

MODÉLISATION ET DÉMARCHE D'INVESTIGATION

Floriane WOZNIAK*

Résumé – Le texte aborde la question des conditions de la mise en œuvre d'une démarche d'investigation à partir de l'observation de la façon dont un professeur étudie avec des élèves de 10-11 ans un problème de grandeur inaccessible à l'école primaire. Notre cadre d'analyse, la Théorie Anthropologique du Didactique, nous conduit à interpréter l'(in)existence d'une *dialectique des médias et des milieux* comme un critère de (non) mise en œuvre effective d'une démarche d'investigation. L'observation réalisée met à jour les praxéologies muettes de la modélisation comme indice d'un besoin d'infrastructures didactiques et mathématiques.

Mots-clefs : Théorie Anthropologique du Didactique, Parcours d'Étude et de Recherche, Dialectique des médias et des milieux, Praxéologie muette.

Abstract – This text deals with the question of the conditions to realize an inquiry-based learning. We observe how a teacher studies a problem about an inaccessible magnitude with 10/11-year-old pupils in a primary school. The analysis is performed in the framework of the Anthropological Theory of the Didactic, thus we interpret the (non) existence of a *dialectic of media and milieus* like a (non) realization of an inquiry-based learning. This observation reveals the mute praxeologies of the process of modelling like a need for didactic and mathematics facilities.

Keywords: Anthropological Theory of the Didactic, Dialectic of media and milieus, Mute praxeology.

I. LA DÉMARCHE D'INVESTIGATION À L'ÉCOLE PRIMAIRE EN FRANCE

En France, la démarche d'investigation concerne en premier lieu l'enseignement des sciences. Tout commence en 1996 par le projet *la main à la pâte* impulsé par Georges Charpak, Pierre Lena et Yves Quéré¹. Il s'agit de mettre en œuvre une nouvelle méthode d'enseignement à l'école primaire dont les deux premiers principes stipulent² :

1. Les enfants observent un objet ou un phénomène du monde réel, proche et sensible, et expérimentent sur lui.
2. Au cours de leurs investigations, les enfants argumentent et raisonnent, mettent en commun et discutent leurs idées et leurs résultats, construisent leurs connaissances, une activité purement manuelle ne suffisant pas.

Ces expérimentations vont nourrir le *Plan de rénovation de l'enseignement des sciences et de la technologie à l'école*³ publié au Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale n°23 du 15 juin 2000 dont le principal objectif est d'impulser une « approche pédagogique [...] fondée sur le questionnement et sur l'investigation, constitutifs des disciplines scientifiques ». C'est donc bien un *nouveau rapport aux savoirs* (scientifiques) que les promoteurs de ce plan souhaitent instaurer dans les classes. Il est à présent attendu que :

- Les élèves construisent leurs apprentissages en étant acteurs des activités scientifiques.
- Ils observent un phénomène du monde réel et proche, au sujet duquel ils formulent leurs interrogations.
 - Ils conduisent des investigations réfléchies en mettant en œuvre des démarches concrètes d'expérimentation, complétées le cas échéant par une recherche documentaire. Il est important que les élèves pratiquent l'une et l'autre de ces deux voies complémentaires.
 - Ils échangent et argumentent au cours de l'activité, ils partagent leurs idées, confrontent leurs points de vue et formulent leurs résultats provisoires ou définitifs, oralement et par écrit. Ce faisant, ils sont conduits à s'écouter mutuellement, à considérer l'autre, à le respecter et à prendre en compte son avis.

* IUFM d'Alsace, EA 3424 IRIST, Université de Strasbourg – France – floriane.wozniak@iufm.unistra.fr

¹ Membres de l'Académie des Sciences, Georges Charpak est prix Nobel de physique 1992, Pierre Léna astrophysicien et Yves Quéré physicien.

² Le texte énonçant les dix principes du projet est disponible sur l'Internet : http://www.lamap.fr/?Page_Id=59.

³ Disponible sur l'Internet : <http://www.education.gouv.fr/bo/2000/23/ensel.htm>.

Ce mouvement se poursuit au collège⁴ par l'expérimentation – sur la base d'un appel d'offre du ministère de l'éducation nationale et sous l'égide de l'académie des sciences et l'académie des technologies – d'un « enseignement intégré de science et technologie » à partir de 2006. Comme pour le projet la main à la pâte, il se fonde sur dix principes dont les deux premiers explicitent la méthode d'enseignement qu'il s'agit de mettre en place dans les classes⁵ :

Les jeunes collégiens font des investigations sur des objets, des phénomènes, des situations du monde naturel ou technologique à la fois accessibles, susceptibles de stimuler leur curiosité et de susciter leur intérêt.

Au cours de leurs investigations, les élèves raisonnent, argumentent, mettent en commun leurs idées, expérimentent, confrontent leurs résultats, débattent, exercent leur esprit critique ; ils construisent peu à peu leurs connaissances qu'ils formalisent avec l'enseignant dans un souci de rigueur intellectuelle.

Comme on le voit à la lecture de ces textes fondateurs, le mot *investigation* est utilisé dans son sens étymologique, dérivé du latin *investigatio* qui signifie « recherche attentive » ; le verbe *investigo* signifiant « chercher (suivre) à la piste, à la trace. Rechercher avec soin, scruter » (Gaffiot 2001). C'est dans le programme du cycle 3 de l'école primaire⁶ publié dans le BOEN hors série n°1 du 14 février 2002 qu'apparaît l'expression *démarche d'investigation* à propos de l'enseignement des sciences expérimentales et technologiques :

L'enseignant sélectionne une situation de départ qui focalise la curiosité des élèves, déclenche leurs questions et leur permet d'exprimer leurs idées préalables. Il incite à une formulation précise. Il amène à sélectionner les questions qui se prêtent à une démarche constructive d'investigation débouchant sur la construction des savoir-faire, des connaissances et des repères culturels prévus par les programmes.

Les compétences et les connaissances sont construites dans le cadre d'une méthode qui permet d'articuler questionnement sur le monde et démarche d'investigation. Cette démarche peut recourir à diverses formes de travail.

- expérimentation directe (à privilégier chaque fois qu'elle est possible) conçue et réalisée par les élèves ;
- réalisation matérielle (recherche d'une solution technique) ;
- observation directe ou assistée par un instrument, avec ou sans mesure ;
- recherche sur des documents ;
- enquête et visite.

La confrontation à des ouvrages de référence consolide les connaissances acquises et contribue à l'apprentissage de stratégies de lecture adaptées à la spécificité de ces textes.

La séquence didactique comporte le plus souvent un travail en petits groupes qui donne l'occasion de développer des attitudes d'écoute, de respect, de coopération. L'activité des élèves est la règle et les expériences magistrales sont rares. Des moments de synthèse opérés par le maître n'en sont pas moins indispensables pour donner tout leur sens aux pratiques expérimentales et en dégager les enseignements.

Dans la continuité de ces programmes qui entreront en vigueur à l'école primaire en septembre 2002, paraissent ceux du collège au BOEN n°5 hors série du 25 août 2005. Le volume 2 concerne les mathématiques, les sciences de la vie et de la terre, la physique-chimie et débute par une introduction commune à l'ensemble de ces disciplines scientifiques. Son troisième paragraphe – *les méthodes* – consacre une section à la *démarche d'investigation* dont les auteurs considèrent qu'elle « présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et celui des mathématiques » (Op. cit. p. 6). Tout en considérant que :

la spécificité de chacun de ces domaines, liée à leurs objets d'étude respectifs et à leurs méthodes de preuve, conduit cependant à quelques différences dans la réalisation. (Ibid. p. 6)

⁴ Au collège en France les élèves ont de 11 à 15 ans répartis en quatre classes (6^e, 5^e, 4^e, 3^e).

⁵ Le texte énonçant les dix principes du projet est disponible sur l'Internet : <http://science-techno-college.net/?page=67>

⁶ Le cycle 3 concerne les classes de CE2, CM1, CM2 où les élèves ont 8-9 ans, 9-10 ans et 10-11 ans respectivement.

En particulier parce que, pour ces auteurs,

cette démarche s'appuie sur le questionnement sur le monde réel (en sciences expérimentale) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques). (Ibid., p. 6)

On voit bien ce que l'ambiguïté de la formulation peut contenir de mortifère : au moment où les fenêtres de la classe de sciences s'ouvrent sur le monde, il serait possible – voire légitime – de laisser fermée la porte de la classe de mathématiques, abandonnée à son confinement autarcique. Les auteurs identifient ensuite « sept moments essentiels » dans « une séquence d'investigation » : le choix d'une situation-problème par le professeur ; l'appropriation du problème par les élèves ; la formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles ; l'investigation ou la résolution conduite par les élèves ; l'échange argumenté autour des propositions élaborées ; l'acquisition et la structure des connaissances ; l'opérationnalisation des connaissances.

La même année, paraît le rapport Rocard et al. (2007) dont l'objet est de faire des propositions à la Commission Européenne sur l'enseignement scientifique car

de nombreuses études ont mis en évidence une alarmante perte d'intérêt des jeunes pour les études scientifiques et mathématiques. (Op. cit. p. 5)

Pour les rapporteurs,

renverser la pédagogie utilisée pour enseigner les sciences à l'école, en la faisant passer de méthodes essentiellement déductives à des méthodes basées sur l'investigation permet d'augmenter l'intérêt des jeunes pour les sciences. (Ibid., p. 2)

Afin d'explicitier le type d'enseignement qu'ils préconisent, les auteurs définissent alors ce que les Anglo-Saxons nomment *Inquiry-based science education* (IBSE) et *Problem-based learning* (PBL) :

À l'heure actuelle, l'approche inductive est le plus souvent désignée en tant qu'enseignement des sciences basé sur la démarche d'investigation (IBSE) et porte essentiellement sur l'enseignement des sciences de la nature et de la technologie. Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis et Bell 2004). En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la communauté éducative préfère parler « d'apprentissage basé sur les problèmes » (PBL) plutôt que d'IBSE. En réalité, l'enseignement des mathématiques peut facilement utiliser une approche basée sur les problèmes alors que, dans de nombreux cas, l'approche expérimentale s'avère plus difficile. L'enseignement basé sur les problèmes désigne un environnement d'apprentissage dans lequel les problèmes guident l'apprentissage. Autrement dit, l'apprentissage commence par un problème à résoudre et le dit problème est posé de façon à obliger les enfants à acquérir de nouvelles connaissances avant même l'étape de résolution proprement dite. Plutôt que de rechercher une réponse correcte unique, les enfants interprètent le problème, recueillent les informations nécessaires, identifient les solutions possibles, évaluent les différentes options disponibles et formulent des conclusions. L'enseignement des sciences basé sur l'investigation constitue une approche basée sur les problèmes, mais avec une dimension supplémentaire étant donné l'importance accordée à l'approche expérimentale. Dans ce rapport, l'IBSE désignera l'enseignement des sciences basé sur l'investigation et la résolution de problème. (Rocard et al., pp 10-11)

Toute ambiguïté est à présent levée : il s'agit bien de réaliser le même changement de paradigme dans l'enseignement des mathématiques comme dans celui des sciences.

Nous venons de décrire, à grands traits, les principaux ingrédients qui fondent le rapport institutionnel à la démarche d'investigation dans l'école française. Ainsi, il ne s'agit plus d'enseigner les mathématiques seulement *pour* résoudre des problèmes mais bien d'enseigner les mathématiques aussi *par* la résolution de problèmes ou, pour le dire avec les mots de la Théorie Anthropologique du Didactique, aborder les savoirs (mathématiques) enseignés de manière fonctionnelle comme réponses à des questions. Notons enfin que ces changements

curriculaires n'affectent évidemment pas seulement la France comme en attestent, par exemple, le *Plan d'Études Romand* en Suisse et le projet européen PRIMAS (Dorier 2010).

II. LE SCHEMA HERBARTIEN COMME MODELE DE LA DEMARCHE D'INVESTIGATION

Notre cadre d'analyse est celui de la Théorie Anthropologique du Didactique. Pour Chevallard (1999), étudier un problème c'est construire une organisation praxéologique $[T/\tau/\theta/\Theta]$ comme réponse à cette question : identifier le type de tâches à réaliser (T), construire une technique (τ) qui permette de l'accomplir, produire un discours (technologique, θ) qui puisse rendre compte de cette construction tout en l'inscrivant dans une problématique plus large, une théorie (Θ). Le savoir se modélise ainsi en termes de praxéologies avec une composante *praxis* qui décrit les techniques permettant d'accomplir certains types de tâches et une composante *logos* dans laquelle les technologies visent à décrire, expliciter, légitimer les techniques mises en œuvre tout en les inscrivant dans des théories qui les englobent. Précisons encore que :

les notions de technologie et de théorie doivent être entendues en un sens *propre à l'institution ou à la personne* considérée. Est technologie ce qui, dans une institution ou pour une personne, remplit la *fonction* technologique – justifier, éclairer la technique τ relative au type de tâches T , voire permettre de l'engendrer (ou de la reconstruire, quand elle est « donnée »). De même, est théorie ce qui assume, en cette institution ou pour cette personne, une fonction théorique. (Chevallard 2007, p. 714)

Ainsi, par exemple, une technique efficace pour déterminer le prix de six stylos quand on connaît le prix de deux, revient à multiplier ce prix par trois. Cette technique se justifie par le recours à la propriété de linéarité multiplicative⁷ de la fonction linéaire qui associe le prix à la quantité de stylos ; discours qui s'intègre dans une théorie selon laquelle le modèle de proportionnalité est adapté à cette situation, modèle représenté mathématiquement par une fonction linéaire. Comme le propose, par exemple, le programme d'enseignement de la classe de troisième du collège – élèves de 14 -15 ans – qui stipule : « la notion de fonction linéaire offre un modèle mathématique pour le traitement des situations qui relèvent de la proportionnalité et contribue à cette synthèse ». (Ministère de l'Éducation Nationale 2007, p. 57).

Chevallard (2002) explicite le schéma de l'étude d'une question selon cinq étapes. Dans un premier temps il s'agit de regarder et *observer* les réponses déjà présentes dans la culture. Après ce temps d'observation, se met en œuvre un processus d'*analyse* expérimentale et théorique des réponses déjà construites par d'autres, permettant ainsi leur *évaluation*, condition *sine qua non* au *développement* d'une réponse qui lui soit propre. Ce processus de l'étude d'une question se concluant par la production d'un discours – au moins pour lui-même – d'explicitation, de *défense et illustration* de la réponse produite. Ainsi, la construction d'une réponse à une question, nécessite de convoquer un certain milieu fait de différentes ressources. Parmi ces ressources, nous venons de l'évoquer, certaines sont en quelque sorte des réponses « toutes faites » qui ont été validées par telle institution qui lui confère son « estampille » ($R_i^\diamond$). D'autres ressources sont des outils (O_j) d'analyse qui permettent d'interroger et évaluer ces réponses partielles à la question génératrice de l'étude. Ce système de ressources ainsi convoquées au sein de cette dynamique didactique qui met à l'épreuve les unes par confrontation avec les autres, fournit les matériaux à partir desquels la réponse de la classe est produite. Chevallard (2008) appelle ce processus *la dialectique des médias et des milieux* :

⁷ Qui pourrait s'énoncer ainsi : « si on triple le nombre de stylos, leur prix est triplé ».

L'existence d'une dialectique vigoureuse (et rigoureuse) entre médias et milieux est une condition cruciale pour qu'un processus d'étude et de recherche ne se réduise pas au rcopiage acritique d'éléments de réponse éparés dans les institutions de la société. Une telle exigence est en vérité consubstantielle à l'esprit galiléen caractéristique des sciences modernes de la nature et de la société, dans lequel la soumission à l'autorité cède la place à une culture partagée du questionnement, de la mise à l'épreuve par la construction de milieux idoines, déterministes ou statistiques, combinant dispositifs matériels et immatériels (enquête, expérimentation, raisonnement, déduction). (Op. cité pp. 344-345)

Or dans une démarche d'investigation les élèves sont appelés à défendre leurs résultats après avoir fait recherches, expérimentations, observations, c'est-à-dire après une mise à l'épreuve serrée des médias à leur disposition par la construction d'un milieu adidactique adapté, au sens de la théorie des situations (Brousseau 1998, 2010) apparaît ainsi que le processus de production d'une réponse né de la mise en œuvre d'une dialectique des médias et des milieux est consubstantielle d'une démarche d'investigation. Le travail d'un système didactique $S(X; Y; Q)$ formé autour d'une question Q par une classe X et le professeur $Y = \{y\}$ qui en dirige l'étude peut alors être résumé par le schéma herbartien :

$$[S(X; Y; Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \hookrightarrow R^\heartsuit$$

dans lequel le milieu $M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, O_m\}$ fait de réponses institutionnellement estampillées $R_i^\diamond$, et d'œuvres de la culture O_j doit permettre la construction par la classe de sa réponse $R^\heartsuit$. Le schéma herbartien donne ainsi à voir la production de la réponse de la classe comme le bilan de la dynamique didactique née de la mise en œuvre de la dialectique des médias et des milieux à la fin d'un *parcours* d'étude et de recherche. C'est en ce sens que nous considérons le schéma herbartien comme un modèle de la démarche d'investigation. Mais la mise en œuvre d'une telle démarche d'investigation nécessite un changement de paradigme dans la conduite de l'étude qui doit trancher avec le cas où le professeur enseigne à ses élèves sa réponse, ce que le schéma herbartien permet de décrire en ces termes :

Dans un état très fruste du développement didactique, dans une classe que nous noterons ici $[X, y]$ (on a évidemment $Y = \{y\}$), lorsqu'une question Q est étudiée, le professeur y apporte sa réponse, R_y , censée devenir la réponse $R^\heartsuit$ de la classe, en sorte qu'on aura le bilan herbartien $[S(X; Y; Q) \rightarrow \{R_1^\diamond, O_2\}] \hookrightarrow R^\heartsuit$ où $R_1^\diamond = R_y$, $O_2 = \emptyset$ et $R^\heartsuit = R_y$, la praxéologie $\emptyset$ apparaissant comme ce qui permet à y d'élaborer la réponse R_y , que X devra *in fine* faire sienne. (Chevallard 2011, p. 93)

Il s'agit en effet de remplacer ce professeur *lector* qui enseigne à ses élèves la réponse qu'il aura lui-même tirée des œuvres qu'il aura consultées, par un véritable collectif d'étude qui devient *auctor* de la réponse collectivement produite. C'est alors que prend naissance la notion de *parcours d'étude et de recherche* (PER). Or,

pour qu'il y ait PER en un sens raisonnable, il faut en effet que l'organisation didactique conçue ou observée apparaissent viser (dans le premier cas) ou manifester (dans le second cas) un certain nombre de conditions touchant tout à la fois la mésogenèse, la topogenèse et la chronogenèse. (Op. cité, p. 94)

La condition mésogénétique⁸ repérée par Chevallard stipule que le milieu n'est pas tout fait, déjà là et immuable « il est constitué par la classe à partir de productions diverses, externes à la classe comme internes à celles-ci. » (Ibid., p. 94) La condition topogénétique⁹ tranche plus radicalement avec les habitus du fonctionnement didactique d'une classe en France car dans le cadre d'un PER « la constitution du milieu M est le fait de la classe $[X, y]$, non de y seul ». Cela signifie que le *topos* de l'élève s'agrandit individuellement et collectivement tandis que le professeur doit assumer une position de directeur de l'étude, qui « décidera en dernier

⁸ La mésogenèse est le procédé par lequel le milieu d'une situation se fabrique, se développe et s'enrichit.

⁹ La topogenèse est le procédé par lequel la place et les attributions des sujets d'une institution (professeur et élèves au sein d'une situation didactique en classe) sont fixées.

ressort, non sans en expliciter les attendus, si la classe verra ou non son milieu d'étude être augmenté de telle ou telle œuvre » (Ibid., p. 94). La troisième condition est relative à la chronogenèse¹⁰ car « la constitution et le “travail” du milieu M sont en effet à l'origine d'une dilatation du temps didactique et donc, corrélativement, d'une extension du temps d'horloge requis » (Ibid., p. 94). Cette condition est, semble-t-il, difficilement tenable par les professeurs français qui jugent le programme d'enseignement qu'il s'agit de faire vivre dans les classes toujours trop lourd au regard du temps imparti. Cette contrainte temporelle conduit le professeur, parfois à son insu, à réduire le *topos* de l'élève pour que « le cours avance ».

Les conditions relatives au milieu que nous venons d'énumérer, consubstantielles à la réalisation authentique d'un parcours d'étude et de recherche, appellent donc la mise en place d'un nouveau type de contrat didactique. De tels changements transparaissent dans certains textes officiels décrivant les nouvelles pratiques d'enseignement qui intègrent une démarche d'investigation. Ainsi, l'introduction du document d'accompagnement des programmes 2002 *Enseigner les sciences à l'école* expose « divers aspects d'une démarche expérimentale d'investigation » et le « canevas d'une séquence ». Il y est rappelé que c'est bien l'élève qui conduit l'investigation à partir de diverses méthodes dont la recherche de documents. Un paragraphe spécifique est d'ailleurs consacré à la recherche de documents « en bibliothèque, en BCD, dans un dictionnaire, une encyclopédie ou sur Internet, pour répondre aux questions “productives” de la classe et pour résoudre des problèmes scientifiques qui n'ont pu l'être totalement par la confrontation expérimentale au réel » dont l'objet est de :

préciser comment la recherche documentaire peut et doit intervenir en complément d'une démarche qui conduit du questionnement à la connaissance en passant par l'expérience. (Blanchard et Denis 2002, p. 9)

III. UN PROBLEME DE GRANDEUR INACCESSIBLE

1. La taille du géant

Nous avons proposé¹¹ en mai 2010 à un professeur des écoles de faire étudier à ses élèves de CM2 un problème de grandeur inaccessible : « Cette photo a été prise dans un parc d'attraction en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est à peu près la taille de ce géant ? ».



Figure 1 – Photo accompagnant l'énoncé du problème

Le problème était proposé sur une feuille A4 où la photo¹² (voir figure 1) mesurait 16,1 cm horizontalement et 12 cm verticalement. La place nous manque pour faire une analyse

¹⁰ La chronogenèse est le procédé par lequel la temporalité de la diffusion et de l'acquisition des savoirs est modifiée.

¹¹ L'observation a été réalisée dans le cadre du projet ACODIS de l'IUFM d'Alsace dont les participants en 2009-2010 étaient : R. Adjage, T. Beliaeva, N. Gavens, A. Jarlegan, J.-C. Rauscher, M.-J. Remigy, M. Weisser, F. Wozniak

¹² Copyright Richard Phillips (2001-2009) : www.problempictures.co.uk

didactique substantielle de ce problème (voir Wozniak, *à paraître*). Néanmoins, il apparaît clairement que sa résolution repose sur une activité de modélisation, en particulier, sur le recours au modèle de proportionnalité. Or à ce niveau d'enseignement, « la proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures (en particulier celle dite de la « règle de trois ») sont utilisées. » (Ministère de l'Éducation Nationale 2008, p. 23).

La réalité représentée par la photo étant inconnue des élèves et de leur professeur, elle ne peut « vivre » dans la classe, au sens où aucune information ne peut en être tirée. Trois domaines de réalité peuvent néanmoins être convoqués : la photo, une réalité supposée ou imaginée, la réalité vécue par l'élève dans ou hors la classe. Ainsi par exemple, pour déterminer la longueur de la semelle d'une chaussure un élève peut mesurer cette longueur sur la photo en considérant un des deux hommes, supposer sa mesure, l'extrapoler (à partir de la mesure de sa propre semelle) ou encore mesurer la longueur de la semelle du professeur. Plusieurs modèles de proportionnalité pourront être mis en œuvre comme la proportionnalité des dimensions sur la photo par rapport aux dimensions réelles ou la proportionnalité des dimensions du géant par rapport aux dimensions d'un homme. Si le premier modèle repose sur des pratiques sociales (habituellement une photo fournit une réduction homothétique de la réalité), le second modèle repose sur une hypothèse d'essence anthropocentrique. Mais un troisième modèle – dont nous savons qu'il est erroné – peut être utilisé, la proportionnalité des dimensions entre deux hommes (ou deux enfants) entre eux. La mobilisation de ces modèles repose sur différentes hypothèses – dont nous ne discuterons pas le bien fondé ici –, par exemple :

H0 : la photo est une reproduction réduite et fidèle de la réalité représentée, c'est-à-dire sans déformation.

H1 : les proportions d'un être humain à un autre sont conservées.

H1.1 : les proportions d'un homme adulte à un autre sont conservées.

H1.2 : les proportions d'un enfant à un autre sont conservées.

H1.3 : les proportions d'un enfant et d'un homme sont les mêmes.

H2 : les proportions du géant sont les mêmes que celles d'un être humain.

H2.1 : les proportions du géant sont les mêmes que celles d'un homme sur la photo.

H2.2 : les proportions du géant sont les mêmes que celles d'un homme adulte.

H2.3 : les proportions du géant sont les mêmes que celles d'un enfant.

Sous l'hypothèse (H0), trois types de techniques sont envisageables à ce niveau-là de la scolarité. Le premier type de technique consiste à choisir un élément commun au corps du géant et à celui d'un des hommes de la photo comme étalon, puis à déterminer le nombre de reports de cet étalon dans le corps d'un homme adulte sur la photo. En supposant que le géant est un agrandissement homothétique d'un des hommes de la photo (H2.1), la taille du géant s'obtient en multipliant ce rapport par la dimension réelle supposée de l'étalon. Par exemple, sous l'hypothèse (H1.3), un élève peut estimer que la hauteur *base du pied-base du mollet* peut être reportée 7 fois. En considérant, d'après la photo, que cette hauteur pour le géant est

égale à la taille d'un homme sur la photo, alors la taille du géant est égale à 7 fois la taille d'un homme¹³ soit à peu près 12,25 m ($7 \times 1,75$ m).

Un deuxième type de technique sous l'hypothèse (H2.1) consiste à appliquer le coefficient d'agrandissement entre un homme sur la photo et le géant. En mesurant la longueur des semelles des chaussures d'un homme et du géant sur la photo, par exemple, on obtient respectivement 1,2 cm et 9 cm, ce qui donne un coefficient d'agrandissement de 7,5. Si on choisit (arbitrairement) de prendre 1,80 m comme taille d'un homme sur la photo, celle du géant est alors 7,5 fois plus grande soit une taille proche de 13,5 m.

Enfin, le troisième type de technique est la composée des deux techniques précédentes. Il s'agit de multiplier la mesure d'un corps en référence à un étalon par la mesure supposée réelle de cet étalon obtenue en appliquant un rapport d'agrandissement entre les dimensions d'un homme sur la photo et celle du géant. Si on estime que la longueur du pied d'un homme de 1,80 m mesure 30 cm, alors la taille du géant est égale à 6 fois ($180 : 30 = 6$) la longueur de sa chaussure qui est elle-même 7,5 fois ($9 : 1,2 = 7,5$) plus grande que celle d'un homme sur la photo. Ce qui donnerait une taille de géant de 13,50 m ($6 \times 7,5 \times 30$ cm).

Au-delà du côté dérisoire de la précision au centimètre près, notons que le géant porte des bottes avec un talon, il y a donc une différence entre la taille du géant (nus pieds) et sa hauteur (comme édifice) ...

2. *Praxéologies de modélisation*

Chevallard (1989) propose une description en trois étapes du processus de modélisation articulant un système – mathématique ou non – et un modèle (mathématique) de celui-ci. En premier lieu, il s'agit de définir le système à étudier en identifiant les variables qui permettent de rendre compte du domaine de réalité considéré. La mise en relation des différentes variables contribue à la construction du modèle qui n'est autre que l'ensemble de ces relations. Le travail sur le modèle permet alors de

produire des connaissances relatives au système étudié, connaissances qui prennent la forme de nouvelles relations entre les variables du système. (Op. cit., p. 53)

Notons que si le travail sur le modèle est une phase proprement mathématique, les deux autres étapes relèvent du domaine de réalité dont est issu le système lui-même. En dépit d'une présentation linéaire il y a bien une circularité ; le travail sur le modèle pouvant conduire à redéfinir le système étudié et par conséquent le modèle lui-même. L'analyse des praxéologies de modélisation revient donc à mettre à jour les praxéologies relatives à la définition du système, la construction et le travail sur le modèle.

La taille du géant étant réellement inconnue du professeur (et de ses élèves) il n'y a pas de validation possible de la solution élaborée par la classe. Cette validation passe nécessairement par celle de son processus de production. Comme le souligne Orange (2007, p. 46), lorsqu'

il n'y a pas possibilité de validation par l'élève de ses modèles et de ses argumentations grâce à un milieu objectif antagoniste. Se développe ainsi un espace problématique qui permet l'exploration et la délimitation du champ des possibles, par établissement de conditions de possibilité des solutions (nécessités). Ce champ sera secondairement peuplé par des solutions validées par saturation du registre empirique ou du registre des modèles¹⁴. Si le premier mode correspond bien à un apprentissage par

¹³ D'après le site de l'INSEE. La taille moyenne d'un homme en France entre 18 et 65 ans est de 1,75 m : http://www.insee.fr/fr/themes/document.asp?ref_id=ip1123®_id=0.

¹⁴ Nous parlons de saturation du registre empirique lorsque le maître ou les élèves introduisent de nouvelles observations, expériences ou documents relatifs à des observations ou expériences. Lorsque ce sont des documents sur des modèles (documentaires par exemple) qui sont introduits, c'est le registre des modèles qui est saturé.

adaptation (au moins dans ses premières phases), le second fonctionne par pratique théorique, c'est-à-dire par construction de solutions possibles et examen critique de ces solutions.

Ainsi, le simple recours impensé au modèle de la proportionnalité comme technique permettant de résoudre le problème du géant empêche toute validation du processus de modélisation et donc de la solution produite. La part du discours technologique des praxéologies de construction du modèle est en effet essentielle dans le processus de validation du modèle ainsi construit et passe par la mise en œuvre d'une dialectique et des médias. Si les hypothèses qui fondent le modèle ne sont pas explicitement énoncées, interrogées, légitimées, si leur domaine de validité n'est pas exploré, alors l'étape de construction du modèle ne sera que partiellement réalisée. En ce sens, le problème posé est un problème qui appelle une démarche d'investigation, démarche essentielle pour produire les ingrédients qui nourrissent le discours technologique et servent de milieu pour la validation de R^* . Mais une telle démarche ne peut être mise en œuvre que si la modélisation du problème est reconnue comme enjeu de la situation d'enseignement.

IV. MODELISATION & DEMARCHE D'INVESTIGATION

L'observation dont nous rendons compte ici a été réalisée dans la classe d'un professeur¹⁵ ayant moins de 5 ans d'ancienneté, initialement formé dans un Institut Universitaire de Formation des Maîtres. Habituellement, il propose¹⁶ « des problèmes figurant dans le manuel de mathématiques (pour comprendre les maths, CM2, éd. Hachette éducation). Ces derniers sont toujours en lien avec la notion (la compétence) abordée durant la séance d'apprentissage ». Aussi, il considère que « cette situation de recherche est inédite » car « les élèves n'ont pas l'habitude d'être face à une telle situation de recherche (résolution du problème en plusieurs étapes, stratégies de résolution variées et non induites par la séance d'apprentissage menée précédemment en classe, importance de confronter son point de vue à celui des camarades,...) (+ justifier) ». Le professeur observé ici attribue par ailleurs deux particularités à ce problème, d'une part que « tous les indices, sur lesquels les élèves devront s'appuyer pour résoudre le problème, se trouvent dans la photo et non pas dans l'énoncé. Il s'agit d'indices implicites » et d'autre part, le fait « qu'il est impossible de trouver une réponse exacte à ce problème ». Mais il manque des mots à ce professeur pour rendre compte de la spécificité du problème et ce qui est derrière l'évocation de la variété des stratégies ou l'existence d'indices implicites, est en réalité le processus de modélisation mathématique et la démarche d'investigation.

L'étude a été organisée au cours d'une seule séance de près de 1h25 min organisée en deux temps de recherche (en binôme puis individuelle) entrecoupés d'une mise en commun et conclue par une correction collective. Événement inattendu, il pleut ce jour-là et le professeur porte des bottes ! Les conditions d'autarcie dans lesquelles la classe est plongée conduisent alors un élève fin observateur à faire un raisonnement qui, niant la variabilité, fonctionne par rapprochements successifs : il est nécessaire de connaître la hauteur de la botte du géant, le professeur porte des bottes, il est donc nécessaire de connaître la hauteur des bottes du professeur. Raisonnement aussitôt accepté par le professeur, donc la classe. Cependant, le statut de l'information – mesure de la botte du géant vs du professeur – n'étant pas interrogé, ce qui devrait être construit comme une hypothèse (« ne connaissant pas la hauteur de la botte du géant, nous faisons l'hypothèse qu'elle est identique à celles du professeur ») devient *ipso facto* un fait : « en sachant qu'une botte mesure 20 cm ». Il apparaît alors que l'identification des variables définissant le système se conduit sans expliciter leur statut : faits observés et

¹⁵ Ce professeur est une femme, nous employons néanmoins le masculin pour dépersonnaliser l'observation.

¹⁶ Réponses du professeur observé à un questionnaire écrit avant l'observation.

hypothèses se confondent. Ainsi, la conservation des proportions du corps d'un homme sur la photo avec celles du géant est posée comme un fait par le professeur au point de servir d'argument pour invalider une proposition d'élève¹⁷. Le principe, non questionné, du recours à l'empirie est d'ailleurs encouragé par le professeur : « vous pouvez utiliser euh... vos jambes ou la hauteur de votre corps pour voir... vous pouvez le faire, vous pouvez mesurer ». Or la morphologie d'un humain est évolutive et ses proportions ne sont pas conservées dans le temps. Cette question n'ayant pas même été évoquée, l'enjeu de la séance sera la détermination du nombre de reports d'une botte dans un corps quelconque. Triomphe de l'empirie et inculture statistique s'incarnent alors dans la conclusion du professeur au moment de la correction : « On ne sait pas si les bottes du géant, ils ont... c'est la même proportion que les miennes sur moi, mais c'est à peu près 7 ... Mais on peut les mettre 10 fois, c'est juste aussi, vu qu'on ne sait pas exactement quelle est la taille de ses bottes ».

Le professeur n'ayant pas identifié la modélisation comme un enjeu d'enseignement, l'étude du problème n'est qu'un prétexte à l'application de la proportionnalité. L'étude réalisée passe alors directement de la définition du système au travail dans un modèle préconstruit. Un modèle est utilisé et fonctionne sans que sa légitimité ou son domaine de validité ne soit discuté. L'observation montre que le professeur a enseigné une réponse comme application du modèle de proportionnalité sans engager les élèves à « penser » le problème – ce que Orange (2005) appelle *la problématisation* – comme un problème de modélisation.

Pour produire une réponse la classe a bien eu une activité de modélisation, même si la part de construction du modèle s'est réduite à l'évocation du modèle de la proportionnalité. Cependant, faute d'avoir posé des mots sur ce qui était fait, inscrivant la démarche de résolution dans une perspective élargie, les élèves n'ont pas rencontré leur ignorance par rapport à la construction du modèle mais seulement par rapport à la production des données. L'absence de mise en œuvre d'une dialectique des médias et des milieux, et conséquemment, d'un discours technologique relatif au processus de modélisation était inéluctable dès lors que le professeur n'avait pas identifié la modélisation comme enjeu de la situation didactique. Ceci nous conduit à qualifier les praxéologies de modélisation installées par le professeur de *praxéologies muettes*. En référence à Assude, Mercier et Sensevy (2007) nous appelons praxéologies muettes¹⁸ les praxéologies qui ne se donnent à voir qu'au travers de leur composante praxis. Or, au cours de notre observation, seule la technique du processus de modélisation mise en œuvre dans un rapport d'action est visible, le discours qui rend compte et légitime ce processus est inexistant.

C'est ainsi qu'aucune démarche d'investigation n'a été mobilisée, ni même encouragée, car au-delà de l'absence de dialectique des médias et des milieux, les conditions topogénétique, mésogénétique et chronogénétique ne sont évidemment pas remplies. Enfermés dans l'univers clos de la classe, les élèves sont contraints à une production de savoirs endogènes dans le temps limité d'une (longue) séance d'enseignement sous la direction rondement menée de leur professeur. L'existence d'une praxéologie muette de modélisation apparaît alors comme révélatrice d'un besoin d'infrastructures didactiques et mathématiques.

¹⁷ Une élève proposait une hauteur de 3 m 60 pour le géant alors que celle de sa botte avait été validée à 2 m par la classe.

¹⁸ Nous utilisons le qualificatif « muet » car le fait que seule la technique soit perceptible n'est pas antinomique avec l'existence d'un logos mais qui serait alors tu.

V. CONCLUSION

Dans ce texte, nous avons montré comment la démarche d'investigation pouvait se modéliser par le schéma herbartien qui décrit la pédagogie de l'enquête propre aux parcours d'étude et de recherche. Ce modèle permet d'envisager les conditions sur le milieu relatives à la topogenèse, mésogenèse et chronogenèse et le recours à la dialectique des médias et des milieux comme conditions du recours *effectif* à une démarche d'investigation. Nous avons par ailleurs illustré comment la non reconnaissance des besoins praxéologiques de modélisation pour résoudre un problème empêche une telle démarche. La mise en œuvre de praxéologie muette apparaît alors comme un indice d'un manque d'infrastructures didactique et mathématiques qui rendent viables la modélisation. Nous faisons l'hypothèse que ce manque d'infrastructures empêche la mise en œuvre d'une démarche d'investigation, au sens où nous l'avons définie dans ce texte.

REFERENCES

- Blanchard J.-M., Denis J. (Eds.) (2002) *Enseigner les sciences à l'école. Outil pour la mise en œuvre des programmes 2002. Cycle 3.* Paris : CNDP.
<http://www2.cndp.fr/archivage/valid/38797/38797-7342-7241.pdf>
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée Sauvage.
- Brousseau G. (2010) *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques* (1998).
http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- Chevallard Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x*, 19, 43-72.
- Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221–266.
- Chevallard Y. (2002) Les TPE comme problème didactique. In Assude, T., Grugeon Allys B. (Eds.) (pp. 177-188) *Actes du Séminaire national de didactique des mathématiques 2001*. Paris : IREM de Paris 7 et ARDM.
- Chevallard Y. (2008) Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. In Gueudet G., Matheron Y. (Eds.) (pp. 344-366) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007*. Paris : IREM Paris 7 et ARDM.
- Chevallard Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In Ruiz-Higueras L., Estepa A., Garcia F.J. (Eds.) (pp. 705-746) *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)*. Jaen : Universidad de Jaen.
- Chevallard Y. (2011) La notion d'ingénierie didactique, un concept à réfonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. In Margolinas C., Abboud-Blanchard M., Bueno-Ravel L., Douek N., Fluckiger A., Gibel P., Vandebrouck F., Wozniak F. (Eds.) (pp.81-108) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Dorier J.-L. (2010) La démarche d'investigation en classe de mathématique – une première approche prospective. *Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF)*. Université de Genève, septembre 2010.
<https://plone2.unige.ch/aref2010>
- Dorier J.-L. (2012). La démarche d'investigation en classe de mathématiques : quel renouveau pour le questionnement didactique ? In Calmettes B. (Ed.) (pp. 35-56)

- Démarches d'investigation. Références, représentations, pratiques et formation.* Paris : L'Harmattan.
- Gaffiot F. (2001) *Dictionnaire Latin Français*. Paris : Hachette.
- Ministère de l'Éducation Nationale (2008) *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*. BOEN n°3, 19 juin 2008, n° spécial.
- Ministère de l'Éducation Nationale (2007). *Programmes de l'enseignement des mathématiques, des SVT, de physique-chimie du collège*. BOEN n°6, 19 avril 2007, hors série.
- Orange C. (2005) Problématisation et conceptualisation en sciences et dans les apprentissages scientifiques. *Les Sciences de l'éducation, Pour l'ère nouvelle* 38. 3, 69-93.
- Orange C. (2007) Quel Milieu pour l'apprentissage par problématisation en sciences de la vie et de la terre ? *Éducation & didactique* vol 1 - n°2, 37-56.
- Rocard M. (prés.), Csermely P., Jorde D., Lenzen D., Walberf-Henrikson H., Hemmo V. (2007) *L'enseignement scientifique aujourd'hui : Une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Commissions Européennes : Belgique.
- http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_fr.pdf.
- Wozniak F. (2012) Des professeurs des écoles face à un problème de modélisation : une question d'équipement praxéologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 32(1), 7-55.