

Une caractérisation de la conceptualisation, son utilisation pour la conception, la gestion et l'analyse de situations de la didactique des domaines d'expérience

Nadia Douek, IUFM de Nice

Équipe didactique des maths de Gênes CESAME, UMR ADEF

La caractérisation de la conceptualisation que je présente ici résulte du questionnement de certains éléments de la théorie des champs conceptuel de G. Vergnaud, de certains éléments de " Pensée et langage " de Vygotski, et des travaux concernant les domaines d'expérience de P. Boero. C'est, plus précisément, le résultat de questionnements croisés d'une théorie par une autre et une recherche de mise en cohérence de ce qui concerne la conceptualisation en mathématiques dans le cadre scolaire.

Un but important de cette caractérisation est de fournir un outil d'analyse a priori et a posteriori de situations didactiques et au-delà, une aide à la conception et la gestion d'une situation didactique.

Je présente sommairement la théorie des domaines d'expérience élaborée par P. Boero et son équipe de didactique de l'université de Gênes, ainsi que quelques éléments théoriques sur la didactique des domaines d'expérience et particulièrement sur la place importante faite à l'argumentation dans les résolutions de problèmes. C'est dans ce cadre didactique qu'ont été construites les situations que j'analyse pour :

- faire fonctionner la caractérisation de la conceptualisation et montrer les mouvements de conceptualisation que ces situations ont favorisé ;
- mettre en évidence des leviers qui ont pu avoir ces effets de conceptualisation (à quelques conditions que je préciserai).

Un premier exemple permet de mieux comprendre le fonctionnement du cadre didactique des domaines d'expérience et de mettre en évidence, indirectement, dans un premier temps, les éléments de caractérisation en question.

Je fais ensuite une mise au point rapide d'une définition des concepts selon G. Vergnaud, et des concepts scientifiques selon Vygotski qui sont à la base de la caractérisation opérationnelle de la conceptualisation dans le cadre scolaire à laquelle j'aboutis dans ce travail. Puis, je reviens à l'exemple 1 pour situer les mouvements de conceptualisation en

référence à la caractérisation présentée ainsi que quelques leviers de la conceptualisation typiques du cadre didactique des domaines d'expérience.

Je reprends ce type d'analyse sur un deuxième exemple pour mettre en évidence d'autres leviers de la conceptualisation du cadre didactique des D.E

La conclusion est une synthèse concernant les leviers mis en évidence : comment ils permettent à l'argumentation d'avoir un effet sur la conceptualisation du point de vue des critères retenus.

La théorie des domaines d'expérience

La théorie des domaines d'expérience a été élaborée par Paolo Boero et ses collaborateurs dans deux buts complémentaires :

- celui d'étudier le lien entre les pratiques des sujets, surtout dans leurs dimensions culturelles, et les savoirs qu'ils mobilisent ou construisent ;
- celui d'agir, dans le cadre scolaire, sur la construction des savoirs à partir des liens culturels mis en évidence.

La perspective culturelle prend en compte aussi bien les composantes matérielles et symboliques des activités que des composantes subjectives des conceptions développées par les sujets. L'approche des domaines d'expérience est à la fois théorique et résolument pragmatique. Elle fournit des outils pour réfléchir aux conditions culturelles de l'acquisition de savoirs par les élèves et pour mettre en place des dispositifs didactiques appropriés. C'est une sorte d'extension à des facteurs culturels, de questions épistémologiques à propos des savoirs scolaires. Elle questionne la nature de ces savoirs du point de vue des pratiques sociales dans lesquelles ils s'inscrivent, et de leurs cadres culturels.

Qu'est-ce qu'un domaine d'expérience ?

On peut reconnaître dans les activités humaines des champs culturels repérables par la stabilité des pratiques sociales et des concepts impliqués. On appellera domaine d'expérience ces sphères d'activité socialement stables. Un domaine d'expérience particulier implique souvent plusieurs types de pratique et de concepts. Notons que les concepts impliqués peuvent être aussi bien de type quotidien, scientifique ou des deux types, dans un sens proche de celui de Vygotski et qui sera précisé ci-dessous. Il s'agit donc de :

- reconnaître, même s'il est difficile d'en définir la frontière, un **domaine de la culture** qui soit cohérent et homogène. ; ce domaine est reconnaissable par les **pratiques** qui s'y développent, les **savoirs** qui s'y établissent d'une façon institutionnalisée, les diverses **représentations symboliques** qui y sont en usage, qu'elles soient formellement structurées, schématiques ou plus "naturelles" comme les dessins, les descriptions verbales, etc. Un domaine est déterminé alors par la communauté concernée par ces pratiques et ces savoirs. Ainsi, dans le cadre scolaire, il dépendra du niveau des élèves, par exemple. Le domaine d'expérience fourni alors une partie essentielle des situations de références des concepts (au sens de Vergnaud, voir ci-dessous) et des champs conceptuels impliqués.
- reconnaître les protagonistes qui sont concernés : le maître et les élèves, afin de tenir compte de quelques caractéristiques de leurs pratiques et des possibilités de développements de celles-ci et de leurs savoirs en ce qui concerne un domaine d'expérience donné.

Dans cette perspective, une analyse épistémologique des catégories de pratiques culturelles, des réseaux de concepts développés dans ces pratiques, et de leurs rapports avec des concepts du cadre scolaire est nécessaire.

Du point de vue cognitif, une certaine idée et expérience de la "réalité" est **prise en compte dans le but de cerner des racines** (effectives, plausibles ou possibles) de compétences scolaires dans les pratiques culturelles communes dont les élèves sont imprégnés, et de mettre en évidence des échos entre ces deux aspects de la vie culturelle des élèves.

Ce cadre a plus particulièrement été élaboré pour traiter l'enseignement des mathématiques et de la langue dans le primaire et le secondaire. La conception des mathématiques ici est bien plus étendue que la maîtrise des symboles, des règles et des procédures. Elle sous-entend aussi des compétences de raisonnement et de modélisation.

Les Domaines d'Expérience mis en place dans le cadre scolaire sont des "découpages épistémologiques" dans les pratiques culturelles autour d'un noyau déterminé par ce que les élèves concernés sont susceptibles de rencontrer et d'appréhender (au moins partiellement), et en fonction des apprentissages adaptés à ces élèves. La saisie par les enseignants concernés des catégories épistémologiques rencontrées par ces pratiques est aussi un facteur de détermination du D.E. Enfin le D.E. est délimité par la possibilité d'une

reconstitution dans le cadre scolaire de pratiques, généralement non identiques aux pratiques spontanées, mais appuyées sur celles-ci. En effet, la simple imprégnation de l'élève ne suffit pas nécessairement à développer des savoirs qui appartiennent à la culture commune, et qu'on voudrait exploiter en classe pour développer des apprentissages.

Pour un domaine d'expérience donné, on considère alors trois pôles :

- le **contexte externe** : celui des contraintes de ces domaines, qu'elles proviennent de la "réalité" même (comme le fait que le soleil a un mouvement régulier, que certaines mesures sont impossibles directement) ou qu'elles proviennent des moyens plus ou moins matériels (les instruments) ou encore des représentations symboliques (les schémas par exemple), ou encore des contraintes sociales (l'usage de la monnaie) ; cette notion de contexte externe est en partie comparable à celle de "milieu" qui appartient à la théorie des situations (Brousseau) ;
- le **pôle enseignant** caractérisé par ses savoirs (y compris ses compétences didactiques concernant le domaine), ses pratiques et ses conceptions, avec leur part de subjectivité ;
- et le **pôle élève**, caractérisé lui aussi par ses savoirs, ses pratiques et ses conceptions, avec leur part de subjectivité.

Ces D.E. appartiennent généralement à la culture commune dans les premières classes du primaire, les disciplines sont enseignées en rapport étroit avec l'expérience extrascolaire des élèves.

Par exemple, le domaine d'expérience de la monnaie permettra de mettre en place diverses notions liées au système de numération et aux techniques opératoires de l'addition et la soustraction, en première année de l'école élémentaire (le CP en France). Plus tard, ils peuvent être construits sur des savoirs provenant essentiellement de l'école. Par exemple la mise en place du D.E. de l'algèbre s'appuie essentiellement sur les pratiques arithmétiques développées à l'école. Ou encore la probabilité, elle peut être mise en place dans le cadre du domaine d'expérience de la théorie de l'hérédité de Mendel, relevant des sciences (elle constituera ultérieurement un domaine d'expérience).

Ingénieries de la didactique des D.E.

Une caractéristique essentielle de la didactique des D.E. est d'enseigner la langue (expression, lecture et écriture) et les mathématiques à travers de longs travaux qui établissent, développent et exploitent le domaine d'expérience. D'une part, un domaine

d'expérience se rattache généralement à plusieurs domaines disciplinaires comme la biologie, l'histoire, la géographie, etc. D'autre part on associe généralement plusieurs domaines d'expérience pour développer *un champ conceptuel* (voir Vergnaud 1990).

Ces projets inter et trans-disciplinaires sont aussi le cadre de l'apprentissage de l'argumentation. Celle-ci est à la fois un objectif central de cette didactique et un puissant moyen au service des apprentissages disciplinaires.

L'évolution du travail dans un D.E.

Dans les classes de l'école primaires qui travaillent dans la didactique des D.E., en Italie, de tels projets peuvent durer de trois mois à deux ans répartis sur deux ou trois années scolaires.

Il faut consacrer un temps important pour mettre en place un domaine d'expérience dans une classe. C'est-à-dire pour que certains éléments de base du domaine deviennent assez familiers et attirent l'intérêt des élèves. Ces éléments sont : les objets auxquels on s'intéressera, ou une partie d'entre eux, les *représentations* (symboliques ou mentales) de ces objets, certains questionnements à leurs propos. Cette familiarisation (et *dévolution*) de l'intérêt passent par des travaux divers d'expression verbale, de description, de dessins, de schématisation, d'observation, d'expérimentations.

Graduellement interviennent des situations-problèmes.

Plusieurs problèmes peuvent être liés à une même situation. Celle-ci est généralement mise en place en classe par une suite d'activités. Elle est systématiquement accompagnée d'un important travail langagier. Les situations-problèmes sont relativement complexes et ont des enjeux théoriques. Elles sollicitent fréquemment des compétences et des savoirs qui relèvent d'un ou plusieurs domaines disciplinaires et s'appuient sur des compétences développées dans d'autres domaines d'expérience.

Les situations problèmes de la D.D.E.

Les problèmes ayant un contenu mathématique sont en général résolus par argumentation et non par l'*activité* dans le sens matériel concret (dessin, mesure, construction matérielle, etc.). Les résolutions mobilisent un ensemble varié de références, des plus pragmatiques et quotidiennes aux plus théoriques et *scientifiques*. Une séquence de résolution d'un problème suppose une suite de phases, dont des argumentations orales, écrites et une synthèse.

La médiation prend une place importante et s'inscrit dans un contrat didactique centré sur la nécessité d'argumenter.

Le domaine d'expérience de la culture des plantes

En deuxième année, on aborde la problématique du " temps de la nature et des activités humaines ". En particulier, on considère le cycle annuel de la culture des plantes. En fonction des écoles (si elles sont en ville ou à la campagne), soit on crée un coin vert dans la classe, soit on observe des cultures qui ont lieu à l'extérieur tout en cultivant des plantes dans la classe en parallèle, comme c'est le cas dans les classes de Piossasco, où on a conduit les expérimentations.

C'est un projet d'environ 4 mois en 2ème année du primaire (CE1).

Le contexte externe du champ d'expérience de la culture des plantes présente une grande richesse de contraintes et de cadres. En rapport avec des objectifs d'enseignement des sciences à travers l'observation, et la production et l'évaluation d'hypothèses, des problèmes théoriques, en mathématiques, partent de tâches comme les suivantes.

- L'évaluation de durées qui mettent en jeu plusieurs mois (du 16 novembre au 10 janvier, par exemple). Elles demandent des stratégies de composition d'additions et de soustractions.
- L'utilisation de la règle pour mesurer des hauteurs qui dépassent sa longueur, ou qui ne sont pas accessibles directement (voir " La mesure des plantes dans le pot ", exemple 1).
- La comparaison de hauteurs et de croissances. La plante la plus haute peut avoir eut une croissance plus faible qu'une autre, moins haute, à une certaine période (voir " La croissance des plantes ", exemple 2).
- La représentations des hauteurs à l'échelle pour rendre compte des observations sur les cahiers des élèves, et permettre de reconstituer le passé pour des comparaisons avec le présent, ou pour faire des comparaisons entre des réalités éloignées dans l'espace (par exemple, entre les plantes de blé dans la salle de classe, et les plantes de blé dans le champ visité par la classe).
- L'analyse des formes (symétries et alternances ; conservation de certaines caractéristiques de formes par rapport au changement des dimensions, en synchronisant la comparaison de diverses feuilles de la même plante, et tout le long du développement d'une feuille dans le temps). Cette analyse est motivée par la nécessité de reconnaître les plantes de la même espèce (en particulier, à divers moments de sa croissance).

Exemple1 : Mesure des plantes dans le pot

Cet exemple, comme le deuxième, provient de la classe d'Ezio Scali et Nicoletta Sibona de l'école de Piossasco (Région de Turin, Italie). C'est une deuxième année du primaire (CE1) avec 20 élèves. Cette première situation s'est déroulée en novembre.

Voici l'énoncé du problème posé aux élèves :

Nous devons noter sur cette feuille la hauteur des plantes de blé qui sont dans le pot (de la classe...). Voici une règle. Comment fais-tu pour mesurer la hauteur de ces plantes ?

Les élèves avaient mesuré des plantes de blé arrachées de la terre, afin d'observer (et de noter) leur développement : Ils posaient le zéro de la règle au niveau où la tige sort de la terre.

A ce moment-là, en novembre, on cultivait un pot de plantes de blé dans la classe, dans un but d'observation... il n'était plus question d'arracher de plantes. Or, en posant la règle contre une tige du pot, on ne peut pas mettre le zéro au bon endroit de la plante, puisqu'il ne se trouve pas au bord de la règle. Cette contrainte matérielle était voulue.

Notons d'emblée que l'activité à envisager n'était pas étrangère aux élèves. Ils l'avaient effectuée, mais dans des conditions différentes. Cependant la question posée ici a un caractère théorique. Il faut expliquer une procédure et non pas l'effectuer (j'ai souligné le verbe au conditionnel). De plus il y a plusieurs plantes dans ce pot. Il faudra aussi justifier... mais ceci fait partie du contrat didactique et n'est pas rappelé dans la consigne.

La séquence de résolution du problème suit une routine spécifique à la didactique des D.E. qui se décline en plusieurs séances.

Séance 1 : Entretien individuel entre le maître et chaque élève.

Ces entretiens ont plusieurs objectifs et sont organisés dans les grandes lignes de la façon suivante :

Un premier temps est consacré à clarifier le problème. Ce temps peut aussi être celui de la résolution orale du problème ou bien être suivie par celle-ci, en fonction des élèves. Une phase particulièrement importante a lieu ensuite : l'élève doit produire un "texte oral" de synthèse, puis écrire cette synthèse ou recopier celle qu'il aura dictée au maître.

L'expression "texte oral" est inspirée de la caractérisation que fait Duval de l'activité cognitive engagée dans la production d'un texte écrit. Pour l'essentiel, c'est bien celle que le maître cherche à provoquer dans la deuxième phase de résolution du problème. Et pour y

parvenir, le maître demande explications et justifications, il aide à l'expression, à former des phrases. Il intervient en même temps dans le processus de résolution du problème en poussant les élèves à développer leur(s) idée(s), à maintenir une cohérence du propos, à faire prendre conscience de non-pertinences ou d'absurdités et en reprenant certains arguments oubliés, etc.

On verra ci-dessous que ceci contribue au développement de liens systémiques dans la conceptualisation en construction.

Par exemple une intervention du type : « *si on mesure comme tu dis toi, est-ce qu'on aura mesuré toute la plante?* » a pour but d'aider l'élève à découvrir qu'il y a bien un problème ; le pousser à tenir compte de la "réalité" de ce qu'il entreprend, lui donner un moyen d'être critique à propos de ce qu'il avance, et questionner la limite de validité de la procédure connue.

Pour favoriser une perspective plus *théorique* (et en particulier, une procédure générale), le maître projette *l'activité* dans le possible. Il dira, par exemple à une élève qui voulait absolument résoudre le problème par la mesure effective « *on choisira tout à l'heure une plante qu'on mesurera, mais pour l'instant...* ». Mais, à un autre qui avait plus de difficulté à envisager la résolution du problème, il suggérerait de poser la règle contre une des tiges.

Ce sont diverses manières que l'enseignant déploie pour favoriser la prise en compte de la situation pratique (qui servira de situation de référence) tout en se mettant à distance par rapport à celle-ci. L'activité pratique est inhibée (même pour l'élève qu'on encourage à essayer de mesurer et qui découvrira que ce n'est pas possible et la raison pour laquelle cela ne l'est pas).

Le travail langagier prend la relève.

L'argumentation du maître a pour effet de transformer les moyens que mobilisent les élèves pour résoudre le problème. On verra plus loin quelques conditions qui permettent à l'argumentation d'avoir ces effets. Voici les étapes par lesquelles passent les élèves, une fois qu'ils ont compris que la règle posée à côté de la tige ne donne pas vraiment la mesure de sa longueur.

Les premières idées proposées par les élèves sont d'enfoncer la règle, ou casser le petit bout en trop ...

L'argumentation du maître les amène à quitter ces tentatives d'action pratique pour ce que l'on peut appeler des "procédures virtuelles". Ainsi dans un deuxième temps, viennent des propositions comme « *[la plante] arrive là, on retire un petit bout et elle arrive à 12* ».

Mais une proposition comme « je vais faire semblant que les nombres de la règle glissent » va encore plus loin. Elle montre que, graduellement, les élèves passent à des actions virtuelles, non plus sur la règle, mais sur les graduations (les faire glisser) ou sur les longueurs (couper et déplacer), c'est-à-dire sur des objets mathématiques ou mathématisés. De plus elle reflète une attitude consciemment distanciée par rapport à l'activité qu'on peut comparer à l'énoncé d'une procédure générale.

Ces expressions reflètent l'émergence d'invariants opératoires (ou théorèmes en actes) :

- la mesure est invariante par translation,
- la mesure est additive.

A la fin de cette séance, 9 élèves ont dicté une procédure complète (4 translations, 4 additives, et une mixte); 4 élèves ont avancé vers une solution de translation; Les 7 autres élèves ont pris conscience que ce qu'ils lisaient sur les graduations de la règle ne représentait pas la mesure de la plante et qu'il y manquait la mesure de l'espace entre le bord et le zéro.

Séance 2: activité de confrontation

Dans les séquences de résolution de problème, un temps est systématiquement consacré à aider les élèves à prendre connaissance de productions (" bien choisies ") de quelques-uns d'entre eux et à se situer par rapport à celles-ci dans de " bonnes conditions ". Ceci est généralement un préalable à la discussion collective. Il permet une meilleure écoute des arguments d'autrui, une possibilité d'assimilation de quelques-uns des éléments de savoirs mis en jeu, facilite les prises de positions et offre une meilleure prise sur l'argumentation de la part des élèves, y compris ceux qui ont quelques difficultés d'expression ou au niveau des savoirs concernés.

C'est un travail individuel écrit à effectuer sur le document ci-dessous :

A - Résolution de Rita

Pour mesurer la plante on peut faire semblant que les nombres de la règle glissent. Alors là où commence le bord, on trouve le zéro, là où se trouvait le zéro, on trouve le un et ainsi de suite. Quand je lis la mesure, je dois me rappeler que les nombres ont glissé et si la règle m'indique 20 cm, je dois lire ce qui vient après, donc 21.

B - Résolution d'Alessia

Mettons la règle à côté de la plante et regardons sa hauteur et ajoutons le petit bout qui serait au début de la règle avant le zéro.

Mais d'abord il faudrait mesurer ce petit bout avant le zéro.

Lis les deux textes et réponds :

Je n'ai raisonné ni comme A ni comme B,

Mon raisonnement ressemble à celui du texte ... parce que... »

A la suite de ce travail individuel rapide, l'enseignant mène une discussion collective et, en parallèle, fait résoudre le problème sur les cahiers des élèves. Au tableau, le maître a fait le schéma d'une plante dans un pot et celui d'une règle graduée avec un espace avant le zéro. Deux photocopies de ce schéma (pour les deux solutions) et de cette règle graduée en papier sont distribuées.

Lors de cette discussion collective "orchestrée" par le maître, il s'agissait :

- d'expliquer chaque procédure, la faire fonctionner sur des exemples, puis sur les schémas (au tableau et dans les cahiers des élèves) ;
- de rapprocher les différents registres sémiotiques : on passe d'expressions descriptives du type « *le 1 vient à la place du 0, puis le 2...etc.* » à d'autres « *cela fait +1* », fonctionnant dans le registre numérique ; on associe aussi ces expressions au registre de la schématisation, en utilisant le schéma de la règle graduée ; d'ailleurs, un élève propose la schématisation de l'opérateur +1 par la flèche, tracée au-dessus des graduations dans le schéma de la règle ;
- de réfléchir sur la différence entre les deux procédures : la translation n'est convenable que si l'espace avant 0 mesure 1cm, alors que la procédure additive est visiblement toujours efficace ... à condition de pouvoir mesurer le décalage ; cette réflexion porte finalement sur les conditions de faisabilité des procédures trouvées ; elle révèle une position théorique sur les procédures et implique l'expression des invariants opératoires.

La règle en papier a joué un rôle important dans l'assimilation du sens de la mesure et des propriétés mobilisées pour résoudre le problème. En effet, elle offre un soutien pour le passage entre les actions inhibées (casser le bout de la règle) et les procédures virtuelles (déplacer cette longueur au niveau du sommet de la plante). Les élèves qui n'avaient pas

produit de procédure pouvaient alors s'approprier celles des autres. Ainsi, l'appropriation de ces éléments par tous les élèves de la classe assure l'existence de situations de références pour les raisonnements, communes à la classe. Et la production et l'assimilation de la schématisation (représentation externe) des invariants opératoires sous jacents aux procédures.

L'ensemble de ce travail, et la discussion tout particulièrement, développe des liens systémiques entre procédures dans le cadre des longueurs, solutions numériques, schéma et diverses situations de référence.

Séance 3 : synthèses individuelles écrites sur la différence entre les deux procédures

Les élèves devaient produire un texte écrit (faisant fonction de synthèse) en réponse à la question suivante : « *pourquoi la solution de Rita fonctionne et pourquoi la solution d'Alessia fonctionne* ».

Les élèves ont produit des argumentations à caractère général, du fait de la question posée, et du fait de la maîtrise atteinte.

Les situations virtuelles réapparaissent à travers des exemples génériques, comme moyens d'explication, de justification et d'interprétation de la transformation numérique. Ceci montre qu'elles ont fonctionné comme des situations de référence. Elles ont permis aux élèves d'énoncer les invariants opératoires établis dans le langage naturel.

Seule une élève n'a pas su décrire la solution de Rita (translation), mais n'a pas eu de difficulté avec l'autre solution. Tous les autres élèves ont pu expliquer les deux solutions.

Vers une caractérisation de la conceptualisation dans le cadre scolaire

Définition des composantes des concepts de G. Vergnaud

Je me réfère à une définition donnée par G. Vergnaud dans son article de 1990.

Les **situations de référence** sont « *l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept (la référence)* ».

Les **invariants opératoires** sont « *l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes (les signifiés)* ». Ils « *se trouvent à la charnière des rapports*

entre le réel et la connaissance pratique et théorique que le sujet s'en forme (...permettent de) comprendre comment la pensée du sujet reflète le réel”.

Les **représentations symboliques** sont les signifiants : langage verbal, symboles, schémas, gestes...

On peut ajouter que les outils ou certains dispositifs matériels peuvent avoir des fonctions de représentation...

Description des Concepts Scientifiques de L.S. Vygotski

Les concepts scientifiques sont caractérisés par le fait qu'ils sont utilisés de façon **consciente, intentionnelle et volontaire**. Ils sont maniés et maîtrisés de façon **explicite**. On les relie à d'autres concepts en des **systèmes**. Ils ont un caractère de **généralité**, dans le sens où ils sont **théoriques** et ont un caractère **systemique**. Ils sous-entendent une certaine recherche de rigueur et de délimitation, et on peut les présenter par des définitions.

Description des Concepts Quotidiens

Les concepts quotidiens sont **plus riches en sens** : “ ils sont) *saturé(s) de la riche expérience personnelle de l'enfant*”, mais leur utilisation et les systèmes auxquels ils se relient sont plutôt implicites. Ils se forment spontanément chez le sujet en rapport avec son **expérience**, sa **culture** et son **entourage**. Ils sont plutôt de portée locale. Étant donné l'usage qui est fait des concepts quotidiens, il n'y a pas lieu de les définir.

Les rapports entre concepts scientifiques et concepts quotidiens

Les CS et CQ se distinguent, du point de vue de l'expérience de l'enfant, par des rapports différents qu'il élabore avec leur(s) objet(s) et par les trajectoires différentes de leur développement. Le caractère de scientificité (ou de quotidienneté) concerne l'usage des concepts. Leur existence et leur développement sont fortement liés : *le système et le caractère conscient liés au CS.. impliquent déjà l'existence de concepts enfantins suffisamment riches... ; ce caractère non conscient des CQ est dû non pas à l'égoïsme mais à la non systématisation des concepts spontanés...*

La dialectique CQ/CS de Vygotski

On retiendra de cette élaboration de Vygotski le jeu de développement réciproque de ces deux pôles, et la nécessité de s'appuyer sur des concepts à caractère quotidien développés chez l'élève pour développer le caractère scientifique des concepts que l'on veut enseigner. Cette idée a une place importante dans la didactique des D.E. et se reflète dans le choix de la D.D.E. de s'assurer (ou d'assurer) du développement des concepts quotidiens dans le cadre scolaire.

Il faut ajouter une précision. L'intégration de la dialectique CQ/CS dans la caractérisation de la conceptualisation présentée ici prête un caractère relatif et dynamique à chacun de ces deux pôles.

Caractérisation épistémologique et cognitive de la conceptualisation dans le cadre scolaire...

C'est donc une dynamique qu'on caractérisera par le développement de :

- liens systémiques appuyés à des situations de référence et des représentations externes ; les invariants opératoires et les généralisations sont sous jacent à de tels liens systémiques ;
- maîtrise consciente et volontaire des concepts (de leurs composantes et de leurs liens systémiques) ; ceci suppose la maîtrise de représentations externes au sein et au delà des situations contextualisées.

La conceptualisation est non seulement une dynamique, mais de plus les directions qu'elle peut prendre sont multiples. On peut considérer, dans une analyse de la conceptualisation chez un élève, l'enrichissement en situations de référence, le développement de nouveaux invariants opératoires et de représentations externes aussi bien qu'un changement dans la prise de conscience d'éléments restés implicites.

Leviers de conceptualisation dans la D.D.E

L'argumentation est liée à la conceptualisation. En effet, elle suppose la mobilisation consciente et volontaire d'arguments, et leur organisation. Cette dernière reflète des liens systémiques d'un concept ou entre plusieurs concepts.

Un facteur essentiel de la conceptualisation, dans la didactique des domaines d'expérience est l'argumentation. C'en est aussi un indice.

Ici on considèrera des leviers que les conditions didactiques typiques des D.E. rendent possibles et qui agissent sur la conceptualisation à travers l'argumentation.

Entre l'activité pratique et l'activité théorique, les situations virtuelles

Certains problèmes favorisent la conception de situations "virtuelles". Dans le cas étudié ici, celles-ci ont été possibles car certaines conditions favorables étaient réalisées : la question posée avait un caractère général (la procédure à trouver ne devait pas concerner une plante particulière), l'activité pratique y a été empêchée ou impossible (on ne pouvait pas réaliser de mesure, au risque d'abîmer la plante et quand bien même on posait la règle le long de la plante, on ne pouvait y lire la mesure cherchée). La résolution demandait alors des explorations et expérimentations virtuelles, et passait par conjectures et argumentation.

Au delà de la nature du problème posé et des conditions de sa résolution, d'autres facteurs doivent être pris en compte. Ce travail pouvait prendre une dimension théorique au primaire car il était enraciné à des pratiques élaborées par les élèves, au niveau conscient, dans le contexte devenu familier du D.E., tout en étant appuyé à la construction commune et théorique, élaborée dans le D.E.. Ces facteurs sont reconnaissables dans l'expression des élèves, aussi bien pour ce qui est de sa forme que de ce à quoi elle se réfère.

On va voir comment les situations virtuelles devenues possibles ont eu un effet sur la conceptualisation.

Retour sur les exemples

Dans notre premier exemple, les situations virtuelles servent à soutenir l'élaboration des procédures, puis à les expliquer et les justifier. Les élèves les rappellent comme si la facilité d'imaginer de les réaliser garantissait la validité de la proposition. Elles offrent des arguments dont la valeur serait semblable à celle d'une preuve matérielle.

Elles favorisent donc à la fois des raisonnements d'exploration (en amont de la production d'une procédure) et des raisonnements de preuve.

Elles ont pu être interprétées dans les champs additifs grâce aux représentations externes structurées maîtrisées par les élèves et utilisées dans l'explication collective de ces

procédures virtuelles, qui par ailleurs étaient comprises par les élèves du fait de leur "réalisme". L'interprétation des procédures virtuelles dans le cadre de la schématisation et dans le cadre numérique était essentielle pour la maîtrise d'une procédure mathématique

En résumé

Les situations virtuelles sont des leviers et des composantes de conceptualisation, dans le cadre de la D.D.E.

Les actions envisagées doivent nécessairement être énoncées (puisqu'elles ne sont pas permises), ce qui pousse à la **prise de conscience**, et à l'élaboration de **représentations externes**. Élaborées (ou re-élaborées) pour résoudre un problème, elles deviennent **situations de référence**, d'usage **conscient et volontaire**. Elles sont utilisées pour expliquer ou pour justifier, d'autant que leur "réalisme" est susceptible d'exploration et se prête à la construction commune. Et de fait, la possibilité de s'y appuyer pour expliquer et argumenter en fait une référence partagée (ou partageable). L'ensemble des argumentations développe les **liens systémiques**. En particulier, il pousse à l'expression des **invariants opératoires** sous jacents aux procédures virtuelles.

Exemple 2: Comparaison des croissances de deux plantes

Cette deuxième situation s'est déroulée un mois plus tard.

Voici l'énoncé du problème posé aux élèves :

« Vendredi 3 décembre, la plante dans le pot qu'on a gardé en classe, à la lumière, était haute de 26 cm et celle du pot qu'on a mis à l'ombre était haute de 7 cm.

Aujourd'hui, vendredi 10 décembre, la plante du pot à la lumière est haute de 28 cm et celle du vase qu'on a mis à l'ombre est de 10 cm ;

À ton avis, laquelle des deux plantes a grandi le plus du vendredi 3 décembre à aujourd'hui ? »

Ce problème relève d'une situation additive difficile, celle de la comparaison de transformations (du point de vue de la classification de G. Vergnaud). Les transformations, ici, sont des croissances. On verra plus avant que le concept de croissance lui-même n'est pas si clair pour les élèves.

On analysera en quoi la comparaison des croissances est un contexte qui facilitera pourtant la conceptualisation de cet aspect de l'addition.

Éléments de déroulement

Séance 1: résolution individuelle en interaction avec le maître

Croissance et longueur sont des concepts proches, et la procédure additive de résolution est complexe. En justifiant leur réponse, même correcte, les élèves (13) tombaient dans des contradictions. Des réponses comme « *La plante qui a crû le plus est celle qui est la plus haute* » montrait que l'élève regarde la hauteur et en déduit la plante qui a crû le plus, contredisant parfois le résultat de son calcul des croissances. Des réponses comme « *Cette plante a crû le plus alors c'est la plus haute* » montraient, elles, que l'élève calcule la croissance et en déduit la plante la plus haute (négligeant les données de l'expérience et la situation réelle et observable).

Ainsi, la résolution par calculs ne suffisait pas à dissiper les confusions. On peut expliquer ces confusions par une conception **quotidienne** de la croissance. Comme on le verra à travers leurs productions, pour les élèves, la croissance est déterminée par la hauteur, ils ne s'attachent pas à son caractère dynamique, ni au fait qu'elle dépende d'un moment de début et d'une fin.

On verra aussi leur difficulté à comprendre le rôle du temps et à en faire usage pour interpréter la situation. Ces difficultés se résorberont avec la résolution du problème grâce à la double interprétation Dynamique de la situation et Statique des résultats de calcul

Le maître a encouragé les élèves en difficulté (9) à dessiner les plantes côte à côte en marquant leurs hauteurs aux différentes dates et en "parcourant" les deux croissances.

Pour les autres, le traitement verbal suffisait, mais supposait une attention fine aux différentes significations des nombres traités.

Que ce soit par le dessin ou par l'évocation dans les échanges verbaux quand ils parlent d'un "pezzo cresciuto" (le bout qui a crû), le cadre spatial où l'on imagine les plantes croître (ou plutôt s'allonger) est convoqué et joue un rôle important pour la majorité des élèves.

Il permet de "faire voir" et de souligner la dynamique de la croissance, mais en même temps, de la fixer pour chacune des plantes, pour passer à la comparaison.

Il permet aussi de faire référence à la droite graduée.

Dans l'ensemble des **argumentations**, trois éléments ont servis d'appui et ont été mis en relation : la référence à l'histoire connue des plantes, qui met en évidence l'aspect dynamique et fait intervenir le rôle du temps ; la **schématisation par le dessin** ou par **l'organisation orale de repères spatiaux** qui favorisent la fixation des éléments de la situation ; et enfin, les **calculs** qui peuvent fonctionner détachés de la situation.

L'argumentation a permis à beaucoup d'élèves de prendre conscience de la distinction entre les concepts de hauteur et de croissance, par le biais de l'interprétation des différents calculs et la distinction entre différences de hauteurs, comparaison des croissances et aussi grâce au questionnement du rôle du temps. Elle a permis aux élèves de s'approprier une expression élaborée du rapport entre ces concepts: On a obtenu assez souvent l'expression de leur relation " contradictoire " par des phrases du type : « *la plante qui a crû le plus est celle qui était à l'ombre alors que la plante la plus haute est celle qui était au soleil* ».

14 élèves ont pu distinguer et calculer croissances et hauteurs au fil de l'entretien, et 6 élèves ont résolu le problème sans difficulté, 9 d'entre eux ont exprimé le rapport contradictoire.

Séance 2: activité de confrontation puis discussion collective.

Travail individuel sur ce document préparé à partir des productions de deux élèves:

JESSICA : Celle à l'ombre a crû le plus parce qu'elle a crû de 3cm par contre celle au chaud a crû de 2cm. Je dis que celle à l'ombre a cru le plus parce que les centimètres de la partie de la plante qui a crû sont de plus.

GIUSEPPE : La plante qui a crû le plus depuis vendredi 3 décembre est celle à l'ombre, parce qu'elle a crû de 3centimètres alors que celle au chaud a crû de 2centimètres et alors 3 c'est plus que 2. Mais en vérité la plante la plus haute et celle de 28centimètres et ce sont celle du chaud.

Questions :

- 1) Sur quoi Giuseppe et Jessica ont-ils raisonné de façons semblables ?
- 2) Dans le texte de Giuseppe, il y a un argument que nous ne trouvons pas dans le texte de Jessica. Lequel est-ce ?

Ce travail incite à une réflexion métacognitive sur les productions de Jessica et de Giuseppe. Et il est indispensable pour stabiliser et partager la clarification de la situation et des différents rôles des données.

Au début de la discussion collective qui suit le travail individuel, des conceptions “ quotidiennes ” réapparaissent : hauteur et croissance sont confondues à nouveau.

Puis, la spatialisation par l'expression “ pezzo cresciuto ” est évoquée par des élèves. Par contre, les dessins schémas n'étaient pas repris. On retrouve dans les **arguments** la **référence à l'histoire connue des plantes**, avec son caractère dynamique, **l'organisation orale**, avec la **spatialisation évoquée**, et bien sûr, les **calculs**.

Séance 3: synthèse individuelle

Le maître amène les élèves à une synthèse en posant la question :

« Est-ce la même chose de dire quelle plante a crû le plus ou de dire quelle plante est la plus haute ? Pourquoi ? »

Notons le caractère général de cette question

12 élèves ont pu produire une synthèse générale, la plupart ont donné des exemples, dont certains originaux, 14 élèves font référence au temps parmi eux, 6 avaient produit un dessin à la séance1.

Bilan du deuxième exemple

Cette comparaison de transformation est une situation additive nouvelle pour les élèves. Par contre la croissance a déjà été rencontrée dans un problème de comparaison de hauteurs.

Les enjeux d'apprentissage de cette séquence sont complexes et vont dans plusieurs directions. On fera abstraction, ici, du développement des compétences d'argumentation, qui se poursuit au fil des situations problèmes, pour considérer deux points essentiels.

1) L'évolution de la signification de la croissance, qui demeurera cependant conceptualisée dans un mode **quotidien**.

Elle est favorisée par l'effort de mathématisation de la situation. La résolution du problème provoque le questionnement de cette notion. La recherche de signification est facilitée par le cadre numérique, qui est assez bien dominé par les élèves. Dans ce cadre, on donne des valeurs numériques aux éléments en jeu, ce qui les distingue entre eux et distingue leurs différents rôles. Le traitement du calcul exige (surtout dans ce cadre didactique) l'interprétation de la signification de ses étapes. Ainsi s'impose la nécessité de situer la

croissance par rapport à la hauteur, de mettre ces concepts en rapport avec les nombres, le champ de l'addition et la représentation schématique de ces divers éléments sur la droite numérique

2) Le développement du concept d'addition et particulièrement l'extension de l'ensemble des situations de références de l'addition pour inclure une comparaison de transformations (G. Vergnaud).

L'affinement simultané du concept de croissance a été indispensable à la saisie de la situation additive. La comparaison de transformations contextualisées dans une situation de croissance rend cette situation additive significative. La croissance imprègne la situation additive d'un caractère **dynamique et spatial**. Ceci aide à penser l'organisation de la situation et l'élaboration d'une procédure de façon plus maîtrisable. La conceptualisation de l'addition se développe avec ses aspects d'opérateur, de déplacement sur la droite numérique et d'écart grâce à l'association de la situation réelle connue et relatée et du traitement schématique ou du traitement verbal organisé autour d'éléments fixés visualisables et du traitement numérique.

Quels mouvements de conceptualisation dans cette séquence ? au niveau épistémologique : quels liens systémiques et au niveau cognitif : quels éléments de maîtrise consciente ?

L'invariant opératoire mis en place est la détermination de la croissance, comme variation de longueur qui a lieu dans le temps.

Quant aux autres liens systémiques : *croissance* et *hauteur* sont dissociées entre elles et la croissance est associée à

- sa détermination dans le registre numérique par un calcul associé maintenant à une durée,
- sa **représentation schématique** sur la droite numérique,
- une **situation de référence** avec son côté "réel" et dynamique qui appartient à l'expérience de la classe,
- une **situation de référence**, plus *scientifique*, de croissances variables discernable grâce à des données liées au temps non perceptibles d'emblée.

L'invariant opératoire concernant cette nouvelle situation additive est le rapport hiérarchique entre les différentes étapes additives avec leurs rôles différents qui caractérise

la comparaison de transformations, et qui permettra de leur attribuer des significations statiques ou dynamiques.

Les liens systémiques concernant la croissance concernent naturellement cette situation additive : la représentation schématique sur la droite numérique, la situation de référence du réel dynamique avec des références fixées dans le temps et les longueurs.

Le niveau de maîtrise est révélé par les synthèses, car productions individuelles répondent à une question relativement nouvelle. Même si la discussion l'avait préparée, il n'y a pas répétition. L'élève doit re-élaborer sa propre réflexion et l'organiser pour produire sa propre expression.

L'argumentation a pu faire évoluer la conceptualisation de la croissance et de l'addition grâce à deux leviers importants ; la complexité de la situation problème et la dialectique CQ/CS engagée par cette situation. Pour être plus précise :

- Le choix d'une situation complexe dynamique liée à une situation "réelle" et pragmatique connue, avec des repères fixes de différentes sortes. Il y avait des données visibles directement, d'autres écrites seulement, et des résultats intermédiaires.
- L'interrogation d'un concept élaboré au niveau quotidien (interrogation relativement théorique, car la croissance n'est pas donnée par l'expérience directe) par des constructions scientifiques : des outils symboliques maîtrisés, comme le schéma, des éléments de situations additives (qu'il faudra ensuite conjuguer) et de calculs faciles à maîtriser; et l'organisation fictive des parties de la plante.

La prise de conscience par les élèves de l'insuffisance de leur maîtrise de la notion de croissance et de la nécessité de l'affiner est à la fois due à l'argumentation et motrice de celle-ci. Le contexte complexe favorisait l'argumentation. Cette prise de conscience reflète le levier qu'est la dialectique concept quotidien concept scientifique.

Conclusion

L'analyse des exemples à partir des critères de la conceptualisation permet de mettre en évidence quelques leviers de conceptualisation à travers l'argumentation.

Ex. 1) l'argumentation développée dans une situation où la tâche favorise une **dialectique activité / théorisation** à travers les **situations virtuelles** qu'elle pousse l'élève à élaborer.

Ex. 2) l'argumentation dans une **situation complexe** où **Concepts Quotidiens et Concepts Scientifiques** sont fortement liés, et doivent être à la fois séparés et déterminés. Le jeu de **double référence à la situation pratique et à un traitement théorique** (car la croissance n'est pas une donnée perceptible directement), permet de faire fonctionner une dialectique CQ/CS essentielle pour la conceptualisation.

Bibliographie

- ARZARELLO, F. & BARTOLINI BUSSI, M. G.: 1998, 'Italian Trends in Research in Mathematics Education: A National Case Study from an International Perspective', in: A. SIERPINSKA & J. KILPATRICK (Eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity*, Kluwer Acad. Pub., Dordrecht, Vol. 2, 243-262.
- BARTOLINI BUSSI, M.: 1996, 'Mathematical Discussion and Perspective Drawing in Primary School', *Educational Studies in Mathematics*, 31, 11-41.
- BOERO, P.: 1994, 'Experience fields as a tool to plan mathematics teaching from 6 to 11', in L. Bazzini & H.G. Steiner (Eds.), *Proceedings of the Second Italian German Bilateral Symposium on Didactics of Mathematics*, IDM Bielefeld, 45-62.
- DOUADY, R.: 1996, 'Jeux de cadres et dialectique outil-objet', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, 5-31
- DOUEK, N.: 1998, 'Analysis of a Long Term Construction of the Angle Concept in the Field of Experience of Sunshadows', *Proceedings of PME-XXII*, Stellenbosch, vol. 2, 264-271.
- DOUEK, N.: 1999b, 'Argumentation and conceptualisation in context: a case study on sun shadows in primary school', *Educational Studies in Mathematics*, 39, 89-110.
- DOUEK, N.: 1999d, 'Argumentation and Conceptualisation in Context: Developing Mathematical Meaning through Everyday Life Experience', in A. Rogerson (Ed.), *Proceedings of the International Conference: "Mathematics Education into the 21th*

- Century: Societal Challenges, Issues and Approaches*", vol. 2, 29-38, Third World Forum, Cairo.
- DOUEK, N; SCALI, E.: 2000, 'About Argumentation and Conceptualisation', *Proceedings of PME-XXIV*, Hiroshima, vol. 2, 249-256.
- DOUEK N.: 2002, 'Context Complexity and Development of Argumentation', *Proceedings of PME- XXVI*, Norwich, vol. 2, 297-304.
- DOUEK, N. ; PICHAT, M. : 2003, 'From Oral to Written Texts in Grade I and the Approach to Mathematical Argumentation', *Proceedings of PME-XXVII*, Honolulu, vol. 2, 341 – 348.
- DOUEK N.: 2005, 'Communication in the Mathematics Classroom: Argumentation and Development of Mathematical Knowledge', A. Chronaki (Ed.), *Mathematics Classroom Communication*, JAI Press.
- DUVAL, R. : 1998, 'Signe et objet, trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet' *Annales de didactique et de sciences cognitives*, vol.6, ULP, IREM de Strasbourg.
- MALARA, N. ; ZAN, R. : 2002, 'The Problematic Relationship Between Theory and Practice', in L. D. English, *Handbook of International Research in Mathematics Education*, LEA, Mahwah, N.J., 553 –580.
- RADFORD, L.: 2002, 'The Seen, the Spoken and the Written. A Semiotic Approach to the Problem of Objectification of Mathematical Knowledge', *For the Learning of Mathematics*, 22 (2), 14-23.
- RADFORD, L.: 2003, Gestures, Speech and the Sprouting of Signs, *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-50.
- VERGNAUD, G.: 1990, 'La théorie des champs conceptuels', *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 133-170.
- VERGNAUD, G. ; RECOPE, M. : 2000, 'De Revault d'Allonnes à une théorie du schème aujourd'hui'. *Psychologie française*, 45, 1, 35-50.
- VYGOTSKY, L. S. : 1978, *Mind in Society*, Harvard University Press, Cambridge.
- VYGOTSKY, L. S.: 1985, *Pensée et langage*, Editions Sociales, Paris.