

Comprendre la théorie est en attraper le geste et pouvoir continuer

François CONNE

FPSE UNIGE, Genève ; HEP VD et UNIL, Lausanne

(Le titre de cette introduction est une citation de Jean Cavaillès, extraite de :
Formalisme, Paris Hermann, rééd. 1981, p. 178.)

Méthode axiomatique et

Introduction

Ce séminaire sera dévolu à la présentation d'un champ de recherches en didactique des mathématiques (ddm) articulé sur une double problématique scientifique et institutionnelle. Je vais essayer d'esquisser quelques gestes de notre travail. Nous cherchons à comprendre le didactique à l'épreuve de ce que nous livrent des expériences faites dans le cadre de l'enseignement spécialisé. Notre problématique concerne donc en premier lieu le questionnement de la ddm par le système de l'enseignement spécialisé (ES) considéré comme source de confrontation et de falsification de propositions théoriques de ddm, elles-mêmes à quelques exceptions près, développées et étudiées en référence à cet autre système d'enseignement qu'est l'enseignement ordinaire (EO). Il s'agit d'une confrontation connaissance/savoir d'un domaine scientifique : partant de savoirs de la ddm, construits en références aux finalités EO, nous cherchons à les rendre utiles et opérationnels pour connaître et explorer le système ES. C'est de cette manière que nous pouvons penser la spécificité de l'ES sans tomber dans les deux caricatures consistant d'un côté à vouloir exposer une ontologie de cet ordre d'enseignement, ou, à l'autre extrême, de vouloir réduire l'ES à n'être qu'un système déviant par rapport à la norme scolaire. Nous tentons ainsi d'éviter les impasses dans lesquelles nous engagerait une comparaison des systèmes de EO et ES à l'aune des concepts fournis par la ddm. Cette dernière démarche serait à rebours de la nôtre. À nos yeux, elle présenterait surtout le risque d'ériger les théories de la ddm en normes de doctrine, et par là même de les rendre difficilement falsifiables. En une formule simpliste, nous dirons que nous cherchons plus à comprendre ce qui se passe en ES qu'à fournir des explications toutes faites en référence à ce ne nous croyons qui se passe en EO. Pour nous, et par principe, l'explication des phénomènes didactiques observables ici ou là doit faire appel aux mêmes lois. Nos observations de l'ES, qu'elles convergent ou non avec celles de l'EO, doivent nous aider à mieux comprendre la ddm.

Nous partons de la définition de la didactique des mathématiques comme l'étude de la diffusion des savoirs mathématiques. Ici nous nous restreignons à cette diffusion dans le système d'enseignement et en particulier dans cette frange qu'est le système ES. Cette étude se fait à partir d'une institution : un groupe de recherche se consacrant aux questions d'enseignement des mathématiques dans l'ES. L'étude de la diffusion des savoirs mathématiques se trouve par là même étroitement associée à la diffusion des savoirs de didactique des mathématiques¹.

¹ Il y a ici pour nous un enjeu majeur parce qu'il oppose les intérêts respectifs des institutions de recherche et celles de formation, ce qui, il ne faut pas se le cacher, rend leur convivialité difficile.

Nous devons faire la part des choses entre ce qui a trait aux ignorances de la ddm elle-même et ce qui relève de notre méconnaissance du système de l'ES (et par contre coup de notre méconnaissance du système EO tout entier). En effet, dans nos études, nous sommes confrontés à ces deux sources de questionnements sans qu'il soit toujours facile de les distinguer nettement. Nous partons de l'idée banale que le système d'enseignement est complexe et non préhensible directement dans sa totalité. Je répète, ce qui nous intéresse n'est pas tant l'enseignement spécialisé dans ce qu'il aurait de spécifique, que ce que ce système nous apprend en matière de didactique des mathématiques et en quoi il nous oblige à compléter, voire réviser nos connaissances en ddm. Nos différentes contributions à ce séminaire présenteront ainsi des informations sur divers plans et quelques articulations que nous pouvons faire entre eux.

Ddmes : première présentation du groupe, ses insertions, son concept de travail

Le groupe Ddmes² s'est développé dans une petite institution et un peu à l'écart. Pour qu'il trouve pleinement son statut d'institution de recherche, il tente de se joindre en réseau avec d'autres groupes sur le plan international. Un embryon de tel réseau s'est constitué à l'occasion de la XI^e école d'été de corps 2001, avec, pour le moment, du côté français la participation de Mmes I. Bloch, V. Durand-Guerrier, P. Masselot et M.-H. Salin, et du côté québécois Mmes J. Giroux & G. Lemoyne. Une des fonction de notre intervention au séminaire national, puis, nous l'espérons lors de la XII^e école d'été de DDM est d'élargir ce réseau. I. Bloch et M.-H. Salin vous présenteront ce qui s'ébauche de leur côté.

Hélas

Si la présentation du groupe Ddmes était valable en mars 2003, elle ne le sera plus dès l'été 2004 ; de malheureuses circonstances font que je glisserai dans mes descriptions certaines phrases à l'imparfait. En effet, l'institution qui nous héberge, la Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud (Hepvd) a décidé de ne plus nous accorder son soutien. Ddmes aura donc vécu 8 années, entre 1996 et 2004. Un nouveau groupe est en voie de se constituer en dehors de la Hepvd ; il se nommera autrement et sera redéfini. Les idées maîtresses qui nous appartiennent en propre, notamment celle d'interroger la ddm à partir de l'étude de l'ES, celle de coordonner et concilier investigations et recherches, celle de maintenir un réseau de collaborations directes avec les institutions resteront au cœur du projet du groupe. Par contre et puisque la direction de la Hep vaudoise pense qu'elle peut se passer de nos apports, nous nous affranchirons totalement des contraintes de formation pour nous consacrer encore plus à la recherche en didactique des mathématiques.

Définition du groupe

Ddmes a pour but de promouvoir la recherche en didactique des mathématiques sur le terrain de l'enseignement spécialisé (ES). En tant qu'entité :

- a) Ddmes aura été hébergé dans un lieu de formation des enseignants : la Haute Ecole Pédagogique du canton de Vaud (HEP Vd), et tout particulièrement la section de

² Pour chacun des membres de notre groupe, nous indiquons volontairement la diversité de ses attaches institutionnelles. Nous donnons ici une légende des sigles suisses utilisés. **Unige**, **Unil**, **Unine** : respectivement Université de Genève, de Lausanne et de Neuchâtel. **Hepvd** : Haute école pédagogique du canton de Vaud (Lausanne). **Irdp** : Institut de recherche et de documentation pédagogique (Neuchâtel), **ES** : Enseignement spécialisé, **EO** : Enseignement ordinaire, **Rp (Pré-de-vert)**, Responsable pédagogique de l'institution Pré-de-vert (Rolle). **Ddmes** : Groupe de recherche de didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé (Lausanne) - tous les intervenants du séminaire, table ronde exceptée, en font partie.

l'enseignement spécialisé (ES). Ddmes est un groupe de référence pour ses membres. Ddmes échangeait avec l'institution qui l'hébergeait.

- b) Ddmes encourage, supporte, promeut et encadre des actions d'exploration et d'expérimentation sur le terrain de l'enseignement spécialisé. Ce travail comprend un travail à trois niveaux au moins : au niveau théorique, en référence aux concepts de la ddm ; au niveau problématique, en délimitant et organisant les interrogations que nous portons sur la ddm dans l'ES ; et enfin au niveau expérimental en pilotant nos expérimentations sur la base de raisonnements interprétatifs.
- c) Enfin, Ddmes rend compte de ses travaux et promeut la recherche de ddm sur le terrain de l'ES dans le cadre d'échanges entre chercheurs de la ddm.

Actions du groupe

Ddmes récolte les données d'observation (exploratoires et/ou expérimentales) ainsi que des résultats de recherche que lui livrent ses membres.

À l'interne :

- Il engage ses activités sur une recherche commune qui constitue le cœur des activités et échanges au sein du groupe. Les expériences se font sur le terrain, dans des institutions et en collaboration avec des enseignants qui ne font pas nécessairement partie de Ddmes mais qui bénéficient ainsi des échanges, et ce, en prise directe avec certaines de leurs préoccupations. Les élèves qui travaillent avec nous bénéficient eux aussi de la possibilité de faire l'expérience de mathématiques un peu différentes de celles que leur réserve le cadre scolaire, et ils ont l'occasion de rencontrer de nouveaux interlocuteurs pour les mathématiques.
- Il encourage et encadre le travail exploratoire de ses membres (investigations) soit spontanées, soit menées en marge des recherches du groupe. Il favorise leur relation et leurs discussions et incite chacun à s'en inspirer dans ses propres explorations.
- Il encourage l'explicitation, l'examen et la discussion des raisonnements qui sous-tendent nos actions. Il oriente et organise les questionnements de chacun.

Ddmes maintient une certaine pérennité à cette fonction de recueil d'interprétation et d'incitations exploratoires. Il est né en 1996, n'est pas issu de rien, et, dès l'été 2004, il migrera ailleurs sous une autre forme.

À l'externe :

- Il favorise le travail de communication : séminaires, cours, colloques, congrès, articles.
- Il sert de référence à la formation, en particulier à la formation dans la Hep Vd, à la recherche dispensée à la section des sciences de l'Education de l'université de Genève ainsi qu'au département de psychologie de l'université de Lausanne.
- Il encadre et juge des travaux de mémoire d'enseignants en formation, il en diffuse les résultats auprès de ses membres, et, le cas échéant, en offre des prolongements.

Concept de travail : recherches et investigations

Ddmes permet la rencontre et la collaboration directe ou indirecte d'enseignants (tant EO que ES, du primaire ou du secondaire), de formateurs et/ou de chercheurs. Le travail du groupe consiste en trois volets. Au cœur de notre travail, sont les recherches que nous menons en commun. En périphérie, nous avons deux autres types d'activités. Le premier consiste en un travail théorique et conceptuel nécessaire au pilotage de notre recherche et à la diffusion de nos résultats et observations. Ce travail est à la fois conceptuel et inférentiel. Son but est essentiellement de cerner nos ignorances, d'organiser nos questionnements didactiques (id est tant mathématiques que d'enseignement), de faire avancer notre compréhension des phénomènes que nous étudions et pour ce faire de stimuler notre imagination exploratrice et expérimentale. Le second type d'activité périphérique est celle d'explorations et

d'expériences que chacun est amené à faire occasionnellement sur le terrain de ses activités, expériences que nous relatons soit lors de nos rencontres soit par échanges de courrier. Cette distinction rejoint celle, plus générale, que fait Ch. S. Peirce entre pragmatisme et pragmaticisme. Selon J. Chenu :

« Au sens large, le pragmatisme consisterait à rechercher le sens d'une hypothèse ou de n'importe quelle idée, dans ses conséquences pratiques, sans autre spécification. Au sens strict, le pragmaticisme concernerait essentiellement les conceptions scientifiques et on entendrait par là leurs effets pratiques prévisibles, ceux qui seraient susceptibles de se manifester dans une recherche expérimentale. »³

Comme je l'ai expliqué en détail à la Xe école d'été de ddm (Conne 99), c'est bien par des raisonnements (expérimentaux) que nous établissons le lien entre les deux. Il nous paraît donc nécessaire de raisonner et de mettre le plus possible à plat nos inférences. Leur mise à l'épreuve sur le terrain fait que ces raisonnements ne sont pas d'emblée ciblés sur une seule thématique, un seul concept, ni même un seul agencement théorique mais que nous avons à faire avec une sorte de puzzle. Nos recherches évoluent et nous marquons cette évolution en exhibant à chaque fois un éclairage particulier. Ici nous allons les présenter sous l'angle de la compréhension de ce qu'on peut entendre par *milieu*. Nous avons mis cette question à l'ordre du jour et avons tenté de développer quelques idées à son propos. Mais en amont comme en aval (parce que notre groupe ne cesse d'explorer), notre problématique se focalise tour à tour sur diverses thématiques.

Une recherche

Je voudrais maintenant présenter le travail du groupe en procédant à une séquence de plans, dans un mouvement de contre-plongée allant du cadre de nos références institutionnelles vers l'objet même de notre expérimentation. Chacun de ces plans renvoie à l'un ou l'autre des articles qui suivent. Partant de nos références théoriques les plus générales, je vais décrire ensuite le cadre de nos interventions dans l'ES, puis je présenterai notre problématique de travail par un exemple de parcours thématique. Ceci nous introduira à la recherche que nous avons choisie de présenter ici. Je définirai alors le schéma de notre expérimentation, puis le contenu de celle-ci en le situant dans la transposition didactique de l'enseignement de la géométrie et en indiquant comment nous nous y sommes pris pour explorer le milieu de cette activité de géométrie.

Notre manière de faire référence aux théories de la ddm et les prolongements que nous tentons de leur donner

Dans le titre de ces actes, le terme « théories » est au pluriel⁴. Bien que la ddm soit encore pauvre en théories abouties, et que les références se fassent massivement aux plus connues d'entre elles, il n'en reste que notre domaine fourmille de théories fragmentaires. La recherche ne peut se faire sans et c'est à une telle pluralité là que j'entends faire signe. Comme tous chercheurs, nous devons assumer une part de la théorie à laquelle nous référons et ne pouvons nous contenter des constructions de nos collègues, aussi merveilleuses et abouties soient-elles. Nous sommes donc amenés à conceptualiser, schématiser, inférer. Voici quelques exemples succinctement présentés :

³ J. Chenu, *Peirce, textes anticartésiens. Présentation et traduction*, Paris, Aubier, 1984, p. 149.

⁴ De même, c'est pour marquer un écho aux questionnements des chercheurs dans la TS tels qu'ils sont exposés dans trois cours sur la TS donnés à la XIe école d'été (2001) que nous avons utilisé le terme de « contingence » dans le titre générique de cette session du séminaire national de mars 2003.

1° Nous sommes amenés à questionner l'échec en ce qu'il marquerait la pratique enseignante en ES. Nous nous proposons de distinguer et articuler *échec-enseignement* et *échec-apprentissage*⁵ (cf. plus loin le paragraphe : parcours thématiques et éléments de transposition didactique, ainsi que la contribution de J.-M. Favre). Nous posons alors qu'un échec d'apprentissage ne veut pas dire un non-apprentissage. L'échec d'apprentissage se manifeste par des erreurs, des conduites inappropriées, des assimilations déformantes, des effets de sur-généralisations, des effets et de jeux de contrats, etc. On ne peut pas dire que ce soit vide. Nous dirons donc qu'un non-apprentissage n'est qu'une signification qu'on veut bien donner à certaines formes d'apprentissages. De la même manière, nous ne dirons pas plus que des élèves en échec ne retiennent rien de ce qu'on leur enseigne, ni qu'ils seraient indisponibles à l'enseignement qu'on leur prodigue. Nous nous demandons alors comment faire pour que les formes d'apprentissages observées dans le cadre de l'Es puissent prendre d'autres sens que celui de non-apprentissage.

2° À un autre niveau, nous venons à questionner les interactions de connaissances dans une situation didactique et au lieu d'attribuer aux sujets leurs conduites, ou en faire les signes de la manière dont se déroule l'enseignement et l'apprentissage (réussite/échec), nous en faisons un indicateur de l'état du milieu, et en particulier de la sémiotisation qui en est faite dans les échanges (cf. paragraphes : expérimentation et parcours thématiques ci-dessous, ainsi que la contribution de C. Tièche).

3° Cette question nécessite une mise au point sur la transposition didactique de la géométrie à la fin du primaire en Suisse romande - cf. paragraphe ci-dessous.

4° Du point de vue du contexte institutionnel, nous nous inspirons de la théorie anthropologique⁶. Pour l'essentiel de ce point, je renvoie les lecteurs à ma contribution à la Xe école d'été à Houlgate en 1999. Je me contenterais ici de mentionner à titre d'exemple une question. On sait que Y. Chevallard a proposé de penser la hiérarchie des degrés scolaires et ordres scolaires comme une sorte de cumul : pour une institution donnée, l'ensemble des degrés scolaires inférieurs ou prérequis serait l'école de cette institution. Ce schéma est intéressant dans le cas de l'école ordinaire qui est fortement hiérarchisée. Trouve-t-on quelque chose d'équivalent dans le cadre de l'Es qui est un système beaucoup plus éclaté et qui se diversifie plus horizontalement que sur une graduation ? Au fait, y aurait-il un quelconque intérêt à se poser une telle question ? Que peut-on attendre de l'étude d'une telle question ? Ces questions se prolongent vers les notions d'organisations mathématiques et didactiques de la théorie anthropologique.

La recherche que nous présentons à ce séminaire est à l'enseigne de la notion de *milieu*, telle qu'elle a été introduite dans la TS. Toutefois, nous ne sommes pas certains de bien la comprendre et nos discussions témoignent par leurs hésitations de nos nombreux doutes, qui transparaissent aussi dans nos différentes contributions à ce séminaire. Raisonons sur quelques alternatives qui se présentent à nous.

- Nous jetons tout ce qui concerne cette notion parce que trop confuse pour notre groupe.
- Nous associons ces éléments de la TS à des éléments puisés à d'autres théories qui nous semblent indispensables. Par exemple nous disons que le milieu est sémiotisé, ou bien qu'il contient les représentations des sujets de la situation.

⁵ G. Brousseau a consacré quelques travaux à l'échec. Nous nous sommes inspirés pour l'idée d'échec d'un enseignement à un article paru en 1988 dans un numéro du *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, vol. II, n°2 : **Les différents rôles du maître**, p.15-23, et plus particulièrement, le tableau p. 23.

⁶ Y. Chevallard, Esquisse d'une théorie formelle du didactique in *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, C. Laborde ed., Grenoble, La Pensée Sauvage, 1988.

- Nous cherchons à traduire la partie théorique de la TS concernant le milieu dans une autre théorie, éventuellement plus générale⁷.
- Nous développons notre théorie de ce que nous croyons comprendre avec ces concepts, par exemple nous introduisons le contraste entre *milieux révélateurs* et *milieux d'exploration*, ou encore nous parlons d'*extension du milieu* et/ou d'*enrichissement du milieu*.
- Nous nous attelons à une étude plus serrée de la TS afin de mieux la comprendre et de nous faire plus rigoureux en nous astreignant par exemple à des modélisations plus ou moins poussées. Nous fixons mieux les termes, leurs définitions et tentons de nous y tenir.
- Nous ouvrons la métaphore de milieu en allant puiser dans d'autres disciplines, par exemple la biologie, l'écologie.
- Etc.

Dans nos discussions, quelquefois touffues, nous sommes amenés à faire un peu de tout cela. Comme tout le monde le fait, je présume. Avec un peu de recul, nous pouvons schématiser le problème de la manière suivante. Nous trouvons dans les théories de référence des propositions : par exemple, issue de la TS et des recherches associées, tout ce qui concerne la notion de *milieu*. Nous nous demandons ce que nous pourrions en faire ; deux directions s'offrent à nous :

- soit nous demander ce que ces éléments théoriques expliquent de ce que nous connaissons déjà, ou de ce que nous pouvons observer par ailleurs ;
- soit nous demander ce que nous pourrions produire de nouveau en nous appropriant ces notions.

Si nous choisissons la première voie, nous tenterons de circonscrire un domaine de réalité dans le cadre de la théorie ; si en revanche nous choisissons la seconde voie nous tenterons au contraire d'ouvrir cette théorie à la production de quelque chose de neuf. En ce qui nous concerne, et vu l'option que nous avons prise d'interroger la ddm à partir de l'ES plutôt que d'expliquer l'ES avec la ddm, nous travaillons dans la seconde perspective. Une telle ouverture nous met dans une position que je pourrais qualifier d'heuristique, pour laquelle des bribes de théories, en parties originales, soutiennent nos inférences et nos décisions expérimentales. Pour ce séminaire, nous voudrions essayer de rendre compte de la manière dont nous les articulons les unes aux autres autour du même travail expérimental.

Cadre institutionnel du terrain

Pour produire des recherches didactiques, nous avons besoin d'observer des séances d'enseignement effectives. Nous montons une expérience qui sera pilotée en classe, ou avec un petit groupe d'élèves. Le pilotage se fera de manière adaptée à l'univers institutionnel et au terrain de notre intervention. Analytiquement, il s'agit pour nous de séparer ce qui a trait aux institutions de ce qui a trait au didactique proprement dit, et de regarder comment ces deux dimensions s'articulent. Or une telle articulation tombe elle-même dans le champ de la ddm. EO et ES sont deux systèmes très contrastés. Comme le montre la communication de C. Cange ci-dessous, le système du canton de Vaud, qui ne couvre une population d'un peu moins de 650.000 habitants est en lui-même très touffu et nécessite une description précise et détaillée⁸. La question que j'avais déjà posée lors de la Xe école d'été de Houlgate est de

⁷ A. Muller et son idée d'analyse sémiotique a priori in : *Approche sémiotique pour l'analyse a priori d'une tâche mathématique*, à paraître 2004.

⁸ Une statistique récente, publiée dans la presse locale chiffre à 3,5% le taux d'élèves fréquentant l'ES dans le canton de Vaud. Les disparités inter-cantoniales sont très grandes puisque pour le canton de Neuchâtel ce taux n'est que de 0,5%, alors que la moyenne de ces taux pour les cantons de Suisse romande est de 1,5%. Ces disparités marquent les différences

savoir si ce cadre institutionnel a un impact jusqu'au didactique. Nous faisons l'hypothèse que oui. Qu'est-ce qui nous amène à le penser⁹ ? Faisons succinctement l'exercice de contraster certaines représentations que nous avons de l'ES et de l'EO, et ce, sur divers aspects. Voici une première énumération de contrastes. Qu'il soit bien entendu que de telles descriptions auront une valeur heuristique plutôt qu'explicative. L'exercice nous permet d'identifier des propositions falsifiables et de repérer des points de débats. Notre intention n'est pas de les ouvrir tous. Nous cherchons à nous assurer de ne pas oublier ce que nous ne pouvons que laisser en arrière plan.

EO	ES
Univers homogène Les divers établissements scolaires ne sont pas des institutions en eux-mêmes. Principe d'équivalence des classes au-delà des établissements scolaires. Norme.	Univers composite Les établissements sont des institutions dévouées à des aspects particuliers, et adaptées aux types de handicaps (physiques, psychiques, sociaux). Institutions et classes adaptées à un certain type d'élève. Les institutions font partie d'un réseau de prises en charges fortement marqué par les types de prises en charges et les sites régionaux du réseau. Exceptions.
Organisation verticale très marquée Cycles d'enseignement, degrés scolaires, points de bifurcation de filières, programmes et moyens d'enseignements très précisément organisés selon ces filières. Lien entre diversité des filières et contenus, donc les filières croisent des catégories didactiques.	Organisation horizontale marquée Organisation verticale floue, due entre autres à l'étalement du temps d'enseignement (cf. C. Cange et J.-M. Favre), aux faibles effectifs d'élèves, à leurs prises en charges par des soutiens divers, et à l'individualisation de l'enseignement. Diversité horizontale des institutions sur des catégories non didactiques. Dans ces institutions, les cohortes d'élèves ne sont pas forcément distribuées en classes comme à l'école.
Établissement Il y a un lien très étroit et transparent entre	Institution Les institutions hébergent des classes, ce ne

d'organisation du système scolaire, elles-mêmes influencées par des facteurs tant historiques et géographiques que politiques et financiers.

⁹ L'article de J.-M. Favre ci-dessous apporte des éléments de confirmation, mais pour cette introduction, je tiens à examiner quelques arguments an aval de nos travaux.

l'élève, son établissement, et le système scolaire. La géographie n'a en principe pas d'incidence didactique. Si l'élève déménage, il déménage d'école. Sauf erreur, aucune école officielle du canton de Vaud n'est un internat. Les conseillers pédagogiques agissent principalement au niveau des classes et ont les enseignants comme interlocuteurs privilégiés. La prise en charge des élèves au-delà des horaires est modeste.	sont pas des écoles. Le lien entre l'individu et le système scolaire est distendu. En premier lieu, le système ne le considère pas seulement comme un élève, mais comme un individu ayant tel ou tel handicap etc. Ensuite, l'élève est dirigé vers une institution qui correspond à son statut. Si l'élève déménage, il ne déménagera pas forcément d'institution. Un corps d'inspecteurs établit les liens entre l'élève, ses parents, le dispositif de prise en charge et l'administration de l'instruction publique. Les institutions offrent une prise en charge diversifiée, en particulier éducative, au-delà des horaires scolaires, parfois l'élève sera en internat, mais pour des motifs éducatifs ou légaux plus que géographiques.
Classe La classe est avant tout un lieu didactique. Il n'y a que peu de consultations possibles au sein des établissements, elles sont exceptionnelles. Les équipes enseignantes ne sont pas répondantes devant d'autres équipes, elles prennent en charge la fonction éducatrice. Un système de prise en charge est mis en place pour la gestion des cas exceptionnels, son action est temporaire.	Lieux Les sujets ont affaire à des enseignants, des éducateurs, et divers thérapeutes. La classe est un lieu de référence pour les élèves, lieu où l'on vient les chercher, les prises en charges périscolaires sont la règle, elles peuvent interrompre le travail de l'élève, la classe n'est donc pas seulement un lieu d'enseignement. Il existe aussi des lieux dits : <i>lieux de vie</i> qui sont gérés par des éducateurs non enseignants et ce en tout temps. Les élèves ont affaire à des équipes d'intervenants dont un enseignant responsable. Une institution s'organise autour de la coordination de fonctions enseignantes, éducatives et thérapeutiques. Cela peut aller jusqu'à la définition d'équipes pédagogiques, éducatives, et thérapeutiques, ou, de manière transverse selon des réseaux.

Élèves On se représente les différences individuelles par le biais d'idées communes : styles cognitifs, ou des compétences, etc. Toute gestion individualisée de l'enseignement est secondaire, et s'inscrit dans un cadre normatif précisément délimité.	Élèves Les élèves sont pris en charge dans leurs différences et spécificités, dans la singularité du profil de chacun, en particulier, pour ce qui concerne les disciplines scolaires, dans le contraste de ses possibilités et de ses goûts. On s'autorise de ces considérations pour s'écarter des normes scolaires et éducatives. Un élève a affaire à différents spécialistes. On établit des projets pédagogiques, éducatifs et thérapeutiques pour chaque élève. En conséquence de quoi, de manière officielle dans l'institution, on tient compte de son histoire personnelle et l'on s'inquiète de son avenir. Les questions de réintégration, à échéance plus ou moins lointaines, pèsent fortement sur les décisions didactiques (dans ce cadre, le poids de l'échec - cf. J.-M. Favre).
	Etc.

Le caractère heuristique de telles affirmations les rend sujettes à caution et appelle à des examens rétrospectifs. Elles ont aussi une incidence sur nos recherches elles-mêmes, dans un mouvement prospectif d'interprétations didactiques. Toute action de recherche sur le terrain produit des effets qui le modifient. Pour être acceptée, notre intervention devra s'inscrire peu ou prou dans le projet de l'institution qui nous accueille. Si nous travaillons dans une institution de l'enseignement spécialisé une recherche, même strictement didactique, ne s'adressera pas seulement aux enseignants de l'institution, mais aura un impact sur les échanges entre les diverses équipes. Le caractère didactique ne manquera pas d'être perçu par l'équipe pédagogique comme quelque chose qui la concerne plus particulièrement et qui peut, le cas échéant la distinguer. Par exemple dans les institutions de l'ES, les thérapeutes, et tout particulièrement les médecins, ont une légitimité sociale forte du fait de pouvoir se référer à des institutions savantes reconnues. Le chercheur en ddm, qui plus est s'il est universitaire, permet donc à l'équipe enseignante de faire valoir ses savoirs savants propres. D'autres considérations portent plus sur les contenus et leur pertinence, le champ que nous pouvons prendre vis-à-vis d'un programme et d'une organisation prédéfinie d'activités mathématiques¹⁰.

¹⁰ Cf. *Interactions de connaissances et investissements de savoir* (Conne 2003) ainsi qu'à l'article ci-dessous de J.-M. Favre.

Par ailleurs nous savons d'expérience les discussions que ne manquent pas de soulever parmi nos collègues didacticiens, la présentation d'un tableau comparatif comme ci-dessus. Voici, selon J. Giroux, une jolie évocation de ces débats :

Il faudrait écrire une petite pièce de théâtre entre ES et EO, peut-être arriverions-nous mieux à montrer certaines impasses... ils pourraient d'ailleurs parler d'un de leurs tiers : la ddm. ...

ES : - « Es-tu sûr de ton homogénéité ? Considérant ce qui se passe chez moi, j'ai du mal à croire à tes descriptions. »

... alors que EO dit à ES quand celui-ci prend la parole (ce qui est peu fréquent) :

EO :- « Es-tu sûr de ta spécificité ? Parce que considérant ce qui se passe chez moi, je ne vois pas ce qui t'est proprement spécifique ? »

Chacun tolère peu la question de l'autre. EO ne tolère pas que ES la soupçonne, en invoquant l'argument de l'homogénéité, de banaliser ses récits. EO aurait-il un complexe sur son homogénéité alimenté, par ailleurs, par la spécifique que d'aucuns reconnaissent à ES ? ES, lui, ne tolère pas que EO cherche à l'assimiler en mettant en doute sa spécificité. ES ne veut être assimilé ni à l'homogénéité de EO, ni à la diversité que EO revendique malgré tout.

Notre problématique : exemple d'un parcours thématique

1° De l'étude de la multiplication à celle du temps didactique.

Pour illustrer la manière dont le groupe travaille et offre à chacun de ses membres un cadre pour mener à bien les études qui l'intéressent, prenons pour exemple la démarche de J.-M. Favre dont la contribution présente une recherche sur le temps et l'échec dans l'ES. Notre collègue est venu à la ddm par le biais de sa formation initiale d'enseignant spécialisé. C'est une formation en emploi, ce qui veut dire qu'il avait en charge une classe. Dans le cadre de cette première formation, et pour son mémoire, il s'est donné une problématique centrée sur une approche conceptuelle de la multiplication dans sa classe qui se rapproche des activités prônées dans l'EO. Les circonstances expérimentales l'ont alors amené à s'intéresser à la calcullette et, par ce biais, au statut des écritures numériques multiplicatives qui, à l'expérience, ont pris une toute autre dimension que prévue. Pour rendre compte de ce qu'il observait, la théorie de Vergnaud lui est apparue très pertinente. Après ses études au Sces, il a entrepris des études en sciences de l'éducation à l'université de Genève. Dans un second travail de recherche, pour son mémoire universitaire, J.-M. Favre a prolongé la thématique de l'introduction de la multiplication, mais cette fois dans la perspective de confronter ES et EO. Pour ce faire, il a dû développer une ébauche de théorie didactique de l'échec.

2° Erreur et restitution de savoirs.

Plus tard, tant en collaboration avec C. Cange, que lors ses activités en tant que formateur d'enseignants spécialisés, il s'est plus particulièrement penché sur le thème de l'erreur. Cette thématique de l'erreur a été choisie par le groupe Ddmes. Et nous avons procédé à une première recherche dans l'institution de Pré-de-Vert (cf. C. Cange). De mon côté, j'avais noté de la part d'élèves de l'ES des phénomènes de restitution différée, soit d'une séance à l'autre, soit d'un lieu à l'autre, soit enfin d'une tâche à l'autre lors d'une même séance. J'avais fait l'hypothèse (Conne 99, 03) que l'on attribuait peut-être à tort aux élèves de l'ES de ne pas apprendre ou retenir ce qu'on leur enseignait alors que tout ce dont nous pouvions attester était l'absence de réponses à la demande ou à l'injonction de savoir. Du point de vue de l'enseignant, ceci rendait des savoirs élémentaires non disponibles pour l'échange didactique, savoirs dont on pouvait soupçonner par ailleurs qu'ils étaient bel et bien acquis. Un jour, C. Cange nous a fait part de ses observations et de son questionnement à propos d'un élève, qui, selon lui, illustrait fort bien ce type de phénomène. Nous nous sommes donc intéressés plus particulièrement à ce cas. Pour cela, nous avons imaginé de jouer de manière paradoxale sur le contrat. L'enseignant, C. Cange lui-même, allait proposer à cet élève de travailler seul à des

tâches qu'il lui fournirait. Pendant ce temps, l'enseignant travaillerait avec le reste de sa classe à d'autres tâches, et ce, de manière ostensive : avec échanges au tableau noir entre le prof, la classe et des élèves tour à tour interrogés. L'élève allait donc être mis en position de s'extraire mentalement de ce qui se passerait en classe pour se concentrer sur ses exercices. Nous avons alors pu observer et attester clairement que l'élève travaillait en même temps à sa propre tâche et à la tâche collective et qu'il intervenait même sur cette seconde scène, sans y avoir été en aucune manière sollicité. Par là même, il nous nous restituait ce qu'il retenait de la leçon collective, tout en travaillant parallèlement à la tâche qui lui avait été confiée. Il n'en accomplissait pas moins les exercices qu'on lui avait donné à faire. Libéré sans doute d'une injonction trop forte et univoque, il engageait les savoirs qu'on ne pouvait obtenir de lui par un échange usuel maître/élève.

3° Restitutions indirectes et différées supportées par le milieu.

Parallèlement, dans le travail de mémoire B. Dallüge, étudiante au Sces, qui portait sur l'enseignement des mathématiques à une élève mutique, nous avons pu obtenir de multiples restitutions, indirectes ou différées de ce que cette élève avait appris dans trois lieux où elle travaillait les mathématiques : sa classe, un atelier de jeux et enfin les séances de travail que je menais avec elle et une de ses camarades. Dans un article sur l'interaction de connaissances et l'investissement de savoirs, j'ai réexaminé cette question sous l'angle des dispositifs de diffusion des connaissances et savoirs dans l'institution¹¹. Le groupe a repris ce thème et s'est alors intéressé aux indices de sémiotisation du milieu dans la dynamique des échanges didactiques. Nous avons tenté d'articuler cette préoccupation avec une préoccupation de formation. Il nous a semblé en effet qu'en nous intéressant de cette manière au milieu, nous trouverons des moyens pour inférer ce que les élèves ne nous restituent pas directement, comme si nous pourrions tout aussi bien questionner les indices laissés les élèves dans le milieu que les interpellier directement. Les retombées d'une telle recherche pourraient alors consister à offrir aux enseignants ES des moyens de s'inspirer avec profit des manuels de l'EO.

C'est une recherche sur ce thème que nous présentons à ce séminaire.

Schéma d'expérimentation

Du point de vue expérimental, depuis ma recherche de doctorat (1978-1980), je me suis donné le schéma suivant. Je distinguerai alors deux fonctions dans l'expérience¹² que je désigne par *observation* et *pilotage*. Ces deux fonctions ne sont pas exclusives et elles ne sont pas, l'une le fait du chercheur, et l'autre celui de l'enseignant. Le chercheur peut les assumer toutes les deux¹³. Toutefois il convient de ne pas les confondre. Décrivons-en quelques figures (je ne cherche pas ici à être exhaustif).

Si je me rends en classe, sans autre préparation et que j'observe l'enseignement qui s'y donne, du point de vue du chercheur que je suis, il s'agit bien d'une expérience dont le pilotage est confié à l'enseignant et que, pour ma part, j'observe. Je me trouve dans un autre cas de figure si, à l'instar de ce que J.-M. Favre nous raconte dans son article, je mets sur pied une suite de leçons dont je confie le pilotage à des enseignants et que je viens en observateur. Certes, dans chacun de ces deux cas, la responsabilité de l'enseignement reste confiée à l'enseignant. Confier un enseignement mis au point par le chercheur à la responsabilité d'un enseignant est

¹¹ Ibid. (Conne 2003).

¹² Je préfère dire expérience plutôt qu'expérimentation car mon schéma ne relève pas du contrôle méthodologique de la recherche.

¹³ Cela correspond à ce que décrit J. Bruner dans un article qui m'a beaucoup impressionné : **Le rôle de l'interaction de tutelle dans la résolution de problèmes** (197). Pour la traduction française, in *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire.*, trad. M. Deleau, Puf 1987.

le modèle sur lequel fonctionnait le Corem. Toutefois on peut procéder encore autrement. Par exemple, si nous nous intéressons à la dynamique de situations ouvertes, la responsabilité du pilote (enseignant) sera différente puisqu'elle ne comportera pas la réalisation d'un objectif prédéfini. Etc¹⁴.

Dans la recherche que nous présentons ici, nous étions deux chercheurs. Notre objectif était « d'explorer le milieu », voire de « manipuler le milieu afin de produire quelques événements » ou encore « de jouer avec le jeu dans lequel nous avons engagé les élèves à jouer »¹⁵ etc. À tour de rôle, et avec un esprit non dénué d'émulation, l'un de nous se chargeait de piloter l'expérience tandis que l'autre jouait le jeu d'observateur, quitte à ce dernier s'inspire de ce qu'il aura pu observer lors d'expérimentations ultérieures. Un tel schéma très souple nous permet d'intégrer nos modes de faire fort distincts, dus au fait que nos expériences professionnelles ne sont pas les mêmes¹⁶.

Les expérimentations du Corem et les observations d'enseignements effectifs en classes sont deux configurations expérimentales très prisées actuellement en ddm¹⁷. Dans le Corem, où le chercheur a préalablement modélisé les situations étudiées, on étudie le milieu *du jeu*, dans le cas des observations d'enseignement, où le jeu sous-jacent doit être inféré, on observera la *structure* du milieu. D'un certain point de vue, on peut donc opposer ces deux modèles de recherche. Pourtant elles se rejoignent sur le fait que dans les deux cas, les fonctions de chercheur et de pilote sont bien séparées : une instance de recherche et une instance d'enseignement. Sur ce point, notre recherche diffère, puisque nous prenons en charge le pilotage. Nous observerons de l'intérieur les interactions dans la triade élève-milieu-pilote.

Cela dit, nous étudions le milieu, pouvons-nous le définir comme étant l'*antagoniste du sujet* ? En d'autres termes quelles propositions de la théorie de situations (TS) pouvons-nous reprendre au compte de notre recherche ? Pour nous, la TS est sans conteste une grande source d'inspiration. Dans nos recherches pouvons-nous dire qu'elle vaut plus que cela ? Examinons deux positions que nous pourrions adopter vis-à-vis des expériences que nous avons pilotées en classe. Pour nous qui ne sommes pas naïfs de nos références théoriques, et de la TS en particulier, nous devons penser ce que nous assumons de la théorie des situations pour les questions qui nous intéressent. Par exemple, cette théorie construit son modèle autour d'une connaissance visée et d'un jeu dont la stratégie gagnante devra mettre en oeuvre la dite connaissance. C'est dans ce cadre-là, d'une modélisation par un jeu que des propositions comme : « le milieu est l'antagoniste du sujet »¹⁸ ou encore « le maître joue avec le jeu de l'élève », etc. prennent leur sens. Si maintenant nous n'assumons pas de construire nos situations comme des jeux, quel sens pourrait avoir de telles propositions ? Nous pouvons tous affirmer sans conteste possible que rapportées à certains contextes d'observations ces propositions ont du sens et semblent très pertinentes. Ainsi, dans la description de notre recherche sur le puzzle, l'activité scolaire prévoyait de demander aux élèves de produire le plus de quadrilatères possible en adjoignant différentes pièces triangulaires. La lenteur du travail des élèves nous a fait penser qu'ils ne savaient peut-être pas très bien ce que l'on

¹⁴ Cette idée qui me semble caractériser la recherche en ddm. J'ai développé cette thèse lors d'un cours à l'université de Berne, 2003.

¹⁵ J'emprunte la formule « Jouer avec le jeu de l'élève. » à G. Brousseau, et j'ai développé cette idée dans la conclusion de : **Faire des mathématiques, faire faire des mathématiques et regarder ce que ça donne**, in *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne eds., 1999, Presses de l'université de Montréal.

¹⁶ Deux d'entre nous sont des enseignants spécialisés, deux sont enseignants de l'EO, l'un au primaire, l'autre au secondaire et n'avaient jusqu'ici jamais travaillé dans le cadre de l'ES, deux autres sont chercheurs.

¹⁷ À une époque, G. Brousseau les qualifiait d'observation et d'observation provoquée.

¹⁸ C'est ce système antagoniste du sujet que nous avons proposé d'appeler milieu (p. 320), in G. Brousseau, *Le contrat didactique: le milieu*, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 9-3, pp. 309-336.

entend par quadrilatère ; des jeux de nominalisation et de désignations (bords, côtés sommets, pointes, angles, points) nous ont montré en tous les cas des élèves passablement hésitants et vite déconcertés. En modifiant la tâche et en instaurant un jeu de type domino, où les joueurs doivent adjoindre à un quadrilatère un triangle de sorte que la figure ainsi transformée reste un quadrilatère, nous avons pu constater que dans ce nouveau contexte, la notion de quadrilatère ne posait plus aucun problème. Le milieu ainsi modifié et enrichi par notre nouvelle consigne supportait donc mieux les connaissances des élèves que le milieu de la tâche originelle. Voilà sans conteste possible ce que nous avons pu obtenir en nous donnant le mot d'ordre : « jouer avec le jeu de l'élève »¹⁹.

Nous pouvons donc partir d'un tel résultat expérimental et nous dire que si tel est le cas, il devrait être possible d'inférer une modélisation de notre expérience en termes de jeu. Ce serait une façon d'interpréter ce que G. Brousseau a exposé comme étant un axiome de la TS, à savoir : *Axiome 1. Pour toute connaissance, il est possible de construire au moins un jeu formel, communicable sans utiliser cette connaissance, et dont elle détermine pourtant une stratégie optimale. / Une situation est une association [interaction (Jeu-Joueur), Connaissance]*²⁰. Nous chercherions ainsi des clés pour une modélisation idoine de nos observations. Dans ce cas, nous prendrions cette pertinence que nous reconnaissons à certaines propositions de la TS comme exprimant la *vérité de cette théorie*, et nous chercherions en toute logique à rendre compte de nos observations dans ce *cadre de vérité* là. On peut dire que c'est en gros ainsi que procèdent beaucoup de ceux qui observent des situations de classes pilotées par des enseignants, eux-mêmes non tenus à penser leurs actions dans le cadre de la TS. Les observateurs tentent alors de produire certains indicateurs. Ils recourent à des instruments comme *l'analyse de la structuration du milieu*, la *recherche de ruptures de contrat*, *l'observation des moments de reprise*, etc. Cette manière de faire revient à s'autoriser d'une théorie qui, dans et par le développement de ses propres propositions, comprend les objets didactiques comme *milieu*, *jeu*, *contrat* etc.

Mais nous pouvons partir d'un autre point de vue et nous dire que le rôle de la théorie est plus de nous indiquer quels sont les objets auxquels porter notre attention, que de nous dire exactement et complètement, quasiment tout de go, ce que sont ces objets. Nous pouvons donc nous dire que la théorie est pertinente parce qu'elle met le doigt sur les bons objets, dont elle donne en outre une construction possible, mais qu'elle n'épuise pas d'emblée l'étude et la compréhension des dits objets. Dans ce cas, nous prendrions cette pertinence que nous reconnaissons à certaines propositions de la TS comme exprimant la *réalité des objets* mis en évidence par la TS plus que la *vérité* de cette dernière. Alors qu'auparavant nous serions partis à chercher à rendre raison de nos observations dans le cadre de la TS prise comme théorie de référence, dans cette seconde perspective interprétative, nous chercherons à rendre leur réalité aux objets et entités que sont le *milieu* etc., objets certes premiers dans la TS mais dont elle ne saurait prétendre avoir l'exclusivité, à moins de se déclarer d'emblée complète et définitive sur ces questions.

Je risquerai une image. Nous avons entrepris une exploration le long d'une rivière, nous rencontrons une confluence, peut-être que notre rivière vient là se jeter dans un fleuve. Nous continuons notre prospection en aval. Libre à nous de considérer que nous sommes désormais sur le fleuve, ou que nous suivons toujours notre rivière. Finalement ce n'est ici qu'une question de nom pour les cartes. Cette seconde interprétation ne reviendrait pas pour autant à vouloir nier la confluence que nous avons rencontrée en route. Nous pouvons garder à l'esprit une interrogation : qu'est-ce donc qui, même pour nous partis d'ailleurs, nous amène à la conviction que c'est bien vrai que « le milieu est l'antagoniste du sujet », ou « que

¹⁹ Notons qu'au Québec, J. Giroux (faculté d'éducation Uqam) projette, en association avec F. Conne, une autre voie de recherches, focalisant plutôt sur les jeux des élèves ES. La dimension sémiotique y intervient de façon centrale.

²⁰ Ibid., G. Brousseau, 1988, p. 314.

l'enseignant joue avec le jeu de l'élève » ? Nous pouvons chercher à répondre à cette question en remontant le fleuve, c'est-à-dire en chercher une explication, que nous pourrions toujours éprouver par la suite. Mais nous pouvons aussi bien chercher prospectivement ce que nous pouvons faire de ces convictions, qu'est-ce qu'elles peuvent nous aider à mettre en œuvre etc. Garder ainsi notre point de vue initial en tête aura donc valeur de confrontation de la théorie rencontrée en route.

Pour moi, ces deux positions méthodologiques sont envisageables. Celle que nous adoptons nous semble adaptée à la situation institutionnelle qui est la nôtre. Examinons cela en contraste. Résumons cela dans un tableau contrasté.

EO	ES
Corem	Ddmes
Thèse épistémologique forte	Bribes épistémologiques
Théorie qui vise à l'accomplir	Bribes théoriques
École expérimentale, petite institution qui vit en symbiose dans le grand tout scolaire.	Ne peut pas s'instituer comme école, mais va visiter des lieux institutionnels de la constellation ES.
Chercheur et enseignant pilotes.	Chercheurs et chercheur pilote.
Raisonnement sur l'échec d'un enseignement, reprises et effets ²¹ .	Raisonnement ES visant à questionner la théorie élaborée dans le cadre EO.

Contenu mathématique de notre expérience : quelques données de la transposition didactique de la géométrie à l'école obligatoire en Suisse romande.

Mon propos n'est pas de faire ici une analyse de la transposition didactique de l'enseignement de la géométrie à l'école obligatoire en Suisse romande, mais d'indiquer quelques points importants ainsi que quelques ouvertures. L'exploration du milieu que nous tentons est basée sur une idée et un constat. Le constat est que les élèves de l'ES ont de piètres performances ce qui fait que dans ce système, on voit l'enseignement délaissé la géométrie au profit d'enseignement de savoirs de base, essentiellement en numération et calcul. L'idée est que si les élèves de l'ES progressent lentement dans le cursus des contenus mathématiques, et accusent des retards certains, il n'en reste pas moins qu'en tant qu'enfants et individus, ils développent des connaissances et expériences acquises par ailleurs, dont certaines dans le domaine de l'espace et de la géométrie. Nous pensons alors que la focalisation sur des apprentissages formels, dont la fonction serait essentiellement *de structuration*, pour parler

²¹ Cf. note 6.

comme certains psychopédagogues, devrait être complétée par des actions didactiques ouvertes sur les expériences mathématiques acquises par ailleurs. Notre pari est alors de prendre le prétexte d'activités conçues pour l'EO et de les transposer des fins d'ouverture à l'expérience, et, par la même occasion, d'examiner les activités de l'école ordinaire sous l'angle de l'expérience qu'elles sont susceptibles de développer pour les élèves. Dans la recherche que nous présentons, nous nous proposons d'accomplir ce travail en nous donnant les moyens d'explorer le milieu. Nous tentons par là de caractériser le potentiel didactique de certains milieux et dispositifs plutôt que de nous arrêter aux potentialités cognitives des individus eux-mêmes²².

Dans un article récent²³, j'ai proposé une nouvelle caractérisation de cette double fonction, initiatrice et organisatrice de tout enseignement, je cite :

« On a affaire à deux organisations : d'une part celle de l'exposé des notions, c'est-à-dire son ordonnancement et son développement, d'autre part celle de l'introduction au domaine, c'est-à-dire son ordonnancement et les stratégies de rencontre et d'exploration du champ. Dans les deux cas, on organise autre chose. On pourrait dire que dans le premier cas on organise une carte ou un ensemble de cartes et que dans le second, on organise la visite voire l'exploration des territoires représentés sur ces cartes. Mais le plus important est pour moi que la première organisation est celle d'une reconstitution, précisément l'organisation des principes d'un domaine – par exemple, la numération, ou encore la géométrie plane – à même d'en reconstituer des expériences passées et à venir, alors que la seconde est l'organisation de ces expériences mêmes. La première fait abstraction des instruments sémiotiques (en fait elle ne fait appel qu'à un appareil sémiotique réduit et fortement codifié), ces instruments qui sont bien évidemment les supports de l'expérience et de l'exploration. La seconde organisation au contraire repose sur un appareil sémiotique touffu, complexe et surtout mouvant, qui s'enrichit, se renouvelle et aussi se redécouvre sans cesse. La première organisation sert de référence et de justification à la seconde, cette dernière n'a pour elle que sa propre efficacité pragmatique, mais apporte en retour à la première la confirmation ou l'infirmité de la pertinence didactique des présupposés de la première. Dans un article maintenant ancien (Conne 1989²⁴), j'ai indiqué qu'on pouvait considérer réformes et refontes des programmes comme la manifestation des remaniements constamment nécessaires pour ajuster et rendre compatibles ces deux organisations. »

Examinons cela dans le cadre qui nous intéresse ici, le programme de géométrie aux niveaux de la 5^{ème} et de la 6^{ème} année d'enseignement (fin de l'école primaire, voire cycle de transition entre le primaire et le secondaire selon les cantons de Suisse romande). On y étudie, entre autres, les quadrilatères, que l'on nomme communément ici : carrés, rectangles, losanges, parallélogrammes, trapèzes, fer de lance ou cerfs-volants. Il est possible d'établir une petite classification de ces divers objets et cela permet de s'intéresser aux propriétés géométriques et aussi à ce qu'est une définition en mathématiques. Mathématiquement parlant, les quadrilatères font partie des polygones. Dans un exposé raisonné de la géométrie, cette dernière notion précède celle des quadrilatères. À l'école primaire, on en reste tout au plus au mot "polygone" sans insister et ce n'est qu'au secondaire que l'on en fait une étude un tout petit peu plus développée. On a donc une distorsion entre l'ordre d'initiation où l'on étudie les

²² Nous ne nous arrêtons donc pas à un examen de leurs compétences.

²³ Conne F., *Problèmes de transposition didactique*, Petit'X n°64, 2004.

²⁴ L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution. Bulletin de l'Association Mathématique du Québec. 1989, no XXIX-3.

quadrilatères avant d'étudier les polygones et l'ordre d'un exposé des notions de géométrie plane²⁵.

L'école ne procéderait donc pas logiquement. Est-ce grave, ou au contraire est-ce sage ? On pourrait dire que c'est sage car le "polygone" est une notion très abstraite et générale, qui n'est pas aussi accessible que les idées de carré, de rectangle etc. La sagesse serait donc celle d'initier les élèves à ce qui semble plus accessible, pour les "préparer" à l'étude plus abstraite de la géométrie au secondaire. Pour que cette idée soit acceptable, il faut pouvoir dire si c'est bien vrai que les idées de carrés, rectangles etc. sont plus accessibles que celles de polygones et comprendre ce qui fait qu'il en serait ainsi. La réponse semble à portée de main : carré, rectangles etc. sont des noms de formes, alors que "polygone", mis à part ses côtés rectilignes, ne désigne pas une forme particulière. Ce ne sont donc pas tant des "polygones à 4 côtés", autrement dit des quadrilatères que l'on étudie en 5^{ème}/6^{ème} que des "formes à 4 côtés", c'est quelque chose de plus riche, de plus syncrétique dirait Piaget, que l'on étudie en 5^{ème}/6^{ème}.

Admettons cela comme une idée de bon sens : "l'idée de forme est plus accessible que celle de polygone" Alors, si nous sommes conséquents avec nous-mêmes, nous devrions nous étonner qu'on étudie avec tant de soin des formes à 4 côtés et qu'on "passe comme chats sur braises", sur des formes tout aussi prégnantes et accessibles dans l'expérience commune que sont les cercles et autres courbes (pour simplifier, je me cantonne à la géométrie plane). Mais voilà, le cercle n'est pas un polygone et il semble que le savoir mathématique qui l'étudie et le décrive soit autrement plus difficile que la petite logique illustrée par la classification des quadrilatères. Et cette plus grande sophistication des formes courbes par rapport aux formes droites fait surtout qu'on a bien moins étudié les formes courbes que les formes polygonales.

Il y a donc apparemment contradiction. Du point de vue de l'introduction des élèves à l'univers abstrait de la géométrie, on pense que l'étude en 5^{ème}/6^{ème} peut être un tremplin vers l'étude des figures polygonales qui sera faite par la suite. Pour ce qui est de l'étude des formes courbes dont le cercle²⁶, les enseignants voient moins bien (si ce n'est pas du tout) quel parti ils pourraient en tirer pour préparer les élèves à la géométrie plane. En géométrie du secondaire, on ne va pas tant "rencontrer" le cercle par le biais de l'étude de sa forme (ce que pour ma part je regrette) que, indirectement, par le fait qu'il va intervenir dans l'étude des ... polygones (cercles circonscrits, inscrits, angles inscrits, constructions, etc.). En conséquence de quoi 5^{ème}/6^{ème} en Suisse romande, on porte une attention particulière à un ensemble relativement pauvre de formes : les formes polygonales à 4 côtés. On n'élargit pas cette perspective à l'étude d'autres formes tout aussi prégnantes et plus "riches" comme les cercles, les ellipses, les spirales etc. Au contraire, l'étude des formes polygonales (entre autres via tous ces "puzzles", mais ce sont aussi les formes dont on peut assez facilement fournir des mesures, périmètres, surface) introduit à terme l'étude des polygones. C'est alors qu'on retrouvera ... les cercles.

Bien entendu, le savoir mathématique et son organisation, c'est-à-dire le savoir savant, n'a pas à considérer la question de son accessibilité, il est tel qu'il est un point c'est tout. Réorganiser le savoir pour répondre à la finalité de le rendre accessible est une opération didactique qui vient à transposer le savoir mathématique. On doit le faire lorsqu'il s'agit d'enseigner les maths. Une fois qu'on est au clair là-dessus, la question est de se demander comment on peut le faire de la manière la plus pertinente qui soit. Sur quels critères se diriger pour le faire ? Remarquons en passant que ce n'est pas seulement le savoir savant

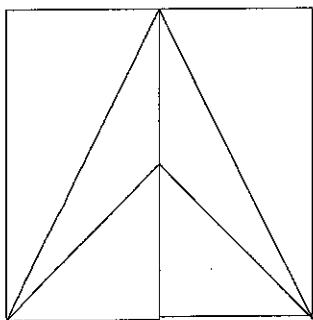
²⁵ Je tiens à souligner le fait que les quadrilatères et les noms qu'on leur donne ne sont en aucun cas plus naturels que les polygones même si le nom, issu du grec, fait très savant. Cf. contribution de Ch. Tièche.

²⁶ Attention, je dis bien du point de vue de l'étude de la forme qu'est le cercle, pas du point de vue de cet objet qu'est le cercle, de ses propriétés, de l'instrument compas qui permet de le dessiner etc.

mathématique que l'on a transformé, mais aussi d'autres savoirs, moins mathématiques - artistiques, architecturaux, mais aussi bioniques - qui ont trait à la connaissance des formes. En effet pas plus qu'on étudie en 5^{ème}/6^{ème} des objets purement mathématiques, on n'y étudie le concept de forme. La transposition didactique altère donc autant les savoirs que notre culture a développé sur les formes que les savoirs mathématiques. Le savoir scolaire est un "melting-pot".

Ce qui est dommageable, c'est non pas d'étudier les formes à 4 côtés en 5^{ème}/6^{ème}, mais ne pas dire que c'est l'objet "forme" que l'on étudie - à la manière de mathématiciens, car il y a bien d'autres manières de les étudier - et prétexter que l'on étudierait des polygones (quadrilatères) pour ne pas intéresser les élèves à penser et étudier ce qu'est cette chose si mystérieuse que l'on appelle la forme d'un objet. Une fois que l'on sait que l'on ne peut pas éviter de transposer les savoirs lorsque l'on enseigne, la question est d'apprendre à le faire à bon escient plutôt que de faire comme si de rien n'était²⁷. Plus précisément, il y a un malentendu notoire. Cette étude des formes polygonales à 4 côtés en 5P/6P se veut transitoire. J'ai écrit qu'un savoir transposé (il y a d'autres transpositions possibles que didactiques) n'était pas un savoir travesti, j'ai aussi écrit souvent que la transposition didactique altérerait le sens des savoirs transposés. Actuellement, je dirais les choses autrement car pour moi la question du sens n'est pas tant celle du sens que les choses auraient (chose qui est sans doute impossible à connaître) que celle du sens que les choses sont susceptibles de prendre, le sens est toujours au-delà de l'actuel. Pour en revenir à l'exemple des quadrilatères, la question est celle du sens que cette étude des formes polygonales à 4 côtés faite en 5^{ème}/6^{ème}, pourra prendre, soit dans le présent (par exemple une étude de ce que peuvent apporter les maths au concept de forme), soit dans le futur (par exemple, comme on le croit, un tremplin vers l'étude plus abstraite des figures géométriques que sont les polygones, et des suites que cela va avoir lorsque le cercle va alors inopinément "pointer son nez" là-dedans).

La fiche « puzzle » de 5^{ème} année primaire



²⁷ Peu de gens savent que finalement en 5^{ème}/6^{ème} on étudie des formes polygonales à 4 côtés plutôt que des polygones à 4 côtés (quadrilatères) et que le véritable objet, la chose qui est à la base de cette étude, sont des propriétés de formes. De tels malentendus ont pour conséquence que le savoir scolaire apparaît de plus en plus coupé, découpé du savoir savant. Alors soit on me dit, comme de nombreux parents et non mathématiciens m'ont dit et me diront encore : "Mais vos histoires, cela convient aux bons élèves, les forts en maths, les intellectuels, mais pas les élèves-tout-le-monde (comme on dit monsieur-tout-le-monde)" ; soit mes amis mathématiciens me disent : "Mais qu'est-ce que tu perds ton temps avec ces niaiseries de l'enseignement, ce ne sont pas des mathématiques, d'ailleurs à l'école primaire on n'enseigne pas les mathématiques, on enseigne le calcul et des leçons de choses géométriques." On est encore loin d'être sorti de cette fausse alternative.

La consigne est la suivante :

“Le jeu consiste à faire des quadrilatères en utilisant 2 pièces du puzzle, ou plus, en prenant au choix 2 pièces ou plus”.

Nous nous inspirons d’une fiche de 5^{ème} année primaire dont l’idée consiste à fournir un matériel de puzzle, dont les pièces sont toutes triangulaires et de 3 sortes. Il s’agit par combinaison de 2, 3, ... 6 pièces de former tous les quadrilatères possibles. Cette combinatoire est assez riche. Le jeu s’apparente au jeu de tan gram. Le manuel indique que l’on pourrait travailler tous les objectifs de l’enseignement de la géométrie de ce niveau scolaire en développant cette activité. Par là, il veut surtout indiquer la richesse de ce type d’activité²⁸. L’idée repose sur le fait que les élèves produiront rapidement une assez grande variété de quadrilatères, ce qui motivera le fait qu’ils cherchent à les classer et donc à prendre en compte leurs propriétés, ce qui les introduira finalement à la classification des quadrilatères, ou encore aux formules d’aires des dits quadrilatères, deux thèmes emblématiques de la géométrie à ce niveau de la scolarité. Nous avons remarqué au cours de diverses observations dans l’ES, que si nous laissons les élèves jouer librement avec les pièces de ce puzzle, ils ne produisaient pas la variété de quadrilatères attendue, du moins pas dans des délais raisonnables. Un des points d’achoppement était que les élèves ne reconnaissaient pas toujours qu’ils avaient obtenu un quadrilatère et qu’il fallait par exemple que l’enseignant interrompe leurs manipulations pour les rendre attentifs à l’apparition d’un quadrilatère. Un autre obstacle, archi connu en ce qui concerne la manipulation, venait du fait que les élèves se perdaient dans leurs actions, et ne procédaient jamais de manière systématique, en essayant de placer par exemple une pièce dans toutes les positions possibles. En fait, on doit penser qu’ils cherchaient plus à assembler des pièces qu’à en obtenir des combinaisons.

Pour nous l’activité puzzle est un prétexte²⁹. L’activité dont nous nous sommes inspirés, telle que proposée par le manuel n’a pas été modélisée par la TS, et nous n’avons pas cherché à répondre à la question de savoir comment s’inspirer de la proposition du manuel pour en faire une situation de la TS³⁰. Plus banalement, nous nous sommes demandés comment faire quelque chose avec cette activité lorsque de toute évidence elle ne fonctionne pas.

Mais au fait fonctionne-t-elle ou ne fonctionne-t-elle pas ? Nos observations, cf. contribution de L. Del Notaro et A. Scheibler, confirment ce que nous avons pu observer ailleurs aussi : une telle activité ne réussit pas sans autre dans le cadre de l’ES. Pourtant, selon un autre témoignage de la part d’un enseignant secondaire, lui-même formateur d’enseignants primaires et secondaires de l’EO, cette activité est à son avis une excellente introduction à la géométrie des quadrilatères pour les classes ordinaires de l’école secondaire. Par ailleurs, selon les résultats d’une analyse a priori entreprise par l’un de nos étudiants (A. Muller), on constate que l’activité ne peut fonctionner qu’à condition de lui adjoindre un dispositif de mise en mémoire, ce qui est corroboré par quelques observations. Notons qu’une nomination avec les termes mathématiques pourrait théoriquement suffire à une telle mise en mémoire. En conclusion, nous pensons que notre collègue formateur de l’EO doit, d’une manière ou d’une autre, opérer quelques *coups de pouces* dans son propre pilotage de la situation. Il se

²⁸ L’analyse des commentaires que les manuels de 5P livrent pour cette activité, montre que les auteurs font de cette activité un modèle et que nous avons bien affaire à une interprétation pédagogique de l’idée de situation fondamentale. Pour plus de détails, voir F. Conne, 2004, *Détachements et engagements dans la pratique des mathématiques à l’école : une vue sur l’enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire en Suisse romande*. Actes du colloque 2002 GDM à Trois-Rivières.

²⁹ Prétexte tout comme l’est la référence au pentographe dans la séquence des situations d’enseignement des décimaux.

³⁰ Ce qui reviendrait en quelque sorte à examiner la validité de l’interprétation des auteurs du manuel (cf. note 27).

peut que dans les conditions communes de l'ES, les enseignants tentent des coups de poutres équivalents. Nous ne le savons pas et les conclusions de la recherche de J.-M. Favre nous obligent à rester fort prudents sur ce point. Par contre nous pouvons dire que dans l'ES, l'activité ne fonctionne pas comme prévu, du moins dans la limite des *coups de poutres* que les enseignants ES s'autorisent.

À partir de telles considérations, nous nous sommes donc proposé d'assumer à tour de rôle le pilotage de la situation en nous donnant pour objectif de « faire marcher quelque chose en modifiant les consignes et en agissant directement sur le milieu ». Nous commençons à voir ce que nous pouvons faire avec cette idée de puzzle pour créer par combinaisons une riche diversité de quadrilatères et aussi quel prix il faut y mettre.

Grossièrement dit, nous nous sommes demandés comment faire avec ce que les élèves produisent. Cela nous mettait devant deux pistes. Soit suivre le fil de ce que l'activité évoque pour les élèves ; soit « coller au dispositif ». C'est cette seconde option que nous avons tentée. C'est ce que nous appelons « explorer le milieu et ses potentialités », « faire durer l'interaction des sujets avec le milieu », « distendre le milieu ». On voit qu'il ne s'agit plus exactement du milieu tel que le pense la TS. Cette exploration n'est pas neutre de notre part, nous ne nous sommes pas privés d'actions de modification du milieu. Ainsi, par exemple, avons-nous transformé la tâche scolaire en un jeu (vaguement apparenté à un jeu de dominos). Une telle action a produit une modification importante : la question de l'identification des quadrilatères ne s'est plus posée alors qu'elle grevait passablement l'activité combinatoire prévue par le manuel. Ce changement ressort aussi de l'examen des échanges verbaux dans la situation. On pourrait dire que ce faisant nous nous serions rapprochés du modèle de la TS. Certes nous nous en sommes rapprochés, mais notez ces différences : nous n'avons pas imaginé un jeu dans l'idée d'amener les élèves à recourir à des stratégies faisant appel à une connaissance visée prédéfinie. Nous voulions seulement changer la dynamique de l'activité et vérifier l'effet de notre action directe sur le milieu. Nous avons improvisé un jeu sans l'avoir modélisé. Nous n'avons pas non plus analysé par avance quelles seraient des stratégies gagnantes, ni nous nous sommes demandés combien le jeu était déterminé. Nous pouvons certes exprimer une stratégie, mais nous ne l'avons pas reliée à des objectifs didactiques prédéfinis. L'effet qui est apparu au moment de l'introduction du jeu est que la question de savoir ce qu'est un quadrilatère ne s'est plus posée. Par contre comment compter les côtés, et comment être certains que des bords de pièces étaient ou non dans le prolongement l'un de l'autre sont devenus sensibles. Serait-ce là des savoirs que nous aurions pu mettre à l'enseigne de la situation que nous improvisons ? L'examen a posteriori des stratégies du jeu montre d'ailleurs que ce qui est en jeu est le statut des lignes d'une figure, ce qui nous rapproche de cette idée d'étude des formes géométriques, en amont des notions de polygones, de côtés et de diagonales. Certaines lignes sont des bords et l'on peut transformer ces bords en lignes internes par adjonction de certaines pièces, mais pour autant que les bords coïncident et/ou que les angles deviennent plats ou pleins³¹. Nous savons par ailleurs l'importance de tels

³¹ Chaque pièce a 3 côtés. Il faut que la figure des pièces posées reste un quadrilatère. Si j'ajoute une pièce, sans précautions, je risque d'obtenir un heptagone. Il faut donc que j'accrole ma pièce de manière à ne créer aucun côté supplémentaire. Pour ne pas augmenter le nombre de côtés, il faut : supprimer un bord de la figure sur laquelle on travaille en y accolant un côté égal de la pièce adjointe et en même temps, trouver le moyen qu'un autre côté de la pièce adjointe vienne dans le prolongement d'un des bords de la figure sur laquelle on travaille.

Si la figure sur laquelle on travaille est convexe, on peut chercher une pièce à place de sorte à accoler deux côtés égaux et à accoler deux angles supplémentaires.

Si la figure sur laquelle je travaille est concave, on peut chercher une pièce à placer de sorte à accoler deux côtés égaux et remplir l'angle rentrant par un coin de la pièce adjointe.

savoirs et connaissances dans les activités de géométrie les plus élémentaires³². Mais telle n'était pas ici notre perspective. Bien sûr une reprise de notre idée dans le cadre d'autres expérimentations pourrait être faite (en référence ou non à la TS).

Pourtant, bien que prenant nos aises avec les préceptes de la TS, nous ne la perdons pas pour autant de vue, et nous nous y référons de manière constante dans nos interprétations, ou encore, nous gardons constamment à l'esprit ce que la TS dit des objets qui nous occupent de façon centrale, comme le milieu, le jeu, etc. (Cf. contribution de L. del Notaro & A. Scheibler, et de C. Tièche plus avant).

Poursuite de nos recherches

Notre groupe poursuit ses recherches. Nous travaillons toujours sur le même schéma de comparer divers pilotages de petits groupes d'élèves dans l'institution Pré-De-Vert à Rolle. Nous prenons toujours prétexte d'activités scolaires en géométrie proposées par les moyens d'enseignement de l'EO. Nous les sélectionnons en fonction des recherches antérieures et des données que nous avons pu recueillir lors de nos investigations et/ou autres recherches. Actuellement nous travaillons sur une activité autour des croix et du découpage de Lindgren d'une croix régulière en morceaux recomposables en carré. Nous poursuivons notre exploration du milieu, mais nous nous sommes dotés d'une nouvelle idée expérimentale, celle de travailler autour d'un jeu de tâches que nous proposons aux élèves. Chaque expérimentateur dispose donc de ce jeu de tâches qu'il combine à sa guise, de manière plus ou moins improvisée. Il se permet de ne pas attendre que les élèves aient accompli une tâche et encore moins l'aient réussie pour en proposer une autre. Ainsi l'expérimentateur se permet d'interrompre les élèves, de suspendre une tâche pour une autre, sans les hiérarchiser (passer à des sous-tâches etc.) et se gardant la possibilité de revenir ultérieurement sur une tâche préalablement abandonnée. De sorte que le jeu de tâches ne marque pas une succession de situations, mais intervient au cœur de la dynamique d'une même situation, comme moyen de transformation du milieu³³.

Références bibliographiques

- Brousseau G., Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 9-3, Grenoble, La Pensée sauvage, 1988, pp. 309-336.
- Brousseau G., Les différents rôles du maître, p.15-23, et plus particulièrement, le tableau p. 23, *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*, vol. II, n°2 1988.
- Bruner J., Le rôle de l'interaction de tutelle dans la résolution de problèmes (1976). Pour la traduction française, in *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire.*, trad. M. Deleau, Puf 1987.
- Cavaillès J., *Méthode axiomatique et Formalisme*, Paris Hermann, rééd. 1981, p. 178.
- Chenu J., *Peirce, textes anticartésiens. Présentation et traduction*, Paris, Aubier, 1984, p. 149.
- Chevallard Y., Esquisse d'une théorie formelle du didactique in *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, C. Laborde ed., Grenoble, La Pensée Sauvage, 1988.
- Conne F., Détachements et engagements dans la pratique des mathématiques à l'école : une vue sur l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire en Suisse romande. *Actes du colloque 2002 GDM à Trois-Rivières*, à paraître, 2004.

³² Cf. Cours de A. Pressiat : **Grandeurs et mesures : Evolution des organisations mathématiques de référence et problèmes de transposition**, *Actes de la 11^{ème} Ecole d'été de didactique des mathématiques*, J.-L. Dorier et alii, eds, Grenoble La pensée Sauvage, 2002, p. 283 à 298.

³³ Cf. Actes de la XII^{ème} école d'été de ddm, Corps 2003 / moment ES, à paraître.

- Conne F., Problèmes de transposition didactique, *Petit'X* n°64, 2004.
- Conne F., Interactions de connaissances et investissements de savoir, in 2003
- Conne F., *Cours d'introduction à la ddm*, Université de berne, 2003, inédit.
- Conne F., Faire des mathématiques, faire faire des mathématiques et regarder ce que ça donne, in *Le cognitif en didactique des mathématiques*, G. Lemoyne et F. Conne eds., 1999, Presses de l'université de Montréal.
- Conne F., Pouvons-nous parler d'une didactique des mathématiques de l'enseignement spécialisé p. 125-151), In *Actes de la Xe école d'été de Didactique des Mathématiques*, Houlgate : ARDM, 2000.
- Conne F., L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution. *Bulletin de l'Association Mathématique du Québec*. 1989, no XXIX-3.
- Muller A., *Approche sémiotique pour l'analyse a priori d'une tâche mathématique*, à paraître 2004.
- Pressiat A., Grandeurs et mesures : Evolution des organisations mathématiques de référence et problèmes de transposition, *Actes de la XIe Ecole d'été de didactique des mathématiques*, J.-L. Dorier et alii, eds, Grenoble La pensée Sauvage, 2002, p. 283 à 298.