

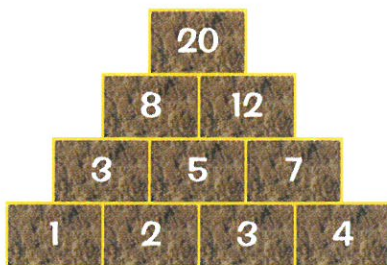
Le secret de la grande pyramide



Voici un moyen d'apparaître comme un calculateur prodige. Mais le plus extraordinaire, c'est de retrouver Blaise Pascal et son triangle "arithmétique" dans ce joli tour de magie.

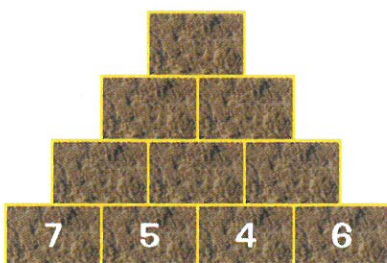
La pyramide des sommes

Montrez à un ami la manière dont a été construite la pyramide ci-dessous.



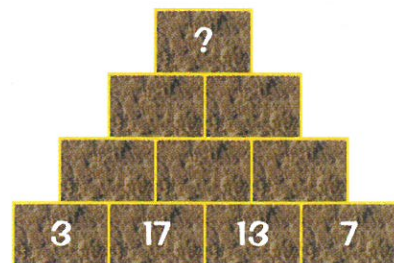
À partir de la ligne du bas, chaque nombre est la somme des deux qui le soutiennent !

Proposez alors la pyramide suivante avec 7, 5, 4, 6 sur sa ligne du bas.



Et demandez quel est le nombre qui devrait être écrit au sommet. Votre ami va se mettre à additionner et finira par annoncer 40. Vous lui dites alors qu'il est bien lent et que vous êtes capable de dire très vite le nombre au sommet de la pyramide s'il vous écrit simplement la base...

Supposons qu'il vous propose

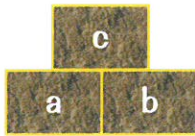


Vous annoncez alors presque instantanément : 100.

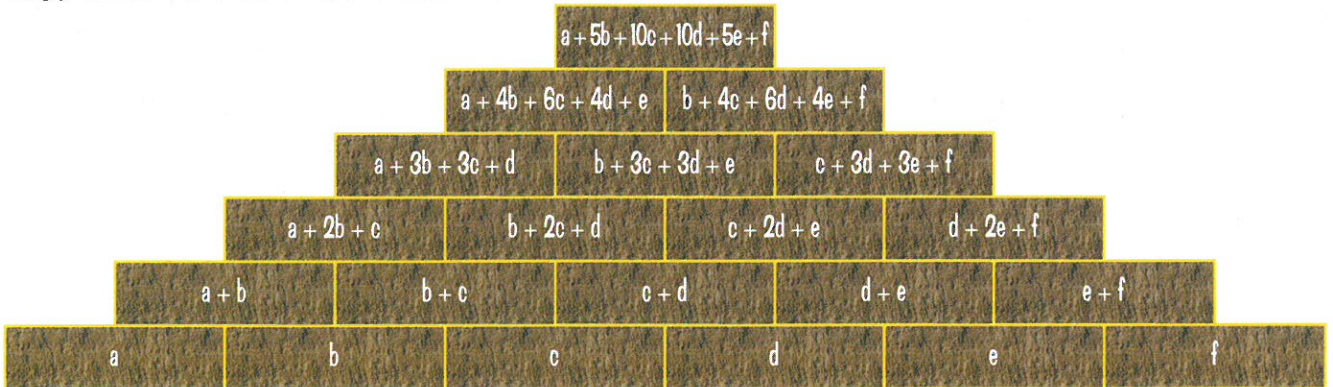
Le secret

Le nombre au sommet vaut 3 fois la somme des deux nombres au centre plus les nombres des côtés ! Le secret du secret se trouve dans le triangle de Pascal (Voyez "Histoire" page 16).

En effet, imaginez une pyramide obtenue à partir de sa base de la manière suivante : chaque nombre est la somme des deux nombres de la ligne du dessous sur lesquels il s'appuie : $c = a + b$.



Par exemple, à partir d'une base de six nombres a, b, c, d, e, f , suivez les calculs de bas en haut et voyez comment on obtient le nombre situé au sommet de la pyramide : $a + 5b + 10c + 10d + 5e + f$.



Dans le résultat, au sommet du sixième étage, les coefficients des lettres ne vous rappellent-ils rien ? Si, bien sûr ! On les trouve dans le triangle de Pascal à la 6^e ligne.

Ainsi, donc, les nombres du triangle de Pascal sont exactement les coefficients des sommes successives à partir d'une base de nombres. (Et si on y réfléchit bien, tout cela est assez naturel.)

Le jeu de la "grande" pyramide

D'où l'idée d'un jeu plus impressionnant à proposer à un ami. Il choisit les 6 nombres de base et doit construire la pyramide, selon la règle d'addition des 2 termes du dessous pour former celui juste au-dessus. Pendant qu'il trouve péniblement tous les étages, vous donnez rapidement la valeur de la case tout en haut de la pyramide, en appliquant la formule magique :

$$a + 5b + 10c + 10d + 5e + f,$$

soit 10 fois les nombres du milieu, plus 5 fois les deux à côté, plus ceux du bord (les multiplications par 10 et 5 sont très faciles).

Par exemple, si la pyramide s'appuie sur 2, 7, 4, 8, 6, 5, vous calculez :

$$10(4 + 8) + 5(6 + 7) + (5 + 2),$$

soit $120 + 65 + 7$, soit 192.

Ce sera le nombre au sommet.

K. D. d'après Charles Barbier et Dominique Souder

