

DUO D'ARTEFACTS VIRTUEL ET MATERIEL POUR APPRENDRE LES MATHÉMATIQUES

Anne **VOLTOLINI**

EducTice, IFE, ENS Lyon Laboratoire S2HEP

anne.voltolini@ens-lyon.fr

Résumé

Notre projet de recherche questionne la plus-value de la technologie et la complémentarité des environnements sensible et numérique pour l'apprentissage des mathématiques à l'école et au collège, dans des situations mobilisant des duos d'artefacts virtuel et matériel, qui fonctionnent sur une articulation objets virtuels et objets matériels. La technologie peut-elle amener des fonctionnalités qui renvoient à l'outil matériel et réciproquement l'outil matériel peut-il enrichir l'outil virtuel ? Nous illustrerons ce propos à partir d'une situation géométrique sur l'utilisation du compas pour construire un triangle.

Mots clés

Environnement informatisé, Artefact virtuel, Artefact matériel, Genèse instrumentale

INTRODUCTION

Notre projet de recherche a pour objectif de développer et d'évaluer des environnements informatiques pour l'apprentissage des mathématiques à l'école et au collège qui incluent d'une part une approche expérimentale sur la base de manipulations directes de représentations d'objets mathématiques à l'interface de l'ordinateur et d'autre part l'articulation entre le virtuel et l'utilisation d'outils matériels. Nous interrogeons l'apport sur les apprentissages de tels environnements informatisés articulés à l'utilisation d'outils matériels concrets. L'environnement numérique peut-il être une valeur ajoutée à l'outil matériel qui aide à franchir certaines difficultés ou certains obstacles épistémologiques ? L'élaboration de situations didactiques (Brousseau 1998) faisant intervenir des duos d'artefacts et l'orchestration (Trouche 2004) du recours aux artefacts matériels et virtuels qui permet de mettre en évidence le choix et la place des artefacts, leur mode d'exploitation et leur contribution à tous les niveaux de la situation représentent l'enjeu didactique principal de ce travail. Nous illustrons ce propos à partir d'une situation géométrique sur l'utilisation du compas pour construire un triangle.

LA CONSTRUCTION GEOMETRIQUE DU TRIANGLE ET L'UTILISATION DU COMPAS

La situation que nous proposons a pour objectif d'apprentissage la construction géométrique à la règle et au compas d'un triangle étant données les trois longueurs de ses côtés. Il s'agit dans un premier temps, d'amener l'usage du compas dans cette construction puis dans un deuxième temps, d'aboutir à la nécessité de tracer des cercles.

Plusieurs types de difficultés peuvent être mis en évidence quant à l'usage du compas dans la

construction d'un triangle de longueurs des côtés données. Le compas n'est pas l'outil qui permet de tracer le contour du triangle, l'écartement du compas ne rend pas visible le segment côté du triangle et le compas produit des arcs de cercle, leur intersection va définir le troisième sommet du triangle, objet géométrique de dimension 0. Ainsi cette construction géométrique repose sur une déconstruction dimensionnelle (Duval 2005) du triangle 2D au triangle déterminé par ses trois sommets de dimension 0. La déconstruction dimensionnelle des formes de Duval est un premier outil pour analyser ce que peut apporter la technologie au travail en géométrie. La technologie peut elle permettre de proposer un travail intermédiaire pour ne pas obliger la déconstruction dimensionnelle du triangle jusqu'aux points, objet géométrique de dimension 0 difficilement appréhendée par les élèves ?

De surcroît l'utilisation du compas dans cette construction génère des actions et de nouveaux schèmes (Vergnaud 1990) qui n'appartiennent pas aux schèmes déjà constitués d'utilisation du compas. Les genèses instrumentales (Rabardel 1995) du compas pour faire des cercles ou reporter des longueurs ne permettent pas aux élèves de l'utiliser pour construire un triangle. L'approche instrumentale proposée par Rabardel nous permet de prendre en compte, et d'examiner la relation entre l'usage des outils et la conceptualisation. Les manipulations et les choix de variables et de contraintes faits dans l'environnement informatisé permettent-ils l'émergence de schèmes dont le domaine de validité peut s'étendre à l'instrument tangible ?

DEUX CAHIERS INFORMATISES ARTICULES A L'UTILISATION DU COMPAS

Cette situation est composée de deux cahiers informatisés articulés avec l'utilisation du compas matériel dans l'environnement papier crayon. Dans un premier temps, la manipulation de segments dans l'environnement numérique qui décompose le mouvement en translation d'une part et rotation d'autre part, amène l'usage du compas (figure1). Le mouvement de rotation tout seul, engendre le cercle comme trajectoire d'une extrémité du segment. Dans un deuxième temps, les cercles sous-jacents à la construction du triangle seront introduits grâce à des contraintes sur les outils de géométrie dynamique disponibles.

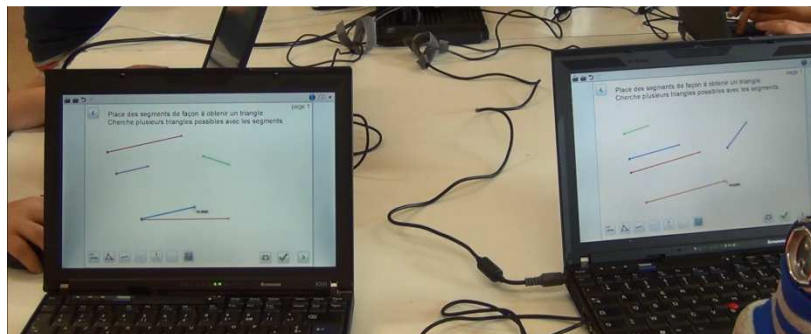


Figure 1 : illustration de manipulations de segments à l'interface de l'ordinateur

Une expérimentation avec 43 élèves de CM2 nous a permis de confirmer la plus value de la technologie :

- Les manipulations de segments numériques impose la dissociation des deux déplacements par translation ou par rotation et met en valeur la rotation.
- Ces manipulations permettent un contrôle sur le segment côté du triangle.
- La ligne brisée est une stratégie gagnante pour former un triangle dans l'environnement informatisée. Elle est une étape dans la déconstruction dimensionnelle du triangle qui peut être transportée dans l'environnement papier crayon (figure 2).

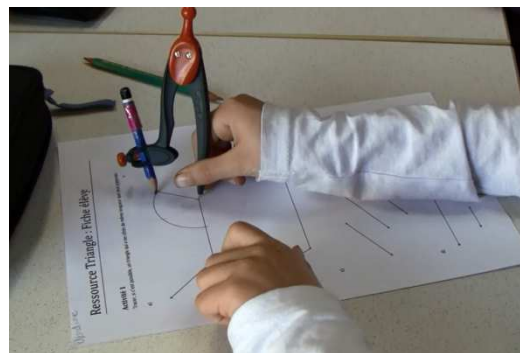
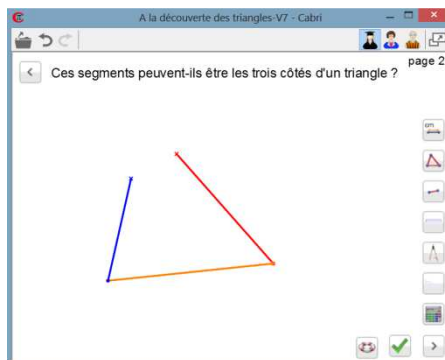


Figure 2: la ligne brisée, une étape de la déconstruction dimensionnelle du triangle

Au cours des manipulations des segments numériques le sujet construit des schèmes relatifs au déplacement par rotation du segment numérique. Ces schèmes peuvent être associés à des schèmes d'utilisation du compas matériel. Dans l'environnement papier crayon le compas est l'artefact matériel qui va « remplacer la rotation ». Le compas permet de « faire pivoter un segment », le segment étant « coincé » entre les deux branches du compas (figure 2).

CONCLUSION

La technologie est un espace graphique augmenté par la manipulation directe et les rétroactions. Elle permet la mise en évidence de la ligne brisée formée des trois côtés du triangle ; déconstruction dimensionnelle intermédiaire du triangle. La technologie est ici une aide pour franchir les obstacles épistémologiques liés à la déconstruction dimensionnelle du triangle sans obliger à aller jusqu'aux points. De plus cette situation, et l'articulation segment numérique en mouvement et compas matériel, a permis l'élaboration d'un nouvel instrument compas pour faire pivoter un segment, qui participe à la genèse instrumentale du compas dans la tâche de construction du triangle. Ainsi la technologie articulée à un outil matériel est un gain didactique, une valeur ajoutée pour les apprentissages.

Notre but n'est pas de substituer l'environnement informatique à l'outil matériel dans les usages avec les élèves. C'est l'articulation et la complémentarité d'un duo d'artefacts virtuel et matériel qui nous semblent intéressantes et favorables aux apprentissages des élèves et que nous souhaitons questionner à nouveau dans d'autres situations.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, ed. La Pensée.Sauvage.
- DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et Sciences Cognitives* vol 10. p 5 à 53.
- RABARDEL P. (1995) *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- TROUCHE L. (2004) Managing the complexity of human machine interactions in computerized learning environments : guiding students' command process through instrumental orchestration. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* 9. P 281-307.
- VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des mathématiques* vol 10 (2-3) p 133-170.