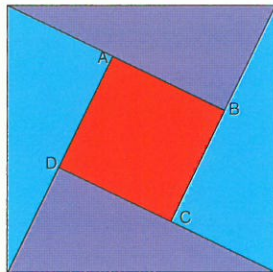


Le rapiéçage de figures

Pour les mathématiciens chinois, les figures géométriques étaient comme des puzzles dont on pouvait déplacer des pièces. Cette façon de faire, connue sous le nom de rapiéçage des figures géométriques, leur a permis de faire de nombreuses découvertes.

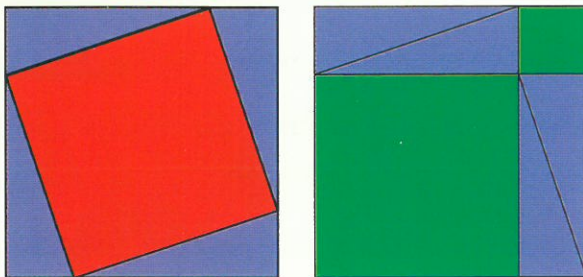
Le plus ancien traité de mathématiques chinois est "Le classique du gnomon et des voies célestes circulaires". Ce manuel, qui date de plusieurs siècles avant JC, traitait surtout d'astronomie. On y trouve une figure qui expose le théorème de Pythagore dans le cas d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 et 4 unités. Il est dit que l'hypoténuse de ce triangle a pour longueur 5 unités. La "preuve" est donnée par la figure ci-contre.



1. Découpez dans du carton quatre triangles rectangles identiques dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 3 cm et 4 cm. Assemblez-les comme sur la figure 1. Quelle est la nature du "trou" central ? En utilisant des calculs d'aires, pourriez-vous démontrer que l'hypoténuse de chacun des quatre triangles rectangles mesure 5 unités ?

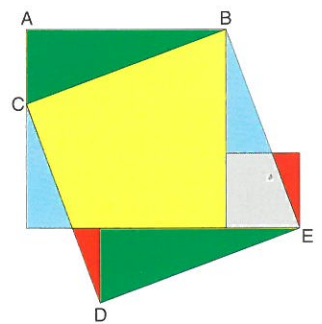
Encore le théorème de Pythagore

Quelques siècles plus tard, on trouve des démonstrations plus générales. L'une d'entre elles (voir la figure 2) est constituée d'une simple figure accompagnée de la légende " Regarde ! ". Aucune indication de longueur n'est donnée.



2. Pourquoi la figure 2 peut-elle être considérée comme une démonstration du théorème de Pythagore ?

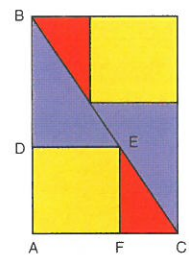
Une autre est proposée au III^e siècle après JC par Liu Hui dans ses commentaires sur les Neuf chapitres sur l'art du calcul. Il considère un triangle rectangle quelconque et montre, en utilisant une sorte de découpage, qu'on peut transformer le carré construit sur l'hypoténuse en deux carrés plus petits construits sur les côtés de l'angle droit.



3. Choisir un triangle ABC rectangle en A puis tracer la figure sur du papier fort. Découper le carré BCDE en cinq morceaux et vérifier que ces cinq morceaux peuvent former les carrés de côtés respectifs [AB] et [AC].

Un carré inscrit dans un triangle

Dans le même ouvrage, Liu Hui propose également une méthode très simple, et sans calcul, pour calculer le côté d'un carré ADEF inscrit dans un triangle rectangle ABC.



Si S désigne l'aire du triangle ABC et si c désigne le côté du carré ADEF, il suffit d'observer la figure pour voir que :

$$2S = AB \times AC$$

$$2S = c(AB+AC),$$

$$\text{d'où } c = \frac{AB \times AC}{(AB+AC)}.$$

4. Justifiez ce résultat.



Le nombre π

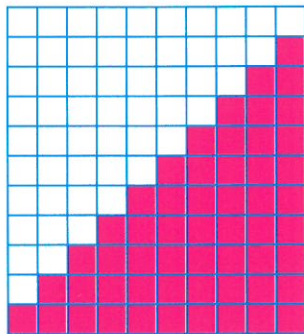
Pour désigner le nombre que nous appelons π , les mathématiciens chinois utilisaient une expression qui voulait dire "rapport secret entre la circonférence et le diamètre". Pendant longtemps, ils ont utilisé la valeur 3 jusqu'à ce que Liu Hui montre que $3,13 < \pi < 3,142$ en étudiant un polygone régulier de 192 côtés. Plus tard, au V^e siècle après JC, Chong Ji a trouvé la valeur $\frac{355}{113}$, plus précise que la précédente.

La formule exacte donnant le volume de la sphère est connue, elle, dès le VI^e siècle après JC.

5. Combien de décimales de π sont-elles exactes dans le calcul de Chong Ji ?

La somme des n premiers entiers

Les mathématiciens chinois ne séparaient pas vraiment la géométrie et le calcul. Par exemple, pour calculer la somme des n premiers entiers, ils utilisaient la figure de l'escalier.



La figure comporte 10 marches. On voit immédiatement que la somme $1 + 2 + \dots + 8 + 9 + 10$ est égale à $\frac{10 \times 11}{2} = 55$.

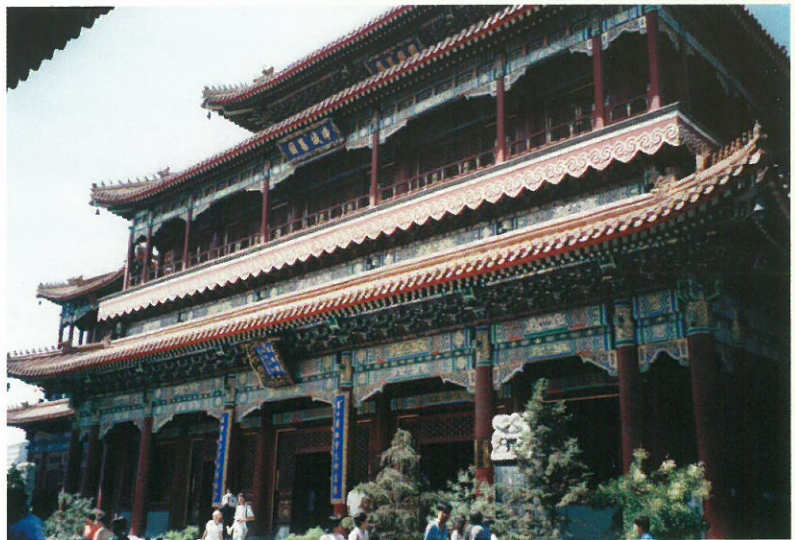
De même, la somme des n premiers naturels (à partir de 1) est égale à $\frac{n(n+1)}{2}$.

6. Voyez-vous pourquoi ?

Le déclin des mathématiques chinoises

Les mathématiques chinoises ont commencé à décliner à partir du XIII^e siècle après JC. Les raisons de ce déclin sont multiples et complexes. Les spécialistes font souvent observer que les mathématiciens chinois ont accordé trop d'importance à des techniques manipulatoires au détriment des preuves écrites.

Ce qui a été une force au début est devenu un frein par la suite.



Un temple à Pékin

Aux examens, les candidats devaient montrer une connaissance des techniques de calcul proche de la virtuosité sans faire la preuve pour autant qu'ils savaient réfléchir ! Peu à peu, le nombre des "bons" mathématiciens a diminué.

Michel Rousselet

Sources

- J. Needham. La science chinoise et l'Occident. Points Seuil sciences n° 9 *.

- J.C. Martzloff. Histoire des mathématiques chinoises. Masson, 1988.

- J.C. Martzloff. Article La Chine dans Le matin des mathématiciens. Belin/Radio-France, 1985.

- Kiyosi Yabuuti. Une histoire des mathématiques chinoises.

Belin Pour La Science, 2000 *.

- Actes du Colloque : L'Océan indien au carrefour des mathématiques arabes, chinoises, européennes et indiennes. IUFM de La Réunion APMEP 1997.

- Karine Chemla. Mathématiques en Chine. ENPC-DFI. 1999.

- Pythagore et Thalès, ACL - Les éditions du Kangourou *.



Mathématicien chinois

(*) disponible sur www.LibrairieDesMaths.com