

L'enseignement de la multiplication des décimaux

Étude de pratiques ordinaires

*Eric Roditi ,
IUFM de Paris et équipe DIDIREM Paris 7*

Dans cette communication, je vais présenter la recherche qui a abouti à la thèse que j'ai soutenue à la fin de l'année 2002

J'aborderai cinq points de longueurs inégales. D'abord je m'expliquerai sur les interrogations générales qui m'ont conduit à cette recherche sur les pratiques. Le paragraphe I, sur la problématique, me permettra de passer de ces interrogations à des questions accessibles à la recherche. Dans le paragraphe II, j'indiquerai les sources théoriques qui fondent les questions posées dans la problématique et qui légitiment la méthodologie adoptée pour y répondre. Méthodologie dont j'indiquerai les outils essentiels dans le paragraphe III. Enfin, ce sera l'objet du IVe paragraphe, je vais présenter quelques résultats.

Pourquoi cette recherche sur les pratiques ?

D'une façon générale, l'intérêt porté aux pratiques enseignantes vient de l'idée que les apprentissages mathématiques des élèves dépendent beaucoup de l'enseignement qui a été dispensé en classe.

Plus précisément, des interrogations de formateurs sont à l'origine de cette recherche. La multiplication des nombres décimaux pose des problèmes d'enseignement à cause d'erreurs persistantes des élèves. Des erreurs dans la reconnaissance de l'opération, pour résoudre un problème. Des erreurs aussi dans le calcul du produit. Les nombres décimaux et la multiplication sont des notions qui ont déjà été travaillées en didactique, on dispose même d'ingénieries mais, comme l'a montré la thèse de Jeanne Bolon, elles ne sont pas utilisées dans l'enseignement ordinaire. Et cela malgré une certaine reprise dans des stages de formation (initiale ou continue) ainsi que dans des brochures à l'intention des enseignants. D'une certaine manière, c'est aussi cette « indifférence » des professeurs aux résultats de la recherche en didactique, que j'ai cherché à interroger en abordant les questions suivantes : Que font les professeurs dans leurs classes ? Quelles sont leurs contraintes et quelles sont leurs marges de manœuvre ? Question que nous aborderons en déterminant les régularités et la variabilité des pratiques des enseignants.

Ma démarche a été de partir du quotidien de séances observées dans des classes ordinaires. En recherchant les régularités des pratiques je vais montrer que les professeurs répondent à des contraintes de l'institution scolaire mais aussi à des exigences liées à l'exercice même du métier d'enseignant. La question de la diversité des pratiques est posée pour identifier les marges de manœuvre investies par les professeurs, par delà les contraintes.

J'ai pris en compte le fait que le professeur cherche à concilier des objectifs d'apprentissage et des impératifs professionnels qui s'expriment par rapport à lui, et pas seulement par rapport à ses élèves. J'ai choisi pour cela d'utiliser des outils développés en didactique des mathématiques et en psychologie ergonomique. Les pratiques de quatre professeurs exerçant dans des conditions similaires ont été analysées, des observables du scénario prévu et de son animation en classe ont été définis pour permettre à la fois des comparaisons entre les professeurs, et entre la préparation et le déroulement des cours.

Deux types de résultats seront proposés. Diverses contraintes seront élucidées qui montrent que tous les scénarios envisageables *a priori* ne sont pas réalisables dans l'enseignement ordinaire. En outre, l'investissement personnel des professeurs engendre une cohérence des pratiques qui font que pour un enseignant donné, tous les choix possibles ne peuvent pas être adoptés.

Avec l'équipe qui travaille autour d'Aline Robert, nous partons de l'hypothèse que l'analyse des pratiques enseignantes gagnerait à tenir compte, bien sûr de l'apprentissage des élèves, mais aussi des contraintes du métier d'enseignant. La recherche, a été menée avec cette double approche des pratiques : une approche dite « didactique » qui concerne l'apprentissage, et une approche dite « ergonomique » qui concerne l'exercice du métier.

I. La problématique

L'étude des pratiques ordinaires, m'a conduit à l'observation de classes. Les professeurs y sont considérés comme des sujets, c'est-à-dire à la fois pour leurs caractéristiques individuelles et pour leur inscription dans une activité professionnelle, sociale.

La question centrale qui traverse ma recherche est donc celle de la régularité et de la variabilité des pratiques ordinaires, dans le cas précis de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième. Les constats de régularité permettront d'évaluer les contraintes et les constats de variabilité seront interprétés comme l'investissement d'une marge de manœuvre qui existe par delà ces contraintes.

Cette question globale, « régularité / variabilité » est décomposée en trois groupes de questions accessibles à la recherche :

1) Le premier groupe de questions se résume ainsi : comment se situent les enseignements observés par rapport aux enseignements possibles ? Il y a des questions sur le savoir à enseigner et des questions sur la transposition didactique.

2) Le deuxième groupe de questions concerne les contraintes et les marges de manœuvre. Je distingue plusieurs sources de contraintes qui peuvent s'exercer sur les choix des professeurs, pour concevoir comme pour animer leur projet d'enseignement :

- Les contraintes de l'institution scolaire. D'abord le contenu, qui est défini par le programme. Ensuite la progression annuelle des apprentissages (ce qui s'apprend en CM2, en sixième, en cinquième, etc). Et enfin la durée dont les professeurs disposent pour dispenser leur enseignement.

- Les contraintes sociales : elles sont liées aux attentes diverses des autres professionnels de l'établissement scolaire (l'administration, les collègues, etc), aux attentes des parents, et même parfois des élèves. Dans cette recherche, je n'ai, en fait, retenu qu'une question sur ces contraintes sociales : celle de l'influence du manuel scolaire utilisé. Je rappelle que, dans un collège, le manuel est choisi par l'équipe des professeurs de la discipline.

- Les contraintes liées aux connaissances antérieures réelles des élèves, connaissances dont les professeurs tiennent compte pour enseigner.

- Les contraintes liées à l'exercice du métier : le fait qu'il faille, quand on est professeur, mener l'ensemble de la classe malgré son hétérogénéité, gérer les interactions avec les élèves, et aussi tenir compte du temps qui passe...

On peut rattacher ces contraintes respectivement aux dimensions institutionnelles, sociales, cognitives et médiatives qu'Aline Robert et Janine Rogalski distinguent pour décrire les pratiques enseignantes.

3) Le troisième groupe de questions concerne la cohérence de chaque pratique enseignante. Du point de vue théorique, pour chaque professeur, la cohérence de ses pratiques est admise. J'en cherche des « traces », des indices, en croisant les choix effectués par chaque professeur depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe. Je précise que

cette cohérence intervient à différents niveaux. Par exemple au niveau psychologique. Au niveau des ses conceptions des mathématiques, de leur enseignement et de leur apprentissage. Ou encore au niveau de sa conception de la profession, notamment de son statut de fonctionnaire de l'État pour les professeurs de l'enseignement public.

J'envisage que cette recherche de traces de la cohérence des pratiques puisse révéler aussi des contradictions. Lorsque j'analyse les activités d'un professeur, je le fais à un certain niveau et la cohérence de ses choix se comprend peut-être à un tout autre niveau. C'est pourquoi je considère que les contradictions ne sont qu'apparentes et je les interprète comme des « compensations ».

II. Les sources théoriques

Dans la lignée des travaux d'Aline Robert et de Janine Rogalski, la recherche a été menée avec une double approche des pratiques enseignantes : une approche didactique qui concerne l'apprentissage, et une approche ergonomique qui concerne l'exercice du métier. Pour la première approche, c'est l'activité du professeur « tournée vers ses élèves » qui est prise en compte alors que pour la seconde, c'est l'activité « tournée vers soi » qui est étudiée. Des outils théoriques empruntés à deux disciplines m'ont permis de mener ce travail : la didactique des mathématiques et la psychologie ergonomique.

Bien que la didactique prenne en compte le travail de l'enseignant (et pas seulement l'apprentissage des élèves) et que la psychologie ergonomique développe des outils d'analyse du travail en fonction de la tâche prescrite (ici l'apprentissage des élèves), j'ai choisi de ne pas croiser les cadres théoriques pour l'analyse d'un même objet. Ainsi le cadre de la didactique a été utilisé pour l'étude des pratiques du professeur « tournées vers ses élèves » et celui de la psychologie ergonomique a permis l'analyse de l'activité « tournée vers soi » de l'enseignant.

1) Approche des pratiques « tournées vers les élèves »

La première approche des pratiques des professeurs observés concerne donc les effets potentiels sur l'apprentissage des élèves.

Le sens des notions mathématiques doit se comprendre ici en référence à la théorie des champs conceptuels (Vergnaud G. 1990). Les *enjeux mathématiques* des enseignements de la multiplication des nombres décimaux ont été étudiés en s'appuyant notamment sur les travaux de Guy Brousseau (1987, 1998), de Régine Douady et de Marie-Jeanne Perrin (1986) pour les nombres décimaux, et sur les travaux de Gérard Vergnaud (1979, 1981, 1983), de Janine Rogalski (1985) et de Denis Butlen (1985) pour la multiplication. Leurs *enjeux didactiques* ont été évalués par l'étude des dynamiques ancien / nouveau ; des dialectiques contextualisations / décontextualisation ; des dialectiques outil / objet ; des représentations symboliques utilisées ; des tâches prescrites aux élèves.

2) Approche des pratiques « tournées vers soi »

Pour la deuxième approche des pratiques enseignantes, je retiens des hypothèses admises à partir de travaux de psychologie ergonomique.

D'abord j'admets l'existence de différences entre les prescriptions de l'institution scolaire et les activités des professeurs. Ces différences s'interprètent par l'implication personnelle des enseignants dans leur activité professionnelle.

Puis, en reprenant la modélisation de Janine Rogalski, je considère le travail en classe du professeur comme la gestion d'un environnement dynamique ouvert. L'adjectif « dynamique » est utilisé parce que l'apprentissage des élèves évolue même sans intervention du professeur, par exemple lorsqu'ils résolvent un exercice. On parle alors d'évolution spontanée. L'environnement est dit « ouvert » parce que, quand le professeur intervient en classe, il ne peut pas prévoir, à coup sûr, l'effet de son intervention sur l'apprentissage de ses élèves. Cela faute de théorie qui le permette. Pour la même raison, il ne peut pas non plus prévoir l'évolution spontanée.

Enfin, comme je l'ai déjà dit, pour chaque professeur, la cohérence du système de ses pratiques d'enseignement est admise.

III. La méthodologie élaborée

D'abord j'ai fait le choix d'une étude de type clinique en procédant par comparaison. J'ai comparé les séquences pour répondre à la problématique « régularité / variabilité » et j'ai procédé à une étude clinique car je ne disposais pas, quand j'ai commencé ma recherche, de critères définis *a priori* pour analyser des pratiques enseignantes avec la double approche « apprentissage / métier ». Afin d'analyser les projets des professeurs, il sera fait référence à ce qu'il était possible d'envisager et qui a été déterminé par une analyse des sources publiées tant sur l'enseignement de cette notion que sur les performances des élèves, toujours sur cette notion, recueillies à partir de différentes évaluations. L'analyse des séquences d'enseignement s'appuiera sur des observations effectuées dans les classes des professeurs de sixième. Les sources des données recueillies sont donc publiées et expérimentales.

1) Des sources publiées et des sources expérimentales

Les sources publiées sont les programmes, les manuels, les évaluations (DEP et APMEP), j'ai aussi consulté les publications à l'intention des enseignants ainsi que les travaux de recherche en didactique des mathématiques. Le travail effectué sur ces sources a consisté à déterminer les possibles et à situer les séquences observées par rapport à ces possibles.

Les sources expérimentales sont des enregistrements audio dans des classes de 6e.

Compte tenu de la question centrale sur la régularité et la variabilité des pratiques, que je voulais pouvoir interpréter en termes de contraintes et de marges de manœuvre, il m'a fallu fixer toutes les variables qui concernent l'enseignement sauf celles qui sont liées au professeur, en tant qu'individu. C'est pourquoi la notion enseignée est commune, les classes de sixième sont globalement de même niveau et de même effectif, le manuel scolaire utilisé est le même et enfin les professeurs sont tous des professeurs expérimentés. Afin de neutraliser aussi le facteur temps j'ai observé chaque professeur durant toutes les séances consacrées à la multiplication des décimaux. C'est l'ensemble de ces séances que j'appelle une séquence.

J'ai finalement observé les séquences de quatre professeurs que, dans ma thèse, j'appelle par des noms de mathématiciens pour préserver leur anonymat.

2) Constitution d'un corpus de données

Je vais expliquer maintenant comment, à partir des enregistrements, j'ai constitué un corpus de données analysables.

Parce que je voulais percevoir à la fois des régularités et des différences entre les pratiques, j'ai dû adopter un point de vue médian sur les séquences observées. J'ai transcrit les bandes magnétiques avec une méthode qui permet d'accéder à des observables ni trop fin (pour ne pas masquer les régularités) ni trop grossier (pour ne pas écraser les différences).

J'ai défini trois observables des projets des professeurs et trois observables des déroulements. Je vais donner leur définition précise, mais je voudrais d'abord conclure le tableau général de la méthodologie en rappelant que l'analyse des séquences est fondée sur une double approche : une analyse des pratiques en fonction de leurs effets sur l'apprentissage, et une analyse des pratiques envisagées comme l'exercice d'un métier.

21. Trois observables des projets d'enseignement

a) Le champ mathématique

Le champ mathématique est l'ensemble des contenus abordés durant la séquence : les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes. Le choix de cet observable découle de l'approche didactique puisque, l'enseignement (en didactique des mathématiques) est étudié en ce qu'il a de spécifique par rapport au savoir en jeu.

b) La stratégie d'enseignement

La stratégie d'enseignement est l'organisation des contenus mathématiques de la séquence selon un itinéraire. Cet itinéraire est déterminé par des motifs cognitifs ou mathématiques qui varient en fonction des professeurs. La stratégie d'enseignement permet de prendre en compte, par exemple, le fait qu'un enseignant commence ou non par exposer le savoir avant de le faire utiliser par les élèves. Conformément aux hypothèses retenues en didactique, un tel choix n'est pas neutre sur l'apprentissage des élèves.

c) Les tâches prescrites aux élèves

Les tâches prescrites aux élèves : je m'intéresse ici à ce qui est demandé aux élèves par leur professeur. Une tâche est généralement définie par le but à atteindre. Je me suis limité dans cette recherche aux tâches dont le but est lié à l'apprentissage de mathématiques. Ainsi, j'ai considéré comme tâche : l'énoncé d'un exercice ; devoir écouter ou recopier (un fragment du cours ou la solution d'un exercice) ; devoir formuler un résultat, une définition ou une propriété... En ce qui concerne le cours, j'ai distingué trois modes d'intégration des phases d'institutionnalisation. Avec le mode *bilan*, le professeur institutionnalise les savoirs qui ont été construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe. Le mode *apport* concerne l'énoncé de savoirs qui répondent à un problème posé en classe mais qui n'a pas été résolu par les élèves. Le mode *déclaration* correspond à la présentation de savoirs mathématiques sans qu'ils n'aient jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe.

22. Trois observables des déroulements

a) Les activités effectives des élèves

Je repère les activités effectives des élèves. La définition de ce terme « activité effective » nécessite deux définitions préliminaires. L'activité potentielle : c'est ce que doit faire l'élève pour réaliser la tâche prescrite. L'activité réelle : c'est ce que l'élève a fait pour accomplir la tâche. Cette activité s'effectue essentiellement en pensée, elle conduit parfois à une production. On aura bien compris que l'activité réelle n'est pas toujours accessible au chercheur, ni même au professeur. C'est pourquoi je considère finalement l'activité effective qui est la reconstitution de ce qu'aurait pu être l'activité réelle, en fonction de l'activité potentielle et des productions recueillies, notamment ce qui est dit par les élèves.

b) Les adaptations des professeurs

Le deuxième observable des déroulements est constitué par les adaptations des professeurs qui sont des accompagnements de l'activité des élèves. Comme précédemment, pour définir ce terme, j'ai besoin de définitions préliminaires. J'appelle *incident* toute manifestation

publique d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à ce qui est attendu – en référence à la tâche prescrite. Voyons-en quelques exemples.

Voici la Tâche prescrite :

Place la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$

- Considérons l'intervention de Raphaël : « Madame, a-t-on le droit de dire qu'il ne manque pas de virgule ? » Manifestement, Raphaël compte les décimales. Sa question montre un décalage négatif par rapport à l'activité attendue. Cette question est donc un incident.

- Considérons maintenant l'intervention de Maud : « Moi, pour placer la virgule, j'ai rajouté un zéro. J'ai écrit : $1,35 \times 0,42 = 5,67$ » L'erreur de Maud est certainement héritée de l'addition des décimaux.

Deux exemples d'incidents ont été présentés, les questions et les erreurs. Un autre incident est très fréquent dans les séquences observées, c'est la « réponse incomplète ». Par exemple si Maud avait dit seulement « Moi pour placer la virgule j'ai rajouté un zéro ». On aurait pu se demander alors si elle pensait à 0,42, à 4,02, à 4,20 ou à 42,0 car ces différentes réponses correspondent toutes à des démarches possibles.

Ces trois incidents sont les plus nombreux dans les séquences observées.

Après avoir relevé un incident, j'ai repéré sa place par rapport au scénario, et cela pour des raisons ergonomiques. Prenons un exemple : un professeur qui voudrait répondre « on verra plus tard » à un élève risque fort de soulever des protestations si l'incident concerne directement la stratégie d'enseignement. En revanche, cette même réponse sera plus facilement acceptée par l'élève si l'incident ne concerne pas un contenu mathématique de la séquence.

Enfin j'ai appelé « *gestion d'un incident* » l'intervention du professeur consécutive à un incident. Dans les séquences observées, j'ai relevé huit modes de gestion des incidents. Je les ai classés en fonction de la possibilité de travail qui reste à l'élève après l'intervention du professeur. Par exemple, suite à la phrase incomplète de Maud :

- un professeur pourra se comporter comme s'il n'avait rien entendu ;
- il pourra lui dire qu'elle a tort d'ajouter un zéro et donner la bonne réponse ;
- il pourra détourner la réponse et l'enrichir pour donner la réponse exacte ;
- il pourra aussi relancer l'activité de la classe, j'ai repéré pour cela 5 techniques que les professeurs observés utilisent et que je décris dans la thèse.

Finalement, une adaptation est le triplet composé d'un incident, de sa place par rapport au scénario et de sa gestion par le professeur.

c) La chronologie de la séquence

J'ai aussi repéré la chronologie de chaque séquence, je ne les ai pas chronométrées, mais j'ai décomposé chaque séance en épisode. Un épisode est une fraction d'une séance caractérisée par le but spécifique que l'enseignant veut atteindre. Un épisode correspond souvent à la réalisation d'une tâche, éventuellement de plusieurs tâches lorsque celles-ci répondent au même but pour l'enseignant.

Cet observable a aussi un intérêt pour l'analyse ergonomique, on peut se demander par exemple si le mode de gestion des incidents évolue au cours de la séquence, autrement dit si le temps qui passe a une influence sur les interactions entre le professeur et les élèves.

IV. Présentation de quelques résultats

L'ensemble des résultats obtenus ne peut être présentée dans cette communication, néanmoins, je voudrais, dans ce dernier paragraphe qui sera le plus long, présenter les apports essentiels de mes travaux. Je commencerai par indiquer quelques résultats des analyses des sources publiées sur la multiplication des nombres décimaux notamment sur les enseignements possibles, les connaissances et les difficultés des élèves et les contraintes de l'institution scolaire. Je proposerai ensuite des résultats des analyses comparées des séquences. J'apporterai ainsi quelques réponses aux questions de régularité et de variabilité, posées dans la problématique. Je proposerai enfin des résultats des analyses par séquence, où j'aborderai les questions sur la cohérence des pratiques enseignantes.

1. Résultats des analyses des sources publiées

11. Les enseignements possibles

a) Trois types de scénarios se distinguent par les choix didactiques globaux.

Dans le premier type de scénario, la technique opératoire est d'abord exposée par le professeur puis elle est appliquée par les élèves, éventuellement pour résoudre des problèmes. Dans le deuxième type de scénario, le professeur propose d'abord un problème en introduction. La technique opératoire est élaborée, au moins partiellement par les élèves, mais sans lien avec le problème précédent. Puis la technique est appliquée, éventuellement pour résoudre des problèmes. Dans le troisième type de scénario, des problèmes issus de situations multiplicatives sont proposés aux élèves, ces problèmes leur permettent d'élaborer la technique opératoire qui sera institutionnalisée et réinvestie dans de nouveaux problèmes.

b) Les scénarios se différencient par le choix concernant les nombres décimaux

Les choix concernant les nombres décimaux clivent en deux groupes les scénarios proposés dans les diverses publications. Le premier groupe de scénario traitent les nombres décimaux comme des rationnels particuliers, les nombres rationnels sont connus des élèves lors de l'enseignement de la multiplication des décimaux. Le second groupe de scénarios traitent les décimaux indépendamment des fractions, le lien entre la technique opératoire et l'écriture fractionnaire des décimaux n'est jamais mentionné.

12. Les connaissances et les difficultés des élèves

Les évaluations permettent de distinguer la connaissance des décimaux (écriture, comparaison...), les techniques liées à la multiplication de décimaux et la résolution de problèmes multiplicatifs portant sur des décimaux. Pour cette dernière catégorie de compétences, les sources sont assez peu nombreuses ce qui invite à la prudence quant aux conclusions.

Les décimaux sont encore en cours d'acquisition en 6e. On constate par exemple qu'une conception héritée des entiers explique environ la moitié des erreurs aux questions de comparaison de deux nombres décimaux.

Les multiplications par 10 et 0,1... sont réussies par seulement 50 à 70% des élèves à l'entrée en 6e. Environ 20% des erreurs commises au calcul du produit de deux décimaux surviennent au moment de placer la virgule.

Dans les problèmes multiplicatifs, l'opération est reconnue par environ 75% des élèves à l'entrée en 6e lorsqu'il s'agit d'isomorphisme de grandeurs. Elle ne l'est que par 30 à 40% d'entre eux dans le cas du calcul de l'aire d'un rectangle.

13. Les contraintes institutionnelles

La progression des apprentissages : la multiplication des rationnels positifs s'étudie en 5e.

Un contenu mathématique précis est imposé par le programme : calcul écrit, calcul mental, calcul approché, calcul instrumenté (à la calculatrice) ainsi que de nombreuses situations multiplicatives.

La contrainte de la durée est forte : en envisageant l'ensemble du programme, j'ai estimé que 4 à 6 heures devaient être consacrées à la séquence portant spécifiquement sur la multiplication (y compris la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives).

2. Résultats sur les séquences des professeurs observés

Je vais commencer par l'étude des projets des professeurs, d'abord en les comparant aux projets possibles puis en les comparant entre eux ; je proposerai ensuite une analyse des déroulements en classe de ces projets.

21. Analyse des projets d'enseignement

Par comparaison aux enseignements proposés dans les publications, on constate une grande convergence des choix des professeurs puisque, d'une part les scénarios sont tous du 1er ou du 2ème type et, d'autre part les nombres décimaux sont toujours traités indépendamment des fractions. Ce choix doit être rapproché de la contrainte des programmes puisque la multiplication des fractions ne s'étudie qu'en 5ème.

a) Le champ mathématique est globalement identique

J'ai distingué trois types de contenus mathématiques, ceux qui ont trait à la multiplication des nombres décimaux (en tant qu'opération), ceux qui concernent les écritures des nombres décimaux, et les situations multiplicatives.

Contenus mathématiques	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Multiplication des décimaux				
Technique opératoire (T.O.)	✓	✓	✓	✓
Démonstration ou justification de la T.O.	✓	✓	✓	✓
Estimation du produit	✓		✓	✓
Propriétés algébriques de la multiplication	✓	✓	✓	
Effet de la multiplication sur l'ordre	✓		✓	
Multiplication par un facteur inférieur à un	✓	✓	✓	✓
Multiplication par zéro ou par un				
Écritures des nombres				
Signification de l'écriture décimale	✓	✓	✓	✓
Changement d'unités du système décimal			✓	
Multiplication d'un décimal par 0,10,01 ; 0,001...	✓		✓	
Autres notations que l'écriture virgule	✓			
Situations multiplicatives				
Domaine numérique : isomorphisme (prix)	✓	✓	✓	✓
Géométrie : produit de mesure (aire de rectangle)				
Géométrie : opérateur (agrandissement)				
Géométrie : composition d'opérateurs				
Gestion de données : opérateur (pourcentage)				
Gestion de données : opérateur (diagrammes)				

Technique opératoire

Tous les professeurs ont traité la technique opératoire et tous l'ont « démontrée » ou au moins partiellement justifiée. De même, tous les professeurs ont traité le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un. Ce cas particulier est important car il remet en cause le fait bien connu que la multiplication agrandisse, cette propriété est héritée du travail sur les entiers, elle est une source de nombreuses difficultés non moins connues.

Unanimité aussi des professeurs pour ne pas traiter la multiplication par 0 ou 1.

Trois professeurs sur quatre ont proposé à leurs élèves d'estimer le produit en utilisant les ordres de grandeur. La même proportion des professeurs a traité les propriétés algébriques de la multiplication. La moitié des professeurs a étudié l'effet de la multiplication sur l'ordre.

Écriture décimale

Tous les professeurs ont proposé des révisions concernant la signification de l'écriture décimale. Madame Germain est le seul professeur qui utilise une autre écriture des décimaux. Madame Agnesi est la seule à proposer des changements d'unité dans le système décimal. Ces deux professeurs ont traité spécifiquement le cas de la multiplication par 0,1, 0,01 etc qui, je vous l'ai indiqué tout à l'heure, pose des difficultés à environ la moitié des élèves à l'entrée en sixième.

Situations multiplicatives

En ce qui concerne les situations multiplicatives, on constate une unanimité complète des professeurs. Les seules situations étudiées sont, dans le domaine numérique, les situations d'isomorphisme de grandeurs et en fait seulement les problèmes de prix. Les autres situations que j'ai indiquées dans le tableau sont les situations au programme de la classe de sixième. Les professeurs ont donc préféré les aborder plus tard dans l'année.

b) La stratégie est plus personnelle mais les choix didactiques globaux convergent

Les stratégies d'enseignement diffèrent par leur chronologie. Monsieur Bombelli commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Suivent des exercices d'application et de calcul mental. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Germain pose d'entrée de jeu la question à ses élèves : « Comment calculer le produit de deux décimaux ? » Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence, ces règles conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle. Dans cette diversité de stratégies, une certaine unité se dégage quant à l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Ainsi, le constat déjà formulé par Jeanne Bolon se confirme : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement ordinaire. Pourtant, le scénario de Madame Germain contredit l'hypothèse selon laquelle le manque de reprise s'expliquerait par la volonté d'institutionnaliser au plus vite les savoirs visés par le programme.

c) Les tâches proposées aux élèves sont analogues sauf durant l'institutionnalisation

J'ai distingué trois types de tâches en fonction de leur objectif d'apprentissage : l'introduction du nouveau savoir, les exercices sur la multiplication de deux décimaux (c'est pourquoi sur le transparent j'ai indiqué « niveau collègue ») et l'institutionnalisation des savoirs.

Tâches prescrites	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Introduction du nouveau savoir				
Proposition de situation a-didactique				
Cadres mobilisés	Numérique	Numérique	Numérique	Numérique
La multiplication est un objet de savoir	✓	✓	✓	✓
La multiplication est un outil de résolution de problème				
Problèmes contextualisés			✓	
Exercices proposés (niveau collège)				
Détermination d'un produit	75%	71%	50%	64%
- Par application de la technique opératoire	17%	14%	17%	09%
- Par un calcul mental ou raisonné	33%	43%	17%	00%
- Par un calcul approché ou par un encadrement	25%	14%	16%	55%
Questions théoriques	25%	29%	33%	18%
Problèmes issus de situations multiplicatives	00%	00%	17%	18%
Les phases d'institutionnalisation				
Mode d'intégration dans la séance	Bilan	Déclaration	B + D	B + Apport
Justification de la technique opératoire	✓	✓		
La présentation des propriétés comporte :				
- Un titre explicatif			✓	
- Une règle d'action contextualisée	✓	✓	✓	
- Un exemple graphique	✓	✓	✓	✓

Introduction de la multiplication des nombres décimaux

On remarque une unanimité presque parfaite des professeurs concernant l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil / objet. Seule Madame Agnesi propose des problèmes reposant sur une situation multiplicative. Mais la technique n'est pas construite en référence à cette situation.

Exercices de multiplication de deux décimaux

On note une homogénéité assez grande concernant les exercices proposés aux élèves. 50 à 75% sont des exercices de calcul du produit de deux décimaux. Cependant, les exercices ne sont pas majoritairement des applications techniques. Ces applications concernent un exercice sur cinq au maximum. Les autres sont des calculs raisonnés, des calculs approchés, des questions théoriques ou des résolutions de problèmes issus de situations multiplicatives.

Institutionnalisation des savoirs

Les phases d'institutionnalisation sont nettement contrastées. Madame Germain est le seul des professeurs à n'utiliser que le mode bilan pour présenter les nouveaux savoirs. Au contraire Monsieur Bombelli n'utilise que le mode déclaration. Entre ces deux pôles, Mesdames Agnesi et Theano institutionnalisent avec le mode bilan les savoirs directement liés à leurs stratégies d'enseignement et changent de mode pour les autres savoirs. Les quatre autres lignes du tableau confirment la variabilité des pratiques d'institutionnalisation. Elles montrent aussi que le mode d'intégration de ces phases est indépendant des choix concernant le contenu et la forme du cours.

Finalement, les résultats obtenus sur les projets des professeurs confirment les conclusions de la thèse de Jeanne Bolon : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement ordinaire. Les projets des professeurs observés sont convergents, sauf pour les phases d'institutionnalisation qui, paradoxalement, laissent supposer des activités différentes des élèves, notamment en ce qui concerne la construction des connaissances. Ce bilan contrasté soulève deux questions : les activités effectives des élèves sont-elles analogues dans les quatre séquences ? et l'hypothèse d'une divergence concernant la construction des connaissances se vérifie-t-elle ?

22. Analyse des déroulements, en classe, des scénarios prévus

D'abord je voudrais préciser que les séquences observées ont duré de 2h30 à 5h00 alors qu'aucun des professeurs n'a proposé de problèmes variés issus de situations multiplicatives. La durée estimée à partir des programmes est donc respectée.

21. Les activités sont plus variées que l'analyse des tâches ne le laissait prévoir

a) Analyse des activités classées par type

Le graphique suivant résume les résultats obtenus quant à la répartition des activités effectives classées par type. Sur l'axe horizontal figurent les sept types d'activités repérés par leurs initiales : REE, ETO, PC, MAC, CMCR, QT et SM.

Le graphique montre des ressemblances et des différences entre les séquences. Les différences s'expliquent par la stratégie d'enseignement.

- Les activités de révisions de l'école élémentaire sont plus nombreuses dans la séquence de Monsieur Bombelli, comme le sont aussi les activités PC. La stratégie de ce professeur est de présenter la technique opératoire et de la faire appliquer. De nombreuses questions, comme celle que j'ai présentée avec les interventions des élèves Maud et Raphaël sont rabattues à la technique opératoire.

- Les activités d'élaboration de la technique opératoire sont moins nombreuses dans la séquence de Madame Germain que dans celles de ses collègues. La stratégie de ce professeur est de laisser les élèves élaborer des petites règles pour faciliter le calcul de certains produits, ces petites règles devant les conduire à la technique opératoire. Ainsi, les activités des élèves étaient peu de type ETO et PC, jamais du type MAC ou SM mais beaucoup de calcul raisonné et de questions théoriques.

- Les graphiques de Mesdames Agnesi et Theano sont très proches. Ils se distinguent par les activités de type MAC et SM. La stratégie de Madame Agnesi est d'introduire la technique opératoire par des problèmes de prix de marchandises alors que Madame Theano fait placer la virgule en déterminant l'ordre de grandeur du produit, puis elle fait contrôler la position de la virgule avec la calculatrice.

Pour conclure l'analyse de ce graphique, on remarquera que la répartition des activités effectives des élèves donne une bien plus grande variabilité des pratiques des professeurs que celle qui était constatée en analysant les tâches prescrites. Cela montre que l'accompagnement en classe est déterminant sur l'activité des élèves. Et cela s'explique par le fait que les professeurs, pendant le déroulement, modifient sensiblement les exercices choisis dans le manuel (par exemple en posant des questions complémentaires). Généralement ces questions tendent à renforcer leur stratégie d'enseignement.

b) Analyse des activités entre construction et application des connaissances

Une question reste posée quant aux activités de construction des connaissances. Nous avons remarqué une variabilité importante des modes d'intégration des phases d'institutionnalisation qui laissait supposer des différences, entre les séquences concernant ces activités.

J'ai donc regroupé, d'une part les activités pour lesquelles les élèves doivent appliquer une technique apprise et, d'autre part, celles qui les conduisent à enrichir leurs connaissances (soit parce qu'ils découvrent de nouvelles propriétés de la multiplication, soit parce qu'ils sont confrontés à un problème pour lequel ils ne disposent pas de méthode de résolution déjà établie).

Le tableau ci-dessous confirme l'hypothèse.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Construction de connaissances	80%	20%	53%	44%
Application de connaissances	20%	80%	47%	56%

80% d'activités de construction des connaissances dans la séquence de Madame Germain contre 20% dans celle de Monsieur Bombelli. Environ 50% dans les séquences de Madame Agnesi et Madame Theano. Les séquences de Madame Germain et de Monsieur Bombelli constituent deux pôles opposés d'un axe où la classe est soit un lieu de « construction du savoir », soit un lieu « d'exposition et d'application du savoir ». Les séquences de Mesdames Agnesi et Theano occupent des positions médianes sur cet axe.

Après les activités effectives des élèves, je vais aborder maintenant les adaptations des professeurs en classe.

22. Étude des adaptations des professeurs

Les adaptations sont composées d'un incident, de sa place par rapport au scénario prévu et de sa gestion par le professeur. Commençons par examiner les incidents qui surviennent en classe.

a) Analyse des incidents

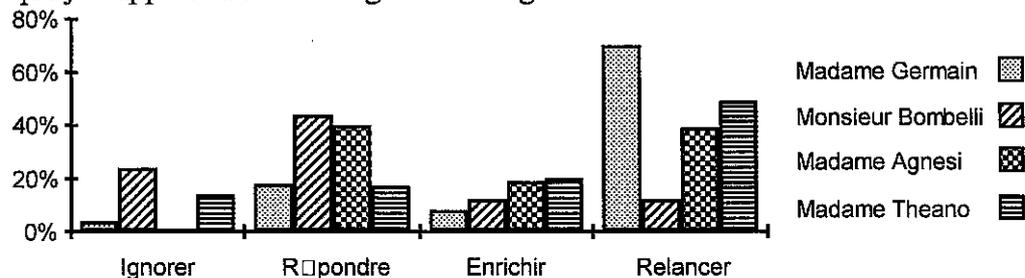
Le tableau indique la répartition des incidents suivant les séquences. Pour cette présentation, je n'ai retenu que les trois incidents que j'ai illustrés précédemment parce qu'ils sont les plus nombreux. Cela explique pourquoi le total de chaque colonne n'est pas égal à 100%. La dernière colonne indique les résultats pour l'ensemble des professeurs.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano	Ensemble
Erreur	27%	28%	21%	26%	25%
Question	16%	32%	15%	20%	18%
Incomplet	36%	16%	49%	36%	38%

On constate que la fréquence des erreurs est la même dans toutes les classes mais que ce n'est pas le cas des autres incidents. Ainsi les questions sont plus nombreuses dans la classe de Monsieur Bombelli et les réponses incomplètes sont plus rares. En revanche, elles sont plus nombreuses dans la classe de Madame Agnesi. Cette différence montre une divergence pédagogique : les élèves de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses plus abouties que ceux de Madame Agnesi. Quand ils ne savent pas, au lieu de répondre de façon incomplète, les élèves de Monsieur Bombelli questionnent leur professeur. On retiendra finalement, pour deux professeurs, une influence personnelle sur les incidents qui émergent durant leur séquence.

b) Analyse de la gestion des incidents

Le graphique ci-dessous montre la répartition des différents modes de gestion des incidents en fonction des professeurs observés. Pour chaque professeur, cette répartition correspond à ce que j'ai appelé sa tendance générale de gestion des incidents.



L'observation globale montre que les professeurs gèrent tous de manière différente, les incidents qui surviennent dans leur classe. La gestion de Madame Germain est la plus ouverte : elle relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas. A l'opposé, la gestion de

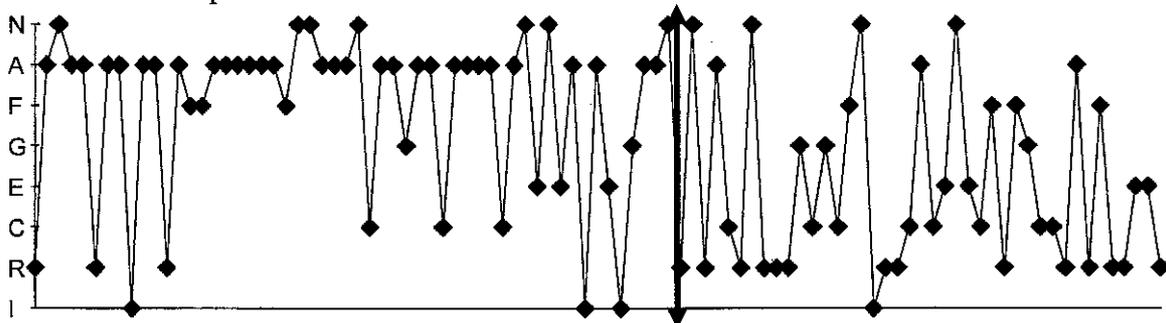
Monsieur Bombelli est très fermée puisque dans 70% des cas, il ignore l'incident ou il fournit la réponse attendue. Entre les deux, se situent les tendances générales de gestion des incidents de Mesdames Agnesi et Theano.

Je me suis demandé si les professeurs modifient leur tendance générale de gestion des incidents en fonction de la nature des incidents, en fonction des activités des élèves ou en fonction du temps passé depuis le début de la séquence. Les résultats sont très variables suivant les professeurs.

Quelle que soit leur nature, M. Bombelli suit parfaitement sa tendance générale de gestion des incidents. Mme Agnesi et Mme Theano l'adaptent mais elles effectuent des choix opposés : Mme Agnesi relance davantage lors des réponses incomplètes alors que Mme Theano relance davantage lors des erreurs. Cette différence de gestion ne semble pas neutre sur l'apprentissage en référence à la notion de « zone proximale de développement » définie par Vygotski. Mme Germain, quant à elle, relance davantage, à la fois lors des réponses incomplètes et des erreurs.

Mme Agnesi ni Mme Theano ne modifient leur gestion des incidents suivant les activités des élèves. En revanche, M. Bombelli et Mme Germain radicalisent leur gestion durant les activités qui concernent directement leur stratégie.

Enfin, alors que le temps qui passe ne semble pas modifier la gestion des incidents par Mme Theano ou M. Bombelli, on remarque chez Mmes Agnesi et Germain une nette fermeture de la gestion dès le début de la séance qui suit la mi-temps de la séquence. C'est ce que montre le graphique ci-dessous correspondant à la classe de Mme Germain où les modes de gestions apparaissent par ordre d'ouverture croissante sur l'axe des ordonnées et où l'axe des abscisses est celui du temps.



En conclusion, les adaptations sont très variées, cette pratique apparaît donc comme étant peu contrainte. Les professeurs investissent cette marge de manœuvre en fonction de leur conception sur l'apprentissage et de la stratégie d'enseignement prévue.

Finalement, la diversité des pratiques enseignantes concerne à la fois les activités induites chez les élèves, et les adaptations des professeurs. Ces résultats sont tout de même surprenants quand on se rappelle la convergence des projets. C'est ce problème que j'ai choisi d'aborder afin d'illustrer ce qu'apporte la dimension ergonomique de la double approche des pratiques.

23. Des apports de la double approche

Pour chaque choix convergent des professeurs, je me suis demandé à quelle nécessité professionnelle ce choix répondait. J'ai abouti à quelques hypothèses, que j'ai appelées « principes » dans la thèse, car tout se passe comme si ces principes étaient respectés par les professeurs. Puis j'ai montré ce qu'apporte l'hypothèse de cohérence des pratiques.

a) Des principes d'élaboration du scénario de la séquence

La régularité des scénarios montre d'abord un principe de conformité au programme officiel. Les professeurs respectent le contenu du programme, ils en respectent aussi le rythme. Je pense que cette conformité assure une légitimité professionnelle aux enseignants.

Puis deux principes permettent de mieux comprendre les choix convergents des professeurs pour délimiter le champ mathématique. J'ai montré comment les principes d'efficacité pédagogique et de clôture du champ mathématique conduisent à écarter, autant que possible, les contenus qui risquent de provoquer des questions que le professeur ne souhaite pas aborder. Le professeur garantit ainsi une ligne directrice forte. Elle lui permettra de rester dans ce que Janine Rogalski appelle l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement.

Enfin deux autres principes pour élaborer une stratégie d'enseignement.

J'ai montré que la nécessité de succès d'étape et le respect de l'attente des élèves sont deux principes qui permettent au professeur de donner en classe un sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage. Ce sentiment assure au professeur un climat suffisamment serein pour permettre à la classe de fonctionner.

Les projets élaborés par les enseignants doivent donc tenir compte des indications des programmes (concernant le contenu et le rythme) mais aussi de nécessités liées à la gestion d'une classe. Ces deux éléments de l'exercice du métier semblent expliquer la convergence des projets des professeurs observés malgré les différences importantes constatées dans les déroulements.

b) L'hypothèse de cohérence des pratiques conduit à distinguer deux pôles

Ce constat simultané de régularité et de variabilité des pratiques enseignantes pose la question de leur cohérence pour chaque professeur. Cette question m'a conduit à mener des analyses de chaque séquence en croisant les différents résultats recueillis. Ces croisements m'ont permis de repérer des dimensions qui donnent une cohérence aux pratiques.

La conception de la classe est une source de cohérence

On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces professeurs semble tenir à leur conception de la classe : un lieu d'exposition et d'application du savoir pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un lieu de construction du savoir par les élèves. Ainsi, cette dimension donne une cohérence aux pratiques.

- Dans la première classe l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions ou des erreurs et leur gestion relance rarement l'activité des élèves.

- Dans la seconde, le savoir est institutionnalisé assez tard comme un bilan, les activités de recherche dominant, la gestion des incidents relance l'activité des élèves.

La référence à la stratégie d'enseignement est une autre source de cohérence

On a remarqué en effet que les activités effectives des élèves sont plus ou moins valorisées, qualitativement et quantitativement, conformément à la stratégie d'enseignement. En outre, deux professeurs modifient leur mode de gestion des incidents lorsque la stratégie est concernée.

Les contraintes obligent les professeurs à des compromis

La recherche de cohérence a aussi fait apparaître quelques contradictions que j'interprète en terme de compensation. En voici trois exemples.

- Madame Agnesi laisse émerger plus d'incidents que ses collègues mais son mode de gestion est plus fermé que ceux de Mmes Germain et Theano.

- Mmes Theano et Germain, plus que leur collègue, utilisent le mode bilan pour les institutionnalisations ; cependant leur gestion est plus fermée lors de ces phases.

- Mmes Agnesi et Germain ont les séquences les plus longues ; pourtant leur gestion se ferme passé la première moitié de la durée prévue.

Ces trois exemples de compensations relèvent de compromis liés à des situations de régulation. Ils n'infirmement donc pas l'hypothèse selon laquelle les pratiques enseignantes de chaque professeur forment un système cohérent.

Conclusion

Je voudrais maintenant conclure cette présentation de ma thèse en soulignant les apports qui me semblent essentiels.

Avant de commencer ce bilan de mon travail, je tiens à signaler que j'ai bien conscience des limites de cette recherche. D'abord elle ne prend pas du tout en compte certains niveaux d'analyse des pratiques (notamment le niveau psychologique). Ensuite, et c'est ce qui m'invite à la prudence pour annoncer mes résultats, malgré tout le soin que j'ai apporté à l'analyse des pratiques des professeurs que j'ai observés, mon travail possède les limites d'une analyse clinique. Ces résultats portent sur les pratiques de seulement quatre enseignants. Il faudrait bien sûr évaluer, avec d'autres moyens, leur pertinence sur une population plus importante.

Néanmoins, cette recherche a permis d'apporter quelques résultats importants. Les régularités constatées montrent que les professeurs observés partagent certaines pratiques. Ce que les professeurs ont de commun se rattache plutôt à un aspect social du métier. Les contraintes de l'institution scolaire et celles qu'impose la gestion d'une classe influent directement sur les pratiques enseignantes. Cependant, j'ai montré une diversité de ces pratiques. Les professeurs investissent les marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes. Cette diversité concerne tant les activités induites en classe chez les élèves que les adaptations des professeurs. La diversité des pratiques se rattache donc à quelque chose de personnel, plutôt en rapport avec les conceptions de l'apprentissage et de l'enseignement.

Avant de terminer, je voudrais indiquer quelques perspectives à l'issue de ce travail. D'abord revenir sur « l'indifférence » des enseignants aux travaux menés en didactique des mathématiques et faire le lien avec la recherche et la formation. Sans doute les professeurs tirent difficilement parti des résultats de la recherche parce que les ingénieries bousculent les pratiques ordinaires, dans leur aspect partagé, social. Il reste aux chercheurs à explorer davantage ce ciment des pratiques qui constitue le métier d'enseignant. Les ouvertures en formation tiendraient, d'une part à l'accompagnement de l'évolution de la profession lorsque des décisions viennent à en changer les contraintes (on peut penser à l'ATPE, l'AI ou aux TPE), et d'autre part à l'élaboration de stratégies visant à modifier localement un système de pratiques dans le but d'optimiser l'apprentissage des élèves. Et cela sachant que la cohérence de ce système lui assure une certaine stabilité.

Finalement, le travail que j'ai mené sur les pratiques, participe à la recherche entreprise par notre communauté, sur le pôle enseignant du système didactique. Par sa problématique et les méthodes utilisées, ma thèse rejoint l'ensemble des travaux de l'équipe d'Aline Robert. Elle enrichit, me semble-t-il, les résultats déjà obtenus, par des exemples tirés d'analyses fines des activités des professeurs, je pense notamment à l'élaboration des principes de préparation des cours ou à l'étude des incidents et de leur gestion. D'une part, ma thèse illustre la cohérence du système des pratiques de chaque enseignant. D'autre part, elle permet de dégager plus précisément ce qui est variable, et qui tient aux personnes, de ce qui est partagé par tous, qui tient aux contraintes mais peut-être aussi, plus largement, au métier.