Les dessous de l'écran

Si le calcul vous donne des boutons, cet article est fait pour vous, puisqu'il doit se lire calculatrice en main. Un modèle simple, "4 opérations", fera l'affaire pour découvrir quelques curiosités de calcul.

Procurez-vous donc un modèle 4 opérations avec mémoire, si possible avec racine carrée. Préférez autant que possible, un modèle à mémoire simple (touches M, Min ou STO, pour mettre en mémoire, et MR, RM ou RCL pour rappeler la mémoire), plutôt qu'un modèle possédant les touches M^+ et M^-, effectuant directement des additions et soustractions dans la mémoire.

Attention : ne perdez pas de vue que de telles machines, souvent, ne respectent guère les règles de l'algèbre. Sans même parler des nombres négatifs, qui vous réserveront des surprises si vous utilisez la touche "–" de la machine, une simple opération telle que $2 + 3 \times 5$ pourrait bien vous donner 25 sur certains modèles (pourquoi est-ce faux ?).

Prise en main

Côté précision, la qualité est également moins bonne que sur une calculatrice scientifique. L'affichage ne comporte en général que 8 chiffres, mais votre machine a peut-être quelques ressources cachées. Tentez donc la séquence suivante :

0,1234 + 12345678 – 12345678 =.

ou encore 2 ÷ 3 = – 0.6666666 =.

Certaines machines afficheront 0 : c'est qu'elles n'ont aucune réserve au-delà de l'affichage. Sinon, c'est qu'elles gardent quelques chiffres en plus pour que le dernier chiffre affiché reste exact, même après plusieurs arrondis successifs.

Savoir faire apparaître ces chiffres cachés, comme ci-dessus, peut vous aider à dépasser les possibilités de votre machine. Par exemple, saurez-vous calculer exactement $234{,}321 \times 765{,}43$?

Vous pouvez aussi jouer au magicien en rentrant discrètement quelques chiffres invisibles avant de montrer l'affichage à vos amis, et leur faire croire que leur calculette donne des résultats bien étranges... Envoyez-nous vos meilleurs tours !

Autre classique pour tester la précision de votre machine : tapez 1 ÷ 7 = × 7 =.
Les machines qui n'ont pas de réserve au-delà de l'affichage ne redonneront pas exactement 1. (Pourquoi ?)

Des calculs magiques ...

Ne perdons pas une si belle occasion de calculs "magiques" : mettez en mémoire le résultat de 1 ÷ 7, puis écrivez l'un en-dessous de l'autre les divers résultats que vous obtenez en rappelant ce nombre pour le multiplier successivement par 2, 3, 4, 5, 6 ...

Étonnant, non ?

Pendant que nous y sommes, essayez aussi :

$1 \times 8 + 1 =$
$12 \times 8 + 2 =$
$123 \times 8 + 3 =$
$1234 \times 8 + 4 =$
$12345 \times 8 + 5 =$
$123456 \times 8 + 6 =$
$1234567 \times 8 + 7 =$
$12345678 \times 8 + 8 =$

Terminez la série avec $123456789 \times 8 + 9 =$. Ce dernier calcul ne "passe" peut-être pas en entier sur une machine à 8 chiffres, mais vous n'aurez pas de mal à compléter mentalement le résultat.

Pouvez-vous pousser encore un cran plus loin ?

Tirer au sort ...

Voulez-vous jouer à pile ou face ? Avez-vous perdu le dé spécial à 20 faces qui vous servait pour un jeu de rôles ? Votre calculette peut encore vous sauver en simulant un tirage "au hasard", les mathématiciens disent un tirage *aléatoire*.

Au départ, le procédé consiste à fabriquer des nombres au hasard entre 0 et 1.

Partez d'un nombre entre 0 et 1, avec 7 chiffres après la virgule, par exemple 0,1234567.

Multipliez-le par 147 : vous obtenez 18,148135. Soustrayez sa partie entière, 18, pour ne garder que la partie décimale. Vous obtenez 0,1481349. Répétez l'opération sur ce dernier résultat : 21,77583 – 21 vous donne 0,7758303. Continuez : 114,04705 – 114 donne 0,0470541 ...

Vous obtenez ainsi une suite de nombres tous compris entre 0 et 1. Si vous voulez transformer l'opération en jeu de pile ou face, il vous suffit de dire "PILE" chaque fois que le premier chiffre après la virgule est 0, 1, 2, 3 ou 4, et de dire "FACE" quand ce premier chiffre vaut 5, 6, 7, 8 ou 9.

Vous voulez en faire un dé "normal", à six faces ? Conservez en mémoire le résultat affiché, multipliez-le par 6, ajoutez 1. Le premier chiffre, compris entre 1 et 6, donnera le résultat de votre dé :

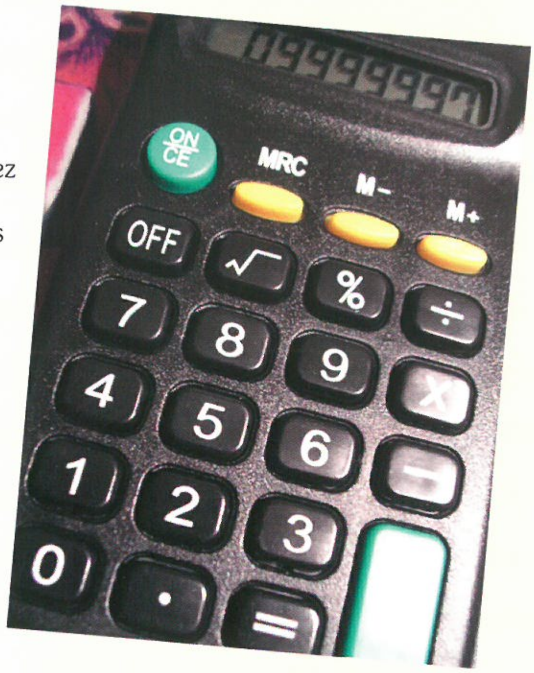
$0{,}1481349 \times 6 + 1 = 1{,}8888094$, résultat 1.
$0{,}7758303 \times 6 + 1 = 5{,}6549818$, résultat 5.
$0{,}0470541 \times 6 + 1 = 1{,}2823246$, résultat 1 ...

Inutile de vous expliquer, j'imagine, comment fabriquer le résultat d'un dé à 20 faces, vous avez déjà sûrement deviné !

Vous avez dit hasard ?

En réalité, le résultat n'est pas vraiment "au hasard". Déjà, entre 0,0000000 et 0,9999999, votre calculatrice ne peut afficher au maximum "que" dix millions de combinaisons.

Au bout d'un certain temps, vous retomberez forcément sur un des résultats déjà affichés auparavant. À partir de là, la suite des résultats se répétera : il n'y aura pas vraiment de surprise. Un joueur doté d'une bonne (!) mémoire pourra gagner à coup sûr.



Pour 1 ou 2 Euros, des perspectives de calcul déjà insoupçonnées !

Ce qui est important, par contre, et que les spécialistes ont déjà testé avec la multiplication par 147, c'est que la répartition des résultats est à peu près équitable.

Mais, direz-vous, pourquoi 147 ? En fait, d'autres nombres, par exemple 83, 117, 123, fonctionnent tout aussi bien. La raison ? Personne ne sait, mais ils ont été testés et se sont révélés satisfaisants. Tout n'est pas encore démontré en mathématiques, il vous reste des découvertes à faire !

Francis Dupuis

Des calculs qui n'en finissent pas

Effectuez le calcul suivant :

1 ÷ 5 = ÷ 5 = ÷ 5 = ÷ 5 = ...

Vous obtenez des nombres de plus en plus petits (ça paraît logique) ; au bout d'un certain nombre d'étapes, les résultats sont si petits que la calculatrice ne peut même plus les distinguer, et affiche tout simplement zéro.

En répétant le même "programme" de calcul (ici, une division par 5), nous avons fabriqué automatiquement ce que les mathématiciens appellent une "suite" de nombres, un outil qu'ils utilisent couramment. Ici, on dit que la suite "tend vers zéro".

À noter que le même phénomène se reproduirait, plus ou moins rapidement, en remplaçant le 5 par tout autre nombre plus grand que 1.

Un autre programme, un peu plus subtil ? Affichez 0, puis répétez plusieurs fois de suite la séquence : + 1 = ÷ 2 =, marquant à chaque fois le résultat.

Devinez-vous vers où la suite semble nous mener ? Pour en être sûr, écrivez sous forme de fraction les résultats successifs : 0, 1/2, 3/4, ... En observant attentivement comment ces fractions évoluent, vous devriez pouvoir expliquer ce qui arrivera si vous répétez indéfiniment cette suite de touches.

De la même manière, mais c'est plus difficile à expliquer à notre niveau, partez d'un nombre strictement positif et appuyez de manière répétée sur la touche $\sqrt{\ }$ (racine carrée) : le résultat va se rapprocher progressivement de 1, avant de se stabiliser à cette valeur.