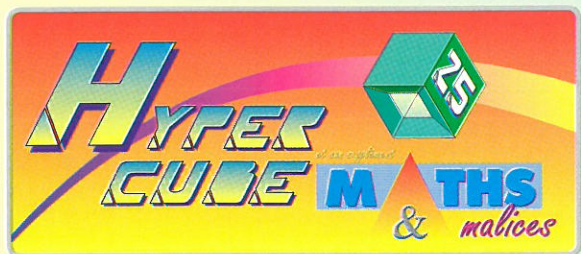


Un octaédron

*A vos
ciseaux!*



trioctaèdre

Demandez donc à vos amis quels solides on peut construire en utilisant exclusivement des triangles équilatéraux identiques. Bien malins s'ils pensent à celui-ci ...

Les faces de notre octaémiotrièdre, puisque tel est son nom savant, sont pourtant 32 triangles équilatéraux identiques. Le patron, comme promis, est plus facile, tout au moins pour le découpage, même si notre solide a encore 32 faces. Pour le pliage, respectez bien les plis «vallée» (pointillés), à repasser au stylo bille, et les plis «montagne», à entamer légèrement au cutter.

Eh, oui, en utilisant exclusivement des triangles équilatéraux, on peut construire d'autres solides que l'octaèdre, le tétraèdre ou l'icosaèdre ... Collez simplement ensemble deux tétraèdres réguliers, vous obtiendrez un solide à six faces triangulaires, évidemment non régulier : ses sommets ne jouent pas tous le même rôle. Deux d'entre eux sont à l'intersection de 4 faces, les autres à l'intersection de trois faces seulement.

Non convexe

Mais revenons à notre solide du jour ; nos lecteurs les plus fidèles reconnaîtront peut-être un cuboctaèdre dont on aurait creusé toutes les faces carrées d'une pyramide inversée.

L'application de la formule d'Euler est ici délicate. En comptant séparément chacune des pyramides inversées, on obtient :

- 8 faces «externes», plus les 24 faces des 6 pyramides, soit 32 faces.
- 8×3 sommets sur les triangles «externes», mais chacun est sur deux triangles différents. Il n'y en a donc que $24 \div 2$, soit 12 différents, plus les sommets des 6 pyramides, vers le centre du solide, soit au total 18 sommets.

• Enfin, $3 \times 8 = 24$ arêtes «externes» et $4 \times 6 = 24$ passant par le centre du solide, soit au total 48 arêtes.

On se doute bien que la formule d'Euler va «marcher» si l'on considère que ce solide est simplement «un peu bosselé» :

$$S + F - A = 18 + 32 - 48 = 2!$$

Euler avait raison !

Les choses se compliquent si l'on considère qu'on a suffisamment «creusé» pour que les pyramides «se rejoignent au centre» ; vous pouvez faire le décompte dans ce cas, et vous reporter à l'article «Les mésaventures d'une démonstration», dans le numéro 25 de Tangente.

