Contrats, milieux, représentations : Étude des particularités de l'AIS

L'enseignement en SEGPA : Questions et outils théoriques d'analyse

Isabelle BLOCH & Marie-Hélène SALIN

DAEST, Université Bordeaux 2, et IUFM d'Aquitaine

Introduction

Les élèves qui sont l'objet d'un constat d'inaptitude à suivre l'enseignement dans une classe "ordinaire" de Sixième de collège (ou plus tard pour quelques-uns) sont envoyés dans des classes de SEGPA[1] où leur statut est assez ambigu : ils sont supposés être intégrés dans un collège et considérés comme des collégiens "normaux", mais les SEGPA relèvent de l'AIS (Adaptation et Intégration Scolaire) et de ce fait, le cursus des élèves est particulier ; les professeurs qui enseignent en SEGPA sont des maîtres spécialisés, le programme ordinaire de collège ne peut être suivi, et les élèves ne sont pas candidats au brevet des collèges : ils passent le Certificat de Formation Générale, une épreuve organisée en partie en contrôle continu et qui peut permettre aux meilleurs ou aux plus adaptés d'intégrer un lycée professionnel pour passer un CAP. Le CFG est une épreuve dont la conception s'inspire de la pédagogie par objectifs, les items mathématiques sont redoutablement décontextualisés : la préparation au CFG induit donc souvent une pédagogie par fiches centrée sur l'exécution de tâches isolées.

Dans les classes de SEGPA, les retards dans les savoirs mathématiques supposés acquis en primaire sont manifestes, et s'accompagnent souvent d'instabilité et de difficulté à observer des règles et à s'engager dans des apprentissages. L'organisation de progressions s'en trouve rendue difficile, et le rôle du professeur s'inscrit dans une négociation perpétuelle face au refus d'apprendre. Ainsi l'enseignement en SEGPA est-il le lieu d'une négociation du contrat didactique qui ne va jamais de soi, ainsi que d'une recherche incessante de situations qui soient adaptées à la fois au savoir visé et au public particulier de ces sections. De ce fait, des phénomènes ou des régulations qui passent inaperçus dans l'enseignement "ordinaire", se trouvent occuper le devant de la scène, et cela au détriment du savoir qui est habituellement le centre du travail du professeur et des élèves ; ou encore, ces phénomènes prennent des formes qui sont inhabituelles au niveau considéré. Dans les deux cas, ces manifestations attirent l'attention du didacticien ; elles correspondent parfois à des objets didactiques existant aussi dans les classes "ordinaires", mais considérablement amplifiés et mis en évidence par les conditions du système AIS.

Dans un premier temps d'une recherche dans un domaine encore peu exploré, notre ambition est d'identifier des phénomènes, et de les décrire et analyser, autant que faire se peut, avec les outils de la théorie didactique. Nous avons recours aux concepts de la théorie des situations, comme le contrat didactique ou la structuration du milieu, pour étudier les phénomènes évoqués ; mais nous nous intéressons aussi aux évènements de la classe liés à la représentation des objets mathématiques (registres, ostensifs, interprétation) en ce qu'ils

[1] Sections d'Enseignement Général et Professionnel Adapté

permettent de comprendre certaines distorsions dans l'apprentissage chez les élèves des classes de SEGPA.
Nous ne nous interdisons pas de tester, dans ces classes, des situations issues de la recherche en didactique : le but est de réintroduire de l'adidacticité, et ces situations peuvent en effet permettre, a) de ré-instaurer un rapport des élèves de SEGPA à l'action et partant aux connaissances qui gouvernent ces actions, b) d'observer des comportements et procédures d'élèves, pouvant leur donner accès à la complexité des raisons d'agir ou de certaines formes du savoir.

1. Les milieux disponibles et les phénomènes de contrat

Les instructions de 1999 ont fait de l'élève de SEGPA un élève de collège comme les autres, les programmes de collège sont donc devenus, théoriquement, un horizon pour tous les élèves – et les professeurs – de ces classes. Ceci devrait donc conduire à appliquer dans ces classes toutes les recommandations du programme pour les classes de collège, y compris l'organisation, en mathématiques, d'activités de résolution de problèmes. Dans les faits il n'en est souvent rien, les fiches de type CFG constituant l'ordinaire des élèves de SEGPA. L'organisation de situations à composante a-didactique se heurte donc souvent à un public d'élèves d'autant plus réticent qu'il a été longtemps cantonné dans des tâches parcellisées, sans recherche, sans problématique. Dans ces conditions, l'introduction de situations plus complexes dans la classe s'accompagne de difficultés que nous avons analysées ; même si elles ne sont pas fondamentalement différentes de celles qui ont déjà pu être repérées chez des élèves en difficulté dans des classes "ordinaires", leur accumulation est en soi une caractéristique. De plus, dans les classes ordinaires la gestion du professeur peut gommer ces dysfonctionnements qui sont pris dans l'avancée du temps didactique de la classe entière. En SEGPA les phénomènes institutionnels liés au contrat et au temps rendent inéluctables l'apparition de distorsions que le professeur doit s'évertuer à contourner et aménager, pour pouvoir poursuivre le travail dans ces classes.

A l'Ecole d'Eté XI, I. Bloch (2002a) avait introduit trois types de milieux, dont deux théoriques, pour analyser la construction d'ingénieries didactiques : le milieu théorique d'inspiration épistémologique, le milieu expérimental a priori – celui qui préside à l'organisation de la situation et à son analyse a priori – et la contingence (la situation jouée expérimentalement) , dont les retours permettent de réajuster les variables didactiques et les phases de la situation. Le milieu expérimental a priori est le milieu de la prévision et l'analyse de la situation telle qu'elle va être organisée en classe à un niveau donné : c'est donc le lieu du choix des variables didactiques à disposition effective, de la description des scénarios avec les rôles des joueurs, de l'analyse a priori des savoirs et connaissances mis en jeu. Le schéma de structuration du milieu s'applique donc à ce niveau. Ce schéma permet de visualiser le rôle des différentes phases de la situation, et, tel qu'il a été complété dans différents travaux, le rôle du professeur (Bloch 1999).

1.1 Restaurer le milieu objectif ?

Dans la structuration du milieu, le milieu objectif apparaît comme l'environnement propre à favoriser la recherche, les essais / erreurs, le milieu heuristique par excellence.
Lors de la 11ème école d'été de didactique des mathématiques, (Sackur et Maurel 2002) avaient mis en évidence le "manque" de milieu objectif, dans certaines situations d'enseignement, défaut qui entraînait l'incapacité, pour les élèves, de se saisir des outils de la situation, de comprendre "à quel jeu on jouait", d'entreprendre des essais, des tentatives dont

on constate le résultat, ce qui permet de se construire un bagage d'outils, d'ostensifs, et de passer au niveau supérieur de la formulation et la validation.
Lorsque ce milieu est absent, on assiste à des phénomènes bien connus de pertes de sens, d'utilisation de symboles formels, à des effets Jourdain ou Topaze, alors que l'élève est rigoureusement incapable d'associer des connaissances aux techniques qu'il est supposé capable de mettre en œuvre. Les enseignants du primaire dont certains ont surtout recours à des fiches de manuels, ne prévoient pas systématiquement, loin de là, la phase de l'apprentissage correspondant au milieu objectif.
Les élèves de SEGPA donnent souvent l'impression de faire des mathématiques à l'aide de quelques "recettes", algorithmes dont ils ne connaissent pas le sens ou la fonctionnalité. On pourrait donc penser "qu'il suffit" de réintroduire un milieu objectif approprié pour que ces élèves retrouvent "le sens" des apprentissages anciens qui ont été trop ou trop vite algorithmisés. De fait les tentatives se soldent par des résultats variables, dont nous donnons deux exemples.

1.1.1 Un exemple de réintroduction réussie du milieu objectif : Les carrelages en 6ème SEGPA (élèves de 12-13 ans)

L'ouvrage ERMEL propose, en milieu de CP, une situation sur la numération, situation nommée "Les carrelages" : les élèves reçoivent une "pièce" à carreler, pièce où les traces des carreaux sont visibles, et ils doivent commander au professeur le nombre de carreaux nécessaire pour carreler leur pièce. Dans un premier temps, l'élève commande des carreaux isolés ; puis, lors de la deuxième étape, le professeur impose de commander par paquets de dix carreaux, et pas plus de neuf carreaux isolés. Les élèves ont un bon de commande à remplir, où figurent les indications suivantes :

Je commande	Paquets de dix
....	Carreaux isolés
En tout .... carreaux	

L'expérience prouve que de nombreux élèves, même après avoir joué cette situation plusieurs fois avec des pièces différentes, peinent à voir ce qui saute aux yeux de "l'expert" en numération, professeur ou élève plus âgé, à savoir que commander 2 paquets de dix, et 4 carreaux isolés, en tout 24 carreaux, invite à repérer les chiffres 2 et 4…
En fin de CP ou début de CE1 – élèves de 7 ans environ – une seconde situation fait suite à celle-ci, il s'agit des carrelages additifs : les élèves, par groupe de deux, reçoivent trois pièces à carreler, et doivent remplir *un seul* bon de commande, à partir des bons correspondant à chacune des pièces.
Constatant la difficulté de certains élèves, en 6ème SEGPA, à maîtriser des situations de dénombrement additif simples, nous avons expérimenté cette situation des carrelages additifs : il s'est avéré que trois élèves peinaient à faire un bon de commande pour trois pièces (24 carreaux, 18 carreaux, 25 carreaux) alors qu'elles « savent » faire une addition en colonnes avec retenue. Lorsque finalement elles arrivent à carreler leurs pièces, l'addition en colonnes devient une révélation : le « 1 » entouré est le paquet de dix supplémentaire. Cette situation, quoique portant sur des savoirs de primaire, a été vécue de façon très positive par les élèves, même par ceux qui ont réussi très vite. Il n'y a pas eu de problèmes de dévolution : ce sont des élèves de 6ème, donc encore dans la mouvance de l'école élémentaire ; leur professeur enseigne beaucoup par situations, cette façon de procéder ne se heurte pas encore à trop de réticences. Mais dans les classes de niveau supérieur, lorsque ceci est tenté, on

rencontre des difficultés de dévolution, d'organisation et de conduite de la situation, d'institutionnalisation et de décontextualisation. Ces difficultés sont d'ailleurs les mêmes que celles analysées par M.J. Perrin- Glorian (Perrin- Glorian, 1993) qui pointe parmi les objectifs prioritaires, dans l'enseignement à des classes faibles, la dévolution d'un enjeu général à travers des enjeux plus ponctuels ; elle s'interroge aussi sur la "complexité optimale" des situations adidactiques à construire, et sur les moyens d'organisation à mettre en œuvre, pour obtenir une dévolution de la situation aux élèves et un travail pertinent pouvant être ensuite décontextualisé.

1.1.2 Un exemple de réintroduction difficile : L'enseignement des fractions, en 5ème SEGPA

Dans une classe de Cinquième SEGPA, la professeure a tenté une autre situation d'ERMEL, la situation de la bande unité : les élèves reçoivent une bande unité d'environ 8 cm de long et 2 cm de large, et plusieurs segments à mesurer. Les mesures des segments ont été choisies de façon à ce qu'elles s'expriment par des valeurs fractionnaires en fonction de la longueur de la bande unité. Les élèves doivent envoyer un message à un récepteur, de façon à ce que celui-ci reconnaisse, parmi un ensemble de segments tracés sur une feuille, les segments codés par l'émetteur. Ces messages peuvent prendre des formes attendues : par exemple "une bande unité et un quart de la bande unité", ou des formes non suffisamment mathématisées, par exemple : "une bande unité et un petit bout".

Cette situation, expérimentée en 5ème SEGPA par Laetitia Feydel, a été analysée dans son mémoire de spécialisation à l'enseignement en AIS. Les difficultés ont été nombreuses :

a) Difficultés de la dévolution

- Compréhension de la consigne difficile ;
- Blocages dès le départ : incapacité à se représenter la tâche ;
- Déblocages contextualisés (sur un exemple, le professeur dit ce qui doit être fait) avec risque d'effet Topaze ;
- Difficulté à organiser des relances.

b) Difficultés dans la conduite des situations

- Non maîtrise des savoirs antérieurs ;
- Validation approximative vue comme suffisante par les élèves ;
- Premier essai non validé par le professeur : relance non acceptée, abandon ;
- Passage de l'action à la formulation et à l'institutionnalisation très difficile, mais, si on rejoue des situations d'action, les élèves semblent se satisfaire éternellement de cette phase, et la voir comme un substitut de "faire des maths".

On se heurte donc à des phénomènes ***d'enlisement*** très accentués.

c) Difficultés de décontextualisation

Quelle progression organiser ? Les élèves semblent osciller entre le désir d'exercices sur des techniques algorithmiques, auxquels ils sont habitués dans certaines classes, et l'impossibilité, lorsqu'ils sont engagés dans une situation à dimension adidactique, de se dégager du contexte de la situation : la décontextualisation est rendue très difficile.

La formalisation est aussi très problématique : toute formalisation est vue comme un retour à des exercices algorithmiques, avec un "oubli" des circonstances qui ont présidé à la constitution des connaissances, donc, soit on est interdit de formalisation, soit on est interdit de retour aux milieux objectif et de référence. Les situations qui ont pu être jouées en classe ne peuvent donc pas fonctionner comme situations de référence sur lesquelles le professeur puisse s'appuyer.

d) La différenciation

On rencontre des problèmes d'articulation des contrats classe entière / soutien à un ou des élèves, et ceci d'autant plus, que des écrits sur la différenciation ont colporté, dans le milieu de l'enseignement l'illusion que l'adulte qui travaille avec un petit groupe serait capable de suivre la démarche de chacun d'eux. Or les professeurs n'ont pas de moyens didactiques pour faire cela, ni du point de vue de l'analyse de la situation, ni du point de vue des anticipations des procédures des élèves, et ils n'en ont pas la possibilité matérielle (excès de variables à gérer, de matériel à prévoir ...).

En conclusion :
Dans l'AIS, il est particulièrement difficile de remettre les élèves dans des tâches correspondant au milieu objectif. Cela nécessite des détours, pour plusieurs raisons :

- l'âge des élèves : certains jeux sont acceptés par les élèves à 8-10 ans, plus à 14-15 ans ;
- la difficulté des contrats de reprise ;
- les contraintes des institutions.

1.2. Le temps didactique et les phénomènes de contrat

Les élèves de SEGPA sont dépendants de contraintes et de représentations contradictoires, liées d'une part, à leur rattachement institutionnel, d'autre part à leur condition d'élèves n'ayant pas réalisé les acquisitions prévues dans les classes antérieures.
L'institution "collège" véhicule un contrat très différent de celui de l'école primaire : plus axé sur les savoirs, sur l'évaluation notée, et plus axé sur le passage en dernier cycle du secondaire. Les élèves de SEGPA sont fortement conscients de ces caractéristiques et revendiquent d'être traités comme des élèves de collège. L'enquête sur l'enseignement des mathématiques en SES réalisée à Marseille montre même une « sur-normalisation institutionnelle » chez eux.

1.2.1 Les élèves et les contraintes du temps didactique

- Les élèves sont toujours dans une demande de savoirs définitifs : on veut "avoir fait" les décimaux, la proportionnalité... et méconnaissent le fait qu'en mathématiques, le sens est provisoire et qu'il y a toujours un sens à venir : le temps de l'apprentissage est donc très difficile à repérer pour eux,

Le professeur est ramené sans cesse, par leurs demandes, sur les formes les plus algorithmiques du savoir, ce qui rend les fiches très confortables pour tous ; il y a peu d'engagement des élèves dans la recherche, donc difficulté à mobiliser des connaissances.

- De plus les élèves demandent fréquemment à changer d'activité, ou de thème de travail : le professeur a à peine le temps d'introduire une notion, que les élèves veulent travailler autre chose. L'enquête citée montre que beaucoup plus que les élèves de collèges, les élèves de SES préfèrent « un exercice nouveau à un exercice déjà rencontré », « le début d'une leçon à la fin d'une leçon », « une nouvelle leçon à une révision »..

Certes le professeur peut arguer de leur peu de connaissances sur le sujet pour continuer le travail ; mais pour les élèves de SEGPA, "apprendre" une notion, c'est en rencontrer, une fois, un ostensif emblématique, après quoi ils ne voient plus *ce qu'il leur reste à faire.* Il n'y a donc chez les élèves de SEGPA pas de place pour le temps de l'apprentissage.

1.2.2 La négociation de contrats de reprise
Les contrats à l'œuvre dans une classe comme la SEGPA sont le plus souvent des contrats de reprise (Brousseau 95), car les élèves n'ont pas acquis les connaissances prévues dans le primaire, mais ils ont cependant des connaissances... Il est éventuellement plus difficile de faire évoluer ces (fausses) connaissances que d'en enseigner de nouvelles.
Un des principaux problèmes de SEGPA, c'est donc ce contrat de reprise des connaissances. L'enseignement a pour but avoué, de "rattraper" le retard des élèves par rapport à des savoirs réputés à acquérir en primaire. Lorsque le professeur enseigne avec des fiches décontextualisées, le contrat semble respecté, car les élèves attendent de saisir enfin ce qu'ils n'ont pas compris dans ces savoirs étiquetés, comme la division, les décimaux, la

proportionnalité ; pour eux il faut que le savoir se manifeste quelque part de façon "reconnaissable".
Ainsi un manuel paru récemment, destiné à la SEGPA, titré : « Autrement » a pour ambition de reprendre l'apprentissage ; citons l'introduction :

> « nous ne trouvions pas dans les livres de CM2, trop dévalorisants, ni dans les livres de collège, trop complexes, un support vraiment adapté à nos demandes. Nous avons donc décidé de nous lancer dans la conception d'une progression mathématique en partant de ce dont nous avions besoin : revoir les bases souvent incomprises ou mal acquises en primaire, mais de façon non rébarbative et rebutante. »

Quand on examine les exercices proposés aux élèves, on s'aperçoit que beaucoup sont-des exercices algorithmiques d'application des savoirs du primaire ; en fait, pour que l'apprentissage soit efficace avec ce manuel, il faudrait que les connaissances soient déjà construites ; autrement dit, les activités proposées aux élèves sur une notion ne sont pas des situations d'apprentissage de cette notion (voir par exemple, les pages 16-17 du manuel, extrait en annexe).
Ou bien, dans certains contrats de reprise, les exercices donnés masquent l'insuffisance des connaissances des élèves derrière des réussites à des questions ne portant pas sur le savoir annoncé. Dans ce cas, le contrat de reprise n'est pas organisé pour que les élèves réapprennent vraiment, il s'agit d'un simulacre de ré-apprentissage, que le professeur n'arrive pas toujours à éviter avec ses connaissances mathématiques et didactiques.
Exemple : Pour la reprise des fractions en 6ème, certains manuels se limitent à des tâches comme : compter des parts ; ainsi déterminer 5/6 d'un gâteau déjà partagé en six, n'induit pas une tâche sur les fractions mais une tâche de comptage jusqu'à 5. Si plusieurs exercices sont donnés sur ce modèle, compter 4/7 sur une bande partagée en 7 , etc., et si figure un exercice où l'on demande par exemple 5/6 alors que la bande est partagée en douze, certains élèves vont évidemment compter 5 carreaux ; mais le professeur considèrera que les autres exercices sont réussis, et ne comptera cet échec que comme "statistiquement" négligeable. En effet, le professeur aux prises avec ce type d'outil pédagogique, se doit de ne pas décréter un échec total, sinon la relation didactique ne peut se poursuivre. On peut voir ainsi certaines classes où seuls des simulacres d'apprentissage sont organisés toute l'année, ce qui est ajouter la misère didactique aux difficultés déjà présentes.
En contraste avec ces "apprentissages" illusoires, le recours à des situations a-didactiques faisant jouer un rôle important au milieu objectif a pour but de permettre aux élèves de mobiliser leurs connaissances et de les faire évoluer. Mais il se heurte à des difficultés issues de cette sur-normalisation des élèves à l'institution collège. Toute "replongée" dans des situations d'action renforce la distance, et donc le décalage. Le retour au milieu objectif peut alors être interprété comme une régression par les élèves. En voici deux exemples :

Exemple 1: la distance d'un point à une droite
Séance filmée en 4ème SEGPA, et faite aussi en CM2 dans le cadre du COREM[2].
Les élèves sont dans la cour ; une ligne droite, non parallèle aux limites de la cour, a été tracée sur le sol. Des points sont placés à distance d'environ 150 à 210 cm de la ligne, et espacés les uns des autres (la ligne mesure quelques mètres de longueur). La consigne est de déterminer quels points sont les plus proches de la ligne. Les élèves disposent de ficelles, décamètres, règles, équerres de tableau.
Lors de l'expérience, dès le départ les élèves objectent à ce qui est demandé, ils ne voient pas pourquoi on ne fait pas de la géométrie sur une feuille de papier, et il s'avère difficile de négocier cette replongée dans l'espace. Certes les élèves sont en troisième année de collège –

---

[2] Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Ecole Jules Michelet, Talence.

14 ou 15 ans – et ils ont déjà des savoirs de géométrie. La situation a cependant fait émerger des difficultés de mesurage, des difficultés à déterminer d'une façon précise la plus petite distance du point à la droite, et l'orthogonalité n'est vraiment apparue que dans la situation « retournée », à savoir mettre un point à distance donnée de la droite.
Il est apparu aussi des interférences avec un vocabulaire de géométrie peu maîtrisé : par exemple, pour les élèves (et même une professeure), la ligne tracée dans la cour est une droite et non un segment car on n'a pas "marqué" les extrémités. Cette anecdote est un indice marquant de la façon dont peut fonctionner la géométrie dans des classes faibles : comme un vocabulaire visant la conformité mais non opérationnel dans les situations spatiales.

Exemple 2 (la bande unité, cf. Ermel CM1 p. 407) : pour indiquer la longueur du segment, un élève ne comprend pas le refus de l'enseignant de l'utilisation de son double décimètre. Les élèves de cet âge ont une certaine expérience du travail scolaire, et acceptent parfois mal de se voir "déconditionner", d'autant qu'ils ne voient pas les enjeux de l'apprentissage.
Face à ces difficultés, il nous paraît nécessaire d'engager des recherches spécifiques sur la façon dont peuvent être organisées des situations à dimension adidactique dans ce type de classes.

1.3 Spécificité de l'étude du milieu expérimental a priori

Malgré les difficultés énoncées, nous faisons donc l'hypothèse que, sans la réintroduction d'un milieu objectif approprié, beaucoup d'élèves ne peuvent progresser.
Nous avons déjà connaissance de quelques exemples de réalisation, qui contraignent de manière forte le travail du professeur : il doit mettre en place des dispositifs spécifiques pour obtenir que les élèves s'engagent dans le travail, acceptent de reconnaître du savoir / des connaissances déjà travaillés, déclarent du savoir, ... et, acceptent de repartir sur un dispositif ou une situation comportant une part de responsabilité quant au savoir.

Exemple 1 : la bande unité.
La professeur met en place des dispositifs d'étayage, des effets Topaze à dépasser, des situations de rappel de type 1 (Perrin-Glorian 1993), de l'appui sur l'écrit individuel et collectif, plus tard des situations de rappel de type 2 ... Ce travail a été fait par V. Dutour et L Feydel dans le cadre de leur mémoire professionnel : mais demande une organisation importante. Ceci rejoint les "coups de pouce" nécessaires du professeur, dont parle Jean-Michel Favre (cf. Favre 2004 dans ce même recueil).
Les professeurs sont ainsi toujours, confrontés à l'échec possible des élèves, qui, trop massif, rendrait impossible la poursuite de la relation didactique ; et ils tentent de contourner cette menace, soit par des dispositifs comme évoqués ci-dessus, soit comme ci-dessous, par des tentatives qui laissent perplexes :

Exemple 2 : la proportionnalité en Troisième SEGPA (élèves de 15-16 ans).
La professeure de la classe, revoyant les élèves après un stage, leur annonce qu'on va travailler sur la proportionnalité ; elle commence par leur demander d'écrire, sur une feuille, ce qu'est pour eux la proportionnalité. Les élèves, d'abord réticents, finissent par produire des réponses ; la majorité de celles-ci évoquent, soit le coefficient de proportionnalité, soit un tableau.
On peut se poser des questions sur l'organisation de cette phase de rappel : aurait-elle pu être organisée autrement ? la professeure aurait-elle pu s'appuyer sur une situation ? laquelle ? pourquoi décider de faire appel à du savoir déclaratif, au lieu de remettre les élèves dans une phase de recherche ? Il faut voir là, nous semble-t-il, les effets de cet *échec latent des élèves* dont parle Jean-Michel Favre ; cet échec, toujours anticipé par le professeur, est à l'origine d'un effet de contrat aux conséquences néfastes : comme le professeur ne fait pas confiance

aux élèves, ils sont paradoxalement, beaucoup plus que les autres, sommés de prouver ce qu'ils savent. Un élève "ordinaire" pourra, lui, camoufler ses ignorances locales dans l'avancée de la leçon, et "rattraper" le cours normal du savoir.
Dans l'exemple ci-dessus, la professeure a besoin de s'assurer que la mémoire des élèves n'est pas vide par rapport au savoir travaillé avant le stage. Ce procédé didactique assez peu performant – demander aux élèves de produire un vague écrit sur ce qu'est pour eux la proportionnalité – n'a pas eu, ici, d'effet très négatif car la professeure a interprété positivement les productions des élèves ; mais on pourrait imaginer que, dans les mains d'un professeur moins respectueux de la sensibilité des élèves, ce pourrait être un moyen de plus de confronter les élèves à leurs insuffisances, et donc de bloquer l'avancée du temps didactique.

1.4. Pour revenir à l'analyse du milieu :

L'analyse du milieu expérimental a priori est donc à modifier pour tenir compte de cet aspect de la contingence, pour pouvoir penser les situations à dimension adidactiques en SEGPA. Mais, dans l'état actuel de nos connaissances, notre approche de la façon dont nous pouvons prendre en compte les spécificités de l'AIS pour penser ce milieu se réduit encore à des questions :

- Faut-il penser des organisations complexes avec premières mises en contact, étapes, rappels de type 1 et 2, ...? Exemple : la proportionnalité, un savoir qui est repris sur plusieurs années ...
- Faut-il intégrer des étapes ciblées sur des savoirs intermédiaires avec variables didactiques "allégées" ? c'est le risque de retomber sur un découpage du savoir, de type pédagogie par objectifs ...
- Faut-il, au contraire, organiser le milieu expérimental a priori comme très ouvert dans la phase d'action, et poursuivre la situation en suivant le fil de tout ce que l'action permet ?

Auquel cas on fait l'hypothèse que le milieu objectif est à lui seul porteur de "connaissances préalables" indispensables ; lorsque le milieu objectif a manqué, ce qui est souvent le cas dans l'enseignement, ces connaissances seraient construites de façon non visible, transparente, par les élèves "ordinaires", et l'on ne les repèrerait ici que parce qu'elles sont manquantes.

- Et comment déterminer la marge légitime que l'on se donne ? (à quel moment arrêter le processus, ou changer de contrat ...)
- Et comment trouver les situations adidactiques, et les (bonnes) pistes à suivre pour les situations d'action ?
- Ce qui manque, est-ce le milieu objectif, ou, au contraire, dans certains cas, le milieu de référence ? (exemple de la multiplication, voir ci-dessous)
- A quel(s) moment(s) "raccrocher" sur le milieu de référence sans oublier la situation d'action qui a permis de mettre à jour des connaissances ?

Cette dernière question se pose différemment en SEGPA et en institut spécialisé ; comme nous l'avons déjà dit, en SEGPA est entretenu l'espoir d'un "rattrapage", ou au moins d'une réinsertion dans un cursus, comme celui du CAP, certificat d'aptitude professionnel. Ceci impose donc de retrouver, à un moment donné, des savoirs "utilisables", "(dé)montrables", dont l'élève pourra faire preuve au CFG par exemple.
L'une des questions ci-dessus paraît essentielle, c'est de trouver des pistes vers où poursuivre dans les situations d'action, sans d'ailleurs forcément s'interdire de faire des incursions dans le milieu de référence, c'est-à-dire dans la formulation et la validation – et même, en SEGPA, l'introduction du milieu de référence est à terme une nécessité institutionnelle.
Ouvrir de nouvelles situations d'action paraît en effet pertinent par rapport aux analyses précédentes, qui pointent la nécessité (et les difficultés) de restaurer un milieu objectif par

rapport à de nombreux savoirs repris en SEGPA. Une objection est qu'on ne peut envisager de mener des situations d'action dans des classes sans les avoir bien repérées par rapport aux savoirs en jeu : on sait bien qu'une situation d'action n'est pas, en elle-même, suffisante pour que l'élève accède au savoir.
Mais en SEGPA la perspective n'est souvent plus de faire accéder les élèves à un savoir nouveau, par l'organisation d'une situation d'action suivie d'une situation de formulation puis de validation : les savoirs auxquels les élèves – et le professeur – ont affaire sont pour la plupart des savoirs anciens, ou du moins non entièrement nouveaux, mise à part l'algèbre. Il s'agit plutôt d'organiser une opération *d'abduction* par le biais d'une situation. Par abduction nous entendons cette opération d'interprétation, définie par C.S. Peirce (Peirce 1995) comme le fait de s'apercevoir qu'un phénomène relève d'un savoir que l'on peut retrouver. Dans cette perspective d'abduction, des situations d'action serait construite pour (re)mettre l'élève face à des manifestations – aussi variées et pertinentes que possible – du savoir déjà-là. Il s'agit en quelque sorte de jouer sur une redondance des effets de savoir, face à des élèves qui ne veulent avoir de ce même savoir qu'une conception schématique réduite à quelques algorithmes. C'est donc, reprendre sur des bases nouvelles, que nous ne faisons actuellement qu'entrevoir, la construction de situations expérimentales ; l'idée de situation à dimension adidactique (Mercier 1995, Bloch 1999) est sans doute une des directions de cette recherche.

2. Les représentations sémiotiques

Il y a deux axes d'étude des représentations sémiotiques : soit on considère les ostensifs comme des donnés culturels, et on essaye de regarder comment ils fonctionnent, ou pas, dans l'AIS ; soit, on prend les situations comme points de départ, et on se pose la question d'aller chercher, ou construire, les ostensifs adéquats à l'organisation d'un milieu expérimental a priori.

2.1 L'usage des ostensifs dans l'AIS

Les quelques observations dont nous disposons nous montrent que l'usage des ostensifs mathématiques dans l'institution AIS est souvent peu conforme à l'usage habituel dans l'enseignement. Ainsi nous nous interrogeons sur ce qui se passe dans les classes de SEGPA, par rapport aux outils du travail mathématique que sont les ostensifs, et plus généralement par rapport au processus interprétatif : comment les élèves avancent-ils dans ce processus ? Cette avancée permet-elle une construction des connaissances qui autorisera le professeur à institutionnaliser du savoir ?
Les observations amènent à étudier les ostensifs et à tenter de caractériser la façon dont le professeur et les élèves les emploient, car celle-ci est révélatrice, 1) du travail fait ou en train de se faire, 2) des connaissances des élèves, 3) des difficultés de la relation didactique.
Nous serons donc amenés à distinguer signes (ostensifs mathématiques et autres signes) et interprétations, c'est-à-dire, ce que le professeur, ou les élèves, ***font*** avec ces signes du point de vue des connaissances et savoirs mathématiques.

Hypothèse sur les signes mathématiques[3]

[3] Nous nous appuyons ici sur l'analyse de Peirce. Voir par exemple, Nicole Everaert-Desmedt (1990) *Le processus interprétatif : introduction à la sémiotique de C.S. Peirce*, Editions Mardaga, Liège.

L'usage et l'interprétation des signes mathématiques sont des axes d'analyse pour les phénomènes d'enseignement / apprentissage ; en SEGPA, on observe des distorsions de l'interprétation,

- du côté du professeur, par des effets Topaze ou Jourdain ; le professeur peut d'ailleurs être conscient de ces distorsions, et les effectuer sciemment pour ne pas décourager les élèves, ou pour relancer une situation …
- du côté des élèves.

Ces distorsions sont de même nature : les signes sont "dégénérés", ainsi des signes qui donnent des indices de connaissances ne seront pris que pour des icônes ; ou des signes porteurs d'arguments sont tronqués, ou des arguments pris comme de simples indices d'un savoir mathématique … c'est le cas, par exemple, dans des déclarations comme :
"La proportionnalité c'est quand on multiplie ou on divise"[4]. Autrement dit il y a affaiblissement de l'interprétation, et non prise en compte du but de ce que serait l'interprétation mathématique visée par le professeur.
Retenons qu'un argument est un signe porteur d'une règle : ainsi un tableau de proportionnalité, pour autant qu'il est reconnu pour tel, fournit la loi de proportionnalité, c'est-à-dire la fonction linéaire correspondante, dans un sens ou dans l'autre. Si l'élève ne le voit que comme un indice de proportionnalité, c'est-à-dire par exemple, une relation non spécifiée entre des nombres, il sera incapable de tirer de ce tableau les informations pertinentes si on lui demande la fonction linéaire ou sa réciproque (diviser au lieu de multiplier) ; et s'il ne le voit que comme une icône indiquant que, chaque fois que le professeur parle de la proportionnalité, il y a ce tableau, il ne pourra rien en *faire*.

2.2 Construire des ostensifs en raison de leur fonctionnalité dans la situation

Un travail que nous abordons actuellement, est de lier ostensifs et théorie des situations : jusqu'alors les études des signes (y compris celle menée sur les fonctions, voir Bloch 2003) envisagent comme étant "déjà là" les outils habituels du travail mathématique, comme des donnés culturels ou institutionnels incontournables. Il s'agit de se demander quels outils doivent être introduits pour quels savoirs et quelles situations, autrement dit, de reprendre le problème des ostensifs afin d'introduire les outils nécessaires à la création d'un milieu.

a) Les signes dans le milieu objectif

En SEGPA, lorsque le professeur a tenté une introduction d'une notion par une situation à dimension adidactique, par exemple une situation tirée d'ERMEL, on constate que le premier mode d'introduction des signes a tendance à être ensuite figé par les élèves : l'usage ultérieur des signes est très fortement lié aux usages dans le milieu objectif, autrement dit, il y a, comme dit plus haut, arrêt du processus interprétatif, à peine a-t-il commencé. Ceci est cohérent avec la demande perpétuelle de changement des élèves de SEGPA : si un objet n'a aucune profondeur, si un seul emblème suffit à en épuiser la représentation et le sens, il faut en changer très vite …

b) Les signes dans le milieu de référence

Il s'agit d'envisager les représentations sémiotiques comme partie prenante du milieu de référence, et de montrer comment les représentations sémiotiques agissent dans ce milieu en donnant accès à des actions et donc à des connaissances qui n'étaient pas disponibles sans elle :

---

[4] En quoi ceci est-il un signe ? c'est un signe oral …

Un exemple du travail en cours porte sur une situation d'apprentissage de la table de multiplication, « Le jeu de Pythagore » (Bonnet 1997). Les élèves ont à reconstituer la table de Pythagore par un jeu de loto avec des contraintes. L'application des règles conduit à chercher les fréquences des nombres qui apparaissent comme des produits, puis à décomposer des produits apparaissant plusieurs fois de toutes les façons possibles, par exemple 12 apparaît quatre fois, comme produit de 6 et 2, ou de 3 et 4, dans les deux sens (commutativité).
Ce travail a engagé deux élèves de Troisième SEGPA, réputés ne sachant pratiquement pas reconnaître des nombres inférieurs à dix, à produire des écritures comme $54 = 6 \times 9$ et à travailler avec des nombres écrits comme produits. Autrement dit, la représentation sémiotique les a amenés à passer du niveau du milieu objectif (on fait des produits, on regarde ce que ça donne...) au milieu de référence : décomposer un nombre en facteurs, et trouver toutes ses décompositions.

3. Pistes de recherche

Nous disposons pour le moment de trois axes d'investigation pour continuer l'étude de l'enseignement des mathématiques dans le système AIS :

- l'étude de processus de construction de situations, en particulier des modes de passage du milieu objectif au milieu de référence, afin de comprendre comment les élèves pourraient passer d'une rencontre avec une notion dans une situation d'action, à des savoirs mathématiques sur celle-ci ;
- l'étude des signes mathématiques et des spécificités de leur emploi dans ce système ; cette étude devant permettre de prévoir les signes afin de construire les milieux ad hoc, il s'agit donc de penser les ostensifs non plus comme déjà là, mais comme outils fonctionnels dans la construction de milieux ;
- et l'étude du partage des connaissances entre professeur et élèves dans la relation didactique, afin de comprendre le partage des responsabilités des uns et des autres dans l'enseignement des mathématiques dans la classe.

Les deux premiers axes concernent les outils de construction de situations, tandis que le dernier est aussi un outil d'étude de la contingence – savoir ce qui s'est réellement joué dans une séance, du point de vue de la dévolution et de la prise en charge, par les élèves, d 'une partie du savoir – même si nous en espérons des retours sur la façon de concevoir des situations d'enseignement.

3.1 Retournement de situation pour accéder au savoir : la situation duale

Dans Bloch (2000), le retournement de situation a été défini comme étant une opération qui permettait d'introduire, dans une situation, une connaissance comme nécessaire. Le retournement de situation est donc l'opération qui permet de passer du milieu objectif au milieu de référence (formulations, validation) :

> " la situation est (bien) construite en deux parties essentielles, un jeu direct et un jeu retourné :
> — le jeu direct est là pour familiariser le joueur avec la stratégie que requiert le jeu, et avec les objets mathématiques manipulés ; ce jeu ne contient pas la connaissance comme nécessaire, elle est seulement contingente (...) ;
> — le jeu est alors retourné pour que le joueur ne puisse plus jouer sans la connaissance visée, qu'il va rencontrer en action ; en effet les consignes (contraintes) l'obligent, pour gagner, à utiliser cette connaissance (en acte)." (Bloch 2000).

Le retournement se fait en imposant des conditions sur l'objet à obtenir dans la situation, donc en choisissant les variables didactiques et en fixant leur valeur de façon à ce que la connaissance visée se rencontre et contraigne le résultat. Le retournement est une action au niveau du milieu expérimental a priori, autrement dit, il s'agit de moyens de production de situations. On appelle *situation duale* celle qu'on obtient après retournement. On peut en donner quelques exemples :

- Le jeu des envahisseurs (cf. Bloch 2000) : les envahisseurs sont des nombres. Il s'agit d'envahir une série de nombres, en se servant des envahisseurs et éventuellement des opérations. Dans un premier jeu, les envahisseurs sont 3, 5, 7 ; ils ne doivent être utilisés qu'une fois, et on peut employer l'addition, la multiplication, la soustraction. Le but est d'essayer d'envahir le plus de nombres possibles entre 1 et 30. Dans un deuxième jeu, les nombres devant être envahis sont **tous** les nombres entre 1 et 80 ; on n'a droit qu'à une opération, l'addition ; le jeu consiste à **trouver les envahisseurs en nombre minimal** pour répondre à la consigne. Un même envahisseur peut être répété au plus deux fois, pour envahir un nombre donné. Il y a bien retournement de situation dans le deuxième jeu, et la situation retournée est celle où la connaissance visée – ce sont les puissances de 3 qui sont les envahisseurs gagnants – apparaît comme nécessaire pour gagner : le jeu consiste à prendre 1, on envahit 1+1, on prend ensuite 3, ce qui permet d'envahir jusqu'à 8 ; on prend 9, on envahit jusqu'à 26 ; on prend 27 (tiens ! 1, 3, 9, 27 ...) et on envahit jusqu'à 80. La condition : ne pas répéter plus de deux fois un envahisseur, est celle qui correspond au choix de la base : un chiffre est au plus 2, donc on est en base trois. Il y aurait une troisième phase réflexive, avec le même jeu où l'on peut répéter jusqu'à 9 fois un envahisseur, ce qui conduit à trouver les puissances de dix comme envahisseurs... la connaissance de ce niveau de milieu est alors la numération de position dans une base.
- Le jeu de Pythagore (cf. Bonnet 1997)
- Construire un point à distance donnée d'une droite, après avoir défini la distance d'un point à une droite comme la longueur la plus courte entre le point et les points de la droite.
- Le produit de fonctions (cf. Bloch 2003).
- La proportionnalité : dans un premier temps, une situation de proportionnalité est donnée, il faut simplement calculer les images ... Dans un deuxième temps, les images sont données, ou bien des conditions comme un partage équitable (Comin 2000), et il s'agit de déterminer si un tableau est bien un tableau de proportionnalité, ce qui exige de comparer et valider.
- Les vecteurs : le rallye des points (A.Berté, cf. Bloch 2002).
- Retrouver les termes d'une suites de Fibonacci, en en connaissant quelques-uns (Véron 2001).
- Situations de recherche de transformations géométriques avec Cabri. (Laborde et Capponi 1994, Capponi et Sutherland 1998)

Dans le retournement de situation, il s'agit bien de retrouver le savoir mathématique par ce processus déjà évoqué que C.S.Peirce appelle *abduction*, et qui pourrait être résumé par la phrase suivante : on va se rendre compte que *cette* expérience relève de (est interprétable par ...) *ce* savoir. C'est ce qui se produit dans le jeu des envahisseurs : on se rend compte que la situation de la deuxième phase – la situation retournée – amène à ne pas ajouter plus de deux fois un envahisseur, ce qui revient à ne pas prendre plus de 2 comme chiffre, et donc qu'on est en train de construire le système de décomposition des nombres avec 3, 3^2, 3^3, 3^4 ... et, reconnaître la base "trois" est une nouvelle abduction d'un niveau supérieur. C'est aussi ce qui est interprété dans la multiplication, à savoir, il ne s'agit plus de savoir effectuer un produit, mais savoir les tables permet de mettre en œuvre un procédé d'investigation des décompositions, et de reconnaître ce savoir ... De même, la situation des vecteurs est un retournement qui conduit à la notion de décomposition dans un système – une base.

Là est le lien avec les ostensifs : on est amené à chercher quelles représentations sémiotiques permettront de retourner, et surtout de le faire en permettant la manifestation et l'utilisation de connaissances.
Donc en fait il n'y a pas d'une part, analyse des ostensifs culturels et d'autre part, recherche des situations. La construction est liée : chercher quel milieu de référence peut être amené par quel problème et chercher les ostensifs qui vont correspondre, c'est-à-dire qui vont permettre de faire le travail demandé dans le milieu de référence.
Il y a donc conjonction de deux facteurs à organiser :

- La question qui va engendrer le niveau convenable de milieu, par retournement de situation ;
- Les représentations sémiotiques qui fonctionneront comme outils dans ce milieu.

3.2 Méthodologie d'enquête : la répartition des C/S entre le professeur et les élèves

Le troisième axe de recherche concerne les outils d'investigation du fonctionnement des situations dans la contingence : en effet, étant données les difficultés accrues que l'on éprouve dans cet environnement pour identifier les connaissances produites par les élèves, il est nécessaire de se donner les outils pour analyser très finement le fonctionnement des situations. Dans ce but nous nous référons aux travaux de F.Genestoux sur les niveaux de partage des connaissances (Genestoux 2000). Il s'agit d'étudier les enchaînements d'assortiments qui font évoluer un contrat didactique.[5]
Nous rappelons succinctement ses propositions méthodologiques, qui s'appuient sur les deux grilles suivantes permettant de relever chez les élèves, plusieurs niveaux de fonctionnement d'un savoir (Genestoux 2000, 465-466) :
La première grille est une liste des responsabilités possibles de « l'actant » dans la résolution d'une situation :

1. déterminer le contexte ou reconnaître le contexte qui appelle une certaine décision ;
2. adapter une décision à un contexte (connaissances)
3. contrôler la validité de la réponse par un raisonnement (savoirs réfléchis)
4. algorithmiser la décision en associant une connaissance au triplet (conditions, décision, contrôle)
5. contrôler l'emploi de l'algorithme devenu savoir par un raisonnement
6. maintenir dans un répertoire de formules, les conversions savoir – savoirs réfléchis, pour utiliser le nouveau triplet (conditions, algorithme, contrôle) comme moyen de décision. (Genestoux 2000, 464).

La deuxième grille permet d'examiner comment peut se réaliser le partage des responsabilités énumérées ci-dessus entre le professeur et l'élève. F Genestoux propose 7 niveaux :
a) Le niveau de la maîtrise
E porte toutes les responsabilités
b) Le niveau de l'expertise
E porte les responsabilités 1 à 5, le professeur porte la responsabilité 6
c) Le niveau de l'aptitude
E porte les responsabilités 1 à 4, le professeur porte les responsabilités 5 et 6
d) Le niveau de la production auto-contrôlée

[5] F. Genestoux définit les assortiments comme étant des collections de formules ou de problèmes, potentiellement reliés entre eux par des relations de nature logique, mathématique ou didactique, et qui sont spécifiquement et effectivement rassemblés dans une perspective didactique précise et pour une unité de temps didactique.

E porte les responsabilités 1 à 3, le professeur porte les responsabilités 4, 5 et 6
e) Le niveau de la production
E porte les responsabilités 1 et 2, le professeur porte les responsabilités 3, 4, 5 et 6
f) Le niveau de la construction
E porte la responsabilité 1, le professeur porte les responsabilités 2 à 6
g) Le niveau d'exécution d'une tâche
Le professeur porte toutes les responsabilités. E exécute la tâche demandée par le professeur, mais la signification didactique de celle-ci lui échappe : ce que E produit n'est pas pour lui une solution, mais seulement une réponse au professeur. Le résultat n'est reproductible que si les conditions sont identiques."

Ainsi l'utilisation de cette classification permet de modéliser l'apprentissage : au fur et à mesure de celui-ci, des théorèmes et propriétés fournis dans le milieu passent sous la responsabilité de l'élève, charge à lui de les utiliser pour agir sur le monde extérieur. Ce passage se fait, soit par des injonctions de la part du professeur, soit par dévolution dans une situation à dimension adidactique.

Ces trois méthodologies, le retournement de situations lié à l'étude des sémioses, et l'enquête sur les partages de connaissances, sont à confronter dans un second temps à la contingence afin de poursuivre notre recherche qui est de comprendre ce qui se joue dans ces classes de SEGPA. La prochaine étape est donc de disposer de protocoles afin de faire fonctionner ces outils.

Références bibliographiques

BLOCH I. (preprint 2000) Dimension adidactique et connaissance nécessaire : un exemple de "retournement" d'une situation. Actes du colloque Guy Brousseau, juin 2000, éditions Université Bordeaux 2.

BLOCH I. (1999) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en Première scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 19/2, 135-193,* La Pensée Sauvage : Grenoble.

BLOCH I. (2002a) Différents niveaux de modèles de milieux dans la Théorie des Situations Didactiques. *In Dorier et coll. éds, Actes de la 11ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, pp 125-139,* La Pensée Sauvage : Grenoble.

BLOCH I. (2002b) Transposition of didactical knowledge : the case of mathematics teachers' education. *Proceedings of the Second International Congress on Teaching Mathematics (at undergraduate level).* University of Heraklion.

BLOCH I. (2003) "Teaching functions in a graphic milieu : what forms of knowledge enable students to conjecture and prove", *Educational Studies in Mathematics, vol.52-1, pp.3-28.*

BONNET N. (1997) Multiplication en ZEP. *Documents pour la formation des formateurs, COPIRELEM, pp.41-54.* IREM Paris VII.

BROUSSEAU G. L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. *Actes de la VIIIème école d'été de didactique des mathématiques, Noirfalise et Perrin-Glorian éditeurs*, IREM de Clermont-Ferrand.

CAPPONI B., SUTHERLAND R. (1998) Interaction des cadres algébriques et graphiques dans la résolution de problèmes avec Cabri géomètre, *Petit x, n°50, pp. 41-55.*

COMIN E. (2002) L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 22/2.3, 135-182,* La Pensée Sauvage : Grenoble.

CONNE F. (1999) Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne. *Le cognitif en didactique des mathématiques, Conne et Lemoyne éds, pp. 31-70,* Presses Universitaires de Montréal.

DUTOUR V. (2001) L'aménagement d'une situation-problème en SEGPA. *Mémoire CAPSAIS,* IUFM d'Aquitaine.
FEYDEL L. (2001) Les situations de référence pour construire du sens en mathématiques. *Mémoire CAPSAIS,* IUFM d'Aquitaine.
GENESTOUX F. (2000) *Fonctionnement du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques.* Bordeaux : Université Bordeaux 1.
LABORDE C., CAPPONI B. (1994) Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 14/1.2, pp. 165-210.*
MERCIER A. (1995) Les effets de l'intervention enseignante dans le milieu des situations a didactiques, *Les débats de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
PERRIN- GLORIAN M. J. (1993) Questions didactiques soulevées par l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles", *Recherches en Didactique des Mathématiques, vol. 13/1.2, pp. 3-118.*
PEIRCE C. S. (1995) *Le raisonnement et la logique des choses*, Le Cerf éd. Paris.
SACKUR C. et MAUREL M (2002) La presqu'île, une introduction aux fonctions de deux variables en DEUG. *In Dorier et coll. éds, Actes de la 11 ème Ecole d'été de didactique des Mathématiques. pp. 167-177* La Pensée Sauvage : Grenoble
SALIN M.H. (1999) Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. *Le cognitif en didactique des mathématiques, Conne et Lemoyne éds, pp. 327-349,* Presses Universitaires de Montréal.
VERON B. (2001) Calcul littéral, équations, inéquations. *Bulletin APMEP n°435, pp. 440-444.*