

DEMARCHE D'INVESTIGATION EN MATHEMATIQUES : L'EXEMPLE DES ATELIERS MATH.EN.JEANS

Isabelle DUBOIS*

Résumé – Après avoir présenté l'association MATH.en.JEANS et ses activités, nous expliquons le principe et l'organisation des ateliers MATH.en.JEANS. Ces ateliers scientifiques permettent à des groupes d'élèves de tout niveau scolaire de mener des recherches en mathématiques. Nous mettons ensuite en évidence les différentes caractéristiques de ces ateliers favorisant la mise en œuvre d'une véritable démarche d'investigation en mathématiques. Nous terminons par la présentation de quelques exemples issus d'ateliers que nous avons encadrés.

Mots-clefs : démarche d'investigation, recherche en mathématiques en milieu scolaire, ateliers MATH.en.JEANS, ateliers scientifiques

Abstract – After having presented MATH.en.JEANS association and its activities, we explain the principle and the organization of the MATH.en.JEANS workshops. These scientific workshops make it possible groups of pupils of any school level to undertake research in mathematics. We then highlight the various characteristics of these workshops supporting the implementation of a true inquiry-based approach in mathematics. We finish by the presentation of some examples resulting from workshops which we supervised.

Keywords: inquiry-based approach, research in mathematics at school, MATH.en.JEANS workshops, scientific workshops

Nous présentons dans cet article un exemple d'ateliers mis en place depuis une vingtaine d'années dans des établissements scolaires français (et étrangers depuis peu) par l'association MATH.en.JEANS.

Après avoir précisé les principes fondateurs et les actions de l'association, nous expliquons le principe de fonctionnement des ateliers de recherche MATH.en.JEANS. Ensuite, nous mettons en évidence les caractéristiques « idéales » de ces ateliers permettant la mise en œuvre d'une démarche d'investigation au sein de ces ateliers. Pour finir, nous énonçons quelques problématiques pouvant faire l'objet de recherches ultérieures, en nous appuyant sur des exemples précis expérimentés au cours d'ateliers que nous avons encadrés les années passées.

I. PRESENTATION DE L'ASSOCIATION MATH.EN.JEANS ET DE SES ACTIONS

1. *L'association MATH.en.JEANS*

L'association MATH.en.JEANS fut créée en 1990 en France, par Pierre Audin et Pierre Duchet, suite à une première opération menée en 1985-1986, intitulée « 1000 classes – 1000 chercheurs », suivie d'un projet pilote MATH.en.JEANS mené sur l'année scolaire 1989-1990.

L'association est soutenue par le CNRS (Centre National de la Recherche Scientifique) et est agréée par le Ministère de l'Education Nationale. D'autres partenaires institutionnels ou associatifs la parrainent ou la soutiennent. Elle a obtenu en 1990 le prix de la démarche scientifique au Salon PERIF (réunissant des projets scientifiques en Ile de France), et en 1992, le prix d'Alembert de la Société Mathématique de France.

* IUFM de Lorraine – France – isabelle.dubois@univ-lorraine.fr

Le principal objectif de l'association est de soutenir et promouvoir la mise en place d'ateliers de recherche en mathématiques dans les établissements scolaires. Le nom de l'association correspond à un acronyme : **M**éthode d'**A**pprentissage des **T**héories mathématiques **en** **J**umelant des **E**tablissements pour une **A**pproche **N**ouvelle du **S**avoir. Cet acronyme met en valeur le principe de ces ateliers : permettre à des élèves de découvrir les mathématiques autrement, par une véritable démarche de chercheur, tout en favorisant les échanges entre pairs. Toutefois, nous pouvons également considérer le nom de l'association au premier degré : les élèves font des mathématiques de façon décontractée – sans évaluation, sans compétition – pour le plaisir.

2. Les activités de l'association MATH.en.JEANS

Nous présentons ci-après les différentes activités menées par l'association. Le détail des activités peut être consulté sur le site de l'association (<http://mathenjeans.free.fr/amej/>).

Comme dit plus haut, la principale activité de l'association consiste à organiser des ateliers de pratique mathématique en milieu scolaire. Ce point sera développé dans le paragraphe II.

L'association mène également des actions de sensibilisation et de vulgarisation, par le biais d'animations et d'expositions, et par l'organisation de son congrès annuel. Elle conçoit également des ressources documentaires et pédagogiques, participe à la formation de formateurs ou d'enseignants, ainsi qu'à des recherches et expérimentations en éducation, notamment sur la problématique des situations-recherche.

3. Développement des ateliers MATH.en.JEANS

En 1989-1990, le projet pilote MATH.en.JEANS comportait 26 élèves, 2 enseignants et 1 chercheur. Les ateliers se sont vite développés, tout d'abord en région parisienne, puis en province et à l'étranger.

Depuis l'année scolaire 2009-2010 le cap des 1000 élèves concernés a été franchi, et l'année 2010-2011 a connu la création de nombreux ateliers dans les lycées français à l'étranger. C'est ainsi que l'association a dû scinder le congrès national 2011 en quatre lieux afin de faire face aux difficultés d'organisation inhérentes à ce développement. Le tableau 1 donne les statistiques des cinq dernières années (source : Rapport d'activité, année 2010).

	2006 -2007	2007 -2008	2008 -2009	2009 -2010	2010 -2011
Ateliers	59	66	73	85	112
Collèges et écoles	21	28	34	46	49
Lycées, universités, MJC	38	37	39	39	61
Collèges-lycées					2
Ateliers jumelés	26	30	37	49	59
Professeurs			142	169	221
Chercheurs			66	73	94
Elèves	568	619	840	1033	1378
Collèges et écoles	255	321	481	623	588
Lycées, universités, MJC	323	298	359	410	754
Collèges-Lycées					36

Tableau 1 – Statistiques des ateliers MATH.en.JEANS entre 2005 et 2011

Les établissements concernés par un atelier MATH.en.JEANS sont essentiellement des collèges et des lycées ; des ateliers ont existé et existent encore en école primaire et dans l'enseignement supérieur, mais de façon marginale. D'autre part, nous pouvons noter que seulement la moitié environ des établissements sont jumelés, malgré le principe fondateur de l'association. Cela est notamment dû aux difficultés concernant la mise en œuvre pratique de jumelages. Concernant la nature des jumelages, il est intéressant de savoir que des établissements de niveaux différents peuvent être jumelés (collège-lycée, école-collège ou lycée-université), ce qui représente un facteur d'enrichissement des jumelages.

II. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT D'UN ATELIER MATH.EN.JEANS

1. *Les acteurs d'un atelier MATH.en.JEANS*

Un atelier MATH.en.JEANS fonctionne dans un établissement scolaire (primaire, secondaire ou universitaire), durant une année scolaire complète.

Un atelier fait intervenir trois types de personnes : des élèves volontaires de tout niveau et de différentes classes, des enseignants de l'établissement chargés de l'encadrement, de la mise en œuvre et de l'animation de l'atelier, et un chercheur – i.e. un mathématicien « professionnel », ayant une expérience du métier de chercheur – proposant des sujets de recherche et suivant l'avancement des travaux d'élèves.

Dans le cas d'établissements jumelés, le chercheur est commun aux deux ateliers, et propose les mêmes sujets.

L'effectif des ateliers n'est jamais très élevé, en général une dizaine ou vingtaine d'élèves. Les élèves se répartissent par petits groupes en fonction des différents sujets proposés.

2. *Organisation et soutien institutionnel d'un atelier*

Tout atelier MATH.en.JEANS est une composante du projet de l'établissement dans lequel il se situe, et le projet est voté au Conseil d'Administration. L'établissement soutient et aide à la mise en œuvre de l'atelier. Suivant le cas, l'atelier s'inscrit ou non dans un dispositif institutionnel. Par exemple, depuis la réforme du lycée engagée en 2009-2010, un atelier peut s'insérer dans le cadre de l'accompagnement personnalisé en classe de seconde (secondaire5, 15-16 ans). Dans une grande majorité des cas, un atelier fonctionne sous forme d'un « club » – à l'instar d'un club sportif ou culturel-, c'est-à-dire en dehors des créneaux réservés à l'enseignement obligatoire. De plus, la plupart des ateliers s'inscrivent dans le cadre du dispositif national des ateliers scientifiques et techniques, encadrés par la circulaire n°2001-046 du 21 mars 2001, et actualisés par la circulaire n° 2004-086 du 25 mai 2004. Les monteurs d'un projet d'atelier MATH.en.JEANS peuvent ainsi s'inscrire dans ce cadre et déposer un dossier auprès de la Délégation Académique à l'Action Culturelle de leur rectorat.

D'autres institutions ou partenaires d'un niveau local, régional ou national soutiennent les ateliers ou l'association : rectorats, inspection régionale, inspection générale, ministère de l'Education Nationale, Centre National de la Recherche Scientifique... Ce soutien peut se traduire par une reconnaissance pédagogique de ces ateliers, par le paiement d'heures d'encadrement pour les enseignants, par le remboursement des frais de déplacement pour le chercheur, et bien sûr par des subventions.

Les collectivités locales et territoriales (municipalités, conseils généraux, conseils régionaux) apportent également un soutien financier important, particulièrement déterminant pour l'organisation du congrès national. Un atelier a en effet besoin de moyens afin

d'organiser les rencontres entre établissements jumelés et participer au congrès national (transport, hébergement, restauration)...

3. *Déroulement d'une année*

Nous prendrons l'exemple d'ateliers jumelés, pour lesquels l'organisation est plus riche qu'un atelier isolé.

Un atelier MATH.en.JEANS se déroule sur une année scolaire selon des séances hebdomadaires d'une durée de 1h à 2h, parallèlement dans chacun des établissements jumelés. Ces séances sont ponctuées de séminaires, réunissant sur une demi-journée ou une journée entière, les acteurs des deux établissements et le chercheur. En général, les ateliers peuvent organiser 3 à 4 séminaires sur l'année. Le congrès national, se déroulant fin mars, est un moment fort de l'année : durant trois jours, il réunit les acteurs de tous ateliers nationaux et internationaux, ainsi qu'un public extérieur.

En début d'année scolaire se met en place une première phase de mise en route de l'atelier, durant laquelle : les élèves sont informés et recrutés – ils le sont parfois l'année précédente – ; le chercheur expose ses sujets ; les élèves en choisissent un ; le fonctionnement et le contrat de recherche sont expliqués.

Nous pouvons ensuite découper idéalement une année en plusieurs périodes, ponctuées par les séminaires et le congrès (Audin et Duchet 2009, pp. 350-351).

La première période est une phase exploratoire, caractérisée par la compréhension du sujet par les élèves, l'émergence des premiers essais et des premières idées. Le premier séminaire permet la mise en commun sujet par sujet des premiers travaux. Il en ressort un recentrage et une redéfinition des objets de recherche, une identification de questions-cibles, et de pistes pour les recherches ultérieures ; une aide conceptuelle peut être apportée par les enseignants ou le chercheur.

La deuxième période est une phase expérimentale, durant laquelle sont explorées les pistes et questions-cibles mises en exergue lors du premier séminaire, et durant laquelle les premiers résultats émergent. Le deuxième séminaire permet une mise en commun et un débat autour des premiers résultats obtenus, et favorise l'orientation et l'organisation des recherches ultérieures.

La troisième période est une phase constructive caractérisée par la consolidation et la structuration de la recherche, avec notamment la prise en compte par les élèves de l'enjeu de la preuve, la clarification des différents statuts des énoncés (conjectures, hypothèses, théorèmes...). Elle se ponctue par le troisième séminaire, permettant un tri et une synthèse des différents résultats obtenus, en vue du congrès à venir.

La quatrième période est une phase de mise en forme, de préparation des communications pour le congrès. Le congrès permet la communication publique, sous différentes formes - exposés, posters, animations sur stand-, des travaux de recherche, et favorise les échanges et les discussions avec un public large : élèves de tout niveau, adultes experts ou grand public.

Pour finir, la dernière période est une phase conclusive durant laquelle les connaissances sont validées, institutionnalisées, les oeuvres finales sont réalisées (articles, expositions...), et des prolongements sont envisagés. Un dernier séminaire bilan peut être alors organisé.

III. ÉLÉMENTS FACILITANT LA DEMARCHE D'INVESTIGATION DANS UN ATELIER MATH.EN.JEANS

Le principe fondateur de l'association est de faire reproduire par les élèves la démarche du véritable chercheur en mathématiques. Il est difficile de se baser sur cette seule analogie pour analyser les ateliers. En effet, le chercheur en mathématiques est un professionnel, ayant suivi un cursus universitaire long et spécialisé, et exerçant dans un contexte socioprofessionnel spécifique. D'autre part, ses sujets d'étude suivent l'actualité des recherches dans son domaine, s'inscrivent dans un processus de création historique, et évoluent sans cesse. Autant de facteurs éloignés de ce que peuvent vivre les élèves.

Toutefois, nous serons amené à faire référence aux activités « usuelles » du mathématicien professionnel, au « métier de chercheur », hors de tout cadrage théorique conceptualisant ces activités, afin de mieux cerner la richesse des situations.

Nous proposons aussi d'éclairer l'analyse des ateliers par le filtre de la notion de démarche d'investigation, que nous précisons dans un premier paragraphe. Nous mettons alors en évidence les éléments caractéristiques et « idéaux » des ateliers permettant la mise en œuvre de ce type de démarche, en insistant tout d'abord sur le cadrage des rôles des différents intervenants et sur le choix des sujets d'étude.

1. Concept(s) de démarche d'investigation

Il est difficile de proposer une définition complètement établie du concept de démarche d'investigation.

Nous pouvons nous intéresser tout d'abord aux concepts définis ces dernières années dans le milieu scolaire, provenant du mouvement récent de rénovation de l'enseignement des sciences : concept de démarche d'investigation, voire de démarche scientifique, introduits notamment dans les programmes officiels français.

En lycée général, dans le programme de mathématiques de la classe de seconde (secondaire 5 – élèves de 15-16 ans) de 2009 (MEN, BO n°30 du 23 juillet 2009), nous pouvons mettre en évidence l'objectif général :

L'objectif de ce programme est de former les élèves à la démarche scientifique sous toutes ses formes pour les rendre capables de : modéliser et s'engager dans une activité de recherche ; conduire un raisonnement, une démonstration ; pratiquer une activité expérimentale ou algorithmique ; faire une analyse critique d'un résultat, d'une démarche ; pratiquer une lecture active de l'information [...] ; utiliser les outils logiciels [...] ; communiquer à l'écrit et à l'oral. (Op.cité, p. 1)

Les programmes de mathématiques du collège (élèves de 11 à 14-15 ans) parus en août 2008 (MEN, BO spécial n°6 du 28 août 2008) comportent une introduction commune à l'ensemble des disciplines scientifiques et technologiques. L'accent est mis sur l'unité de la culture scientifique et de son enseignement. Un paragraphe spécifique est consacré à la notion de démarche d'investigation (dans la continuité des programmes de l'école primaire).

Retenons les sept moments clés mis en évidence :

choix d'une situation-problème ; appropriation du problème par les élèves ; formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles ; investigation ou résolution du problème conduite par les élèves ; échange argumenté autour des propositions élaborées ; acquisition et structuration des connaissances ; mobilisation des connaissances. (Op.cité, p.4)

Les deux derniers points ne peuvent pas être directement appliqués aux ateliers MATH.en.JEANS, puisque ces derniers ne portent pas d'intention explicite d'apprentissage de connaissances. De même, le premier moment de choix de la situation-problème n'est pas

inscrit dans un scénario pédagogique ; il est le fruit d'une proposition du chercheur référent, avec accord et modifications éventuelles par les enseignants encadrant l'atelier.

D'autre part, dans ces programmes, soulignons la différence mise en exergue entre mathématiques et autres sciences :

Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques) [de plus] la validation [est effectuée] par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre. (Ibid., p. 4)

Nous nuancions ce point de vue trop restrictif : les exemples que nous donnerons en partie IV indiquent une frontière parfois floue entre ces deux points de vue.

Un éclairage plus international peut être apporté par la lecture du rapport Rocard (Rocard et al. 2007), se basant sur le concept d'IBSE. Une définition de l'investigation y est proposée :

Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débats avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis et Bell 2004). (Op. cité, p. 9)

La particularité des mathématiques est également mise en avant :

En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la communauté éducative préfère parler « d'apprentissage basé sur les problèmes ». [...] L'enseignement des sciences basé sur l'investigation constitue une approche basée sur les problèmes, mais avec une dimension supplémentaire étant donné l'importance accordée à l'approche expérimentale. (Ibid., p. 9)

Encore une fois, l'expérimentation semble un peu trop vite exclue du champ des mathématiques.

Montrons maintenant comment les dispositifs de fonctionnement des ateliers MATH.en.JEANS permettent de mobiliser des démarches d'investigation telles que citées plus haut.

2. *Les rôles des différents acteurs*

Chaque atelier comprend trois types d'acteurs : les élèves, les enseignants de l'établissement, le chercheur. Les rôles de chacun sont définis par une charte pédagogique, ou contrat de recherche, dont on expose les grands principes aux élèves en début d'année scolaire.

Des repères pour les différents acteurs ont été rédigés et mis en ligne sur le site Web de l'association (http://mathenjeans.free.fr/amej/mej_quoi/memento.html) ; nous pouvons aussi les retrouver dans un article du bulletin de l'APMEP (Audin et Duchet 2009, pp. 354-358). Nous en exposons ici les idées clés.

Le rôle des enseignants est de présenter, rappeler les objectifs, (re)négocier les règles ; d'observer, être attentif, analyser ; de dévoluer, motiver, responsabiliser ; de faire débattre, débattre, mathématiser ; d'orienter, faciliter, valider la recherche ; d'aider, fournir des outils. La difficulté principale de l'enseignant est de savoir s'effacer, voire se taire, pour laisser les élèves suivre leur cheminement. Ce n'est pas toujours facile, d'autant plus que les élèves sont souvent les propres élèves de l'enseignant, et que les rôles diffèrent de la classe ordinaire. L'enseignant est toutefois garant de la bonne marche du projet, et ne doit pas hésiter à intervenir en orientant les élèves ou en débattant avec eux si ces derniers s'enlisent ou se fourvoient. La posture de l'enseignant peut être facilitée lorsque ce dernier ne connaît aucun élément de réponse (ou très peu) concernant le sujet proposé par le chercheur. Cette situation est assez fréquente.

Le rôle du chercheur est de s'informer, concevoir et présenter des sujets, motiver ; d'encourager, donner confiance, déculpabiliser ; de populariser les mathématiques de la recherche ; d'initier à la démarche de recherche mathématique et à la preuve, légitimer ; de diriger les recherches. Le chercheur est moins présent que l'enseignant, est extérieur à l'établissement, et c'est un professionnel du monde de la recherche. Son rôle est ainsi déterminant, en particulier lors des séminaires qui ponctuent les grandes étapes de l'année. Son regard d'expert permet de diriger les recherches de façon plus pertinente que ne le ferait l'enseignant, et son expérience de chercheur permet de dédramatiser les situations, de rassurer les élèves. De plus, son statut professionnel –souvent impressionnant pour les élèves- permet de valoriser les travaux effectués.

Le rôle des élèves est d'être assidu, et participer sérieusement à l'atelier ; de fonctionner en équipe ; de prendre en charge les activités de recherche, de prendre son temps, de demander de l'aide si nécessaire ; de ne pas hésiter à suggérer de nouvelles pistes ou de nouveaux problèmes ; de garder les traces des recherches effectuées ; d'échanger, vérifier, communiquer ses résultats. Les élèves sont au centre du dispositif ; ils sont responsabilisés, mis en autonomie et valorisés.

Le cadrage ainsi mis en place est garant de la mise en route d'une véritable démarche d'investigation pour les élèves en définissant parfaitement le rôle des différents acteurs des ateliers. Nous constatons également que, même si les ateliers ne portent pas d'intention didactique explicite, ils s'inscrivent bien dans un contexte scolaire, dans lequel les enseignants ont un rôle important à jouer.

3. *Caractéristiques des sujets proposés*

Depuis la mise en place des ateliers, un grand nombre de sujets ont été proposés, pour des élèves de niveaux variés. Le site Web de l'association permet de retrouver presque tous les énoncés depuis sa création. Nous donnons également quelques exemples en partie IV.

Les sujets sont proposés par le chercheur en concertation avec les enseignants. Les énoncés correspondent à des problèmes ouverts, toujours pour les élèves, souvent pour les enseignants, et quelquefois pour le chercheur également. Le chercheur s'efforce de rédiger un sujet abordable, accessible, motivant et donnant du sens pour les élèves.

En général, les problèmes donnés correspondent à la définition de « problème ouvert » définis par Arsac et Mante (Arsac et Mante 2007, p.20). Néanmoins, l'organisation des recherches n'étant pas contrainte de la même manière -notamment au niveau de la temporalité-, la caractéristique « l'énoncé est court » (Ibid., p. 20) n'est plus aussi impérative.

La problématique doit être assez riche et complexe pour pouvoir être étudiée sur une année entière. Il est d'ailleurs rare que les élèves « épuisent » un sujet. Lors du congrès national, du fait des nombreuses interactions ayant lieu, les élèves prennent conscience des limitations de leurs travaux et des problématiques laissées en suspens, ou prolongeant naturellement leurs résultats.

Les thématiques des sujets sont diverses et parfois très éloignées des mathématiques que les élèves côtoient dans leur scolarité. Les problématiques peuvent être des illustrations d'authentiques sujets de recherche contemporaine. D'autre part, le point de départ des énoncés est souvent une situation concrète, posant ainsi la question de la mathématisation ou de la modélisation du monde réel. Cette richesse des sujets contribue notamment à développer la culture scientifique et mathématique des élèves et les sensibilise aux enjeux actuels de la recherche scientifique. Nous retrouvons ainsi quelques préoccupations communes aux différentes formes de démarches d'investigation en science.

4. *Quelques éléments clés caractérisant les ateliers MATH.en.JEANS*

Mettons en évidence les caractéristiques essentielles des ateliers MATH.en.JEANS concernant la mise en œuvre d'une démarche d'investigation.

Tout d'abord, le principe fondateur des ateliers est de faire jouer aux élèves le rôle d'un chercheur en mathématiques dans ses aspects usuels : appropriation d'une problématique, activités de recherche autour de cette problématique, communications et échanges autour des premières investigations, synthétisation des résultats obtenus, communications orales et écrites des résultats auprès d'un public élargi... Le temps accordé aux élèves pour leurs activités de recherche est long (une année scolaire) et régulier (séances hebdomadaires). Cela constitue un élément fondamental pour que les élèves puissent s'approprier toutes les phases du métier de chercheur citées ci-dessus. Remarquons que ces différentes phases apparaissent bien dans les définitions des démarches d'investigation relevées en 1.

L'autonomie et la responsabilisation des élèves, la dévolution de la problématique aux élèves sont évidemment les éléments qui permettent à chaque élève de s'engager personnellement dans une démarche d'investigation.

Le choix de donner des sujets attractifs et abordables mais ouverts, riches et profonds est garant de la mise en œuvre d'approches variées par les élèves ; leur imagination et leur créativité est largement favorisée.

L'encadrement assuré par les enseignants et le chercheur, avec pour chacun des rôles complémentaires, évite l'enlisement des travaux ou le découragement des élèves, permet un recadrage des activités, apporte aide, soutien et motivation au groupe.

Un autre aspect fondamental des ateliers est de favoriser au maximum les interactions entre les élèves. Tout d'abord, chaque sujet est travaillé par un petit groupe d'élèves dans un établissement. Ces élèves travaillent en concertation chaque semaine, se répartissent le travail suivant les idées de chacun. Des phases de régulation se mettent en place naturellement. Lorsqu'il y a bien jumelage entre deux établissements, les séminaires organisés permettent d'échanger avec un autre groupe d'élèves, qui aura rarement organisé ses recherches de la même façon. Les interactions sont ainsi très riches. La validation des résultats de chacun, la structuration des connaissances, et la mise en commun des travaux, notamment en vue de la préparation du congrès national, sont bien au cœur de ces échanges lors des séminaires. Et ces aspects constituent bien une partie importante de la mise en œuvre d'une démarche d'investigation. Rappelons également que dans les ateliers, et dans les jumelages, les élèves sont de niveaux variés (classes, cycles, structure, niveau scolaire), ce qui nécessite la mise en place d'un langage commun.

D'autres éléments complètent et enrichissent cette phase de validation, structuration et communication des travaux de recherche : interactions avec les enseignants encadrant l'atelier et avec le chercheur, communications lors du congrès national auprès d'un public élargi et ne connaissant pas la problématique étudiée, rédaction d'un article scientifique, conception d'expositions pour l'établissement...

Nous pouvons mettre en évidence d'autres éléments caractérisant les ateliers. Ainsi, la tenue de cahiers ou de classeurs dans lesquels les élèves consignent les moindres traces des recherches effectuées lors de l'atelier ; c'est un élément fondamental pour les élèves, qui montre l'aspect non linéaire des activités de recherche. Les élèves s'inscrivant dans un atelier sont des élèves volontaires, s'engageant pour toute l'année (après des séances d'essai éventuelles), et qui ne sont pas recrutés suivant leur niveau en mathématiques. De fait, des élèves faibles ou moyens se retrouvent dans ces ateliers. Les élèves travaillent dans une

ambiance décontractée, avancent à leur rythme, sans compétition et sans évaluation. La notion de plaisir à faire des mathématiques autrement est souvent évoquée par les élèves lors des bilans de fin d'année. Enfin, la tenue du congrès national, objectif central pour les ateliers, est un moment important dans la vie des élèves ; il est à la fois source de travail, d'appréhension, de découvertes, et de grand plaisir.

IV. EXEMPLES D'ATELIERS MIS EN ŒUVRE EN COLLEGE ET PROBLEMATIQUES SOULEVEES

Nous participons depuis cinq années à la mise en œuvre d'ateliers MATH.en.JEANS au sein de deux collèges jumelés (collèges J. Mermoz de Marly et Hauts-de-Blémont de Metz) en tant que chercheur référent.

Nous n'avons pas étudié et analysé spécifiquement et systématiquement l'organisation et le déroulement de ces ateliers. Il s'agit seulement ici de témoigner de l'expérience acquise, à travers divers exemples et études de cas, et à travers le filtre du rôle du chercheur.

Notre premier rôle fut de proposer des sujets de recherche aux ateliers. Ensuite, nous avons rendu visite régulièrement aux ateliers, en particulier lors des séminaires de jumelage, avons participé au recadrage et au recentrage des problématiques, à la validation des résultats. Nous nous sommes également impliqués dans la préparation et la participation au congrès national, et dans la réalisation –malheureusement peu fréquente– des articles finaux.

Nous présentons ci-après quelques exemples de sujets élaborés et donnés au cours des cinq années passées, et quelques éléments d'étude de l'avancée des élèves sur un exemple. Nous énonçons au travers de ces exemples des problématiques qui resteraient à être explorées.

1. Exemples de sujets

Elaborer un sujet permettant de répondre aux critères énoncés en II.3 n'est pas toujours aisé, surtout si l'on veut proposer un thème original. Nous avons au cours de ces différentes années essayé de recouvrir plusieurs domaines (mathématiques), parfois en lien avec des recherches actuelles, partant de situations concrètes ou « réelles », avec un énoncé court et très ouvert, ou au contraire comportant quelques questions précises suivies de questions plus générales...

Les énoncés détaillés des sujets présentés ci-après peuvent se retrouver en ligne¹.

Certains sujets sont de nature très expérimentale (avec éventuellement utilisation des TICE), comme le « Jeu de la vie » (année 2007-2008, sujet 1). Il n'a pas donné lieu à l'élaboration de conjectures suivies de preuves, mais plutôt à des démarches de classifications et à des essais d'élaboration de conjectures. Le sujet « Exploitation de photos d'éclipse de Lune » (année 2009-2010, sujet 1) est en prise avec le monde « réel », basé sur une modélisation pour laquelle les élèves ont éprouvé des difficultés (des professeurs de sciences physiques encadraient ces ateliers). Signalons aussi le sujet « La Fabrique du hasard » (année 2007-2008, sujet 2), qui soulève des questions ardues lorsque l'on veut quitter le sentier des polyèdres réguliers pour réaliser des générateurs de hasard. Beaucoup de thèmes ont donné lieu à des réalisations et constructions d'objets (exemples de réalisations sur le site²). Tous les sujets permettent une prise de contact immédiate à l'aide d'explorations et expérimentations. Ce n'est en général qu'au bout de plusieurs semaines que les élèves ont pu se lancer dans les phases de structuration des recherches, d'élaboration de conjectures et des premières

¹ Annexe 1, sur la page <http://www.mmas.univ-metz.fr/~dubois/EMF2012GT10DUBOIS-ANNEXES.html>

² Annexe 2, sur la page <http://www.mmas.univ-metz.fr/~dubois/EMF2012GT10DUBOIS-ANNEXES.html>

démonstrations. Rarement, la richesse des différentes pistes évoquées à l'intention des enseignants n'a été exploitée par les élèves.

À partir d'exemples de différentes pratiques au sein de la communauté MATH.en.JEANS, il serait intéressant d'étudier les phases d'élaboration des sujets, les attentes des enseignants, et les interactions entre le chercheur et les enseignants autour de la réception, la représentation, et les modifications de ces sujets. On pourrait également étudier les phases de présentation des sujets auprès des élèves, les phases de découvertes et de choix du sujet (lorsque plusieurs leur sont présentés), et les premières étapes d'appropriation de la problématique.

2. Exemple de déroulement des recherches

Nous présentons à travers un exemple des éléments de réflexion autour de l'avancement des travaux des élèves.

Nous considérons le sujet « Divisons 1 par un nombre entier : après la virgule, que se passe-t-il ? » (Année 2010-2011, sujet 1), étudié par un groupe de quatre élèves de 4^{ème} (secondaire 3^{ème} année, 13-14 ans). Les élèves ont tout d'abord réalisé des essais sur les premiers entiers, à la calculatrice et à la main (après avoir constaté les limites de la calculatrice). Les élèves n'ont pas étudié de façon systématique chaque entier de façon consécutive, mais, par une initiative personnelle, se sont répartis la tâche, en considérant les entiers multiples de 2, 3, 5, 7 ou 11. Des premières observations ont été effectuées : apparition de périodes, de nombres décimaux... Un tableau récapitulatif a alors été conçu, répertoriant toutes les fractions jusqu'à l'entier 50 (aucune période n'apparaît à ce stade pour les entiers 47 et 49). Les élèves sont alors encouragés par l'équipe encadrante et le chercheur à classifier les observations et à les expliquer. Voici des questions que nous leur avons soumises après une visite en janvier : « Caractérisez les entiers n tels que la fraction $1/n$ soit un nombre décimal ; trouvez un critère sur n et démontrez votre résultat. La technique de la division à la main vous a permis, lorsque $n=7$, d'observer de nouvelles choses, grâce à la notion de division euclidienne ; appliquez la technique sur d'autres exemples et essayez de comprendre ce qui se passe. Essayez de démontrer pourquoi une période apparaît, dans le cas où $1/n$ ne serait pas un nombre décimal. Pour les fractions $1/47$ et $1/49$, faites les divisions à la main pour trouver une période. » Ces questions ont été basées sur ce que nous avons pu effectivement voir et apprendre des recherches menées par les élèves. Les élèves ont alors réussi à expliquer dans quels cas la fraction est un nombre décimal, et à démontrer par des exemples génériques l'apparition de périodes. Les enseignants les ont initiés à l'utilisation du tableur pour obtenir des résultats exacts dans leurs divisions (les élèves ont ainsi pu constater une erreur commise dans le calcul à la main de la fraction $1/47$). Les élèves ont rédigé un article final après le congrès. L'élaboration de cet article a permis de les sensibiliser plus spécifiquement à la notion d'implication et d'implication réciproque (car les élèves n'avaient pas su repérer et démontrer la propriété « si $1/n$ est un nombre décimal alors n s'écrit sous la forme $2^a 5^b$ »), et de mieux structurer leur raisonnement.

Cet exemple permet de soulever quelques problématiques. À quel moment et comment les élèves ressentent-ils la nécessité de se détacher de leurs premières expérimentations et d'entrer dans la phase d'élaboration d'hypothèses, de conjectures ? Retrouve-t-on réellement les différentes phases de recherche décrites en II.3 ? Comment et jusqu'à quel point guider et recentrer le travail des élèves ? Peut-on différencier ou non le rôle des enseignants et du chercheur ? Comment étudier et analyser les interactions entre les élèves ?

V. CONCLUSION

Nous pensons que le dispositif des ateliers MATH.en.JEANS permettrait d'ouvrir des axes de recherche sur les problématiques soulevées autour des démarches de recherche et d'investigation en mathématiques, et plus généralement en sciences.

Pour aller plus loin dans la découverte des ateliers, découvrir des exemples de travaux de recherche réalisés, et des témoignages d'enseignants et d'élèves, on pourra consulter le dossier thématique paru dans le Bulletin de l'APMEP n°482 (Fournier 2009 ; Grihon 2009 ; Krob 2009 ; Maréchal 2009 ; Proal 2009).

REFERENCES

- Arsac G., Mante M. (2007) *Les pratiques du problème ouvert*, Lyon : Scéren CRDP de Lyon.
- Audin P., Duchet P. (2009) MATH.en.JEANS : définition, exemples, contre-exemples, propriétés, démonstrations.... *Bulletin de l'APMEP* 482, 347-358.
- Fournier F. (2009) « L'invasion des uns » dans deux collèges de Midi-Pyrénées. *Bulletin de l'APMEP* 482, 387-403.
- Grihon P. (2009) Analyse comparée de deux sujets traités par des ateliers. *Bulletin de l'APMEP* 482, 371-392.
- Krob D. Dir. (2009) Une recherche sur les polyèdres. *Bulletin de l'APMEP* 482, 393-396.
- Maréchal G. (2009) Une année MATH.en.JEANS dans l'académie de Poitiers. *Bulletin de l'APMEP* 482, 361-370.
- Proal H. (2009) Comment MATH.en.JEANS valorise l'élève. *Bulletin de l'APMEP* 482, 358-360.
- Rocard M., Csermely P., Jorde D., Lenzen D, Walberf-Henrikson H., HemmoV. (2007) *L'enseignement scientifique aujourd'hui : Une pédagogie renouvelée pour l'avenir de l'Europe*. Commissions Européennes, Direction de la Recherche.
<http://ife.ens-lyon.fr/vst/Rapports/DetailEtude.php?&id=674>, consulté le 15 novembre 2011.
- MEN (2008) *Programmes des enseignements de mathématiques, de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre, de technologie pour les classes de sixième, de cinquième, de quatrième et de troisième du collège*. Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008.
<http://www.education.gouv.fr/cid22120/mene0817023a.html>, consulté le 15 novembre 2011.
- MEN (2009) *Programmes d'enseignement de mathématiques de la classe de seconde générale et technologique*. Bulletin officiel n°30 du 23 juillet 2009.
<http://www.education.gouv.fr/cid28928/mene0913405a.html>, consulté le 15 novembre 2011.