Evolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs : analyse écologique et historique.

Marie- Pierre Galisson

IUFM de Versailles et DIDIREM

Le travail présenté ci-après a pour objectif de présenter quelques éléments d'une thèse réalisée sous la direction de Teresa Assude, (Laboratoire Didirem, Université Paris VII) et soutenue le 11 décembre 2004.

Introduction

J'évoquerai d'abord les travaux qui ont motivé cette étude.

- La thèse[1] de M.L. Peltier soutenue en 1995 : cette dernière dresse, dans la première partie de son étude, une image des mathématiques du professeur d'école, renvoyée par les épreuves du concours, qui se révèle spécifique à travers certains traits. Rappelons que l'absence de programmes officiels détaillés en termes de contenus de formation nécessite le recours à l'étude du corpus des épreuves.
  L'arithmétique du professeur d'école apparaît ainsi comme clivée en deux composantes, pratique et théorique ; elle révèle encore son insensibilité à l'évolution des programmes du collège (ce qui n'est pas le cas des autres domaines subordonnés, en grande partie, à ces derniers) : l'arithmétique a, en effet, disparu de ceux-ci entre 1985 et 1999. De plus, cette arithmétique du professeur d'école répond assez fidèlement aux directives officielles qui doivent caractériser les épreuves du concours : évaluer les capacités du candidat à maîtriser les notions qu'il aura à enseigner, susciter sa réflexion sur ce qu'est l'activité mathématique, établir encore des liens avec celle de l'élève.
- Le travail de T. Assude[2] en 1998 sur l'évolution de l'enseignement arithmétique et la formation des maîtres : l'auteure établit, dans l'histoire des plans d'études, la résistance d'objets emblématiques de la double composante d'une arithmétique des

[1] Peltier M.L. (1995), *la formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre « conjecture et éternité »*, Thèse de doctorat, Paris VII, IREM.
[2] Assude T. (1998), Evolution de l'arithmétique et formation des maîtres, *Actes du XXVème Colloque de la COPIRELEM.* Loctudy.

maîtres et élabore une hypothèse. En inscrivant son étude dans une perspective temporelle, de 1886 jusqu'à aujourd'hui, elle montre qu'il y a certes sensibilité de l'arithmétique des futurs maîtres à l'évolution du savoir savant et aux contraintes liées au niveau de recrutement, mais que subsistent ses deux composantes, pratique et théorique, à travers l'existence inaltérée des objets suivants : la numération et les propriétés des nombres (divisibilité, PGCD, PPCM, nombres premiers). Son hypothèse explicative pour la période actuelle mais applicable, semble-t-il, depuis la période classique est la suivante : il y a primat des besoins théorico-professionnels des futurs maîtres. Cette hypothèse justifierait en l'occurrence, qu'en l'absence d'un programme officiel, les acteurs de l'institution de formation, maîtres d'œuvre des plans d'études actuels, préservent une certaine culture « traditionnelle », emblématique de l'identité propre d'une institution de formation des maîtres.

Les questions à l'origine de cette étude sont donc les suivantes.

1. Questions initiales.

- Quelles sont les conditions et les contraintes qui, au cours de l'histoire des institutions du système d'enseignement primaire (nous y incluons les écoles primaires et les institutions de formation des maîtres), pilotent l'évolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs maîtres et préservent, par ailleurs, sa double composante pratique et théorique ?
- Comment, inversement, l'arithmétique enseignée dans les institutions de formation des maîtres participe-t-elle du fonctionnement social de ces institutions ?
- En postulant que les besoins théorico-professionnels des futurs maîtres traduisent l'expression de ces conditions et de ces contraintes pour une période donnée, par quelles instances sont-ils déterminés ? Est-ce au niveau de la société, du politique, des mathématiciens, de l'école, de l'institution de formation, des parents ? Quels effets, l'influence de ces divers niveaux de détermination, imbriqués ou non, produisent-ils ?
- Peut-on établir, au cours des périodes écoulées, des corrélations entre la nature des besoins exprimés dans un contexte donné, les conditions de vie de l'arithmétique dans les plans d'études et la viabilité des institutions du système d'enseignement primaire ?

Dans ce cas, il serait possible de prétendre qu'une analyse des besoins théorico-professionnels des maîtres, conduite dans un espace réunissant les instances représentatives des divers niveaux de détermination de la société, peut s'avérer pertinente pour envisager des perspectives curriculaires dans le cadre de la formation des futurs maîtres.

2. Cadre d'analyse et hypothèses

Pour répondre à ces questions, il m'a paru nécessaire d'inscrire cette étude dans une période qui débute avec l'émergence d'un premier plan d'éducation pour tous les citoyens en 1791 et qui s'est achevé, faute de temps, en 1989.

Il m'a donc semblé pertinent, d'une part, d'analyser une documentation qui se caractérise aussi comme le terrain d'exploration[3] de l'historien de l'enseignement, c'est-à-dire, les textes officiels (lois, arrêtés, instructions, règlements, circulaires, plans d'études) mais aussi des textes non officiels tels que des rapports d'inspecteurs généraux, des ouvrages de pédagogie officieux tels que le Manuel Général, les deux éditions du dictionnaire de pédagogie de F. Buisson. D'autre part, il m'a semblé encore nécessaire d'étudier un certain nombre de traités, de manuels, de sujets de concours et, notamment en ce qui concerne la période contemporaine, un ensemble de textes émanant de mathématiciens, d'acteurs de l'institution de formation (par exemple des rapports de commission, des extraits d'actes de colloques).

Inscrire ce travail dans le cadre d'une didactique historique impose l'usage d'outils qui relèvent de l'écologie sociale et culturelle des savoirs. J'ai fait le choix d'utiliser des outils qui permettent préalablement de caractériser les conditions d'existence d'un rapport institutionnel[4] à des objets de savoir.

Ces outils peuvent, d'une part, mettre en évidence quelque traits du processus de transposition institutionnelle qui définit l'arithmétique du futur maître, d'autre part, expliquer la nature du rapport institutionnel à cette arithmétique au sein même d'une institution de formation des maîtres.

Ces indicateurs[5] sont au nombre de six.

---

[3] Exploration qui m'a été grandement facilitée par l'existence du recueil de textes officiels réalisé par A. Chervel (cf. bibliographie).

[4] Chevallard Y., (1988-1989), Le concept de rapport au savoir-Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de DDM et d'informatique, Lsb- IMAG, institut Fourier, Grenoble.*

[5] Bosch M., Nin G. (1991), L'institution dans la culture : légitimités et pertinences, *Actes de la VIème école d'été de DDM,* Plestin- lès- Grèves.

- **La légitimité épistémologique :** celle-ci est conférée à l'objet de savoir par l'institution productrice du savoir ; les traités, les discours apologétiques des savants en constituent les vecteurs.
- **La pertinence épistémologique :** elle est liée au fait que l'objet est fonctionnel, il est utile à la manipulation d'autres savoirs ; l'objet satisfait au principe du « tout structuré ».
- **La légitimité culturelle :** c'est une légitimité aux yeux de la société en général ; l'objet va de soi, il fait partie du milieu institutionnel et est reconnu par la société. Cette légitimité induit l'existence préalable d'un milieu pour l'objet et, plus ou moins explicitement, que si l'objet est un objet de savoir, il peut être enjeu didactique d'une institution, elle-même, légitime culturellement.
- **La pertinence culturelle** : l'objet est emblématique de la culture de l'institution ; cette assertion suppose que l'institution existe et que cette institution a produit une culture, c'est-à-dire que les effets d'un phénomène d'acculturation ont été réalisés. Elle suppose encore l'existence d'un temps institutionnel dans lequel peut s'inscrire un temps du savoir, condition nécessaire à l'émergence d'une culture de l'institution.
- **La pertinence et la légitimité professionnelles** (indicateurs que nous avons introduits dans ce contexte spécifique) : cette pertinence s'exprime à travers le fait que l'objet est fonctionnel dans l'« éducation professionnelle » du futur enseignant. Elle suppose l'existence des deux dernières conditions, elle induit la reconnaissance sociale (ou légitimité culturelle) d'une profession et d'un système combinant institution de formation (au sens large) et institution d'enseignement primaire, c'est-à-dire la légitimité professionnelle du savoir.

Les valeurs, plus ou moins fortes, affectées à certains de ces indicateurs peuvent rendre compte, tout d'abord, de l'influence respective des niveaux de détermination[6] sur la définition des besoins théorico-professionnels des futurs maîtres. Ces indicateurs nous permettent encore d'inscrire notre étude dans le cadre de l'écologie institutionnelle[7] des savoirs, c'est-à-dire de répondre aux questions suivantes : pourquoi et comment l'arithmétique vit-elle dans cette institution ? Comment décrire le rapport institutionnel à ce

---

[6] Chevallard Y. (2001), organiser l'étude : écologie et régulation, *Actes de la 11ème Ecole de DDM,* Corps, La Pensée Sauvage.
[7] Chevallard Y., (1988-1989), Le concept de rapport au savoir-Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de DDM et d'informatique, Lsb- IMAG, institut Fourier, Grenoble.*

savoir ? (C'est-à-dire, ce qui se fait dans une institution donnée, à un moment déterminé, avec cet objet, comment et à quelle fin).

Les outils de l'approche écologique des savoirs, à savoir la notion d'habitats (adresses où résident les objets de savoirs), la notion de niches (fonctions qu'assurent ces objets), certains des principes sur laquelle se fonde cette approche (le principe du « tout-structuré »), permettent de répondre à la première question. Les notions d'organisations mathématiques[8] et didactiques associées aux objets de l'arithmétique, la possible co-détermination de ces organisations, les niveaux de détermination, dont procède l'organisation mathématique de l'arithmétique, sont, par ailleurs, des outils susceptibles de révéler la consistance d'un rapport institutionnel.

Ces diverses considérations m'ont conduit à distinguer, dans les besoins théorico-professionnels du futur maître, quatre conditions qui, me semble-t-il, apparaissent comme déterminantes pour assurer la viabilité d'une arithmétique spécifique au futur maître et indissociablement l'existence d'une arithmétique « discipline scolaire primaire ».

J'émets ainsi l'hypothèse que ces conditions corrélées peuvent expliquer la viabilité d'un savoir et la légitimité d'une institution de formation, et qu'elles peuvent encore aujourd'hui, parce qu'il existe dans l'histoire des plans d'études et des institutions des faits récurrents, servir d'outils d'analyse. Ce sont les conditions suivantes.

- Il existe une organisation réglée du savoir arithmétique du futur maître qui emprunte sa légitimité et sa pertinence épistémologiques à des traités « savants ». Ce savoir, censé nourrir une culture commune, relève encore d'un choix de société.
- La codétermination du savoir à enseigner et d'un art de l'enseigner (que nous pouvons traduire actuellement comme la codétermination des organisations mathématiques et didactiques dans une institution de formation des maîtres) est un constituant nécessaire dans une formation opératoire.
- La conjonction des fonctions éducatives et sociales[9] des objets de savoir de l'arithmétique est clairement perçue dans l'ensemble des institutions, institution de formation des maîtres, école primaire et société.

---

[8] Chevallard Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique, *Actes de l'Université d'été,* La Rochelle- Charente -Maritime.

[9] Ces fonctions en liens avec la légitimité et la pertinence culturelles peuvent nous permettre d'établir, dans le cadre de notre étude, un parallèle avec la notion de discipline scolaire définie par A. Chervel (1998), *La culture scolaire, une approche historique,* INRP et Economica.[9]

A. Chervel écrit p. 17 : « [...] une discipline scolaire comporte non seulement les pratiques enseignantes de la classe, mais aussi les grandes finalités qui ont présidé à sa constitution et le phénomène d'acculturation

- L'articulation théorie-pratique, dans laquelle sont mis en jeu les objets de l'arithmétique, fait partie des fondements de l'« identité propre » à l'institution de formation, identité propre qui lui assure jusqu'à présent sa légitimité culturelle. La nécessité, que cette articulation procède d'une dialectique entre réflexion sur les objets à enseigner et réflexion sur les pratiques, légitime l'existence d'un double cursus : culture générale et culture et formation professionnelle.

3. Quelques résultats à travers quelques faits et quelques rapprochements

Evolution de l'arithmétique et résistance de certains objets

Considérons, tout d'abord, la trajectoire accomplie par l'arithmétique dans la formation des futurs maîtres, sans nous attacher précisément aux conditions qui peuvent expliquer cette trajectoire.

En terme d'organisation mathématique, l'arithmétique a évolué plus ou moins sensiblement tout au long des périodes étudiées.

L'arithmétique « toute numérique » des traités du XVIIIème siècle, matrice d'une « discipline scolaire » tant à destination de l'enseignement secondaire que primaire (plus tardivement pour ce dernier), marque fortement l'arithmétique officielle des futurs maîtres jusqu'en 1920. En ce qui concerne la numération et les propriétés des nombres, les plans d'études se calquent assez fidèlement sur le programme élaboré par Lénient en 1876, dont voici quelques extraits (*Guide des aspirants et aspirantes aux divers brevets de capacité*[10], (1876), par M.A. Lénient, Préfet des études de l'Ecole normale de la Seine).

Définitions préliminaires. – Ce qu'on appelle grandeur ou quantité, unité, nombre. – Diverses espèces de nombres.

---

qu'elle détermine [...] » ; il caractérise ainsi les invariants constitutifs d'une discipline, les attributs d'un modèle idéal de la discipline scolaire : « La discipline scolaire est donc formée par un assortiment à proportions variables suivant les cas, de plusieurs constituants, un enseignement d'exposition, des exercices, des pratiques d'incitation et de motivation et un appareil docimologique lesquels, dans chaque état de la discipline, fonctionnent évidemment en étroite collaboration, de même que chacun d'eux est, à sa manière, en liaison directe avec les finalités. »

Il confère encore aux « finalités » le rôle d'analyseurs. Dans le cadre de notre analyse, nous traduisons les finalités spécifiques de l'arithmétique comme des « fonctions ».

[10] Nouveau Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire, (1911), sous la direction de F. Buisson, source : article de Jacoulet E. « Normales primaires (écoles) ».

Numération. – Objet de la numération. – Formulation des nombres. – Numération parlée. – Numération écrite. – Règle à suivre pour écrire en chiffres un nombre énoncé. – Traduire en langage ordinaire un nombre écrit en chiffres. [...]

Divisibilité des nombres. – Définitions et principes généraux. – Lorsqu'un nombre en divise plusieurs, il divise leur somme. – Tout nombre qui en divise un autre divise ses multiples. – Lorsqu'un nombre en divise deux autres, il divise leur différence.

Tout nombre qui divise une somme de 2 parties et l'une de ces 2 parties divise l'autre. - Un nombre étant composé de 2 parties, tout nombre qui divise l'une des 2 parties sans diviser l'autre, ne divise pas la somme. - La division du nombre donné et de la partie non divisible par le diviseur donne alors le même reste.

Caractères de divisibilité par 2 et par 5, par 4 et par 25, par 8 et 125. – Divisibilité par 9 et par 3. – Caractère de divisibilité par 11.

Preuve par 9 de la multiplication et de la division. – Théorie et pratique.

Ce qu'on appelle *plus grand commun diviseur* de plusieurs nombres. – Théorie de la recherche du plus grand commun diviseur de 2 nombres. – Tout nombre qui divise deux nombres divise leur plus grand commun diviseur. – Recherche du plus grand commun diviseur de plusieurs nombres.

Nombres premiers. – Définition. - La suite des nombres premiers est illimitée. - Méthode suivie pour trouver, quels sont, dans la suite naturelle des nombres, ceux qui sont premiers, – Marche à suivre pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers.

Théorèmes relatifs aux nombres premiers. – Tout nombre qui divise un produit de facteurs et qui est premier avec l'un d'eux divise nécessairement l'autre. – Tout nombre premier qui divise un produit divise en même temps un des facteurs de ce produit. – Lorsqu'un nombre est divisible par plusieurs nombres premiers entre eux deux à deux, il l'est aussi par leur produit. – Former tous les diviseurs d'un nombre.

Condition nécessaire pour qu'un nombre en divise un autre et pour qu'un nombre soit divisible par un autre. – Détermination du PGCD de plusieurs nombres au moyen des facteurs premiers de ces nombres. Trouver le plus petit nombre divisible à la fois par plusieurs nombres donnés.

Les thèmes d'études ainsi déclinés (repérés par les intitulés en italique) reprennent l'organisation des transpositions du traité de Bézout à l'adresse de l'enseignement secondaire ; les deux premiers relèvent d'un secteur d'études, « Numération et opérations dans les entiers », les rubriques suivantes caractérisent le secteur d'études consacré aux « Propriétés des nombres ». Ce dernier secteur se caractérise par sa relative stabilité jusqu'à la période moderne et nous pouvons y retrouver la trame de l'organisation arithmétique « théorique » actuelle. Du principe de la numération décimale et des principes relatifs à la divisibilité résultent la définition des sujets d'études : caractères de divisibilité et l'émergence d'une théorie des restes, l'algorithme d'Euclide pour la détermination du PGCD.

Le thème sur les nombres premiers présente de même des définitions, des théorèmes, introduisant des sujets d'études qui deviendront le support des tâches proposées aux futurs instituteurs.

Intéressons-nous aux tâches proposées. Les tâches relevées dans les brevets consistent en des questions théoriques (restitution de fragments de cours) qui seront écartées à partir de 1915, ou relèvent d'une application de techniques présentées dans le cours (détermination de PGCD ...), mais parfois encore d'une modélisation : l'objet de savoir est alors outil de résolution. Voici quelques exemples extraits du *traité d'arithmétique théorique et pratique, à l'usage des Ecoles Normales d'instituteurs et d'institutrices, de l'enseignement primaire supérieur, de l'enseignement secondaire (garçons et jeunes filles),* par P. Leyssenne, 29ème édition, Paris, Librairie A. Colin, 1910.

31. Trois bateaux à vapeur partent pour la même destination : le premier tous les 4 jours, le second tous les 6 jours, et enfin le troisième tous les 9 jours. Ces bateaux sont partis ensemble ; au bout de combien de temps partiront–ils de nouveau le même jour ? (Brevet élémentaire – Algérie- *(présent dans un manuel d'enseignement secondaire (1898)).*

33. La planète Jupiter a quatre satellites. Le 1er accomplit sa révolution en 42 heures ; le 2ème en 85 heures ; le 3ème en 172 heures ; le 4ème en 400 heures ; On demande dans combien de temps ces quatre satellites se retrouveront à la fois dans les mêmes situations relatives qu'ils occupent aujourd'hui. On devra dire d'ailleurs combien de révolutions chacun d'eux accomplira dans ce temps (Brevet élémentaire. – Seine).

L'arithmétique des futurs maîtres s'algébrise à partir de 1920. L'organisation mathématique de l'arithmétique théorique se transforme : si l'environnement théorico-technologique des propriétés des nombres n'évolue pas, sinon en terme de langage, l'introduction de numérations dans des bases autres élargit celui de la numération décimale. Mais surtout, le langage algébrique modifie profondément les tâches et les techniques que pouvaient sous-tendre ces objets. Les exercices et les problèmes introduisent des activités mathématiques à visée, semble-t-il, purement « désintéressée et spéculative » (sens défini par les législateurs de 1881).

Par exemple, nous trouvons dans un manuel conforme au programme de 1920, l'« *Arithmétique* » par M. Faucheux (librairie Delagrave, Bibliothèque des Ecoles Normales, 1937) les exercices suivants :

37. Le carré de tout nombre impair est un multiple de 8 augmenté de 1. (Prendre le nombre donné sous la forme $2k + 1$).

Application. Si trois nombres a, b, c vérifient la relation $a^2 = b^2 + c^2$, l'un au moins des nombres b et c est pair (démonstration par l'absurde : en supposant le contraire de la conclusion, on obtiendra un résultat incompatible avec l'hypothèse).

Les preuves convoquent moins des raisonnements inductifs (du cas particulier procède la généralisation, principe de la numération et principes de la divisibilité à l'appui) ; elles sollicitent, plus explicitement, démonstrations algébriques, raisonnement par l'absurde. Demeurent toutefois les tâches classiques.

La réforme des mathématiques modernes introduit une nouvelle conception algébrique de l'arithmétique. Les nouveaux systèmes de nombres, que révèlent les arithmétiques finies (par exemple) résident, éphémères, dans le paysage mathématique de la culture générale des futurs maîtres. L'environnement technologico-théorique des propriétés des restes s'entrouvre sur les notions de congruences, tandis que les ensembles et les bases transforment le rapport à la numération et au calcul.
Des tâches totalement différentes sont introduites (équations diophantiennes) mais certaines résistent ; à titre d'exemple, ces deux exercices tirés d'un cours donné en 1983 :
« Un coq coûte cinq sous, un poulet trois sous et trois poussins un sou. On a acheté cent volatiles pour cent sous. Combien de chaque sorte ? (l'auteur précise qu'il s'agit d'un exercice tiré d'une ancienne publication chinoise) ».
« Les durées des révolutions sidérales des quatre premiers satellites de Jupiter sont approximativement 42 heures, 85 heures, 172 heures et 400 heures. A un instant donné les quatre satellites forment une certaine configuration C par rapport aux étoiles fixes et par rapport à la planète ; Calculer l'intervalle de temps séparant deux occurrences successives de C Préciser le nombre des révolutions sidérales effectuées par chaque satellite pendant cet intervalle de temps ? » (Notons la transposition de la structure de l'énoncé de 1910!)

La contre-réforme réhabilite, au sein des écoles normales, une arithmétique peu ou prou libérée du joug « des algèbres » ; sa composante théorique résiste, non sans révéler le retour à certain ordre « traditionnel » : de nombreux exercices donnés ne sont pas sans évoquer les exercices classiques des manuels de la IIIème République. Dans les épreuves actuelles, ce constat est encore vérifiable.

Cette situation révèle donc des évolutions mais encore la résistance d'une arithmétique pratique et théorique, spécifique aux plans d'études.

Abordons maintenant...

L'influence des besoins théorico-professionnels sur l'évolution de l'arithmétique des futurs maîtres : quelques exemples de récurrences à travers trois séries d'événements

Il convient d'évoquer tout d'abord un principe qui, a priori, traverse les périodes.

Ces besoins répondent aux **exigences d'une institution dont la mission est double** : elle doit adapter ses exigences aux enjeux éducatifs et instructifs de la société toute entière (précisément d'un Etat représentant l'ensemble de ses citoyens) et elle doit être à l'origine d'un phénomène d'acculturation qui accompagne l'évolution sociale et scientifique de la société selon les directives idéologiques du régime en place.

Les besoins théorico-professionnels du futur maître sont donc des conditions, a priori, sensibles aux évolutions conjoncturelles : **les différentes interprétations que génère l'expression de ces besoins selon les périodes, leur influence sur les conditions de vie du savoir peuvent donc traduire les conjonctions favorables ou défavorables des niveaux de déterminations (société, institution de formation, écoles, savants...) qui définissent ces besoins.**

Je vais donc essayer de présenter des conditions qui génèrent, modifient la définition des besoins théorico-professionnels des futurs maîtres. Je vais ensuite tenter de présenter certaines caractéristiques de ceux-ci et les corréler avec les conditions de vie d'une arithmétique des futurs maîtres et la viabilité de l'institution de formation.

Je propose encore de mettre en parallèle des périodes, des événements qui peuvent présenter des caractéristiques analogues et des effets révélateurs d'une certaine récurrence.

La première série : cours de l'école Normale de l'an III et réforme des maths modernes

Les cours de l'école Normale de l'an III et la réforme des maths modernes révèlent une transposition du savoir pilotée par les mathématiciens sous le contrôle d'un politique qui se désengage du processus.

Dans les deux cas, la société (les représentants du peuple sous la Convention, les législateurs sous la V$^{\text{ème}}$ République) accompagne et tend à contrôler l'irruption d'un nouveau texte de savoir, désigné comme enjeu didactique pour la société. Certes, les contraintes conjoncturelles sont distinctes : il est aisé d'opposer l'instabilité d'un régime révolutionnaire à la relative stabilité d'un régime républicain en termes d'institutions. Dans le premier émerge, précaire, le principe d'un plan d'éducation nationale ; dans le second, le principe est depuis longtemps appliqué ; mais, dans les deux, se pose la question de **la mission des systèmes d'enseignement**. Dans les deux cas, cette question semble imposer l'intervention des savants : **quand les fonctions instructives et éducatives d'un système d'enseignement (à venir ou achevé) sont à définir ou à modifier, les savants sont sollicités.**

Dans les deux cas encore, nous pouvons considérer que l'influence des savants sur la définition d'un savoir « scolarisable » en 1795, d'un savoir scolaire en 1969, est perceptible.

❖ *Le savoir à enseigner*

Le Système métrique et l'arithmétique décimale (numération et calcul) s'inscrivent dans le champ des savoirs indispensables à tous. La légitimité épistémologique du savoir est rabattue sur sa légitimité politique et économique : ce savoir est un des vecteurs de l'unification nationale et du développement social. « Révolutionnaire » à l'origine, la nature du savoir insensible aux divers régimes entraîne sa « naturalisation » : s'impose une arithmétique élémentaire à forte composante utilitaire.

Les promoteurs de la réforme des maths modernes prétendent restructurer des organisations mathématiques obsolescentes ; ils transforment radicalement l'approche du concept de nombre, ils détachent la numération d'un système métrique qui la rendait « intuitive et palpable », ils consacrent l'éviction de la règle de trois, d'un certain nombre de techniques obsolescentes.

❖ *Les limites*

Ces influences révèlent aussi des limites.

La pénétration de l'algèbre dans le champ de l'arithmétique et l'éviction de la théorie des rapports et proportions qu'elle entraîne, ne sont avérées qu'au terme d'un processus temporel que ne pilotent plus les mathématiciens (nous nous limitons à l'enseignement primaire). Le langage algébrique s'introduit d'abord subrepticement en 1882, puis plus explicitement comme un langage abrégé, plus simple, pouvant se substituer avantageusement au langage arithmétique pour résoudre des problèmes pratiques.

Ce qui subsiste des mathématiques modernes est modeste : quelques traces évanescentes des notions de structures dans la présence des divers systèmes de nombres à l'école élémentaire.

Dans les deux cas, les **finalités premières** posées par les mathématiciens, à savoir, fournir à tout citoyen l'usage d'un mode de pensée universel (porté par la méthode analytique pour les premiers, par le « structuralisme » pour les seconds) peuvent a posteriori être qualifiées d'utopistes socialement. Mais, par contre, ces finalités transposées dans un registre pratique, pédagogique, ou encore didactique ont permis des évolutions notables dans la restructuration des organisations mathématiques et didactiques.

Tâchons de caractériser quelques traits des besoins des futurs maîtres alors définis. Tout d'abord :

❖ *Le savoir du maître*

Qu'est ce que ces finalités imposent ?

Le savoir du futur maître relève nécessairement d'un enseignement « supérieur » (le terme est inapproprié en 1795, disons que la distance entre le savoir savant et le savoir du maître est faible). Les motifs qui légitiment cette exigence relèvent encore de deux registres communs. La méthode analytique et le structuralisme sont consubstantiels des savoirs à enseigner. Tout d'abord, ces modes de pensée fondent l'art didactique ; la méthode analytique et le structuralisme, instaurent, pour la première, un type d'organisation didactique (sans devenir immédiat, certes), transforment, pour le second, les organisations didactiques traditionnelles. Par ailleurs, élémentariser le savoir, c'est-à-dire, présenter les germes de la science dans le premier cas, favoriser la reconnaissance des structures dans le second cas, impose la maîtrise d'un savoir étendu. Les exigences en terme de savoir présentent donc de fortes analogies. **Le principe de la codétermination des organisations mathématiques et didactiques est sinon appliqué, du moins explicitement invoqué.**

Mais qu'en résulte-t-il ?

❖ *Les effets : les manuels*

Notons dans les deux situations les effets que l'irruption abrupte d'un savoir savant peut produire : une formation accélérée et l'élaboration de manuels. L'efficience de cette formation accélérée, dans les deux cas, ne se traduit pas au niveau de l'enseignement primaire ; les manuels (nous excluons les manuels rédigés à l'usage de l'enseignement dans les écoles centrales), substituts à un programme et à une méthode d'enseignement, révèlent tout autant leurs limites. Il y a dans les deux cas disqualification du manuel comme substitut à une formation des maîtres.

Il me parait cependant pertinent d'évoquer la fonction spécifique du manuel[11] élémentaire de Condorcet ou du moins la conception d'un enseignement de l'arithmétique primaire telle que pouvait la définir le mathématicien et le politique. Je ne prétends émettre aucune hypothèse quant à l'incidence de l'œuvre de celui-ci sur la politique scolaire de la IIIème République : certains des principes affichés par les pédagogues et politiques de cette période sont explicitement les principes inverses de ceux défendus par Condorcet ; le fait, que, toutefois, la conception d'une instruction publique, déliée de toute dépendance à l'égard du politique, ressurgisse en son nom au cœur de certains débats actuels, peut poser question sur l'influence controversée que sa conception d'un enseignement populaire a pu opérer de façon latente (jamais officielle).

Le manuel élémentaire est d'abord la mémoire de l'élève, l'outil de travail pour le maître ; il doit établir l'égalité entre les élèves, pallier, si nécessaire, aux insuffisances du maître.

Scindé en deux parties, l'une pour l'élève, l'autre pour le maître, il peut donc apparaître comme la marque emblématique du mathématicien. Si l'élémentarisation pratiquée par les savants de l'école Normale de l'an III ne répond pas aux exigences des conventionnels, c'est bien **l'émergence d'un principe fondamental qui explique la rédaction du manuel de Condorcet : il est nécessaire pour un enseignement qui s'adresse à beaucoup d'articuler un savoir et l'art didactique relatif à ce savoir. Le manuel est encore l'anticipation d'un programme établissant l'égalité de l'enseignement.**

La seconde série : Monarchie de Juillet et IIème République

La Monarchie de Juillet et la IIIème République illustrent la prééminence d'un autre type de conditions : les fonctions éducatives et sociales du savoir scolaire sont des fonctions définies conjointement par l'Etat et les acteurs du système d'enseignement.

La consécration des écoles normales primaires, sous la Monarchie de Juillet et sous la IIIème République, coïncide avec la mise en place d'un **réseau de surveillance et de contrôle** dans un système en voie d'instauration pour la première période, constituée pour la seconde.

Le fonctionnement social des institutions induit **l'émergence d'un quadrillage temporel** censé normaliser, réguler, contrôler les conduites des sujets de l'institution primaire. Les **savoirs sont désignés, circonscrits officiellement** par un Etat qui conçoit le système d'enseignement primaire comme un « service public ». Les fonctions sociales et éducatives

•

[11] Condorcet (1988), *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité.* Art, Culture, Lecture-Editions.

du savoir scolaire sont en résonance avec les intentions didactiques du régime : l'arithmétique est un vecteur de l'unification nationale, tant sur le plan politique, économique que moral. Le système d'enseignement primaire est compatible avec son environnement sociétal

S'inscrivent officiellement, dans un temps scolaire qui tend à se naturaliser, les deux activités emblématiques de l'arithmétique : calculer et résoudre des problèmes pratiques. Ces deux activités répondent aux fonctions officielles qui leur sont dévolues par la société.

Mais à quoi se réfère le savoir de référence ?

❖ *Le savoir de référence.*

Dans les deux contextes, le texte de savoir dérive invariablement d'un un traité de 1764 et de ses transpositions à l'adresse de l'enseignement secondaire sous le Consulat.

Pourquoi le traité[12] de Bézout ? Pourquoi demeure-t-il le traité de référence ?

Il n'a pas de coloration idéologique, son contenu est « purement » arithmétique, il se présente comme un « tout-structuré », un tout complet à fonction essentiellement pratique et utilitaire, accessible aux « commençants » et lui est adjoint, depuis 1795, un complément sur le système métrique.

Plus encore, sa **structure et sa progression** suggèrent un **découpage temporel**, que des programmes, détaillés et déclinés sur son organisation, permettent d'inscrire dans un cadre temporel. Le premier programme détaillé pour les écoles normales est édicté en 1838 ; il se calque fidèlement sur le sommaire du traité de Bézout, si ce n'est qu'il actualise les problèmes d'application pratique.

D'autre part, conçu comme un recueil pour permettre de répondre aux questions de mathématiques des examens des armes savantes, il lui est conféré d'emblée la fonction de **support des organisations mathématiques qui pourront vivre dans un enseignement normal, naturellement sanctionné par des certifications.**

Révèle-t-il une spécificité primaire ?

•

[12] Bézout, (1795), *Arithmétique à l'usage de l'artillerie, de la marine et du commerce,* Nouvelle Edition avec les nouveaux calculs décrétés par la Convention, par Peyrard, Paris.

Bézout (1801), *Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie,* tome 1, Paris, Richard, caille, Ravier, an VII.

Bézout (1848), *Eléments d'arithmétique de Bézout,* par M. Caillet, Paris, Dezobry, E ; Magdeleine et Cie, Libraires-Editeurs.

❖ *La dualité primaire-secondaire à travers la nature du savoir enseigné n'est pas avérée.*

Le traité est le texte de référence d'un enseignement de l'arithmétique élémentaire : il révèle la fragilité (en ce qui concerne ce domaine) d'une frontière entre un ordre primaire et un ordre secondaire.
Le texte de savoir est le produit d'un processus de transpositions successives : d'abord transposé à l'adresse de l'enseignement secondaire par le Baron Reynaud en 1800, puis accommodé par les industrialistes en 1847 pour l'enseignement secondaire spécial, puis à nouveau révisé sous le second Empire à l'adresse de l'enseignement secondaire spécial, il se définit comme la référence de l'arithmétique « normale » sous le ministère de Duruy.

❖ *Peut-on toutefois identifier l'influence de la réforme de l'enseignement des sciences en 1902 ?*

Le texte de référence du Dictionnaire de pédagogie, qui conserve en 1882 les caractéristiques du traité originel, n'est pas disqualifié dans l'édition de 1911. La réforme de 1902 ne transforme ni l'esprit ni les méthodes de l'enseignement d'arithmétique dans les écoles normales. L'article « Mathématiques », signé par C. Bourlet, révèle par contre la mise en œuvre d'un processus : l'arithmétique, discipline incontestée de l'enseignement primaire, devient un domaine d'études au même titre que la géométrie et que l'algèbre.

Les deux périodes peuvent se caractériser par le fait que les besoins théorico-professionnels des futurs maîtres sont définis conjointement par la Société et les acteurs de l'institution, elles montrent que les évolutions de l'arithmétique sont pilotées par les conditions qui garantissent à l'institution de formation sa **compatibilité avec la société** (nous éludons l'épisode de la loi Falloux), mais **plus encore avec les institution primaires.**
En effet, la méthode simultanée, sécularisée par Guizot, intuitive et concentrique sous l'influence de Gréard jusqu'en 1920, induit une élémentarisation qui modifie fort peu les organisations mathématiques de l'arithmétique. Le modèle d'organisation pédagogique, le quadrillage temporel régulier dans lequel se coule le temps du savoir se naturalisent progressivement à travers **la mise en place de programmes homologues et d'une pédagogie érigée en doctrine**. Doctrine, elle constitue à la fois l'environnement technologico-théorique sur laquelle repose l'art d'enseigner et fournit l'ensemble des techniques qui permettent d'appliquer les tâches didactiques.

En ce qui concerne l'arithmétique, cet enseignement apparaît au début de la IIIème République comme l'accomplissement du projet initié par Guizot.

L'évolution de l'arithmétique et ses effets sur la légitimité d'un double cursus.

A cet accomplissement succède une évolution qui ne pouvait se produire sous la monarchie de Juillet : la stabilisation de l'institution, la « naturalisation » d'un temps du savoir induisent un **questionnement sur le découpage temporel du savoir et sur son extension.**

Une des conditions qui transforme l'arithmétique du futur maître résulte de **l'introduction de la méthode progressive**. Cette méthode, qui sans remettre le moins du monde en question une méthode d'enseignement active, intuitive et concrète, réorganise la répartition temporelle des objets d'enseignement du traité de Bézout, ou plutôt de sa transposition par le Baron Reynaud. La théorie de l'arithmétique est officiellement le domaine réservé des futurs instituteurs (officieusement les manuels offrent un autre éclairage).

Les conditions qui, dès l'origine, sont convoquées pour légitimer une composante théorique dans la formation du maître (l'expertise en calcul permettant d'outiller le maître dans ses tâches professionnelles) ne peuvent plus être seules. La pénétration de l'outil algébrique jusque là circonscrit à la résolution des problèmes pratiques, dans le domaine des propriétés des nombres, révèle une exigence d'une nature différente : **la distance entre la culture arithmétique du maître et la culture arithmétique primaire s'accentue, induisant le rapprochement de la première avec la culture scientifique des classes de mathématiques élémentaires de l'enseignement secondaire**. Cette situation peut résulter d'un phénomène interne : les exigences des professeurs d'écoles normales, issus des Ecoles normales primaires supérieures, le fonctionnement en circuit clos, le système hiérarchisé des certifications internes à l'édifice primaire à travers sa fonction prédominante d'« ascenseur » social, peuvent apparaître comme des leviers de commande de ce processus qui opère, toutefois, dans le seul cadre de l'ordre primaire. J'élude, dans cette analyse, les facteurs liés à l'évolution du savoir savant.

Dans ce contexte, la codétermination des organisations mathématiques (propres à l'ordre scolaire) et didactiques peut résider encore dans le cadre d'une pédagogie normale peu sensible à ce phénomène (les objets et les méthodes propres au savoir primaire demeurent), la liaison théorie-pratique (application d'une méthode et d'une philosophie érigées en dogme) peut subsister.

Ce type d'organisation primaire hiérarchisé, totalisant, constitué en ordre, semble donc entraîner un phénomène de gradation du savoir qui, hors des contraintes officielles, sous l'influence des acteurs de l'institution, permet l'émancipation d'un savoir qui ne relève plus de son ordre originel, l'ordre primaire. La dualité demeure, sa signification en termes de savoir (scientifique) s'estompe.

Le phénomène produit révèle une condition qui contribue à la viabilité de l'institution de formation au cours du temps et qui paradoxalement remet en question une de ses fonctions spécifiques : l'élévation de la culture arithmétique du maître est l'indicateur d'une institution qui produit du savoir, comme il n'y a pas un savoir primaire ou secondaire (du moins en arithmétique), ce savoir, qui perd sa spécificité « normale », ne légitime plus en particulier l'existence d'une culture générale, monopole d'une institution de formation. Le savoir « théorique » enseigné dans les écoles normales est donc au cœur de la problématique concernant la pertinence d'un double cursus (culture générale, culture et pratique professionnelle).

Abordons cette question dans des contextes où elle s'est explicitement posée.

La troisième série : périodes de la loi Falloux et du régime de Vichy

Les périodes de la loi Falloux et du régime de Vichy soulèvent la question de la compatibilité des enjeux d'une politique éducative avec ceux d'une institution de formation des maîtres.

Abordons ce qu'il advient des besoins définis par les régimes en place.

❖ *Le savoir du maître*

Tout d'abord, le savoir du maître, dans les deux cas appréhendé comme le fondement d'une doctrine subversive, fait l'objet de mesures radicales. Dans le premier cas, rabattu sur le savoir primaire élémentaire, son insuffisance se révèle rapidement.

L'arithmétique présente toutefois un cas un peu particulier ; bien qu'amputée officiellement dans le corpus obligatoire de sa composante « arithmétique appliquée aux opérations pratiques », l'arithmétique peut opposer une certaine résistance. La partie scolaire du Manuel Général, la référence officielle au traité de Bézout (édition de 1851) laissent supposer que les pratiques légitimées par les besoins sociaux (le développement des cours d'adultes) ne sont pas nécessairement conformes aux directives officielles.

Dans le second cas, secondarisée, la formation générale des futurs maîtres est couronnée par un baccalauréat spécifique, orientée vers les sciences, le baccalauréat « Sciences Expérimentales », qui préserve fidèlement l'arithmétique enseignée pour l'examen du brevet supérieur.

L'arithmétique du futur maître résiste donc dans ces contextes troublés : il est notable de remarquer la précipitation avec laquelle les législateurs réintroduisent un enseignement spécifique d'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs en 1944 (circulaire le 30 novembre 1944).

❖ *La question de la liaison théorie-pratique.*

En second lieu, c'est la question de la liaison théorie-pratique qui est totalement reconsidérée : la pratique procède désormais du « compagnonnage » ; la réflexion sur la pratique est évincée au profit de l'application de procédés. Le « certificat de stage » se substitue au certificat d'aptitude pédagogique.

La suppression des Ecoles est éphémère, parce que ses deux réformes mettent en évidence *a contrario* deux nécessités : la nécessité d'une codétermination des programmes primaires et normaux qui, dans le premier cas, impose que le savoir du maître soit plus étendu que celui des élèves et qui, dans le second cas, impose une transposition du savoir secondaire vers le savoir primaire ; la nécessité qu'une méthode d'enseignement avant d'être mise en œuvre, induise un itinéraire réflexif pour le futur maître (du savoir appris au savoir à transposer en savoir enseignable).

Conclusion

Revenons à nos quatre questions initiales.

Les conditions et contraintes qui définissent, modifient dans les principes l'évolution de l'arithmétique pour les maîtres sont encore celles que révèlent les choix politiques d'une société. Dans les deux premières séries considérées, ces choix relèvent d'une volonté éducative, utilitaire, morale, voire émancipatrice et philosophique. Ils relèvent des niveaux du politique et des savants dans le premier cas, des politiques et des pédagogues dans le second. La dernière série d'événement illustre un choix politique qui récuse un savoir qui peut s'avérer subversif. Toutefois, dans les trois types de contextes, le corpus de l'arithmétique du futur maître demeure en grande partie inaltéré : ses fonctions sociales et éducatives préservent sa légitimité car s'impose une arithmétique pratique et utile aux citoyens

L'arithmétique du futur maître **cautionne encore en partie la légitimité de l'institution de formation.** Si les deux premières séries d'événements révèlent la nécessité d'une codétermination des organisations mathématiques et didactiques et la seconde plus précisément la pertinence d'une liaison théorie-pratique, la dernière impose finalement cette liaison et la légitimité d'une arithmétique spécifique des futurs maîtres.

La définition des besoins au cours de ces périodes des futurs maîtres met encore en évidence **l'influence d'autres niveaux de détermination** : celui de l'institution de formation, celui de la société.

Nous avons établi des corrélations entre les périodes de ces trois séries d'épisodes. Elles peuvent conforter le principe que **le bon fonctionnement de l'institution toute entière** est subordonné à une **définition des besoins déterminée par l'ensemble des instances de la société mais régulièrement révisée.** Le fonctionnement modèle de l'école républicaine de la IIIème République ne résiste pas à l'usure d'un temps institutionnel : l'évolution du savoir savant, la réorganisation du temps scolaire et la nouvelle mission dévolue à l'école primaire, n'ont pas conduit à une redéfinition progressive des besoins déterminés par les niveaux correspondants.

Les besoins théorico-professionnels du futur maître servent encore de révélateurs : quels que soient les contextes conjecturels, l'influence prédominante que puisse exercer un niveau de détermination, une arithmétique spécifique du futur maître subsiste, clivé en sa composante pratique et théorique.

Comment expliquer cette inamovibilité ? J'ai, me semble-t-il, mis en évidence l'adaptabilité des fonctions d'un savoir qui, par le biais de ses deux activités emblématiques, le calcul et la résolution de problèmes, fonde la légitimité d'une arithmétique pratique et éducative, une « discipline scolaire ». La résistance de celle-ci révèle donc jusqu'à présent la nécessité que dans l'arithmétique du futur maître résiste une composante censée permettre à celui-ci de la préserver.

Perspectives : en quoi ces constats peuvent-ils nous servir aujourd'hui ?

Ils peuvent permettre de nous interroger sur une possible redéfinition des besoins des futurs maîtres.

Des besoins nouveaux sont apparus : ils sont, en partie, pris en compte par l'institution. Ils légitiment l'existence officielle des savoirs didactiques, théoriques et pratiques (les Analyses de Pratiques Didactiques).

La réflexion menée par les mathématiciens sur l'enseignement des mathématiques, sur l'utilité sociale de savoirs met en lumière l'émergence de nouveaux besoins en termes de calcul.

Au niveau du politique s'échafaude une nouvelle définition de la mission de l'école, qui a priori prend en compte les besoins exprimés par la société : doit en résulter l'expression de nouveaux besoins théorico-professionnels.

Les outils, que nous avons donc tenté d'utiliser sur les périodes passées, peuvent alors nous permettre d'identifier les influences respectives des niveaux de détermination qui définiront les besoins théorico-professionnels des maîtres. Ils peuvent actuellement nous permettre d'envisager des possibles dans l'évolution de l'arithmétique des maîtres : par exemple, les nouveaux programmes primaires de 2002 peuvent suggérer une ouverture vers la combinatoire, voire les probabilités. Mais que peut-il en être, en l'absence de tout programme détaillé officiel ?

En réalité, il semble que, depuis les premiers plans d'études et jusqu'à aujourd'hui, nous sommes confrontés à une question première, à savoir : « Est-il possible que soit élaborée, à des niveaux de détermination distincts (la société, les mathématiciens, l'institution primaire- école et institution de formation), une définition commune de l' « utilité sociale et éducative d'un savoir » ? La question est toujours ouverte.

C'est la raison pour laquelle, sans prétendre relever d'un modèle prédictif (il existe des récurrences, mais il n'y a jamais, historiquement, reproductibilité), ces outils ne peuvent être que des analyseurs d'une réalité contextuellement située.

Bibliographie succincte

ASSUDE T. (1998), Evolution de l'arithmétique et formation des maîtres, *Actes du XXVème Colloque de la COPIRELEM.* Loctudy.

BEZOUT, (1795), *Arithmétique à l'usage de l'artillerie, de la marine et du commerce,* Nouvelle Edition avec les nouveaux calculs décrétés par la Convention, par Peyrard, Paris.

BEZOUT (1801), *Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie,* tome 1, Paris, Richard, caille, Ravier, an VII.

BEZOUT (1848), *Eléments d'arithmétique de Bézout,* par M. caillet, Paris, Dezobry, E ; Magdeleine et Cie, Libraires-Editeurs.

BOSCH M., NIN G. (1991), L'institution dans la culture : légitimités et pertinences, *Actes de la VIème école d'été de DDM,* Plestin-lès- Grèves.

BUISSON F. (1882-1887), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire,* Paris, Hachette.

BUISSON F. (1911), *Nouveau Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire,* (1911), Paris, Hachette.

CHERVEL A. (1998), *La culture scolaire, une approche historique,* INRP et Economica.

CHERVEL A. *L'enseignement du français à l'école primaires. Textes officiels.* (1993) tome 1- 1791-1879 ; (1995) tome 2- 1880-1939 ; tome 3- 1940-1995. INRP et Economica.

CHEVALLARD Y. (1988-1989), Le concept de rapport au savoir- Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de DDM et d'informatique, Lsb- IMAG, institut Fourier, Grenoble.*

CHEVALLARD Y. (1998), Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : l'approche anthropologique, *Actes de l'Université d'été,* La Rochelle- Charente -Maritime.

CHEVALLARD Y. (2001), Organiser l'étude : écologie et régulation, *Actes de la 11ème Ecole de DDM,* Corps, La Pensée Sauvage.

CONDORCET (1988), *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité.* Art, Culture, Lecture-Editions.

GALISSON M.P. (2004), *Evolution de l'arithmétique dans les plans d'études des futurs instituteurs : analyse écologique et historique,* Thèse de doctorat, Paris VII.

PELTIER M.L. (1995), *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre « conjecture et éternité »,* Thèse de doctorat, Paris VII, IREM.