

YVES MATHERON

## **De l'étude des phénomènes mémoriels du didactique ordinaire vers l'ingénierie didactique**

[yves.matheron@ens-lyon.fr](mailto:yves.matheron@ens-lyon.fr)

Institut Français de l'Éducation - ENS de Lyon, EA - 4671 ADEF

### **Résumé**

Cet article expose à grands traits les étapes de recherches, étalées sur une vingtaine d'années, qui relient l'étude de la mémoire didactique à la détermination de conditions pour un enseignement des mathématiques bâti sur l'étude par la recherche. L'article s'appuie sur une note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches qui travaille deux questions : comment décrire et analyser les processus didactiques mémoriels, et quel « moteur mémoriel » pour les milieux d'ingénieries didactiques implantées dans des classes ordinaires ?

### **Questions à l'origine de recherches**

De nombreux domaines de recherches ont pour objet d'étude la mémoire humaine en tant que telle : aux premiers rangs de ceux-ci on trouve de longue date la psychologie et, plus récemment mais portée sur le devant de la scène par de puissants amplificateurs médiatiques, les neurosciences. En didactique, et contrairement à ce qui fonde les recherches des deux champs scientifiques précédents, il ne s'agit pas d'étudier la mémoire humaine d'un point de vue qu'on pourrait qualifier « d'ontologique ». Que l'Homme dispose d'un système plus ou moins performant, qui lui permet de se souvenir et d'oublier, y est considéré comme un donné qui se spécifie de manière fonctionnelle selon les activités dans lesquelles il s'engage ; activités d'étude dans ce cas. Au même titre qu'un système complexe, associant les aires de Broca et de Wernicke à une morphologie particulière du larynx, autorise chez l'Homme l'apprentissage du langage, de sa production et de sa compréhension, ou encore que le pouce, opposable aux autres doigts de la main, autorise l'apprentissage de la tenue particulière d'un objet, servant par exemple à dessiner sur des supports, depuis les parois d'une grotte à la feuille de papier. En didactique, l'intérêt porté à la mémoire, ou plutôt à la conjugaison du souvenir et de l'oubli, vise la compréhension de processus fonctionnels nécessités par l'étude : en premier lieu la constitution d'un milieu et l'institutionnalisation.

Une contrainte didactique propre à la forme scolaire traditionnelle aboutit à minimiser, voire à interdire dans les classes, la mise à disposition de médias pour la constitution d'un milieu. Elle accentue en conséquence la nécessité du recours au souvenir pour se donner un milieu et agir sur et avec lui. Le contrat didactique ordinaire présuppose en effet que le cadre institutionnel dans lequel sont plongés les élèves permet d'apprendre du nouveau en ne s'appuyant seulement que sur ce qui a été précédemment enseigné. Les élèves sont ainsi supposés pouvoir sélectionner parmi leurs connaissances anciennes, et grâce à leur mémoire, les éléments utiles à l'appréhension et à la résolution de la situation nouvelle.

La première question qui se pose est alors celle de la description et de la compréhension du fonctionnement des processus mémoriels, spécifiques des institutions didactiques, et qui de ce

fait orientent le souvenir. La seconde consiste à rechercher quel moteur mémoriel pour des ingénieries didactiques implantées dans le système ordinaire – respectant alors la contrainte de minimisation du recours aux médias durant le temps de la classe –, mais au sein desquelles les élèves construisent collectivement, et sous la direction du professeur, les mathématiques comme réponses à des questions dont la recherche leur est dévolue.

## **Pourquoi une anthropologie de la mémoire didactique ?**

### *Position du problème*

La question de la mémoire, bien que centrale dans les processus d'apprentissage, n'a pourtant guère été traitée pour ce qui concerne le domaine de l'étude des savoirs<sup>55</sup>. Sans doute ce manque peut-il être en grande partie imputé à la jeunesse des champs de recherche qui font porter leur objet sur l'enseignement et l'apprentissage de savoirs ; une quarantaine d'années pour la didactique des mathématiques.

On ne peut tenir une position anthropologique en didactique si l'on oublie qu'une de ses particularités tient à ce que la mémoire humaine est aussi externe (Leroi-Gourhan, 1964), à la fois déposée dans des œuvres (Chevallard, 1996) et portée par des groupes : « des communautés ethniques » écrivait Leroi-Gourhan. D'une part ces deux dernières dimensions apparaissent de manière prédominante dans l'apprentissage d'un savoir : celui-ci est constitué d'une ou plusieurs œuvres, selon des assemblages reposant sur des organisations à la consistance et l'articulation plus ou moins fortes. Et d'autre part, les personnes qui se soumettent, ou sont soumises à l'étude, le sont rarement de manière isolée. Tout au contraire, la société organise des conditions spécifiques afin que des groupes – des classes, des écoles – étudient collectivement des savoirs. Déterminer comment le souvenir et l'oubli interviennent dans l'étude d'un ou des savoirs, nécessite donc, *a minima*, de tenir compte de cette nature mémorielle doublement externe et qui, en définitive, est portée par des collectifs : certaines des pratiques spécifiques passées, socialement et historiquement choisies, sont cristallisées dans des œuvres désignées comme « savoirs » par la société, et la pratique de leur étude se déploie au sein de groupes qui conservent ou oublient le souvenir de certaines de leurs particularités.

Les travaux sur la mémoire relative à l'étude d'un savoir, la mémoire didactique, ont pour objet l'observation et l'analyse des phénomènes de permanence et d'absence, à un instant *t*, de certains traits spécifiques aux rapports au savoir, établis au cours de la dynamique temporelle propre aux institutions en lesquelles ils s'étudient. Les institutions d'étude sont soit identifiables du fait de la présence d'un sujet en position d'aide ou de direction de l'étude, soit identifiables à partir de la position d'un sujet qui souhaite, par son étude personnelle, faire tendre son rapport au savoir vers celui attendu dans une institution dont il est temporairement éloigné, mais à laquelle il peut s'assujettir dans un temps à venir. La permanence ou l'absence de ces rapports peuvent donc être d'ordre personnel ou institutionnel. Elles peuvent être provoquées intentionnellement au sein de l'institution ou n'être que spécifiques de la personne. Dans ce dernier cas, elles sont soit conséquences de mécanismes psychobiologiques, soit résultantes d'un assujettissement fort ou faible à l'institution ; par exemple, dans le cas faible, parce que des assujettissements à d'autres institutions empêchent ou freinent l'établissement du rapport attendu. Les rapports au savoir peuvent aussi porter sur des connaissances extérieures à l'institution, mais dont elle a besoin afin de pouvoir faire

---

<sup>55</sup> On trouve des résultats relatifs à la mémoire didactique dans les travaux menés par Perrin-Glorian et Sensevy qui portaient sur d'autres sujets. Le travail sur la mémoire didactique mené par Centeno dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques est resté inachevé.

advenir de nouveaux rapports à des objets qui lui sont ou seront propres ; il s'agit alors de la conversion de rapports issus d'assujettissements extérieurs à l'institution.

Deux conséquences, relevées dans un cadre plus large par Ricœur (2000), résultent de la spécificité de la mémoire didactique. La première est relative à sa manifestation qui ne peut guère être observée qu'à travers des phénomènes de souvenir et d'oubli portant sur des rapports au savoir antérieurement attestés au sein de l'institution observée ; soit qu'ils aient été établis à partir de pratiques développées au sein de l'institution, soit qu'ils y aient été importés à partir de pratiques externes. La seconde est relative à l'attribution ; en cela elle rencontre la problématique de l'évaluation. L'observation des phénomènes mémoriels nécessite en effet qu'il y ait attribution, par une personne légitimée pour cela, de souvenirs ou d'oublis portant sur des rapports, ou certaines parties de ces rapports, relatifs à des savoir-faire ou des savoirs ; que cette attribution soit adressée à des sujets d'une institution ou à l'institution elle-même. On retrouve en ce point ce que Ricœur désignait sous l'expression « d'attribution multiple du souvenir à une diversité de personnes grammaticales. » Au sein des systèmes didactiques, l'attribution et l'évaluation des rapports au savoir sont principalement vues comme l'une des fonctions assignées au professeur, ou tout au moins à celui qui occupe cette fonction. C'est ce que l'on observe lorsque, arrêtant temporairement le temps didactique, il souhaite construire un milieu qui permet l'enseignement de savoirs nouveaux. Il assigne alors des souvenirs à l'institution *via* ceux des autres membres interpellés en sujets de l'institution didactique. Les techniques didactiques auxquelles recourt le professeur ont fait l'objet de la thèse d'Andrea Araya (2008), dont certains résultats sont exposés dans la suite de ce texte.

### ***Les phénomènes mémoriels relèvent aussi de l'anticipation***

C'est ainsi que des études, menées dans la dernière décennie, ont permis de déterminer un cadre pour l'analyse des phénomènes relatifs à la mémoire didactique (Matheron, 2000 & Araya, 2008). Si intervient sans doute, dans la construction du souvenir et pour la perception de la situation, ce que Baddeley (1992) appelle « le calepin visuo-spatial », il apparaît nécessaire de tenir conjointement compte des conditions sous lesquelles s'exprime le contrat didactique dans l'institution donnée. La situation sous contrat, de laquelle sont partie prenante les sujets, professeur et élèves, permet l'expression du souvenir à travers l'interprétation des éléments matériels qu'elle contient, et qu'on nomme ostensifs en didactique (Bosch & Chevillard, 1999) : une figure, une écriture, un geste, une parole, par exemple.

Dans ce sens, les rappels mémoriels sont encore le fait de rapports à l'institution didactique, même si celle-ci paraît plus lointaine, mise à distance, comme dans le cas de la recherche de réponse à une question problématique ; situation qui contient une dimension adidactique. Les élèves procèdent à un ajustement de leurs connaissances anciennes au problème posé ou à la situation rencontrée. Le mécanisme en jeu relève d'une dialectique entre la situation et les *habitus* construits à partir de l'adhésion aux contrats didactiques antérieurs ; ce processus autorise une réorganisation des souvenirs dans une configuration partiellement inédite jusqu'alors. On obtient ainsi une explication du fait que certains élèves parviennent à « prédire le futur didactique » parce qu'ils se posent les questions vers lesquelles l'étude des mathématiques les conduit, et rencontrent alors parfois celles auxquelles répond le savoir transposé à venir.

J'ai pu observer un tel phénomène chez une élève de Terminale S en 1998. Le programme d'alors faisait se succéder tout d'abord l'enseignement du logarithme, puis celui de l'exponentielle comme fonction réciproque de la première. Au moment où le professeur enseignait le logarithme népérien, et afin de faire travailler ses propriétés d'isomorphisme, il demandait aux élèves de résoudre des équations logarithmiques élémentaires du type

$\ln x^n = nm$ . La technique de résolution s'appuyait tout d'abord sur sa transformation à l'aide de  $1 = \ln e$ , qui permettait d'écrire  $\ln x^n = nmlne$  puis, à l'aide de l'homomorphisme, d'écrire  $\ln x^n = \ln e^{nm}$  et enfin, grâce à la bijectivité de  $\ln$ , de trouver la solution :  $x = e^m$ . C'est alors qu'une des élèves, à qui était demandé ce qu'elle pensait de ce qu'elle avait étudié, anticipait sur le temps didactique en évoquant une notion, celle de fonction réciproque, qu'elle ignorait à cette date. Elle déclarait que le nombre  $e$  était très pratique car il permettait de « faire le contraire du logarithme » (cf. Matheron & Mercier, 2004). Cette observation, reprise quelques années plus tard, était intéressante à un double titre. D'une part, elle permettait de confirmer des résultats établis dans des études sur la mémoire corporelle (Clément, 2008), à l'aide d'un cadre *a priori* éloigné de la didactique, celui de la neurophysiologie développé par Berthoz : « le cerveau sert à prédire le futur », même s'il se trompe parfois sur l'interprétation de la situation... D'autre part, dans la mesure où la pratique des mathématiques dans un contexte didactique permet de rencontrer des questions que le temps didactique renvoie à un futur, elle montrait que l'avancée dans l'étude pouvait être en partie dévolue aux élèves, avec un certain degré de succès, pourvu que les situations qu'on leur propose soient pensées pour cela.

### ***Retour sur une modélisation initiale : premiers résultats***

Rappelons quelques grandes lignes du modèle de la mémoire didactique en mathématiques, proposé à l'origine dans ma thèse et exposées dans un article publié dans RDM (Matheron, 2002). Ce modèle est bâti autour de trois catégories : mémoire pratique, mémoire ostensive et mémoire propre au savoir. La mémoire pratique est celle dont se sert une personne engagée dans une activité mathématique. C'est la mémoire des gestes antérieurement acquis et qui s'actualisent (ou non) chez une personne qui souhaite accomplir une tâche d'un type donné ; elle est aussi bien relative à la ou aux techniques pour un type de tâches donné, qu'aux éléments technologiques associés. La mémoire ostensive est celle « donnée à voir » de manière revendiquée, par des moyens appropriés, à ses propres sujets ou à d'autres personnes, par une institution ou une personne, quelle que soit sa position dans l'institution. Enfin, le savoir, par son écriture, par les liens qu'il entretient avec d'autres objets mathématiques (son écologie), par ce qu'il permet ou non d'accomplir, porte en lui la mémoire des choix, multiséculaires pour certains d'entre eux, faits par les communautés de mathématiciens qui l'ont produit, ou par les noosphères qui l'ont plus récemment transposé. La mémoire du savoir est la mémoire institutionnelle de la pratique du savoir, des objets et outils pour sa pratique, de sa théorie ; elle est incorporée dans les systèmes d'objets, les organisations praxéologiques. L'article de 2002 mentionnait l'articulation de ces trois formes de mémoire avec la notion de rapport aux objets, notamment aux objets de savoir :

« La mémoire du savoir est celle du rapport institutionnel, qui définit ce que l'on peut faire avec le savoir dans l'institution qui l'a vu naître : c'est d'abord l'institution de production en laquelle le savoir continue de porter les traces de sa naissance, sinon celles de sa gestation ; ce sont ensuite les institutions didactiques en lesquelles il est transposé et où une genèse artificielle prédit un rapport institutionnel qui se réalise parfois dans des formes absolument imprévues. La mémoire ostensive du savoir fait partie de celle du rapport officiel : c'est la dimension qui se montre durant le temps de l'étude. Enfin la mémoire pratique est celle du rapport personnel, celle que la personne mobilise dans son activité mathématique. »

Mais alors que la didactique n'avait étudié que la statique des rapports aux objets de savoir, je faisais remarquer que « le concept de mémoire apporte une dimension supplémentaire au concept de rapport au savoir, parce qu'il l'inscrit dans une temporalité, donc dans l'histoire de sa constitution et dans la biographie de sa construction. » C'était, de la sorte, signifier l'entrée dans un programme de recherches se donnant pour ambition l'articulation de deux notions jusqu'alors travaillées séparément, les notions de temps didactique et de rapport au savoir ; ce dernier terme, polysémique en sciences humaines, étant pris dans le sens plus spécifique qui

lui a été donné en didactique (Chevallard, 1989 & 2007). Un tel programme relève de l'anthropologie de la mémoire didactique. Elle se situe à l'intersection de trois secteurs travaillés en anthropologie : l'anthropologie du didactique, à laquelle appartiennent la théorie des situations didactiques et la théorie anthropologique du didactique, l'anthropologie de la mémoire initiée par Halbwachs en sociologie et poursuivie par ses continuateurs (Namer, Candau, etc.), et l'anthropologie des savoirs dont les éléments encore épars commencent à peine à être rassemblés<sup>56</sup>.

Citons brièvement quelques-uns des résultats de première génération, obtenus au tournant des années 1990 – 2000 à partir de cette modélisation. Tout d'abord les ostensifs appellent des gestes techniques pour activer un dispositif permettant de s'engager dans une activité mathématique. Et lorsqu'on ne dispose pas d'ostensifs, on les crée pour soulager sa mémoire à partir de dessins, tableaux ou autres, antérieurement utilisés : par exemple, au tournant CM2-6<sup>e</sup>, alors que le formalisme mathématique de la linéarité n'est pas enseigné, mais que l'on est obligé d'y recourir en acte, pour un calcul dans une situation de proportionnalité.

On a ainsi pu étudier les effets produits par l'organisation du savoir transposé, contenant ou non les ostensifs mathématiques nécessaires, sur la mémoire pratique des élèves. Ainsi, des élèves « bien assujettis » au défilement du temps didactique, oubliaient-ils réellement des techniques antérieures coûteuses au profit d'autres, plus économiques, mises à leur disposition et étudiées lorsque l'avancée dans le savoir le permettait. Par exemple, à propos des équations logarithmiques évoquées précédemment, des élèves disposant de la définition de l'exponentielle  $y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$ , disaient avoir résolu les équations logarithmiques étudiées un mois auparavant, alors que le cours sur l'exponentielle n'était pas encore étudié, en recourant à la technique plus économique issue de cette définition ; cela était bien entendu impossible et les plongeait dans une grande lorsqu'on le leur faisait remarquer. De même, en ce qui concernait la mémoire ostensive, il était établi que le professeur recourait à divers types de techniques ostensives afin de faire advenir un milieu pour l'étude fait de souvenirs supposés partagés par les élèves. Bien souvent, il reconstruisait un passé fictif : soit un passé relatif à ce qu'il avait enseigné quelques temps auparavant, soit, plus significativement, relatif aux classes antérieures dans lesquelles un autre professeur avait enseigné. Ce phénomène semble courant et excède la seule classe de mathématiques. Il se produit dès que le professeur a besoin de s'appuyer sur une organisation praxéologique antérieurement étudiée afin de poursuivre son enseignement. Par exemple, à propos de l'identification du sujet du verbe dans des phrases, Garcia-Debanco & Sanz-Lecina (2008) ont relevé l'épisode suivant, en classe de CM2, au cours duquel un élève évoque une méthode du CE1, tandis que la maîtresse, quant à elle, tente de rappeler à la classe ce qui a été enseigné en début d'année : « 246 M - [...] on va mettre en place des / des choses qui vont nous aider à réussir pourquoi il était difficile à identifier ce sujet Jordan. 328 E – la méthode que j'ai donnée je la connais du CE1. 329 M – oui ce sont des méthodes qu'on connaît moi l'autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble une méthode au début de l'année et aujourd'hui vous ne l'avez pas redonnée ».

On vérifiait encore une fois quelques-unes des thèses d'Halbwachs sur la mémoire (1925, 1950), qui consistent à affirmer que le passé ne reparait pas comme tel, qu'il ne se conserve pas, mais qu'on le reconstruit en partant du présent, souvent pour répondre aux besoins auxquels il nous confronte, parfois pour fournir des réponses aux questions qui nous sont posées par les groupes sociaux auxquels on appartient, que l'on y soit réellement plongé ou qu'ils soient seulement évoqués bien qu'absents. Les souvenirs sont rappelés « du dehors », à partir de cadres sociaux faits de significations particulières issues d'une expérience sociale. Ces cadres contiennent les éléments qui permettent de décrypter la situation, de l'identifier, de

---

<sup>56</sup> On pourra consulter l'ouvrage récent *Anthropologie des savoirs*, de Nicolas Adell (2011)

retrouver les souvenirs qui permettent de l'appréhender ou d'y agir. Se souvenir nécessite alors de se « replacer au point de vue des groupes auxquels nous avons appartenu », écrivait Halbwachs.

### ***Premiers développements issus de la modélisation initiale***

Un des objectifs des recherches menées dans la dernière décennie, notamment à partir du réseau AMPERES (Activités Mathématiques et Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire) associant au niveau national neuf équipes et soutenu par l'ADIREM et l'INRP, puis par l'IFE, consistait à étudier les conditions et contraintes pour l'implantation au sein du système, tel qu'il est, d'ingénieries didactiques qui permettent aux élèves d'étudier les mathématiques du programme à partir de la recherche de réponses à des questions, forcément transposées, qui puissent les engendrer.

Une des conditions concernait conjointement la production de ressources et la possibilité de disposer de professeurs qui sachent les utiliser. C'est-à-dire qui soient formés à l'usage des outils que la théorie didactique met désormais à disposition de qui veut bien les étudier. Cette condition était nécessaire afin que les professeurs engagés dans AMPERES accèdent à une compréhension des ingénieries proposées, suffisante pour participer à leurs conceptions, les mettre en œuvre sans les dénaturer et analyser avec les chercheurs certains phénomènes didactiques, sans recourir pour cela à des conceptions empiriques plus ou moins bien outillées de « l'expérience professionnelle ». Une autre condition, essentielle, était de concevoir des ingénieries didactiques pourvues d'un milieu pour l'étude doté de la forte probabilité d'être investi par les élèves ; la dévolution du milieu s'opérant sous la direction du professeur régulant pour cela la topogénèse.

Or, les contraintes sous lesquelles vivent les classes de mathématiques du second degré au sein du système éducatif – cela est aussi vrai pour d'autres niveaux, primaire ou supérieur –, freinent, voire « interdisent » de fait, à quelques exceptions près, le recours aux médias en tant que ressources pour construire un milieu. Cet appel aux médias est rejeté dans la sphère privée de l'étude, hors temps d'enseignement. Le système est en grande partie aveugle sur ce point, puisque ce qui se passe dans la sphère privée est, par définition, privé d'un regard extérieur et public. Les seuls appuis dont disposent les élèves, confrontés en classe à des problèmes dont la réponse est le savoir dont on vise l'enseignement, sont constitués de leurs connaissances antérieures. Et encore, le plus souvent, celles-ci sont-elles sollicitées sans même recourir à ce qui a été consigné dans les cahiers, classeurs ou manuels, qui pourraient jouer le rôle de « mémoires externes »...

Il était donc nécessaire d'étudier les techniques didactiques dont use le professeur pour provoquer et contrôler des phénomènes de souvenir et d'oubli qui lui permettent, en premier lieu, de créer un milieu pour l'étude et, en second lieu, d'institutionnaliser les organisations mathématiques étudiées. Autrement dit, d'étudier les techniques enseignantes relatives à la mémoire ostensive. Cette recherche a été menée dans la thèse d'Andrea Araya (2008) dont certains des résultats obtenus sont exposés dans les lignes qui suivent.

### **Modélisation des gestes mémoriels d'enseignement**

Huit types de gestes ont pu être identifiés qui ne sont pas forcément étanches ou séparables les uns des autres : certaines techniques didactiques d'ordre mémoriel peuvent en effet s'interpréter comme relevant de plusieurs types de gestes. Néanmoins, il s'agit des gestes technologique, technique, de remplacement, chronologique, déstabilisateur, preneur d'indices, de fixation et de production d'ostensifs détonateurs. Dans les lignes qui suivent, leurs définitions sont reprises et complétées par rapport à celles initialement données dans la thèse d'A. Araya.

Elles sont illustrées d'exemples qui ne sont pas empruntés à cette thèse, afin de souligner le caractère général de tels gestes, y compris dans le cas de l'enseignement d'autres savoirs que mathématiques.

### ***Gestes technologiques***

Un geste « technologique » (Th) est relatif, par un commentaire ou une question, à l'évocation, comme son nom l'indique, d'un élément technologico-théorique d'une organisation mathématique connue des élèves. La réactivation de cet élément est vue par celui qui effectue le geste – le professeur dans le cadre étudié par Araya – comme la réactivation en direction des élèves d'un souvenir qui leur servira de point de référence sur lequel s'appuyer. Par exemple, parler du théorème de Thalès en tant qu'élément technologique permet d'évoquer les souvenirs liés à ses conditions d'utilisation (dans un triangle qui est peut-être à rechercher comme sous figure de la figure étudiée, dans le repérage des droites parallèles), aux conséquences induites (rapports égaux, proportionnalité), aux types de raisonnements qu'il engage (direct, par l'absurde), au moment du temps didactique où il a été rencontré (dans quelle classe, dans le cas de quel type de problèmes), etc. Il en irait de même en français, pour un professeur qui évoquerait le conditionnel et qui, de ce fait, permettrait l'évocation de sa fonction et de son usage, des règles générales de conjugaison des verbes dans ce mode, etc.

### ***Gestes techniques***

Un geste « technique » (Tc) porte sur des éléments d'un *savoir-faire* connu des élèves, et que l'enseignant cherche à réactiver dans la classe. Il est relatif à l'activation de la mémoire pratique. Par exemple, sous certaines conditions contractuelles, la factorisation du trinôme  $ax^2 + bx + c$  nécessite, afin de faire apparaître la différence de deux carrés lorsque est positif  $b^2 - 4ac$ , le souvenir du développement de  $(x + y)^2$  : il permet de transformer  $x^2 + \frac{b}{a}x$  en le

début du développement de  $(x + \frac{b}{2a})^2$ . C'est ainsi que peut être mené le calcul :

$ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}) = a[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}]$ , car le souvenir de la technique du développement de  $(x + y)^2$  le nécessite ; soit d'une manière publique, dirigée par le professeur, dans le cas d'un cours dialogué pour lequel il y a interaction au sujet du savoir entre élèves et professeur par exemple, soit de manière privée lorsqu'un élève cherche à comprendre le passage du deuxième au troisième membre de l'égalité, par exemple. Dans le cas d'une activité dirigée ou d'un cours dialogué, un tel passage nécessite souvent la réalisation d'un geste technique mémoriel de la part du professeur. Une fois vécue par les élèves la nécessité de sortir du blocage en lequel ils se trouvent face à l'expression  $a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$ , il peut prendre par exemple la forme d'une fausse question du professeur du type « et si on revenait au développement d'une identité remarquable ? »

Il en est de même en grammaire, sur l'exemple de l'enseignement du conditionnel par exemple, où le professeur peut évoquer l'accord du temps de la subordonnée conditionnelle en fonction de celui de la principale lorsqu'il est au présent ou au passé composé, afin que les élèves accordent convenablement le conditionnel lorsque le temps de la principale est au plus-que-parfait. La technique qui permet l'accord du temps du conditionnel est, de cette manière, indiquée par le geste mémoriel accompli par le professeur.

### ***Gestes de remplacement***

Un geste de « remplacement » (Re) consiste à produire ou indiquer des traces scripturales, faire des commentaires et / ou poser des questions porteuses d'éléments qui servent de balises pour un « chemin » permettant de se replacer aux points de vue – manière de faire ou de penser – prévalant dans certaines des différentes positions qui existaient dans l'institution dont on faisait, ou on fait, partie. Par exemple, comme j'ai pu l'observer dans le cadre du travail AMPERES mené par l'équipe de l'académie d'Aix-Marseille sur l'enseignement des nombres relatifs, c'est un geste accompli par une professeure voulant faire justifier par ses élèves de 5<sup>e</sup> et à l'aide de considérations mathématiques, que le calcul mental de  $1973 + 61 - 62$  équivaut à soustraire 1 à 1973.

Cette enseignante dit alors : « vous pourriez peut-être le trouver grâce à une méthode que vous utilisiez quand vous étiez petits ». Cette évocation, pourtant peu claire pour qui ne connaît pas l'histoire didactique des élèves, suffit pour qu'une élève se souvienne alors de la méthode de soustraction dite « par emprunt » enseignée en CE1 - CE2, c'est-à-dire quatre à cinq ans auparavant, et soit envoyée au tableau pour écrire, avec difficulté, ce qu'elle vient de dire publiquement. A savoir que :

$$\begin{aligned} & 1973 + 61 - 62 \\ & = 1972 + 1 + 61 - 62 \\ & = 1972 + (1 + 61) - 62 \\ & = 1972 + (62 - 62) \\ & = 1972 + 0 = 1972 \end{aligned}$$

=  $1973 - 1$  ; ce qui conduit à écrire ensuite que  $+61 - 62 = -1$ , objectif d'enseignement visé à travers l'organisation d'une première rencontre des élèves avec les nombres négatifs. Il y a ainsi remplacement au point de vue des pratiques propres à un groupe d'élèves au sein d'une institution éloignée dans le passé, mais à laquelle on a appartenu. J'avais observé un phénomène semblable lors du recueil des matériaux empiriques pour mon travail de thèse, sur l'exemple où le professeur indiquait : « Vous pourriez peut-être trouver le résultat *si vous vous rappelez tout ce qu'on a dit un jour où vous m'avez posé un tas de questions sur les asymptotes obliques*. Vous m'avez demandé comment on fait... *vous vous rappelez ?...* pour trouver une asymptote oblique quand on la donnait pas. »

L'accomplissement de ce geste peut s'appuyer sur le recours à diverses techniques. L'exemple relatif aux asymptotes obliques relève de l'analogie (Matheron, 2003) ; celui qui précède, relatif au calcul mental sur des entiers, de l'évocation d'une histoire didactique que la professeure sait avoir existé, même si elle n'y a pas participé. Il existe d'autres techniques didactiques pour accomplir ce geste, et relevées dans la thèse d'A. Araya : l'explicitation du sens d'un mot ou la verbalisation d'une technique, le recours à un « ostensif de guidage » en tant que mot, expression, signe, écriture, symbole, etc., qui permet de se replacer au sein d'un niveau de codétermination didactique. Ainsi l'évocation de deux nombres replace-t-elle, de manière erronée, deux élèves au niveau du PGCD quand il aurait fallu se placer au niveau de l'arithmétique élémentaire pour parvenir à résoudre un problème du premier degré à deux inconnues (Matheron, 2011).

### ***Gestes chronologiques***

Les gestes chronologiques (Ch) recourent à l'utilisation des marqueurs du temps naturel et notamment scolaire. Ils sont considérés par la personne qui accomplit le geste, comme favorisant le souvenir. L'exemple prototypique est constitué de phrases du professeur du type

« Nous avons vu, au premier trimestre, comment faire ceci... », « Lorsque vous avez quitté la classe précédente, vous deviez savoir cela... », « Lors du dernier devoir surveillé... » En ce sens, l'exemple précédemment évoqué et relatif à l'enseignement de la détermination du sujet du verbe dans une phrase, combine à la fois un geste de remplacement (« l'autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble ») et un geste chronologique : « une méthode au début de l'année » dit la maîtresse. Une telle conjugaison simultanée de deux gestes, comme il en va en didactique de l'engagement des élèves dans plusieurs types de situations, ou plusieurs moments de l'étude, est un signe de la complexité du réel anthropologique qui ne se laisse pas réduire à une logique de partitionnement.

### *Gestes déstabilisateurs*

Les gestes « déstabilisateurs » (Ds) visent à faire en sorte que les élèves interrogent à nouveau frais les rapports antérieurement établis à certains objets de savoir. A travers des demandes mettant en doute certaines affirmations d'élèves, ou encore en recourant à l'usage de contre-exemples, ils provoquent des souvenirs, des réorganisations, des changements de l'univers cognitif. La déstabilisation provoquée, qui passe par la contradiction ou la nécessité d'une justification, nécessite de la part de qui la vit – que ce soit un ou plusieurs élèves – la convocation de souvenirs stables permettant de créer un milieu qui peut être adidactique, renvoyant des rétroactions permettant de changer de point de vue, ou qui peut se constituer en média fournissant des outils pour la justification de l'affirmation demandée. Par exemple, le professeur peut demander si on est certain que multiplier un nombre par un autre donne toujours un produit supérieur au premier, obligeant à convoquer des souvenirs relatifs à des multiplications, à « repasser » divers cas de produits obtenus avec divers types de nombres.

Revenant aux exemples donnés par Garcia-Debanco & Sanz-Lecina (2008), relatifs à l'enseignement de la détermination des sujets dans des phrases complexes, l'épisode suivant montre, à l'aide d'une déstabilisation / « restabilisation » d'un élève, l'établissement d'un milieu pour une institutionnalisation locale. « 25 M – dans quel but. 26 Théo – hein. 27 M – dans quel but. 28 Théo – heu. 29 M – pourquoi je mets ça qu'est-ce qu'on va faire avec ces phrases-là. 30 Théo – pour que les autres ils trouvent le sujet de la phrase. 31 M - d'accord c'est pour ça qu'on a / avait choisi la phrase la plus difficile où on avait dit celle qui avait un piège on ne l'a pas choisie par hasard cette phrase. »

### *Gestes « preneur d'indices »*

Les gestes « preneur d'indices » (Pr) sont accomplis par le professeur pour accompagner les élèves lors de la mise en œuvre d'une technique, la réalisation d'un exercice, etc. Ils sont de nature topogénétique dans la mesure où le professeur soulage en partie les élèves d'un travail qui aurait pu leur être entièrement dévolu. A partir de l'ostension de certains indices pris dans la tâche à réaliser, ils concernent le souvenir de la technique, ou de certains de ses pas ; de ce fait, ils restreignent ou guident le rappel mémoriel des élèves.

C'est le cas par exemple, au cours de l'épisode suivant relatif à la construction d'une droite D dans un repère orthogonal en 2<sup>de</sup>57 :

P : Qu'est-ce que je peux dire ? Si  $x = 0$ ,  $y = -3$ , alors quoi ?... D passe par ?... »

Une élève répond : La droite passe par le point (0 ; -3).

P : D'accord. *P complète la figure et écrit : **Donc D passe par A(0 ; -3).***

*Puis P place A dans la figure.*

P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ?

---

<sup>57</sup> Dans les extraits de séances en classe utilisés dans ce texte, ce qui est noté en gras correspond à ce qui est écrit au tableau.

Des élèves répondent :  $\frac{2}{3}$ , 3, si  $\Delta x = 3$   $\Delta y = 2$ ...

P : Audrey, vous nous rappelez la relation qu'on a donnée ?...

Audrey :  $\Delta y = \frac{2}{3} \Delta x$ . Donc  $\Delta x = 3$   $\Delta y = 2$ .

P écrit :  $\Delta y = \frac{2}{3} \Delta x$ . Si  $\Delta x = 3$ ,  $\Delta y = 2$ .

P :  $\Delta x = 3$   $\Delta y = 2$ , ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point A ?

Renault : Qu'on avance de 3.

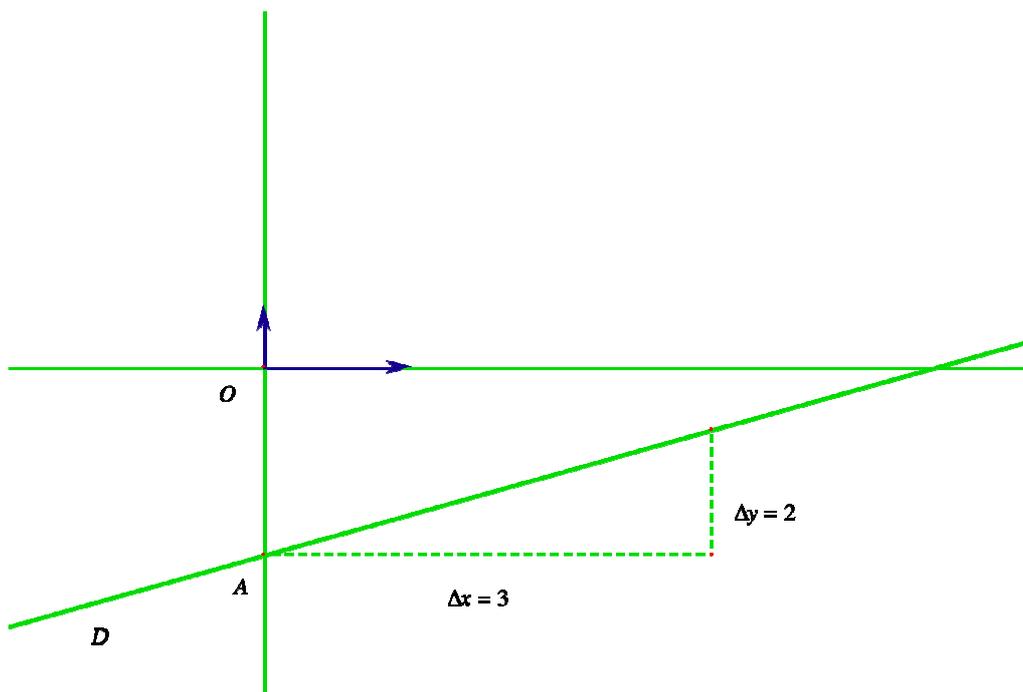
P : Qu'on avance de 3 et ?...

Renault : Et on monte de 2.

P : D'accord. Donc vous obtenez votre droite. »

Dans cet extrait, le professeur met en exergue une série d'indices, souvent des ostensifs scripturaux ou graphiques : « Si  $x = 0$ ,  $y = -3$ , alors quoi ? », « P place A [...] P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ? », « P :  $\Delta x = 3$   $\Delta y = 2$ , ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point A ? ».

Ce faisant, le professeur guide les élèves vers l'accomplissement de la technique consistant à tracer une droite à partir de la connaissance d'un de ses points et du coefficient directeur, et facilite la remémoration pratique chez les élèves des diverses étapes par lesquelles ils doivent passer alors que leur mémoire pratique sur ce point n'est pas encore d'une grande efficacité car la technique n'a seulement été enseignée que récemment. A l'issue de ce travail, certains éléments de la figure construite portent la trace des ostensifs qui ont servi d'indices mémoriels : A,  $\Delta x = 3$ ,  $\Delta y = 2$ , les pointillés indiquant le mouvement à accomplir afin d'obtenir un deuxième point de D à partir de A, etc.



### ***Gestes de fixation***

Un geste de « fixation » (Fx) consiste à fixer un rapport ancien à un objet afin de le rendre présent en tant que point d'appui incontestable à l'aide duquel des connaissances nouvelles pourront émerger. La réalisation d'un tel geste contribue à la construction d'un milieu pour l'étude. Ce rapport peut être rapport à un savoir mathématique qui doit être présent, ou

rapport à une croyance que l'on a déclaré fausse et qui fixe, « une fois pour toutes », qu'elle devra être collectivement oubliée même si, de manière privée, chacun est libre de continuer d'y adhérer « à ses risques et périls »... Par exemple, dans le passage suivant, le professeur fixe le fait que la limite de  $ex$  en  $+\infty$  est  $\infty$ , car l'enjeu d'une partie de la séance est la démonstration de ce résultat qui n'a été que constaté, lors d'une séance précédente, où la classe a construit la représentation graphique de  $x \rightarrow ex$ .

Voici l'extrait :

75. P : « Alors, on a déjà vu lorsqu'on a tracé le tableau de variation à partir du dessin, à partir du tracé de la courbe, on a vu que la limite en  $+\infty$  c'est ?... »

76. Un élève :  $+\infty$

77. P : C'est  $+\infty$ . Mais on l'a lu sur le dessin, on va le démontrer par un calcul maintenant. Pour le prouver par un calcul, on va comparer la fonction exponentielle à la fonction qui à  $x$  associe  $x$ . Donc on va comparer la fonction :  $x \rightarrow e^x$  à  $x \rightarrow x$ . Alors, comment vous faites pour comparer ces deux fonctions ?

78. Une élève : On étudie le signe de la différence.

79. P : On étudie le signe de la différence. Donc on va donner un nom à la différence :  $\varphi(x) = e^x - x$  et je voudrais étudier le signe de ça. Comment je peux faire pour étudier le signe de ça ?

80. Un élève : La dérivée ?...

81. P : Ben oui, j'étudie la fonction, parce que ça je ne peux pas faire d'algèbre dessus : c'est pas un truc algébrique. Alors, allez-y ! »

Deux rapports essentiels sont fixés au cours de l'extrait précédent, relatif à une séance en Terminale S : le fait que l'on doit se souvenir que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ , conjecturé auparavant, parce qu'il est légitime de tenter de le démontrer, et aussi le fait que lorsqu'une inégalité ne peut être établie par le calcul algébrique, alors on peut peut-être l'établir à partir de l'analyse. Dans cet extrait encore, le professeur accomplit le geste dans l'interaction avec les élèves ; une élève jouant le rôle de complice du professeur en suggérant, de manière interrogative, de tenter l'utilisation de la dérivée, ce que fixe le professeur en reprenant et développant sa suggestion.

### ***Gestes « ostensif déclencheur »***

Les gestes « ostensif déclencheur » (Od)<sup>58</sup> s'appuient sur un ostensif à forte valence sémiotique. Ainsi, l'ostensif constitué par la figure d'un triangle et d'une parallèle à un côté appelle-t-il le souvenir du théorème de Thalès, celui représentant un triangle rectangle dont on donne les longueurs des deux côtés de l'angle droit appelle-t-il le théorème de Pythagore, l'équation  $ax^2 + bx + c = 0$  appelle-t-elle le calcul du discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$ , même lorsque ce calcul est inutile pour la résolution de l'équation et que le déplorent les professeurs, etc. De tels ostensifs jouent en quelque sorte le rôle du parfum de la madeleine qui permet à Proust de se souvenir de sa mère et du thé qu'elle lui avait préparé pour le réchauffer, un soir d'hiver alors qu'il revenait à Combray, et dans lequel il trempait une madeleine. La différence essentielle tient, en situation didactique, dans le fait que le geste est accompli intentionnellement par le professeur qui, sciemment, « rend présente la madeleine » afin de susciter, de manière quasi certaine dans une classe, le souvenir désiré chez un nombre significatif d'élèves.

---

58 Ces ostensifs, et notamment l'effet qu'ils produisent par leur interaction avec le contexte institutionnel, ont aussi été appelés « ostensifs détonateurs » dans Araya & Matheron (2007), parce que les rendre présents dans une situation donnée permet d'évoquer, quasiment à coup sûr, le souvenir recherché. Ils résonnent ainsi comme une détonation.

### *Fonctions des gestes mémoriels*

Les gestes mémoriels qui viennent d'être décrits remplissent essentiellement une fonction mésogénétique, dans la mesure où leur accomplissement par le professeur vise à la création d'un milieu pour l'étude, partagé par la communauté formée des élèves et du professeur. Des dimensions topogénétiques n'en sont pas absentes, comme on l'a vu pour les gestes preneurs d'indices ; de même en est-il de dimensions chronogénétiques, faisant avancer le temps didactique, comme c'est encore le cas de certains des gestes fixateurs indiquant, d'un point de vue institutionnel, le rapport désormais attendu et l'obsolescence d'autres. L'ensemble de ces gestes sont relatifs à ce qu'A. Araya a désigné comme un « micro-cadre institutionnel de la mémoire didactique ».

### **De ingénieries de développement pour nourrir la recherche**

#### *Des questions*

J'ai pu montrer, dans les actes 2011 du séminaire de l'ARDM ainsi que dans un article de la revue *Education & Didactique* (Matheron, 2011), comment le professeur, au cours de son action didactique, tendait à « replacer » les élèves « au point de vue » – pour reprendre une expression d'Halbwachs – de certains niveaux relevant de l'organisation du savoir. L'étude du rôle des niveaux de codétermination didactique (Chevallard, 2002) dans la gestion par le professeur des souvenirs et des oublis se rapportant à la mémoire didactique, et nécessité par son enseignement, a été entreprise dans le travail de thèse d'Andrea Araya. On a vu, dans les lignes qui précèdent, que le remplacement est obtenu grâce à certains gestes que le professeur accomplit et qui ont pu être identifiés. Le choix d'un niveau élevé, de l'ordre du domaine ou du secteur ou bien, au contraire, celui plus restreint d'un thème ou d'un sujet, constitue un outil de régulation du milieu pour l'étude qu'il souhaite mettre en place dans la classe. La plupart de tels gestes, qu'on pourrait qualifier de praxéologies didactiques relatives à la mémoire, ont été observés à partir des interventions orales du professeur en direction de la classe. Une question qui mériterait d'être mise à l'étude est celle qui consiste à rechercher si, dans ce domaine, le professeur n'utilise seulement que des techniques recourant à la parole. Ou encore, existe-t-il des techniques qui ne sont ni orales, ni scripturales, pour l'accomplissement de ces gestes mémoriels, ou bien pour d'autres du même type mais non encore recensés ? S'engager dans ce type de recherches suppose de recourir à des dispositifs d'observation empirique qui puissent les saisir ; essentiellement des enregistrements vidéo de situations de classe. Les films des séances construites à partir du travail de conception du groupe AMPERES de Marseille, constituent un matériau qui n'a pas encore été analysé sous cet angle. La base VISA de recueil et de mise à disposition des chercheurs de séances de classe filmées fournit un outil permettant de diversifier les matériaux empiriques nourrissant cette étude, au-delà de la seule discipline mathématique. Ce travail sera celui de la thèse d'Elie Kazan en cotutelle avec l'Université libanaise.

Un domaine, dont l'exploration est à peine ébauchée à ce jour, est celui du fonctionnement de la mémoire en régime autodidactique, lorsque l'élève constitue en partie pour lui-même un milieu pour son étude personnelle. Des éléments du micro-cadre institutionnel pour la mémoire développé par Araya peuvent-ils être « transportés », utilisés à des fins personnelles ; si oui lesquels et sous quelle forme ? Comment s'opère le remplacement personnel dans des niveaux d'organisation du savoir, afin d'utiliser les connaissances anciennes dont on dispose pour en apprendre de nouvelles ? Est-ce que ces techniques et ces phénomènes sont irréductiblement singuliers, attachés aux personnes à travers leurs différents degrés d'assujettissements aux institutions didactiques par lesquelles elles sont passées, ou

bien des traits communs peuvent-ils être dégagés, dans le cadre d'une organisation historiquement déterminée de l'École ?

### ***Poursuivre la production d'ingénieries didactiques et de développement***

Les ingénieries de développement en éducation visent, pour la majorité d'entre elles, l'objectif d'amélioration de l'enseignement, et donc la recherche d'une plus grande efficacité en termes d'apprentissage des élèves. La société est sans doute en droit d'attendre cette retombée de toute recherche fondamentale apte à être déclinée en applications ; même si ces applications sont parfois inattendues. Néanmoins, l'observation et l'analyse de la conception et de la passation dans les classes de telles ingénieries de développement fournissent un dispositif clinique qui nous informe sur le système ; en cela les ingénieries de ce type constituent un outil pour la recherche.

#### *a. L'extension praxémique, entre Mnèmosunè et Mètis*

Un certain nombre de questions relatives à la mémoire émergent de tels travaux qui possèdent la double fonction d'être à la fois des développements de la recherche et des instruments pour l'observation clinique fournissant des données empiriques pour la recherche. Les premiers travaux d'ingénieries et les analyses qui s'en sont suivies, notamment au COREM, ont dû nécessairement prendre en compte le rôle des connaissances antérieures (cf. Brousseau, 1978, *Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique*, in Brousseau 1998, pp. 115-160). Dans l'article cité, Guy Brousseau note : « L'objet principal de la didactique est justement d'étudier les conditions que doivent remplir les situations ou les problèmes proposés à l'élève pour favoriser l'apparition, le fonctionnement et le rejet de ces conceptions successives. » Les « conceptions successives » proviennent de l'engagement par les élèves de « connaissances antérieures », de leur soumission à révision, à modification, à complément ou à rejet « pour former des conceptions nouvelles ». Le terme de « conception » mériterait un développement et une définition plus approfondis, mais les citations qui précèdent sont proches de l'idée « d'épistémologie non cartésienne » de Gaston Bachelard : l'élève n'est pas comme une cire vierge.

Si l'article de G. Brousseau s'intéresse avant tout aux obstacles, il évoque aussi « les caractéristiques de fonctionnement des connaissances, à la fois comme appui et comme obstacle (alternativement et dialectiquement) » [*en italique dans le texte*]. Les productions didactiques ont sans doute tenu compte, de manière pragmatique, de l'idée de point d'appui fourni par les connaissances antérieures afin de concevoir des ingénieries ; comment pourrait-il en être autrement puisque l'existence de connaissances antérieures socialement construites évite le recours à l'idée de maïeutique socratique ? Elles en ont sans doute aussi tenu compte, de manière implicite, dans la modélisation des situations en terme de jeux comme la propose la TSD, car il n'est pas possible d'éviter le présupposé de connaissances antérieures, qu'elles soient mathématiques ou relevant de comportements ou de connaissances sociales, afin de permettre à l'élève « de s'engager et de jouer le jeu ». Mais, à ma connaissance, l'idée de points d'appui fournis par les « connaissances antérieures » n'a guère été analysée en tant que telle<sup>59</sup>.

---

<sup>59</sup> On retrouve l'idée de connaissances antérieures en tant qu'obstacles dans les travaux pionniers de didactique des sciences physiques et de sciences de la vie et de la Terre. L'étude préalable à un enseignement d'un type nouveau dans le domaine des sciences expérimentales s'accompagne souvent de l'étude des représentations sociales relatives à l'objet que l'on souhaite enseigner. C'est le cas du mémoire de M2 de Konstantinos Grivopoulos que j'ai dirigé en 2009, comparant les « représentations » des élèves et leurs évolutions, selon qu'ils suivaient ou non un enseignement expérimental sur les nanotechnologies en Terminale S.

Or, face à un problème nouveau, dont la solution réside dans un savoir que l'on ignore encore parce qu'il l'engendre, et en dehors de tout recours à des médias comme c'est souvent le cas dans l'enseignement scolaire courant, les seuls outils dont disposent les élèves se trouvent dans leurs « connaissances antérieures ». Le sens donné à ce terme mérite sans doute d'être précisé mais n'est pas loin, pour l'usage que j'en fais, de celui que j'ai désigné comme étant la « mémoire pratique ». Ce type de mémoire rencontre alors la *métis* de l'élève, que l'on souhaite devenu un temps « mathématicien d'école » ; c'est-à-dire devenu, par sa ruse et son intelligence, créateur de mathématiques, bien qu'elles en soient peut-être restées à l'état brut, non abouties, demandant affinage et validation, mais en tout cas nouvelles pour lui et pour ses pairs.

Dans le chapitre relatif aux *Remarques sur les formes et les limites de la pensée technique chez les Grecs* de son ouvrage *Mythe et pensée chez les Grecs*, J-P. Vernant explique que pour les Grecs, et au contraire des sophistes, des ingénieurs, des mathématiciens, l'artisan n'a pas à user de la *métis* : il ne dispose que de la « routine du métier ». Cet « interdit » tient à l'*eidōs*, « la Forme, donnée d'avance à la façon d'une réalité naturelle. L'artisan ne l'a pas inventée ; il ne peut la modifier ; il n'a pas même, en tant qu'artisan, qualité pour la connaître [...] » [...] « Il ne lui faut, dans son travail, ni esprit d'initiative, ni réflexion. Sa fonction et sa vertu, dira Aristote, c'est d'obéir » (pp. 320-321). L'Ecole moderne est prise entre des injonctions contradictoires. Elle voudrait à la fois que l'élève soit « actif » – et il faut sans doute entendre par là « imaginaire », « créatif » –, et aussi que l'on puisse évaluer chez lui ce que les programmes de mathématiques du second degré appellent « les capacités attendues » ; c'est-à-dire les savoir-faire que les Grecs réservaient à l'artisan « qui doit obéir », puisque toujours d'après Vernant, « la science de la forme de l'objet fabriqué appartient, non au producteur, mais à l'usager ». C'est dire qu'elle se situe au niveau de la société dans le cas de la « formation » des élèves.

Pour un type d'enseignement qui s'appuie sur la recherche et la résolution de problèmes en tant que générateurs de savoir nouveau, l'image de l'artisan telle que la voyaient les Grecs ne peut prévaloir. Dans nos sociétés, certains élèves s'en émancipent d'eux-mêmes et s'emparent d'outils qui permettent de dépasser « la Forme » ; les ingénieries didactiques créées ou à créer doivent permettre au plus grand nombre de s'engager dans ce type de démarches. Mon travail de thèse avait permis d'identifier les extensions d'usage, plus ou moins indues quelquefois au regard des mathématiques construites ultérieurement mais que s'autorisaient, parfois à leur insu, certains mathématiciens afin de créer des mathématiques nouvelles. De telles ingénieries devraient permettre d'étudier les possibilités d'un jeu créatif par les élèves à partir d'extensions d'unités de pratiques antérieures, des extensions praxémiques, recourant à la mémoire pratique comme outil pour la *métis*. Nous avons mené ce travail en plusieurs points des propositions d'enseignement élaborées au sein de l'équipe AMPERES de Marseille. Il reste à poursuivre.

#### *b. Deux exemples*

Ainsi, par exemple, la simplification nécessitée en 5<sup>e</sup> par le calcul mental d'une expression telle que  $35748 + 27489 - 27492$ , et sa justification, requièrent-elles la mémoire d'une technique « d'emprunt » utilisée dans l'apprentissage de la soustraction au cours élémentaire :  $35748 + 27489 - 27492 = 35745 + (3 + 27489) - 27492 = 35745 + 27492 - 27492 = 35745$ , qui revient à la soustraction de 3, notée -3, à  $35748$ <sup>60</sup>. Ceci engage à donner un certain sens pour les nombres négatifs au collectif des élèves qui étudient : la proximité d'écriture de -3

---

<sup>60</sup> Nous avons développé une idée exposée dans le séminaire d'Y. Chevillard pour les PCL2 de mathématiques de l'IUFM d'Aix-Marseille en 2004-2005, pages 457 et suivantes.

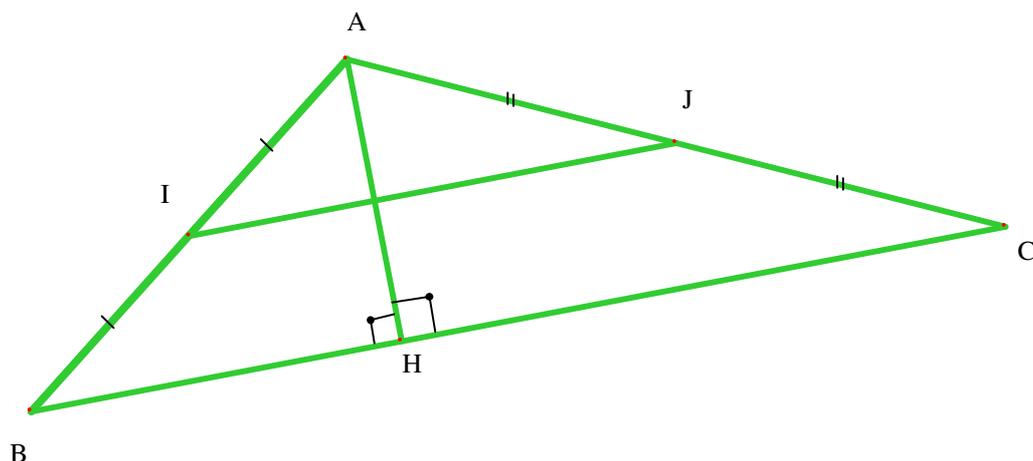
avec celle des nombres « tels qu'on les connaît jusqu'à présent », les engage ensuite à s'interroger pour savoir si on peut effectivement considérer -3 comme un nombre. De même, la recherche du calcul  $7 + (-2)$ , alors qu'on est en train d'élaborer collectivement la technique de calcul de la somme de deux relatifs, engage-t-elle à son tour les élèves vers un recours simultané à la mémoire pratique et à la *métis*, afin « d'inventer » des transformations d'écritures :

- soit  $7 + (-2) = 5 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$ , qui pose la question de la somme d'un nombre et de son opposé et contient an acte l'extension des propriétés d'associativité et d'élément neutre de l'addition des entiers à celle des relatifs que l'on construit,
- soit  $7 + (-2) = 7 + 0 + (-2) = 7 - 2 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$ , qui pose la même question et contient les mêmes extensions de propriétés

Un autre exemple, engageant à la fois la mémoire et la *métis*, est tiré d'une ingénierie de PER sur le théorème de Thalès dont on trouve le fichier sur la partie du site EducMath dédiée à AMPERES<sup>61</sup>. Il s'agit, après avoir admis le théorème de Thalès dans le triangle, de s'engager dans sa démonstration pour certains cas particuliers de la valeur du rapport, puis l'ayant démontré dans le cas du rapport  $\frac{1}{2}$ , de se poser la question de sa réciproque, encore appelée théorème de « la droite des milieux ». Les démonstrations relèvent, à ce niveau – la classe de 4<sup>e</sup> –, d'une rupture d'un des termes du contrat didactique qui stipule que tous les éléments nécessaires à la résolution d'un problème sont fournis par l'énoncé et qu'il suffit ensuite de les utiliser convenablement, à partir de ses propres connaissances, pour parvenir à la réponse attendue. Dans ce cas en effet, il est soit nécessaire de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration basée sur un raisonnement déductif, par implications successives, soit de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration par l'absurde. La conjugaison de ces deux initiatives étant, dans ce dernier cas, jugée plus difficile, cette voie n'est pas retenue, sauf à montrer la démonstration aux élèves, ce que l'on ne souhaite pas. Les élèves étant certains du parallélisme de la droite qui passe par les milieux des deux côtés d'un triangle, on choisit donc de diriger l'étude de la démonstration à partir de la mobilisation du potentiel des souvenirs collectifs concernant les théorèmes concluant au parallélisme de deux droites. Le recensement de ces théorèmes est confié aux élèves. Mais, celui-ci étant fait, aucun d'eux ne permet de conclure immédiatement, car les hypothèses qui doivent être vérifiées pour leur utilisation ne sont pas contenues dans la figure. On décide alors de revenir aux hypothèses nécessaires à réunir pour l'utilisation de chacun des théorèmes recensés. L'attention se concentre sur le théorème énonçant que si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles. Le problème majeur, auquel sont confrontés les élèves, tient au fait qu'aucune droite perpendiculaire à l'une des droites dont on veut démontrer le parallélisme n'est donnée dans la figure que l'on observe. Pour le lever, il n'y a alors plus qu'un seul pas à franchir : trouver une perpendiculaire à l'une de ces droites, puis montrer qu'elle est perpendiculaire à l'autre. Une fois de plus, le souvenir des perpendiculaires dans un triangle se conjugue à la *métis* pour surmonter la difficulté. La recherche de perpendiculaires dans un triangle joue comme un indice qui mobilise le souvenir des hauteurs. La « malice », la *métis*, engagent à tracer la hauteur relative au côté dont on souhaite démontrer le parallélisme avec la droite des milieux.

---

<sup>61</sup> <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/quatrieme>



Le tracé étant réalisé, il ne reste plus qu'à démontrer que la droite des milieux est perpendiculaire à la hauteur et donc parallèle à la base ; les ostensifs visuels contenus dans la figure (codage des angles droits et des milieux, jeu entre sous figures constituées des triangles rectangles  $AHB$  et  $AHC$  et sur figure  $ABC$ ), conjugués aux souvenirs de théorèmes sur l'orthogonalité, entraînent vers la mobilisation du souvenir de la médiatrice. On réalise en acte, à travers ces exemples d'ingénieries didactiques, ce que Sarrazy (2007) établit, à propos de l'idée de « décision », dans le combat qu'il mène contre « le mentalisme » : « L'élève décide certes, mais ne décide pas de *ce* qui le fait opter pour ceci et non pour cela ici et maintenant. »

### c. Des questions micro et macro didactiques pour une voie à explorer

On entrevoit, à travers ces deux exemples, une voie à explorer pour enseigner ce que d'aucuns croient identifier comme une vertu individuelle qu'ils nomment « l'intuition » ou « l'anticipation », mères des « inventions » sorties de l'imagination féconde d'un génie... qui ne peut, pour cette raison, n'être vu que comme forcément singulier. A travers le type d'ingénieries didactiques dont le contenu a été à peine effleuré dans les exemples qui précèdent, il s'agit de faire vivre, dans l'éducation mathématique, ce que Dewey (1963) disait de l'expérience, en opposition à la « préparation à la vie » que certains assignent à l'éducation. L'objectif poursuivi consiste à faire en sorte que l'éducation mathématique soit, à défaut d'être « la vie », une partie de ce qui la constitue dans sa dimension scientifique, et partant, dans ses dimensions sociale et démocratique, afin que dans ce domaine au moins, l'élève se rende à des raisons scientifiques et non à des arguments d'autorité : « [...] ce n'est qu'en extrayant à chaque moment présent la pleine signification de chaque expérience présente que nous nous préparons à faire la même chose à l'avenir », écrivait à ce propos Dewey. Mais l'organisation de l'expérience du savoir, à laquelle l'élève est confronté à l'école, se pense *a priori*. Dans ce domaine tout ne se vaut pas, et c'est là un des premiers apports des recherches en didactique qui montrent qu'aussi bien l'organisation du savoir transposé que l'organisation didactique permettant la rencontre des élèves et du savoir, pour laquelle le professeur assure le rôle de médiateur, pèsent sur la nature et la qualité de cette rencontre.

Un autre apport des travaux des didacticiens tient à la mise en évidence de l'impasse vers laquelle conduisent les recherches de « raccourcis » ; par exemple de ceux que l'enseignement de stratégies méta-cognitives, supposées dotées de vertus permettant de gagner en temps et en efficacité, seraient supposés favoriser. Dans ce domaine, Sarrazy (1997) note que ce qui se joue dans une relation didactique et qui relève de cette dimension « méta », notamment ce qui relève de concepts tels que « comprendre », « inventer », « continuer tout seul » ne peut être dit, mais que la seule possibilité de lui donner vie se trouve dans la prise en charge « en amont

de la dévolution de la situation adidactique, [des] conditions d'émergence des significations.» La construction, en amont de l'enseignement, d'une dialectique de la mémoire et de la *métis* dans laquelle on engagera ensuite les élèves, sous contrat et en situation, est une des réponses à la possibilité « d'émergence des significations ». La question désormais posée à la société relève de la traduction en acte, à travers la construction d'un enseignement qui la favorise, de l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir afin qu'ils la vivent ; ce sera là un troisième apport des recherches en didactique, en ce qui concerne leur application par le moyen d'ingénieries de développement. Un tel type d'enseignement pose évidemment la question de sa viabilité au sein du système, notamment à travers la question de la formation professionnelle des enseignants. Son extension à l'enseignement d'autres savoirs suppose la collaboration de spécialistes de ces disciplines. Dans ce domaine, la recherche en didactique peut éclairer l'univers des possibles, et c'est le but assigné à de telles ingénieries ; mais c'est, en dernière instance, au politique de décider de le faire ou non advenir.

### Eléments bibliographiques

- Araya, A. (2008). *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques : étude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica*, Thèse de l'Université Toulouse III – Paul Sabatier.
- Araya, A. & Matheron, Y. (2007). La problemática de la memoria : Proposiciones y ejemplos para su estudio antropológico en didáctica de las matemáticas. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 261 - 278). Universidad de Jaén.
- Baddeley, A. (1992). *La mémoire humaine, théorie et pratique*. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77 - 124.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.
- Chevallard, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir – Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1988-1989*, 211-235.
- Chevallard, Y. (1996). La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In Noirfalise R. et Perrin-Glorian M-J. (Eds.) *Actes de la VIIIe École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 83-122). IREM de Clermont-Ferrand.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation, Cours donné à la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 août 2001). Paru dans les actes correspondants, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41-56.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705-746). Universidad de Jaén.
- Clément, J. (2008). La mémoire corporelle et l'action. In Meulemans D. (Ed.) *La mémoire, outil et objet de connaissance* (pp. 49 – 68). Paris : Aux forges de Vulcain.
- Dewey, J. (1938, 1963). *Experience and Education*. New York: Collier Books.
- Garcia-Debanco, C. & Sanz-Lecina, E. (2008). De l'analyse des modèles disciplinaires en acte à la détermination des schèmes professionnels. L'exemple de l'enseignement de la grammaire au cycle 3 par des Professeurs des Ecoles débutants. In M-F Carnus, C. Garcia-Debanco, A. Terrisse (Eds.)

- Analyse des pratiques des enseignants débutants. Approches didactiques* (pp. 151 – 170). Grenoble : La pensée Sauvage Editions.
- Halbwachs, M. (1925 ; 1994). *Les cadres sociaux de la mémoire*. Postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.
- Halbwachs, M. (1950 ; 1997). *La mémoire collective*. Préface et postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.
- Leroi-Gourhan, A. (1964). *Le geste et la parole II, La mémoire et les rythmes*. Paris : Albin Michel.
- Matheron, Y. (2000). *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples*. Thèse de l'Université de Provence.
- Matheron, Y. (2002). Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 207 – 245.
- Matheron, Y. (2003). Some examples of relationship between the use of images and metaphors and the production of memory in the teaching and learning of mathematic. *Actes " IIIrd Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 3) "*, Bellaria, Italie, février-mars 2003, CD-ROM
- Matheron, Y. (2009). *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique*, Presses Universitaires de Rennes.
- Matheron, Y. (2011). Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution, *Education & Didactique*, 5(3) 81 – 100.
- Matheron, Y. & Mercier, A. (2004). Les usages didactiques des outils sémiotiques du travail mathématique : étude de quelques effets mémoriels. In rédactrice invitée G. Lemoyne. *Revue des sciences de l'éducation*, n° thématique vol. XXX, n°2, 2004, *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (pp. 355-377). Québec & Ottawa.
- Ricœur, P. (2000). *La mémoire, l'histoire, l'oubli*. Paris : Seuil.
- Sarrazy, B. (1997). Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(2) 135 - 166.
- Sarrazy, B. (2007). Approche anthro-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques : fondements épistémologiques et ancrages théoriques. In Gueudet G. & Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2006* (pp. 79 – 99). Paris : IREM Paris VII.
- Vernant, J-P. (1965). *Mythe et pensée chez les Grecs. Etudes de psychologie historique*. Paris : La Découverte édition de 1996.