

OUVERTURE SUR... HANDICAP ET APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES, QUELLES
RECHERCHES

Teresa ASSUDE (ADEF, Aix-Marseille Université)
Caroline HURON (Chargée de recherche INSERM, Laboratoire UNICOG, Neurospin)
Denis BUTLEN (Université de Cergy Pontoise, LDAR)

TERESA ASSUDE

Handicaps simulés, adaptations et pratiques inclusives en mathématiques

t.assude@aix-mrs.iufm.fr

ADEF, Aix-Marseille Université

Dans cette communication, nous présenterons deux types de projets menés dans le cadre d'OPHRIS (Observatoire des pratiques sur le handicap : recherche et intervention scolaire). Le premier concerne un dispositif de formation qui est fondé sur la notion de « handicap simulé » qui a été mis en œuvre d'abord dans un cadre universitaire de formation au judo. Après avoir présenté le dispositif, nous analyserons certains effets de ce dispositif sur les représentations des étudiants et nous montrerons comment nous avons adapté ce dispositif dans le cadre de la formation en mathématiques. Le deuxième projet concerne les gestes professionnels d'adaptation aux besoins éducatifs particuliers des élèves. Une typologie de ces gestes d'adaptation à des élèves dyslexiques élaborée par Gombert et alii (2008) sera présentée et questionnée par sa mise à l'épreuve dans le contexte de l'enseignement des mathématiques dans des classes CLIS (Classes pour l'inclusion scolaire).

Assude T., Perez J. M., Tambone J., & Verillon A. (2011). Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Education & didactique*, 5.2, 65-84.

Assude T, Perez J-M & Tambone J (2012). Adaptations des gestes professionnels : questionnement à partir des mathématiques. *La Nouvelle Revue de l'Adaptation et de la Scolarisation*, sous presse

Gombert A., Feuilladiou S., Gilles P., Roussey J.Y (2008). La scolarisation d'élèves dyslexiques sévères en classe ordinaire de collège : lien entre adaptations pédagogiques, points de vue des enseignants et vécu de l'expérience scolaire des élèves. *Revue Française de Pédagogie*, 164, 123-138.

CAROLINE HURON

Dyspraxie et mathématiques : quelles difficultés ? Quelles aides ?

caroline.huron@orange.fr

Caroline Huron, du laboratoire UNICOG (neuro imagerie cognitive) dirigé par Stanislas Dehaene, a présenté son point de vue de chercheur sur les difficultés et aides possibles en mathématiques chez les enfants dyspraxiques.

Pour en savoir plus

Caroline Huron. L'enfant dyspraxique. Mieux l'aider à la maison et à l'école, Paris, Odile Jacob, 2011

Michèle Mazeau et Claire Le Lostec, L'enfant dyspraxique et les apprentissages, Paris, Masson, 2010

Alain Pouhet. S'adapter en classe à tous les élèves dys, Poitiers, SCEREN, 2011

www.cartablefantastique.fr. Sites de ressources pour les élèves dyspraxiques et d'outils pour adapter.

Conférence Cyclope "Dyspraxie: quand le cerveau s'emmêle", 12 juin 2012, CEA de Saclay [<http://www.cea.fr/jeunes/mediatheque/videos/conferences/dyspraxie-quand-le-cerveau-s-emmele>]

DENIS BUTLEN

Questions autour de l'enseignement des mathématiques en ASH : deux exemples de recherche. Réflexions et perspectives

denis.butlen@iufm.u-cergy.fr

IUFM de Versailles, université de Cergy-Pontoise, LDAR

Problématique et cadre théorique

Les recherches que nous décrivons dans cette contribution s'inscrivent dans le cadre d'une recherche plus large qui a pour but de tester et d'enrichir un modèle d'analyse et d'organisation des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des classes scolarisant des élèves issus de milieux socialement très défavorisés (Butlen, 2004 ; Pézard, Butlen, Masselot, 2012).

Pour cela, nous nous proposons de jouer sur plusieurs variables : le public élèves et donc le type de difficultés rencontrées par les élèves : éducation spécialisée (notamment élèves en situation de handicap présentant des troubles cognitifs ou du comportement importants), élèves en grandes difficultés (SEGPA), élèves de l'enseignement technique (notamment élèves maçons préparant un CAP des métiers du bâtiment) ; certaines conditions d'exercice du

métier susceptibles de complexifier la gestion de classe (classes multiniveaux d'au moins trois niveaux différents, classes à très faible effectif) ; certains contenus à enseigner.

Nous inscrivons cette recherche dans le cadre de la double approche développée par Robert et Rogalski (2002) reprenant notamment une démarche méthodologique prenant en compte simultanément des éléments globaux (le projet de l'enseignant), locaux (les choix et compromis quotidiens) et « micro » (les automatismes, routines et gestes professionnels). Ainsi, pour analyser le déroulement de la séance, la gestion mise en œuvre par les enseignants, nous croisons des éléments de la théorie des situations (Brousseau, 1987) avec des résultats issus de nos précédentes recherches comme les notions de gestes et routines professionnels (Butlen, 2004).

Nos recherches (Charles-Pézarid, Butlen et Masselot 2012) portant sur les professeurs des écoles enseignant en milieu difficile ou sur la formation des pratiques de professeurs des écoles novices nous ont amenés à montrer que les gestes et routines correspondent à des régularités inter personnelles partagées par un groupe de professionnels. Des niveaux d'organisation de l'activité du professeur (finalisés par des buts et correspondant à des tâches), permettant d'aborder la question du rapport existant entre routine et schème (Vergnaud, 1990), sont ainsi mis en évidence. Les gestes professionnels (comme par exemple écrire au tableau ou bien prendre de l'information à un moment donné sur un élève donné) sont des techniques permettant au professeur de résoudre des types de tâches. Les routines sont des ensembles de gestes finalisés par la résolution d'une tâche plus importante comme par exemple la mise en œuvre d'une synthèse et/ou d'une institutionnalisation. Si plusieurs gestes professionnels peuvent être mobilisés par des professeurs d'i-genres différents (voir ci-dessous), les routines, elles, sont associées à un seul i-genre.

Un emprunt au cadre théorique de l'ergonomie cognitive (Clot, 1998, 1999) nous permet de mettre en relation gestes et routines avec des genres de pratiques que nous avons par ailleurs identifiés lors de l'observation sur un temps long d'une dizaine de professeurs des écoles enseignant en ZEP⁶⁵. Ceci permet de montrer comment la cohérence des pratiques de l'enseignant se révèle dans l'organisation de son activité au quotidien.

Les notions de geste et routine aident à préciser sur quelle part de l'activité de l'élève porte l'activité du professeur. Des effets possibles sur les apprentissages des élèves peuvent ainsi être mieux cernés.

Nous nous limiterons dans cet article à l'enseignement en ASH et plus particulièrement à l'enseignement des mathématiques à des élèves présentant des troubles cognitifs et/ou du comportement importants.

Dans un premier temps, nous étudions les contraintes auxquelles sont soumis les professeurs des écoles qui enseignent à ces élèves, contraintes que nous traduirons en termes de tensions marquant les pratiques. Dans un deuxième temps, en nous appuyant sur l'analyse d'une séance emblématique des pratiques d'une professeure des écoles, nous montrerons comment une vigilance didactique insuffisante accompagne une baisse des exigences de celle-ci qui n'est pas sans rappeler une des caractéristiques dominantes des pratiques observées en ZEP. Dans un troisième temps, nous nous intéresserons à la manière dont le professeur des écoles peut adapter une situation « robuste » à fort potentiel adidactique pour prendre en compte les caractéristiques des élèves et notamment comment il gère l'enrôlement dans l'activité de ces derniers.

⁶⁵ Zone d'Education Prioritaire

Des contradictions marquées par le contexte élève

a. Une nouvelle contradiction fondamentale ?

Un premier résultat de nos recherches réside dans la mise en évidence d'au moins cinq contradictions auxquelles les professeurs des écoles enseignant les mathématiques aux élèves de ZEP sont assujettis. Ces contradictions sont pour une grande part liées aux caractéristiques des élèves auxquels ces professeurs s'adressent. Ainsi une contradiction majeure existe entre une logique de socialisation et une logique d'apprentissage. Le dépassement de cette contradiction que nous avons qualifiée de fondamentale détermine largement la durée de l'exercice de ces professeurs dans ce type d'école. Si elle semble toujours exister en ASH et notamment en SEGPA, elle semble moins déterminante pour les élèves relevant de l'option D de l'ASH. Plus exactement, elle se décline autrement. Si ces élèves manifestent des difficultés importantes de relations sociales, de relation à l'autre et de relation au groupe, celles-ci résultent davantage de leur handicap que de leur origine sociale. La question posée aux enseignants n'est plus d'assurer la paix scolaire (couple constituée de la paix sociale et de l'adhésion des élèves au projet d'enseignement du professeur) et donc de concilier socialisation et apprentissage disciplinaire mais davantage de se faire rencontrer les parcours individuels devant se contextualiser en milieu scolaire par des parcours cognitifs individuels, propres à chaque élève et largement déterminés par la nature de leur handicap, et les itinéraires cognitifs nécessairement collectifs proposés par le professeur à la « classe ». Dans une certaine mesure, notre contradiction fondamentale initiale semble rejoindre une contradiction moins importante également identifiée en ZEP entre individuel et collectif pour devenir la tension fondamentale qui doit être surmontée par les professeurs de l'ASH, option D.

b. Des tensions secondaires

Tension entre logique de réussite immédiate et logique d'apprentissage : pour des raisons un peu différentes de celles évoquées en ZEP, la contradiction entre une logique de réussite immédiate et une logique d'apprentissage à moyen ou long terme reste bien réelle. Des entretiens plutôt informels avec des enseignants nous amène à penser que nombre d'entre eux afin de maintenir l'inscription des élèves, mais aussi et surtout par crainte de les mettre en échec et d'avoir de ce fait à gérer des moments de crise⁶⁶, réduisent leurs exigences et proposent souvent aux élèves des tâches qu'ils savent résoudre et ce, au détriment des apprentissages visés ou prescrits.

Tension entre temps de la classe et temps des apprentissages : Là encore, cette tension existe mais se décline parfois de manière différente. Outre la tension due à la gestion de multiples parcours individuels et rapports au savoir, l'avancée du temps didactique est souvent compromise par un manque de disponibilité des savoirs anciens⁶⁷. Les élèves ne reconnaissant pas le contexte, ne percevant pas les connaissances convoquées par la situation, ne mobilisent pas toujours les connaissances nécessaires à la réalisation de l'activité du moment. Ce défaut de disponibilité souvent interprété comme une lacune par les professeurs peut les amener à revenir plusieurs fois, voire des années durant, sur des situations déjà fréquentées. Nous présentons dans la deuxième partie de cet article un exemple de manifestation de ce phénomène.

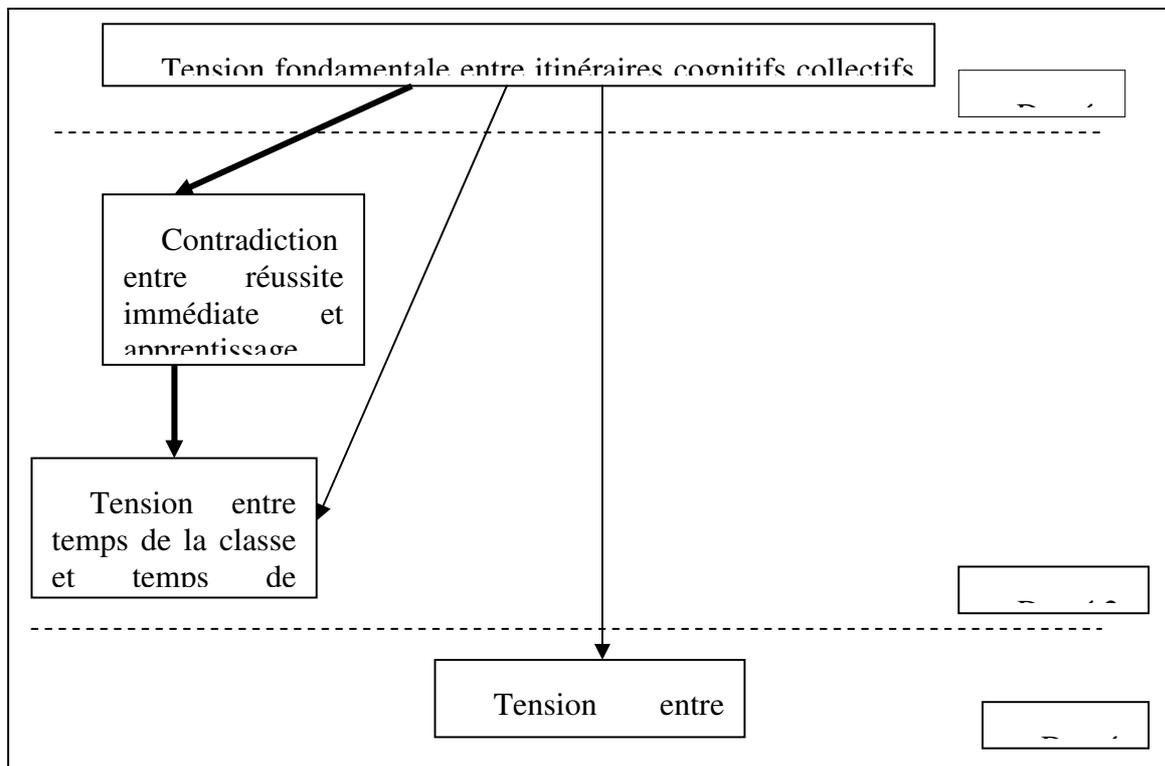
⁶⁶ Des enseignants nous ont déclaré qu'ils ne pouvaient prendre le risque de mettre leurs élèves en situation d'échec car alors ceux-ci pourraient en souffrir énormément. Ils pourraient se retrouver dans des situations difficilement gérables en milieu scolaire. Dans la troisième partie de cet article, nous présentons une situation de crise de ce type.

⁶⁷ Nous retrouvons là un résultat déjà signalé par F. Conne (conférence du colloque de la COPIRELEM de Bordeaux

Tension entre logique de projet et logique d'apprentissage : L'élaboration d'un projet de classe, de projets de groupe, voire de projets individualisés pour chaque élève est une contrainte institutionnelle très forte en ASH, option D ; les enseignants se devant d'adapter leur enseignement aux caractéristiques et « aux besoins particuliers » des élèves. Bien que cela réponde pour une part à une nécessité, le risque est important pour les enseignants de s'enfermer dans une individualisation non maîtrisée de leur enseignement ou bien encore de privilégier l'insertion et le bien-être social du sujet au détriment des apprentissages de l'élève.

Une hiérarchie des tensions

Le schéma ci-dessous illustre notre tentative de faire apparaître hiérarchisation et imbrication des différentes tensions, selon différents degrés dans l'ordre décroissant. Notons que c'est bien le dépassement des deux premières qui semble essentiel en ASH, option D pour assurer les apprentissages scolaires. On a vu que la contradiction entre temps de la classe et temps d'apprentissage était directement liée à ces deux premières. De même, pour la contradiction entre projet et apprentissage : on peut penser que cette tentative de prendre en compte les caractéristiques individuelles si elle est bien gérée ne remet pas complètement en cause les apprentissages scolaires des élèves et que même, certains peuvent se réconcilier avec l'école grâce à ces projets.



Nous avons identifié trois grandes questions de la profession (Butlen, 2012 ; Pézard, Butlen, Masselot, 2012) dont les modes de réponses organisent les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Il s'agit de l'installation de la paix scolaire, de l'exercice de la vigilance didactique et de la gestion du couple des processus de dévolution et d'institutionnalisation.

Dans quelle mesure, ces grandes questions se retrouvent ou se déclinent dans le cas de l'enseignement des mathématiques à des élèves présentant des troubles cognitifs ou du comportement importants ?

Comme la contradiction fondamentale entre socialisation et apprentissage se décline en une tension entre parcours individuels des élèves et proposition d'itinéraires cognitifs

collectifs par le professeur, la question de l'installation de la paix scolaire ne se pose plus de manière aussi cruciale qu'en ZEP.

En revanche, de nombreux indices nous amènent à penser que la question de l'exercice d'une vigilance didactique reste une question centrale.

Vigilance didactique et baisse des exigences

Afin de traiter cette question, nous nous proposons d'analyser un exemple de séance⁶⁸ menée par une professeure enseignant dans un IMED⁶⁹ proposée à des élèves de 15 à 17 ans atteints de troubles cognitifs importants.

Les élèves

Lors de la séance, seuls quatre élèves sont présents : S, âgée de 15 ans, interne ; N, âgée de 17 ans, externe ; P, âgé de 14 ans, externe et enfin M, âgé de 15 ans, externe. S, P et M n'ont pas encore choisi le métier de la restauration pour lequel ils se formeront alors que N se prépare à être serveur en salle (restauration).

Conformément aux demandes institutionnelles propres à la circonscription, la professeure a testé en début d'année les compétences numériques de ces élèves. Le diagnostic porte notamment sur la numération et la maîtrise des techniques opératoires. Voici les connaissances et compétences acquises par ces élèves d'après la professeure.

- Connaissance de la comptine numérique : M et N peuvent réciter la comptine numérique jusqu'à 99, alors que S et P le peuvent jusqu'à 109 au moins.
- Connaissance du système de numération de position chiffré : la lecture des nombres écrits avec des chiffres est en cours d'acquisition pour N, n'est pas acquise pour M, en revanche, P peut lire les nombres jusqu'à 109 voire plus et S jusqu'à 1000 au moins. M peut les écrire jusqu'à 89, N jusqu'à 100, S jusqu'à 1000 et P jusqu'à 9999.
- Connaissance du système de numération oral : la lecture des nombres dans ce système est en cours d'acquisition pour N, M et P alors que S peut les lire jusqu'à 1000. Si S peut également les écrire jusqu'à 1000, cette compétence est en cours d'acquisition pour N et non acquise pour M et P.
- Passage d'un système de numération à l'autre : cette compétence est en cours d'acquisition pour N et P, non acquise pour M ; en revanche, S est capable d'associer les deux types d'écriture pour les nombres inférieurs ou égaux à 1000. La reconnaissance de différentes écritures d'un même nombre est en cours d'acquisition pour N, P et S alors qu'elle est non acquise pour M.
- Maîtrise de la technique opératoire de l'addition : le calcul mental d'une somme est en cours d'acquisition pour M et S alors qu'il est acquis pour N et P. En revanche, la technique écrite d'addition sans retenue est acquise pour N, P et S alors qu'elle reste en cours d'acquisition pour M. La technique écrite de l'addition avec retenue est maîtrisée par N et P alors qu'elle est en cours d'acquisition pour S et plutôt non acquise pour M.

⁶⁸ L'analyse de cette séance a fait l'objet d'un mémoire du master de recherche « didactique des mathématiques » de l'université Denis-Diderot rédigé par G. Fayard.

⁶⁹ Institut médico-pédagogique départemental : centre regroupant des adolescents présentant des troubles cognitifs qui suivent un enseignement général et technique s'inscrivant dans le cadre de métiers de la restauration.

Nous constatons donc une grande hétérogénéité entre élèves mais aussi pour un même élève des degrés d'acquisition et de maîtrise très divers selon la nature des compétences. Cette hétérogénéité est une caractéristique de ce type de classe qui regroupe souvent les élèves davantage en fonction de leur âge et dans une moindre mesure en fonction de leurs troubles cognitifs qu'en fonction de leur niveau cognitif et de maîtrise de savoirs scolaires. De plus, ces élèves ayant déjà fréquenté, parfois depuis plusieurs années, les situations d'apprentissage des notions évoquées ci-dessus, l'enseignant doit à la fois tenir compte de l'hétérogénéité du groupe et gérer l'éventuelle lassitude des élèves due à la fréquentation des mêmes situations d'enseignement. Nous verrons dans la suite de cette étude comment cela peut marquer les pratiques du professeur.

La situation proposée aux élèves

Il s'agit d'une situation de numération. Le but déclaré de l'activité consiste à traduire un cheminement numérique signalé par un trait reliant plusieurs cases d'un tableau (voir exemple ci-dessous et le tableau en annexe A.2.) par une écriture additive traduisant la décomposition additive selon les puissances de 10 de ce nombre et à en déterminer son écriture chiffrée (canonique) dans notre système de numération de position. La professeure vise donc ce qu'elle appelle la compréhension de la « décomposition » du nombre en unités simples (unités, dizaines, centaines) et unités des mille.

Pour cela, elle utilise un matériel construit par Planchon (Planchon, 1989) et inspiré du matériel Montessori mais ne dispose pas de la documentation accompagnant ce matériel (cas fréquent dans l'éducation spécialisée).

70 000	7 000	700	70	7
60 000	6 000	600	60	6
50 000	5 000	500	50	5
40 000	4 000	400	40	4

On peut interpréter ce tableau comme un outil permettant de travailler dans le cadre d'un système de numération intermédiaire entre notre système de numération de position chiffrée et notre système de numération polynomial oral (écriture en mots)⁷⁰.

Dans le système SNPI : un nombre sera désigné par la juxtaposition des nombres figurant dans les cases du chemin ; ainsi les chemins ci-dessus peuvent se lire et s'écrire respectivement 60000 – 7000 – 700 – 70 – 6 et 500 – 50 – 5. Ils désignent les nombres 67776 et 550 dans notre système de position et « soixante-sept mille sept cent soixante-seize » et « cinq cent cinquante-cinq » dans notre système de numération oral.

Le système SNPI peut être considéré comme intermédiaire entre nos deux systèmes de numération usuels dans la mesure où l'on passe de SNPI à SNPC en traduisant le chemin en une écriture additive $60000 + 7000 + 700 + 70 + 6$ et en effectuant l'addition correspondante alors que l'on passe de SNO à SNPI en réduisant la traduction en chiffres de l'écriture en mots⁷¹ à savoir : « 60 – 7 – 1000 – 7 – 100 – 60 – 16 » (respectivement « 5 – 100 – 50 – 5 ») grâce aux opérations localement convoquées : $(60 \times 1000) + (7 \times 1000) + (7 \times 100) + (60 +$

⁷⁰ Nous noterons dans la suite de la contribution SNPI le système de numération intermédiaire du tableau de Planchon, SNPC notre système de numération de position chiffré et SNO notre système de numération oral.

⁷¹ obtenue en écrivant avec des chiffres les nombres que l'on entend ou prononce dans le système SNO

10) + 6 (respectivement $(5 \times 100) + 50 + 5$). Notons que ce système SNPI est quasi congruent au sens de la congruence des systèmes sémiotiques définie Duval (Duval, 1993) avec le système SNO quand les nombres sont inférieurs à 10000 aux exceptions près caractéristiques du système (soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix, etc.).

Ainsi, dans le cas de 555, si l'élève sait traduire les écritures chiffrées « 500 », « 50 » et « 5 » en numération orale et prononcer « cinq cent », « cinquante » et « cinq », la lecture dans le bon sens de ces nombres lui permet d'énoncer dans ce système le nombre « cinq cent cinquante-cinq ». Si il est capable ensuite de traduire cette écriture dans le système de numération chiffré, il peut produire l'écriture canonique dans ce système : « 550 ». En revanche, cette lecture et cette traduction sont plus complexes dès qu'une partie du chemin comporte des nombres entre 70 et 90 ou supérieurs 10000. Cette procédure de production de l'écriture canonique du nombre nécessite donc une certaine maîtrise de la lecture et de l'écriture des nombres dans les deux systèmes de numération et du passage de l'un à l'autre, compétences acquises par S, en cours d'acquisition pour N et P et très fragiles, voire non construites chez M.

Une autre procédure, pour déterminer l'écriture canonique du nombre dans le système de numération de position, consiste comme nous l'avons indiqué ci-dessus à traduire l'écriture dans le système SNPI en écriture additive, à effectuer l'addition et écrire le résultat. Elle nécessite de savoir calculer ce type de somme (mentalement ou par écrit), de savoir lire et écrire les nombres dans le système de numération de position⁷². Ces compétences additives sont plutôt acquises par P et S, un peu moins par N et restent fragiles pour M.

La tâche consistant à produire l'écriture chiffrée canonique du nombre correspondant à chaque chemin peut donc être résolue différemment selon les connaissances mobilisables par les élèves (addition ou lecture-traduction d'écriture). Dans chaque cas, l'élève doit mobiliser plus ou moins explicitement des connaissances relatives à la fonction des « chiffres » intervenant dans ces différentes écritures : coefficients multiplicatifs des puissances de la base, puissances de la base ou concaténation des deux (dans le cas de la numération orale pour vingt, trente, etc.). Il doit au moins implicitement repérer la nature du « chiffre » en fonction de son rang (que l'ordre soit total ou local). Ainsi, l'un des buts de la professeure est de redéfinir l'ordre et le nom des groupements intervenant dans l'écriture mais en référence au rang (plus ou moins à gauche) et non à la quantité.

Cette diversité des connaissances mobilisables dans la situation est sans doute une raison qui a conduit plus ou moins implicitement la professeure à choisir ce matériau car il peut permettre à chacun des élèves de mobiliser les connaissances dont il dispose. Si dans une certaine mesure, cette diversité permet de gérer les niveaux cognitifs particuliers des élèves et l'avancée des connaissances de chacun, cela nécessite pour le professeur non seulement une analyse a priori fine de la situation, des variables de celle-ci et une prévision des procédures des élèves mais aussi et surtout une lecture en temps réel des procédures et connaissances mobilisées et de leur écart avec celles visées par l'enseignement.

L'analyse du déroulement de la séance

Le scénario mis en œuvre par la professeure⁷³ montre un souci d'aménager progressivement le milieu de la situation et notamment de rendre possible la mobilisation des connaissances de numération nécessaires à la réalisation de la tâche. En revanche, aucun rappel sur l'addition (technique mentale ou écrite) n'est envisagé.

⁷² et éventuellement de savoir traduire le résultat en numération orale si par exemple le professeur demande d'explicitement la démarche

⁷³ que nous appellerons E dans la suite de l'exposé

Nous avons découpé le protocole de la séance en épisodes et sous épisodes en fonction de la nature de la tâche demandée ou effectivement réalisée par les élèves ; ce découpage prend également en compte la tâche du professeur (voir annexe A.1.). Nous nous sommes notamment intéressés aux trois grands moments de cette activité que sont les processus de dévolution, régulation et institutionnalisation. Nous avons ensuite résumé ce découpage à l'aide d'un tableau synoptique (voir annexe A.3.).

La séance de mathématiques dure 1 h 22 mn.

a. La phase de dévolution de la situation et d'organisation du milieu

L'analyse fait apparaître un temps important consacré à la dévolution de la situation d'une durée 35 mn et se divisant en 6 épisodes.

Dans un premier temps (5 mn), l'enseignante annonce un travail sur les nombres et demande des écritures différentes du nombre 4 (proposé par les élèves) et du nombre 16 (proposé par la professeure). Les élèves proposent trois types de représentations : écriture chiffrée, écriture en toutes lettres et constellation (du type dé). Pour le nombre 16, ils proposent les mêmes représentations et à la demande insistante de la professeure une écriture additive ($10 + 6$). Comme l'enseignante a laissé aux élèves le choix du premier nombre à écrire, cela les a conduits à proposer à nouveau une représentation de type constellation pour le nombre 16, (du type $6 + 6 + 4$) au détriment sans doute de la décomposition attendue par la professeure en dizaines et unités⁷⁴. Cet épisode permet à l'enseignante de s'assurer de la mobilisation des trois écritures : chiffrée, littérale et additive à une nouvelle institutionnalisation dans le contexte annoncé de la « décomposition » des nombres.

Dans un deuxième temps (21 mn environ), E présente le tableau de Planchon. Elle amène les élèves à explorer les différentes colonnes du tableau, à décrire son mode de construction et à remplir collectivement un tableau vide selon le même modèle à l'aide d'étiquettes représentant les neuf coefficients multiplicateurs (de 1 à 9) des puissances de la base et les « zéros » des puissances de la base (0, 00, 000, 0000). L'exploration se fait colonne par colonne. Grâce à un jeu de questions-réponses fermées, la professeure amène les élèves à décrire le contenu des cases en les faisant compter de 1 en 1, dix en dix, cent en cent et enfin de mille en mille (sous-épisode 3.8. et 3.9.). P semble avoir compris le principe de « remplissage » des colonnes. En revanche, il se peut que les autres élèves ne fassent que compter à l'unisson avec P sans en comprendre la raison, le rejoignant dans une récitation automatisée. Tout se passe comme si, l'enseignante déclenchait, sans doute en partie non consciemment, un processus automatisé de récitation et de comptage de 10^n en 10^n qui lui permet d'enrôler chaque élève dans une tâche collective, sécurisante et susceptible de produire des connaissances. Notons que pour reconstruire collectivement le tableau, P répartit les tâches entre ses pairs en fonction du niveau cognitif des élèves et étaye leur travail (sous-épisode 4.2.1. et 4.2.2.), ce qui semble le résultat d'une pratique quotidienne d'étayage entre pairs. Cela est confirmé lors d'un entretien avec l'enseignante suite à la séance.

Lors d'une correction collective, E rappelle et institutionnalise les termes : unités, dizaines, centaines, etc. (épisode 5, 3 mn). Elle utilise parfois et uniquement pour les dizaines un vocabulaire évoquant la quantité en jeu dans le groupement : « des paquets de 10 ».

Dans un troisième temps (épisode 6, 3 à 4 min), E assure la connaissance de ces termes en demandant aux élèves de coller dans les cases de la dernière ligne de leur tableau polycopié,

⁷⁴ Dans la suite de la contribution, nous désignerons par écriture additive canonique ou décomposition canonique, les décompositions ou écritures faisant intervenir les seuls multiples des puissances de la base : unités, dizaines, centaines, etc.

les étiquettes correspondant aux colonnes. En fait, cette activité se réduit à une simple activité de lecture du modèle (tableau collectif), de repérage et de collage. Les élèves n'ont pas vraiment besoin de se référer aux définitions données précédemment.

Un quatrième temps de dévolution (épisode 7, 11 mn) est consacré à l'étude et à la lecture des chemins figurant sur le tableau, à leur traduction en termes d'écritures additives (avec sens imposé) et à la production de l'écriture canonique du nombre dans le système de numération chiffré. Dans les sous-épisodes 7.5.1. et 7.5.2., à partir d'un jeu de questions-réponses de plus en plus fermées, E finit non seulement par expliciter la tâche mais par la résoudre sur l'exemple 2321 en privilégiant la procédure de « lecture-traduction du chemin :

« Enseignante : Donc on va choisir dans le sens comme il dit P. Dans ce sens-là, comme ça sur le tableau. A chaque fois qu'il y aura un trait, on peut le lire dans les deux sens mais pour que ce soit plus facile, c'est comme ça.

Mais par contre P, ce qu'elle avait juste et que tu avais oublié c'est que c'est un +.

L'enseignante entoure le signe +.

Enseignante : Ils ne sont pas séparés, ils sont reliés entre eux. Donc ça veut dire qu'ils s'ajoutent.

Elle rajoute des + sur la ligne entre 2000 300 20 et 1.

Enseignante : Donc $2000 + 300 + 20 + 1$.

Elle suit de nouveau le trait avec son stylo.

Enseignante : Et quand on le lit. Essayez de le lire enchaîné, là

Ensemble : deux mille trois cents vingt et un

Enseignante : on trouve tout de suite. On trouve deux mille trois cents vingt et un.

P : et pas un, trois cents, deux mille. »

Dans le but de permettre la mobilisation des connaissances nécessaires pour que les élèves réussissent la tâche qui leur sera demandée, la professeure met en œuvre plusieurs gestes correspondant respectivement aux tâches suivantes : rappel des connaissances sur les écritures d'un nombre et institutionnalisation locale de celles-ci, présentation du matériel de numération spécifique, explicitation de son principe de construction, rappels et institutionnalisation des termes décrivant les puissances de 10 intervenant dans la décomposition additive privilégiée (unités, dizaines, etc.), prescription de la tâche demandée et exemple de résolution de celle-ci sur un exemple.

Nous voyons que cette dévolution occupe presque la moitié de la séance et finalement débouche sur la monstration par l'enseignante de la résolution de la tâche. Tout se passe comme si l'enseignante, craignant que les élèves n'arrivent pas à réaliser la tâche à cause d'un défaut de disponibilité des connaissances nécessaires, s'assure de la mobilisation de celles-ci et s'engage ainsi dans un processus d'explicitation du problème posé qui la condamne finalement à le résoudre à la place des élèves (production de la décomposition additive et de l'écriture canonique du nombre).

b. Phase productive des élèves et qualité de l'activité effectivement engagée

Cette phase dure 22 mn et se déroule sur deux épisodes de 7 et 15 mn (épisodes 8 et 9). Dans un premier temps, l'enseignante explicite à nouveau la tâche demandée, réduit ses exigences initiales à la seule demande de la décomposition additive canonique du chemin correspondant à 6543. La tâche des élèves se réduit alors à la simple lecture et copie des nombres figurant dans les cases du chemin et au rajout de signe « plus » pour produire la décomposition additive souhaitée. Cette tâche individuelle est ensuite reprise par binôme et réalisée pour l'ensemble des chemins initialement proposés sur le photocopié avec un support photocopié.

c. Institutionnalisation

Finalement pendant 15 minutes, E termine la séance par une phase d'institutionnalisation comportant dans un premier temps une institutionnalisation locale et un bilan de la séance centrée sur la décomposition additive canonique d'un nombre suivant les puissances de la base et une copie individuelle sur le cahier du jour de la tâche réalisée précédemment par binôme.

Discussion

Nous pouvons interpréter le déroulement ci-dessus comme le résultat d'une dynamique de négociation à la baisse des exigences entre enseignante et élèves reposant sur trois éléments : une difficulté des élèves à mobiliser des connaissances et des techniques déjà acquises ou en cours d'acquisition⁷⁵, un enrôlement parfois difficile des élèves et un maintien de cet enrôlement et une difficulté pour le professeur à reconnaître et à lire dans l'action les connaissances et les procédures en jeu ou susceptibles d'être mobilisées. À cela s'ajoute en amont une analyse a priori trop faible de la situation qui ne lui permet pas de distinguer entre les deux procédures possibles de résolution. De plus, la professeure ne semble pas avoir identifié les différents systèmes de numération en jeu dans la situation.

Une faible vigilance didactique associée à des représentations parfois trop négatives, mais justifiées pour une part par une expérience et une connaissance des difficultés du public élève, conduit le professeur soit à résoudre le problème à la place de l'élève, soit à réduire la tâche à une simple tâche de reproduction s'appuyant sur un repérage d'analogies, voire parfois une tâche de copie. Cette négociation à la baisse est donc le résultat d'un réel souci de prendre en compte et d'anticiper sur les difficultés des élèves et une difficulté à mesurer dans l'action les enjeux d'apprentissage et les possibilités des élèves. Ainsi, lors de l'entretien, la professeure déclare avoir été surprise par la qualité des réponses des élèves comme par leur capacité à travailler en groupe et à se répartir les tâches. Elle ne semble pas, lors de cet entretien, consciente d'avoir réduit ses exigences, en cours de route, persuadée dès le début que la tâche proposée était trop difficile.

Que peut apporter l'expérimentation de situations à « fort potentiel adidactique » en vue d'un enseignement en direction d'élèves présentant des troubles cognitifs ou du comportement sur la viabilité de ces situations⁷⁶ ?

Cette seconde partie porte sur l'étude des conditions de mise en œuvre d'une situation à fort potentiel adidactique dans le cadre d'un enseignement à des élèves (adolescents) présentant d'importants troubles cognitifs et du comportement (en situation de handicap).

Problématique particulière

Nous reprenons le terme de situation « robuste » pour désigner des situations à fort potentiel adidactique, testées le plus souvent avec des élèves de classe « standard » et reproductibles par un professeur relativement expérimenté. Afin de tester les conditions d'adaptation d'une situation de ce type lorsque le public élèves change (ici un public relevant de l'éducation spécialisée), nous étudions les gestes et routines particuliers associés notamment au processus

⁷⁵ Ce défaut de disponibilité peut sans doute s'expliquer par le fait que les élèves ne reconnaissent pas le contexte qui nécessite la connaissance appelée ; ce contexte pouvant être différent ou identique à celui de la (des) situation(s) qui a permis la construction ou la fréquentation de la connaissance en jeu. Nous reviendrons sur cette caractéristique du public élève dans le chapitre 3.

⁷⁶ Cette partie a fait l'objet d'une communication avec P. Masselot dans le cadre du colloque de 2011 de l'ACFAS.

de dévolution⁷⁷ mis en œuvre par des enseignants dans ce contexte nouveau. En effet, dans ce dernier contexte, ce qui pourrait être considéré comme des bruits dans le cas d'un enseignement à un public standard peut constituer des éléments décisifs pour la réalisation de l'enjeu de la situation.

Ces analyses permettent d'autre part de mieux identifier la manière dont ces élèves restituent et mobilisent des connaissances acquises précédemment et dans une situation différente. Nous nous intéressons notamment aux connaissances qui, pour un public standard, sont considérées comme disponibles (c'est-à-dire mobilisables sans « appel » explicite) plutôt que mobilisables (avec appel explicite) (Robert, 1998).

C'est aussi l'occasion pour nous de préciser ce qu'un enseignant d'éducation spécialisée considère comme légitime de demander à un élève et ainsi de mesurer les prises de risque (par rapport aux mathématiques) qu'il accepte pour lui et aussi pour ses élèves.

Le contexte de la séance étudiée

a. Le contexte général de l'observation

Cette observation se déroule dans le cadre d'une action de formation continue destinée à des professeurs des écoles enseignant en ASH, option D⁷⁸. Il s'agissait de travailler avec un groupe de 6 à 8 professeurs se proposant de se présenter au CAPA-SH⁷⁹ en candidat libre (en attente d'une éventuelle inscription à la préparation mise en place par le rectorat de l'académie de Créteil⁸⁰) et désireux de travailler plus particulièrement sur les mathématiques. Ces professeurs des écoles volontaires s'engageaient à travailler dans leur classe en co-intervention avec les animateurs du groupe sur les séances de mathématiques ou sur des sujets qu'ils auraient eux-mêmes choisis. Le dispositif comporte deux types de situations. Des apports des formateurs sur des progressions à mettre en œuvre suivis de débats et des moments de compagnonnage individualisés basés sur la mise en œuvre et l'analyse de situations avec les élèves de la classe du professeur concerné. La situation que nous analysons dans cette contribution se place dans ce second type de situation de formation.

Une professeure du groupe exerçant en hôpital de jour (élèves présentant des troubles graves du comportement nécessitant une hospitalisation dans un service psychiatrique) a demandé à assister au déroulement d'une séance de résolution de problèmes basée sur un jeu. Son but était d'observer ses élèves en train de résoudre un problème s'appuyant sur un jeu de stratégie. En effet, cette enseignante hésitait à mettre en œuvre ce type d'activité et a donc demandé aux formateurs encadrant le groupe d'animer la séance. Le jeu « qui dira 20 ? » a été choisi. En sus d'un objectif de formation, notre objectif était de tester la résistance de ce type de situation et les conditions de sa reproduction dans cet environnement scolaire particulier. Ici deux éléments diffèrent par rapport aux conditions initiales d'expérimentation (Brousseau,

⁷⁷ « Le processus de dévolution décrit l'ensemble de l'activité du professeur qui consiste à amener l'élève à s'approprier le problème à résoudre, à mobiliser les connaissances nécessaires et à assumer la responsabilité de la résolution. La dévolution est un élément important du contrat didactique. Il ne suffit pas de "communiquer" un problème à un élève pour que ce problème devienne son problème et qu'il se sente seul responsable de le résoudre. Il ne suffit pas, non plus, que l'élève accepte cette responsabilité pour que le problème qu'il résout soit un problème "universel" dégagé de présupposés subjectifs. La dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement mais sur les situations qui le caractérisent. C'est un processus qui porte sur toutes les situations. » Brousseau 1987, Briand 1991.

⁷⁸ L'option D regroupe dans le système français de l'éducation spécialisée les élèves présentant des troubles du comportement et des troubles cognitifs.

⁷⁹ Le CAPA-SH est l'examen qui, en France, est nécessaire pour enseigner dans l'éducation spécialisée, il faut pour le présenter être auparavant professeur des écoles titulaire.

⁸⁰ Préparation assurée par des formateurs de l'IUFM.

1987) : le nombre d'élèves (4 au lieu d'une vingtaine) et le public élève. Dans quelle mesure ces élèves confrontés aux mêmes tâches et aux prescriptions mobilisent-ils des stratégies et des connaissances identiques à celles mobilisées par un public standard ? Notamment, à quelles conditions et jusqu'où ces élèves adoptent-ils une posture de joueurs ? Nous n'avons pas pu tester l'ensemble de la situation mais seulement le début de celle-ci (familiarisation avec le jeu, premiers éléments de stratégie).

b. Le contexte particulier

La situation et la séance

La séance s'est déroulée en deux temps. Dans un premier temps, les élèves pendant environ une demi-heure ont fait du calcul mental : compter/décompter, calcul de sommes, produits et différences, jeu du loto numérique. Le but de ces activités de calcul mental est double, d'une part revisiter certaines notions portant sur la numération des nombres entiers et sur différentes écritures de ceux-ci, d'autre part enrôler les élèves dans une suite d'activités à caractère mathématique dont la dernière a pour support un jeu de stratégie (cf. ci-dessous).

Un second temps a été consacré au jeu « qui dira 20 ? ». Nous ne présentons pas ici le détail du jeu et la situation « qui dira 20 ? » élaborée par Brousseau. Il s'agit d'un jeu de Nym (jeu de Marienbad) mettant en compétition deux joueurs A et B. Rappelons brièvement la règle du jeu : « A dit 1 ou 2, B ajoute 1 ou 2 au nombre dit par A, il peut donc dire (2 ou 3 si A a dit 1 et 3 ou 4 si A a dit 2), puis A ajoute à son tour 1 ou 2 au nombre dit par B, etc. Le joueur qui dit 20 a gagné. »

La stratégie gagnante relève de la division euclidienne. Pour la cible « 20 », elle consiste à dire, à partir d'un moment donné, une suite de nombres du type $3k + 2$ avec $0 < k < 6$. En particulier, pour être certain de gagner, le joueur doit avoir dit 17.

Toutefois la division euclidienne reste « cachée » dans la mesure où, pour une cible relativement faible, une stratégie de type « soustractions successives » (ou décomptage de 3 en 3) s'avère pertinente.

Cette situation est ce que l'on peut appeler une situation « robuste » à fort potentiel adidactique, au sens où son déroulement est fortement prévisible et aisément reproductible. C'est notamment le cas de la situation adidactique à partir de laquelle la situation didactique s'organise.

Rappelons seulement une de ses caractéristiques : le joueur perdant est susceptible d'apprendre autant et voire plus que le joueur « gagnant » en termes de stratégie.

Les élèves

Quatre élèves psychotiques participent à l'ensemble de la séance :

- Alex, considéré par la professeure comme le meilleur élément du groupe du point de vue des apprentissages.
- Yol, un élève un peu plus âgé que les autres mais qui présente de grandes difficultés pour s'exprimer et communiquer avec ses pairs.
- Yvan et Mano, deux élèves qui se situent, d'un point de vue scolaire, à des niveaux intermédiaires entre les deux élèves précédents.

Lors de la première partie de la séance, consacrée au calcul mental, tous les élèves peu à peu entrent dans l'activité, notamment Yol qui participe et réussit bien mieux que prévu lors du jeu de loto numérique. Ce constat confirme nos fréquentes observations sur les possibilités d'enrôlement plus grandes de ces élèves dans des activités de calcul mental. Nous renvoyons le lecteur à d'autres articles sur ce thème (Butlen 2007).

Le(s) professeur(s)

D'un commun accord, le chercheur et formateur (CF) qui assure principalement le rôle de professeur, présente le jeu et conduit sa mise en œuvre. Toutefois, les autres collègues, la professeure de la classe (P) et la conseillère pédagogique de la circonscription (CP), peuvent intervenir quand elles le jugent nécessaire pour éclairer, compléter ou étayer les interventions du principal intervenant.

Analyse du déroulement de la séance

a. L'objet de l'analyse

Nous analyserons cette séance selon trois points de vue : le point de vue des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité, celui de la situation, robustesse, conditions de fonctionnement spécifiques, conditions d'apprentissage, et celui de l'activité du professeur (CF), gestes et routines mis en œuvre notamment.

Ces points de vue sont complémentaires car ils apportent des regards différents sur les rapports enseignement/apprentissage dans ce contexte particulier.

Si on adopte le point de vue des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité, on peut par exemple s'intéresser à la spécificité du public et notamment au risque de voir à tout moment survenir une « crise » dans la mesure où des élèves psychotiques sont amenés à rentrer en compétition puis à dépasser celle-ci en vue d'un apprentissage méthodologique : élaborer, tester et valider une stratégie gagnante. La gestion de ces éventuelles crises nécessite d'en repérer les éléments déclencheurs.

Nous nous centrons dans cette contribution sur l'analyse de la situation, des variables en jeu, des conditions de gestion propres au public élève concerné et des gestes et routines du professeur mis en évidence à cette occasion, notamment ceux permettant l'enrôlement des élèves et la dévolution de la situation.

b. Les analyses

La mise en place du jeu « Qui dira 20 ? »

La règle du jeu est expliquée aux élèves oralement et grâce à une double simulation. Dans un premier temps, CF et CP ébauchent un début de jeu. Dans un second temps, Mano et Yol, à la demande de CF, finissent la partie.

Les élèves vont ensuite jouer deux par deux quatre parties (cinq en cas d'égalité), les deux gagnants se rencontreront ensuite ainsi que les deux perdants.

Le binôme Yvan-Alex

Nous nous intéressons plus particulièrement à deux élèves Yvan et Alex. Notre expérience de ce public en tant que formateur nous amène à penser que la différence de niveaux cognitifs de ces deux élèves et leur rapport aux interactions entre pairs sont très emblématiques de ce type d'élèves.

Yvan gagne les deux premières parties. Voici ce que les deux élèves ont respectivement proposé :

L'analyse des deux premiers jeux

- Le premier jeu⁸¹

Yvan	Alex
1	2
3	4

⁸¹ Nous avons signalé les nombres du noyau du jeu formulés dans chaque partie en caractère gras

6	8
10	12
14	16
17	18
20	

- Le deuxième jeu

Alex	Yvan
2	4
6	8
10	12
13	14
16	17
18	20

Nous voyons que, dans les deux cas, Yvan joue les deux derniers termes du noyau gagnant du jeu (17 et 20). S'il est difficile de statuer sur la proposition du nombre 14 qui pourrait être le résultat d'une toute autre stratégie (stratégie qui consisterait à ajouter 2, ou à énoncer un nombre pair, voire relever du hasard), plusieurs indices laissent penser qu'il n'en est pas de même pour 17 qui a été repéré (au moins au second jeu) comme gagnant. En effet, dans les deux premiers jeux, il semble s'apercevoir qu'il ne pourra pas dire 17 mais 18 et exprime son mécontentement « Oh non pas deux ! ».

La professeure (P) qui suit plus particulièrement ce binôme rappelle à Yvan qu'il peut jouer 1 :

P : Ben tu peux en ajouter que un si tu veux

CF : Tu peux rajouter un si tu veux !

Cette intervention du professeur rappelant la règle du jeu permet à Yvan de jouer 17, nombre qui doit lui assurer la victoire. Nous pouvons penser que Yvan hésite en effet entre une stratégie consistant à ajouter le plus systématiquement possible 2 et celle qui consiste à énoncer le nombre 17 quand c'est possible. Notons que l'intervention de la professeure est ici importante car elle autorise Yvan à privilégier la seconde stratégie. Il n'est pas certain qu'il l'aurait fait sans cela. On peut interpréter cette intervention comme une aide relevant de ce que Bruner dénommait le maintien de l'orientation (Bruner 1983).

Les deux victoires successives d'Yvan amènent Alex, élève occupant régulièrement la position de leader cognitif, à manifester sa déception.

Alex manifeste sa déception :

Alex : Ah non, je déteste jouer sur du papier, c'est nul !

P : Ah ça y est ...c'est (inaudible) si Alex perd c'est que c'est forcément nul !

CF : ah bon là c'est toi qui avais gagné

P : Non c'est Yvan

CF : et ici c'était Alex

P : non c'est Yvan aussi

CF : Ah ! Ben dis donc

P : Attention Alex, il faut que tu réfléchisses.

CF : Attention Alex

Alex manifeste une gestuelle spécifique, marque de sa mauvaise humeur.

P : ... il ne faut pas que tu mettes n'importe quel nombre

CF : Tu peux commencer Alex. C'est ton tour.
 P : Allez c'est parti !
 Mano : C'est un jeu
 P : Oui c'est un jeu
 CF : Ah oui c'est un jeu. C'est un jeu où il faut savoir jouer...
 Al : oh non c'est pas un jeu c'est un ragnagna
 P : Oui parce qu'Alex quand il perd, le jeu doit être forcément nul...

Rires

P : C'est un mauvais perdant
 Alex: Non !
 P : Si
 Alex: non !

La professeure s'assure donc que les deux élèves restent dans le jeu en rappelant des règles de convivialité.

Le troisième jeu

Alex gagne :

Alex	Yvan
1	2
3	4
5	6
8	10
12	14
16	18
20	

Lors de cette partie, Yvan ne semble pas réinvestir le constat vraisemblablement fait à la partie 2. Il énonce 18 à la suite de l'énonciation du 16 au lieu de 17. Plusieurs interprétations sont possibles. Yvan peut avoir été pris par une stratégie d'ajout systématique de 2 au nombre précédemment énoncé (6-8-10-12-14-16-18) et peut ne pas s'être autorisé à rompre cette suite car la professeure n'intervient plus pour le lui permettre comme elle l'a fait au jeu précédent. Il peut aussi ne pas avoir réinvesti le constat précédent, ne capitalisant pas l'acquis d'un jeu sur l'autre. Enfin, il peut tout aussi bien avoir été distrait ou bien encore vouloir laisser gagner son partenaire.

Nous n'avons pas à ce stade assez d'information pour conclure.

Le quatrième jeu

Yvan	Alex
1	2
4	6
8	10
12	14
16	17
18	20

Yvan : C'est moi qui commence

Alex : Ben si tu gagnes encore un jeu tu gagnes. Mais si je gagne encore un jeu on sera à égalité

CF : Ben on fera une dernière partie pour savoir qui gagne.

P : Allez concentre-toi bien, Yvan

CF : Allez !

Alex et Yvan, tour à tour, inscrivent les nombres.

CF : Ah non, (s'adressant à Yvan), tu as rajouté combien là ?

Yvan : trois

CF : ah non ! Tu ne peux rajouter que un ou deux

Les élèves continuent. Alex écrit 17 sur la feuille.

Yvan : Non !!!

Changement de mimique... Yvan s'adresse à P du regard puis il manifeste son mécontentement :

Yvan : Parce qu'on préfère faire un + un ...

P : Ben oui ben c'est comme ça

Alors que Yvan est visiblement mécontent Alex termine.

Le déroulement de ce jeu montre bien que Yvan a compris qu'il ne fallait pas laisser l'adversaire dire 17. De même, Alex a fait le même constat à la partie précédente. Cela nous amène à penser autrement l'échec précédent d'Yvan et le succès d'Alex.

c. Le succès d'Alex

Il semble qu'Alex ait profité pleinement de sa position de joueur perdant lors des deux premières parties. S'il continue à jouer (comme Yvan) en privilégiant un peu un ajout de 2 au nombre précédemment énoncé, il a repéré en observant le jeu de Yvan que 17 est un passage assurant la victoire. La situation fonctionne avec cet élève (et dans une certaine mesure avec le binôme Yvan/Alex) comme avec un public « ordinaire » d'élèves.

Les remarques précédentes montrent que Yvan a, dès la fin du premier jeu, perçu le rôle de 17. En termes de stratégie, les deux élèves semblent donc très proches. Ils privilégient un peu l'ajout de 2 au nombre précédemment énoncé tout en préférant le plus souvent les nombres pairs et s'adaptent si possible au jeu pour pouvoir à l'avant-dernier coup dire 17 :

1-2-3-4-6-8-10-12-14-16-17-18-20

2-4-6-8-10-12-13-14-16-17-18-20

1-2-3-4-5-6-8-10-12-14-16-18-20

1-2-4-6-8-10-12-14-16-17-18-20

d. L'échec d'Yvan

Cet échec peut alors s'expliquer autrement. Certaines phrases prononcées par la suite (voir plus loin) nous laissent penser qu'il a pu laisser gagner Alex au troisième jeu, sans doute parce qu'il reconnaît en celui-ci un sujet meilleur élève que lui-même. Il est également possible qu'il se soit désintéressé ponctuellement du jeu ou bien encore qu'il pense que c'est au tour d'Alex de gagner.

Dans tous les cas, pour des raisons sociales (respect d'une hiérarchie cognitive ou convivialité ou désinvestissement passager), Yvan rompt avec une logique de joueur qui cherche à gagner (indispensable pour le fonctionnement de la situation adidactique). Cette rupture est passagère car, comme nous le verrons plus loin, il attend en retour au quatrième jeu la même attitude de la part d'Alex ; ce qui n'est pas le cas car ce dernier a profité de ce « cadeau » pour apprendre à jouer, c'est-à-dire repérer le statut du 17 et le réinvestir efficacement dans le quatrième jeu.

Cette rupture dans la logique des joueurs et la non réciprocité du geste d'Yvan par Alex crée une situation de crise chez Yvan qui va manifester son désarroi et sa douleur.

Yvan tape sur la table... se manifeste de plus en plus et se met à pleurer.

CF : (s'adresse à M et Yol) Vous pouvez en faire une autre en attendant qu'ils aient fini.

P : Tu ne vas pas nous faire ton cinéma hein

Yvan continue à se manifester, se donne des tapes sur la joue. Visiblement malheureux.

Les professeurs ont des réponses très différentes à cette étape du jeu pour limiter la crise.

CF, chercheur, restant neutre par rapport au jeu et ne voulant pas intervenir sur l'évolution des stratégies des élèves, essaie d'arrêter la crise de larmes en disant que ce sera le cinquième jeu qui fera la différence entre les deux joueurs. Ce qui ne semble pas suffire.

P, professeure de la classe, habituée à ce type de manifestations de la part d'Yvan, intervient sur un tout autre plan en lui disant d'arrêter « son cinéma ». Il semble effectivement que la crise d'Yvan ne soit qu'en grande partie superficielle (ce qui reste toutefois à vérifier).

CP prend la décision de faire constater à Yvan les raisons du succès d'Alex. Ce dont Yvan est d'ailleurs conscient :

CP : (*s'adressant à Yvan*) Qu'est-ce que tu aurais pu faire là ? Pour éviter ça ! Au lieu de mettre seize il aurait fallu que tu mettes combien ? Regarde !

Yvan : lui pas dix-sept

CP : Oui. Lui, il a fait attention. Mais toi avant tu aurais pu faire attention à quoi ?... Au lieu de mettre seize ?

Alex : Mais Yvan arrête de chouiner... t'es pas un bébé !

CP : Tiens regarde. Lui il a mis quatorze...

Yvan : pas contre Alex !

CP : Mais regarde, vous êtes ex aequo. Avec Alex, vous êtes ex aequo. Vous allez en faire un troisième pour pouvoir gagner. Alors justement, réfléchis...

Ce retour au déroulement du jeu amène d'ailleurs Yvan à donner la raison de son désarroi :

Yvan : Il me laisse pas gagner

CP : On te laisse pas gagner. Parce que toi tu l'as laissé gagné ?

Yvan : Une fois

CP : Ben oui mais tu n'aurais pas dû !

Yvan : à cause du...

(...)

CP : Yvan, est-ce que tu veux que je t'aide pour que tu essaies de comprendre pourquoi tu as perdu ?

Yvan : Parce que il...(sanglot)... pas laissé gagner

CP : Oui mais. Avant tu aurais pu faire quelque chose. (*Elle reprend la feuille de jeu*) Regarde. Là il y avait douze et deux quatorze. Toi tu aurais pu mettre combien à la place...

Yvan : *inaudible*

CP : Non tu aurais pu mettre autre chose : quatorze, tu aurais pu mettre quinze.

Après avoir formulé ces éléments d'explication, CP demande aux deux élèves de jouer le cinquième jeu :

CP : Allez on fait la finale là... tous les deux, Yvan et Alex.

Yvan : Je veux pas commencer

CP : Tu ne veux pas commencer. D'accord. Allez c'est Alex... c'est parti. C'est Alex qui commence.

La professeure (P) à cette occasion revient sur l'attitude d'Yvan :

P : Allez tu arrêtes Yvan. Tu sèches tes larmes.

Yvan chouinant toujours mais se remettant au jeu néanmoins.

P : Dis donc, ça fait combien de temps que tu ne m'as pas fait ça en classe là ?

Yvan : Il faut pas n'importe quoi

Tout au long du jeu, les professeurs essaient chacun à leur tour d'amener les élèves, notamment Yvan, à reprendre une posture de joueur :

CP : Oui mais là tu es déconcentré

CF : Attention...
 CP : Concentre-toi
 (...)
 Alex :
 Yvan : *inaudible*
 CP : réfléchis
 Yvan : faut faire attention hein
 CP : Oui faut faire attention.
 P : Bien attention.

- Le cinquième jeu

Alex	Yvan
1	2
4	6
8	10
11	12
14	15
17	18
20	

On peut penser que Yvan et Alex essaient d'adapter leurs stratégies pour pouvoir dire 17. Toutefois, Alex abandonne plus vite que Yvan l'ajout de 2 et le recours à un nombre pair, ce qui l'amène dès le troisième coup, à citer la suite des nombres « noyau du jeu » 8-11-14-17-20, sans doute implicitement au moins pour 8 et 11. Ce qui lui assure la victoire.

On peut donc dire que Yvan et Alex bénéficient tous les deux mais inégalement de l'expérience des jeux précédents et des interactions. L'intervention de CP ci-dessus semble donc relativement efficace mais insuffisante pour amener Yvan à combler son retard par rapport à Alex. Cette intervention est trop ponctuelle pour dénouer la tension que subit Yvan. En revanche, elle fonctionne bien pour Alex qui n'était pas directement visé.

Alors qu'Alex manifeste son contentement, Yvan va à nouveau connaître un moment de désarroi et regretter encore sa bienveillance dans les jeux précédents :

P : Bien attention
Alex marque un nombre (17 ?) et sourit à la maîtresse.
 P : Là Alex a été très malin.
Yvan bougonne... inaudible
 P : Fallait pas laisser gagner Alex une fois.
Yvan pleure à nouveau
 P : Ben oui c'était gentil
Alex (se lève, visiblement satisfait) : Yes !
 (...)
 P : (*à Yvan qui pleure*) Bon arrête s'il te plaît !
 CF : Yvan tu vas jouer contre Yol. Et Alex va jouer contre Mano. Ce n'est pas fini !
Yvan ne se calme pas.
 CP : Ce n'est pas fini. Tu vas voir. Tu vas pouvoir te rattraper.
Yvan ne se calme toujours pas.
 P : Bon ben tu vas sortir.
 Yvan : Non !
 P *continue, essaie de le calmer en lui parlant en aparté. Gestuelle enveloppante (elle l'entoure de ses bras, au niveau de l'épaule)*
 P : Ben tu vas jouer contre Yol

P : Bon tu laisses tomber. Tu sors.

Yvan : Non...

P : Bon tu vas t'asseoir à côté de Yol. Et tu ne le laisses pas gagner.

Alex : Allez, sèche tes larmes. Sèche tes larmes ... tu as encore une chance Yvan

Pour arrêter la crise, CF propose à Yvan de jouer contre lui, CP renchérit en proposant de s'associer contre CF. Yvan refuse ces alternatives mais ne veut pas quitter la partie et accepte de jouer contre le perdant du second binôme.

Pour ce binôme, tout s'est bien déroulé contrairement aux craintes manifestées en amont par l'enseignante. En effet, celle-ci était davantage préoccupée par l'attitude éventuelle de Yol que par celle d'Yvan. Yol a manifesté un grand investissement pour le jeu, abandonnant son attitude habituelle qui consiste à se tenir plutôt en retrait et à craindre les interactions avec ses pairs.

e. Le règlement de la crise

C'est P qui va improviser et trouver les mots et les gestes nécessaires pour dénouer la crise et faire revenir Yvan dans la partie. Elle mobilise divers outils. Elle va s'adresser en particulier à Yvan en travaillant sur la stratégie du jeu, en la reformulant à sa place et en étayant son jeu (durant le premier jeu de la partie contre Yol). Elle l'amène aussi à revenir sur son jeu après coup, à le repenser en étayant ses formulations, voire en formulant à sa place mais sans apporter d'éléments nouveaux. De plus, durant le jeu, elle l'encourage et s'assure de sa concentration. Parallèlement à cela, elle va adopter une attitude sécurisante déjà amorcée plus haut, en mettant en œuvre une gestuelle « enveloppante » : elle tient Yvan par l'épaule, lui parle doucement, le sécurise.

P s'accroupit auprès de Yvan : Bon et tu arrêtes de pleurer parce que sinon tu ne vas pas gagner hein.

Yvan : des erreurs

P : Ce ne sont pas des erreurs Yvan. C'est un jeu ; écoute.

P : Tu es capable de supporter ça hein !

P : ça ne peut pas marcher à tous les coups

P : Un ou deux tu choisis. Voilà ! Concentre-toi !

Alex : Et voilà ! (*Alex vient de remporter la première partie contre Ma*)

P : Tu vois il n'y a pas que toi qui perd contre Al.

(...)

CF : Attention ! Concentre-toi bien ; il a mis quinze (pointant sur la feuille de jeu le nombre que vient de marquer Yol :.) Qu'est-ce qu'il faut faire pour être sûr de gagner ?

Yvan marque seize

(...)

P : regarde ce que tu aurais pu faire là. Tu as écrit seize. Tu aurais mis dix-sept. C'est toi qui prenais la main. Concentre-toi et réfléchis. Là tu n'es plus dans ton...

(...)

P : Allez. Qui a commencé tout à l'heure ?

Yol : moi

P : C'est toi qui as commencé, donc à Yvan de commencer.

(...)

P : Concentre-toi. Allez. Tu perds, tu perds... forcément si tu ne fais pas attention.

(...)

P : Ce n'est pas magique, hein !

(...)

Yvan : mais pas dix-sept

P : C'est celui qui met dix-sept qui gagne.

Yvan : Il a perdu...

(...)

P : Est-ce que tu as remarqué qu'à chaque fois que tu joues, c'est celui qui écrit le 17 qui gagne ? Pourquoi ? Parce que

Yvan : dix-huit

P : Parce que... dix-huit et tu as perdu. Et dix-neuf aussi ... parce que qu'on mette dix-huit ou qu'on mette dix-neuf c'est forcément... ce qu'il faut c'est que tu essaies de... là regarde. Yol a écrit « 14 » toi tu as écrit

Yvan : quinze

P : Quinze. ... ben non on ne peut pas mettre dix-huit ou dix-neuf... Allez on ressaye !

La suite de la partie montre que cet ensemble de décisions prises à chaud et les gestes qui accompagnent leur mise en œuvre s'avèrent efficaces. En effet, Yol et Yvan vont s'investir à nouveau dans la partie, affiner leur stratégie et terminer à égalité. Alex restera le vainqueur car il gagnera contre Ma.

Discussion

Rappelons les trois points de vue adoptés pour conduire notre analyse de la séance : celui de la situation (robustesse), celui de l'activité du professeur : gestes et routines de gestion notamment et celui lié aux fonctions d'étayage. Ces points de vue sont complémentaires et étroitement liés. Il est en effet difficile d'étudier l'activité des élèves et notamment le fonctionnement de leurs connaissances sans prendre en compte les conditions de ce fonctionnement et donc sans considérer la situation ou de l'activité du professeur.

a. La situation

L'analyse précédente nous renseigne sur le fonctionnement de ce type de situation. Elle montre qu'une telle situation (du moins le tout début de celle-ci) peut fonctionner collectivement avec le public relevant de l'ASH, option D, mais ne fonctionne pas systématiquement pour chaque élève. Nous avons pointé des raisons possibles de dysfonctionnements. Elles trouvent leur source dans une tension qui marque profondément l'enseignement à ce type d'élèves et plus largement l'enseignement dans le secteur de l'éducation spécialisée. Le professeur doit en effet faire se rencontrer l'itinéraire cognitif collectif proposé aux élèves et les parcours et cheminements cognitifs personnels de chaque élève. Cette rencontre passe notamment par des enrôlements et des négociations locales.

Les connaissances mobilisées dans ce début de mise en œuvre de la situation sont très contextualisées. A ce stade, la stratégie gagnante consiste pour le joueur à jouer dans le noyau du jeu (constitué des nombres n tels que $n = 3k + 2$ avec $k < 6$) ; il lui suffit d'ailleurs seulement de jouer 17 pour s'assurer de la victoire. Cette stratégie est très liée à l'action, elle peut rester implicite. Pour acquérir une certaine pérennité, elle doit devenir explicite. Si elle reste implicite, elle risque de ne pas être distinguée d'autres stratégies. C'est le cas notamment de celle consistant à ajouter systématiquement deux au nombre précédemment dit. De plus, le risque existe de la voir s'effacer devant d'autres contraintes notamment sociales comme cela a été le cas pour Yvan. La prise de conscience du caractère nécessaire de la stratégie nécessite donc une formulation. Ainsi, Yvan, abandonnant une posture de joueur, ne peut ensuite bénéficier de l'expérience des jeux précédents, ne réinvestit pas les constats effectués et se retrouve en situation de « décrochage » (local). Non seulement, il ne finalise pas pour lui-même, les apprentissages amorcés mais il peut contribuer à une désaffection collective. On peut penser que Yvan ne perçoit plus la situation comme une situation dont le but est l'apprentissage d'une stratégie mais la vit (du moins pendant le troisième jeu) comme une situation réglée par des contraintes essentiellement sociales (respect d'une certaine hiérarchie entre élèves).

Dans le scénario initial élaboré par Brousseau, cette explicitation est assurée par la situation de formulation. Elle s'organise notamment autour de plusieurs moments :

formulations plutôt spontanées (s'étalant sur plusieurs jours) par des élèves lors de la situation d'action d'éléments de la stratégie (notamment liés au nombre 17), diffusion de ces derniers lors d'un jeu par équipe et enfin production d'énoncés lors d'un « concours des propositions ». Ce déroulement nécessite un enrôlement dans la durée des élèves et un temps beaucoup plus long. Ces conditions ne peuvent être réalisées lors de notre mise en œuvre car dès le troisième jeu, Yvan et Alex rendent improbable un tel déroulement. Le professeur doit alors organiser autrement l'explicitation.

Dans l'action, trois solutions sont envisagées pour mettre en place une situation de formulation. La première, proposée par CF, consiste à rester dans le cadre la situation adidactique. Il parie sur une explicitation, résultat d'une prise de conscience par le joueur (Yvan) de la stratégie gagnante mobilisée par un joueur performant (CF lui-même). Pour cela, il lui propose de jouer contre lui. La deuxième stratégie rapidement amorcée par CP consiste à provoquer l'explicitation en proposant à Yvan de s'associer avec lui pour jouer contre un « bon joueur » (CF). Ces deux premières alternatives sont immédiatement rejetées par Yvan. La dernière alternative, si on exclut un abandon momentané de la situation, consiste pour le professeur à prendre en charge une partie de l'explicitation. Nous l'avons décrite ci-dessus, c'est la solution retenue par la professeure P.

b. L'activité du professeur, la mise en œuvre de fonctions d'étayage

La professeure mobilise à cette occasion des connaissances issues de son expérience professionnelle et de sa connaissance⁸² des élèves. Elle met en œuvre un ensemble de gestes professionnels qui lui permet non seulement de résoudre la crise provoquée par Yvan mais aussi d'assurer la poursuite du travail en cours, et de maintenir l'enrôlement de tous les élèves.

Nous pouvons interpréter cette initiative comme un « incident critique » (Roditi, 2005), révélateur d'une tension entre ce que la professeure juge légitime d'exiger de ses élèves (point de vue éthique) et ce que son expérience professionnelle et l'évaluation des compétences de ces élèves pourraient lui permettre d'exiger. En effet comme nous l'avons déjà signalé ci-dessus, prenant en compte les troubles de comportement manifestés par ses élèves, P hésite à les engager dans une situation de compétition entre pairs. En revanche, certains de ses propos montrent qu'elle estime Yvan susceptible de surmonter ces difficultés et ce grâce à la routine d'étayage décrite ci-dessus :

- P : Ce ne sont pas des erreurs Yvan. C'est un jeu ; écoute.
- P : Tu es capable de supporter ça hein !
- P : ça ne peut pas marcher à tous les coups
- P : Un ou deux tu choisis. Voilà ! Concentre-toi !

Cet incident nous semble critique car non seulement il nous renseigne sur la viabilité de ce type de situations mais aussi sur les possibilités de développement professionnel de la professeure. Ainsi, une prise conscience de cette tension pourrait lui permettre de dépasser cette tension.

D'autres analyses restent toutefois nécessaires pour confirmer cette hypothèse, notamment celles portant sur l'identification des gestes et routines professionnels mis en œuvre lors de la gestion de la situation et des éventuelles crises qui peuvent survenir.

Nous avons vu que la professeure de la classe (et pour une moindre part, la conseillère pédagogique) ont construit des routines qui dépassent largement le cadre des seules mathématiques ; en effet, leur mise en œuvre nécessite des savoirs sur les élèves, sur leur

⁸² Connaissance que ne possèdent pas CF et CP.

pathologie ou leur handicap, sur le groupe d'élèves et sur leurs compétences en termes d'interactions.

Un geste important semble être celui qui vise une des fonctions d'étayage : le maintien de l'orientation. P intervient plusieurs fois dans ce sens, sans doute insuffisamment lors de la partie entre Yvan et Alex, mais efficacement lors de celle entre Yvan et Yol.

De même, P se révèle la plus efficace des trois adultes animant la séance pour gérer la crise provoquée par Yvan. Elle met en œuvre une routine alliant plusieurs gestes : discours dirigé prioritairement à Yvan, formulation et explicitation d'éléments de la stratégie gagnante, voire d'institutionnalisation locale, maintien de l'orientation, gestuelle sécurisante. Elle décide même de ne faire disputer qu'un nombre pair de parties entre les « perdants » afin de clore le jeu en attribuant une place de troisième à chacun.

Toutefois, cette routine reste marquée par les mathématiques et les contenus travaillés comme le montrent les limites (hésitations) des interventions de l'enseignante de la classe. Ainsi, elle semble rencontrer des difficultés pour identifier les éléments de la stratégie des joueurs, notamment pour optimiser cette stratégie et adapter son intervention en fonction. Toutefois, nous pensons que ce ne sont pas l'acquisition des gestes et routines nécessaires à la gestion de la crise décrite ci-dessus qui interdisent à l'enseignante (P) de mettre en œuvre des jeux de stratégies mais plutôt des conceptions éthiques très générales.

Ainsi, P n'osait pas mettre en œuvre de telles situations pour essentiellement deux raisons liées à une prise de risque. Prise de risque pour les élèves d'une part qui renvoie à une certaine éthique : elle s'interroge sur le droit du professeur à enclencher des crises comme celle décrite ci-dessus. Prise de risque pour le professeur qui n'est pas certain de savoir gérer les crises éventuellement provoquées par ce type d'activité. La prise de conscience de l'existence de ces routines grâce à leur identification et leur explicitation par le chercheur peut permettre à cette enseignante d'interroger les choix qui ont été les siens. Cela peut notamment contribuer à une meilleure évaluation des risques accompagnant la mise en place et la gestion de ce type de situations et ainsi élargir les marges de manœuvre de l'enseignant.

Notons à ce propos qu'entrer par la nature des troubles (psychotiques, autisme ou trisomie...) ne peut suffire. Il est indispensable de s'appuyer aussi sur une analyse didactique des conditions de l'apprentissage : dévolution et enrôlement, variables assurant ou non le fonctionnement de la situation adidactique, etc.

Pistes pour la recherche et la formation

Ainsi, lors d'une formation, il nous semble important d'adopter une approche holistique mettant en relation divers points de vue. Il peut s'avérer profitable de prendre en compte les pratiques adaptatives des éducateurs/enseignants dans les structures spécialisées, de leur faire expliciter ce qu'ils perçoivent afin de faire émerger des conceptualisations-en-acte (Vergnaud, 1996) de manière à enrichir les catégories de lecture fournies par des nosographies médico-psychologiques.

En étroite relation avec une analyse didactique fine de la situation et notamment du déroulement de la séance (en référence à une analyse a priori), on peut également se livrer à une analyse du profil des différents élèves en jeu, de ce qui se joue pour eux dans la séance. Des études de cas comme ceux d'Yvan ou de Alex ou encore les différences cognitives manifestées par les quatre élèves N, P, M et S du chapitre deux seraient particulièrement intéressantes pour anticiper sur la gestion de la séance étudiée ici.

Cette analyse fine ainsi pourrait permettre aux professeurs d'enrichir l'exercice de leur vigilance didactique, de réfléchir aux gestes et routines associés à cet exercice.

Enfin, pour être efficace, il nous semble important d'exemplifier ces études par des exemples d'incidents critiques du type de celui que nous venons de présenter dans le chapitre trois, incidents vécus par le professeur ou par l'un de ses pairs.

Bibliographie

- BRUNER, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire*, Paris, Presses universitaires de France.
- BUTLEN D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des Professeurs des Écoles*, HDR Paris, Université Paris 8, Paris.
- BUTLEN D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution des problèmes numériques*. Presses Universitaires de Franche-Comté
- BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 33-115
- DUVAL, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol 5, 37-65
- LEPLAT, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris: PUF.
- PELTIER M.L. (Ed) (2004). *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- PLANCHON, H. et Roux, M.O. (1989) *Réapprendre les maths : théorie pratique du réapprentissage*. Paris : ESF.
- ROBERT A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* Paris : Octarès.
- ROBERT A, ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *la revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), Toronto, 505-528.
- ROBERT A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 18. Num. 2. p. 139-190. La Pensée Sauvage éditions Grenoble.
- RODITI E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques : entre contraintes et liberté pédagogique, *Savoir et Formation*, Lharmattan éditions Paris.
- ROGALSKI, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/3, 343-388.

ANNEXES –(relatives)

Annexe A.1. : extraits du protocole de la séance découpé en épisode

	<p>Sous-épisode 3.8 : exploration de la deuxième colonne du tableau</p>	<p>Comment est-on passé d'une ligne à l'autre ? Elle saute les cases une à une avec le stylo. Comment on est passé ? P : c'est égal ? Enseignante : alors tout est égal. Bah si tout est égal ! Alors il n'y a rien ! Alors comment on a fait ? Comment fait-on quand on compte un deux trois... ? Ce n'est pas difficile ? Elle compte sur ses doigts. C'est la suite des nombres qu'on connaît tous. Pour aller de un à deux, on a ajouté... ? Elle montre 1 avec son doigt. : 16 N : un Enseignante ; de deux à trois N : deux Enseignante : de deux à trois ? De trois à quatre ? N : un Enseignante : bon on a ajouté un à chaque fois et on compte, d'accord ? Alors la deuxième colonne ? L'enseignante montre chaque case une à une Est-ce qu'on a fait pareil ?? Les élèves ensemble : non Enseignante : on a fait quoi ? Ensemble : des dix Enseignante : des paquets de ...</p>	<p>E explicite le principe de remplissage de la colonne des unités : ajout de 1 à chaque ligne P et N interviennent dans le comptage. E initialise (non consciemment sans doute) ici un processus automatisé de comptage. Ce processus se traduit par des réponses à l'unisson des élèves L'enseignante demande ce que représente les autres colonnes ; S et N répondent respectivement par les « dix », les « 100 ».</p>
--	---	--	---

E relance le processus de comptage automatisé pour la colonne des dizaines : 23, 30, etc.

Reprenant N, elle précise que les élèves ont ainsi compté de 10 en 10.

		<p>S : dix</p> <p>Enseignante : des paquets de dix. Donc on a commencé à dix. Et après ? Qu'est-ce qu'il y a au-dessus ?</p> <p>N : 100</p> <p>Enseignante : non au-dessus N.</p> <p>L'enseignante leur pointe les différentes cases sur sa feuille photocopiée.</p> <p>Elèves ensembles : 20 30 40...</p> <p>Enseignante : on a compté de combien en combien ?</p> <p>N : de deux en deux</p> <p>Enseignante : de deux en deux ? Non</p> <p>S : de dix en dix.</p> <p>Enseignante: on a compté de dix en dix. Très bien S.</p>	
	<p>Sous-épisode 3.9 : exploration de la troisième colonne du tableau</p>	<p>La troisième colonne P avant que tu ne t'endormes. On a compté comment ?</p> <p>: 17</p> <p>P : de cent en cent</p> <p>Enseignante : de cent en cent. Là ça devient plus dur pour vous. Alors, cent</p> <p>P : 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900</p> <p>Enseignante : 900. Très bien.</p>	<p>P reprend ce comptage en l'étendant à la colonne des centaines à la demande de E.</p>
	<p>Sous-épisode 4.2 : Résolution de la tâche</p>	<p>Sous-épisode 4.2.1 : Répartition des tâches entre élèves, amorce de résolution</p> <p>P distribue les rôles de chacun.</p> <p>P : toi tu mets là...</p> <p>L'enseignante s'installe à son bureau et écrit. Elle les laisse autonomes.</p> <p>S prend toutes ses étiquettes.</p> <p>P les prend une à une.</p> <p>P s'occupe de la quatrième colonne. Il pose d'abord tous les 000 dans chaque case de la colonne puis rajoute les 1, 2, 3...</p>	<p>P répartit les tâches entre élèves (spontanément ou du moins sans intervention explicite de E).</p> <p>P s'occupe de la colonne des mille en posant tout d'abord les étiquettes 000 (puissance de la base)</p>

		<p>M s'inspire de la même stratégie pour la deuxième colonne. Il ne pose que 0 puis 1. Il s'arrête.</p> <p>P (à M) : dix en dix. Fais juste 1 2 3 4 5 6 7</p> <p>S est au niveau de la première colonne.</p>	
		<p>Sous-épisode 4.2.2. : L'enseignante s'assure de l'enrôlement de chacun et de tous</p> <p>N est inoccupé.</p> <p>: 19</p> <p>N : ce n'est pas facile, je n'y arrive pas</p> <p>Enseignante : fais ce que tu connais déjà.</p> <p>Enseignante : allez N arrête de rigoler.</p> <p>: 20</p> <p>N : j'y arrive pas...</p> <p>Enseignante : si tu n'y arrives pas, tu essayes. Demande aux copains... Qu'est-ce que tu as à faire. Lequel as-tu ?</p> <p>N : le 100</p> <p>Enseignante : 200 ? Et lequel a la première colonne ?</p> <p>S : moi</p> <p>P : Là c'est de un en un. Allez toi tu fais de dix en dix.</p> <p>S : mets juste les zéros.</p> <p>Enseignante : vous n'êtes pas obligés de vous répartir une colonne chacun, vous pouvez travailler ensemble. Regarde N elle est perdue. Les copains, vous pouvez l'aider ? Tu vas l'aider P ?</p>	<p>E s'assure de l'enrôlement de N qui a la charge de la colonne des centaines et de l'entraide collectif. P assure toujours la distribution des tâches (correspondant aux colonnes).</p>
Episode 5 : institutionnalisation	Sous-épisode 5.1. : transition vers la correction	<p>Sous épisode 5.1. : Correction de la première colonne et institutionnalisation du terme unités</p> <p>Enseignante : Vous allez vous asseoir à votre place. On va regarder si vous ne vous êtes pas trompés. Vous pouvez retourner maintenant. Vous retournez votre tableau et vous regardez. Alors la 1^{ère} colonne</p> <p>L'enseignante montre chaque case avec son stylo.</p> <p>Ensemble : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</p> <p>Enseignante : où 10 ?</p>	<p>E introduit le moment de correction. Les élèves sont censés comparer le modèle de leur feuille photocopie avec le tableau. Elle fait lire au tableau les éléments de la première colonne. Les élèves ensemble comptent jusqu'à 10, dépassant 9. Effet d'un comptage automatisé</p>

	<p>Ensemble : non 9</p> <p>Enseignante: vous avez pareil sur votre feuille ?</p> <p>Ensemble : oui</p> <p>Enseignante : et dans cette case ?</p> <p>Elle montre la case vide située sous le 1.</p> <p>P : 0</p> <p>Enseignante : c'est la colonne de quoi ?</p> <p>P : des uns</p> <p>Enseignante : des uns ?</p> <p>S : non des unités</p> <p>Enseignante : c'est quoi son nom ?</p> <p>S : des unités</p> <p>Enseignante : très bien S.</p> <p>L'enseignante écrit « unités » dans la case.</p> <p>S : des dizaines</p> <p>M : puis les centaines c'est là où il y a ...</p> <p>Enseignante : donc c'est la colonne des unités.</p>	<p>(récitation de la comptine)</p> <p>La dixième case étant réservée au nom de la colonne. Terme qu'elle fait retrouver par P (qui propose les uns) et puis S.</p> <p>S et M ont compris le principe et proposent les termes respectivement de dizaines et centaines.</p>
<p>Sous épisode 5.2. : Correction de la deuxième colonne et institutionnalis</p>	<p>Enseignante : Puis après ? On vérifie d'abord si vous avez fait juste.</p> <p>: 27</p> <p>Ensemble : 10 20 30 40 50 60 70 80 90</p> <p>Enseignante : d'accord. Donc là c'est la colonne des quoi ?</p> <p>S : la colonne des dizaines</p> <p>Enseignante : la colonne des dizaines. Très bien.</p> <p>L'enseignante écrit « dizaines »</p> <p>Enseignante : Pourquoi c'est la colonne des dizaines ?</p>	<p>Les élèves comptent de 10 en 10 les éléments de la seconde colonne en s'arrêtant à 90 cette fois-ci.</p> <p>Institutionnalisation du terme dizaines en s'appuyant sur une proposition de S.</p>
<p>ation du terme dizaines</p>		<p>Notons l'emploi « régressif » de l'expression « paquets de dix » par E.</p> <p>P et N indique qu'ils ont compris et en partie automatisé le principe du</p>

		<p>P : parce que ça va de dix en dix</p> <p>Enseignante : parce que c'est des paquets de dix. Très bien. Là il y en a un.</p> <p>L'enseignante montre l'étiquette 1 qui constitue le nombre 10.</p> <p>P : deux</p> <p>Enseignant : là deux paquets de dix.</p> <p>Elle pointe l'étiquette 2 du nombre 20.</p> <p>P : là trois paquets de dix.</p> <p>N : quatre, cinq, six, sept, huit</p>	comptage par colonne (au moins sur les dizaines).
	Sous épisode 5.3. : Correction de la troisième colonne et institutionnalisation du terme centaine	<p>Enseignante : là on a la colonne des centaines. Bon allez y comptez : 100</p> <p>Ensemble : 100 200 300 400 500 600.</p> <p>L'enseignante écrit « centaines » pendant qu'ils comptent.</p>	E déclenche l'automatisme de comptage de 100 en 100. Les élèves comptent à l'unisson pendant que E écrit le terme « centaines » dans la case adéquat
	Sous épisode 5.4. : Correction de la quatrième colonne et institutionnalisation du terme unité des milles	<p>Enseignante : là c'est la colonne de quoi ?</p> <p>: 28</p> <p>Ensemble : 1000 2000 3000....</p> <p>Enseignante : bon on appelle ça, je vous le dis quand même, les unités de mille.</p> <p>Elle écrit « unités de mille »</p> <p>Enseignante Comme on a les unités de là, unités dizaines centaines et on va avoir les dizaines de mille. Allez y comptez de dix mille en dix mille.</p> <p>Ensemble : 10000 20000 30000</p> <p>Enseignante : bon super.</p>	:
Episode 6 : reproduction individuelle	Sous-épisode 6.1. :	<p>Enseignante Je vais vous donner des étiquettes et vous allez juste avoir à coller les mots dans les bonnes colonnes.</p> <p>Allez prenez ce qui faut.</p>	E distribue les étiquettes où sont écrits : unités, dizaines, etc. afin que les élèves puissent les coller

Prescription de la tâche

<p>du tableau avec désignation du nom des colonnes</p>		<p>Elle leur distribue à chacun un pot de yaourt contenant les différentes étiquettes.</p> <p>: 29</p> <p>P : de la colle</p> <p>Enseignante : oui. Allez dans les bonnes colonnes.</p>	
	<p>Sous-épisode 6.2. : Exécution de la tâche et validation de celle-ci par l'enseignante</p>	<p>(À N) : en haut ?</p> <p>N : non</p> <p>Enseignante : allez, tu colles en bas.</p> <p>P et M s'appuient sur la trace écrite au tableau. S pas du tout. Elle a fini la première.</p> <p>Enseignante : s'il vous reste des étiquettes, vous les remettez dans le petit pot.</p> <p>: 31</p> <p>Enseignante Ca y est vous avez tout collé ?</p> <p>Elle se déplace auprès de chaque élève.</p> <p>Elle se rapproche de P</p> <p>Enseignante ; là c'est quoi ? Ça commence par quelle lettre ?</p> <p>Elle lui montre au tableau le mot « unités »</p> <p>Enseignante : u ni tés. Là dizaine...</p> <p>Elle lui montre les différentes colonnes au tableau.</p> <p>: 32</p> <p>Enseignante : Là c'est bien placé ??</p> <p>P : oui là c'est là.</p> <p>Enseignante : y a écrit quoi là-bas ? 2000, 3000. Y a combien de paquets de mille ?</p> <p>P : trois</p> <p>Enseignante : il y a trois paquets de mille ?</p> <p>P : un deux</p> <p>Enseignante : oui donc on est dans la colonne des unités de mille. D'accord. C'est les paquets. Y en a</p>	<p>L'activité se réduit à repérer sur le modèle au tableau les termes et à coller au bon endroit sur la feuille les noms des colonnes. Il s'agit en fait d'un travail de lecture.</p>

		<p>un deux.</p> <p>P : oui mais là y a pas de s.</p> <p>Enseignante : oui mais là non plus y a pas de s. Mille il prend jamais de s.</p> <p>: 33</p> <p>Enseignante Très bien.</p> <p>Donc vous remettez les étiquettes que vous n'avez pas utilisées.</p>	
<p>Sous épisode 7.5. : Explicitation de la tâche attendue par l'enseignante : décomposition additive et la recomposition sur l'ex. 2321</p>	<p>Sous épisode 7.5.1. : Retour sur la proposition de N afin d'expliciter la décomposition additive</p> <p>Enseignante Donc on va choisir dans le sens comme il dit P. Dans ce sens-là, comme ça sur le tableau. A chaque fois qu'il y aura un trait, on peut le lire dans les deux sens mais pour que ce soit plus facile, c'est comme ça.</p> <p>Mais par contre P, ce qu'elle avait juste et que tu avais oublié c'est que c'est un +.</p> <p>L'enseignante entoure le signe +.</p> <p>Enseignante : Ils ne sont pas séparés, ils sont reliés entre eux. Donc ça veut dire qu'ils s'ajoutent.</p> <p>Elle rajoute des + sur la ligne entre 2000 300 20 et 1.</p> <p>Enseignante Donc $2000 + 300 + 20 + 1$.</p> <p>Elle suit de nouveau le trait avec son stylo.</p>	<p>P en reste à lecture orale des nombre alors que E veut faire le lien avec la décomposition additive. Pour lever l'ambiguïté E donne la solution : le chemin relie les nombres par une addition et ce dans le sens décroissant.</p>	
	<p>Sous épisode 7.5.2. : Explicitation de la recomposition</p> <p>: 43</p> <p>Enseignante Et quand on le lit. Essayez de le lire enchaîné, là</p> <p>Ensemble : deux mille trois cents vingt et un</p> <p>Enseignante : on trouve tout de suite. On trouve deux mille trois cents vingt et un.</p> <p>P : et pas un, trois cents, deux mille</p> <p>Enseignante : Bon, ça va ?</p> <p>M, ne t'inquiète pas, je n'oublierai pas il y a encore une demie heure. Je vois bien que tu regardes la montre.</p>	<p>E ensuite le fait lire « enchaîné » et signale que l'on trouve alors tout de suite le nombre mais on ne sait si elle parle de l'écriture chiffrée ou écrite avec des mots (orale).</p> <p>M manifeste une angoisse relative à son RDV chez le psychologue.</p>	

A.2. Annexe : tableau de numération de Planchon

	9 000 000	900 000	90 000	9 000	900	90	9
8 000 000	800 000	80 000	8 000	800	80	80	8
7 000 000	700 000	70 000	7 000	700	70	70	7
6 000 000	600 000	60 000	6 000	600	60	60	6
5 000 000	500 000	50 000	5 000	500	50	50	5
4 000 000	400 000	40 000	4 000	400	40	40	4
3 000 000	300 000	30 000	3 000	300	30	30	3
2 000 000	200 000	20 000	2 000	200	20	20	2
1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	10	1

Annexe 3 : tableau synoptique de la séance

N° d'épisode	N° de sous-épisode d'ordre 1	N° de sous-épisode d'ordre 2	durée	Contenus mathématiques	Nature de l'activité du professeur	observations
Entrée et installation des élèves						
1	0	0	3mn	Aucun	Régulation globale	Activités rituelles de début de matinée
Séance de mathématiques						
Phase de dévolution						
2	3	15	5 mn	Révision sur différentes écritures d'un nombre (chiffrée, en lettres, constellation, décomposition additive canonique)	Dévolution, organisation du milieu de la situation, rappel de connaissances, institutionnalisation locales	Présentation du thème de la séance et première phase de la dévolution : écriture différentes du nombre 4 et du nombre 16, accent mis en fin d'épisode sur la décomposition additive en dizaines et unités
3	1 1	0	Environ 7 mn	Apprentissage du fonctionnement du matériel proposé : savoir lire et traduire un cheminement sur le tableau	Dévolution, organisation du milieu de la situation	Présentation du tableau rempli, exploration et description de son mode de construction. Deuxième phase de dévolution : dévolution du matériel, outil pour travailler sur la décomposition additive des nombres selon les puissances de dix (d'après l'enseignante).
4	2	5	9 mn au moins	Rappels sur unités, dizaines, centaines, introduction des termes : unités des mille, dizaines de mille Implicitement travail sur coefficients multiplicateurs et puissances de la base dans notre système de numération de position	Dévolution, organisation du milieu	Construction collective d'un tableau du même type que le précédent, suite de la deuxième phase de dévolution
5	4	0	3mn	Rappel sur les puissances de 10 dans le(s) système(s) de numération		Institutionnalisation du principe de fonctionnement du tableau sur la base d'une correction collective et de comptages collectifs (processus d'automatisation)

6	2	0	Entre 3 et 4 mn	Aucune, travail de collage et lecture	Dévolution et régulation	Troisième temps de la dévolution de l'activité ; collage individuel du nom des colonnes du tableau du photocopié. E s'assure ainsi de la compréhension des termes désignant les puissances de la base
7	5	7	11 mn	Etude du fonctionnement du tableau, traduction d'un chemin en écriture additive (avec sens imposé) et écriture canonique dans le système de position. Confusion entre système de numération hybride et de position, illusion de la transparence du matériel et non prise en compte de sa spécificité	Dévolution, organisation du milieu, résolution de la tâche sur un exemple par E	Quatrième temps de la dévolution de l'activité : exploration des chemins numériques représentés par les traits de couleurs. Il s'agit notamment de déterminer le sens de lecture du chemin. En fait cet épisode va se terminer par un exemple de résolution de l'activité (2321) : détermination de la décomposition additive du nombre (2000+300+20+1) et reconstruction de l'écriture canonique de celui-ci
Durée de la phase de dévolution : 35 minutes au moins						
Phase de production des élèves						
8	2	6	Plus de 7 mn	Idem ci-dessus	Dévolution négociée à la baisse de la tâche, correction de la tâche et résolution sur un exemple Tâche des élèves : produire les écritures additives correspondant à la simple lecture case par case du chemin numérique.	Travail individuel de « décomposition additive » et de recomposition sur l'exemple 6543, exemple donné par E en plus de ceux du photocopié. Lors de la correction E se résout à limiter ses exigences à la production de l'écriture additive et à montrer comment faire.
9	3	3	15 mn au moins	savoir lire les nombres sur le chemin numérique et les reproduire en rajoutant les signes + nécessaires	Prescription de la tâche restreinte, correction et explicitation du cas 8009 Tâche des élèves : réduite à une copie du cheminement	Travail en binôme sur la décomposition additive des nombres figurant sur le tableau. En fait la tâche devient : recopier les nombres du chemin en intercalant des signes + pour produire l'écriture additive demandée.
Durée de la phase de production des élèves : 22 mn						
Institutionnalisation et bilan de la séance						
10	5	0	15 mn	Idem ci-dessus	Institutionnalisation de l'écriture additive et des termes de la décomposition avec régression sur le terme « paquets »	Reformulation de l'objectif et bilan de la séance ; travail de copie individuelle de la production du binôme. E veut fixer les apprentissages effectués. Les élèves copient plus ou moins vite et s'occupent quand ils ont fini avec d'autres tâches (coloriages notamment ou RDV avec psychologue)
Durée de la phase de bilan et d'institutionnalisation : 15 mn						

Durée totale de la séance de mathématiques : 1h22mn, durée de la séance observée : 1h25mn

Annexe 4 : matériel Montessori

The image displays a collection of Montessori number cards. On the left, there are cards for numbers 1 through 9, each with a corresponding digit and a question mark. Below these are cards for tens (10-90) and hundreds (100-900), with French labels like 'vingt (et)', 'cent', etc. On the right, there are cards for thousands (1000-9000) with labels like 'mille', 'deux mille', etc. A red vertical bar is used as a separator between the hundreds and thousands sections. A black vertical bar is used as a separator between the thousands and the final thousands section. A text box on the right provides instructions in French:

Dans la maquette finale : les longueurs et largeurs de chaque rectangle doivent être des nombres entiers

Toutes les languettes doivent être superposables

Toutes les cases contenant des chiffres doivent être superposables (ma construction n'est pas très précise à ce sujet)