

Le "flexidron" de Steffen

À nous les "solides mous". Certains patrons pourtant faits de faces rigides peuvent donner des polyèdres flexibles. Hypercube vous en propose un exemple aujourd'hui.

Les objets que vous avez la joie de construire d'habitude grâce aux patrons d'Hypercube sont rigides, solides, indéformables tant que vous ne tordez pas leurs faces. C'est le cas de tous les polyèdres convexes (sans partie rentrante), comme le célèbre mathématicien Cauchy l'a démontré en 1813. Cette fois-ci, nous allons construire un polyèdre **flexible**, ce qui suppose, bien sûr, qu'il n'est pas convexe.

Observation

Ce polyèdre fut inventé par Klaus Steffen à partir du premier polyèdre flexible au monde, découvert en 1977 par le canadien Robert Connelly.

Mais les mathématiciens s'arrêtent rarement à des réponses, ils aiment bien les questions : est-ce que le volume de ce polyèdre augmente ou diminue quand il bouge ? Pour en avoir le cœur net, le mathématicien Sullivan aurait même injecté de la fumée de cigarette dans le modèle en tôle qui ornait la salle de thé de l'IHES, à Bures-sur-Yvette : si le volume se réduit dans certaines positions, la fumée aurait dû sortir à ces moments-là !

Expérience ou pas, il eut l'intuition, avec Connelly, que le volume ne changeait pas durant le mouvement. Pas loin de 20 ans après, en 1997, Connelly, Sabitov et Walz ont réussi à le prouver grâce à une méthode particulièrement astucieuse...

Ils ont montré que le volume d'un tel polyèdre est obligatoirement solution d'une certaine équation qui ne dépend que du patron et des longueurs des arêtes. Or, cette équation n'a qu'un nombre fini de solutions : le volume ne peut donc prendre que certaines valeurs bien précises.

Comme, le mouvement du polyèdre est progressif (les mathématiciens disent "continu"), le volume

ne peut pas "sauter" brutalement de l'une à l'autre de ces valeurs, c'est donc qu'il reste toujours bloqué sur la même solution de l'équation ! Il est donc toujours égal à la même valeur (on dit qu'il est "constant").

Cette application inattendue de l'algèbre à la géométrie montre bien que les idées les plus intéressantes sont celles qui passent allègrement toutes les frontières entre les différents domaines...

Dominique Souder - Francis Dupuis

Références :

Raoul Raba, *Tangente* 33 (juillet 1993)

Etienne Ghys, *L'explosion des mathématiques*, SMF, SMAI (juillet 2002)

Réalisation

La réalisation est délicate : le polyèdre "bouge" peu, et si la construction n'est pas parfaite, il ne donnera pas l'effet souhaité. Distinguez bien les plis "montagne", en traits pleins, et les plis "vallée", en pointillés.

Avant tout collage, marquez bien tous ces plis : gravez les plis vallées à l'aide d'un stylo bille qui n'écrit plus, éraflez légèrement les plis montagne au cutter bien affûté (les plus jeunes se feront aider pour cette délicate opération).

Faites jouer tous les plis, pour bien les marquer avant d'assembler, surtout aux endroits où les languettes présentent de fines pointes.

Collez ensuite progressivement à la colle instantanée, en faisant très attention au positionnement.

