

CONCEPTION COLLABORATIVE DE RESSOURCES : L'EXPERIENCE E-COLAB

Gilles ALDON*

Résumé – La théorie des situations didactiques et plus particulièrement la notion de milieu couplé à l'approche instrumentale et documentaire fournit des outils d'analyses puissants pour penser, créer et partager des ressources dans un environnement technologique. En partant de l'exemple du travail e-CoLab et des observations de classes, cet article propose de montrer en quoi ces analyses sont des éléments prépondérants de la création et de la mise en œuvre d'un modèle de ressources en vue d'une diffusion auprès des enseignants de mathématiques.

Mots-clefs : Approche documentaire, théorie des situations didactiques, analyse, conception collaborative, observation de classes

Abstract – The Theory of Didactical Situations and particularly the concept of « milieu », when crossed with instrumental and documental approaches gives powerful tools to think, to create and to share resources in a technological environment. Starting from the work of the e-CoLab team, this paper aims to show how these analyses are predominant in order to create a model of resources with a view to disseminate to mathematics teachers.

Keywords: Documentational approach, theory of didactical situations, analysis, collaborative design, class observations

I. INTRODUCTION

Depuis plusieurs années l'équipe e-CoLab¹ travaille à la conception, l'analyse et la mise en œuvre de ressources permettant d'intégrer dans le cours de mathématiques du lycée un environnement informatisé d'apprentissage².

Les caractéristiques de cet environnement en font un outil :

- Qui peut être exploité indifféremment sur une calculatrice ou sur un ordinateur, les deux types de supports pouvant être interconnectés facilement, ce qui permet des jeux multiples entre des configurations nomades et des configurations fixes. On retrouve alors, sur la calculatrice, les fonctionnalités de base d'un ordinateur, c'est-à-dire une structure de gestion de fichiers. On a donc là une technologie bien adaptée aux questions actuelles, centrées sur les ressources et leur conception collaborative.
- Qui intègre la majeure partie des logiciels de mathématiques utilisés dans la classe de mathématiques (géométrie dynamique, tableur, grapheur, calcul formel et approché). Toutes ces applications communiquent entre elles ce qui facilite la multi-représentation des objets mathématiques.

Les travaux de l'équipe, composée de chercheurs, de formateurs et d'enseignants, ont déjà débouché sur la rédaction de trois ouvrages d'une même collection Hachette Education : « Mathématiques dynamiques en... » pour les classes de seconde, première et terminale. Ces réalisations sont le résultat d'un travail collaboratif entre professeurs et chercheurs de construction de situations de classe, alliant des analyses *a priori*, des expérimentations croisées dans les classes et les mises en perspective des résultats des observations.

La question mise à l'étude dans cet article peut se formuler de la manière suivante :

* Ifé, S2HEP (EA 4148) Université Claude Bernard Lyon 1 et Ecole Normale Supérieure de Lyon – France – gilles.aldon@ens-lyon.fr

¹ Expérimentation collaborative de laboratoires mathématiques

² TI-Nspire™ de la société Texas Instruments

Comment les analyses didactiques participent à la construction collaborative de ressources ?

Pour tenter d'apporter des éléments de réponse à cette question, l'article, après une présentation des cadres théoriques et du contexte de la recherche s'appuiera sur une double analyse d'une situation de classe pour dégager les éléments clefs conduisant à la construction d'un modèle de ressources.

II. CADRE THEORIQUE

Que ce soit pour (Piaget 1967) ou pour (Vygotsky 1934), les théories de l'apprentissage insistent sur le rôle des interactions dans les processus d'apprentissage. Il est maintenant assez établi que ces interactions ne se limitent pas aux interactions dans la classe mais se modélisent plus profondément en utilisant des cadres de pensée qui permettent de prendre en compte l'environnement tout entier des acteurs, connaissances et conceptions y compris.

Le cadre choisi permettant de comprendre, d'expliquer et de modéliser le « jeu » d'enseignement et d'apprentissage est celui de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau 2004) ; il est suffisamment précis pour décrire et rendre compte de la complexité des interactions qui se nouent entre élèves et professeurs dans un temps long. Plus particulièrement, la notion de *milieu* donne un cadre permettant de prendre en compte à la fois le point de vue du professeur et celui des élèves. Dans cette théorie de l'enseignement et de l'apprentissage, Brousseau définit une situation comme

l'ensemble des circonstances dans lesquelles se trouve l'élève, les relations qui l'unissent à son milieu, l'ensemble des données qui caractérisent une action ou une évolution. (Brousseau 1986, p. 155)

L'enseignement est alors un projet social qui vise à la modification du système de connaissances d'un ou de plusieurs individus dans un environnement donné. La modélisation d'une situation d'enseignement conduit à décrire les relations existantes entre les différents systèmes en jeu dans la production d'un savoir visé. Une situation peut se caractériser par l'ensemble des rôles des actants et de leurs relations avec le milieu dans une institution donnée. L'hypothèse fondamentale d'apprentissage piagetienne est alors que le sujet apprend en s'adaptant à un milieu que Brousseau définit comme :

Le milieu est le système antagoniste du système enseigné, ou plutôt, précédemment enseigné. (Ibid., p. 340)

Le rôle du maître dans l'organisation et la présentation du milieu est important et conduit à penser le milieu en fonction des postures des sujets ce qui conduit à proposer une structure de ce milieu. Initié par Brousseau, il a été affiné et complété par de nombreux travaux, dont (Margolinas 1998, 2004), (Perrin-Glorian et Hersant 2003). Le tableau 1, page suivante, donne une illustration de cette structuration, tableau qu'il s'agit de lire avec le milieu de niveau n comme situation de niveau $n-1$: $M_n = S_{n-1}$, la situation S étant constituée des rapports existants entre M , E et P . Les niveaux positifs sont qualifiés de situations sur-didactiques, et les niveaux négatifs, de situations a-didactiques.

L'analyse d'une situation partant de la situation $S+3$ pour aller de plus en plus profondément dans la structure des milieux est nommée *analyse descendante*, c'est, en quelque sorte une analyse prenant le point de vue du professeur. Au contraire, partir de la situation $S-3$ pour « remonter » dans cette structure sera nommée *analyse ascendante* et prendra le point de vue de l'élève.

Parallèlement, l'ergonomie cognitive (Mumford 1983 ; Sperandio 1984 ; puis Rabardel 1995) permet d'interroger les interactions entre les acteurs en posant le regard sur l'activité de

chacun. Les artefacts sont des éléments médiateurs de l'activité et sont transformés par l'activité en même temps qu'ils s'insèrent dans une pratique sociale.

Niveau	E	P	Situation	Milieux
M+3 M-Construction		P-noosphérique P+3	S+3 : Situation noosphérique	Niveaux sur- didactiques
M+2 : M-projet		P-constructeur P+2	S+2 : Situation de construction	
M+1 : M-Didactique	E+1 : E-réflexif	P+1 : P-projeteur	S+1 : Situation de projet	
M0 : M-Apprentissage	E0 : Elève	P0 : Professeur	S0 : Situation didactique	
M-1 : M-Référence	E-1 : E-apprenant	P-1 : P-Observateur	S-1 : Situation d'apprentissage	Niveaux sous- didactiques
M-2 : M-Objectif	E-2 : E-agissant		S-2 : Situation de référence	
M-3 : M-Matériel	E-3 : E-objectif		S-3 : Situation objective	

Tableau 1 – La structuration des milieux selon (Margolinas 2004)

Cette médiation incite à étudier les artefacts non pas seulement à partir de leurs propriétés mais surtout depuis le statut que les sujets leur attribuent, et construisent au cours de leur activité pour le transformer progressivement dans un long cheminement dans un *instrument* (Trouche 2005). Un instrument est alors défini comme un artefact auquel est associé des schèmes d'utilisation. Le processus d'instrumentation concerne l'émergence, le développement et l'affinement de schèmes d'utilisation de l'artefact à des fins précises. Celui d'instrumentalisation est relatif aux transformations et au développement de l'artefact par le sujet. L'importance de la documentation pour le travail du professeur a conduit (Gueudet et Trouche 2008) à prolonger l'approche instrumentale. Considérant les ressources disponibles comme des artefacts, dont le fonctionnement dépend du contexte d'utilisation dans une pratique contextualisée, Adler (2010) propose d'utiliser les concepts de visibilité, invisibilité et transparence pour aborder le rôle des ressources dans la complexité de l'enseignement. Une ressource sera dite *visible* si « l'attention des élèves, du professeur, est centrée sur cette ressource », avec le risque de cacher derrière l'utilisation de cette ressource les concepts mathématiques en jeu, *invisible* lorsque la ressource, bien que présente et potentiellement utilisable, est ignorée dans le contexte de la classe et *transparente* lorsque les potentialités de la ressource sont utilisées en respectant les objectifs d'apprentissage. L'approche documentaire modélise les interactions des sujets avec les ressources à leur disposition, le mot *ressource* étant entendu dans un sens large,

un manuel scolaire, les programmes scolaires, un logiciel dédié à l'enseignement, sont, bien entendu des ressources ; [...] une copie d'élève, les interactions dans la classe, un conseil donné par un collègue, constituent également des ressources pour le professeur. (Gueudet et Trouche 2008)

Le professeur intègre ces ressources dans son milieu de construction, et construit dans *le travail documentaire*, ses documents reliés à une classe de situations. Le processus de transformation des ressources en document, la *genèse documentaire* est tout comme la genèse instrumentale le résultat d'un double mouvement, du sujet vers les ressources (l'instrumentalisation) et des ressources vers le sujet (l'instrumentation). L'instrumentalisation

apparaît alors comme le façonnage, la mise en forme d'un ensemble de ressources pour les propres usages du sujet, l'instrumentation modifiant les usages du sujet. A un instant donné, le document est alors le résultat des ressources prises en main et d'un schème d'utilisation dans un contexte donné. Le processus ne se termine pas, puisque les documents ainsi constitué peuvent être considérés comme de nouvelles ressources. Dans une position de P-projeteur dans une situation de projet, le milieu du professeur peut être considéré comme l'ensemble de ses ressources. Les ressources utilisées par les enseignants sont des éléments de structuration de leurs actions dans la classe et le processus de genèse documentaire relie une « instrumentalisation » de ces ressources aux conceptions des enseignants vis à vis à la fois des mathématiques et de leur profession. Parallèlement, dans leurs apprentissages, les élèves se construisent et utilisent des ressources. Une situation presque symétrique peut alors être modélisée. Le milieu objectif des élèves contient leurs ressources. Il est, dans une situation didactique, augmenté des éléments apportés par le professeur qui peuvent venir en contradiction ou en accompagnement des ressources des élèves.

Les deux regards, didactique et ergonomique s'articulent pour prendre en compte les évolutions dans le temps de la position des ressources numériques dans la structure des milieux parallèlement à la transformation des artefacts en instruments et en documents pour l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques.

III. CONTEXTE

1. *Le projet e-CoLab*

Depuis 2006, trois équipes travaillant dans les IREM de Paris 7, Montpellier et Lyon et dont j'ai assuré la coordination pour l'INRP, sont composées de professeurs de lycée, de chercheurs et de formateurs. Ils ont travaillé collaborativement à la construction, l'analyse et la mise en œuvre de ressources pour les enseignants de mathématiques s'appuyant sur la notion de laboratoire mathématique (Maschietto et Trouche 2010). La réflexion sur les registres de représentations sémiotiques (Duval 1993) et les apports des multireprésentations (Arzarello et Robutti 2010) pour l'apprentissage des mathématiques a conduit cette équipe à s'intéresser à la technologie TI-Nspire, et à construire des activités intégrant ces potentialités. Dans le cadre d'un partenariat avec la société Texas Instruments, et dès le début du projet, les classes des enseignants ont été équipées de calculatrices, depuis son état de prototype non encore commercialisé jusqu'à aujourd'hui où la version 3 du logiciel est disponible. Le travail de l'équipe a participé au *modelage social de la technologie* (MacKenzie et Wajcman 1985), (Williams et Edge 1996) en confrontant les avancées techniques à la réalité de la classe et en renvoyant au constructeur des remarques issues de la pratique permettant de faire évoluer la technologie. Les travaux de cette équipe se situent dans une thématique qui questionne les processus par lesquels les professeurs s'approprient, modifient et conçoivent des ressources pour leur enseignement et les élèves utilisent, complètent ces ressources pour leurs apprentissages dans le contexte particulier d'utilisation de cette technologie.

On retrouve dans ce projet les deux aspects de la recherche évoquée dans le paragraphe précédent, de mise à l'épreuve de cadres théoriques et de confrontation à la contingence d'une part et le développement de ressources s'appuyant sur des situations mathématiques permettant de proposer des situations didactiques fécondes, d'autre part. Ainsi, dans le projet e-CoLab, la recherche a construit un modèle de document facilitant la construction et l'analyse coopératives de situations de classes utilisant la technologie (Aldon 2008) et d'autre part la réalisation effective de documents pour la classe (Aldon et al. 2009, 2010, 2011). Les questions de recherche ont amené :

- À comparer le nouvel environnement technologique (TI-Nspire™) avec les environnements antérieurement étudiés : quelles en sont les nouvelles potentialités et les nouvelles contraintes, avec quels effets sur les apprentissages des élèves et le travail des enseignants ? En quoi répond-il aux problèmes identifiés dans les travaux antérieurs ? Quelles sont aussi ses limites et quelles suggestions d'amélioration peut-on faire le concernant ?
- À tester les ressources antérieurement réalisées dans ce nouvel environnement.
- À identifier les adaptations et enrichissements nécessaires et possibles.
- À penser la conception de nouvelles ressources permettant notamment de prendre en compte les genèses instrumentales c'est-à-dire les processus via lesquels les artefacts deviennent des instruments du travail mathématique des élèves (Guin et Trouche 2002) dans la durée.
- À tester la viabilité de dispositifs de conception de ressources numériques dans ce nouveau contexte et à en penser des évolutions adaptées.
- À étudier, enfin les propriétés documentaires des technologies (Aldon 2010).

IV. UNE SITUATION, DEUX ANALYSES

La situation analysée ci-dessous se déroule dans une classe de Terminale S, dans une salle informatique avec des ordinateurs équipés du logiciel TI-Nspire™. Les quatre pages de l'énoncé proposé aux élèves sont reproduites en annexe. Les deux analyses descendantes et ascendantes sont directement liées à la structuration des milieux présentée dans le paragraphe « cadre théorique ». La genèse documentaire apparaît comme essentielle à deux niveaux :

- D'une part, pour comprendre et préciser la place de l'artefact utilisé dans le système de ressources des élèves et du professeur, en lien avec la construction d'un milieu matériel de la situation par le professeur et aux apprentissages mathématiques des élèves dans la situation d'apprentissage.
- D'autre part, pour comprendre et analyser les éléments de la ressource facilitant ou retardant les apprentissages dans une perspective de construction et de diffusion dans des contextes différents et conduisant à la construction d'un modèle de ressources.

1. Analyse descendante

La situation noosphérique relève ici de la position du professeur dans l'expérimentation. Volontaire pour accepter d'enseigner dans une classe dont tous les élèves sont équipés de la calculatrice, ce professeur accepte de plus l'intrusion d'un chercheur dans sa classe, alors que, de ses propres dires, elle n'est pas à l'aise avec la technologie. Elle prépare, par ailleurs ses élèves à l'épreuve expérimentale de mathématiques³. Dans ce cas, la situation S+3 du professeur peut être décrite comme :

P+3 cherche à entraîner ses élèves pour l'épreuve expérimentale de mathématiques (EPM). Elle souhaite donc que les élèves utilisent dans une situation d'autonomie le logiciel sans pour autant perdre de vue le nécessaire entraînement au programme de mathématiques de Terminale S.

³ Durant l'année de cette expérimentation, l'épreuve pratique expérimentale avait été généralisée et le lycée participait à sa mise en place.

La situation de construction prend en compte la contradiction entre la volonté de laisser une autonomie aux élèves et le désir de faire en sorte que les élèves ne passent pas tout le temps sur le logiciel mais arrive dans l'heure à aborder ce que ce professeur appelle la partie théorique⁴.

Dans cette situation S+2, P+2 *construit une succession de questions permettant, un peu à la manière d'un tutoriel d'avancer dans la réalisation de la figure pour faire apparaître la conjecture souhaitée et pour permettre aux élèves d'arriver à la question de la démonstration de la conjecture.*

La situation de projet met en œuvre cette construction en insérant les choix didactiques à la fois concernant la volonté de faire apprendre aux élèves le fonctionnement du logiciel et de mener à bien la résolution du problème mathématique.

La présentation du TP commence par un énoncé de type mathématique introduisant les objets en jeu : deux points A et B , le cercle trigonométrique C , un point M de ce cercle et l'application de C dans qu'il s'agira d'étudier. Cette partie a été photocopiée sur un manuel.

Le titre encadré : réalisation de la figure et conjectures met en jeu à la fois les mathématiques (conjectures) et l'utilisation de l'instrument (réalisation de la figure) ; en revanche, dès la première consigne, le choix de l'outil technique est imposé :

Ouvrir un classeur. Graphiques et géométrie

Les différentes étapes de l'énoncé montrent bien cette alternance entre des explications et des questions mathématiques et des conseils et des constructions avec le logiciel.

Il est également intéressant de noter que le but du TP apparaît seulement au bas de la première page après un ensemble de consignes facilitant la construction de la figure initiale : l'étude des variations de f en fonction de l'angle α dans un type mathématique suivi d'une remarque de type instrumentale sur les capacités du logiciel à ne mesurer que des angles géométriques, remarque illustrée de deux dessins faisant apparaître dans deux positions du point M la valeur positive en radian de l'angle. Dans le langage mathématique, la différence entre angle géométrique et angle orienté est expliquée pour justifier la manipulation instrumentale demandée et partant du constat que le logiciel ne sait pas gérer les mesures des angles orientés, le professeur fait construire la mesure de l'angle orientée à partir du signe de l'ordonnée du point du cercle trigonométrique et de la mesure de l'angle géométrique. Les explications sont d'abord d'ordre mathématiques (lorsque α appartient à l'intervalle $]-\pi; \pi]$, les signes de $\sin$ et de α sont les mêmes) puis d'ordre technique : comment faire calculer une formule au logiciel ?

Dans la situation S+1, P+1 *choisit d'intégrer les questions mathématiques dans les questions d'ordre technologique.*

La situation didactique S0 va mettre en œuvre les choix didactiques locaux : permettre un travail en autonomie et un apprentissage des fonctionnalités du logiciel en gardant un contenu mathématique consistant. La façon dont P0 place la situation montre cette double volonté contradictoire d'autonomie et de guidage tutoriel :

Bon, ouvrez l'ordinateur et regardez si ça marche. Allez... (brouhaha) ; le professeur navigue dans la classe, et intervient auprès des élèves :

A tu vas maintenant te mettre là... Les écrans, ils marchent ou pas ? C'est la séance cinéma aujourd'hui.

J. tu te mets à côté d'A... Ça y est, ça marche. Bon alors on commence à... page 1, 2, 3, 4... Alors vous allumez l'écran, s'il vous plaît, rapidement... Ça marche ou pas ? Oui, ça marche... Allez !

⁴ En référence, d'ailleurs au modèle d'épreuves déjà expérimentées de l'EPM.

Donc on commence par la page 1... d'accord ! C'est numéroté page 1, 2, 3, 4...Allez, c'est parti... Je vous guide pas mal, là. Ça vous permet de vous réapproprier certains trucs, certains menus. Bon alors, c'est validé... maintenant pointeur, tu te mets sur les coordonnées... là, voilà, pointeur, coordonnées, vas y ! Voilà, non tu sélectionnes... tu... enter, voilà !

L'organisation de la salle de classe et l'attitude de P0, dès l'entrée montre que l'utilisation du logiciel est d'une manière contrainte par les conditions extérieures, et que l'objectif mathématique (théorique dit le professeur) est d'une plus grande importance. Dans cette brève introduction, on entend : *vous allumez l'écran, s'il vous plait, rapidement, séance cinéma aujourd'hui Je vous guide pas mal, là, réapproprier certains trucs, certains menus* ; autant de positions visant à accélérer les manipulations *pratiques*.

P0 cherche à faire en sorte que les élèves s'appuient sur la dimension expérimentale du TP pour les faire arriver rapidement vers une construction théorique.

La position dans la situation S-1 du professeur est alors toute tracée : P-1 cherche à faire construire et expérimenter sur le logiciel dans les cadres exacts fixés par les questions du TP. La première partie est alors en dehors du contexte de l'apprentissage des mathématiques ; on verra en effet, que les interactions avec les élèves se situent dans le domaine technique.

De ce fait, P-1 observe les élèves de manière à ce qu'ils avancent quasi simultanément dans la partie expérimentale du TP.

Les allers-retours entre les positions S+3 (nécessité de laisser une autonomie aux élèves) et S-1 (volonté de faire avancer conjointement la classe) contraignent le professeur à des interventions difficilement compréhensibles par les élèves.

E : Madame, pourquoi il met tout le temps positif alors qu'on a fait u OM ; il devrait être négatif...

P : Et ouais, alors, là tu regardes, je t'explique ça ; tu vois le problème c'est que des angles géométriques, tu vois, alors justement, tu vois, je t'ai donné un exemple, là ; alors essaye de voir un peu l'astuce pour essayer de mettre le signe...Donc je vous explique un petit peu...Donc, vous m'expliquez pourquoi, il propose cette solution...Non, non, mais...Vous lisez le haut de la page et vous essayez de voir si vous êtes d'accord ou pas.

E : Oui, ici on peut bien faire de ce côté...

P : oui de 0 à 2π . C'est ça que tu veux faire ?

E : c'est la même chose.

P : oui, oui, bien sûr.

E : bon, ben c'est bon.

P : Mais pour la deuxième question, qu'est ce qu'il suffit de montrer simplement ?

Dans cet extrait, les différents niveaux de langages apparaissent : la question posée par l'élève est d'ordre technique (le logiciel ne fait pas ce que cette élève souhaite). Le professeur répond en renvoyant aux explications données sur les fiches (page 2 et 3 figure 1) ; l'élève reprend alors sur une question d'ordre mathématique (est-il équivalent de faire varier la mesure de l'angle entre 0 et 2π ou entre $-\pi$ et π ?) ; du coup les explications de l'énoncé n'ont plus de sens. Le professeur passe alors à autre chose sans que l'incident ne soit réglé. Dans cet extrait E-2 dans une situation S-2 ne rencontre pas P-2.

2. Analyse ascendante

Cette analyse permet de construire le point de vue de l'élève pris au sens générique en se détachant des intentions du professeur. Le problème engendre une situation pour l'élève qu'il s'agit d'abord de comprendre puis de confronter à la réalité d'un ou de plusieurs élèves.

Dans la situation objective (S-3), E-3 est confronté au milieu matériel. Le fait que l'élève se place dans la position E-3 est un effet de contrat : le TP prépare à l'épreuve expérimentale de mathématiques, je dois m'y conformer.

L'énoncé, par son titre place d'emblée dans le milieu matériel M-3 le domaine des nombres complexes et le domaine des fonctions⁵, et la position dans la salle informatique de la séance met l'ordinateur comme outil matériel utile à la résolution du problème. Les connaissances de géométrie élémentaire et d'analyse font implicitement partie du milieu matériel.

Dans la situation de référence (S-2) le milieu objectif (M-2) est constitué des interactions sujet-milieu de la situation S-3. Ici, les interactions de E-2 avec le logiciel sont des éléments du milieu objectif ; en particulier, les rétroactions du logiciel font partie intégrante de ce milieu et détermine la position de l'élève dans les situations objective ou de référence. Dans cette situation d'action, E-2 construit l'expérience sur les objets naturalisés présents dans la situation objective : objets de la géométrie élémentaire et leurs représentations dans un registre de représentation spécifique imposé par l'usage de l'application.

Dans cette position, E-2 est dans une position d'expérimentateur proposant des expériences sur des objets mathématiques qui sont représentés dans un environnement dynamique.

La situation d'apprentissage (S-1) place E-1 dans un rôle d'interprétation et de formulation des résultats des expériences réalisées. Les rétroactions du milieu M-1 (le milieu de référence) vont rentrer en résonance ou en conflit avec les connaissances mathématiques des objets manipulés et avec les observations des représentations des objets. C'est aussi dans cette situation que les validations permettront de construire des connaissances nouvelles tant du point de vue technologique que mathématique :

- Faire calculer une expression en fonction des grandeurs variables construites.
- Relier les résultats numériques aux positions des objets dans le plan complexe.
- Construire sur ces liens une relation fonctionnelle de P dans R.
- Interpréter sa restriction au cercle trigonométrique comme une fonction de R dans R.

Le professeur dans la position P-1 observe les interactions de E-1 et de M-2. Lorsque les élèves l'interpellent et le questionnent, il peut ou non changer de position. Dans tous les cas il est un élément du milieu M-1 en interagissant avec E-1.

Dans la situation didactique (S0) se joue la rencontre entre les intentions du professeur et les apprentissages des élèves. Dans le milieu M0, les expériences ont été réalisées et E0 rend compte des constats qui peuvent être faits. Le professeur dans la position P0 relie les résultats des expériences et les connaissances visées. Il n'y a pas de chronologie entre les positions des acteurs dans les différentes situations, et dans cette première observation, on peut voir les positions des acteurs changer en fonction des interactions. L'analyse des incidents et des perturbations montre bien ces changements de position dans la structure du milieu.

Dans la situation S+1, l'élève revient sur les apprentissages et analyse les difficultés rencontrées en croisant les intentions du professeur et ses propres apprentissages : dans ce cas, E+1 peut interroger la méthode générale de l'expérience proposée. M+1 portant à la fois les techniques mise en œuvre pour traiter le sujet mais aussi la méthode reproductible de l'expérience : à partir d'une figure de géométrie, définir des variables à partir de grandeurs mesurées, stocker des valeurs de variables dans des listes, représenter le nuage de points dans un système d'axes et conjecturer les extrema.

Cette analyse de la situation permet de comprendre ce qui peut être perçu des intentions du professeur dans cette séance.

⁵ En classe de terminale S, les problèmes d'optimisation rencontrés sont étroitement liés à la recherche des minima ou des maxima d'une fonction dérivable.

3. *Un modèle de ressources*

En partant des analyses des observations de classe, et de la volonté de transmettre des ressources, un modèle de ressource a progressivement émergé. L'intégration de la technologie au sein de l'activité mathématique était présente dès le début de l'expérimentation. Les premières ressources élaborées se sont pourtant souvent réduites soit uniquement à une fiche élève comportant l'énoncé du problème (dont la résolution sous-entendait néanmoins l'utilisation de la calculatrice), soit uniquement à un fichier informatique chargé sur les unités nomades. Les contraintes imposées dans l'équipe d'échanges et d'expérimentation en classe de ces ressources ont bien vite montré la nécessité de construire les ressources sur un modèle commun prenant en compte les potentialités de mise en relation des différentes applications de la calculatrice. Une *unité* « fiche élève - fichier calculatrice », véritable *duo* a émergé comme représentatif de l'activité conjointe mathématique et instrument.

Pour prendre en compte les analyses descendantes, des fiches professeur ont également été créées, permettant notamment aux auteurs de la ressource de préciser les objectifs de la séquence et d'étayer leurs choix pédagogiques mais aussi de proposer des pistes pour modifier la situation en fonction de la réalité des classes. De même, un scénario testé en classe est proposé permettant de projeter la situation dans une situation didactique et permettre à des enseignants d'expérimenter dans leur classe une ressource dont ils ne sont pas les auteurs. Les choix didactiques qui ont été effectués, les variables didactiques sur lesquelles on peut « jouer », les réponses attendues des élèves, les difficultés à prévoir, les différentes étapes du déroulement de l'activité font partie de ce scénario.

Enfin, pour prendre en compte les genèses documentaires des professeurs et des élèves, la ressource propose des pistes pour faire évoluer et modifier la situation en intégrant éventuellement d'autres artefacts susceptibles de devenir instruments, et de participer à la construction du système de ressources des élèves et du professeur.

Les expérimentations en classe permettent également de confronter les analyses ascendantes et descendantes à la contingence et s'avèrent des aides pour l'évolution même des ressources. Toutes ces composantes « annexes » aux ressources sont essentielles dans un travail collaboratif comme e-CoLab.

V. CONCLUSION

La construction collaborative de ressources s'est appuyé à sur deux regards complémentaires, d'analyse didactique de la situation et de la position des ressources dans les milieux des professeurs et des élèves pour faire émerger un modèle de ressources permettant de partager et de pouvoir adapter à des contextes et des classes différents des situations construites.

L'exemple d'analyse utilisant la structuration du milieu dans un environnement technologique développée dans cet article met en relation les observations de classe et la création de ressources. La construction collaborative de ressources met en jeu d'autres éléments qui ne sont pas développés ici. De même, la spécificité de l'environnement utilisé est un élément de l'ensemble documentaire des élèves et des professeurs et mériterait d'être étudié sous cet angle. Cependant, les analyses et leurs confrontations à la contingence ont montré toute leur efficacité dans la construction, la réalisation et la diffusion de ressources pour l'enseignement des mathématiques.

RÉFÉRENCES

- Adler J. (2010) La conceptualisation des ressources. In Gueudet G., Trouche L. (Eds.) (pp. 23-37). *Ressources vives*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Aldon G. (2008) *Analyse du rôle d'une ressource numérique dans la mise en place de problèmes de recherche dans la classe de mathématiques*. Lyon : Université Lyon 1.
- Aldon G. (2010) Handheld calculators between instrument and document. In Drijvers P., Weigand H.-G. (Eds.) *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 42 (The role of handheld technology in the mathematics classroom), 733-745.
- Aldon G., Baroux-Raymond D., Bonnafet J.-L., Combes M.-C., Meny J.-M., Hérault F., Nowak M. et al. (2009) *Mathématiques dynamiques en seconde*. (Aldon G., Ed.). Hachette Education-INRP.
- Aldon G., Baroux-Raymond D., Bonnafet J.-L., Combes M.-C., Meny J.-M., Hérault F., Nowak M., et al. (2010) *Mathématiques dynamiques en première*. (Aldon G., Ed.). Hachette Education-INRP.
- Aldon G., Baroux-Raymond D., Bonnafet J.-L., Combes M.-C., Meny J.-M., Hérault F., Nowak M., et al. (2011) *Mathématiques dynamiques en terminale*. (Aldon G., Ed.). Hachette Education-INRP.
- Arzarello F., Robutti O. (2010) Multimodality in multi-representational environments. In Drijvers P., Weigand H.-G. (Eds.) *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 42 (The role of handheld technology in the mathematics classroom), 715-731.
- Brousseau G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115.
- Brousseau G. (2004) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- Duval R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives* 5, 37-65.
- Gueudet G., Trouche L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et didactique* 2 (3), 7-33.
- Guin D., Trouche L. (Eds.) (2002) *Calculatrices symboliques : transformer un outil en instrument du travail mathématique, un problème didactique*. Grenoble : La pensée Sauvage éditions.
- MacKenzie D., Wajcman J. (Eds.) (1985) *The Social Shaping of Technology: How the Refrigerator Got Its Hum*. Milton Keynes, Open University Press.
- Margolinas C. (1998) Étude de situations didactiques « ordinaires » à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur. *Actes de la huitième école d'été de didactique des mathématiques*.
- Margolinas C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Université de Provence.
- Maschietto M., Trouche L. (2010) Mathematics learning and tools from theoretical, historical and practical points of view: the productive notion of mathematics laboratories. *ZDM The International Journal on Mathematics Education* 42(1), 33-47.
- Mumford E. (1983) *Designing human systems for new technology: the ETHICS method*. Manchester: Manchester Business school.
- Perrin-Gloria M.-J., Hersant M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23(2), 217-276.
- Piaget J. (1967) *Logique et connaissance scientifique*. Paris : ESF.
- Rabardel P. (1995) *L'homme et les outils contemporains*. Paris : A. Colin.
- Sperandio J.-C. (1984) *L'ergonomie du travail mental*. Paris : Masson.

- Trouche L. (2005) Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques. *Actes de l'Université d'été de Saint Flour. Le calcul sous toutes ses formes* (pp. 265-290). http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/site_math_universite/CD-UE/Texte_16.doc (Dernier accès avril 2012)
- Vygotsky L. (1934) *Pensée et langage*. Paris: Editions la dispute.
- Williams R., Edge D. (1996) The social shaping of technology. *Research Policy* 25, 856-899

ANNEXES

Optimisation et complexes.

Dans un repère orthonormal direct, on considère les points A et B d'affixes $z_A = 1+i$ et $z_B = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. On appelle $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Donner la forme exponentielle de z_A et z_B .
2. On considère le point M d'affixe $e^{i\alpha}$ avec $\alpha \in]-\pi; \pi]$. Justifier que M appartient au cercle $\mathcal{C}$.
On considère l'application f qui à tout point M de $\mathcal{C}$ associe $f(M) = MA \times MB$.

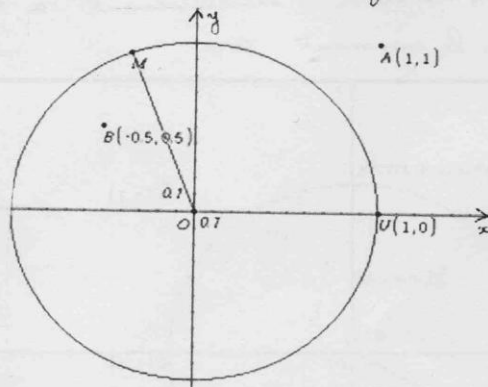
Réalisation de la figure et conjectures.

Ouvrir un classeur. Graphiques et géométrie.

- * Nommer O l'origine du repère ; $U(1,0)$. Placer A et B .

Méthode : placer approximativement les points (icône point), les nommer immédiatement, faire apparaître leurs coordonnées et corriger si besoin est. (en sélectionnant chacune des coordonnées)

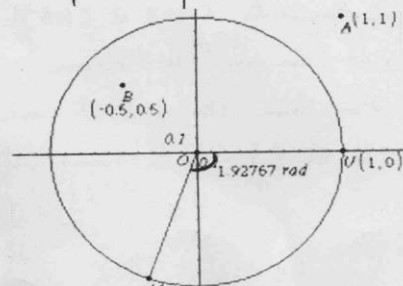
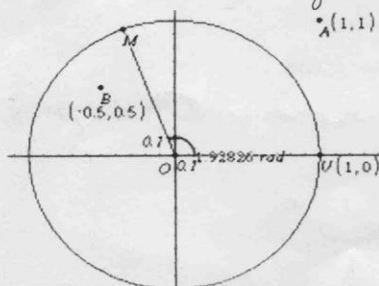
- * Tracer le cercle $\mathcal{C}$ (cercle de centre O qui passe par U !)
Placer M sur $\mathcal{C}$ et tracer le segment $[OM]$.



Le but du TP est d'étudier les variations de f en fonction de α .

Le logiciel ne nous permet que de mesurer des angles géométriques

(icône mesures $\rightarrow$ angle montrer U puis O puis M)



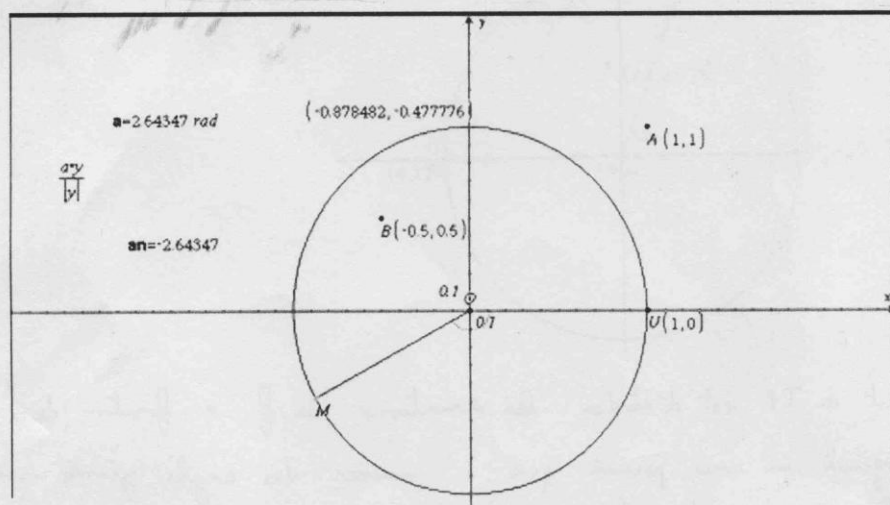
$$\begin{aligned} \text{si } \alpha \in [0; \pi] & \quad \alpha = \widehat{\text{mes } UOM} \\ \text{si } \alpha \in]-\pi; 0] & \quad \alpha = -\widehat{\text{mes } UOM} \end{aligned}$$

Constat : si $\alpha \in [0; \pi]$ ordonnée de $M \geq 0$ $y_M \geq 0$
 si $\alpha \in]-\pi; 0]$ ordonnée de $M \leq 0$ $y_M \leq 0$
 donc signe de $\alpha = \text{signe de } \frac{y_M}{|y_M|}$

* Stocker, dans un coin de l'écran, la mesure de l'angle géométrique $\rightarrow a$

Nous allons créer une nouvelle variable $a \frac{y}{|y|}$. Pour cela :

- $\rightarrow$ afficher les coordonnées de M
- $\rightarrow$ taper, dans un coin de l'écran, le texte $a \cdot \frac{y}{|y|}$
- $\rightarrow$ calculer l'expression (en montrant successivement a et y_M)
- $\rightarrow$ stocker le résultat en le nommant an

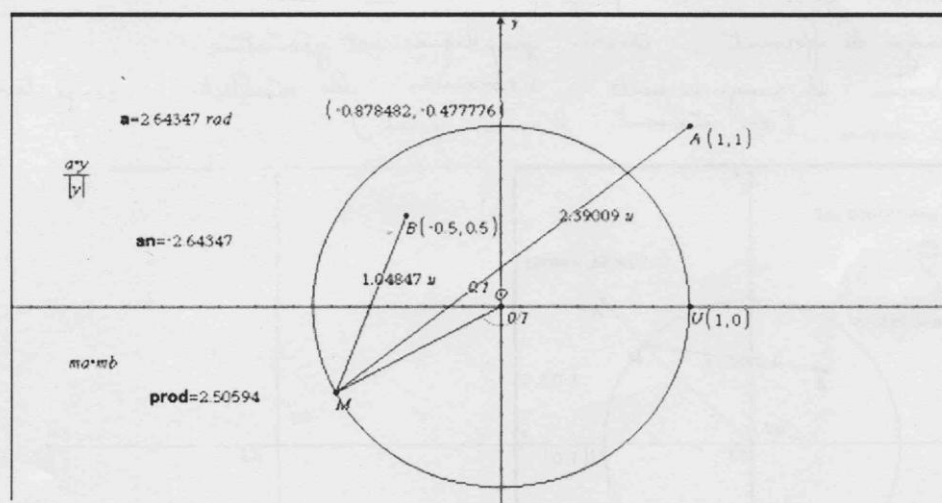


* Tracer les segments $[MA]$ et $[MB]$. Mesurer les.

Taper, dans un coin de l'écran, le texte $ma \cdot mb$.

Calculer l'expression (en montrant successivement les mesures de $[MA]$ et $[MB]$)

stocker le résultat en le nommant $prod$.



Pouvez-vous, en déplaçant le point M, conjecturer les variations de $f(M)$ en fonction de α ?

* Représentons le nuage de points associé.

Ouvrir une nouvelle page Tableau et listes.

Capturer les valeurs de an en colonne A et celles de prod en B.

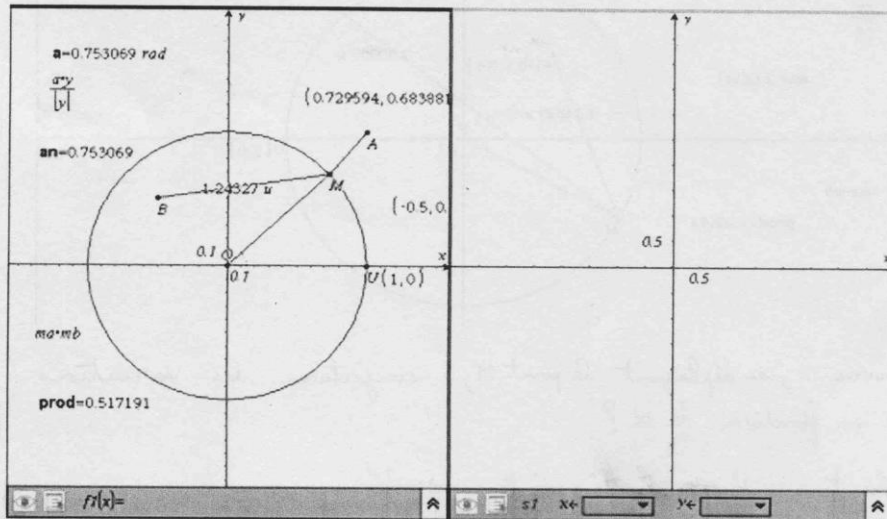
Nommer les colonnes.

A	lx	B	ly
	=capture(an,1)		=capture(prod,1)
1	-2.38186		2.92058
2	-2.33268		2.98919
3	-2.29815		3.03534
4	-2.28763		3.04905
5	-2.23683		3.11297
6	-2.19402		3.16376
7	-2.15398		3.20863
8	-2.14781		3.2153
9	-2.08927		3.27554
10	-2.04571		3.31657
11	-2.03211		3.3287
12	-2.0286		3.33179
13	-1.84849		3.4597
14	-1.66802		3.52618
15	-1.47709		3.52685
16	-1.37242		3.49671
17	-1.30746		3.4673
A	ly=capture(prod,1)		

Revenir sur la 1^{ère} page.

Changer de format. Ouvrir graphiques et géométrie

Dessiner le nuage de points. Retrouver les résultats conjecturés ci dessus. (en utilisant l'icone point)



Partie théorique

3°) Montrer, pour tout $\alpha \in \mathbb{R}$, l'égalité :

$$e^{i2\alpha} - 1 = 2i \sin \alpha e^{i\alpha}.$$

Montrer l'égalité :

$$f(M) = \left| e^{i2\alpha} - 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i \right) e^{i\alpha} \right|.$$

En déduire que $f(M) = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(-\frac{3}{2} + 2 \sin \alpha \right)^2}$.

4°)

a. En utilisant les résultats précédents, montrer qu'il existe deux points M de $\mathbb{C}$, dont on précisera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit minimal. Donner cette valeur minimale.

b. Montrer qu'il existe un unique point M de $\mathbb{C}$, dont on donnera les coordonnées, pour lesquels $f(M)$ soit maximal. Donner cette valeur maximale.