

# ARTICULATION DES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT PRATIQUES ET FORMATION

## *Compte-rendu du Groupe de Travail n°1 – EMF2012*

Stéphane CLIVAZ\* – Jérôme PROULX\*\*  
Mamadou S. SANGARÉ\*\*\* – Alain KUZNIAK\*\*\*\*

### I. INTRODUCTION

Le thème du groupe de travail n°1, l'articulation des connaissances mathématiques et didactiques pour l'enseignement, était en continuité avec les différents groupes de travail sur la formation des enseignants des colloques précédents, en particulier celui d'EMF2009 à Dakar sur les questions de formation *mathématique* des enseignants. Toutefois l'accent mis sur l'articulation des connaissances mathématiques et didactiques pour l'enseignement en fait un thème nouveau jamais vraiment explicitement abordé sous cet intitulé en groupe de travail dans le cadre de EMF.

Un total de dix heures a été consacré au groupe de travail à travers six séances. Vingt et un participants (des chercheurs, des formateurs, des enseignants) ont participé à ces séances, venant de trois continents et de pays aussi différents que le Brésil et Andorre ! Huit présentations ont été données à l'intérieur de ces dix heures de séances de travail, organisées autour de quatre thèmes spécifiques :

**Sous-thème 1.** Études empiriques sur les connaissances mathématiques des enseignants [présentations de S. Clivaz, Suisse, et A. Fluckiger et al., Suisse]

**Sous-thème 2.** Exemples de cours en formation des maîtres sur les connaissances mathématiques des enseignants [présentations de M. Deruaz et S. Clivaz, Suisse, et V. Passaro, Canada]

**Sous-thème 3.** Articulation entre mathématiques et didactique en formation des enseignants [présentations de M.-P. Morin et al., Canada, et M. Sangaré, Mali]

**Sous-thème 4.** Savoirs de formation [présentations de N. Sayac, France, et J. Proulx, Canada]

Ces présentations ont été utilisées comme tremplin pour les discussions entre les participants du groupe de travail et ce rapport de synthèse tente de souligner certaines de ces discussions et idées partagées.

### II. L'APPEL DU TEXTE INITIAL ET SA CONSTRUCTION

Ce groupe de travail a été, dès le début, pensé et initié en continuité avec le GT1 de EMF2009 qui avait pour titre « Formation mathématique des enseignants: contenus et pratiques ». Et de ce fait, l'aspect « connaissances mathématiques des enseignants » a été central dans

---

\* Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud – Suisse – [stephane.clivaz@hepl.ch](mailto:stephane.clivaz@hepl.ch)

\*\* Université du Québec à Montréal – Québec, Canada – [proulx.jerome@uqam.ca](mailto:proulx.jerome@uqam.ca)

\*\*\* Ecole Normale Supérieure de Bamako Mali. [mamadoussangare@yahoo.fr](mailto:mamadoussangare@yahoo.fr)

\*\*\*\* Université Paris Diderot – France – [kuzniak@math.jussieu.fr](mailto:kuzniak@math.jussieu.fr)

l'élaboration de l'appel initial. Toutefois, une demande additionnelle avait été formulée au GT : intégrer la question des connaissances didactiques des enseignants. Face à cette demande, qui paraissait alors nécessiter deux groupes de travail, un pour chacun des types de connaissances, les responsables du GT1 ont décidé de travailler sur l'articulation de ces deux thèmes – cet aspect apparaissait novateur et très intéressant pour discuter de la formation des enseignants tant ces deux thèmes s'entrecroisent durant la formation et la pratique enseignante. Ainsi est née l'idée d'approfondir l'articulation des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour l'enseignement des mathématiques.

Toutefois le point de départ de la réflexion est resté la question des connaissances mathématiques, mais dans un contexte relié et pertinent à la pratique d'enseignement. Les questions qui ont été proposées pour orienter l'appel à contribution sont les suivantes :

- Qu'entend-on par « connaissances mathématiques pour l'enseignement » ?
- Quels devraient être la nature et le niveau de connaissances mathématiques des enseignants ?
- Quel type de connaissances mobilisent les enseignants dans leurs pratiques ?
- Quelles approches en formation ?

Les auteurs ont été incités, de manière explicite, à travailler et discuter l'articulation entre mathématiques et didactique : « pour tout type de contribution proposée, il est important que les questions d'articulation entre les connaissances mathématiques et les connaissances didactiques soient travaillées et mises au débat ». Suite au processus de relecture des textes soumis, ainsi qu'avec l'effet du temps sur les réflexions, cette question d'articulation est apparue beaucoup plus claire lors du colloque lui-même en février 2012.

Afin de favoriser la qualité et la diversité des contributions, la nature des contributions n'a pas été prescrite ni restreinte à une seule forme. L'appel à contribution a ouvert la possibilité à une diversité de textes, avec leurs exigences spécifiques : des rapports de recherches empiriques, des réflexions/discussions théoriques, et des exemples de formation et de pratiques de formateurs. Dans le cas de rapports de recherche, les contributions devaient établir clairement les fondations théoriques et méthodologiques au cœur de l'étude menée. Les réflexions théoriques devaient être appuyées par des fondements précis et offrir des perspectives justifiées et bien enracinées dans des arguments étayés. Dans le cas d'expériences pratiques ou d'exemples de formation, les contributions ne devaient pas se limiter à des descriptions et devaient réserver une partie importante à l'analyse réflexive, au retour sur ces expériences et à l'explicitation des fondements qui motivent les choix faits. Cette demande s'est avérée fructueuse par la variété de la forme des textes proposés, et elle a permis que des participants très divers assistent et proposent des textes dans le groupe de travail (chercheurs, formateurs, enseignants). Les discussions ont ainsi été stimulantes en évitant une vision unilatérale et simplificatrice sur ces questions. Nous croyons que cette pratique est à retenir pour de futurs GT, dans le but de maintenir l'ouverture des discussions au sein du colloque EMF et attirer l'ensemble de la communauté francophone intéressée par les questions d'enseignement, d'apprentissage et de mobilisation des mathématiques dans différents contextes.

### III. LES SEANCES DU GROUPE DE TRAVAIL

Dès le début, deux distinctions ont été précisées et ont orienté une partie des discussions. La première a trait à la distinction entre une connaissance mathématique et une connaissance didactique. Dans les analyses de pratiques d'enseignants, autant en contexte de formation

(Deruaz, Passaro, Proulx) qu'en contexte d'enseignement (Clivaz), il n'était pas toujours facile de distinguer ce qui relevait d'une connaissance didactique ou d'une connaissance mathématique.

À cet égard, les discussions ont fait ressortir l'intérêt de dissocier ces deux types de connaissances pour ensuite les faire fonctionner et les articuler. Il s'agit également de clarifier le rôle de la formation pour permettre cette articulation. Par ailleurs, plusieurs ont souligné que dans certains modèles existant sur les connaissances mathématiques des enseignants, notamment celui de Ball (2008), la composante « didactique » des connaissances des enseignants était moins mise à l'avant, car divisée en plusieurs éléments pédagogiques ou mathématiques ; toutefois tous les participants ne partageaient pas cet avis. De surcroît, le modèle de Ball semble « statique » par rapport à l'étude des questions d'articulation entre connaissances mathématiques et didactiques. D'autres cadres ont été évoqués qui introduisaient une différence entre savoir et connaissances, contrairement à la tradition anglo-saxonne.

La deuxième distinction discutée est celle relative à la différence, au niveau des connaissances mathématiques, entre les (futurs) enseignants du primaire et ceux du secondaire. Alors que souvent on les distingue en disant que les enseignants du secondaire connaissent bien leurs contenus, mais que ce n'est pas le cas de ceux du primaire, les discussions, les commentaires, mais surtout les textes présentés ont eu pour effet de questionner cette différence souvent prise comme allant de soi. Les « critiques » ou « manques » souvent soulignés dans la littérature concernant les difficultés mathématiques vécues chez les enseignants du secondaire, jumelées à certaines perspectives mises en avant dans divers textes présentés (Passaro, Proulx, Sayac), ont permis de souligner que la distinction n'en est pas du type savoir/non-savoir, ou habileté/non-habileté, mais était plus complexe et probablement relative davantage à une question de rapport au savoir (voir le texte de Fluckiger et al.), dans lequel des différences importantes ressortent entre les enseignants du primaire et ceux du secondaire.

Un autre aspect qui a alimenté nombre de discussions est la provenance d'orientations « didactiques » variées entre les différents participants. Des besoins de clarifications de ce qui était entendu par l'expression « didactique » par les différents intervenants se sont faits jour, dans le but de mieux comprendre la provenance des propos et l'ancrage à l'intérieur duquel le tout se situait. À titre d'exemple, voici, tiré du texte de Proulx, un énoncé de la provenance « didactique » du chercheur :

La didactique des mathématiques est un domaine d'études assez récent. Pour plusieurs didacticiens, elle s'est établie de façon plus officielle durant les années 1970 à plusieurs endroits autour du globe, suite à l'avènement des mathématiques modernes dans le milieu scolaire (voir Moon 1986). La didactique des mathématiques s'est donc développée de façon contextualisée et dépendante de ses divers milieux d'origine en ce qui a trait à ses orientations, mais aussi à la nature des travaux qui y ont été réalisés. Elle porte ainsi, tel que le souligne Bednarz (2007), un caractère multi-référentiel et hautement contextualisé, amenant à parler des didactiques des mathématiques et non d'une seule didactique des mathématiques. À titre d'exemple, comme l'explique Bednarz (2001), alors qu'elle s'est développée en France dans une intention d'en faire une science, elle s'est davantage développée en Italie pour des envies d'innovation des pratiques de classes et aux Pays-Bas en lien avec la vision de Freudenthal des mathématiques comme activité humaine. Ces différents contextes sont importants, car ils ont fait émerger différentes façons de faire et de concevoir les travaux en didactique des mathématiques. Plus près de moi, au Québec et particulièrement à l'UQAM, la didactique des mathématiques s'est développée dès les années 1970 dans une préoccupation de formation des enseignants, orientant de ce fait la nature des travaux et des réflexions qui y ont été menés. C'est ce contexte qui enracine les questions que je pose dans cet article – nées de préoccupations au carrefour de la didactique des mathématiques et de la formation des enseignants – pour aborder la notion d'articulation au cœur du thème du GT1. (Proulx, p. 238)

Cependant, cette idée de multiplicités des didactiques peut être aujourd'hui questionnée depuis l'accroissement des rencontres internationales, comme EMF, qui ont permis d'établir des ponts entre ces différents courants. Le point important de divergence se situe plutôt dans le type de questions réellement étudiées, elles-mêmes situées dans des contextes différents qui supposent des adaptations théoriques.

Dans la rubrique « approches en formation », certaines questions demeurent encore ouvertes ; celles évoquées avec insistance sont les suivantes :

- Au plan méthodologique, l'articulation des connaissances mathématiques et des connaissances didactiques doit-elle être abordée de façon différenciée en fonction du cadre théorique, du système éducatif du pays, du public (chercheurs, formateurs, étudiants-professeurs, formation continue) ? Plusieurs communications écrites de même que les discussions menées au sein du GT1 font apparaître des faits ou des résultats fortement liés au contexte. Dans certains cas, il a été nécessaire de décrire brièvement le système de formation du pays pour rendre la compréhension de ces faits ou de ces résultats.
- L'idée d'outils didactiques pour l'enseignement des mathématiques a été partagée par beaucoup de participants durant les séances du GT1. Cependant une question majeure revenait souvent dans les échanges : quels outils didactiques choisir pour l'enseignement des mathématiques, et comment les utiliser en formation ?
- Quelles devraient être la place et le(s) rôle(s) des ressources pédagogiques (les manuels scolaires en particulier) dans la construction des connaissances de l'enseignant pour l'enseignement des mathématiques ? Cette question semble liée au contexte du système de formation d'enseignants de chaque pays ; elle recouvre également certains aspects du thème étudié par le groupe de travail GT6.

Dans une rencontre où les participants avaient des origines géographiques, théoriques et professionnelles si diverses, ce genre de clarification apparaît porteur pour aider à mieux comprendre les propos tenus, mais surtout pour ouvrir l'étendue des perspectives de chacun et éviter le confinement dans une vision unilatérale de ce qu'est la « didactique ».

#### IV. VERS EMF-2015

Cette synthèse montre que le thème sur l'articulation des connaissances mathématiques et didactiques a avantage à être poursuivi dans les prochains colloques. Toutefois, à cause des questions profondes provoquées par l'accent mis sur l'articulation mathématique et didactique cette reconduction, nous le croyons, ne doit pas se limiter à un groupe de travail seulement dédié aux pratiques des enseignants et à leur formation. Cette question de l'articulation entre mathématique et didactique intéresse toute la communauté internationale de la didactique des mathématiques. C'est donc une problématique qui mérite attention, tant au niveau des clarifications que du débat.

## BIBLIOGRAPHIE

(de ce texte et de l'appel à contribution)

- Bednarz N., Proulx J. (2009) Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement : Clarifications conceptuelles et épistémologiques prenant leur source dans une analyse de la pratique des enseignants. *For the Learning of Mathematics* 29(3), 11-17. <http://flm.educ.ualberta.ca/BednarzProulx.pdf>
- Bednarz N. (2001) Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 1(1), 61-80.
- Bednarz N. (2007) Ancrage de la didactique des mathématiques au Québec : à la recherche de sens et d'une cohérence. *Actes du colloque 2007 du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec* (pp. 21-61). UQÀR : GDM.
- COPIRELEM (2003) *Concertum Dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques (Tomes 2-3)*. Paris: Arpeme.
- Huillet D. (2009) Mathematics for teaching: An anthropological approach and its use in teaching training. *For the Learning of Mathematics* 29(3), 4-10.
- Kahane J.-P. et al. (Eds.) (2003) *Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques – La formation des maîtres en mathématiques*. [http://www.cfem.asso.fr/Formation\\_maîtres.pdf](http://www.cfem.asso.fr/Formation_maîtres.pdf)
- Kuzniak A. (2007) Savoir mathématique et enseignement didactique et pédagogique dans les formations initiales du premier et du second degrés. *Recherche et formation* 55, 27-40.
- Moon B. (1986) *The 'new maths' curriculum controversy: An international story*. London : Falmer Press.
- Morin M.-P. (2008) Les connaissances mathématiques et didactiques chez les futurs maîtres du primaire : quatre études de cas. *Canadian Journal of Education* 31(3), 537-566.
- Wood T. (2009) The balance of teacher knowledge : Mathematics and pedagogy. In Ball D. L., Even R. (Eds.) (pp. 211-225) *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics: The 15th ICMI Study*. New York : Springer.

## CONTRIBUTIONS AU GT1

- CHERIX P.-A., CONNE F., DAINA A., DORIER J.-L., FLUCKIGER A. – Enseignants du primaire versus du secondaire : faire des mathématiques ensemble.
- CLIVAZ S. – Connaissances mathématiques des enseignants et enseignement de l'algorithme de la multiplication.
- DERUAZ M., CLIVAZ S. – Un cours de savoirs disciplinaires en mathématiques en formation des maîtres primaires.
- MORIN M.-P., THEIS L., ROSA-FRANCOEUR J. – Intégrer les connaissances mathématiques et didactiques : le cas de la formation en enseignement au préscolaire et au primaire de l'université de Sherbrooke.
- PASSARO V. – Quelles mathématiques pour les futurs enseignants ? Réflexions et exemples de pratique d'une formatrice.
- PROULX J. – De l'existence de mathématiques de la didactique : réflexions sur l'articulation entre mathématique et didactique.
- SANGARE M. S. – Formation d'enseignants en mathématiques à l'école normale supérieure de Bamako : quelle articulation entre mathématiques et didactique ?
- SAYAC N. – Pratiques de formateurs : la question centrale des savoirs de formation.