

L'art du calcul chinois

Habiles calculateurs, les mathématiciens chinois se sont intéressés à de nombreux problèmes pratiques : prévoir la durée d'une éclipse, déterminer la distance de deux villes, calculer la hauteur d'une montagne, répartir des sommes d'argent, etc.

Multiples et diviseurs

Pour établir un calendrier, il faut utiliser les notions de multiple et de diviseur d'un entier. C'est dans ce cadre que Sunzi, mathématicien chinois du VI^e siècle après JC, a posé le problème suivant : Si on groupe des objets par 3 il en reste 2. Si on les groupe par 5 il en reste 3. Si on les groupe par 7 il en reste 2. Combien y a-t-il d'objets ?

Ce genre de problème a été repris très souvent par la suite. On le rencontre fréquemment en Europe à partir du XV^e siècle.

Exercice 1 : Quelles sont les solutions du problème de Sunzi ?

La méthode du trop et du pas assez

Écrit au premier siècle après JC, le manuel intitulé Les neuf chapitres sur l'art du calcul est un grand classique du calcul. Il contient de nombreux problèmes classés par genres. Bien qu'ils semblent très différents les uns des autres, ceux du chapitre VII se font tous par la même méthode appelée méthode du trop et du pas assez. En voici un exemple.

Un certain nombre de personnes font un achat en commun. Si chacune donne 8 wens il y aura 3 wens de trop. Si chacune donne 7 wens il manquera 4 wens. Combien y a-t-il de personnes et quel est le prix de l'objet ?

Pour résoudre ce problème, on commençait par écrire, avec des baguettes, les données sur une table à calculer puis on effectuait divers calculs qui conduisaient à la solution.

III	II		
III	IIII		

Pour rendre les calculs plus faciles à suivre, nous utiliserons maintenant nos propres chiffres.



8x4	7x3		4+3	32	21		7
		8-7	8-7			1	1

		53	7
		1	1

7 divisé par 1 donne 7 : il y a 7 personnes.
53 divisé par 1 donne 53 : le prix total vaut 53 wens.

Exercice 2 : Montrer que la méthode du trop et du pas assez revient à résoudre une équation de la forme $ax - b = cx + d$ avec

$a \neq c$, et à prendre $x = \frac{b + d}{a - c}$ pour solution

et comme valeur commune des deux membres.

Exercice 3 : Des personnes achètent des poules. Si chaque personne donne 9 wens, il y a 11 wens de trop. Si chaque personne donne 6 wens il manque 16 wens. Appliquer la méthode chinoise pour trouver le prix d'une poule et le nombre des acheteurs.

Les équations

Deux siècles avant JC, les mathématiciens chinois étaient déjà capables de résoudre des équations et des systèmes d'équations du premier degré ainsi que des équations du second degré. Voici, par exemple, comment ils résolvait le système de deux équations du premier degré à deux inconnues que nous écrivons :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 13 \\ -3x + y = -9 \end{cases}$$

Les calculs étaient effectués avec des baguettes à calculer disposées, comme le montre la figure ci-dessous, sur une table à calculer.

		-

Pour expliquer la méthode utilisée et rendre les calculs plus faciles à suivre, nous utiliserons encore une fois nos propres chiffres.

On commence par écrire les coefficients du système sur la table de calcul.

2	-3	13
-3	1	-9

On garde la première ligne. On multiplie les nombres de la seconde ligne par 3 et, dans chaque colonne, on ajoute le nombre correspondant de la première ligne. Ces calculs sont choisis pour faire apparaître un 0 dans la case située sur la ligne 2 et sur la colonne 2. On obtient le tableau suivant :

2	-3	13
-7	0	-14

On en tire alors $x = \frac{-14}{-7} = 2$.

On reprend le tableau du début. On garde la première ligne. On multiplie les nombres de la seconde ligne par 2 et, dans chaque colonne, on ajoute trois fois le nombre correspondant de la première ligne. Ces calculs sont choisis pour faire apparaître un 0 dans la case située sur la ligne 1 et sur la colonne 1. On obtient ce tableau :

2	-3	13
0	-7	-21

On en tire alors $y = \frac{-21}{-7} = 3$.

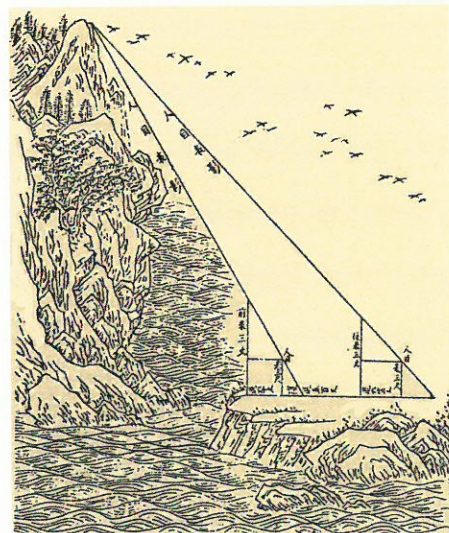
On peut noter que cette technique de calcul n'a été découverte en Europe qu'au XVIII^e siècle. Elle est utilisée actuellement dans des logiciels de calcul comme Derive ou MathEmatica.

Exercice 4 : Résoudre par la méthode chinoise le système .

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

Les calculs trigonométriques

Les notions essentielles de la trigonométrie ont été introduites sous la dynastie des Tang, entre le VII^e et le X^e siècle. Ces notions ont une origine grecque et indienne. Le dessin ci-après montre un de ces calculs trigonométriques :



Michel Rousselet