

Un dodécaèdre tronqué

Encore un de ces solides archimédien, dont les faces sont toutes des polygones réguliers de plusieurs types différents. Et pour l'obtenir, continuons à couper les coins des polyèdres réguliers, en tronquant aujourd'hui un dodécaèdre.

Le dodécaèdre (voir le hors-série 2 *Découpages mathématiques*) possède 12 faces en forme de pentagones réguliers, groupées trois par trois en chaque sommet, d'où l'on peut déduire qu'il y a 20 sommets (nous vous laissons le soin de le faire ...).

Notre première tâche, comme pour le cube et le tétraèdre (voir *Hypercube 41*), sera de déterminer comment et jusqu'où il faut couper les "coins" du dodécaèdre. Si nous ne coupons pas trop loin, en chaque sommet, à l'emplacement où nous coupons, apparaîtra une nouvelle face en forme de triangle équilatéral (il y aura donc 20 faces de ce type) ; dans le même temps, chacune des faces pentagonales du dodécaèdre coupée en chaque sommet, donnera un décagone (10 côtés).

Pour que celui-ci soit régulier, si on prend comme unité le côté du pentagone, il faut couper à une distance x que vous pouvez calculer dès que vous savez ce qu'est le cosinus d'un angle (classe de 4^e française) en vous aidant de la figure ci-contre.

Comptons ...

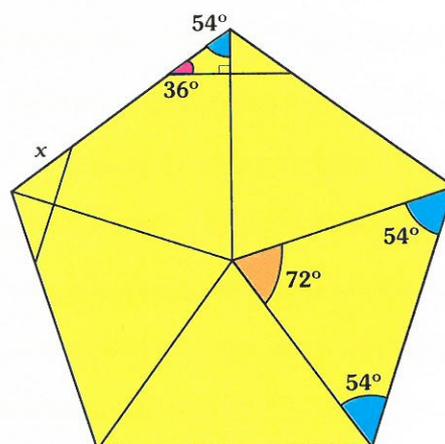
Que les autres se rassurent, ils pourront quand même construire le solide grâce au patron de la page 13, et compter avec nous faces, arêtes et sommets !

Le solide présente donc finalement 32 faces et 60 sommets (pourquoi ?), et en chaque sommet s'articulent deux décagones réguliers et un triangle équilatéral.

Il possède également 90 arêtes (comment le déduire de ce qui précède ?), et nous pouvons vérifier que ces nombres sont cohérents avec notre formule "magique" des polyèdres convexes (voir "*Découpages mathématiques*") :

$$S + F - A = 32 + 60 - 90 = 2.$$

Sur le patron, nous avons figuré en bleu pâle les languettes de collage attachées aux triangles, en



jaune pâle les languettes de collage attachées aux décagones.

La réalisation matérielle est un peu délicate, les triangles sont petits, et certaines languettes pas très larges : plus que jamais, il faut faire preuve de patience, et marquer soigneusement les plis avant de coller, en les éraflant délicatement au cutter !

Francis Dupuis

