations géométriques associées au déplacement. L'élève peut alors établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs. (MÉLS 2007, p. 110)

On ne mentionne pas la propriété de Thalès, mais un énoncé de géométrie euclidienne s'énonce : « Les angles homologues des figures planes ou des solides semblables sont isométriques et les mesures des côtés homologues sont proportionnelles ». Cette idée relative au sens de la proportionnalité géométrique est parfois reprise pour les représentations graphiques en statistique ou dans les autres contenus de formation. Les situations de proportionnalité se situent à l'intersection des trois disciplines mathématiques (figure 8).

2. Équations quadratiques

Bien que l'on signale brièvement l'existence de la résolution d'équations du second degré dans les repères culturels en troisième secondaire, le traitement sur les équations quadratiques ou les fonctions du second degré n'apparaissent qu'à partir de la 4^e secondaire. On retrouve cette famille de fonctions dans toutes les séquences. Cependant, la manipulation d'identités algébriques, la résolution analytique ou graphique d'équations quadratiques, d'inéquation ou de systèmes dont au moins un des membres est du 2^e degré sont typiques de la séquence sciences naturelles (tableau 14). On se réfère même aux coniques pour le développement du sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance. Cependant, dans les éléments de méthode d'arithmétique et d'algèbre de la séquence technico-sciences, on spécifie qu'en fin de cycle il faut arriver à compléter le carré :

C'est peu à peu que l'élève est amené à manipuler des expressions algébriques impliquant la factorisation d'un polynôme (y compris le trinôme du second degré à coefficients entiers). Il explore la mise en évidence simple ou double, la substitution d'une identité remarquable du second degré (différence de carrés ou trinôme carré parfait), puis, à la dernière année du cycle, la complétion du carré. (Ibidem, p. 89)

De plus, on insiste sur le processus d'analyse de situations dans lequel l'élève se doit d'interpréter et de représenter graphiquement la réciproque de fonctions du second degré (relation s'exprimant par deux fonctions racine carrée). Dans cette logique, les fonctions du second degré apparaissent dans la description des compétences *résoudre une situation-problème* et *communiquer à l'aide du langage mathématique*.

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
1 ^{re} année	Nombres réels : rationnels et irrationnels; cube et racine cubique Relation d'inégalité Relation, fonction et réciproque – Variable dépendante et variable indépendante – Fonction polynomiale de degré 0 ou 1 et système d'équations du 1 ^{er} degré à deux variables de la forme $y = ax + b$, fonction rationnelle de la forme $f(x) = \frac{a}{x}$ ou $xy = k$		
2 ^e année	Séquence Culture, société et technique Expression algébrique – Inéquation du 1 ^{er} degré à deux variables Relation, fonction et réciproque – Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties Système – Système d'équations du 1 ^{er} degré à deux variables	Séquence Technico-sciences Expressions arithmétique et algébrique – Nombres réels : radicaux, puissances de base 2 et 10 – Inéquation du 1 ^{er} degré à deux variables Relation, fonction et réciproque – Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme canonique), exponentielle, partie entière, périodique, en escalier, définie par parties – Paramètre multiplicatif Système – Système d'équations du 1 ^{er} degré à deux variables	Séquence Sciences naturelles Expression algébrique – Identité algébrique, équation et inéquation du 2 ^e degré à une ou deux variables Fonction réelle – Fonction en escalier (partie entière); polynomiale de degré 2 (formes canonique, générale et factorisée) – Paramètre Système – Système d'équations du 1 ^{er} degré à deux variables – Système composé d'une équation du 1 ^{er} degré et d'une équation du 2 ^e degré à deux variables
	Système – Système d'inéquations du 1 ^{er} degré à deux variables	Relation, fonction et réciproque – Fonction réelle : polynomiale de degré 2 (forme générale, canonique et factorisée), rationnelle, sinusoidale, tangente (ainsi que les fonctions introduites l'année précédente et leurs réciproques) – Paramètre additif – Opérations sur les fonctions Système – Système d'inéquations du 1 ^{er} degré à deux variables – Système d'équations et d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels	Expressions arithmétique et algébrique – Nombres réels : valeur absolue, radicaux, exposants et logarithmes Relation, fonction et réciproque – Fonction réelle : valeur absolue, racine carrée, rationnelle, exponentielle, logarithmique, sinusoidale, tangente, définie par parties – Opérations sur les fonctions Système – Système d'inéquations du 1 ^{er} degré à deux variables – Système d'équations du 2 ^e degré (en relation avec les coniques)

Tableau 14 – Évolution des principaux concepts liés à l'arithmétique et à l'algèbre au 2^e cycle

3. Théorème de Pythagore

Le traitement sur le théorème de Pythagore a quelque chose de troublant. De fait, il faudrait plutôt parler de la relation de Pythagore puisqu'on ne la présente jamais comme une propriété caractéristique du triangle rectangle, encore moins dans le sens logique de sa réciproque. À titre de contenu de formation, le programme l'introduit uniquement en géométrie de troisième secondaire et il la décrit comme un processus d'« analyse de situations mettant à profit des propriétés des figures » pour la « recherche de mesures manquantes » sur les « côtés d'un triangle rectangle ». Il y a deux repères culturels où les syntagmes « relation de Pythagore » et « théorème de Pythagore » apparaissent, mais le bénéfice mathématique est subordonné à des considérations générales :

Dans les activités associées à l'histoire de la mathématique, l'élève pourra remarquer que des concepts et des processus sont souvent attribués à un mathématicien en particulier alors qu'ils sont en réalité le fruit du travail de plusieurs mathématiciens, hommes et femmes, de différentes époques (ex. relation de Pythagore déjà connue à l'époque des Babyloniens) (MÉLS 2007, p. 63)

L'élève pourra également découvrir que le théorème attribué à Pythagore a été démontré de nombreuses façons, soit par Euclide, par les Chinois, par les Arabes, par le président américain Garfield, etc. Le fait de comparer quelques unes de ces démonstrations renforce l'idée que plus d'une solution est possible pour résoudre un problème et incite à explorer plus d'une piste au moment de valider une conjecture. (Ibidem, p. 65)

Pour établir un lien avec les paragraphes précédents, le programme n'envisage pas les relations de proportionnalité entre les triangles formés par la hauteur issue de l'angle droit et, à cause de sa structure, il ne peut pas profiter du traitement avec les équations quadratiques. Pourtant, un an plus tard dans la séquence culture, société et technique, un élément de méthode semble vouloir s'y approcher :

En mobilisant les raisonnements proportionnel et géométrique à l'aide, notamment, de la relation de Pythagore et des propriétés des triangles semblables, l'élève déduit différentes mesures dans le triangle. (Ibidem, p. 77)

Le seul autre élément de méthode où intervient la relation de Pythagore est pour la séquence sciences naturelles, deuxième année du cycle. Il s'agit de mettre en valeur son apport dans le cercle trigonométrique afin de déterminer les coordonnées remarquables de certains points.

4. Problèmes de modélisation

Dans les programmes de formation, la modélisation est systématiquement une composante de la compétence « résoudre une situation-problème ». Au préscolaire-primaire, on parle de « modéliser la situation-problème » et au secondaire, de « représenter la situation-problème par un modèle mathématique ». De façon classique, modéliser signifie représenter mathématiquement toutes sortes de situations, d'objets et de structures du monde réel afin que l'étude mathématique ou les simulations informatiques de ces représentations nous informent sur le monde réel. En revanche, parce que la notion n'est pas définie directement dans les programmes, il semble qu'on se réfère plutôt à l'étape de mathématisation d'une démarche de modélisation extramathématique :

Aussi, la résolution de situations-problèmes en mathématique engage-t-elle l'élève dans une suite d'opérations de décodage, de modélisation, de vérification, d'explicitation et de validation. Il s'agit d'un processus dynamique impliquant anticipations, retours en arrière et jugement critique. (MÉLS 2001, p. 126)

En algèbre, l'élève s'initie au sens de l'expression algébrique par des manipulations telles que la réduction ou le développement d'expressions algébriques, la résolution d'équations à une inconnue et la modélisation de situations par une traduction en écriture algébrique. (MÉLS 2006, p. 243)

L'esprit des programmes est propice aux démarches de modélisation extramathématique, ne serait-ce qu'en soulignant la volonté d'établir des liens interdisciplinaires (ex. figure 7). D'une certaine façon, les programmes se prêtent également aux démarches de modélisation intramathématique (ex. figure 8), surtout lorsqu'on souhaite que l'élève mobilise conjointement plusieurs réseaux de concepts et de processus mathématiques en résolution de problèmes. Mais encore faut-il que la structure mathématique du contenu de formation y soit favorable. Ainsi, l'introduction de la relation de Pythagore avant la résolution d'équation du 2^e degré (paragraphe *Théorème de Pythagore*) montre que les choix des auteurs du programme peut constituer une contrainte. De plus, en insistant sur la notion de mesure et sur sa généralisation pour comprendre certaines propriétés géométriques, il semble que l'on favorise nettement le lien de la géométrie vers l'arithmétique et l'algèbre. Pourtant, le modèle géométrique est susceptible de rendre de grands services dans la signification des modèles arithmétique et algébrique, notamment pour la découverte de nouvelles propriétés, la mise en place de preuves visuelles ou simplement pour faire briller l'esthétisme des mathématiques.

DEUXIÈME CYCLE DU SECONDAIRE			
1 ^{re} année	– Variable aléatoire discrète et variable aléatoire continue Distribution à un caractère – Méthode d'échantillonnage : stratifié, par grappes – Représentation graphique : histogramme et diagramme de quartiles – Mesures de tendance centrale : mode, médiane, moyenne pondérée – Mesure de dispersion : étendue des quarts		
2 ^e année	Séquence Culture, société et technique – Probabilité subjective – Équité : chance, espérance mathématique Distribution à un caractère – Mesure de position : rang centile – Mesure de dispersion : écart moyen Distribution à deux caractères – Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression	Séquence Technico-sciences – Probabilité conditionnelle – Équité : chance, espérance mathématique Distribution à un caractère – Mesures de dispersion : écart moyen, écart type Distribution à deux caractères – Corrélation linéaire et autre : coefficient de corrélation, droite de régression et courbes apparentées aux modèles fonctionnels à l'étude	Séquence Sciences naturelles Distribution à deux caractères – Corrélation linéaire : coefficient de corrélation et droite de régression
	– Probabilité conditionnelle		
3 ^e année			

Tableau 15 – Évolution des principaux concepts liés aux probabilités et à la statistique au 2^e cycle

Au 2^e cycle du secondaire, l'analyse fonctionnelle, la théorie des graphes, les probabilités et la statistique sont employées la plupart du temps dans une perspective de modélisation. Au tableau 15, nous reproduisons l'essentiel des concepts liés aux probabilités et à la statistique et au tableau 16, un groupement des processus de modélisation qui sont dispersés dans contenu de formation.

Première année du cycle	Séquence culture, société et technique
- Analyse de situations • Observation, interprétation, description et représentation de différentes situations concrètes - Modélisation d'une situation à l'aide d'une fonction polynomiale de degré 0 ou 1, ou d'une fonction rationnelle : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs	- Analyse de situations liées à des contextes économiques (ex. finances personnelles), sociaux, techniques ou scientifiques, ou encore à la vie quotidienne • Modélisation d'une situation - Représentation d'une situation à l'aide d'une table de valeurs, algébriquement dans certains cas et graphiquement avec ou sans soutien technologique - Description des propriétés des fonctions réelles à l'aide d'une représentation graphique : domaine, image (codomaine), croissance, décroissance, extrêmes, signe, coordonnées à l'origine - Analyse de situations • Modélisation et représentation d'une situation à l'aide d'une droite ou d'un demi-plan graphiquement ou algébriquement
Séquence technico-sciences	Séquence sciences naturelles
- Analyse de situations • Modélisation d'une situation à l'aide de registres de représentation : verbalement, algébriquement, graphiquement et à l'aide d'une table de valeurs • Modélisation, optimisation et prise de décisions dans des situations faisant appel à des droites, au concept de distance et au point de partage (plans euclidien et cartésien) • Modélisation et optimisation de situations faisant appel aux concepts de vecteur, de distance de lieu géométrique, de mesure ou de figures équivalentes	- Analyse de situations • Observation, interprétation et description de différentes situations - Modélisation de situations et représentation graphique à l'aide d'un nuage de points

Figure 16 – Les processus de modélisation au 2^e cycle du secondaire

5. Problèmes de preuve

Comme pour la modélisation, la notion de preuve n'est pas définie directement dans les programmes de formation, ce qui oblige le lecteur à connaître d'emblée de ce dont il s'agit. Au préscolaire-primaire, la notion n'apparaît qu'à la toute dernière page, dans une section de suggestions pour l'utilisation des technologies de l'information et de la communication, où l'on propose d'« utiliser la technologie pour la preuve des opérations ». Même si on en parle peu, l'idée de valider une solution se montre dans les composantes de deux compétences (figure 17), évoquant indirectement la subtilité de la langue française entre une solution valide (reconnue par l'« autorité mathématique ») et une solution valable (valide dans les limites de l'espace, du temps, de la situation ou des moyens utilisés).

	Préscolaire-primaire	Secondaire
Compétence	Résoudre une situation-problème mathématique	Résoudre une situation-problème
Composante	Valider la solution	Valider la solution
	Raisonnement à l'aide de concepts et de processus mathématiques	Déployer un raisonnement mathématique
	Justifier des actions ou des énoncés en faisant appel à des concepts et à des processus mathématiques	Réaliser des démonstrations ou des preuves

Figure 17 – Notion de validation attachée à la conviction, aux preuves et à la démonstration

Dans les programmes du secondaire, la preuve intervient la plupart du temps avec la notion de démonstration, depuis déjà la formulation d'une composante de la compétence «déployer un raisonnement mathématique» (figure 17). Sans chercher à définir les notions techniques, on y souligne volontiers la contribution des systèmes de signes dans les raisonnements et l'on rapproche naturellement les démarches de validation aux démarches de découverte :

[Le raisonnement] permet de formuler une conjecture et de modifier sa valeur si les données du contexte ou les connaissances de l'apprenant ont changé. Lorsque certaines conditions particulières sont remplies (preuve, démonstration), le raisonnement peut amener une personne à modifier la valeur de vérité de la conjecture. Par ailleurs, le recours à des supports visuels tirés des systèmes de représentation utilisés en mathématique (diagrammes, figures, graphiques, schémas, etc.) peut donner lieu à un raisonnement plus intuitif, mais non moins rigoureux. Le raisonnement demeure toutefois subordonné, notamment lorsqu'il repose sur des cas de figure, à une démarche plus structurée dans laquelle la symbolique mathématique et les règles de démonstration sont mises à contribution. (MÉLS 2006, p. 242)

Lorsqu'il déploie un raisonnement mathématique, l'élève dégage des lois et des propriétés en observant des régularités et les met en relation avec des concepts et des processus qui lui serviront à justifier des actions. Au fur et à mesure que le besoin de convaincre ou de prouver se fait sentir, il élabore plusieurs étapes pour conduire son raisonnement. Il apprend à mieux l'explicitier et le structurer et à raffiner son argumentation. L'idée de preuve évolue ainsi graduellement vers la construction d'une démonstration rigoureuse. (MÉLS 2007, p. 33)

L'espace disponible pour les problèmes de preuve est donc assez vaste, mais il faut quand même bémoliser nos propos en ce qui concerne l'usage du raisonnement déductif. La perplexité que nous avons manifestée au paragraphe sur le théorème de Pythagore est due en partie au traitement paradoxal accordé à ce type de raisonnement dans le programme de formation :

L'évolution du traitement réservé au raisonnement déductif dans les programmes québécois des quarante dernières années a des allures de valse-hésitation entre la valorisation et la mise de côté. (Caron et René de Cotret 2007, p. 127)

Loin d'être nouvelle, il est probable que cette situation soit une contre-réaction à l'introduction des mathématiques modernes dans les années 1960 (Richard 2003), d'autant plus que les manuels scolaires québécois les ont déjà employées conséquemment dans le passé (Richard et Sierpinska 2004).

V. QUELQUES CONSIDÉRATIONS CONNEXES

1. *Caractéristiques régionales*

Bien que ce soit le Ministère qui établit les orientations et les programmes, le système scolaire québécois est assez décentralisé. L'organisme qui constitue une sorte de gouvernement local et dans lequel tout citoyen peut se présenter aux élections scolaires quadriennales est la commission scolaire. Selon la Fédération des commissions scolaires du Québec (tableau 3), il y a actuellement :

72 commissions scolaires qui, dans toutes les régions du Québec, veillent à la réussite des élèves en offrant des services essentiels aux 2 500 établissements d'enseignement pour qu'ils puissent se consacrer entièrement à leur mission éducative.

(...) Pour remplir cette mission, les élus scolaires, assistés par leur direction générale, assurent un partage équitable des ressources entre les différents établissements de leurs milieux pour donner une chance égale de réussite à tous leurs élèves, peu importe leur situation socioéconomique, géographique ou leur capacité d'apprentissage.

Le rôle des commissions scolaires est assez large puisque ce sont elles qui gèrent les ressources et les services offerts aux écoles, que ce soit pour les infrastructures ou le soutien informatique, le transport scolaire, la gestion de la paye et l'embauche des employés, la réparation, l'entretien ou la construction des écoles, les services éducatifs ou de formation offerts aux écoles. Dans le secteur public, ce sont les commissions scolaires qui embauchent les enseignants, en toute indépendance les unes des autres, de sorte qu'un enseignant pourrait changer d'établissement ou enseigner dans plusieurs écoles d'une même commission scolaire. Dans le secteur privé, cette responsabilité appartient à chaque établissement, tout comme dans les autres ordres d'enseignement (cégeps, universités), cette fois peu importe le secteur.

2. *Stratégies d'implémentation*

En termes de stratégie globale, il convient de souligner l'importance de l'effort macroéconomique québécois dans les ressources allouées à l'éducation. Selon l'édition 2010 des *Indicateurs de l'éducation*³, en 2008-2009, la dépense globale d'éducation par rapport au produit intérieur brut (PIB) est estimée à 7,6 % au Québec. À titre de comparaison, la part du PIB consacrée à l'éducation dans le reste du Canada s'établissait à 5,9 %. De plus, en comparaison avec le reste du Canada pour les mêmes années :

La dépense globale par habitant dans les commissions scolaires du Québec s'élevait à 1 429 \$, soit 11,0 % de moins que la moyenne du reste du Canada (1 606 \$). Elle était 5 % moins élevée dans les universités du Québec que dans celles du reste du Canada (761 \$ en comparaison de 798 \$). Cependant, la dépense globale par habitant était plus élevée dans les collèges du Québec ; elle s'élevait à 321 \$ contre 271 \$ dans le reste du Canada. Au Québec, c'est le gouvernement provincial qui assume la majeure partie du financement de la dépense globale (68,8 %) alors qu'ailleurs au Canada cette proportion est beaucoup moins élevée (53,4 %). Au cours des années récentes, le gouvernement du Québec a consacré environ le quart de ses dépenses de programmes à l'éducation. (Indicateurs de l'éducation - 2010)

Contrairement à d'autres régions du monde, il n'y a pas d'inspecteurs de l'éducation nationale au Québec, ni d'ordre professionnel d'enseignants. Les Directions générales, qui supervisent l'ensemble des activités administratives des commissions scolaires, ont remplacé historiquement les systèmes d'inspection et assument davantage un rôle de soutien que de contrôle. De plus, ce sont les conventions collectives qui marquent indirectement la déontologie enseignante, au point que certaines conventions servent de référence en adaptation scolaire (voir paragraphe suivant). Puisque chaque école est responsable de l'application fine des programmes, les stratégies d'implémentation curriculaire sont tout aussi différentes que le sont les projets d'école. En plus des écoles de métiers et les parcours de formation professionnelle, certaines écoles offrent un programme international, des formations enrichies ou insistent sur la qualité d'une séquence particulière au 2^e cycle du secondaire. D'autres proposent des programmes sports-études, musique-études, théâtre-études, arts plastiques-études ou danse-études, voire une formation artistique au cœur de l'éducation. Encore, plusieurs écoles dite alternatives appuient sur l'« autoformation assistée » dans la formation générale. Cette spécialisation n'est pas l'apanage du secteur privé puisque l'école publique s'est mise à diversifier sa formation générale, souvent depuis le préscolaire.

3. *Adaptation scolaire*

Selon la Fédération des commissions scolaires du Québec⁴, plusieurs dossiers ont été au devant de l'actualité au cours des deux dernières années, dont l'aide aux élèves en difficulté, les travaux relatifs au financement et à l'organisation des services éducatifs, ainsi que la négociation des conventions collectives. Ces dernières années, l'ensemble du système de l'éducation vit dans un contexte de renouveau pédagogique qui amène des changements en profondeur, tant sur le plan pédagogique que sur le plan de l'organisation des services. La Loi sur l'instruction publique, la politique de l'adaptation scolaire, la dernière convention collective des enseignants et le financement des commissions scolaires constituent les principaux référentiels en matière d'adaptation scolaire. C'est dans ce contexte que les commissions scolaires assurent l'organisation des services éducatifs. En 2005-2006, 957 882 élèves fréquentaient l'école publique, dont quelque 15,97 % d'entre eux étaient handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage. Si ces questions touchaient d'abord l'enseignement de base, elle rejoint également la formation supérieure.

³ Source : <http://www.mels.gouv.qc.ca/sections/indicateurs/>.

⁴ Source : http://www.fcsq.qc.ca/Perfectionnement/Colloques/Adaptation/Actes/_pdf/portraitrv.pdf.

4. *Promotion de l'intérêt pour les mathématiques*

Depuis la modernisation de son système d'éducation dans les années 1960, le Québec est progressivement devenu un pays riche en traditions mathématiques. L'organisation phare qui a bien soutenu l'effort de modernisation demeure l'Association Mathématique du Québec (AMQ). Formé de membres et de collaborateurs, elle regroupe toute personne intéressée à l'enseignement, à la recherche, au développement, à la diffusion ou la vulgarisation de la discipline. Même que les société, école, commission scolaire, collège, université, institut de recherche, société industrielle ou commerciale peuvent être membres institutionnels. Les buts de l'Association sont directement reliés à la promotion de l'intérêt pour les mathématiques⁵ :

- Aider les éducateurs dans leur travail en mettant à leur disposition divers services ;
- Susciter par ses activités et ses publications un intérêt plus grand pour les mathématiques ;
- Favoriser une mise à jour continue de l'enseignement des mathématiques, en collaborant avec le ministère de l'Éducation, les institutions d'enseignement et les éditeurs.

L'Association soutient plusieurs groupes d'intérêts, dont le Groupe des didacticiens des mathématiques (GDM), le Groupe de mathématiques appliquées (GMA) et le Groupe des chercheurs en sciences mathématiques (GCSM), particulièrement actif avec les Annales des sciences mathématiques du Québec (voir <http://www.labmath.uqam.ca/~annales/>). Plusieurs autres groupes y sont affiliés, dont le Groupe des responsables de la mathématique au secondaire (GRMS), la Quebec Association of Mathematics Teachers (QAMT) et la Mathématique virtuelle à l'intention du primaire (MathVIP) qui, d'une certaine façon, vient remplacer l'Association des promoteurs de l'avancement de la mathématique à l'élémentaire (APAME). Sans entrer dans une description des mandats respectifs de chaque groupe, nous citons les principales contributions de l'AMQ en guise d'activités de référence :

- Organisation du congrès annuel de l'Association Mathématique du Québec, dont un volet est spécifique à l'école primaire ;
- Publication trimestrielle du Bulletin AMQ et vente d'affiches de vulgarisation mathématique ;
- Concours de l'Association Mathématique du Québec pour les élèves de niveau collégial et de niveau secondaire ;
- Prix décernés par l'AMQ pour la personnalité de l'année (Prix Abel-Gauthier), le meilleur matériel didactique ou de vulgarisation édité (Prix Adrien-Pouliot), le meilleur article publié dans le Bulletin (Prix Roland-Brossard), le meilleur matériel de didactique ou de vulgarisation non édité (Prix Frère-Robert), la meilleure thèse de doctorat ou le meilleur mémoire de maîtrise (Prix Dieter-Lunkenbein) ;
- Médailles AMQ-GRMS, offertes à l'étudiant qui s'est le plus distingué dans le programme universitaire de formation des maîtres de mathématiques au secondaire, dans chaque faculté d'éducation de l'Université Laval, l'Université de Montréal, l'Université du Québec à Montréal (UQÀM), l'Université du Québec à Trois-Rivières (UQTR) et l'Université de Sherbrooke ;
- Camps mathématiques du collégial et du secondaire, pour lesquels la Société mathématique du Canada (SMC) accorde un soutien financier ;
- Le camp mathématique est une activité parrainée par l'Association Mathématique du Québec dans le but de mettre en contact des étudiants doués pour les mathématiques avec des mathématiciens professionnels.

⁵ Source : <<http://newton.mat.ulaval.ca/amq/>>.

Il convient de souligner notamment la contribution de l'Institut des sciences mathématiques (ISM) à la formation et à la collaboration en sciences mathématiques. L'ISI est un consortium de huit universités québécoises (Université Concordia, Université Laval, Université McGill, Université de Montréal, UQAM, UQTR, Université de Sherbrooke et Université Bishop's), financé par le MÉLS et les huit universités membres. Outre son apport à la formation et à la recherche, dont la formation universitaire aux cycles supérieurs, l'ISI participe à la promotion et à la diffusion des connaissances mathématiques auprès des enseignants, des jeunes ainsi que du grand public en organisant des conférences dans les cégeps et en produisant et distribuant la revue *Accromath*, dont la qualité est très prisée par les enseignants.

5. *Formation des enseignants et autorisation d'enseigner*

Comme nous l'avons soulevé au tableau 2, la formation initiale des enseignants dans les universités québécoises s'acquiert en 4 ans. Si à toutes fins utiles, il s'agit d'une obligation qui permet d'enseigner au préscolaire-primaire, on peut y arriver au secondaire en disposant d'abord d'un baccalauréat disciplinaire et en complétant ensuite un programme de maîtrise en éducation, option enseignement au secondaire. Pour enseigner au cégep, il n'y a pas d'obligation de posséder une formation en pédagogie puisqu'en principe, un baccalauréat disciplinaire est suffisant. Cependant, depuis quelques années, une certaine saturation des places disponibles et la difficulté d'obtenir une promotion incitent plusieurs à suivre un microprogramme en formation à l'enseignement postsecondaire. Bien qu'il s'agisse encore d'une formation de 2^e cycle, ce programme est en formation continue et il vise une mise à jour des savoirs et un rehaussement des qualifications professionnelles.

Malgré le processus d'agrément que nous avons abordé à la section *Orientation des programmes*, chaque activité ou programme de formation se distingue d'une université à l'autre. De façon générale, la formation enseignante s'inscrit dans une optique de professionnalisation et d'approche culturelle de l'enseignement qui s'appuie sur un référentiel de douze compétences formulées par le MÉLS. Celles-ci se développent suivant une formation théorique, acquise habituellement à l'université, et une formation pratique au cours de stages de formation pratique. Pour les baccalauréats en éducation préscolaire et enseignement primaire, les mathématiques et sa didactique ne sont qu'une référence disciplinaire parmi le français, l'éthique et la culture religieuse, les sciences et la technologie, les sciences humaines puis éventuellement les arts. Par contre, en dehors des stages, la formation dans les didactiques compte pour environ la moitié de la formation. Aux baccalauréats en enseignement des mathématiques au secondaire, il y a presque que deux années complètes qui sont consacrées à l'étude mathématique et la formation peut souvent s'appuyer sur une demi-douzaine de cours dans sa didactique. Enfin, dans les baccalauréats en enseignement en adaptation scolaire, on offre fréquemment trois cours de didactique des mathématiques spécifiques au programme (ex. de l'arithmétique, de l'algèbre, des nombres rationnels ou de la géométrie), que l'on peut adapter lorsqu'ils s'adressent à des étudiants qui choisissent une orientation à l'enseignement au secondaire. Quant à la formation continue des enseignants, elle s'accomplit dans le cadre de programmes de formation professionnelle de 2^e cycle universitaire. Elle peut se réaliser au sein de microprogrammes, même déboucher sur un diplôme d'études supérieures spécialisées (DÉSS) ou une maîtrise en éducation. Si certaines activités s'offrent régulièrement (ex. microprogramme en didactique, option orthodidactique des mathématiques), la plupart se destinent aux enseignants, aux conseillers pédagogiques et aux professionnels de l'enseignement, parfois aussi aux directeurs d'établissements scolaires.

6. Données internationales et pancanadiennes

Dans les grandes études internationales, le Québec occupe une place enviable. Pour ne citer que le Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) de l'Organisation de coopération et de développement économiques (OCDE), les jeunes québécois se classent collectivement parmi les premiers au monde et, à part l'année 2003, ils figurent au 1^{er} rang canadien (figure 18)⁶.

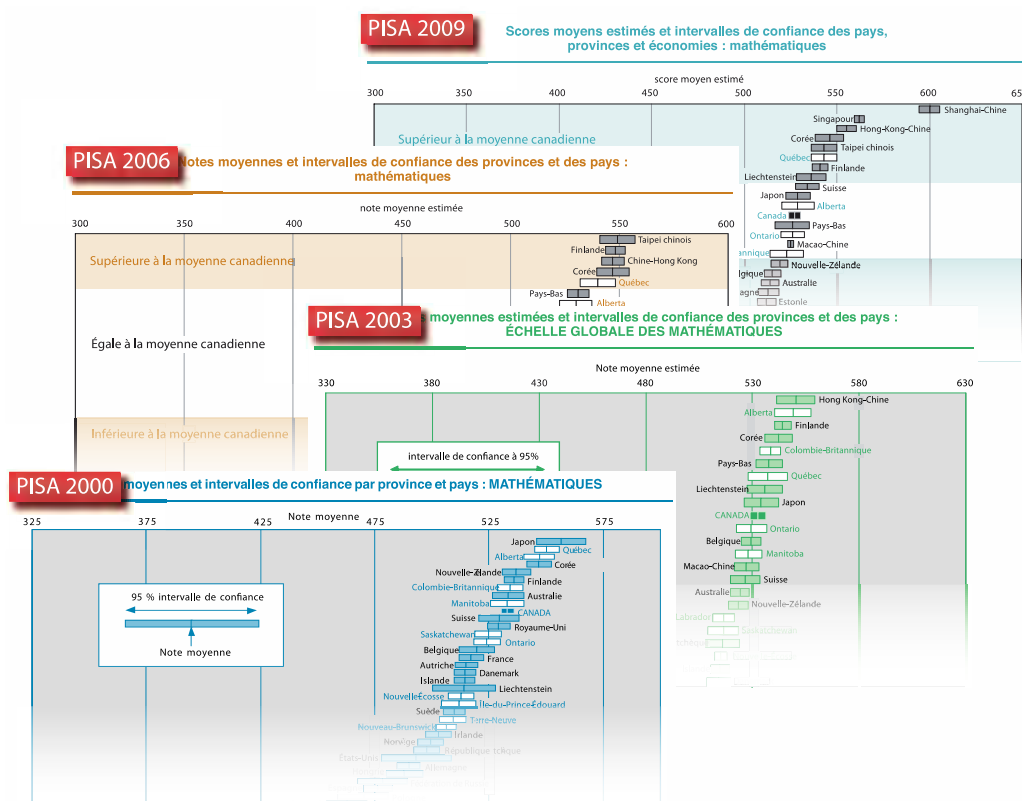


Figure 18 – Résultats du Québec aux épreuves PISA dans les années 2000

Cette tendance se confirme dans le récent rapport de l'évaluation pancanadienne en mathématiques, en sciences et en lecture du Conseil des ministres de l'Éducation du Canada (PPCÉ, 2011). À la figure 19, on peut apprécier les scores moyens en mathématiques des élèves canadiens, mais contrairement au programme PISA, où se sont des élèves de 15 ans qui participent à l'étude, celui du PPCÉ porte sur des élèves de 2^e secondaire ou 8^e année⁷.

Hormis un dynamisme certain que nous avons déjà soulevé au paragraphe *Promotion de l'intérêt pour les mathématiques*, il n'est pas simple de savoir pourquoi le Québec se classe systématiquement aussi bien. On peut toutefois avancer une hypothèse générale qui relève d'un choix de société puisqu'au Québec, l'école primaire se termine deux années plus tôt que dans le reste du Canada (cf. tableau 2). En effet, les enseignants au primaire sont des généralistes tandis qu'au secondaire ou dans les High School, ce sont des enseignants formés spécifiquement dans la discipline et dans sa didactique. C'est-à-dire que dès leurs stages de formation, les enseignants au premier cycle du secondaire québécois ont pu approfondir davantage la spécificité des enjeux de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques, dont l'apport culturel issu de la didactique des mathématiques.

⁶ Source : <http://www.pisa.gc.ca/>.

⁷ Source : <http://www.cmec.ca/>.

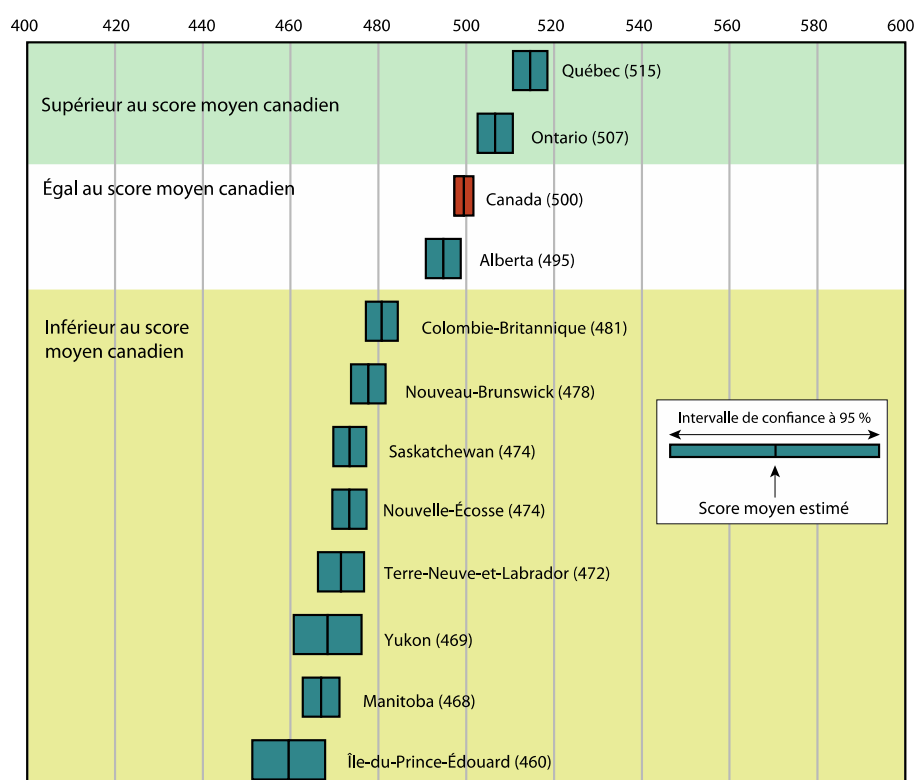


Figure 19 – Résultats pancanadiens en mathématiques pour l'année 2010

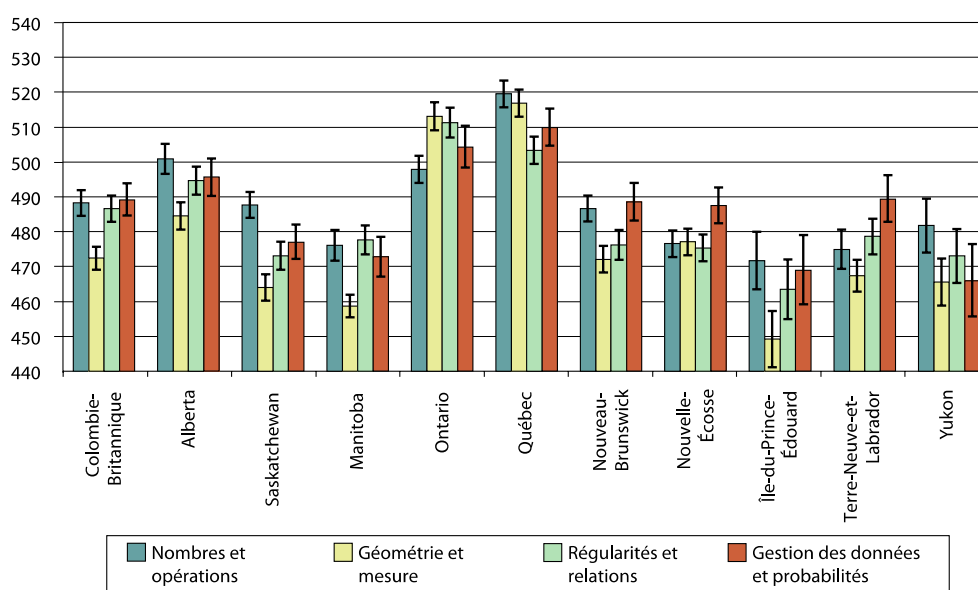


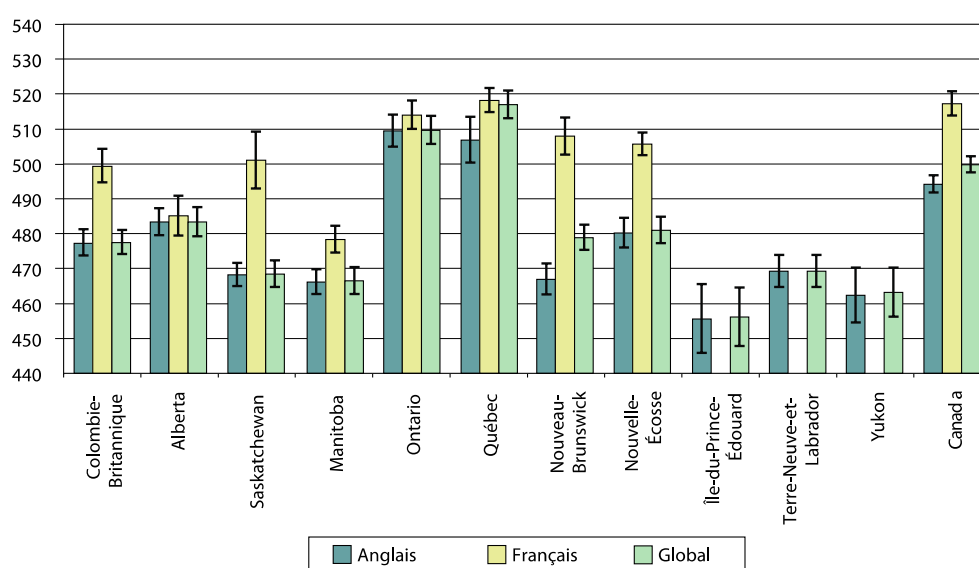
Figure 20 – Résultats par sous-domaine mathématique

Dans ce rapport, les mathématiques se composent de quatre sous-domaines. Ceci autorise, en premier lieu, une comparaison plus fine des résultats pancanadiens (figure 20), et en second lieu, une distinction selon le sexe (tableau 21) et une précision selon la langue (tableau 22). Sur la base linguistique justement, l'étude PPCÉ de 2010 dévoile des résultats en résolution de problèmes (figure 23), ce qui confirme derechef la position remarquable des élèves québécois francophones au sein de la fédération canadienne – les résultats de PISA abondaient déjà en ce sens, toutes langues confondues –, de même que celles des francophones en général, partout au Canada.

Sexe	Nombres et opérations	Géométrie et mesure	Régularités et relations	Gestion de données et probabilités
Filles	496 ± 3	499 ± 3	502 ± 3	502 ± 5
Garçons	507 ± 3	503 ± 3	501 ± 3	500 ± 4

Figure 21 – Résultats par sous-domaine mathématique selon le sexe

Province ou territoire selon le groupe linguistique		Nombres et opérations	Géométrie et mesure	Régularités et relations	Gestion de données et probabilités
Colombie-Britannique	Anglais	488 ± 4	472 ± 3	487 ± 4	489 ± 6
	Français	513 ± 5	497 ± 5	498 ± 5	498 ± 15
Alberta	Anglais	501 ± 5	485 ± 3	495 ± 4	496 ± 7
	Français	509 ± 6	486 ± 5	505 ± 6	509 ± 14
Saskatchewan	Anglais	488 ± 4	464 ± 3	473 ± 4	477 ± 6
	Français	522 ± 8	481 ± 7	481 ± 7	487 ± 23
Manitoba	Anglais	476 ± 4	458 ± 4	478 ± 4	473 ± 6
	Français	492 ± 4	468 ± 3	482 ± 4	479 ± 12
Ontario	Anglais	498 ± 4	513 ± 5	511 ± 5	505 ± 6
	Français	502 ± 4	519 ± 3	513 ± 4	505 ± 6
Québec	Anglais	511 ± 6	506 ± 7	500 ± 6	501 ± 9
	Français	521 ± 4	518 ± 3	504 ± 3	511 ± 5
Nouveau-Brunswick	Anglais	479 ± 5	457 ± 4	465 ± 5	479 ± 8
	Français	507 ± 5	508 ± 5	503 ± 5	513 ± 8
Nouvelle-Écosse	Anglais	476 ± 4	476 ± 5	475 ± 4	487 ± 6
	Français	499 ± 3	514 ± 3	494 ± 3	514 ± 13
Île-du-Prince-Édouard	Anglais	471 ± 11	449 ± 10	463 ± 11	470 ± 14
Terre-Neuve-et-Labrador	Anglais	475 ± 5	467 ± 5	479 ± 5	490 ± 8
Yukon	Anglais	481 ± 8	465 ± 7	472 ± 8	464 ± 14
Canada	Anglais	494 ± 2	494 ± 2	499 ± 2	496 ± 4
	Français	519 ± 4	518 ± 4	504 ± 4	511 ± 6

Figure 22 – Résultats par sous-domaine mathématique selon la langue**Figure 23** – Résultats en résolution de problèmes selon la langue

REFERENCES

- Caron F., René de Cotret S. (2007) Un regard didactique sur l'évaluation en mathématiques : genèse d'une perspective. In *Actes du Colloque 2007 du Groupe de didactique des mathématiques du Québec*.
- MÉLS (2001, 2006 et 2007) *Programme de formation de l'école québécoise, éducation préscolaire, enseignement primaire* (2001), *enseignement secondaire 1^{er} cycle* (2006) et *enseignement secondaire 2^e cycle* (2007). Publications du Gouvernement du Québec.
- PISA (2006) Cadre d'évaluation de PISA 2006 – Connaissances et compétences en mathématiques, lecture, science et résolution de problèmes, Publication de l'Organisation de coopération et de développement économiques.
- PPCE (2011). *PPCÉ de 2010 - Rapport de l'évaluation pancanadienne en mathématiques, en sciences et en lecture*. Conseil des ministres de l'Éducation du Canada.
- Richard P. R. (2003) Continuités et ruptures dans l'évolution des caractéristiques sémiotiques des manuels scolaires de mathématique en usage au Québec depuis le milieu du XIX^e siècle. In *Actes du Colloque 2002 du Groupe de didactique des mathématiques du Québec*.
- Richard P. R., Sierpinska A. (2004) Étude fonctionnelle-structurale de deux extraits de manuels anciens de géométrie. *Revue des sciences de l'éducation* 30.2, 379-409.