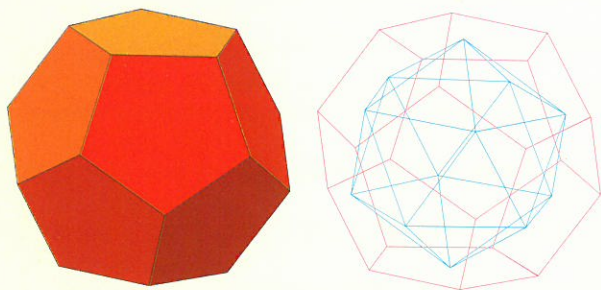


Un icosidododécaèdre

L'icosaèdre et le dodécaèdre sont un peu parents, tout comme le cube et l'octaèdre. De même que ces deux derniers peuvent conduire au cuboctaèdre, les deux premiers peuvent donner, par troncature ou par intersection, un icosidodécaèdre.

Si nous marquons les centres de toutes les faces d'un dodécaèdre (en rouge sur la figure), puis que nous joignons entre eux les centres des faces voisines, nous obtenons un icosaèdre inscrit dans le dodécaèdre.

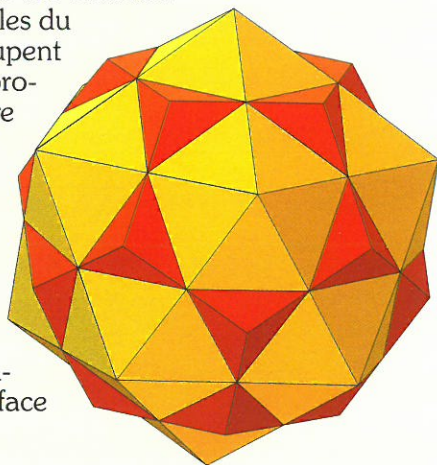


Notons que l'inverse est également vrai : joignant les centres des faces d'un icosaèdre, nous obtenons un dodécaèdre : on dit que l'icosaèdre est le dual du dodécaèdre, et réciproquement. De la même manière, le cube est le dual de l'octaèdre, ce qui donne une manière simple de dessiner ce dernier à partir du cube (voir Hypercube hors série 2 découpages).

Polyèdres imbriqués

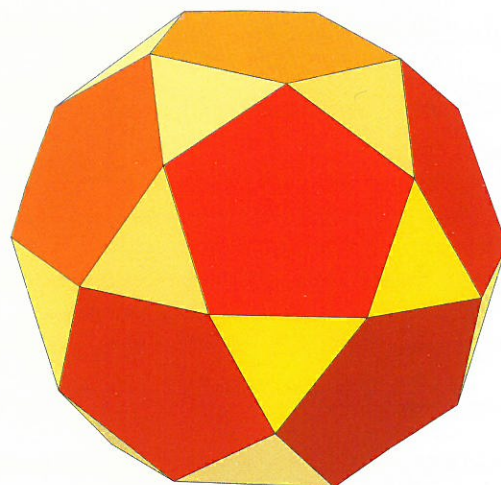
Mais revenons à notre icosaèdre inscrit, et agrandissons-le. Il arrive un moment où ses arêtes et celles du dodécaèdre se coupent en leurs milieux, produisant une figure du plus bel effet, comme celle du cube et de l'octaèdre imbriqués (Hypercube 31).

Une petite pyramide à base pentagonale apparaît sur chaque face du dodécaèdre.



On pourrait l'obtenir aussi en faisant croître un dodécaèdre inscrit dans un octaèdre, faisant apparaître sur chaque face une pyramide à base triangulaire (tétraèdre).

Si l'on coupe toutes ces pointes, à trois ou cinq faces, on obtient un nouveau solide convexe, l'icosidodécaèdre. On peut le construire plus simplement en joignant les milieux des arêtes d'un dodécaèdre ou indifféremment, d'un icosaèdre.



L'icosidodécaèdre possède 30 sommets, 12 faces pentagonales, 20 faces triangulaires et 60 arêtes. Il vérifie naturellement la formule d'Euler :

$$30 + 32 - 60 = 2, \text{ donc on a bien } S + F - A = 2.$$

Tous les sommets sont identiques, alternant deux pentagones avec deux triangles équilatéraux : encore un solide archimédien, puisque les faces sont des polygones réguliers groupés de manière identique en chaque sommet.

La réalisation matérielle, avec 32 faces, nécessite un peu de soin : faites preuve de patience, et marquez soigneusement les plis avant de coller, en les éraflant délicatement au cutter !

Francis Dupuis

