APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public - France

EVAPM

n°108

OBSERVATOIRE

DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Par des enseignants, Pour les enseignants

Fin de Première 1993

fascicule 3

ANALYSE DES RÉSULTATS

ACTION CONDUITE :

- Avec le concours de L'INRP (Institut national de la recherche Pédagogique)

et le soutien de :

- la D.L.C. (Direction des lycées et Collèges)
- l'Inspection Générale de mathématiques
- l'ADIREM (Assemblée des Directeurs d'IREM - Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques).

A.P.M.E.P

Évaluation du Programme de Mathématiques Fin de Première 1993

Fascicule 3
Analyses des résultats

Cette évaluation a été réalisée en Juin 1993.

La présente brochure est la troisième d'une série de quatre brochures qui rendent compte de l'étude conduite à partir de l'enquête EVAPM1/93. Elle contient en particulier, pour l'ensemble des séries, une présentation des capacités relatives aux programmes antérieurs et postérieurs à la rénovation des lycées de Septembre 1993.

L'analyse des savoirs des élèves a été faite en tenant compte de cette réforme.

Les évaluations de l'APMEP, qui n'ont pas un caractère officiel, sont organisées par des enseignants de l'APMEP pour leur information et pour celle de leurs collègues.

La présente brochure est cependant susceptible d'intéresser d'autres personnes (membre de l'administration, parents d'élèves, professeurs d'autres disciplines...).

Brochure APMEP n° 108

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
26 rue Duméril - 75013 PARIS

La banque de documents EVAPM

L'ensemble des fichiers informatiques EVAPM rassemblés depuis 1987 sont disponibles sur Cédérom et peuvent, à la demande, être fractionnés sur disquettes. Il s'agit des épreuves, des fichiers de données, et plus généralement de la plupart des documents publiés dans les brochures EVAPM.

La base informatisée EVAPMIB

La base EVAPMIB permet un accès rapide à l'ensemble des questions EVAPM, aux résultats enregistrés, et à une partie des analyses.

Cette base actuellement sur Hypercard (Macintosh) devrait être rapidement disponible pour PC et accessible par Internet.

EVAPM PREMIÈRE

Documents complémentaires

Les personnes qui souhaitent avoir communication des données brutes, pour effectuer des analyses à leur convenance, peuvent obtenir des disquettes contenant ces données en s'adressant à l'APMEP, qui assure la conservation et la diffusion de l'ensemble des données issues d'EVAPM. Elles peuvent aussi, sous certaines conditions, avoir accès à divers documents à support papier : fiches de recueil des résultats, copies d'élèves, ...

Pour toute information, s'adresser à l'APMEP

26 rue Duméril
75013 PARIS
Tel : 01 43 31 34 05
Fax : 01 42 17 08 77

Avertissement

L'évaluation présentée dans cette brochure a été préparée durant l'année 92-93 par des professeurs de mathématiques de l'APMEP. Elle ne présente aucun caractère officiel.

La prise en charge financière est faite par l'APMEP, et par les établissements qui participent aux opérations d'évaluation. L'équipe EVAPM est associée à l'Institut National de la Recherche Pédagogique (INRP), ce qui a permis à certains d'entre nous d'être davantage disponibles pour mener à bien ces opérations. Cette évaluation poursuit les objectifs des opérations EVAPM antérieures :

- **EVAPM 6/87**
- **EVAPM 5/88**
- **EVAPM 4/89**
- **EVAPM 3/90**
- **EVAPM 2/91**
- **EVAPM 6/89 et EVAPM 5/90**
- **EVAPM 4/91 et EVAPM 3/92**

On notera aussi qu'une opération en Terminale de BEP a été menée en 1995 : **EVAPM LP95.**

Nous avons cependant été amenés à modifier certaines des démarches mises en oeuvre car nous avons fait le choix, pour les classes de Première, d'évaluer les programmes de séries très diverses.

- Ainsi nous n'avons pas pu maintenir entièrement notre objectif d'exhaustivité. Certains choix ont dû être faits dans les contenus mathématiques des programmes. Nous pensons avoir cependant évalué les principales parties des programmes (voir à ce sujet l'introduction page 5).
- Le principe de participation volontaire des enseignants a été conservé. Ainsi environ 1 500 classes (soit 45 000 élèves) ont passé une partie de ces épreuves.
- Compte tenu de la masse très importante des données recueillies dans le cadre de cette étude et de la durée des traitements, nous n'avons pas pu éditer cette brochure aussi rapidement que lors des évaluations antérieures. Nous avons, par contre, tenu compte des modifications apportées par la mise en place de la réforme des lycées en Septembre 1993.

Les questions que nous avons posées aux élèves n'engagent que nous. Il est fort possible que sur certains points elles ne soient que des traductions imparfaites, incomplètes, voire erronées des intentions contenues dans les textes officiels.

Notre évaluation ne présente aucun caractère normatif. Elle ne définit pas le niveau que devrait atteindre les élèves.

Le titre de la brochure pourrait être :

Éléments pour l'évaluation des programmes

Nous souhaitons que nos collègues, bien sûr, mais aussi l'administration, les concepteurs des programmes, les parents d'élèves, se saisissent des résultats pour en tirer leurs propres conclusions.

En rédigeant cette brochure, nous avons évité de porter des jugements définitifs, tant nous savons que certaines compétences sont difficilement observables et que les comportements observés peuvent être l'objet d'interprétations multiples. Nous espérons que nos commentaires seront sources de débats, qu'ils aideront nos lecteurs et seront, à terme, profitables à nos élèves.

Remerciements

Par leur aide directe ou indirecte, par leur encouragements ou leurs conseils, de nombreuses personnes ou institutions ont contribué à ce travail.

Il convient de remercier plus particulièrement :

L'INRP, qui a permis à certains d'entre nous d'être davantage disponibles pour mener à bien ces opérations d'évaluation.

L'IREM de BESANÇON, qui a assuré de façon continue un soutien matériel, technique et méthodologique à l'ensemble de l'opération. Dans ce cadre, il faut particulièrement remercier Yves DUCEL et Michel HENRY ses directeurs successifs.

Le Centre de Télé-enseignement Universitaire de L'Université de Franche-Comté, qui a mis son matériel à notre disposition.

François COUTURIER, **Jean FROMENTIN**, **Nicole TOUSSAINT** qui ont largement contribué à la qualité des documents.

La Cellule "Innovation" de la DLC (Direction des Lycées et Collèges), puis le **Bureau de l'Innovation et de la Formation** (DLC E2) qui ont bien voulu manifester leur intérêt pour notre travail.

Une évaluation du type de celle que nous cherchons à faire a besoin de se raccorder à d'autres évaluations. Dans la mesure où l'on veut faire des comparaisons, il est nécessaire de faire des emprunts, sans qu'il soit possible de modifier la formulation de questions posées par d'autres organismes lors d'études antérieures.

Il convient donc aussi de remercier pour leur participation indirecte :

Jacques COLOMB, directeur des recherches didactiques de l'INRP, qui a ouvert la voie en matière d'évaluation de programmes et qui continue à travailler dans ce domaine. Depuis le début des opérations EVAPM, nous avons emprunté un certain nombre de questions à l'INRP.

La DEP, Direction de L'Évaluation et de la Prospective du Ministère de l'Éducation Nationale, qui nous a donné l'autorisation d'utiliser certaines questions de la DEP. Cela nous est précieux, et nous permet en particulier de raccorder nos évaluations à des évaluations antérieures ainsi que de contrôler la représentativité de nos sous-populations.

Le Groupement de Recherche Didactique (GR - Didactique du CNRS) et **Gérard VERGNAUD.** Dans le cadre du groupe de recherche "Moyens de gestion de l'enseignement - Curricula" du GR, notre travail a pu être présenté et critiqué de façon à la fois exigeante et amicale. Les conseils que nous avons reçu nous ont sans nul doute permis d'améliorer nos méthodes de travail.

Une mention spéciale à **Régis GOIFFON** et à **Françoise MAGNA**, les trésoriers successifs de l'APMEP, qui nous ont apporté un soutien constant et à **Sandrine GRILLOT** qui a effectué avec beaucoup de soin le classement des nombreux documents reçus et la saisie informatique des résultats.

Ce travail n'aurait jamais pu aboutir sans l'intérêt et le sérieux des quelques 1500 collègues et des professeurs coordonnateurs des établissements qui ont organisé la passation des épreuves dans leurs classes et ont codé avec beaucoup de soin les résultats de leurs élèves, qu'ils en soient ici vivement remerciés.

Présentation de l'Équipe

De nombreuses personnes ont participé à la réalisation de cette opération d'évaluation : à sa préparation, à son déroulement, et à la rédaction des brochures.

Responsable de l'observatoire EVAPM	**Antoine BODIN**
Coordination de l'ensemble	**Antoine BODIN** **Jean-Pierre SICRE**
Équipe de rédaction de la brochure	**Antoine BODIN** **François COUTURIER** **Michèle PÉCAL** **Jean-Pierre RICHETON** **Jean-Pierre SICRE**

Équipe de réalisation :

Michel BARDY	Lycée Louis Lapique, ÉPINAL
Henri BAREIL	Irem de Toulouse, TOULOUSE
Antoine BODIN	Irem de Besançon, BESANÇON
Françoise CARON	Lycée Frédéric Mistral, FRESNES
François COUTURIER	Lycée Nicolas Ledoux et Irem, BESANÇON
François DUSSON	Lycée Marcel Sembat, ROUEN
Michel FAURE	Lycée Henri Brisson, VIERZON
Jean FROMENTIN	Collège Rabelais, NIORT
Michel HENRY	Irem de Besançon, BESANÇON
Gérard HOUSSIN	Collège Spectacle, PARIS
Marie-José HOUSSIN	Collège Albert Cros, Le KREMLIN-BICÊTRE
Marie-Noëlle JANIAUD	Lycée Galilée , COMBS LAVILLE
Gaëlle LÉVEILLE	Lycée Charles de Gaulle, VANNES
Michel MAGNENET	Lycée Victor Hugo, BESANÇON
Michèle PÉCAL	Lycée Audiberti, ANTIBES
Jean-Pierre RICHETON	Lycée Jean Monnet, STRASBOURG
Robert ROCHER	Lycée Jean Puy, ROANNE
Jean-Pierre SICRE	Lycée Jean Macé, NIORT, et Irem de POITIERS
Alain SOLEAN	Lycée d'Estienne d'Orves, NICE
Régine TRÈMAUD	Lycée Albert Camus, FIRMINY
Christiane ZEHREN	Lycée Calmette, NICE

Les membres de l'équipe ont préparé les divers questionnaires, les ont expérimentés dans des classes, ont travaillé par correspondance, et se sont réunis plusieurs fois à PARIS, à BESANÇON,..., pour la mise au point de l'opération.

Dans cette brochure, les textes ne sont pas signés et l'équipe de rédaction assure donc la responsabilité des analyses.

Présentation des brochures Première

L'opération EVAPM1/93 a pris en compte toutes les séries. Les brochures EVAPM1/93 conservent tout leur intérêt après la réforme des lycées de Septembre 1993 car les analyses mettent en correspondance les anciens et nouveaux programmes. Elles peuvent être utilisées de façon indépendante. Toutefois chacune ne présente qu'une partie de l'évaluation et ne permet pas d'avoir une vision d'ensemble d'EVAPM1/93.

I - Brochure 1. Dossier de présentation de l'évaluation

(brochure APMEP n° 90)

Elle comprend :

- l'intégralité des épreuves (utilisables pour reprographies),
- la présentation de l'opération et les consignes générales,
- le tableau des capacités selon les sections 1993,
- la répartition des questions de l'évaluation,
- les consignes de codage par épreuve et par question,
- le questionnaire destiné aux professeurs.

II - Brochure 2. Questionnaires avec les résultats

(brochure APMEP n°207)

Elle comprend :

- les épreuves avec les résultats en pourcentage de réussite (la mise en page permet une bonne lisibilité de la question et des résultats),
- un résumé des principales statistiques.

III - Brochure 3. Analyse des résultats *(brochure APMEP n°108)*

Elle comprend :

- le tableau des capacités selon les sections existant 1993 (avant la réforme des lycées 1994) et selon les sections existant en 1996 (après la réforme des lycées 1994),
- la répartition des questions de l'évaluation,
- les analyses des résultats par thème et par série, comprenant en réductions certaines questions posées avec les pourcentages de réussite,
- l'analyse des questionnaires complémentaires et du questionnaire professeur,
- des résumés statistiques.

IV - Brochure 4. Fascicule d'annexes *(brochure APMEP n°110)*

Document de travail rassemblant l'ensemble des statistiques ainsi que le catalogue des fichiers informatiques disponibles (épreuves, données, analyses,...). Ce fascicule est plutôt destiné aux collègues et aux chercheurs qui souhaiteraient compléter leur information ou reprendre certaines de nos analyses.

Voir les sommaires en fin de brochure

Introduction

De 1987 à 1995, l'APMEP a organisé 11 évaluations différentes dont l'objectif était de munir les enseignants de mathématiques d'un ensemble d'informations permettant, à terme, de porter des jugements de valeur sur les effets de l'enseignement et sur la qualité des programmes.

En particulier, l'APMEP a voulu grâce à ces opérations, nommées EVAPM (**ÉVA**luation du **P**rogramme de **M**athématiques ou **ÉV**aluations de l'**APM**ep), se donner les moyens d'intervenir de façon aussi efficace que possible dans la régulation du système d'enseignement des mathématiques. Grâce à ces opérations, elle s'est ainsi dotée d'un observatoire du système d'enseignement des mathématiques, permettant de suivre l'évolution des compétences des élèves dans le déroulement de leur scolarité, ainsi que par rapport aux différentes réformes et aux modifications successives des programmes.[1]

La mise en place de cet observatoire a été rendue possible par l'investissement financier et militant de l'APMEP et par l'intérêt manifesté par les professeurs de mathématiques. Son développement, et notamment les traitements des données recueillies, toujours plus nombreuses - ceci est tout particulièrement vrai pour EVAPM1/93 - ainsi que leur mise en relation, n'est possible que grâce à l'aide apportée par **l'INRP** et par **l'IREM de Besançon.**

L'évaluation des programmes passe bien entendu par l'évaluation des capacités et des compétences acquises par les élèves, mais elle passe aussi par l'étude des conceptions et des opinions des enseignants, par celle des manuels, par l'analyse des cohérences épistémologiques, sociales, didactiques,...

Les opérations EVAPM ne suffiraient pas à elles seules à assurer la validité de jugements portés sur les programmes. Leur ambition est d'être un élément de la réflexion conduite sur l'enseignement des mathématiques. Les analyses qu'elles proposent portent essentiellement sur la signification des comportements observés chez les élèves, par rapport à l'élaboration de leurs savoirs. Nous évitons donc, le plus possible, des prises de position définitives sur la pertinence de telle ou telle partie du programme.

Sans négliger totalement les autres aspects, nous avons surtout développé la partie de l'évaluation relative aux savoirs des élèves. Les questions proposées n'ont pas pour objet l'évaluation d'un élève particulier, mais les résultats et les analyses présentés dans cette brochure peuvent être une aide dans le travail d'évaluation que mène tout enseignant.

Une base informatisée de questions d'évaluation, EVAPMIB, est en cours de développement. Un de ses objectifs est la mémorisation des évaluations, et en particulier de celles de l'APMEP, avec leurs résultats et leurs analyses. Elle sera précieuse pour préparer d'autres actions d'évaluation, EVAPM ou autres. Ce sera aussi un outil très utile pour tout enseignant de mathématiques.

Dans les évaluations EVAPM, certaines questions sont reprises au fil des années, dans des études menées à différents niveaux, nous essayons aussi de poser des questions provenant d'autres évaluations à grande échelle (IEA, DEP par exemple). Mais, de plus, la vie de l'observatoire lui-même, suppose que les évaluations soient reprises et complétées à intervalles réguliers. Ainsi, entre 1987 et 1990, chaque niveau de Collège a été évalué deux fois, à deux années d'intervalle. Une nouvelle évaluation de Sixième s'est déroulée en juin 1997.

Comme nous l'avons fait dans les brochures précédentes, nous tenons à attirer l'attention sur le fait que les taux de réussite que nous produisons ne sont ni des normes ni des mesures. On sait qu'ils peuvent varier suivant la formulation des questions et leur place dans le questionnaire, suivant le contexte de l'évaluation (avec ou sans attribution de notes par exemple), l'âge de l'élève (au sein d'une même classe),....

Ces taux de réussite doivent être simplement considérés comme des indicateurs et doivent être mis en relation avec d'autres éléments de réflexion sur l'évaluation, et plus généralement sur l'enseignement des mathématiques.

Nous devons signaler que dans certaines séries les effectifs traités ont été insuffisants pour que l'on puisse exploiter valablement les résultats.

Des informations d'ordre plus général sur le contexte de l'enseignement des mathématiques nous sont apportées de deux façons. D'une part, sur la fiche de recueil des résultats de chaque classe figuraient quelques rubriques comme la composition des classes ou l'orientation des élèves.

D'autre part, comme lors des autres opérations EVAPM, nous proposions aux enseignants de répondre à un questionnaire professeur qui nous apporte de nombreuses informations sur le contexte dans lequel se déroule l'enseignement des mathématiques dans les classes de Première, ainsi que sur l'opinion des enseignants de ces classes relativement aux programmes de mathématiques de Première et des niveaux de classes précédents. Près de 650 collègues ont renvoyé ce questionnaire rempli, et nous avons pu exploiter les informations figurant dans 407 d'entre eux.

Nous remercions tous les collègues qui, au milieu des nombreuses occupations d'une fin d'année scolaire, ont pris le temps de participer, avec leur classe, à cette enquête

Présentation générale de EVAPM 1/93

Le plan d'évaluation utilisé, comme le nombre et la diversité des élèves concernés, font de l'opération EVAPM 1/93 une entreprise très ambitieuse.

Cette évaluation comprend plus de 500 items répartis dans 18 épreuves différentes.

Quelques 45 000 élèves ont passé les épreuves d'EVAPM1/93, ce qui représente environ 10% de l'ensemble des élèves de Première de l'enseignement général et technologique..

Nous avons reçu des résultats exploitables pour plus de 30 000 élèves (plus de 1 000 classes), les données détaillées concernant 13 000 élèves ont été saisies pour le traitement statistique.

Le volume des données saisies et traitées est de l'ordre de 6 fois celui de l'opération EVAPM2/91 (pour ne donner de quelques chiffres : pour le seul recueil des données brutes, au moins 500 heures de saisie, 250 heures de traitement, un fichier de 5 Mo ... pour les férus d'informatique). Le progrès dans l'équipement informatique dont peut disposer aujourd'hui une association ou un particulier permettent des études basées sur des données qu'il aurait été impossible de traiter lors de nos premières évaluations, mais qui n'en demandent pas moins beaucoup de temps et une formation adéquate.

Parmi des épreuves de plusieurs types, chaque élève en a passé deux : les élèves de A2, A3 et G ont passé deux épreuves du groupe dit «épreuves communes» ; les autres ont passé une épreuve du groupe dit «épreuves communes» et une épreuve du groupe dit «épreuves spécifiques», remplacée pour une quarantaine de classes par une épreuve du groupe dit «épreuves complémentaires».

1) Épreuves communes (de 55 minutes)

Les six épreuves de ce type rassemblent des questions relatives :

- à la partie commune des programmes de Première,
- aux objectifs de formation générale de l'enseignement des mathématiques,
- aux objectifs des programmes de mathématiques de la classe de Seconde et du Collège (reprises en particulier des EVAPM antérieures).

Deux de ces épreuves sont des QCM (Questions à Choix Multiples). Ces questionnaires nous permettent de compléter l'information obtenue par ailleurs.

2) Épreuves spécifiques à certaines sections (de 55 minutes)

Certaines de ces épreuves ont été proposées dans plusieurs sections (exemple A1 et S), d'autres sont spécifiques à une série (par exemple en série F).

De plus, certaines épreuves sont centrées sur des contenus (exemple : fonction, géométrie)

3) Épreuves complémentaires (de 2 heures) proposées, à *un petit nombre de collègues volontaires.*

Celles-ci sont au nombre de trois :

- la première comporte des problème de type baccalauréat (SA),
- la seconde est centrée sur l'argumentation, le raisonnement, l'expression (XB) ,
- la troisième est centrée sur la recherche de problèmes (XC).

La forme des questions est plus ouverte, moins courte que dans les autres questionnaires. Les épreuves XB et XC tentent d'évaluer les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique.

Organisation de l'opération PREMIÈRE 1993

Ce tableau, qui est présenté dans la brochure 1 de la présente étude EVAPM1/93, présente l'ensemble des épreuves qui ont été mises au point et utilisées, selon les diverses séries de classes de Première.

L'opération EVAPM1/93 ayant pour ambition de pouvoir nourrir des études tant quantitatives que qualitatives des savoirs acquis par les élèves devait permettre de comparer les comportements des élèves de différentes séries et suivre l'évolution de ces comportements dans le temps des apprentissages. C'est pourquoi des questions identiques ont été posées dans différentes séries, c'est aussi pourquoi des questions posées en Première l'avaient été précédemment en Seconde ou au Collège.

		Séries →	**S/E**	**B**	**A1**	**F**	**A2 A3**	**G option**	**GSO[1] F8**
		Épreuves ↓							
		Épreuves communes 55 min							
1	**CA**	*Commune A (QCM)*	X	X	X	X	X	X	X
2	**CB**	*Commune B (QCM)*	X	X	X	X	X	X	X
3	**CC**	*Commune C (sauf section G)*	X	X	X	X			
4	**CD**	*Commune D (sauf section G)*	X	X	X	X			
5	**CE**	*Commune E*	X	X	X	X	X	X	
6	**CF**	*Commune F*	X	X	X	X	X	X	
		Épreuves spécifiques 55 min					([2])		
7	**SA**	*Spécifique fonctions- analyse S/E*	X						
8	**SB**	*Spécifique géométrie S/E*	X						
9	**SC**	*Spécifique S*	X						
10	**SD**	*Spécifique F*				X			
11	**SE**	*Spécifique S/E/B*	X	X					
12	**SF**	*Spécifique B*		X					
13	**SG**	*Spécifique S/E/B/A1*		X	X				
14	**SH**	*Spécifique S/E/F*	X			X			
15	**SK**	*Spécifique S/E/A1/B*	X	X	X				
		Épreuves complémentaires 2 heures							
16	**XA**	*Epreuve type bac*	X						
17	**XB**	*Epreuve démonstration*	X						
18	**XC**	*Epreuve Problèmes*	X						

[1] GSO : Série G sans option (dans cette série comme en F8, l'équation du second degré est hors programme)
[2] En A2/A3 et en G , la seconde épreuve proposée est une épreuve commune du premier groupe.

APMEP
EVAPM PREMIERE
1993 - 1997

Analyse des connaissances et des savoirs attendus

Répartition des capacités selon le sections 1993 et selon les sections 1997

Répartition des questions de l'évaluation de fin de Première 1993

Dans les pages suivantes, on trouvera le tableau des capacités pour les programmes de toutes les séries, aussi bien ceux de 1991 que ceux de 1997 (officiels depuis la rentrée 1993/94) :

- énoncés des capacités apparaissant dans les programmes de Première,
- séries concernées,
- niveau d'exigences pour chaque capacité,
- épreuves EVAPM où elles sont évaluées.

- ÉLÈVE 1ère S -

Soit **f** la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\mathbf{f(x)} = \dfrac{\mathbf{x^2 - 2}}{\mathbf{x^2 + 1}}$

On appelle *(ℋ)* sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan.

a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.

$f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2+1}$ $D_f = D_{f'} = \mathbb{R}$ car f est une fonction rationnelle

$u(x) = x^2 - 2$ $u'(x) = 2x$ 25 1

$v(x) = x^2 + 1$ $v'(x) = 2x$ 26 1

$f'(x) = \dfrac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{v(x)^2} = \dfrac{6x}{(x^2+1)^2}$. 27 1

b) Etudier les variations et dresser un tableau de variation de la fonction f.

Signe de $f'(x)$: $(x^2+1)^2 > 0$ et $6x > 0$ si $x > 0$.

Pour tt $x \in \mathbb{R}$ et $-x \in \mathbb{R}$ $f(-x) = \dfrac{x^2-2}{x^2+1} = f(x)$ donc la fonction est paire.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-2	↗	1

$f(x) = \dfrac{x^2(1 - \frac{2}{x^2})}{x^2(1 + \frac{1}{x^2})}$ 28 1

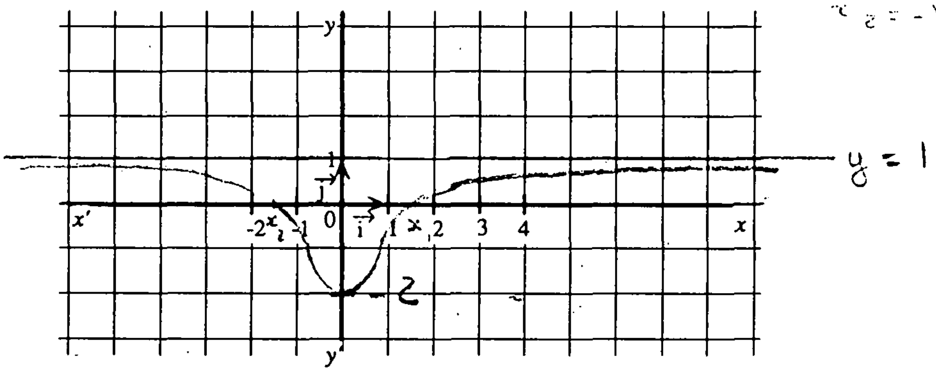
$\lim\limits_{x \to \pm\infty} (1 - \frac{2}{x^2}) = 1$ 29 1

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} 1 + \frac{1}{x^2} = 1$ $\Big\}$ $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$. 30 1

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -2$. la droite d'équat° $y = 1$ est asymptote à ℋ.

c) Ebaucher la courbe représentative (donner seulement son allure)

$x_1 = \sqrt{2}$
$x_2 = -\sqrt{2}$



31 1

d) Déterminer une équation de la tangente à la courbe *(ℋ)* au point d'abscisse 1.

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$y = \frac{3}{2}(x-1) - \frac{1}{2}$ 32 1

$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ 33 1

donc $y = \frac{3}{2}x - 2$ 34 1

10

Le tableau des capacités

Le document établi dans le cadre de la préparation de l'évaluation EVAPM1/97, et qui a servi pour la planification générale de l'évaluation, figure dans la brochure 1 de la présente étude. Bien entendu ce tableau était conforme aux programmes en vigueur pendant l'année scolaire 1992-1993, c'est à dire les programmes publiés au BOEN de mai 1991.

La «rénovation des lycées» n'avait pas amené de modification du programme de Seconde à la rentrée 1992 mais seulement des modifications d'horaires : apparition des modules (trois quarts d'heure par semaine en moyenne sur l'année, en classe à effectif réduit) et passage du temps de «travaux dirigés» de une heure trente à une heure (heure-élève, en demi-classe). Par contre, à la rentrée 1993, outre des changements d'horaires, certains programmes ont été modifiés de fait de la réorganisation des différentes séries.

Nous avons donc réalisé un nouveau tableau de capacités, en mettant en regard d'une part les différentes séries, mais aussi les programmes de 1991 et les programmes de 1993.

Ce document, pas plus que le précédent, n'a, bien entendu, de statut officiel. Compte tenu des contours volontairement flous de certains aspects des programmes, du moins en ce qui concerne les compétences attendues des élèves, un travail important d'interprétation a dû être fait.

Souvent, lorsque le libellé des programmes change, c'est en partie pour adapter la formation à ce que l'on souhaite obtenir des élèves. Bien souvent les comportements attendus (ceux qui sont décrits dans ce document) ne sont pas modifiés mais les concepteurs des programmes espèrent simplement que de nouveaux textes seront davantage susceptibles de provoquer les acquisitions correspondantes.

Dans le cas précis, cette remarque n'est que partiellement adéquate, puisque les nouveaux programmes ont dû correspondre à une nouvelle définition des objectifs de formation suivant les séries.

Nous avons tenu à regrouper dans ce document les capacités nouvelles en Première et les capacités développées dans les classes précédentes, comme cela avait été fait dans le tableau élaboré lors de la préparation de l'enquête. Cette présentation à en effet l'intérêt de mettre en évidence la genèse scolaire des acquisitions, ce qui nous paraît important.

Pour que ce document reste en cohérence avec celui présenté lors de l'enquête, lui même cohérent avec l'ensemble du travail EVAPM et la base informatique EVAPMIB, nous n'avons pas cherché une quelconque réduction ou simplification de l'ensemble des objectifs. Nous avons conservé la liste des capacités de l'ancien tableau, en ajoutant celles nouvellement apparues dans les programmes. Nous avons seulement, pour des raisons de clarté de la mise en page, apporté des modifications d'ordre typographique, mais nous avons repris les mêmes conventions dans le codage

Rappelons une nouvelle fois que le travail fait dans le cadre d'EVAPM est un travail technique. Il ne doit en aucun cas être considéré comme une prise de position en faveur ou en défaveur du programme étudié.

Rappelons que les capacités liées aux contenus sont organisées par thèmes qui prolongent les thèmes équivalents que nous suivons depuis la classe de sixième .

C : Tracés - Constructions géométriques.

D : Connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie.

Y : Géométrie dans le plan muni d'un repère.

E : Géométrie de l'espace.

N : Connaissance des nombres - calcul numérique.

A : Calcul littéral - Algèbre.

F : Fonctions.

S : Statistiques et Probabilités.

Pour prendre encore davantage en compte, dans l'évaluation Première, la nécessaire intégration des savoirs, nous avons donné un poids important aux thèmes transversaux. Comme cela avait été le cas dans les évaluations précédentes, ils ont donné lieu, aux épreuves complémentaires.

Thème R : Déduction - argumentation - Expression (épreuve XB)

Thème PP : Recherche de Problèmes (épreuve XC)

Organisation du tableau des capacités

Première colonne:

Énoncés opérationnels (ou partiellement opérationnels) des capacités spécifiques susceptibles d'être objets de l'évaluation.

Deuxième colonne:

Niveau de classe où cette capacité apparaît dans les épreuves EVAPM. Le code de la capacité est précisé lorsqu'il s'agit de la classe de Seconde ou de celle de Première, en caractère gras dans ce dernier cas (ex : **1C118**).

Un code tel que 2C005 signifie que la capacité était «exigible» en Seconde. Lorsque ce code n'est précédé d'aucun chiffre (C050...), il s'agit d'une capacité annoncée par les instructions officielles comme étant «non-exigible» en fin de Seconde, ou que notre interprétation des textes nous a conduit à considérer comme telle.

Dernière (quatorzième) colonne:

Épreuve d'EVAPM1/93 dans laquelle la capacité considérée est évaluée.

De la troisième à la treizième colonne :

Elles indiquent la façon dont ces capacités sont développées ou entretenues dans le cadre des différents programmes des classes de Première, anciens et nouveaux.

Les colonnes à trame de fond grise concernent les programmes de 1991.

Les séries qui, après la réforme ont « remplacé » les anciennes, sont placées à côté de ces dernières, sur fond blanc. Ce rapprochement est, suivant les séries, plus ou moins pertinent, nous verrons cela de façon plus détaillée ci-dessous.

Une double barre sépare les différentes voies : scientifique, littéraire, économique, technologiques, tertiaire. L'ordre choisi ne correspond à aucune hiérarchie, mais seulement à une meilleure lisibilité d'un tableau très dense.

Voie scientifique ; Série S : troisième colonne

Pour le programme de 1991, il s'agit à la fois des séries S et E (qui avaient le même programme). Après 1993, la série E disparaît, quant au programme de S, il est conservé. C'est pourquoi aucune colonne à fond blanc n'est en regard de celle-ci.

Voie littéraire ;

A2 : quatrième colonne. Programme de A2 et A3 de 1991

L : cinquième colonne. Programme de mathématiques dans l'enseignement scientifique de L en 1993

A1 : sixième colonne. Programme de 1991

L op : septième colonne. Dans cette colonne nous avons mis les codages correspondant au programme de mathématiques de l'enseignement scientifique (voir ci-dessus) ainsi qu'à l'enseignement optionnel (1993), considérant que dans la plupart des cas, les élèves qui auraient choisi A1 choisissaient maintenant cette option.

Voie économique ;

B : huitième colonne. Programme de 1991

ES : neuvième colonne. Programme de 1993, partie obligatoire.

ES op : dixième colonne. Dans cette colonne, proche de celle nommée ES, nous avons seulement mis les codages correspondant au programme optionnel. Pour les élèves concernés, il convient donc de lire les colonnes huit et neuf. Remarquons bien que le choix fait ici est différent de celui fait pour la voie littéraire.

Voie technologique (sauf tertiaire) ; onzième colonne

Cette colonne a été nommée F. Toutes les séries de F n'avaient pas le même programme. Pour la plupart, les codages correspondent aux séries autres que F7, F8 et F12. Des précisions sont données au fur et à mesure dans les notes du tableau. Si les dénominations de ces séries ont changé (elles sont devenues STI, SMS, ...) les programmes ont été conservés. C'est pourquoi aucune colonne à fond blanc ne se trouve en regard avec celle-ci.

Voie technologique sauf tertiaire ;

G : onzième colonne Programme de 1991

En série G, il y avait un programme obligatoire et un programme optionnel. Nous avons repris ici le choix fait lors de l'enquête : dans cette colonne figurent tous les codages correspondant à l'ensemble du programme (obligatoire et optionnel), des notes dans le tableau apportant les précisions nécessaires.

STT1 : douzième colonne. Programme de 1993 de la série STT gestion.

STT2 : treizième colonne. Programme de 1993 de la série STT action administrative et commerciale.

Il ne s'agit pas dans ce cas d'un enseignement obligatoire et d'un enseignement optionnel, nous avons donc fait deux colonnes séparées.

Codages utilisés

➊ : indique une capacité exigible, nouvelle en Première, ou nouvellement exigible en Première

① : capacité normalement développée dans le cadre du programme de Première mais considérée comme non exigible.

➡ : indique une capacité déjà exigible en Seconde mais sur laquelle le programme de la classe de Première considérée demande explicitement de revenir, ou encore, qui semble faire partie des prérequis par rapport à certaines capacités relatives au programme de Première.

⇨ : indique une capacité relative au programme de Seconde, non exigible en Seconde mais sur laquelle le programme de la classe de Première considérée demande explicitement de revenir, ou encore, qui semble faire partie des prérequis par rapport à certaines capacités relatives au programme de Première.

→ : indique une capacité relative au programme de Seconde, sur laquelle il sera donc théoriquement possible d'interroger les élèves, mais sur laquelle le programme de la classe de Première considérée ne demande pas de revenir, et qui ne semble pas faire partie des prérequis par rapport à certaines capacités relatives au programme de la Première considérée.

L'absence d'indication signifie que la question correspondante n'est pas au programme.

Nous invitons nos lecteurs à voir dans la brochure 1 de cette étude, à la page 16, quelques "remarques générales résultant de la lecture du programme". Elles se rapportent pour la plupart aux préambules des programmes, qui ont été rédigés de façon plus concise, mais dont l'esprit est inchangé.

Tableau des capacités

Domaine géométrique[1-2]

Thème C : Tracés - Constructions Géométriques

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Construire :														
- Un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré, un cercle, à partir de données suffisantes	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Un triangle rectangle, donné par des éléments faisant intervenir, en particulier, le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle	2C002	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- L'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un triangle, d'un quadrilatère :														
• *par une réflexion*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *par une symétrie centrale*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SB
• *par une translation*	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	CB
• *par une rotation*	2C006	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SH
• *par une homothétie*	2C007	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SK
• *par la composée de deux transformations...*[3]	1C101	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SC
- L'image, par l'une des transformations ci-dessus, d'une figure complexe	1C106	❶												
Construire le barycentre :														
• *de deux points*	1C107	❶							❶	❶				SH
• *de trois points*	1C108	❶							❶	❶				SH
• *de quatre points*	1C109	❶							❶	❶				SH
Construire :														
- Les médiatrices des côtés d'un triangle et le cercle circonscrit	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Les médianes d'un triangle (et le centre de gravité)	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Les hauteurs d'un triangle (et l'orthocentre)	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Les bissectrices des angles d'un triangle	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
- Le cercle inscrit à un triangle	C100	⇨			⇨				→	⇨				

[1] **Rappels des généralités du programmes de seconde qui restent valables en première :**

Tout point de vue axiomatique est exclus.

On pourra étudier ***quelques*** *exemples* ***très*** *simples de problèmes de lieux géométriques et de construction, mais l'étude systématique de tels problèmes est en dehors des objectifs du programme.*

Les vecteurs ont été introduits au Collège (par direction, sens et longueur) ; ***on n'y reviendra pas*** *et on conservera le même point de vue pour étudier les opérations sur les vecteurs.*

[2] Sauf pour F7, F8, F12 et les séries correspondantes dans les nouvelles dénominations où les programmes ne demandent pas de revenir sur la géométrie.

[3] Les composées de deux rotations ou de deux homothéties de centres distincts sont hors programme. Toutefois, on peut penser qu'être capable d'enchaîner deux actions prévues au programme peut sans doute être encore considéré comme conforme au programme : il s'agit de constructions qui pourraient éventuellement conduire à conjectures et déductions.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
- La tangente à un cercle passant par un point donné du cercle	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
- Les tangentes à un cercle, issues d'un point donné	2C010	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
- Les tangentes à un cercle, de direction donnée	2C011	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
- Un cercle tangent à deux droites parallèles	C101	⇨			⇨					⇨				
- Un cercle tangent à deux droites sécantes	C102.	⇨			⇨					⇨				
- Les (des) axes de symétrie de la figure formée par :														
• *deux droites parallèles*	2C012	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *deux droites sécantes*	2C013	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *deux cercles*	**1C110**	➊												SB
• *un cercle et une droite*	**1C111**	➊												SB
Construire (vecteurs) :														
- Un vecteur $\vec{u}$ étant donné par un de ses représentants, et un point A du plan étant donné, construire le point M tel que : $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$.	4ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Un vecteur $\vec{u}$ étant donné par un de ses représentants, construire un représentant du vecteur $-\vec{u}$	2C015	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant donnés par des représentants :														
• *construire un représentant du vecteur* $\vec{u} + \vec{v}$	3ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *construire un représentant du vecteur* $\vec{u} - \vec{v}$	2C017	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Un vecteur $\vec{u}$ étant donné par un de ses représentants, et un entier (relatif) a étant donné :														
• *construire un représentant du vecteur* $a\vec{u}$	2C018	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XB
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant donnés par des représentants, a et b étant deux nombres entiers (relatifs) donnés :														
• *construire un représentant du vecteur* $a\vec{u} + b\vec{v}$	2C019	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
Retrouver, éventuellement construire :														
- Les éléments définissant la transformation (centre, axe, ...) à partir de la donnée d'une figure et de son image, (toutes les informations nécessaires étant fournies, par exemple par un codage de la figure), dans le cas où cette transformation est :														
• *une réflexion*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *une symétrie centrale*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *une translation*	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *une rotation*	C103	➡	➡	→	➡	→			→	➡		→	→	
• *une homothétie*	C104	➡	➡	→	➡	→			→	➡		→	→	

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Connaître et Utiliser, pour effectuer une construction :														
- Les propriétés de conservation de l'alignement, des distances (s'il y a lieu), des angles, du parallélisme, dans le cas d'une transformation explicitement donnée :														
• *symétrie orthogonale*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *symétrie centrale*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SB
• *translation*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *rotation*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	
• *homothétie*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		→	➡	→	→	→	SB-SK
Placer :														
- Sur le cercle trigonométrique d'origine I le point M tel qu'une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OM})$ ou de l'arc $\overset{\frown}{IM}$ soit donnée :														
• *cette mesure étant prise parmi les suivantes : $0°; 30°; 45°; 60°; 90°; 120°; 180°$, exprimés en degrés ou en radians*	2C031-2C032	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *cette mesure appartenant à l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ (en radians) ou à l'intervalle $[0 ; 360°]$ (en degrés)*	2C033-2C034	➡	→	→	→	→	→		➡	➡		→	→	SB
• *cette mesure ayant une valeur quelconque et étant exprimés en degrés ou en radians*	2C035-2C036	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Un point M étant donné sur le cercle trigonométrique d'origine I, et x désignant une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{OI} ; \overrightarrow{OM})$ ou de l'arc $\overset{\frown}{IM}$ **placer** sur ce cercle les points associés aux mesures : $\pi + x ; \pi - x ; \frac{\pi}{2} + x ; \frac{\pi}{2} - x ; - x$	C037	⇨								⇨				

17

Thème D : Connaissance et Utilisation des théorèmes (géométrie du plan)[4]

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Théorème de Pythagore :														
- **Connaître et utiliser** le théorème de Pythagore et sa réciproque	4ème	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	➡	→	→	SG
Théorème de Thalès :														
- **Connaître et utiliser** dans une situation donnée :														
• *le théorème de Thalès relatif au triangle*	3ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	SC
• *la réciproque du théorème de Thalès appliqué au triangle*	3ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XB
• *la propriété :* $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.	3ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	CA-CB
- **Connaître et utiliser** dans une situation donnée :														
• *le théorème de Thalès (forme générale)*	D001	⇨			⇨				⇨	⇨				
• *la réciproque du théorème de Thalès (forme générale)*	D050	⇨			⇨				⇨	⇨				
- **Connaître et utiliser** la forme vectorielle de l'énoncé de Thalès : si $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{A'C'} = k\,\overrightarrow{A'B'}$														
• *théorème direct*	2D002	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *théorème réciproque dans le cas* $A = A'$	2D003	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *théorème réciproque dans le cas* $A \neq A'$	D051	⇨			⇨				⇨	⇨				
Autres configurations :														
- **Savoir** que les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle sont concourantes	4ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XA
Vecteurs :														
- **Connaître et utiliser** la relation de Chasles relative à l'addition des vecteurs	3ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XA-XB XH

[4]**Rappels des généralités du programme de seconde qui restent valables en première :**

Le calcul vectoriel ne doit pas constituer un terrain d'activités purement algébriques

Pour la résolution de problèmes de géométrie, on se limitera à l'emploi de repères orthonormaux.

La notion générale de barycentre est hors programme.

La mesure algébrique $\overline{AB}$ *, d'un vecteur* $\overrightarrow{AB}$ *, est une notation commode ; en dehors de la* ***relation de Chasles****, aucun usage de cette notion n'est au programme.*

Compléments Première :

L'objectif principal (reste) d'entraîner les élèves à résoudre des problèmes d'alignement, de concours, de parallélisme, d'orthogonalité, et à calculer des distances, des angles, des aires, des volumes.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
- **Connaître et utiliser** les liens existant entre :														
• *l'égalité vectorielle et le parallélogramme*	3ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XA
• *l'addition vectorielle et le parallélogramme*	3ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *un vecteur du plan et la translation correspondante*	2D008	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	XA
• *l'opposé d'un vecteur et la symétrie centrale*	2D009	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir utiliser** la colinéarité de deux vecteurs pour :														
• *caractériser l'alignement de trois points*	2D010	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *caractériser le parallélisme de deux droites*	2D011	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *caractériser l'appartenance d'un point à une droite*	2D012	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Etre capable de **trouver le lien** existant entre la somme de deux vecteurs et la "composée" de deux translations	D052	⇨			⇨				⇨	⇨				
Barycentres (coefficients numériques) :														
- **Savoir caractériser** vectoriellement le milieu d'un segment	2D005	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir caractériser** le centre de gravité (isobarycentre) d'un triangle ABC :														
• *par la relation :* $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$	2D006	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	SH
• *par la relation :* $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\ \overrightarrow{AM}$ *(M milieu de [BC])*	2D040	➡	→	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir caractériser** un barycentre de deux points par : $\alpha\,\overrightarrow{GA} + \beta\ \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$ $(\alpha + \beta \neq 0)$	1D101	❶							❶	❶				SB
- **Savoir étendre** cette caractérisation à un système de :														
• *trois points*	1D102	❶							❶	❶				SB-SH
• *quatre points*	1D103	❶							❶	❶				SH-XA
- **Savoir transformer** une expression du type : $\alpha\,\overrightarrow{MA} + \beta\ \overrightarrow{MB}$														
• *cas particulier* $\alpha + \beta = 0$	1D104	①							①	①				
• *cas* $\alpha + \beta \neq 0$, *avec intervention du barycentre*	1D105	❶							❶	❶				
- **Savoir traduire** un alignement en termes de barycentres	1D106	①												
- **Savoir utiliser** un barycentre pour prouver un alignement	1D107	①												
- **Savoir utiliser** un barycentre pour prouver que trois droites sont concourantes	1D108	①												
- **Faire** le lien entre l'associativité du barycentre et la moyenne d'un sous-ensemble d'éléments									①					

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Produit scalaire[5] **:**														
- Deux vecteurs $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{v}$ étant donnés, **savoir traduire** le produit scalaire $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$, par :														
• $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OH}$, *H étant ...*	**1D109**	❶							❶	❶				SC-SH
• $\Vert \vec{u} \Vert \, \Vert \vec{v} \Vert \cos \theta$, *θ étant ..*	**1D110**	❶							❶	❶				SB-SD
- Les points A, B et C appartenant à une configuration donnée, et les données étant suffisantes,														
savoir calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$	**1D111**	❶							❶	❶				SH
- **Savoir utiliser** un produit scalaire :														
• *pour démontrer une orthogonalité*	**1D112**	❶							❶	❶				XA
• *pour calculer une distance*	**1D113**	❶							❶	❶				
• *pour calculer un angle*	**1D114**	❶							❶	❶				
- **Connaître et savoir utiliser** les propriétés du produit scalaire :														
• *symétrie*	**1D115**	❶							❶	❶				
• *linéarité*	**1D116**	❶							❶	❶				
- **Savoir trouver** l'expression de la projection orthogonale d'un vecteur $\vec{V}$ sur un axe de vecteur unitaire $\vec{u}$: $(\vec{u} \cdot \vec{V}) \, \vec{u}$	**1D117**	❶								❶				
- **Savoir utiliser** la caractérisation d'une droite par $\vec{k} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$	**1D118**	❶								❶				XA
- **Savoir caractériser** les points d'un cercle par la relation $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$	**1D150**	❶												XA
- **Savoir transformer** les expressions : $MA^2 + MB^2$; $MA^2 - MB^2$; $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$; pour déterminer des lignes de niveau	**1D152**	❶												XA
Angles orientés :														
- **Connaître et savoir utiliser** l'orientation habituelle du plan.	**1D119**	①								①				XC
- Étant donné une mesure d'angle orienté, **savoir trouver** sa mesure principale	**1D120**	❶								❶				
- Le plan étant orienté et une configuration étant donnée avec suffisamment de précision														
• ***donner par lecture directe,*** *lorsque c'est possible, la mesure principale d'un angle orienté de deux vecteurs définis par la configuration*	**1D121**	❶							❶	❶				SC
• ***savoir calculer*** *la mesure principale d'un angle orienté de deux vecteurs définis par la configuration, en utilisant la relation de Chasles*	**1D122**	❶								❶				SB-SC XC

[5]La notion de forme bilinéaire symétrique est hors programme

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Triangle :														
- **Connaître et savoir utiliser** les relations :														
• $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$	**1D123**	❶								①[6]				SD
• $S = \frac{1}{2}\ bc \sin A$	**1D124**	❶								①[3]				CC-SE
• $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$	**1D125**	❶								①[3]				
- **Utiliser** un triangle rectangle pour trouver une valeur approchée des sinus, cosinus et tangente d'un angle donné dont la mesure en radians appartient à l'intervalle [0 ; π/2]. **Lier** la mesure des angles aux relations trigonométriques dans le triangle rectangle	2C029	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Lier** la mesure en radians d'un arc de cercle de rayon *R* à sa longueur	2D026	➡	→	→	→	→	→		→	➡	→	→	→	
- **Passer** d'une mesure en radians à la mesure en degrés du même angle, et réciproquement	2D027	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Connaître et utiliser**, dans le triangle rectangle, les relations entre les longueurs de deux côtés et :														
• *le cosinus d'un angle*	4ème	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CC
• *le sinus d'un angle*	3ème	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *la tangente d'un angle*	3ème	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *les relations trigonométriques (en général)*	2D041	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	SD
- **Déterminer** la mesure principale d'un angle orienté dont on connaît une mesure	2D028	➡	→	→	→	→	→		→	➡	→	→	→	
- **Connaître** les valeurs des cosinus et du sinus des angles remarquables (0° ; 30° ; 45° ; 60° ; 90° ; 120° ; 180°) (degrés ou radians). Savoir utiliser ces valeurs	2D029	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Connaître et utiliser** les formules :														
• $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	2D030	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	SH
• $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$	2D031	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir donner** le sinus et le cosinus d'un angle orienté	**1D126**	❶							❶	❶				
- **Savoir résoudre** une équation du type cos $x = a$ ou sin $x = a$ (angles orientés)	**1D127**	❶								❶				SC-SH
- **Connaître et savoir utiliser** :														
• *les formules d'addition pour sin et cos*	**1D128**	❶								❶				SB-SC
• *les formules de duplication*	**1D129**	❶								❶				SH

[6] Sections F1, F4, F9 et F10

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
Transformations :														
- **Connaître et utiliser**, dans une argumentation														
- Les effets des transformations du programme sur l'alignement, les distances, les angles, le parallélisme[7], dans le cas d'une transformation explicitement donnée :														
• *réflexion (symétrie orthogonale)*	3ème	➡	→	→	➡	→	→			→	→	→	→	
• *symétrie centrale*	3ème	➡	→	→	➡	→	→			→	→	→	→	SB
• *translation*	3ème	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	XA
• *rotation*	3ème	➡	→	→	➡	→	→			→	→	→	→	SB-XC
• *homothétie*	2D017	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	SC-SK
- Les propriétés des configurations élémentaires (étudiées au collège) laissées invariantes par une des transformations étudiées au collège	2D018	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
- Les propriétés de la configuration formée par une droite et un cercle (dans les différents cas de figure)	2D019	➡	→	→	➡	→	→		→	→	→	→	→	
- L'ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite	2D020	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
- L'ensemble des points équidistants de deux droites parallèles	2D021	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
- L'ensemble des points équidistants de deux droites concourantes	2D022	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
A propos de **l'homothétie**														
- **Connaître et utiliser** les relations :														
• $\overrightarrow{M'N'} = k\,\overrightarrow{MN}$	2D023	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
• $M'N' = \mid k \mid \; MN$	2D024	➡	→	→	➡	→	→		➡	→	→	→	→	
- **Connaître et utiliser** le langage concernant les homothéties	2D025	➡	→	→	➡	→	→		→	→	→	→	→	XA
- L'influence d'une translation et d'une homothétie sur un barycentre									❶					
- **Savoir traduire** une rotation de centre O et d'angle θ (orienté) par le fait que tout point M du plan a pour image un point M' tel que : $\lVert\overrightarrow{0M}\rVert = \lVert\overrightarrow{0M'}\rVert$ et $(\overrightarrow{0M}; \overrightarrow{0M'}) = \theta$	**1D130**	❶												XC
- **Savoir et savoir utiliser** le fait que, dans ces conditions, un couple de points distincts A et B a pour image un couple de points A' et B' tels que : $(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{A'B'}) = \theta$	**1D131**	❶												XC

[7]En première, ajouter le cercle.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L op.	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
- **Connaître et utiliser**, dans une argumentation : - La nature et les propriétés de la composée de :														
• *deux translations*	1D132	❶												
• *deux rotations de même centre*	1D133	❶												
• *deux homothéties de même centre*	1D134	❶												SC
• *deux réflexions*	1D135	❶												SB
- La nature et les propriétés de la composée de la transformation réciproque :														
• *d'une translation*	1D136	❶												
• *d'une réflexion*	1D137	❶												
• *d'une rotation*	1D138	❶												
• *d'une homothétie* (utilisation possible du symbole f^{-1})	1D139	❶												
- Dans les cas ci-dessus, **connaître et savoir utiliser** la conservation du contact :														
• *d'une droite et d'un cercle*	1D140	❶												
• *de deux cercles*	1D141	❶												
- **Connaître et savoir utiliser**, les effets des transformations du programme sur les angles orientés	1D142	❶												

Thème Y : Géométrie dans le plan muni d'un repère[8]

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2
Droite munie d'un repère $(O, \vec{i})$ **:**													
- Une droite munie d'un repère $(O ; \vec{i})$ ainsi que les abscisses de deux points A et B de cette droite étant donnés :													
• ***calculer*** *la distance AB*	5ème	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→
• ***savoir lire et calculer*** *une mesure algébrique* $\overline{AB}$	2Y001	➡	→	→	→	→	→		→	➡	→	→	→
- **Lire** la nouvelle abscisse d'un point de la droite si on passe d'un repère $(O, \vec{i})$ à un repère $(O', \vec{i})$ ou $(O', -\vec{i})$	Y002	⇨						⇨		⇨			
- **Lire** la nouvelle abscisse d'un point de la droite si on passe d'un repère $(O, \vec{i})$ à un repère $(O, \lambda\vec{i})$, avec λ positif ou avec $\lambda = -1$	Y003	⇨						⇨		⇨			
- Un point A appartenant à une droite munie d'un repère et un vecteur $\vec{v}$ étant donnés, **calculer** l'abscisse du point B tel que : $\overrightarrow{AB} = \vec{v}$	2Y004	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→
Plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ **:**													
- Dans le plan muni d'un tel repère :													
• ***placer*** *le point M tel que :* $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$	2Y005	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
• ***représenter*** *un vecteur* $\vec{v}$ *de coordonnées* (x, y) *(ou tel que* $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$ *)*	2Y006	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
- Un point A du plan étant donné, et un point B étant défini par une relation du type : $\overrightarrow{AB} = x\vec{i} + y\vec{j}$													
• ***placer*** *le point B*	2Y007	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
• ***calculer*** *les coordonnées du point B*	2Y050	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
- **Savoir relier** l'égalité vectorielle à l'égalité des coordonnées	2Y008	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
- Connaissant les coordonnées des points A et B, **calculer** :													
• *les coordonnées du milieu du segment [AB]*	3ème	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→
• *la distance AB (repère orthonormal)*	3ème	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→

[8]**Rappels des généralités du programme de Seconde qui restent valables en Première :**
Pour la résolution de problèmes de géométrie, on se limitera à l'emploi de repères orthonormaux.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
• *les coordonnées du vecteur* $\overrightarrow{AB}$	2Y009	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→	
• *les coordonnées d'un point M tel que* $\overrightarrow{AM} = k\ \overrightarrow{AB}$ *(k étant un nombre donné)*	2Y010	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→	
- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ étant donnés par leurs coordonnées, **savoir calculer** les coordonnées des vecteurs :														
• $\vec{u} + \vec{v}$	2Y011	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→	
• $\vec{u} - \vec{v}$	2Y012	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→	
• $\lambda\ \vec{u}$, *λ étant un nombre donné*	2Y013	➡	→	→	→	→	→	⇨	➡	➡	→	→	→	
- Un vecteur $\vec{u}$ étant donné par ses coordonnées dans un repère orthonormal :														
• ***savoir calculer*** *les coordonnées d'un vecteur orthogonal à* $\vec{u}$	2Y014	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
• ***savoir calculer*** *la norme de* $\vec{u}$. ($\Vert \vec{u} \Vert$)	2Y015	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
- Connaissant leurs coordonnées dans un repère (orthonormal si nécessaire), **savoir décider** si deux vecteurs donnés :														
• *sont colinéaires*	2Y016	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
• *définissent une base*	2Y017	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
• *sont orthogonaux*	2Y018	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
• *définissent une base orthonormale*	2Y019	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
- Les points A, B et C étant donnés par leurs coordonnées, **savoir décider** si ces points sont ou non alignés, en étudiant la colinéarité éventuelle des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$	2Y020	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
Droites dans le plan muni d'un repère :														
- **Savoir** que deux points de même abscisse sont sur une parallèle à l'axe des ordonnées et que deux points de même ordonnée sont sur une parallèle à l'axe des abscisses (et réciproquement)	2Y021	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
- Dans un tel plan, **tracer** une droite définie par :														
• *son coefficient directeur et un point*	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	SA
• *un vecteur directeur et un point*	2Y022	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
• *une équation de la forme* $y = ax + b$	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
• *une équation de la forme* $ax + by + c = 0$	2Y023	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
- **Déterminer** une équation d'une droite définie par :														
• *deux points*	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	CD
• *son coefficient directeur et un point*	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
• *un vecteur directeur et un point*	2Y024	➡	→	→	➡	→	→	➡		➡	→	→	→	SE
• *un vecteur orthogonal et un point (repère orthonormal)*	3ème	➡	→	→	➡	→	→	➡		➡	→	→	→	

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
- **Savoir passer** d'une équation donnée d'une droite du plan à une autre équation (par exemple, si cela est possible, de la forme : $ax + by + c = 0$ à la forme $y = ax + b$)	2Y026	➡	➡		➡	➡	➡	➡		➡	➡			
- **Savoir passer** du coefficient directeur d'une droite à un vecteur directeur de cette droite, et réciproquement	2Y027	➡	→	→	→	→	→	➡		➡	→	→	→	
- Une équation d'une droite étant donnée **déterminer** :														
• *un vecteur directeur de cette droite*	2Y028	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	➡	→	→	
• *si un point défini par ses coordonnées appartient ou non à la droite*	2Y029	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
• *une équation de la droite parallèle à cette droite, passant par un point donné*	2Y030	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
• *une équation de la droite perpendiculaire à cette droite passant par un points donné*	2Y031	➡	➡	→	➡	→	→	➡		➡	→	→	→	
• *un vecteur normal (directement)*	**1Y101**	❶	❶		❶				❶	❶				
• *son coefficient directeur ou sa pente*		➡		→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	CA-CB SA
- Deux droites étant données par leurs équations :														
• ***déterminer** leurs positions relatives*	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	SG
• ***déterminer** les coordonnées de leur point d'intersection s'il existe :*														
- de façon exacte, par le calcul	2Y033	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
- de façon approchée en utilisant une représentation graphique	2Y034	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
- Deux points A et B étant donnés par leurs coordonnées : **trouver** les coordonnées de l'image d'un point de coordonnées données par la réflexion par rapport à l'un des axes de coordonnées ou par rapport à une droite parallèle à l'un de ces axes.	2Y035	➡	→	→	➡	➡	➡	➡		➡	→	→	→	
Cercle :														
- **Savoir calculer** une équation d'un cercle de centre et de rayon donné	**1Y102**	❶							❶	❶				SD-XB
- Une équation d'un cercle étant donnée, **savoir trouver** son centre et son rayon	**1Y103**	❶								①				XB-SD
Produit scalaire :														
- **Savoir calculer** le produit scalaire de deux vecteurs donnés par leurs coordonnées dans un repère orthonormal	**1Y104**	❶							❶	❶				SB
- **Savoir choisir** un repère orthonormal adapté au problème posé	**1Y105**	①												XC

Tableau des capacités

Thème E : Géométrie de l'espace[9]

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
Savoir utiliser dans des situations simples concernant des solides :														
- Les propriétés usuelles du parallélisme :														
• *de deux droites*	2E001	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CB
• *de deux plans*	E020	⇨							➡	⇨				
• *d'une droite et d'un plan*	2E002	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CB
- Les propriétés usuelles de l'orthogonalité :														
• *de deux droites*	2E003	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *d'une droite et d'un plan*	2E004	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- Le **théorème de Pythagore** pour des calculs de longueurs :														
• *diagonale d'un parallélépipède rectangle*	3ème	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CE
• *rayon d'une section plane d'une sphère*	3ème	➡	→	→	→	→	→		→	➡	→	→	→	
• *hauteur d'une pyramide régulière*	3ème	➡	→	→	→	→	→		→	➡	→	→	→	
• *dans des situations moins standard où il convient de mettre en évidence un triangle rectangle*	E017	⇨								⇨				SB
- **Les relations trigonométriques** dans le triangle rectangle pour des calculs de longueurs	2E005	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Le théorème de Thalès** pour des calculs de longueurs :														
• *cas où l'on peut se ramener au cas du triangle*	2E006	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CA
• *cas général pouvant mettre en jeu une projection d'une droite sur un plan selon une direction donnée*	2E007	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
Connaître et savoir utiliser, pour décrire une configuration de l'espace :														
• *la notion de projection (orthogonale ou non) sur un plan suivant une direction donnée (et le langage correspondant)*	2E008	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *la notion de plan médiateur*	2E009	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir déterminer** un plan par trois points, deux droites parallèles ou sécantes, une droite et un point	2E010	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	
- **Savoir reconnaitre** un plan ainsi défini	2E011	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	

[9] Les notions de représentation paramétrique d'une droite et d'équation cartésienne d'un plan étaient hors programme lors de l'enquête. Actuellement, remarquons que l'équation cartésienne d'un plan figure dans le programme de l'option de la série ES, et dans celle-ci seulement.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Dans le cas des diverses configurations du programme, **savoir effectuer** une représentation en perspective (cavalière) avec ponctuation.	E101	➡	➡	→	➡	→	→			➡[10]	→	→	→	SK
Dans le cas des solides usuels étudiés au collège (et en seconde), **savoir identifier :**														
• *l'intersection de deux plans donnés*	E012	⇨							➡	⇨				SB-SH XB
• *l'intersection d'une droite et d'un plan*	2E013	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	SB-SH SG-XB
Dans les cas simples :														
• ***savoir décrire** l'intersection d'un de ces solides par un plan donné*	E014	⇨							➡	⇨				CA-SB
• ***savoir construire** une représentation de l'intersection d'un de ces solides par un plan donné*	2E015	➡	→	→	→	→	→		➡	➡	→	→	→	CA-CD SH
- **Savoir utiliser** dans le cas de configuration de l'espace les propriétés et calculs relatifs aux vecteurs (cf. thème D) qui y sont transposables - sauf produit scalaire et barycentre	**1E102**	❶							❶	❶				SK
- **Savoir utiliser** le barycentre dans l'espace	**1E103**	❶							❶					
- **Savoir exprimer** et utiliser le produit scalaire de deux vecteurs	**1E104**								❶	①				
- **Connaître** les propriétés élémentaires du produit vectoriel	**1E105**									①[2]				
- **Savoir utiliser** les relations vectorielles pour caractériser (ou reconnaître) :														
• *l'appartenance d'un point à un plan*	**1E106**	❶							❶					SB
• *le parallélisme d'une droite et d'un plan*	**1E107**	❶												
• *le parallélisme de deux plans*	**1E108**	❶							❶					
Géométrie analytique dans l'espace :														
- **Savoir utiliser,** dans le cas de l'espace muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les techniques de calcul qui y sont transposables (cf. thème Y), sauf produit scalaire et barycentre	**1E109**	❶							❶	❶				SB-SC SD
- **Savoir calculer** la distance de deux points ou la norme d'un vecteur	**1E110**	❶							❶	❶				SB
- **Connaître et savoir utiliser** la condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs	**1E111**	❶							❶	❶				SB
- **Savoir calculer** le produit scalaire de deux vecteurs donnés par leurs coordonnées	**1E112**								❶	❶				SB
- **Savoir calculer** le produit vectoriel de deux vecteurs donnés par leurs coordonnées	**1E113**									①[11]				
- **Savoir écrire** l'équation d'un plan									❶					

[10] Avec une insistance particulière en séries F1 - F4 - F9 et F10 .
[11] Séries F1, F2, F3, F4, F9 et F10 (en liaison avec la mécanique)

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
- **Interpréter** géométriquement un système de trois équations à trois inconnues comme intersection de plans									❶					
Mesure des aires et des volumes (plan et espace) : - **Connaître et utiliser** les formules donnant :														
• *la longueur d'un cercle de rayon R*	6ème	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	→	
• *l'aire d'un disque de rayon R*	5ème	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	→	
• *l'aire d'un rectangle, d'un triangle*	5ème	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	➡	→	→	
A propos des configurations de l'espace, **connaître et utiliser** les formules donnant la mesure du volumes des solides suivants :														
• *parallélépipède rectangle*	6ème	➡	➡	→	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	→	CE
• *prisme droit*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *cylindre de révolution*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *pyramide régulière*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *cône de révolution*	5ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	SB
Utiliser les formules d'aires et de volumes (formules fournies) :														
• *aire de la sphère*	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
• *volume de la boule*	4ème	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	
Organiser et conduire des calculs d'aires et de volumes concernant les solides évoqués ci-dessus	2E018	➡	➡	→	➡	→	→		➡	➡	→	→	→	CA-CB CF-SB

Une usine produit des réfrigérateurs et des machines à laver.

La phase finale de fabrication utilise deux ateliers :

un atelier de montage qui peut fournir, au maximum, **250** heures de travail par jour,

un atelier de peinture qui peut fournir, au maximum, **60** heures de travail par jour.

Les temps de montage et de peinture sont donnés dans le tableau suivant :

	Réfrigérateur	Machine à laver
Temps de montage (en heures)	**2,0**	**2,5**
Temps de peinture (en heures)	**0,6**	**0,4**

Par la suite, vous noterez x le nombre de réfrigérateurs et y le nombre de machines à laver.

a) Un certain jour, **l'atelier de montage a travaillé 240 heures,**
tandis que **l'atelier de peinture a travaillé 51 heures.**
Sachant qu'il n'y a pas eu de temps perdu,
combien de réfrigérateurs et combien de machines à laver ont été achevés ce jour-là ?

Calculs mise en équation

$\begin{cases} 2{,}0x + 2{,}5y = 240 \\ 0{,}6x + 0{,}4y = 51 \end{cases} \iff \begin{cases} 6x + 7{,}5y = 720 \ (1) \\ 6x + 4y = 510 \ (2) \end{cases}$ (1)-(2) : $y = 60$, $x = 45$ 24 1 25 1

Réponse 45 réfrigérateurs et 60 machines à laver en 240 et 51 heures. 26 1

30

b) Un autre jour, la direction de l'usine souhaite que **80** machines à laver soient achevées dans la journée.
Est-ce réalisable, et si oui, quel est le nombre maximum de réfrigérateurs qu'il sera possible d'achever ce jour-là?

80 machines à laver mobilisent 200 heures en montage et 32 heures en peinture 27 1

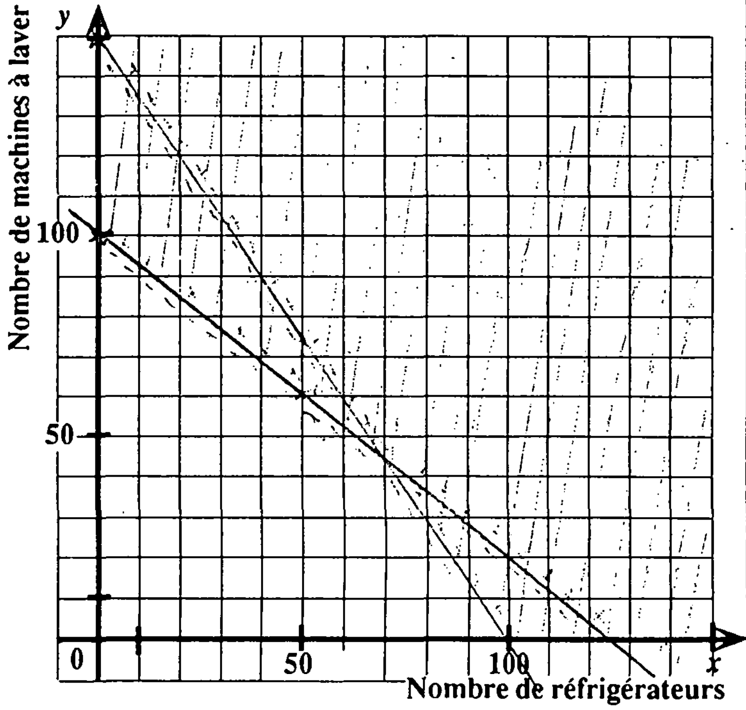
Il reste donc 50 heures de montage et 28 heures en peinture pour les réfrigérateurs 28 1

Donc il est possible de faire au maximum 25 réfrigérateurs ce jour-là

c) **Ecrire un système d'inéquations traduisant les limitations, imposées par l'énoncé, aux valeurs possibles de x et de y.** 29 1

$2x + 2{,}5y \leq 250$

$0{,}6x + 0{,}4y \leq 60$



d) **Représenter graphiquement l'ensemble de toutes les valeurs possibles pour les couples (x ; y)** * **correspondant au nombre de réfrigérateurs et au nombre de machines à laver qu'il est possible d'achever au cours d'une même journée.** → 30 1 31 1 32 1

* la partie du plan non hachurée est solution

Tableau des capacités

NOMBRES ET ALGÈBRE

Thème N : Connaissance des nombres - Calcul numérique[12]

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Ensembles de nombres, symboles :														
- **Connaître** les notations désignant les ensembles de nombres : $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$	N050	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
- **Savoir décider** de l'appartenance d'un nombre donné à un ou plusieurs de ces ensembles	N051	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Connaître** la signification des symboles $\in$; $\subset$; $\cup$; $\cap$	N052	➡	➡		➡	➡	➡			➡	➡			
- **Connaître** les notations des divers types d'intervalles de $\mathbb{R}$:														
• *]a ; b[;] a ; b] ; [a ; b[;]-a ; b]*	2N001	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *[a ; +∞[;]-∞ ; a] ;]a ; +∞[;]-∞ ; a[*	2N002	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Savoir utiliser** les divers symboles précédents pour écrire des énoncés portant sur des nombres et des ensembles de nombres et mettant en jeu :														
• *des appartenances ou des inclusions*	N053	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			
• *des réunions ou des intersections*	N054	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			
Opérations portant sur des nombres écrits sous forme fractionnaire :														
- **Savoir faire** les calculs de base exigibles en quatrième (ne suppose pas la nécessité de procéder à des réductions de fractions au même dénominateur, ni même l'obligation de donner les résultats sous forme de fractions irréductibles)	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Savoir organiser** des calculs portant sur des écritures fractionnaires et combinant des sommes, produits, quotients	2N009	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA
Opérations sur les radicaux :														

[12] Pour les programmes de 1991, sauf en ce qui concerne les nombres complexes du programme de 1ère F, il n'y a pas, de nouveautés dans ce thème. Toutefois l'étude des suites offre des perspectives nouvelles dans l'exploration du domaine numérique (voir thème F). Dans le programme de la série ES, en 1993, une importance particulière est apportée à **l'information chiffrée**.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
- **Savoir organiser** des càlculs portant sur des nombres (fixés), dont l'écriture comporte des radicaux, des indication précises étant données sur la forme attendue des résultats (en particulier, rendre rationnel le dénominateur) exemples : $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$; $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2}$	2N011	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	→	→	→	
- Réduction d'expression plus complexes du type : $\sqrt{3+\sqrt{2}}$ ou $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$	N054	❶			❶	❶				❶				
Opérations sur les puissances :														
- **Utiliser**, pour transformer des écritures de nombres : (simplifier, mais aussi reconnaître l'identité de deux nombres), les formules : $(ab)^m = a^m b^m$; $a^m a^n = a^{m+n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$ [13] où m et n sont des entiers relatifs.	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Calculs mettant en jeu des puissances de 10 :														
- **Simplifier ou transformer** des expressions comportant des puissances de 10	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA
- **Passer** de l'écriture scientifique d'un nombre donné à une autre écriture et réciproquement	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA
- **Évaluer** un ordre de grandeur	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Inégalités et ordre :														
- **Savoir transformer** une inégalité donnée entre deux nombres positifs:														
• *en une inégalité entre les carrés ou les racines carrées de ces nombres*	2N017	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CB
• *en une inégalité entre les inverses de ces nombres*	2N018	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA-CB
- **Savoir et utiliser** le fait que deux nombres relatifs de la forme ab et ac sont:														
• *dans le même ordre que b et c si a est strictement positif*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *dans l'ordre inverse si a est strictement négatif*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- Pour un nombre positif quelconque a, **connaître** la position relative de a et a^2 selon que : $a \geq 1$ ou $0 \leq a \leq 1$	2N019	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA

[13] La formule $(a^m)^n = a^{mn}$ n'apparaît qu'à partir de la classe de Seconde dans les programmes.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
- Pour un nombre positif quelconque a, **connaître** la position relative de a et a^2 selon que : $a \geq 1$ ou $0 \leq a \leq 1$	2N019	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CA
Inégalités, encadrements et intervalles de ℝ :														
- **Savoir passer** d'une inégalité du type : $a \leq x \leq b$ à l'appartenance à un intervalle: $x \in [a ; b]$, et réciproquement. De même pour les divers types d'intervalles et d'encadrements (voir 2N004-005)	2N020	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- Un encadrement d'un nombre x étant donné, en déduire un encadrement :														
• *de l'opposé de x*	2N021	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CB
• *de l'inverse de x*	2N022	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	CB
• *de* $\sqrt{x}$ *(x positif)*	2N023	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	CB
- Des encadrements de deux nombres x et de y étant donnés, en déduire un encadrement :														
• *de la somme* $x + y$	2N024	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *de la différence* $x - y$	N025	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	
• *du produit xy. (x et y positifs)*	2N026	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Approximations :														
- **Connaître et savoir utiliser** les notions de troncature et d'arrondi	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- Étant donnés un entier relatif p et un nombre positif k, et a étant un nombre donné sous forme simple (par exemple d'une écriture décimale tronquée) :														
• ***écrire (et reconnaître)*** *une approximation de a (ou valeur approchée) à la précision* $k10^{-p}$	6N501	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• ***écrire (et reconnaître)*** *une approximation* ***décimale*** *par défaut ou par excès de a (ou valeur approchée) à la précision* $k10^{-p}$	2N028	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• ***écrire (et reconnaître) un encadrement*** *de a (ou valeur approchée) d'amplitude* $2k10^{-p}$	4N221	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Valeurs absolues :														
- **Connaître** la notion de valeur absolue et pouvoir **identifier** $\lvert x \rvert$ et $d(0 ; x)$; $\lvert b - a \rvert$ et $d(a ; b)$ (distance dans ℝ)	2N049	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Simplifier** des expressions numériques comportant des valeurs absolues	2N029	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
• ***transformer*** *des inégalités du type :* $\mid x - a \mid \leq b$, *(Resp: <) en encadrements du type :* $a - b \leq x \leq a + b$ *et en écritures du type:* $x \in [a - b ; a + b]$ *(Resp:] ... [)*	2N030	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• ***transformer*** *des inégalités du type :* $\mid x - a \mid \geq b$, *(Resp: >) en systèmes d'inégalités du type:* $x \geq a + b$; $x \leq a - b$, *(resp...) et en écritures du type :* $x \in]-\infty ; a - b] \cup [a + b ; +\infty[$	N060	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	
• ***connaître et utiliser*** *l'inégalité triangulaire :* $\mid a + b \mid \leq \mid a \mid + \mid b \mid$ *(par exemple pour trouver un majorant de* $\mid a + b \mid$ *connaissant des majorants de* $\mid a \mid$ *et de* $\mid b \mid$*)*	2N031	➡	➡		➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Pourcentages :														
• ***appliquer*** *un pourcentage*		➡	➡	➡	➡	➡		➡		➡	➡	➡	➡	
• ***calculer*** *un pourcentage*		➡	➡	➡	➡	➡		➡		➡	➡	➡	➡	
• ***exprimer*** *en pourcentage une augmentation ou une baisse*		❶						❶						
• ***formuler*** *une variation en termes d'indice*								❶						
• ***calculer*** *un pourcentage de pourcentage*								❶						
• ***additionner et comparer*** *des pourcentages relatifs à un même ensemble de référence*								❶						
• ***comparer*** *des pourcentages sur deux ensembles de référence distincts*								❶						
• ***lire*** *des graphiques illustrant des données absolues, des pourcentages*								❶						
Moyennes :														
• ***calculer*** *une moyenne arithmétique*		⇨						⇨						
• ***calculer*** *la variation d'une moyenne quand on ajoute un élément*								❶						
• ***décrire*** *l'évolution d'une moyenne arithmétique*								❶						
• ***comparer*** *des moyennes sur un ensemble et sur une partie de cet ensemble*								❶						
• ***calculer*** *une moyenne géométrique*		⇨						⇨						
Nombres complexes : - Un plan muni d'un système d'axes de coordonnées étant donné														
• ***savoir associer*** *l'écriture a + bi (ou a + bj) au point de coordonnées (a , b)*	1N101							❶						SD
• ***savoir associer*** *l'écriture* $\rho(\cos\theta + i \sin\theta)$ *au point correspondant*	1N102							❶						

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
• ***savoir associer*** *l'écriture ρ(cosθ + i sinθ) au point correspondant*	1N102							❶						
• ***savoir associer*** *à cette représentation les expressions "affixe d'un point", "affixe d'un vecteur"*	1N103							❶						SD
- Des nombres complexes étant donnés sous la forme $a + bi$, savoir :														
• *les* ***additionner***	1N105									❶				SD
• *les* ***multiplier***	1N106									❶				SD
- Un nombre complexe étant donné sous la forme $a + bi$, savoir :														
• ***écrire*** *son conjugué*	1N107									❶				SD
• ***calculer*** *son module et un argument et l'écrire sous forme trigonométrique*	1N108									❶				
- Des nombres complexes étant donnés sous la forme ρ(cosθ + isinθ), savoir :														
• *les* ***additionner***	1N109									❶				
• *les* ***multiplier***	1N110									❶				

Tableau des capacités

Thème A : Calcul littéral - Algèbre[14]

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
Transformations d'écritures :														
- **Transformer** des expressions littérales comportant des expressions fractionnaires et/ou des puissances d'exposant entier relatif. La forme attendue étant spécifiée	2A001	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	
- **Développer** et réduire des expressions littérales :														
• *sommes et produits de polynômes à une indéterminée conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 2*	3ème	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	CB
• *sommes et produits de polynômes à une indéterminée conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 3*	2A003	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	CA-SK
• *sommes et produits de polynômes à deux indéterminées conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 3*	2A004	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	
- **Factoriser** des expressions littérales à une seule indéterminée :														
- conduisant à un produit de deux polynômes du premier degré :														
• *en utilisant directement les identités remarquables :*														
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	3ème	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	CA-CB
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	3ème	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	3ème	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	
• *sans qu'il soit possible d'utiliser les identités remarquables, les indications nécessaires étant données si le facteur commun n'est pas apparent*	2A005	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	
- conduisant à un produit de trois monômes du premier degré :														
• *en utilisant directement les identités remarquables*	2A006	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	CB-SG
• *sans qu'il soit possible d'utiliser les identités remarquables, les indications nécessaires étant données si le facteur commun n'est pas apparent*	2A007	→	→	→	→	→	→	→		→	→	→	→	CB

36

[14] L'accent doit être mis sur la résolution de problèmes menant à des équations et à des inéquations.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
Équations et systèmes d'équations :														
- **Résoudre** une équation du premier degré à une inconnue, à coefficients fixés	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CB
- **Résoudre** une équation à une inconnue, pouvant se ramener à une équation du type A(x) = 0, A(x) étant un produit de deux facteurs du premier degré :														
• *factorisation donnée*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CC
• *factorisation non donnée (voir factorisations)*	2A008	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CC
• *cas particulier de l'équation* $x^2 = a$	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *A(x) étant un produit de trois facteurs du premier degré*	2A009	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Résoudre** une équation du type : $\frac{ax+b}{cx+d} = 0$ où *a, b, c* et *d* sont des nombres donnés	A010	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	
- **Résoudre** une équation du type : $\frac{ax+b}{cx+d} = k$ où *a, b, c, d et k* sont des nombres donnés	A011	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨	
- **Savoir reconnaître** si un système de deux équations linéaires admet une solution unique	2A012	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Savoir reconnaître** si un système de deux équations linéaires n'admet aucun couple de nombres pour solution ou s'il admet une infinité de solutions	A050	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			
- **Résoudre** un système d'équations linéaires à coefficients fixés :														
• *deux équations à deux inconnues dans les différents cas d'existence et d'unicité des solutions*	2A013	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CF
• *trois (ou quatre) équations du premier degré à trois (ou quatre) inconnues*	A014	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨	⇨			⇨	⇨			SK
Inéquations et études du signe d'une expression :														
- **Résoudre** une inéquation du premier degré à une inconnue, à coefficients fixés, et représenter graphiquement l'ensemble des solutions sur une droite graduée	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Étudier** le signe d'un binôme du premier degré (coefficients numériques)	2A015	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CD
- **Résoudre** une inéquation à une inconnue se ramenant au produit de deux binômes du premier degré et représenter graphiquement l'ensemble des solutions sur une droite graduée	2A016	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CD-SF
• *cas particulier d'inéquations du type :* $x^2 < a$, $x^2 > a$ *où a est un nombre donné*	2A017	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Étudier** le signe :														
• *du produit de deux binômes du premier degré*	2A018	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CD-SE

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
• *du quotient de deux binômes du premier degré (coefficients numériques)*	2A019	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Résoudre** par interprétation graphique un système d'inéquations linéaires à deux inconnues												➡	➡	
Compléments classe de Première :														
- **Savoir** que, si une fonction polynôme est nulle, tous ses coefficients sont nuls	**1A101**	❶			❶	❶	❶			❶				
- Un polynôme (fonction polynôme) étant donné, ainsi qu'un nombre ***a***, **savoir reconnaître** si ***a*** est ou n'est pas racine de ce polynôme	**1A102**	❶			❶	❶	❶		❶	❶				SE-SF
- Sachant que ***a*** est une racine d'un polynôme, **savoir factoriser *(x - a)*** dans ce polynôme :														
• *cas d'un polynôme de degré 3*	**1A103**	❶			❶	❶	❶		❶	❶				SK
• *cas d'un polynôme de degré supérieur à 3*	**1A104**	❶			❶	❶	❶		❶	❶				SE-SF
- **Savoir simplifier** une fraction rationnelle	**1A105**	①												
- **Savoir simplifier** une somme de fractions rationnelles (après réduction au même dénominateur)	**1A106**	①												
Trinôme du second degré :											[15]			
- Un trinôme du second degré, **à coefficients numériques** étant donné ($ax^2 + bx + c$)														
• ***Savoir l'écrire** sous la forme canonique :* $a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$	**1A107**	❶			❶	❶	❶		❶	❶	①	①		
• ***Savoir calculer** son discriminant*	**1A108**	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶			CC
• ***Connaître** la relation existant entre le signe du discriminant et :*														
- le nombre des racines	**1A109**	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶			
- la décomposition possible en produit de facteurs du premier degré	**1A110**	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶			
• ***Savoir résoudre** l'équation :* $ax^2 + bx + c = 0$	**1A111**	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶		CC-SE
• ***Savoir,** lorsque c'est possible, **écrire** le trinôme sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré*	**1A112**	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶		SE
• ***Savoir écrire** directement, lorsqu'elles existent, la somme et le produit des racines*	**1A113**	❶								❶				
- **Faire le lien** entre la représentation graphique et l'équation ou l'inéquation du second degré								❶						

[15] Pour le programme de 1991, en section G, l'étude du trinôme et l'équation du second degré ne concernent que l'option.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
- **Rechercher** l'équation de la parabole passant par trois points								❶						
Problèmes :														
Mettre en équation et résoudre un problème simple conduisant à :														
1 - Équations à coefficients numériques :														
• *une équation du premier degré à une inconnue*	4ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CB-CC CF
• *un système d'équations du premier degré à deux inconnues*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CF
• *une inéquation du premier degré*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CF-SG
• *une inéquation produit*	3ème	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *un système d'inéquations du premier degré à une inconnue*	A025	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *un système de deux inéquations linéaires*	1A114	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *une équation du second degré à une inconnue*	1A115	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	CD-SA SF
• *une inéquation du second degré à une inconnue*		❶			❶	❶	❶	❶				❶	❶	CD-SG
2 - Équations et inéquations comportant des paramètres : (Un paramètre ne peut intervenir que si la situation le fait apparaître de façon "naturelle")														
• *une équation du premier degré à une inconnue*	1A116	①												
• *un système d'équations du premier degré à deux inconnues*	1A117	①												
• *une inéquation du premier degré*	1A118	①												
• *une inéquation-produit*	1A119	①												
• *un système d'inéquations du premier degré à une inconnue*	1A120	①												
• *un système de deux inéquations linéaires*	1A121	①												
• *une équation du second degré à une inconnue*	1A122	①												
• *une inéquation du second degré à une inconnue*	1A123	①												

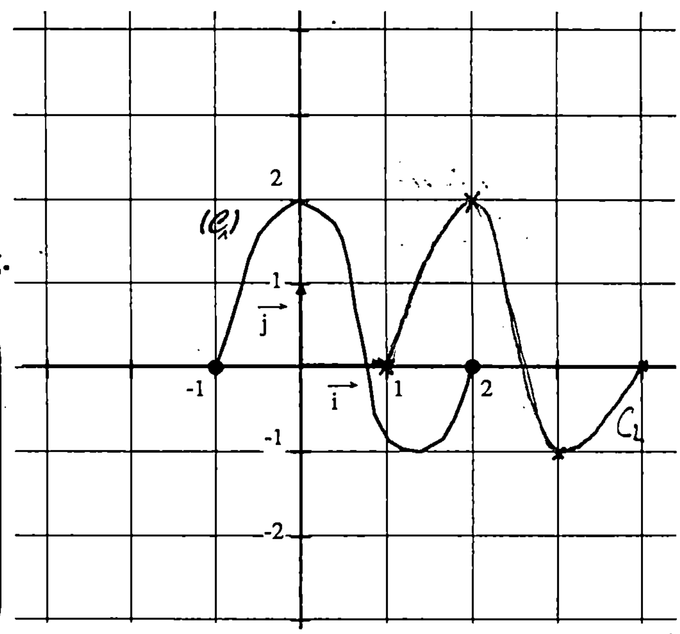
40 Dans le repère (O, $\vec{i}, \vec{j}$), on a tracé la courbe *(C)* représentative d'une fonction **f** définie sur l'intervalle [-1 ; 2].

On considère la fonction g définie, lorsque c'est possible, par :

$$g(x) = f(x - 2)$$

$(C_2) \to$ courbe de g

Tracer, dans le même repère, la représentaton graphique de la fonction g.



Quel est l'ensemble de définition de la fonction g ?

$g(0) = f(-2) \Rightarrow$ IMPOSSIBLE

$g(5) = f(3) \Rightarrow$ IMPOSSIBLE

D'après le dessin $\boxed{D_g = [1;4]}$

$\big(g(1) = f(-1) = 0$ et $g(4) = f(2) = 0 \Rightarrow -1$ et $2 \in D_f$, donc 1 et 4 $\in D_g \big)$

05 1 | 06 1 | 07 1

Tableau des capacités

FONCTIONS ET ANALYSE

Thème F : Fonctions [16]

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
Proportionnalité.... :														
- **Savoir traduire** par une fonction une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentage (Par exemple, savoir qu'une augmentation de 5% fait passer de la valeur x à la valeur $1{,}05x$)	3ème	➔	➔	➔	➔	➔	➔	➔		➔	➔	➔	➔	CB-CC CD-CE SE-SF
- **Utilisation** concrète de la proportionnalité, des pourcentages, vitesse...		➔	➔	➔	➔	➔	➔	➔		➔	➔	➔	➔	CB-CC CD-CE SG-SF
Fonctions affines... :														
- **Savoir reconnaître** si l'on est, ou non, en présence d'une situation affine, à partir de la proportionnalité des accroissements..	2F001	➔	➔	➔	➔	➔	➔	➔		➔	➔	➔	➔	

[16] **Remarques générales concernant le thème fonctions**

Rappels Seconde :

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :

- Familiariser les élèves avec la description de phénomènes continus à l'aide de fonctions.

- Acquérir une bonne maîtrise des fonctions usuelles indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant données, pour l'étude des fonctions qui s'en déduisent.

Le programme combine les études qualitatives (croissance, allure des représentations graphiques, etc...) avec les études quantitatives (majorations, recherche de maximums)

Il ne porte que sur l'étude d'exemples et se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle : on évitera tout exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre, restriction,...). Le plus souvent, l'intervalle d'étude sera indiqué lors de la définition de la fonction considérée. Dans certains exemples, l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles : ... on ne multipliera pas de tels exemples.

NB : Le mot "application" n'est à aucun moment écrit dans le programme de Seconde ; il l'est toutefois dans le programme de Troisème, dans le seul cas des "applications linéaires" et "applications affines".

Dans le programme de première :

Toute règle relative à des cas d'indétermination est hors programme ainsi que l'étude de la limite d'une fonction composée.

En dehors du contexte de la dérivation, toute recherche de limite en un point a de I (ensemble de définition) est hors programme.

A propos des limites, toute formulation systématique des énoncés de comparaison est exclue.

Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale).

On pourra exploiter quelques problèmes d'optimisation.

On s'attachera à mettre en évidence, à travers les exemples étudiés, la signification des propriétés des fonctions concernées (croissance, maximums, parité,...).

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
- **Déterminer** une fonction affine définie :														
• *par la donnée de deux nombres et de leurs images*	3ème	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *par la donnée d'un nombre et de son image ainsi que la donnée d'accroissements correspondants de la variable et de l'image*	2F002	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- Une représentation graphique d'une fonction affine étant donnée, **déterminer** cette fonction lorsqu'il est possible d'identifier, sur le graphique :														
• *les coordonnées de deux points*	2F003	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *les coordonnées d'un point ainsi que les accroissements correspondants, dans un intervalle particulier, de la variable et de l'image*	2F004	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
- **Représenter** graphiquement une fonction affine définie par :														
• *une relation du type: $x \mapsto ax+b$*	3P103	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CC- CD
• *la donnée de deux nombres et de leurs images*		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
• *la donnée d'un nombre et de son image ainsi que la donnée d'accroissements correspondants de la variable et de l'image*	3P101	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
Autres fonctions "usuelles" :														
Savoir appliquer les compétences suivantes :														
• *savoir construire un tableau de variation*	2F006													
• *préciser le comportement pour les grandes valeurs de x pour les fonctions A à E, pour les petites valeurs de x pour la fonction F*	2F007													
• *savoir représenter graphiquement la fonction dans un repère orthogonal*	2F009													
• *savoir construire un tableau de valeurs de la fonction*	F008													
• *connaître le sens de variation de la fonction sur un intervalle donné*	2F010													
aux fonctions suivantes :														
$A : x \mapsto ax+b$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
$B : x \mapsto \|x\|$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
$C : x \mapsto x^2$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
$D : x \mapsto x^3$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
$E : x \mapsto \sqrt{x}$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
$F : x \mapsto \dfrac{1}{x}$		➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
$G : x \mapsto \sin x$		1								1				

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
$F : x \mapsto \frac{1}{x}$		➡	➡	↦	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	
$G : x \mapsto \sin x$		❶								❶				
$H : x \mapsto \cos x$		❶								❶				
Fonctions se déduisant simplement des fonctions A à H présentées ci-dessus : Il s'agit de fonctions telles que : $M : x \mapsto 2x^2 + 1$ $N : x \mapsto (x-1)^2$ $P : x \mapsto \frac{2}{(x+1)}$ $Q : x \mapsto \frac{1}{(x^2+1)}$ $R : x \mapsto x(x-1)$ $T : x \mapsto \lvert x - 3 \rvert$ $U : x \mapsto \sin 2x$ *(en S et certaines F)* liste non limitative														CD
A propos de telles fonctions :														
- **Savoir utiliser** une calculatrice programmable pour remplir un tableau de valeur (approchées ou exactes) concernant des fonctions de ces types	F035	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨		
- **Savoir reconnaître** qu'une telle fonction est paire, impaire, périodique:														
• *à partir d'une représentation graphique (les informations nécessaires à la preuve étant données, ou bien encore seule une conjecture étant attendue)*	2F011	➡	➡	↦	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
• *par le calcul*	2F012	➡	➡	↦	➡	➡	➡	➡		➡	➡	↦		
- **Savoir utiliser** la parité ou la périodicité d'une fonction pour tracer sa courbe représentative	2F013	➡	➡	↦	➡	➡	➡	➡		➡	➡			SD
- **Savoir reconnaître,** dans un intervalle donné, le maximum et/ou le minimum d'une telle fonction (s'ils existent)	F031	❶			❶	❶	❶	❶		❶				
- **Savoir dresser** le tableau de variation d'une telle fonction	F032	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			CE
- **Savoir utiliser** le sens de variation d'une telle fonction (par exemple pour trouver le signe de f(x) dans un intervalle donné)	F033	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			CE
- **Représenter** graphiquement de telles fonctions en utilisant les représentations graphiques de fonctions des types A à H	F034	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨		CD
Reconnaître une fonction :														

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
• *une situation de nature physique étant donnée (2)*	2F015	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
• *une situation de nature mathématique étant donnée (portant sur les domaines numériques ou géométriques) (3)*	2F016	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡			
• *une expression algébrique simple étant donnée (4)*	2F017	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	→	→	
• *une situation de nature économique étant donnée (5)*		➡		→		→		➡				➡	➡	
Exploitation de représentations graphiques et de tableaux de variation : Pour des fonctions des types précédents (A à H **et** M à U), une formule algébrique n'étant pas nécessairement donnée														
- une représentation graphique d'une telle fonction étant donnée, l'utiliser pour :														
• *mettre en évidence l'image d'un nombre (éventuellement **lire** une valeur approchée de cette image)*	2F018	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	SG
• *mettre en évidence un antécédent (éventuellement **lire** une valeur approchée de cet antécédent)*	2F019	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	SG
• ***dresser** son tableau de variation*	F027	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨		CE-CF
- ***a*** étant un nombre donné :														
• ***déterminer**, dans un intervalle donné, l'ensemble des solutions d'une équation du type $f(x) = a$*	2F029	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CE-SG
• ***déterminer**, dans un intervalle donné, l'ensemble des solutions d'une inéquation du type $f(x) < a$ (ou $f(x) \leq a$, ...) (éventuellement, valeurs approchées pour les solutions ou les bornes des intervalles solutions)*	2F030	➡	➡	→	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡	➡	CC-CE SG
- Un tableau de variation et de valeurs particulières d'une fonction étant donnés :														
• ***décrire** les variations de cette fonction en précisant les maximums et les minimums*	F025	❶			❶	❶	❶	❶		❶		❶		CA-CF
• ***ébaucher** une représentation graphique*	F026	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨		CF
• ***préciser** le signe de la fonction dans des intervalles où elle est monotone*	F028	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			CF

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
• ***savoir reconnaître**, dans un intervalle donné, le maximum et/ou le minimum de cette fonction (s'ils existent - les informations nécessaires à la preuve étant données ou bien encore, seule une conjecture étant attendue)*	F040	❶			❶	❶	❶	❶		❶		❶		CF-SG
Langage des fonctions et symboles :														
Dans des situations correspondant à des objectifs formulés dans le cadre du thème algèbre, **utiliser** le langage des fonctions et les symboles correspondants :														
• $f = g$; λf ; $f + g$; $\lvert f \rvert$ $f \geq g$; $f \leq g$	1F101	❶			❶	❶	❶			❶	❶	❶	❶	CC-SA
• fg	1F102	❶			❶	❶	❶			❶				CD
Restriction d'une fonction :														
- **Connaître** l'expression "restriction de la fonction f à un intervalle donné" et **savoir passer** d'une fonction donnée à une de ses restrictions	1F103	❶			❶	❶	❶			❶				
Composition de fonctions :														
- f et g étant deux fonctions numériques de variable réelle explicitement données, telles que l'ensemble des images de f soit inclus dans l'ensemble de définition de g, **déterminer** la fonction $f \circ g$:														
• *f et g étant deux fonctions affines*	1F104	❶			❶	❶	❶			❶				
• *f et g des types A à H (fonctions "usuelles")*	1F105	❶			❶	❶	❶			❶				SA-SH
• *f et g étant du type des fonctions "déduites" présentées ci-dessus*	1F106	❶			❶	❶	❶			❶				SA-SH
- **Connaître et utiliser** les règles donnant le sens de variation d'une fonction composée de deux fonctions monotones	1F107	❶			❶	❶	❶			❶				SH
- **Utiliser** la notion de fonction pour traduire (modéliser) une situation, de nature mathématique ou non, donnée en termes concrets	F041	⇨	⇨		⇨	⇨	⇨	⇨		⇨	⇨			
Langage des limites[17] :											[18]			
- **Donner** un sens aux expressions : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to a} f(x)$														SA
• *dans le cas où l'on connaît la courbe représentative de f*	1F108	❶			❶	❶	❶							
• *dans le cas où l'on ne dispose que de l'expression algébrique de f(x)*	1F109	❶			❶	❶	❶							

45

[17] La formulation mathématique du concept de limite est hors programme.

[18] En série G, cette partie ne concernant que le programme optionnel.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
- **Etudier** le comportement à l'infini des fonctions du type A à F ainsi que des fonctions du type $x \mapsto ax + b + \varepsilon(x)$ quand $\varepsilon(x)$ tend vers 0 en $+\infty$ ou en $-\infty$		1			1	1	1	1		1				
- **Donner** un sens à l'expression $\lim\limits_{h \to 0} f(h)$ dans le cas où la limite est finie	1F110	1			1	1				1	1			
- **Connaître** l'équivalence des expressions : $\lim\limits_{h \to 0} f(h) = L$ et $\lim\limits_{h \to 0} \lvert f(h) - L \rvert = 0$	1F111	1			1	1				1	1			
$\lim\limits_{h \to 0} f(h) = L$ et $\lim\limits_{h \to 0} \varphi(h) = 0$ (avec $f(h) = L + \varphi(h)$)	1F112	1			1	1				1				
- **Savoir donner** les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des fonctions "usuelles"	1F114	1			1	1	1	1						SA
- **Savoir donner** les limites en $+\infty$ et $-\infty$ des fonctions déduites des fonctions "usuelles"	1F115	1			1	1	1	1						SE
- **Savoir donner** les limites en ***a*** des fonctions "usuelles", ***a*** étant un nombre quelconque et la limite étant finie ou infinie	1F116	1			1	1	1							SE
- **Savoir relier** l'existence des limites à l'infini à l'existence d'asymptotes horizontales	1F117	1			1	1	1	1						SA-SE
- **Savoir relier** l'existence de limites infinies à l'existence d'asymptotes verticales	1F118	1			1	1	1	1						SA-SE
- **Savoir utiliser** l'équivalence des expressions : $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ et $\lim\limits_{h \to 0} f(a+h) = L$	1F119	1			1	1	1	1						
$\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ et $\lim\limits_{x \to a} \lvert f(x) - L \rvert = 0$	1F120	1			1	1	1	1						
- **Savoir utiliser** le fait qu'en posant $f(x) = L + \varphi(x)$, les expressions suivantes sont équivalentes : $\lim\limits_{x \to a} f(x) = L$ et $\lim\limits_{x \to a} \varphi(x) = 0$	1F121	1			1	1	1	1						
$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = L$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \varphi(x) = 0$	1F122	1			1	1	1	1						
- Deux fonctions f et g étant données ainsi que leurs limites en un point ***a*** (ou à l'infini), **savoir donner** les limites, dans les mêmes conditions, des fonctions : • $f + g$; λf ; fg ; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$; *dans les **cas ne présentant pas d'indétermination***	1F123	1			1	1	1		1					SA
- Deux fonctions f et g étant données ainsi que leurs limites en un point ***a*** (ou à l'infini), **savoir donner** les limites, dans les mêmes conditions, des fonctions :														

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
• $f+g$; λf ; fg ; $\frac{1}{f}$; $\frac{f}{g}$; *dans les cas présentant une indétermination facile à lever (sans calculs non évidents à mettre en oeuvre), ou toutes indications étant données*	1F124	❶			❶	❶	❶		❶					SA-SD
Limites et comparaisons :														
- Les comportements relatifs de deux fonctions f et g étant connus dans un intervalle, ou à l'infini, déduire, lorsque cela est possible, un comportement limite de l'une des fonctions connaissant un comportement limite de l'autre (cas simples, sans aucun formalisme)	1F125	①			①	①	①	①						
Dérivation :											[19]			
- **Connaître** les approximations affines au voisinage de 0 des fonctions qui à h associent : $(1+h)^2$; $(1+h)^3$; $\frac{1}{1+h}$; $\sqrt{1+h}$	1F126	❶			❶	❶	❶			❶	❶			
- Ces approximations étant connues ou rappelées, **savoir leur donner** du sens, une représentation graphique étant donnée	1F127	❶			❶	❶	❶	❶		❶	❶			
Une fonction étant donnée :														
- **Savoir relier** le nombre dérivé au point a à un développement du type : $f(a+h) = f(a) + Ah + h\,\varphi((h)$ où $\lim_{h \to 0} \varphi((h) = 0$	1F128	❶			❶	❶	❶	①		❶	①			
- **Savoir relier** le nombre dérivé en un point et la limite du taux de variation de la fonction au point correspondant	1F129	❶			❶	❶	❶			❶				SG
- Dans un contexte cinématique, **savoir relier** le nombre dérivé en un instant et la vitesse instantanée (idem pour débits..)	1F130	❶			❶		❶			❶				CD
- **Savoir relier** le nombre dérivé en un point et la pente de la tangente à la courbe en ce point ; la courbe étant connue, savoir tracer cette tangente	1F131	❶	❶		❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	CE-CF SA-SE
- Connaissant le nombre dérivé en un point, **savoir déterminer** l'équation de la tangente en ce point à la courbe représentative	1F132	❶	❶		❶	❶	❶		❶	❶		①		SA

[19] En série G, cette partie ne concernant que le programme optionnel.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	L op	B	ES	ES op	F	G	STT1	STT2	
- Deux fonctions f et g étant données ainsi que leurs fonctions dérivées, en **déduire** les fonctions dérivées des fonctions :														
• $f+g$.	1F133	1	1		1	1	1	1		1	1	1		CE-SK
• λf	1F134	1	1		1	1	1	1		1	1	1		
• fg	1F135	1	1		1	1	1	1		1	1	1		
• $\frac{1}{f}$	1F136	1	1		1	1	1	1		1	1	1		SA
• $\frac{f}{g}$	1F137	1	1		1	1	1	1		1	1	1		SA
- **Connaître** les fonctions dérivées des fonctions suivantes :														
• *fonctions affines*	1F138	1	1		1	1	1	1		1		1		
• *fonctions* $x \mapsto x^n$ *(n entier relatif)*	1F139	1	1		1	1	1	1		1		1		CE-SA SK
• *fonction* $x \mapsto \sqrt{x}$	1F140	1	1		1	1	1	1		1				SG
• *fonctions* $x \mapsto sin(x)$ *et* $x \to cos(x)$	1F141	1							1	1				SD
- Connaissant la dérivée d'une fonction f, en **déduire** la fonction dérivée de la fonction : $t \mapsto f(at+b)$	1F142	1							1	1				SD
Dérivée et sens de variation :														
- **Savoir** que si la dérivée d'une fonction est nulle sur un intervalle, alors cette fonction est constante sur cet intervalle	1F143	1			1	1	1	1		1		1		
- **Savoir utiliser** la dérivée d'une fonction sur un intervalle :														
• *pour rechercher les extrema de cette fonction*	1F144	1	1		1	1	1	1		1	1	1		SC
• *pour étudier le sens de variation de cette fonction, sur cet intervalle*	1F145	1	1		1	1	1	1		1	1	1		SA-SK
- **Savoir, et savoir utiliser** le fait, que si f est dérivable sur [a ; b] et si f est strictement croissante sur [a ; b] , alors, quel que soit un élément λ de [f(a) ; f(b)], l'équation $f(x) = \lambda$ admet une solution et une seule dans [a ; b]. *(idem pour fonction décroissante)*	1F146	1			1	1	1	1		1	1	1		SK
Étude de fonctions :														
- Les fonctions des types suivants s'ajoutent aux fonctions évoquées ci-dessus. Les études peuvent faire intervenir les dérivées, mais on se souviendra qu'en ce qui concerne les fonctions composées $t \mapsto f(u(t))$, le programme se limite au cas où $u(t) = at+b$	1F147	1			1	1	1	1		[20]				

[20] Séries F2, F3 et F5 seules (1F147 à 1F150).

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L op	B	E S	E S op	F	G	S T T 1	S T T 2	
- **Étudier**, sur des exemples numériques, des fonctions des types suivants (variations, courbes représentatives, limites...) :														
• $x \mapsto ax^2 + bx + c$	**1F148**	❶	①		❶	❶	❶	❶		❶	①	①		SE
• $x \mapsto x + \dfrac{a}{x}$	**1F149**	❶	①		❶	❶	❶	❶		❶	①	①		SE
• $x \mapsto \dfrac{ax + b}{cx + d}$	**1F150**	❶	①		❶	❶	❶	❶		❶	①	①		SA-SE
• $x \mapsto \sqrt{ax + b}$	**1F151**	❶	①		❶	❶	❶	❶		❶	①			
• $t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)$	**1F152**	❶								❶				
- La représentation graphique d'une fonction f étant donnée, en **déduire** les représentations graphiques de fonctions telles que :														
• $f + \lambda$	**1F153**	①			①	①	①	❶		①				CC-CD
• λf	**1F154**	①			①	①	①	❶		①				
• $f(x+ \lambda)$	**1F155**	①			①	①	①	❶		①				SH
• $\|f\|$	**1F156**	①			①	①	①			①				SA
- Les représentations graphiques des fonctions f et g étant données, en **déduire** des représentations graphiques des fonctions :														
• $f + g$	**1F157**	①			①	①	①	❶						
• fg	**1F158**							❶						
Utilisation de graphiques :														
- **Utiliser** une représentation graphique pour trouver une valeur approchée des solutions ou pour représenter la ou les solutions :														
• *d'une équation du premier degré*	2A020	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡		
• *une inéquation du premier degré à une inconnue*	2A022	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡		
• *un système de deux inéquations du premier degré à une inconnue*	2A023	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡		
• *d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues (coefficients fixés)*	2A021	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡		
• *un système de deux inéquations linéaires (coefficients numériques)*	A030	➡	➡	➡	➡	➡	➡	➡		➡	➡	➡		
- Étant donné la courbe représentative d'une fonction, **savoir lire** certaines propriétés de cette fonction								❶				❶	❶	
- Étant donné une fonction f et sa représentation graphique, **utiliser** cette représentation pour étudier :														
• *une équation du type : $f(x) = \lambda$*	**1F159**	①	①		①	①	①	❶		①	①	❶		

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
• *une inéquation du type : $f(x) \leq \lambda$*	1F160	①	①		①	①	①	❶		①	①	❶		
- Étant donné deux fonctions f et g et leurs représentations graphiques, **utiliser** cette représentation pour étudier :														
• *une équation du type : $f(x) = g(x)$*	1F161	①	①		①	①	①	①		①	①			
• *une inéquation du type $f(x) \leq g(x)$*	1F162	①	①		①	①	①	①		①	①			
Suites[21] :														
- f étant une fonction définie sur $\mathbb{R}^+$, **savoir** lui **associer** la suite : $(u_n = f(n)\ ;\ n \in \mathbb{N})$	1F163	❶	❶		❶				❶					SA-SK
- Une telle suite étant donnée, **savoir** lui **associer** une représentation graphique	1F164	❶	①		❶				❶					
- Une suite $(u_n = f(n)\ ;\ n \in \mathbb{N})$ étant donnée, **savoir écrire** : u_{n+p} (p fixé) ou u_{kn} (k fixé), en fonction de n	1F165	❶			❶				①					
- f étant une fonction, définie dans un ensemble suffisant, **savoir écrire** ou reconnaître les premiers termes d'une suite définie par u_0 et une relation du type : $u_{n+1} = f(u_n)$	1F166	❶	❶		❶				❶					SA
- Étant donné une situation susceptible d'être traduite par une suite, **savoir la décrire** et l'écrire sous une telle forme :														
• *cas d'une suite arithmétique*	1F167	①	①		①		①		①		①	①		
• *cas d'une suite géométrique*	1F168	①	①		①		①		①		①	①		CB
• *cas quelconque*	1F169	①	①		①		①		①					SG
- Étant donné les nombres $\mathbf{u_0}$ et $\boldsymbol{a}$, **savoir calculer** :														
• *les premiers termes*	1F170	❶	❶		❶		❶	❶			❶	❶		
• *le terme général*	1F171	❶	❶		❶		❶	❶			❶	❶		SF
d'une suite arithmétique de valeur initiale $\mathbf{u_0}$ et de raison $\boldsymbol{a}$														
- **Savoir utiliser** les propriétés des suites arithmétiques pour calculer $\mathbf{u_0}$, $\boldsymbol{a}$, ou $\mathbf{u_n}$, à partir de certains de ses éléments	1F172	①	①		①		①	❶			①			CA-CD CE
- Étant donné les nombres $\mathbf{u_0}$ et $\boldsymbol{b}$, **savoir calculer** :														
• *les premiers termes*	1F173	❶	❶		❶		❶	❶			❶	❶		CB-CD

[21] *Dans tous les cas, le programme ne porte que sur l'étude d'exemples, il se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel ; on remarquera brièvement que les résultats s'étendent sans changement au cas des suites définies à partir d'un certain rang. L'étude des opérations sur les suites est hors programme.*

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	L op	B	ES	ES op	F	G	STT1	STT2	
• *le terme général* d'une suite géométrique de valeur initiale $\mathbf{u_0}$ et de raison ***b***	1F174	❶	❶		❶		❶	❶			❶	❶		CB
- **Savoir utiliser** les propriétés des suites géométriques pour calculer $\mathbf{u_0}$, ***b***, ou $\mathbf{u_n}$, à partir de certains de ses éléments	1F175	①	①		①		①	❶			①			CB-SE SF
- **Savoir calculer** :														
• *la somme* $1 + 2 + 3 + ...+ n$	1F176	❶	❶		❶	❶	❶	❶			❶	❶		CB
• *la somme* $1 + b + b^2 +...... + b^n$	1F177	❶	❶		❶	❶	❶	❶			❶	❶		CA
- **Savoir donner** du sens aux expressions "suite croissante", "suite décroissante" ; dans ce contexte utiliser éventuellement un raisonnement par récurrence pour établir une croissance ou obtenir une majoration	1F178	①	①		①				❶					
Suites et limites[22] **:**														
- **Utilisation** éventuelle du symbole $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$														SK
- **Savoir donner** les limites des suites de terme général :														
• n ; n^2 ; n^3 ; $\sqrt{n}$	1F179	❶			❶				❶					SA
- **Savoir donner** les limites des suites de terme général :														
• $\frac{1}{n}$; $\frac{1}{n^2}$; $\frac{1}{n^3}$; $\frac{1}{\sqrt{n}}$	1F180	❶			❶									SK
- Étant donné des suites dont les limites sont connues (ou données), **savoir trouver**, lorsque c'est possible les limites de suites qui se déduisent des suites données par des opérations algébriques (sommes, combinaisons linéaires, produits)	1F181	❶			❶									SK
- Étant donné une suite ($u_n = f(n)$; $n \in \mathbb{N}$), **savoir utiliser** les variations de f pour étudier lorsque c'est possible :														
• *la croissance ou la décroissance de la suite*	1F182	❶			❶				❶					SK
• *une majoration (resp. minoration) des termes de la suite*	1F183	❶			❶				❶					SK
- Connaissant $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, en **déduire** la limite de la suite : ($u_n = f(n)$; $n \in \mathbb{N}$)	1F184	❶			❶				❶					SK
- **Savoir donner**, suivant les valeurs de k ($k \geq 0$), la limite des suites géométriques (k^n)	1F185	❶			❶			❶						

22 *En dehors du cas de l'étude des suites (k^n) et des problèmes d'approximation d'un nombre donné, l'étude de la convergence d'une suite récurrente est hors programme.*
Le théorème de convergence des suites croissantes majorées est hors programme.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	Lop	B	ES	ESop	F	G	STT1	STT2	
- **Utiliser une suite** pour approximer un nombre (racine carrée, mesure de grandeur,...)	**1F186**	❶			❶			❶						
- **Savoir estimer** la précision obtenue	**1F187**	❶			❶			❶						
Utilisation d'une calculatrice programmable :														
- Une fonction étant donnée sous forme algébrique utilisant les fonctions du programme, **savoir programmer** une calculatrice pour pouvoir obtenir les valeurs prises par cette fonction. (idem pour les suites)	**1F188**	❶			❶		❶	❶				❶	❶	
- **Savoir programmer** une instruction séquentielle ou conditionnelle	**1F189**	❶			❶		❶	❶						
- **Savoir utiliser** la touche x^y	**1F190**				❶		❶	❶				❶	❶	
- **Connaître et utiliser** la formule $a^x a^y = a^{x+y}$	**1F191**				❶		❶	❶				❶		
- **Utiliser la calculatrice** pour déterminer une valeur approchée :														
• *du cosinus d'un angle aigu donné*	4ème	➡	→		→		→	→		➡	→			
• *du sinus d'un angle aigu donné*	3ème	➡	→		→		→	→		➡	→			
• *de la mesure principale d' un angle aigu de cosinus donné*	3ème	➡	→		→		→	→		➡	→			
• *de la mesure principale d' un angle aigu de sinus donné*	3ème	➡	→		→		→	→		➡	→			
• *de la tangente d'un angle aigu donné*	3ème	➡	→		→		→	→		➡	→			
- **Utiliser le cercle trigonométrique** pour trouver une valeur approchée des sinus et cosinus d'un angle donné de mesure quelconque	2F020	➡	→		→		→	→		➡	→			
- **Savoir retrouver** sur le cercle trigonométrique, les propriétés des fonctions sinus et cosinus, telles que :	F021	⇨								⇨				
• $cos(\pi + x) = - cos\ x$														
• $sin(\pi - x) = sin\ x$														
• $sin(\frac{\pi}{2} - x) = cos\ x$														

Tableau des capacités

Thème S : Gestion de données Statistiques et Probabilités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
Statistiques : **Séries statistiques à une variable :**														
- Étant donné une série statistique, **savoir regrouper** les valeurs en classes d'amplitude donnée et les présenter sous forme de tableaux. En utilisant une calculatrice, si nécessaire...	S120	➡	➡	➡	→	➡	➡			→	➡	➡	➡	
- **Lire et Exploiter** des données statistiques :														
• *mises sous forme de tableaux*	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡			→	➡	➡	➡	
• *mises sous forme de diagrammes d'effectifs*	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡			→	➡	➡	➡	
• *mises sous forme de diagrammes de fréquences*	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡			→	➡	➡	➡	CA
- A partir de données statistiques (brutes) :														
• *les **organiser** en séries classées*	1S101		①	①		①		①			①	❶	❶	
• ***déterminer** l'étendue et le mode*	1S102		①	①		①		①			①			
- Pour chaque classe, **déterminer** :														
• *les effectifs*	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
• *les effectifs cumulés*	2S001	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	→	→	
• *les fréquences*	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
• *les fréquences cumulées*	2S002	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	→	→	
• *la médiane*								❶						
• *la variance*								❶						
- **Présenter** des résultats dans des tableaux	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
- **Tracer** les diagrammes correspondant	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
- **Calculer** une moyenne simple	3ème	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
- **Calculer** une moyenne pondérée	2S003	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
- **Calculer** un écart-type	2S004	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	
- **Exploiter** la signification de la moyenne	2S005	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	CA
- **Exploiter** la signification de l'écart-type	2S006	➡	➡	➡	→	➡	➡	➡		→	➡	➡	➡	CA
Séries statistiques à deux variables :														
- Une série statistique à deux variables quantitatives étant donnée sous forme de liste ou de tableau, **savoir** :														
• ***présenter** la série sous forme d'un tableau d'effectifs*	1S103						①	❶						
• ***représenter** cette série par un nuage*	1S104						①	❶						SF

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première **Capacités attendues des élèves**		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
• ***calculer*** *les coordonnées du point moyen*	1S105						①							
• ***proposer*** *un ajustement affine du nuage*[23].	1S106						①							SF
- Une série statistique à deux variables quantitatives étant donnée sous la forme d'un tableau d'effectifs, **savoir** :														
• ***interpréter et exploiter*** *ce tableau*	1S107						①	❶						
• ***représenter*** *cette série par un nuage*	1S108						①	❶						
- Une série statistique à deux variables quantitatives étant donnée sous la forme d'une représentation graphique (nuage) :														
• ***interpréter et exploiter*** *cette représentation*	1S109						①	❶						SF
- **Interpréter** un tableau de fréquences par rapport à l'effectif total								❶						
- **Interpréter** un tableau de fréquences par rapport aux effectifs partiels								❶						
- **Observer** des sous-représentations								❶						
- **Observer** des sur-représentations								❶						
- **Faire le lien** entre ces notions et la proportionnalité								❶						
Probabilités[24] : **Situations et expériences aléatoires**														
- Une <u>situation aléatoire</u> étant donnée :														
• ***savoir la décrire*** *en termes d'éventualités (analyse de ce qui peut advenir)*	1S110	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	
• ***savoir lui associer*** *un ensemble d'événements élémentaires (univers des possibles ou des résultats possibles)*	1S111	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	
- **Savoir utiliser**, lorsque c'est possible, pour représenter ou décrire une expérience[25] aléatoire :														

[23] *L'ajustement affine par la méthode des moindres carrés est hors programme.*

[24] Nous avons cherché à rédiger les objectifs d'une façon aussi précise que possible, mais cela ne doit conduire, pour les questions d'évaluation, à aucune difficulté formelle supplémentaire.

Précisons quelques points qui justifient les précautions prises dans les formulations utilisées :

Si une expérience est correctement décrite, les éventualités doivent être connues sans ambiguïté, mais dans une situation aléatoire il y a généralement des possibilités de choix concernant ce que l'on décidera d'observer et, par conséquent, la définition de l'univers des possibles Ω ou ensemble des événements élémentaires. Cet ensemble détermine le cadre mathématique représentant les différentes éventualités.

L'ensemble des événements élémentaires est en bijection avec l'ensemble des éventualités (un événement élémentaire étant un singleton).

Le texte ci dessus utilise par commodité l'expression "distribution de probabilités" ou "loi de probabilité" mais on évitera d'utiliser ces expressions.

Dans toute la suite il n'est question que d'ensembles finis.

[25] Dans ce texte, une expérience aléatoire donnée désigne la répétition d'une autre expérience aléatoire.

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A 2	L	A 1	L o p	B	E S	E S o p	F	G	S T T 1	S T T 2	
• *un tableau*	1S112	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	
• *un arbre*	1S113	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶		❶	❶	❶	❶	
ces représentations pouvant conduire à des dénombrements simples[26]														
- **Associer** à un évènement une partie de l'univers des possibles	1S114	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶		❶	❶			
Langage des événements :														
- Une expérience aléatoire étant décrite (et un ensemble d'événements élémentaires lui étant associé) :														
• ***savoir déterminer*** *l'ensemble des événements élémentaires réalisant ou composant un événement donné*	1S115	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
• ***savoir expliciter*** *l'événement contraire d'un événement donné*	1S116	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
• ***savoir reconnaître*** *des événements disjoints (ou incompatibles)*	1S117	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
• ***savoir expliciter*** *l'événement réunion de deux événements donnés*	1S118	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			
• ***savoir expliciter*** *l'événement intersection de deux événements donnés*	1S119	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			
• ***donner*** *du sens aux expressions "événement impossible", "événement certain". (Utilisation possible des symboles* $\in$; $\subset$; $\cup$; $\cap$; $\complement A$ ou $\overline{A}$)	1S120	①	①	①	①	①	①	①			①			
Probabilités :														
- Une expérience aléatoire étant décrite (et un ensemble d'événements élémentaires lui étant associé) :														
• *dans l'hypothèse d'équiprobabilité des événements élémentaires, donner la probabilité commune de ces événements à partir des hypothèses de géométrie du hasard*[27]	1S121	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
- **Savoir associer**, à la répétition d'une expérience aléatoire, la statistique des résultats observés et les fréquences des événements correspondants	1S122	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
- Une statistique de telles fréquences étant donnée, **savoir reconnaître**, s'il y a lieu, la stabilisation des fréquences	1S123	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
- **Utiliser** une telle statistique de façon raisonnée pour estimer la probabilité d'un événement donné	1S124	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	CC

[26] Les questions de combinatoire proprement dite sont hors programme.

[27] Cette expression désigne aussi bien les propriétés que l'on peut tirer de l'étude des symétries d'une situation aléatoire (dé, roulette, cible) que de l'hypothèse d'équiprobabilité a priori résultant de tirages "au hasard" (jeu de carte, urnes..).

Tableau des capacités

Analyse des programmes de Première Capacités attendues des élèves		S	A2	L	A1	L op	B	ES	ES op	F	G	STT1	STT2	
- Une expérience aléatoire étant décrite, et les probabilités des événements élémentaires étant connues, **savoir utiliser** lorsque c'est possible :														
• *un tableau*	1S125	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	SF
• *un arbre*	1S126	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	
pour trouver la probabilité d'un événement donné														
- Une distribution de probabilités étant donnée (équiprobabilité ou non), associée à une expérience aléatoire explicite, **calculer** la probabilité :														
• *d'un événement*	1S127	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			CF
• *de l'intersection de deux événements*	1S128	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			SF
• *de l'événement contraire d'un événement donné*	1S129	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			
- Dans l'hypothèse d'équiprobabilité des événements élémentaires, **savoir utiliser** les probabilités élémentaires pour calculer la probabilité :														
• *d'un événement*	1S130	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	CD-CE SK
• *de la réunion et de l'intersection de deux événements*	1S131	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶			CD-CE SK
• *de l'événement contraire d'un événement donné*	1S132	❶	❶	❶	❶	❶	❶	❶			❶	❶	❶	CD
- **Connaître et utiliser** la relation liant les probabilités de deux événements à celles de leur réunion et de leur intersection	1S133	❶												SF

Analyse par Domaines et par thèmes des connaissances et des savoirs des élèves

Domaine géométrique
Domaine numérique
Domaine fonctions/analyse
Domaine statistiques et probabilités

Études complémentaires

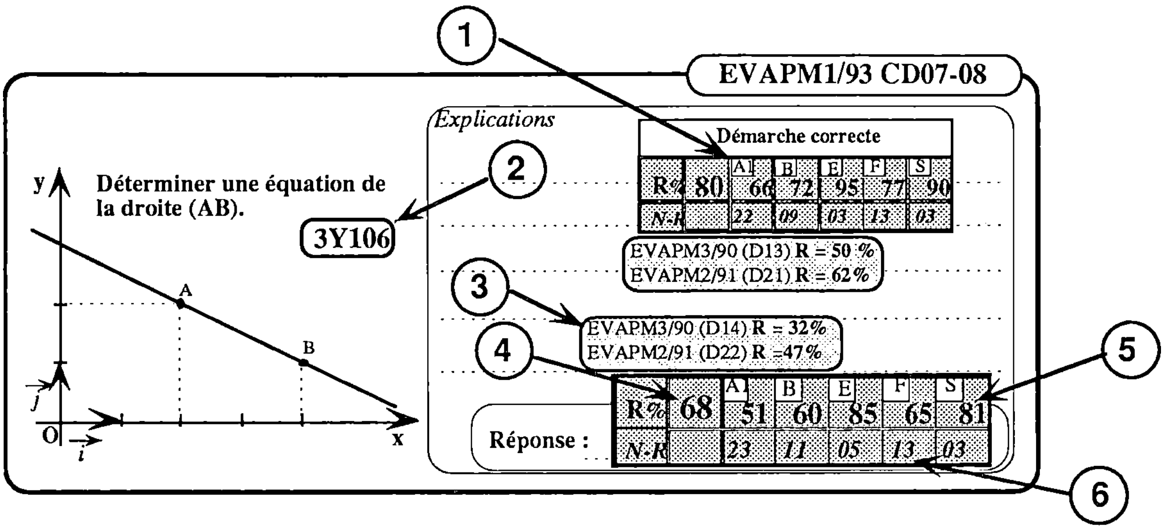
Épreuves thématiques

Comparaisons des résultats selon les séries

Légende et clés de lecture des figures

Voici un exemple concernant la question codée CD07-08.

Cette question est placée dans le questionnaire CD et correspond aux items 07 et 08 du document de codage des résultats (cf. fascicule 1).



NB : Toutes les figures sont à l'échelle 0,75.

(1) - Cette question a été passée par les élèves des sections A1, B, E, F, et S.

(2) - La capacité observée est codée 3Y106 dans les documents EVAPM (le chiffre 3 de "3Y106" signifiant que cette capacité était exigible depuis la Troisième) (cf introduction, page 13).

(3) - La question a été antérieurement passée dans le cadre des études EVAPM :

- **en fin de Troisième, en 1990, avec un taux de réussite de 32%,**
- **en fin de Seconde, en 1991, avec un taux de réussite de 47%.**

(4) - En 1993, toutes séries confondues, environ 68% des élèves de Première des séries concernées *auraient* fourni une réponse exacte.

ATTENTION : Il s'agit là d'une estimation qui tient compte des "poids" des différentes séries dans la population concernée.
L'intervalle de confiance, au seuil de 0.95 est : [68%-5% ; 68% + 5%].
68% peut alors être considéré comme un indice de maîtrise de la question par l'ensemble de la population concernée.

(5) - 81% des élèves de série S interrogés ont fourni une réponse exacte.

(6) - 03% des élèves de série S interrogés n'ont pas répondu à cette question.

DOMAINE GÉOMÉTRIQUE

Connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie, Constructions géométriques, Tracés

Le programme de géométrie en série scientifique et en série F (qui est devenue la série STI) n'a pas été modifié lors de la réforme des lycées de septembre 1994, par contre les programmes de l'option ES comprennent maintenant des éléments de géométrie qui n'apparaissaient pas avant cette date en série B. Il serait bien sûr intéressant d'évaluer les compétences des élèves de cette série afin de compléter l'analyse qui suit.

Dans les autres séries, il n'y a pas de programme spécifique de géométrie. Cependant nous avons choisi de nous intéresser aux savoirs géométriques qui nous semblaient concerner la formation générale de tous les élèves et dont nous pensions qu'ils devaient rester disponibles.

Nous avons proposé des questions de géométrie dans les questionnaires communs à toutes les séries afin d'avoir des informations sur les compétences des élèves en géométrie, que leur programme de Première en ait contenu explicitement ou non.

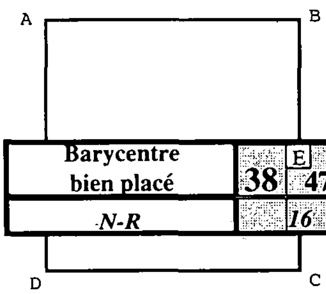
Utilisation de l'outil vectoriel

Le barycentre

Le programme, qui ne concerne que les séries E, S et F, se veut très modeste dans ses exigences : *"L'emploi des barycentres en géométrie ne porte que sur des exemples numériques, où le calcul vectoriel permet, de façon très simple, d'associer des points pour obtenir des propriétés d'alignement ou de concours ; tout énoncé général concernant l'associativité de la barycentration est hors programme".*

EVAPM1/93 SH19-23 **1C109**

A, B, C, D sont les sommets d'un carré.
Construire le barycentre G du système de points pondérés :
(A ; 1), (B ; 3), (C ; - 1), (D ; 1).



	Ensemble	E	F	S
Barycentre bien placé	38	47	07	46
N-R		*16*	*53*	*14*

	Ensemble	E	F	S
Au moins un barycentre partiel construit	28	27	13	33

Explications ou calculs si nécessaire

	Ensemble	E	F	S
Ecriture de la relation vectorielle	43	27	13	53
Utilisation du calcul vectoriel	48	57	14	57
Utilisation de l'associativité	25	27	09	29

	Ensemble	E	F	S
Une des trois démarches	69	76	22	82

Les élèves semblent connaître les premières définitions concernant le barycentre. 69% d'entre eux commencent une démarche pertinente pour construire le barycentre. Il faut noter que 25% utilisent l'associativité bien que celle-ci ne soit pas au programme.

La relation la plus utilisée est : $\overrightarrow{GA} + 3\,\overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$,

mais on trouve également : $4\,\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$, ou $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

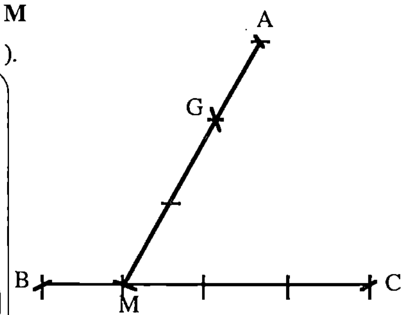
De nombreux élèves n'arrivent pas à utiliser la définition, pour placer le barycentre. Ceci est en particulier vrai pour les élèves orientés en TD : 24% d'entre eux placent correctement le barycentre, contre 46% pour les élèves orientés en TC. Les élèves ne semblent pas bien maîtriser le calcul vectoriel ou du moins ils n'ont pas de stratégie a priori, de plan de solution, ce qui les conduit à des cheminements erratiques et hasardeux.

La question SB36-39, bien que d'un abord assez original (il est en effet plus courant de faire construire le barycentre) et bien qu'elle soit placée en fin de questionnaire, est assez largement abordée. Un élève sur deux donne la relation vectorielle définissant le point M. De nombreux élèves ont déterminé β et γ sans écrire de relation vectorielle, mais en observant la figure, montrant ainsi une bonne compréhension de la définition du barycentre.

EVAPM1/93 SB36-39

Sur la figure ci-dessous, les segments [BC] et [AM] sont gradués de façon régulière.

a) Trouver des valeurs β et γ pour que le point **M** soit le barycentre des points **(B ; β) , (C ; γ)**.



Justifiez **1D101**

Ecriture d'une relation vectorielle	E	S
R %	55	47
N-R	*30*	*36*

Réponse :

	E	S
R %	37	36
N-R	*36*	*36*

b) β et γ étant les nombres trouvés au a), déterminer le nombre α pour que le point **G** soit le barycentre des points (**A ; α**), (**B ; β**) , (**C ; γ**).

Justifiez **1D102**

Ecriture d'une relation vectorielle	E	S
R %	36	27
N-R	*50*	*53*

Réponse :

	E	S
R %	15	11
N-R	*50*	*57*

Pour la question SH03-04, on passe de 14% de réussite en Seconde (28% pour les élèves de Seconde admis en Première S) à 48% en fin de Première S. L'examen des copies montre que les élèves savent mieux en Première caractériser le centre de gravité par une égalité vectorielle. Il faut cependant noter que le taux de réussite reste modeste pour des élèves de S qui ont travaillé sur les barycentres.

EVAPM1/93 SH03-04

ABC est un triangle. O est un point quelconque.

D, E, F sont tels que : $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{CA}$

2D006

Le point O est-il le centre de gravité du triangle DEF ?

Justifications

		E	F	S
Démarche utilisant $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}$	41	42	10	50
N-R		*44*	*42*	*28*

		E	F	S
Démonstration correcte	39	43	05	48
N-R		*29*	*38*	*28*

EVAPM2/91 (F30) R = 14 %

Le taux de réussite aux questions sur le barycentre montre que cette notion est en cours d'acquisition. Si les exigences concernant cette notion ne sont pas élevées, elles n'en sont pas moins complexes et le temps à consacrer à cet apprentissage ne doit certainement pas être minimisé.

Domaine géométrique

Le produit scalaire

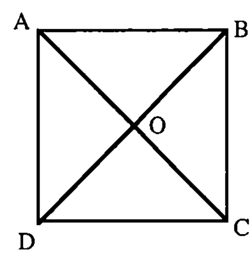
La place de la question SH30-33 en fin de questionnaire a dû jouer un rôle dans le nombre de non-réponses. Les élèves orientés en C réussissent un peu mieux que ceux orientés en D (10 à 15% d'écart).

L'examen des copies révèle que la définition du produit scalaire que les élèves privilégient ici, correspond à : $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \, \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$. L'item concernant le produit $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$ est nettement moins bien réussi à cause des difficultés pour obtenir la valeur de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OD})$ et encore certaines copies comportant $\cos(-\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ont obtenu un code 1(réponse exacte).

EVAPM1/93 SH30-33 **1D111**

Le carré **ABCD** a pour côté a .
On note **O** le point d'intersection de ses diagonales.
Calculer, en fonction de *a*, les produits scalaires suivants :

			E	F	S
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$	R%	44	56	14	52
	N-R		03	34	09
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$	R%	40	51	10	47
	N-R		08	39	11
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$	R%	28	30	06	34
	N-R		06	43	16
$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$	R%	38	49	12	44
	N-R		04	42	16



Réussite conjointe aux quatre calculs

		E	F	S
R%	11	09	08	12

Parmi les définitions possibles du produit scalaire, celle qui fait intervenir "la projection d'un vecteur sur un autre", bien que rarement utilisée, donne d'excellents résultats. D'autre part, pratiquement aucune copie examinée ne fait apparaître l'emploi d'un repère. La donnée de ce genre d'exercice, qui dépasse le cadre du calcul en se situant au niveau de la compréhension, peut permettre, en faisant utiliser les diverses définitions du produit scalaire, de mieux maîtriser un outil qui est loin d'être simple pour les élèves.

La question SC01-03 est complexe. Elle fait intervenir un lieu géométrique, notion peu familière aux élèves et elle utilise la définition la moins utilisée par les élèves (c'est à dire : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{AH}$).

De plus le fait de n'avoir tracé que le segment [AB] a sans doute accentué la difficulté. Il faut tenir compte de ce faible taux de réussite lorsqu'on aborde d'autres recherches d'ensembles de points qui sont au programme.

EVAPM1/93 SC01-03 **1D118**

On donne deux points A et B tels que AB = 4.
Construire les points M tels que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = -8$ et AM = 3

P est le point d'abscisse -1/2 dans le repère (A ; B)

	E	S
Points M_1 et M_2 bien placés	30	22
N-R	20	18

	E	S
Point P tracé	33	31
N-R	34	22

	E	S
Perpendiculaire à (AB) passant par P	27	25
N-R	41	24

La question SD11-12 qui concerne la même compétence est formulée différemment et peut permettre une mise en facteur du vecteur $\overrightarrow{OA}$, puis l'utilisation de la relation d'orthogonalité de deux vecteurs.

Les questions posées sur le produit scalaire (à celles analysées ci-dessus, s'ajoute la question SB08-13) sont complexes, et ne permettent pas de bien évaluer les compétences de base ; en particulier il faut regretter l'absence de question portant sur l'aspect calculatoire du produit scalaire.

Notion d'angle orienté - Trigonométrie

Les très faibles taux de réussite à la question SC15-18 font ressortir les difficultés liées à la notion d'angle orienté : origines différentes des vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CD}$, mesure principale, radians,...

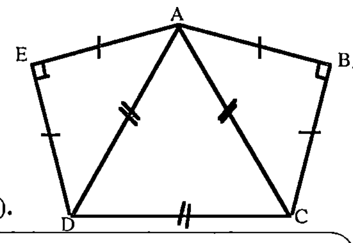
L'examen des copies montre une attitude classique de l'apprenant : résoudre le problème sans utiliser la notion en cours d'apprentissage.

EVAPM1/93 SC15-18

ADC est un triangle équilatéral. **1D121** **1D122**

ABC et AED sont des triangles rectangles isocèles.

Le plan est orienté de façon à avoir $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}) = +\frac{\pi}{3}$.



Donner une mesure des angles orientés $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CD})$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DE})$.

Expliquez votre démarche.

$(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CD})$	E	S
Utilisation de la relation de Chasles	23	17
N-R	*23*	*28*

$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DE})$	E	S
Utilisation de la relation de Chasles	14	11
N-R	*42*	*36*

Réponses :

$(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{CD})$	E	S
R %	28	25
N-R	*16*	*25*

$(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DE})$	E	S
R %	12	16
N-R	*40*	*34*

Ainsi de très nombreux élèves utilisent des angles géométriques (en traçant des parallèles, utilisant des angles alternes - internes...) et ajoutent a posteriori *"à vue"* un $\boxed{+}$ ou un $\boxed{-}$.

Certains arrivent ainsi à contourner l'obstacle et donnent un résultat correct. La notion d'angle orienté est ainsi évitée, mais le raisonnement est-il acceptable ?

Il semble donc que la notion d'angle orienté ne puisse être considérée que comme à peine abordée en Première S.

EVAPM1/93 CC15-18

Soit ABC un triangle de sommet A tel que : AB = 6 cm ; AC = 4 cm ; $\widehat{BAC} = 50°$

Calculer l'aire de ce triangle

	R%	A	B	E	F	S
Démarche correcte ...	36	21	14	59	25	55
... utilisant le calcul d'une hauteur	24	19	13	29	19	33
... utilisant directement la formule : S = (1/2) bc sinA	15	04	00	31	11	27

		R%	A	B	E	F	S
a) Donner une valeur approchée de l'aire du triangle	R%	33	17	14	52	28	49
	N-R		*53*	*60*	*22*	*37*	*23*
b) donner l'aire de ce triangle à 1 mm² près.	R%	21	08	05	42	18	35
	N-R		*54*	*64*	*21*	*38*	*24*

La question CC15-18 peut être posée dès la classe de Troisième (avec le calcul de la longueur de la hauteur CH). Malgré cela elle n'est réussie que par un élève sur deux en Première S. La trigonométrie dans le triangle rectangle n'est pas souvent utilisée par les élèves de Première du moins en mathématiques, ce qui ne signifie pas qu'elle soit oubliée. Les élèves de Première S l'ont sans doute remplacée par la trigonométrie étudiée en Première.

Il faut noter la difficulté que les élèves éprouvent à donner un résultat sous forme approchée à une précision donnée.

Quand il s'agit d'utiliser, soit les relations $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ et $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, soit la relation $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$, l'exercice est moyennement réussi et semble surprendre les élèves. Pourtant ce type de question est sans doute important dans l'apprentissage de la trigonométrie.

Les élèves connaissent la relation $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ et n'ont pas besoin de $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

EVAPM1/93 SH08-14 — **1D129**

Calculer cos (2x) sachant que $\sin(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Utilisation de :

	R%	E	F	S
$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ ou $\cos(2x) = 1 - 2\sin^2 x$	44	49	13	52
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	18	19	08	21

		E	F	S
R%	41	48	25	44
N-R		28	34	25

Calculer sin(2x) sachant que : $\sin(x) = \frac{3}{5}$ et $x \in [-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$

Les deux réponses exactes

		E	F	S
R%	11	09	08	12

	R%	E	F	S
Utilisation de : $\sin(2x) = 2\sin x.\cos x$	36	39	09	44
Utilisation de : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$	20	22	06	24
Passage par : $\cos x = +4/5$	18	16	07	21

		E	F	S
R%	25	24	21	26
N-R		46	47	43

Dans la deuxième partie de la question SH08-14, le pourcentage de réussite est plus faible : la démarche est plus longue, nécessite plusieurs étapes et l'emploi de deux relations.

Il faut remarquer que certains élèves ont utilisé la calculatrice pour obtenir cos 2x ou sin 2x. Ils obtenaient alors une valeur approchée qui était validée par notre codage.

Enfin la lecture des copies montre de nombreuses erreurs du type

$\sin 2x = 2 \sin x$, ou $\sin x = \sin \frac{3}{5}$.

La question SC22-25 montre la difficulté des élèves à résoudre une équation trigonométrique. Peut-être aurait-il fallu poser une question plus directe pour bien évaluer la capacité réelle à résoudre une équation trigonométrique simple ?

EVAPM1/93 SC22-25 — **1D128**

Montrer que pour tout réel x on a : $\sqrt{2}\sin(\frac{\pi}{4} - x) = \cos(x) - \sin(x)$

En déduire les solutions de l'équation : $\cos(x) - \sin(x) = 1$

		E	S
Transformation correcte de $\sin(\frac{\pi}{4} - x)$	R %	29	34
Expression d'au moins une solution exacte	R %	17	22

		E	S
Démonstration correcte de la formule	R %	29	31
	N-R	64	51
Expression exacte des deux solutions	R %	03	15
	N-R	76	59

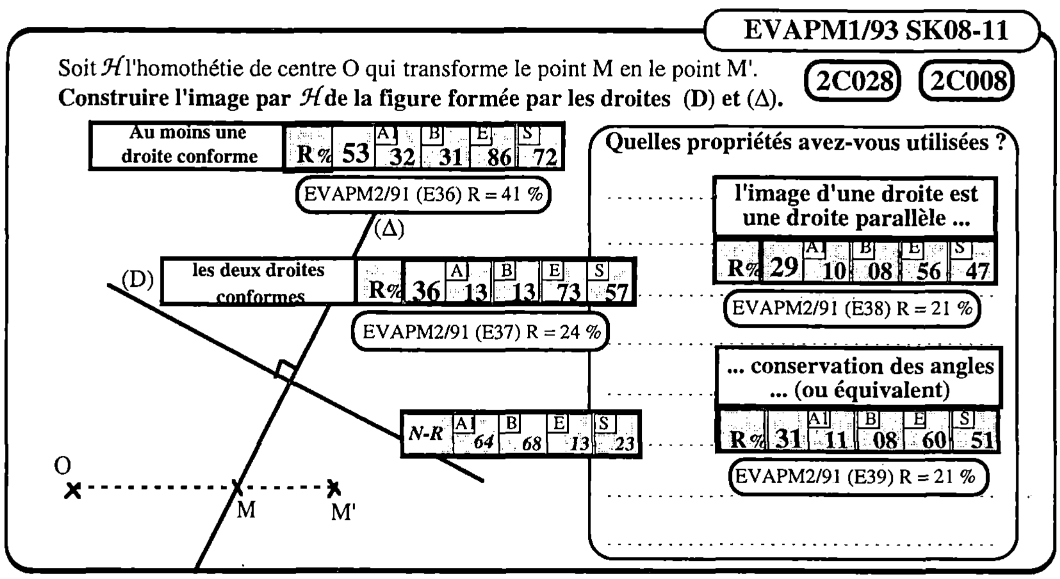
Les élèves ne possédaient pas de formulaire lors de cette épreuve.

Utilisation des transformations

Homothétie

Les élèves des séries A1 et B sont très peu nombreux à répondre à la question SK08-11. La plupart de ceux qui répondent tracent correctement l'une des droites attendues.

Pour les élèves de S, il convient de comparer leurs résultats avec ceux des élèves de Seconde qui étaient orientés en S. Le tracé d'au moins une droite conforme était le fait de 58% des élèves de Seconde orientés en Première S. Ils sont maintenant 72%. Pour le tracé correct des deux droites, on passe de 36% à 57% (71% pour les élèves orientés en TC).



Une des difficultés de cet exercice réside dans l'utilisation conjointe de l'aspect global (l'image d'une droite est une droite) et de l'aspect ponctuel (l'image d'un point défini comme intersection de droites). Les élèves de E et de S semblent mieux maîtriser cette difficulté et sont nombreux à évoquer les propriétés utilisées.

Domaine géométrique

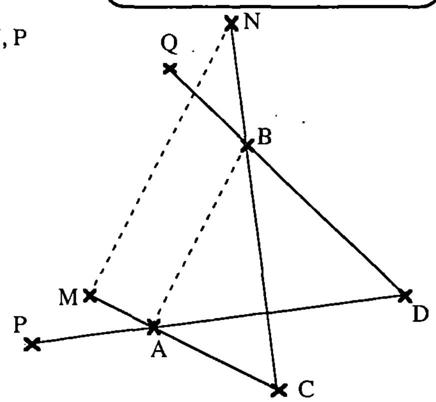
EVAPM1/93 SC13-14

Quatre points A, B, C, D étant donnés, soient M, N, P et Q les points tels que :

M et N sont les images de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1, 5.

P et Q sont les images de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1, 5.

Démontrer que PMNQ est un parallélogramme.



Utilisation de l'homothétie ou de Thalès pour démontrer au moins une relation utile	E	S
R %	70	77
N-R	27	15

EVAPM2/91 : D23 : 33 %

Démonstration correcte	E	S
	43	46
N-R	27	16

EVAPM2/91 . D24 : 17 %

La question SC13-14 provient d'EVAPM2. 45% des élèves de Seconde orientés en Première S démontraient correctement que PMNQ est un parallélogramme. La réussite en fin de Première E ou S est du même ordre (les élèves orientés en TC réussissent à 57%). Les propriétés des transformations sont connues des élèves, mais ne sont pas opérationnelles pour démontrer. La question SK08-11 analysée précédemment semble montrer qu'elles sont mieux utilisées pour des constructions.

Les élèves utilisent majoritairement la propriété : "L'image d'un segment est un segment parallèle, sa longueur est multipliée par k", puis concluent en disant qu'un quadrilatère ayant des côtés opposés parallèles et égaux est un parallélogramme (doit-on accepter cette "définition" en Première). L'outil vectoriel ($\overrightarrow{M'N'} = k\,\overrightarrow{MN}$) est très peu utilisé ; les élèves ne semblent pas avoir encore bien perçu, en fin de Première E ou S, son efficacité.

La question SC04-06 porte sur la construction de l'image d'un cercle par la composée de deux homothéties de centres différents (ce qui n'est pas explicitement au programme).

Le fort taux de non-réponses semble indiquer que ce questionnement est complexe pour les élèves. Parmi les réponses, on trouve de nombreuses interversions de H et H' ainsi que de nombreuses erreurs dans les constructions de l'un ou l'autre des cercles, comme si les opérations de base n'étaient plus mobilisables.

EVAPM1/93 SC04-06

Les points A et B et le cercle **(C)** sont des éléments de la figure ci-dessous.
Le cercle **(C)** coupe le segment [AB] en son milieu.

1C101

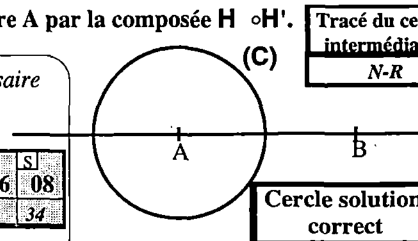
Soit **H** l'homothétie de centre B et de rapport 2.
Soit **H'** l'homothétie de centre A et de rapport 0,5.

On demande de construire l'image du cercle (C) de centre A par la composée H o H'.

Tracé du cercle intermédiaire	E	S
	33	30
N-R	34	25

Explications si nécessaire

Justification correcte du tracé direct	E	S
	06	08
N-R	57	34



Cercle solution correct	E	S
	22	23
N-R	33	22

Symétries

La question SB04-07 utilise la symétrie centrale pour résoudre un problème de lieu géométrique. Il faut noter la forte différence des taux de réussite des élèves orientés en TC (66%) et de ceux orientés en TD (48%).

Domaine géométrique

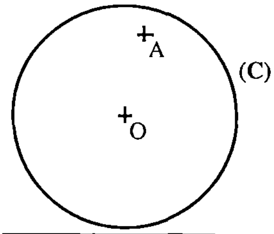
EVAPM1/93 SB04-07

Sur la figure ci-contre, (C) est un cercle de centre O, et **A** est un point intérieur au cercle.
A chaque point M de (C) on fait correspondre le point M' tel que A soit le milieu du segment [MM'].

Quel est le lieu géométrique des points M' lorsque M décrit (C) ?

Tracer cet ensemble sur la figure.

Justifiez



		E	S
Justification correcte	R %	27	42
par la symétrie centrale	R %	22	34
par l'homothétie	R %	05	08

	E	S
Construction point par point	32	51
"Cercle image" correct	36	53
N-R	*43*	*23*

La difficulté essentielle ici est sans doute dans l'interprétation du problème en terme de transformation. Il faut percevoir que M' est l'image de M dans une symétrie, pour en déduire que le lieu cherché est l'image du cercle. Toutefois, il est possible que la formulation du problème, utilisant le mot "lieu" ait entraîné des difficultés supplémentaires.

Une nouvelle fois les élèves sont contraints d'utiliser à la fois l'aspect ponctuel et l'aspect global, ce qui leur pose souvent des problèmes.

En S, un élève sur deux effectue un tracé point par point ce qui témoigne d'une bonne compréhension de la question, mais ce tracé est rarement suivi d'une justification correcte.
Par contre la plupart du temps une justification correcte est suivie d'une figure correcte sans tracé point par point.

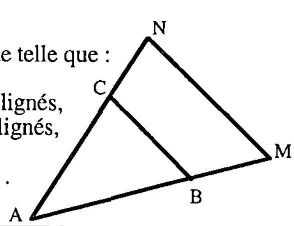
La question SB14-19 montre que peu d'élèves connaissent la nature de la composée de deux réflexions (sans doute la notion même de composée pour certains d'entre eux) et que cette partie du programme est souvent sacrifiée, par manque de temps.

Utilisation du Théorème de Thalès

EVAPM1/93 CA35-36

On donne la figure suivante telle que :

les points A, B et M sont alignés,
les points A, C et N sont alignés,
(BC) **//** (MN)
BC = 2 ; MN = 3 ; AB = 3 .



La longueur BM est :				
a	BM = 4,5	Oui	Non	Jnsp
b	BM = 1,5	Oui	Non	Jnsp
c	BM = 1	Oui	Non	Jnsp
d	BM = $\frac{2}{3}$	Oui	Non	Jnsp

OUI à a *(réponse fausse)*

		A1	B	E	F	G	S
R%	20	17	20	11	30	19	19
N-R		*11*	*11*	*42*	*02*	*11*	*14*

Les quatre réponses exactes

		A1	B	E	F	G	S
R%	57	56	52	76	57	38	69
N-R		*06*	*06*	*03*	*01*	*10*	*05*

EVAPM3/92 (H22) **R = 49%**
EVAPM2/91 (S16) **R = 45%**
IEA - SIMS/84 Terminales scientifiques
JPN : **74%** USA : **51%**

Voir aussi question CB13-14 (même question mais située de façon différente)
La différence dans les taux de réussite est dans doute due au fait que dans la présente épreuve, la question est précédée d'une autre question mettant en oeuvre le théorème de Thalès.

Domaine géométrique

Bien que la question CA35-36 soit placée en fin de QCM, il y a une amélioration par rapport à la Seconde, même si 20% des élèves donnent encore la réponses 4,5. Ont-ils confondu AM et BM ? Ont-ils posé des rapports inexacts ? Il faut remarquer que la réussite en A_1 et en B est également en progrès par rapport à celle de Seconde, bien que les élèves de ces séries n'aient pas fait de géométrie en Première.

Ceci n'est pas vrai pour d'autres pans du programme de géométrie (les transformations par exemple).

La mémorisation à long terme semble donc assez bien fonctionner avec le théorème de Thalès.

Nous terminerons cette analyse avec la question SC07-12.

Très peu d'élèves l'ont abordée et les réponses exactes sont fort rares.

Cette question est de fait assez complexe. En particulier la figure donnée dans l'énoncé n'incite pas l'élève à faire une discussion qui souvent lui pose un problème (même lorsqu'elle est demandée dans l'énoncé).

Ce genre d'exercice est très déstabilisant pour les élèves (1% seulement des élèves pensent à l'utilisation d'un repère qui, pourtant, mène au résultat sans trop de difficulté). Il serait sans doute souhaitable de familiariser les élèves avec de telles activités pour que l'accès à l'autonomie devienne autre chose qu'une formule que l'on glisse dans les textes officiels.

EVAPM1/93 SC07-12

ABCD est un rectangle.
On note : **AB = L ; AD = *l***

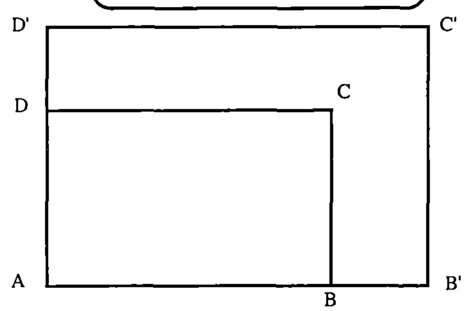
AB'C'D' est un rectangle.

B est entre A et B' ; D est entre A et D'.

On impose DD' = BB'.

A, B, C, D étant fixés, peut-on choisir B' tel que A, C et C' soient alignés ?

Expliquez votre démarche.



Réponse :

Réponse	E	S
NON avec L ≠ l	23	21
OUI avec L = l	12	09
N-R	*48*	*39*

Démarche :

Démarche	E	S
Utilisation d'un repère	01	02
Utilisation du théorème de Thalès	19	17
Utilisation de l'un ou l'autre	20	18

Démonstration correcte :

Démonstration correcte	E	S
A, C, C' alignés ⇒ L = l	05	06
L = l et DD' = BB' ⇒ A, C, C' alignés	02	03

Réponse :

- ÉLÈVE 1ère S -

L'espace étant rapporté à un repère orthonormal, on considère les points A, B, C et D de coordonnées :

A(-1 ; 1 ; 0) ; B(1 ; 2 ; -3) ; C(2 ; 3 ; -2) ; D(0 ; 2 ; 1)

Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

68 Je démontre que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont égaux :

$\overrightarrow{AB}(2 ; 1 ; -3)$ $\overrightarrow{DC}(2 ; 1 ; -3)$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

donc ABCD est un parallélogramme.

Je démontre $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{BC} = 0$: $\overrightarrow{BC}(1 ; 1 ; 1)$

$\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{BC} = 2 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times (-3) = 0$

ABCD est un parallélogramme possédant un angle droit donc c'est un rectangle.

29	X
30	X
31	1
32	X

33	1
34	1
35	1

Géométrie dans le plan muni d'un repère

La présence de ce thème dans une évaluation de fin de Première peut surprendre. En effet, dans cette classe, la géométrie analytique ne fait pas l'objet d'un enseignement spécifique. Elle apparaît cependant dans plusieurs rubriques : en géométrie plane avec le produit scalaire ou, comme outil de résolution, en géométrie de l'espace avec l'extension du calcul vectoriel ; en algèbre avec la programmation linéaire ou en analyse avec l'étude des tangentes. Il faudra donc également se reporter aux autres thèmes pour avoir une meilleure vision des compétences en géométrie analytique.

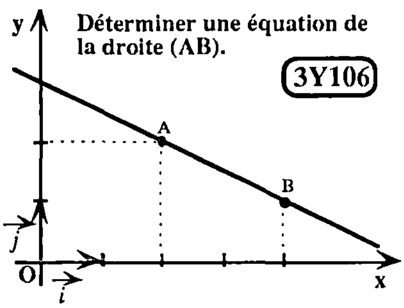
La mise en place de la réforme des lycées (septembre 1994) n'a pas modifié les programmes concernant ce thème.

Au niveau des classes de Première, la recherche d'équations de droites tient une place privilégiée en géométrie analytique.

EVAPM1/93 CD07-08

Déterminer une équation de la droite (AB).

3Y106



Explications

Démarche correcte		A	B	E	F	S
R%	80	66	72	95	77	90
N-R		22	09	03	13	03

EVAPM3/90 (D13) R = 50 %
EVAPM2/91 (D21) R = 62%

EVAPM3/90 (D14) R = 32%
EVAPM2/91 (D22) R =47%

Réponse :

		A	B	E	F	S
R%	68	51	60	85	65	81
N-R		23	11	05	13	03

La réussite globale à la question CD07-08 a augmenté depuis EVAPM2/91.

Les copies en notre possession montrent l'utilisation exclusive de la forme réduite $y = ax + b$.

Les valeurs de a et b sont trouvées, soit par l'utilisation de la formule $a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$ puis l'emploi d'un point pour obtenir b, soit par la résolution d'un système de deux équations à deux inconnues.

EVAPM1/93 SE35-36

Le plan est muni d'un repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$)

Une droite (D) a pour vecteur directeur $0{,}5\vec{i} - 2\vec{j}$ et passe par le point A(1 ; 2).

Déterminer une équation de cette droite.

Calculs :

2S245

Démarche correcte		B	E	S
	33	17	42	40
N-R		59	31	33

EVAPM2/91 (B12) R = 31 %

		B	E	S
R %	23	11	32	29
N-R		61	32	41

Réponse : EVAPM2/91 (B13) R = 20 %

Aucune des copies consultées n'utilise de méthode vectorielle. Ainsi en fin de Première, et dans toutes les sections, les méthodes utilisées sont celles de troisième, ce qui peut expliquer les difficultés posées par la question SE35-36.

Celle-ci obtient un taux très élevé de non-réponses (il faut cependant remarquer qu'elle est la dernière d'un questionnaire long).

La réussite est la même qu'en Seconde (lors d'EVAPM2/91, 31% des élèves orientés en Première S, réussissaient cette question). Les élèves ne semblent donc pas avoir mémorisé, ou assimilé, la méthode vectorielle de recherche d'équation de droite. Nous pouvons reprendre l'analyse faite lors d'EVAPM2/91 :

"L'examen des copies montre que de nombreux élèves partent de la forme $y = ax + b$, ou $ax + by + c = 0$, pour trouver l'équation. En fait, ici, c'est la notion de lieu géométrique qui pose peut-être problème, les élèves ne se posant pas la question "à quelle condition le point appartient-il à la droite ?".

Losqu'ils recherchent des équations de droite, les élèves ne semblent pas considérer l'outil vectoriel comme important (mais on peut se poser la question de son utilité dans le programme de Seconde et plus généralement dans ceux du lycée).

De nombreux élèves essaient ainsi de se ramener aux anciennes méthodes. Ainsi lit-on dans de nombreuses copies : *"$y = ax + b$, $0{,}5\,\vec{i} - 2\,\vec{j}$ vecteur directeur, donc $-2 = 0{,}5\ a + b$"* ou encore *"l'équation est de la forme $-2x - 0{,}5y + p = 0$"*.

On pourra se reporter à la question SC27-30, analysée dans le thème espace, pour confirmer ces propos.

La forme réduite d'équation de droite étant privilégiée par les élèves, il est intéressant de regarder leurs compétences au sujet du coefficient directeur qui a un rôle important dans l'étude des tangentes (on pourra se reporter à ce sujet au thème fonctions).

EVAPM1/93 CB15-16

Le plan est muni d'un repère orthonormal.
Une droite (d) passe par les points E et F dont les coordonnées sont :

E(-1 ; 3) et F(4 ; -7)

La pente de cette droite est :

a	- 0,5	Oui	Non	Jnsp
b	- 0,75	Oui	Non	Jnsp
c	- 2	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{4}{3}$	Oui	Non	Jnsp

Réponses exactes aux quatre lignes		A1	B	E	F	G	S
R%	53	38	53	65	41	34	72
N-R		*09*	*09*	*07*	*07*	*19*	*03*

IEA SIMS/84 Terminales scientifiques
JPN : 83% USA : 61%

OUI à a		A1	B	E	F	G	S
R%	19	19	18	22	27	21	18

(réponse fausse)

Dans la question CB15-16, un élève sur deux réussit à identifier la pente de la droite (EF), et ils sont 20% à utiliser la formule : $\dfrac{x_A - x_B}{y_A - y_B}$ au lieu de $\dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$.

Les élèves ont-ils une représentation mentale de la pente d'une droite ou bien est-ce une notion vide de sens ? Nous avions constaté lors d'EVAPM2/91 la difficulté pour les élèves à lire graphiquement le coefficient directeur d'une droite (voir à ce sujet la brochure EVAPM2, thème : "gestion mentale d'informations de nature mathématique").

La question CE17-21 semble montrer que cette difficulté est tenace. Parmi les 73% des élèves qui ont trouvé f'(1), seulement 33% reconnaissent la tangente (39% identifient une droite dont le coefficient directeur est correct). Bien sûr, ici il faut savoir que le nombre dérivé représente le coefficient directeur et la question n'évalue donc pas seulement la capacité des élèves à lire graphiquement la pente, toutefois il n'est pas incongru de supposer que la difficulté des élèves à interpréter géométriquement le nombre dérivé soit due en partie à la notion même de coefficient directeur, et en particulier à l'absence de représentation mentale correcte sur le sujet.

pente, toutefois il n'est pas incongru de supposer que la difficulté des élèves à interpréter géométriquement le nombre dérivé soit due en partie à la notion même de coefficient directeur, et en particulier à l'absence de représentation mentale correcte sur le sujet.

On peut se demander si, plutôt que d'étudier la forme générale des équations de droite en Seconde, il ne serait pas plus pertinent de consolider les notions de Troisième. Le lecteur pourra examiner les résultats de la question CA24-26, qui traite également du coefficient directeur.

EVAPM1/93 CE17-21

1F192

On considère la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 1$

a) Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

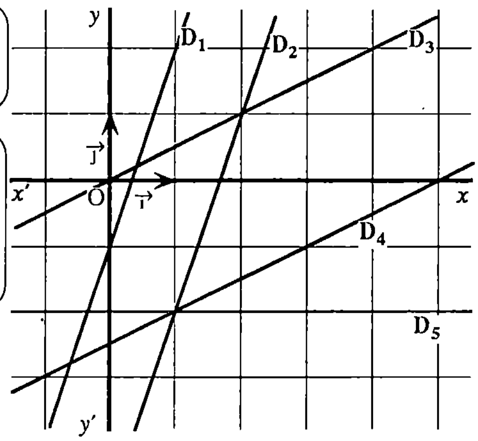
1F131

		A1	B	E	F	G	S
R%	77	75	82	86	70	53	89
N-R		07	05	05	11	17	02

b) En déduire $f'(1)$.

		A1	B	E	F	G	S
R%	73	70	77	84	65	48	86
N-R		10	07	05	12	23	03

c) Dans le graphique ci-contre, laquelle des cinq droites tracées est la tangente à la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ au point d'abscisse 1 ?
Justifiez votre réponse



Résponse fausse donnée : D_5

		A1	B	E	F	G	S
R%	15	17	17	20	11	07	18
N-R		48	51	55	63	51	35

Réponses données : D_3 ou D_4

		A1	B	E	F	G	S
R%	39	28	36	46	35	17	55
N-R		44	39	30	47	51	20

Réponse exacte : D_4

		A1	B	E	F	G	S
R%	33	21	28	34	29	11	51
N-R		41	34	29	37	50	15

La question SG03-06 indique que les élèves associent bien égalité de coefficients directeurs et parallélisme de droites (70% en A_1-B). Ainsi, bien que la notion de pente d'une droite pose des difficultés, ils ont avec celle-ci une certaine familiarité et une assez bonne vision globale.

La géométrie analytique est utilisée également pour résoudre des problèmes de géométrie.

La question SC07-12 comme le problème D du questionnaire XA pouvaient être résolus par une méthode analytique (sans que cela soit indiqué dans SC). Très peu d'élèves utilisent une telle méthode ; ils semblent manquer d'initiative dans ce domaine. Sont-ils suffisamment confrontés à de tels problèmes ? Il faut toutefois remarquer que lorsque le cadre analytique est donné (voir le problème D de l'épreuve X_B) les élèves en fin de Première S semblent beaucoup plus performants que ceux de Seconde.

La géométrie analytique semble souffrir actuellement d'un discrédit dans l'enseignement des mathématiques, cependant pour Michel Chasles elle "changea véritablement la face des sciences mathématiques" (Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*).

Elle permet pourtant d'utiliser à la fois calcul algébrique et connaissances géométriques en demandant de la part des élèves des initiatives intéressantes, et du travail dans deux cadres différents. On peut se demander si la diffusion des outils de calcul formel ne modifiera pas la place donnée à la géométrie analytique.

- Elève 1ère S -

72

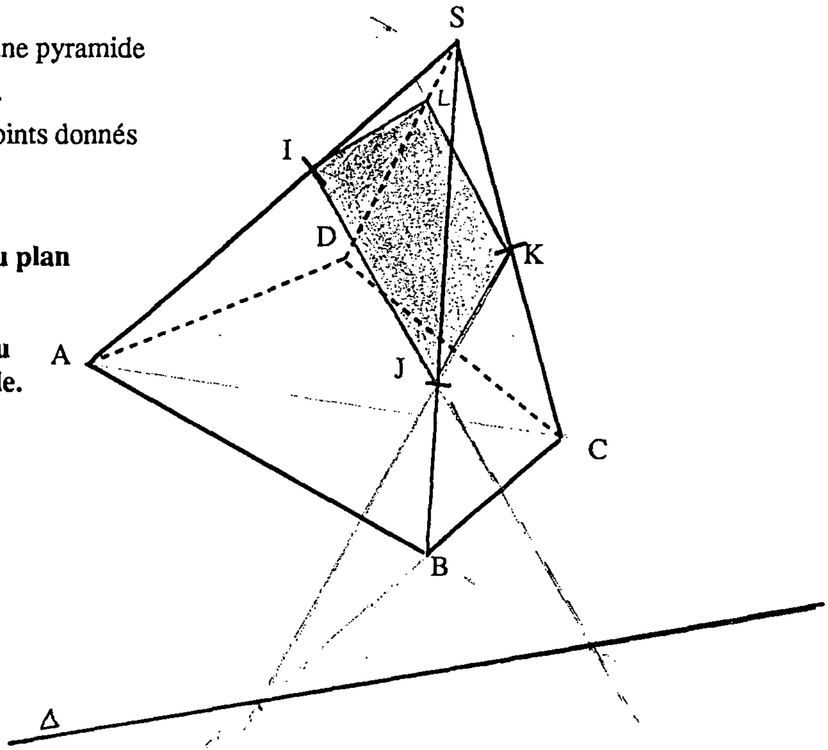
La figure ci-contre représente une pyramide de sommet S et de base ABCD.
Les points I, J et K sont trois points donnés des arêtes [SA], [SB] et [SC].

a) Construire l'intersection du plan (IJK) et du plan (ABCD).

b) Construire l'intersection du plan (IJK) et de la pyramide.

(laisser apparents les tracés nécessaires aux constructions)

a) intersection = droite Δ
b) soit le point L sur l'arête [SD]



15	1
16	1
17	1
18	1

Géométrie dans l'espace

Les programmes de la Sixième à la Première, relativement à l'espace, permettent de travailler trois étapes essentielles dans l'activité mathématique : l'observation du réel, l'introduction de langages propres à rendre compte des observations, une modélisation de l'espace. Les deux premières étapes font partie intégrantes des savoirs de base du citoyen, la troisième est essentielle pour comprendre l'activité mathématique. De ce fait, la géométrie dans l'espace occupe une place privilégiée dans l'enseignement des mathématiques.

Nous avons donc proposé des questions de géométrie dans l'espace aux élèves de toutes les séries, que leurs programmes en comportent ou non. En effet en 1993, seuls les programmes des séries S, E, F, (et la série B de manière anecdotique), comprenaient de la géométrie dans l'espace. Lors de la mise en place de la réforme des lycées en septembre 1994, une partie importante de géométrie dans l'espace a été introduite dans l'option de Première ES, alors que les programmes des séries S, E, F concernant cette partie n'étaient pas modifiés. Dans ces dernières séries, les points nouveaux portent essentiellement sur l'extension à l'espace du calcul vectoriel.

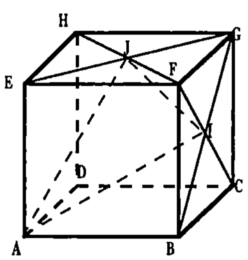
Dans ce qui suit, nous présenterons d'abord les résultats et les analyses relatives à des contenus abordés dès le Collège. Pour certaines questions, cela permettra en particulier de mettre en évidence l'évolution des connaissances des élèves après le Collège. Dans une seconde partie nous présenterons les quelques questions rendant compte des connaissances nouvellement abordées en Première dans certaines séries.

Questions portant sur les programmes de Collège et Seconde

Les programmes de Collège et de Seconde insistent sur l'importance des objets usuels (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits, pyramides, sphères, cylindre et cônes de révolution) qui constituent un terrain privilégié pour les activités.

EVAPM1/93 CA27-29

E014



On considère un cube ABCDEFGH

Le point I est le point d'intersection des segments [FC] et [GB].

Le point J est le point d'intersection des segments [HF] et [EG].

a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Jnsp
b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp
c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Jnsp
d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp

Les quatre réponses exactes

		A1	B	E	F	G	S
R%	65	63	67	90	80	48	72
N-R		01	01	01	00	03	02

EVAPM3/92 (H10) R = 59%
EVAPM2/91 (R08) R = 59%

			A1	B	E	F	G	S
NON à b	R%	11	05	12	03	26	12	08
OUI à d	R%	06	04	05	00	23	05	03

"NON à b" et "OUI à d" sont des réponses fausses.

La question CA27-29 porte sur la lecture et l'interprétation d'une figure en perspective cavalière. L'élève est-il capable de se représenter le cube dans l'espace, à partir d'une figure plane ? L'acquisition de cette compétence est un des objectifs essentiels de l'enseignement de la géométrie dans l'espace depuis l'école primaire. Les taux de réussite sont très différents d'une série à l'autre : de 90% pour la série E, jusqu'à 48% pour la série G.

Le taux global de réussite varie très peu depuis la classe de troisième. Cela signifie-t-il qu'à partir d'un certain âge la vision de l'espace n'évolue plus, ou bien que les élèves en échec avec la géométrie dans l'espace refusent d'y réfléchir, même lorsqu'il n'y a plus d'enjeu scolaire comme en G ! Il serait intéressant de poser ce type de question à un échantillon d'adultes pour savoir si le décodage d'une figure se modifie hors contexte scolaire.

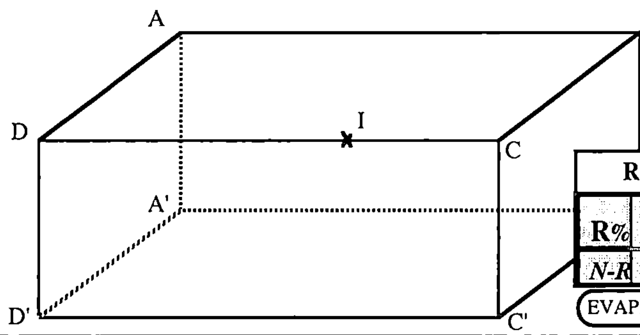
Il faut en particulier s'interroger sur la différence de réussite entre les élèves des séries B et G, dont les programmes ne comportaient pas de géométrie dans l'espace. Est-ce dû à un rejet des mathématiques ou à des compétences vraiment différentes ? Notre évaluation ne permet pas d'y répondre, mais il serait intéressant d'approfondir cette question.

La question CB01-08 conduit à la même conclusion.

EVAPM1/93 CD29-30

2E015

Un parallélépipède ABCDD'C'B'A' est dessiné ci-dessous en perspective.
On a marqué un point I sur le segment [DC].
Dessiner, sur cette figure, la section du parallélépipède par le plan qui passe par les points A, A' et I .



Représentation de la section		A1	B	E	F	S
R%	45	21	20	63	59	54
N-R		32	33	02	13	07

EVAPM3/92 (S23) **R = 28%**

Les questions CD29-30 et SH15-18 étudient des sections de solides usuels. Leur complexité est cependant différente. En premier lieu le parallélépipède rectangle est un objet plus familier qu'une pyramide quelconque, en second lieu la section plane demandée à la question SH15-18 nécessite de "sortir" de l'objet et demande une analyse assez complexe mais combien formative (L'intersection de deux plans sécants est une droite. Cette droite est définie par deux points. Chacun de ces points est l'intersection de deux droites incluses respectivement dans chacun des plans).

EVAPM1/93 SH15-18

2E012 **2E013** **2E015**

La figure ci-contre représente une pyramide de sommet S et de base ABCD.
Les points I, J et K sont trois points donnés des arêtes [SA], [SB] et [SC].

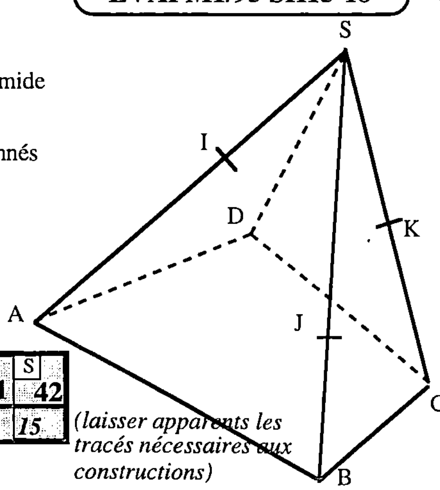
a) Construire l'intersection du plan (IJK) et du plan (ABCD).

		E	F	S
au moins un point de l'intersection	63	82	45	67

		E	F	S
"droite -intersection" correcte	38	54	21	42
N-R		16	28	15

b) Construire l'intersection du plan (IJK) et de la pyramide.

(laisser apparents les tracés nécessaires aux constructions)



		E	F	S
Tracé correct de la droite (KL)	10	10	03	12

		E	F	S
Tracé correct du quadrilatère IJKL	10	10	03	12
N-R		22	36	24

Les taux de non-réponses à la question CD29-30 sont très élevés pour les séries A1 et B ce qui peut s'expliquer par la technicité du vocabulaire (section, plan). Ces élèves semblent refuser ce type de questionnement, mais cela ne signifie sans doute pas toujours l'absence de savoir-faire. Les élèves de la série E obtiennent des résultats supérieurs à ceux de S ; on peut être surpris par le fait qu'un élève sur deux seulement parvienne à tracer cette section, même si le score a notablement progressé depuis la classe de Troisième.

Domaine géométrique

L'examen des copies montre que de très nombreux élèves tracent le triangle AA'I comme section (ils sont encore plus nombreux à tracer IJK comme section de la pyramide). Ceci montre qu'en fin de Première, le décodage d'un tracé en perspective cavalière pose encore de nombreux problèmes : que représentent pour ces élèves les triangles AA'I ou IJK ? Comment les voient-ils ?

Le lecteur pourra se reporter aux questions SG12-13 et SB20-21 qui traitent du même sujet.

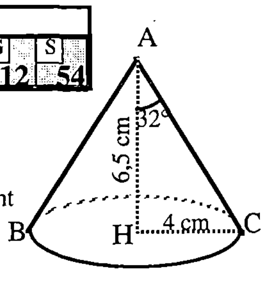
Le tracé de sections, révélateur de certaines lacunes de décodage de figures et formateur au niveau heuristique, devrait être sans doute plus exploité dans les classes.

EVAPM1/93 CB09-12

Réussite conjointe							
		AI	B	E	F	G	S
R%	38	25	25	64	33	12	54

EVAPM3/92 (H13 à H16) **R = 27%**

A partir du cône dessiné ci-contre on réalise un nouveau cône.
Ce dernier est obtenu en multipliant par 3 le rayon du disque de base et la hauteur.



3V109

L'angle $\widehat{HAC}$ est alors multiplié par le nombre :				
a	1	Oui	Non	Jnsp
b	3	Oui	Non	Jnsp
c	9	Oui	Non	Jnsp
d	3^3	Oui	Non	Jnsp

Angle							
		AI	B	E	F	G	S
R%	72	62	63	93	85	50	86
N-R		09	11	01	01	13	02

EVAPM3/92 (H14) **R = 57%**

La longueur AC est alors multipliée par le nombre :				
a	1	Oui	Non	Jnsp
b	3	Oui	Non	Jnsp
c	9	Oui	Non	Jnsp
d	3^3	Oui	Non	Jnsp

Longueur							
		AI	B	E	F	G	S
R%	72	63	67	86	79	62	80
N-R		07	06	02	01	08	01

EVAPM3/92 (H13) **R = 70%**

3V108

L'aire du disque de base est alors multipliée par le nombre :				
a	1	Oui	Non	Jnsp
b	3	Oui	Non	Jnsp
c	9	Oui	Non	Jnsp
d	3^3	Oui	Non	Jnsp

Aire							
		AI	B	E	F	G	S
R%	58	52	47	83	48	30	79
N-R		11	09	01	01	14	02

EVAPM3/92 (H15) **R = 46%**

3V107

Le volume du cône est alors multiplié par le nombre :				
a	1	Oui	Non	Jnsp
b	3	Oui	Non	Jnsp
c	9	Oui	Non	Jnsp
d	3^3	Oui	Non	Jnsp

EVAPM3/92 (H16) **R = 46%**

Volume							
		AI	B	E	F	G	S
R%	53	49	44	71	49	31	71
N-R		16	15	07	03	16	05

La question CB09-12 et la question CA03-04 qui proviennent d'EVAPM3/92 permettent de croiser plusieurs domaines essentiels aussi bien pour la formation de base du citoyen que pour toute initiation scientifique : la géométrie dans l'espace et la proportionnalité.

Les réussites sont très contrastées (la réussite conjointe passe de 12% à 54% et les élèves de G ont un taux fort de non-réponses - dont nous avons déjà parlé).

Les résultats ont finalement peu évolué depuis la classe de Troisième, sauf en ce qui concerne la perception de l'angle.

Une très grande partie des élèves semble percevoir correctement l'invariance de l'angle, ce qui montre une meilleure appréhension de l'espace qu'en Troisième. Par contre l'effet de l'agrandissement sur les aires et les volumes pose toujours des difficultés (sauf en E et S peut-être grâce au travail sur les homothéties), montrant ainsi que les concepts d'aire et de volume ne sont pas encore bien acquis en fin de Première.

À ce sujet, nous renvoyons le lecteur à l'article "Longueur - Aire - Volume" du bulletin n° 402 de l'APMEP (Février 1996), article qui s'appuie largement sur les études EVAPM de la Sixième à la Seconde.

Domaine géométrique

La réussite à la question CF01-03 confirme la difficulté de mise en place du concept aire-volume même en Première.

Nous pouvons encore illustrer ces difficultés en présentant la question CF01-03.

Nous avions posé cette question dès la classe de Sixième. Un élève sur 4, en série S, ne parvient pas à trouver que le nombre de pots nécessaires est 2 et toutes sections confondues un élève sur deux !

EVAPM1/93 CF01-03

On veut passer **deux couches** de peinture sur toutes les faces d'un cube de 90 cm de côté.
Sachant qu'avec un pot on peut couvrir 5 m^2 au maximum,

2E018

Combien de pots faudra-t-il acheter ?

Explications et calculs

Calcul correct de l'aire d'une face		A1	B	E	F	G	S
R %	77	64	75	96	92	52	91

EVAPM3/92 (WA25) **R = 59 %**
Passation spéciale sur 12 classes

EVAPM6/87 (App B2) **R = 11%**
EVAPM6/89 (M02) **R = 09%**
EVAPM3/92 (WA28) **R = 25 %**
Passation spéciale sur 12 classes

Explication correcte		A1	B	E	F	G	S
R %	69	56	59	93	90	39	87

EVAPM3/92 (WA26) **R = 45 %**
Passation spéciale sur 12 classes

Résultat exact		A1	B	E	F	G	S
R %	54	39	41	80	70	32	75
N-R		*09*	*10*	*01*	*02*	*14*	*01*

Réponse : Il faudra acheter .... pot(s)

Les erreurs lues dans les copies montrent que la distinction longueur - aire - volume est souvent prise en défaut. En voici quelques extraits :

"Le côté vaut 90 cm. Il y a 6 faces donc : $90 \times 6 = 540$. Il faut 3 pots".

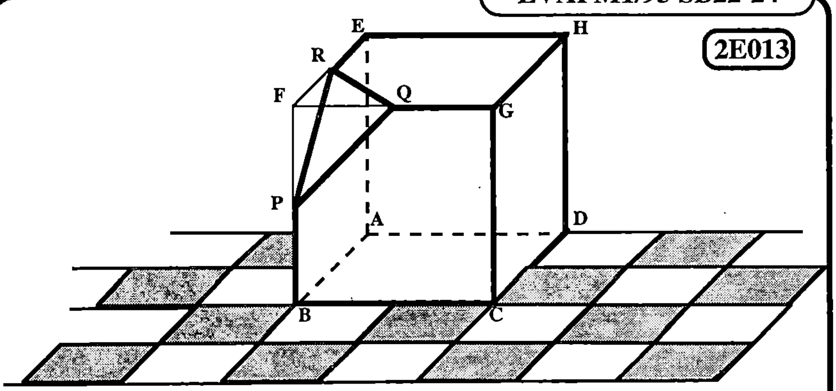
"Le cube comporte 6 faces à 90 cm^2" ; "90 cm de côté = 90 cm^2"

"$90^3 \times 2 = 180^3 = 5832$; $\frac{5832}{25} = 233$ pots"

Ainsi des exercices "très simples" peuvent être révélateurs de lacunes et de dysfonctionnements inquiétants. On pourra aussi se reporter à la question CE29-31 qui est un exercice posé dès la Sixième.

EVAPM1/93 SB22-24

2E013



La figure ci-dessus représente un cube tronqué $\mathcal{C}$ obtenu en ôtant du cube ABCDEFGH le tétraèdre FPQR;
P, Q et R sont les milieux respectifs des arêtes [BF], [GF] et [EF].

On suppose que la longueur AB est 60 cm.

3°) Calculer la longueur CR.

2E017

Triangle rectangle utile	E	S
R %	51	54

EVAPM2/91 .P14. : 46 %

Démarche correcte	E	S
R %	44	47

EVAPM2/91 .P15. : 39 %

	E	S
R %	39	37
N-R	*19*	*29*

SPRESE 2/86 : 06 %
EVAPM2/91 .P16. : 32 %

CR = ... cm

Les questions SB22-24 et CE01-03 nécessitent, pour calculer les longueurs demandées, la reconnaissance de triangles rectangles et par conséquent de droites orthogonales dans un pavé. Cette reconnaissance passe de 87% (CE01-03) à 54% (SB22-24) pour les élèves de S.

Dans la question CE01-03 le segment [AG] est tracé tandis que le segment [CR] n'est pas tracé dans SB22-24. De plus, la "vision" de l'orthogonalité est plus difficile dans la question de SB. Dans ce dernier cas il est peut-être davantage nécessaire de faire appel au raisonnement pour se convaincre que "(CB) est orthogonale au plan (ABE), donc à (BR)".

Ce théorème ne semble pas bien disponible chez les élèves et il paraît donc que devant une figure plus difficile à décoder, le recours à un schéma démonstratif est loin d'être automatique.

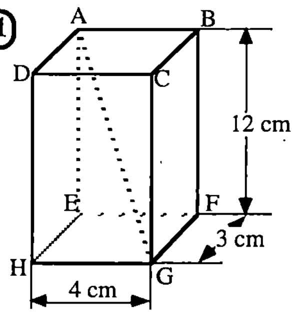
EVAPM1/93 CE01-03

3E101

Voici le dessin en perspective d'un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) dont les dimensions sont portées sur la figure.

Calculer la longueur de la diagonale [AG].

Donner le détail de tous les calculs et énoncer les propriétés utilisées.



Identification de triangle(s) rectangle(s)						
	AJ	B	E	F	G	S
R% 70	59	56	93	87	42	87

EVAPM4/89 (P06) R = 27 %
EVAPM3/90 (A05) R = 57 %
EVAPM2/91 (P01) R = 82 %

Énoncé correct de la relation de Pythagore						
	AJ	B	E	F	G	S
R% 72	63	58	94	87	43	91

EVAPM4/89 (P07) R = 26 %
EVAPM3/90 (A06) R = 60 %
EVAPM2/91 (P02) R = 84 %

EVAPM4/89 (P08) R = 21 %
EVAPM3/90 (A07) R = 48 %
EVAPM2/91 (P03) R = 74 %

		AJ	B	E	F	G	S
R%	67	58	53	81	85	41	83
N-R		22	33	04	09	39	06

Réponse: AG = ...

Questions portant strictement sur le programme de Première

Ces questions concernent l'extension à l'espace du calcul vectoriel.

Il faut avant tout noter le taux très élevé de non-réponses pour toutes les questions concernées.

Parmi les élèves qui répondent à la question SC27-30, un sur deux en série S (un sur trois en série E) le fait correctement.

EVAPM1/93 SC27-30

1E109

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$

Soit (D) la droite passant par A(2 ; 3 ; -5) et par le point B (1 ; 5 ; 0).

a) Le point I(0 ; -7 -5) appartient-il à (D) ? *Justifier*

Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	E	S
R %	21	35

Démonstration correcte du non-alignement	E	S
R %	10	25
N-R	72	49

b) Le point K(4 ; -1 ; -15) appartient-il à (D) ? *Justifier*

Calcul correct des coordonnées d'au moins un vecteur utile	E	S
R %	16	28

Démonstration correcte du non-alignement	E	S
R %	13	23
N-R	78	58

La lecture des copies montre que de nombreux élèves essaient de trouver "l'équation" de la droite (AB), ce qui les met en échec. Certains essaient avec une équation du type y = ax + b, d'autres plus prudents annoncent “Il faut que le point I vérifie l'équation de D” et s'arrêtent.

Finalement, seuls 35% des élèves de S pensent à calculer les coordonnées d'un vecteur utile et parmi ceux-là un nombre important n'arrivent pas à savoir si les vecteurs sont colinéaires ou non.

Les analyses des thèmes *Géométrie* et *Géométrie dans le plan muni d'un repère*, montrent que l'outil vectoriel n'est pas bien maîtrisé, cela est confirmé ici. L'utilisation des vecteurs est rejetée, occultée, les élèves essayant par tous les moyens de se “rabattre” sur une méthode algébrique qui fonctionne dans le plan et qui leur a évité très souvent d'avoir à utiliser la colinéarité de vecteurs (voir à ce sujet les questions SE35-36 et SD13-16).

La géométrie dans l'espace pourrait ici avoir un nouveau rôle, catalyseur de la géométrie vectorielle.

EVAPM1/93 SB29-35

L'espace étant rapporté à un repère orthonormal, on considère les points A, B, C et D de coordonnées :

A(-1 ; 1 ; 0) ; B(1 ; 2 ; -3) ; C(2 ; 3 ; -2) ; D(0 ; 2 ; 1)

Démontrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Démarche correcte — R % : E 51, S 42 — 1E106

	R % E	R % S	Code
Calcul des coordonnées d'au moins un milieu utile	02	06	1E109
Calcul d'au moins une distance utile	20	19	1E110
Calcul d'au moins un produit scalaire utile	41	32	1E112
Calcul utilisant le théorème de Pythagore ou sa réciproque	02	05	1E109

Ceci n'est pas au programme — 1E111

Démonstration correcte

	R % E	R % S
de l'existence d'au moins un angle droit	39	31
du fait que ABCD est un parallélogramme	27	28

du fait que ABCD est un rectangle	E	S
R %	26	24
N-R	*47*	*49*

La question SB29-35 confirme l'analyse qui précède avec un taux de non-réponses de 50% et un taux de réussite de 24%. La méthode la plus employée est le produit scalaire, qui, dans l'espace, n'ést pas au programme de Première, montrant ainsi que cet outil a remplacé, pour le moment, les anciennes méthodes du Collège et de Seconde. De toute manière, force est de constater, que très peu d'élèves parviennent à montrer que ABCD est un rectangle.

L'analyse de ce thème montre à la fois l'importance que peut avoir la géométrie dans l'espace pour la formation scientifique et les difficultés qu'elle engendre, ce qui justifierait sans doute une augmentation du temps qui lui est consacré.

DOMAINE NUMÉRIQUE

Algèbre

En S, E, A1, B, F1 à F6, F9, F10 "*Le programme vise à mobiliser et compléter les capacités acquises en Seconde. La résolution de problèmes ... constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. ....*

- *Consolider la pratique conjointe du calcul littéral et du calcul numérique, en relation étroite avec l'étude des fonctions.*
- *Poursuivre l'étude des équations et inéquations à une inconnue et des systèmes d'équations et inéquations linéaires."*

Les nouveautés en classe de Première sont des notions sur les fonctions polynômes, et l'étude des polynômes du second degré (en cours en S et E, en travaux pratiques en A1, B).

En A2, G, F7 et F7', F8, F12, les situations privilégient la proportionnalité, "*les activités doivent combiner les expérimentations graphiques et numériques avec les justifications adéquates".* Il n'y a pas d'étude des polynômes ni du second degré.

Signalons qu'il n'y a pas de programme "officiel" en F11.

Le changement de programme, en ES en septembre 1994, rapproche Algèbre et Analyse, insiste sur l'exploitation des graphiques et la mise en relation des équations-inéquations avec l'étude des fonctions.

Les autres programmes n'amènent pas de changement notable.

Calculs numériques

Dans la première épreuve de type QCM, deux questions de calcul numérique étaient proposées, portant sur des puissances de 10 et un calcul de fraction ; le taux de réussite est très élevé, autour de 80% en G, jusqu'à plus de 90% en E, F et S. On peut cependant s'étonner que 10% des élèves de ces séries ne reconnaissent pas la forme scientifique de 300 x 0,2 (CA11-12).

La progression depuis la classe de Seconde ou de Troisième, selon le cas, est très bonne. Le taux de bonnes réponses à la question CA01, gagne au moins 20 points de pourcentage depuis la classe de Troisième, et cela pour toutes les séries : utilisation correcte de la calculatrice ou attention plus soutenue ? Ces deux questions sont d'ailleurs productrices d'un effet plancher caractéristique : elles n'ont aucun pouvoir discriminatif !

Transformations d'écritures

La question CB18, posée sous forme de QCM et reprise d'EVAPM2 et de IEA-SIMS/84 concernait des suppressions de parenthèses précédées de signes + et -. Le taux de non-réponses est particulièrement faible, ce type d'exercices étant familier aux élèves depuis plusieurs années. La progression par rapport à la classe de Seconde ne doit pas cacher que 30% des élèves de G échouent. La comparaison des taux de réussite des élèves japonais (93%) et des ceux des USA (59%) peut amener à s'intéresser davantage à la question de l'influence des programmes et des pratiques d'enseignement, à moins qu'il ne s'agisse de la variabilité du sérieux que les élèves apportent aux enquêtes...

Domaine numérique

Quelques questions concernent le développement ou la factorisation de polynômes, posées directement ou non. On en rencontre dans les épreuves CA et CB, de type QCM. On observe une nouvelle fois que le taux de réussite est bien meilleur quand il s'agit de passer d'une forme produit à un forme développée que lorsqu'il s'agit d'obtenir un produit. Dans le premier cas (CA02), le taux de réussite est élevé : 65% en G, plus de 90% en S et E. Dans EVAPM2, le taux de réussite à cette question était de 54%, et déjà de 76% pour les élèves admis en Première S. Cette compétence semble maintenant assez solidement acquise, y compris dans les séries non scientifiques.

Dès qu'il s'agit de factorisation, les choses semblent se compliquer. On reconnaît bien une différence de carrés (CB25-28) dans l'expression x^4-25, on en reconnaît la factorisation (88%), moins bien lorsqu'elle est appliquée deux fois (CB28) : on tombe alors à un taux de réussite de 35% en G, autour de 50% en B et A1, encore 80% en S et E. En Seconde, cette compétence avait été évaluée dans les questions F3-5 et E4-5, et semblait acquise pour plus de la moitié des élèves.

EVAPM1/93 SG01-02

Mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme (ax + b).

$x^2(x+1) - 4(x+1) =$ ....

Mise en facteur de (x + 1)	R%	53	A1	50	B	56

2A006

EVAPM2/91 (F6-7) 31%

Réponse			A1	B
	R%	47	45	49
	N-R		27	24

La question SG01-02 demandait directement de factoriser une expression, CB23 évaluait cette compétence sous forme de QCM. La formulation classique n'était posée qu'aux élèves de B et A1, elle est bien mieux réussie que la forme QCM et en nette progression par rapport à F6-7 .

Dans cette dernière question, plusieurs stratégies étaient possibles. On pouvait factoriser directement l'expression, ce qui demandait plusieurs étapes, et était un peu plus compliqué que dans SG01-02. On pouvait développer certaines des formes données, stratégie assez lourde qui a pu rebuter des élèves. On pouvait aussi anticiper les résultats des calculs sans avoir à les détailler, ou reconnaître des racines d'un polynômes dans les formes factorisées, ce qui donnait rapidement la seule bonne réponse. Il est vraisemblable que peu d'élèves ont utilisé cette stratégie. Le taux de non-réponses est élevé compte tenu de la forme QCM, ce qui semble indiquer que les élèves ont été découragés par la lourdeur des calculs envisagés, et qu'ils n'ont pas vu les solutions plus rapides. Posée dans EVAPM2, le taux de réussite y était beaucoup plus faible ; on peut penser que les élèves sont un peu moins effrayés par les calculs en Première.

EVAPM1/93 CB23

2A007

L'expression $(x+1)^3 + x^2 - 1$
où x désigne un nombre réel quelconque,
peut aussi s'écrire :

a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp
b	$(x+1)^2(x-1)$	Oui	Non	Jnsp
c	$x(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp
d	$x(x+1)(x+3)$	Oui	Non	Jnsp

		A1	B	E	F	G	S
R%	41	27	31	62	31	24	62
N-R		09	10	05	04	11	06

EVAPM2/91 (S05) **R = 20%**

Avec la stratégie basée sur la mise en évidence des racines des polynômes, la question CB23 serait à rapprocher de SE24-25 dans laquelle il s'agissait de justifier qu'un polynôme était divisible par des facteurs donnés, ou de SK36-39, dans laquelle on demandait d'écrire des polynômes connaissant trois racines. Ces questions sont posées directement, comme application assez immédiate du cours sur les polynômes. Le taux de non-réponses est cependant très élevé (de 39% en S à 65% en B et A1 pour SK36-39).

Il semble bien que la difficulté dans SK36-39 était de trouver des polynômes répondant à la question. En effet, la transformation des polynômes trouvés en écriture développée ne modifie pas beaucoup les scores de réussite. Ceci, réussi à l'intérieur d'une question plus complexe, conforte l'idée, évoquée dans CA02 que développer est une compétence assez bien acquise à ce niveau.

EVAPM1/93 SK36-39

Trouver deux polynômes distincts ayant tous deux pour racines les nombres suivants : **a = 2 ; b = 5 ; c = -3**

Ecrire ces deux polynômes sous forme développée.

1A003

2A103

	Toute forme d'écriture					Ecriture développée				
	R%	A1	B	E	S	R%	A1	B	E	S
Au moins un polynôme	28	10	13	41	43	22	06	07	30	36
Deux polynômes distincts	12	04	04	19	19	10	03	02	11	18

	A1	B	E	S
N-R	*65*	*65*	*49*	*39*

Savoir reconnaître qu'un nombre est solution d'une équation (CB24) est très bien réussi lorsque la question est posée directement : 72% de bonnes réponses toutes séries confondues, malgré les erreurs de calcul dues à la présence de nombres négatifs. C'est donc bien le lien entre les zéros d'un polynôme et les solutions de l'équation qui n'est pas encore fait facilement.

Bien entendu les questions CB et CA étant du type QCM, on ne peut disposer sous forme écrite des stratégies des élèves.

Ordre

La question CA13-16 obtient un taux de non-réponses faible mais aussi un faible taux de bonnes réponses. On a là une illustration d'une catégorie d'erreurs bien connue : les nombres positifs sont considérés comme ... des entiers strictement supérieurs à 1 par bien des élèves ! Aussi il n'est pas vraiment étonnant que les réponses fausses soient largement majoritaires dans les séries non scientifiques pour a), b) et d). Bien sûr la ligne c) est réussie à la quasi-unanimité mais qu'aurait-on obtenu en supprimant l'hypothèse "*a positif*" ? Cette question met en évidence la solidité des "connaissances locales" qui se sont construites antérieurement[1].

EVAPM1/93 CA13-16

a désignant un nombre réel positif non nul, il est toujours vrai que :

a	$\sqrt{a} < a$	Oui	Non	Jnsp
b	$a^2 > a$	Oui	Non	Jnsp
c	$-a < a$	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{1}{a} < a$	Oui	Non	Jnsp

4N019

Réponses exactes aux quatre lignes							
		A1	B	E	F	G	S
R%	32	22	20	44	28	18	48
N-R		*01*	*01*	*01*	*00*	*02*	*01*

EVAPM2/91 (S04) R = 20%

	R%	A1	B	E	F	G	S	
OUI à a	54	65	66	39	59	60	41	*(réponse fausse)*
OUI à b	53	66	64	31	53	65	37	*(réponse fausse)*
OUI à c	88	84	89	92	88	81	92	
OUI à d	49	63	63	27	52	57	33	*(réponse fausse)*

[1] Léonard F et Sackur C : Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, N°10 - 2/3, pages 205-240 , La pensée sauvage, Grenoble

Ici, la forme QCM renforçait vraisemblablement la tendance à se précipiter vers la réponse "intuitive". La question était posée de façon purement algébrique. Rien n'incitait les élèves à faire un lien avec la comparaison de représentations graphiques de fonctions qui devraient leur être familières. En tout cas ce changement de cadre n'est pas fait spontanément. Reconnaissons tout de même la nette progression par rapport au taux de 20% obtenu en Seconde.

EVAPM1/93 CB19-22

Sachant que **a** est un nombre vérifiant : $5 < a < 7$
on peut affirmer que :

a	$25 < a^2 < 49$	Oui	Non	Jnsp
b	$-5 < -a < -7$	Oui	Non	Jnsp
c	$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{7}$	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < \frac{1}{7}$	Oui	Non	Jnsp

Réponses exactes aux quatre lignes — 2N017, 2N018

		A1	B	E	F	G	S
R%	65	67	60	64	64	47	76
N-R		02	01	01	00	03	01

EVAPM2/91 (R18) **R = 63%**

			A1	B	E	F	G	S
OUI à a	R%	95	97	95	95	96	88	97
(réponse fausse) OUI à b	R%	21	18	26	11	24	31	15
OUI à c	R%	89	87	88	93	92	82	92
(réponse fausse) OUI à d	R%	15	17	16	07	14	25	10

La question CB19-22 portait, elle, sur des encadrements, et ne contenait guère de difficultés puisque le nombre **a** était compris entre deux nombres positifs. On peut penser, ici aussi, que les élèves ont appliqué des théorèmes de rangement algébriques de façon un peu mécanique, et n'ont pas fait un changement de cadre qui aurait amené un lien avec le sens de variation des fonctions. Le résultat est sensiblement le même que dans EVAPM2, sauf en série G où le résultat est nettement moins bon. Si les bornes de l'intervalle avaient été de signes contraires, il est vraisemblable que les résultats auraient été plus faibles.

On peut aussi rapprocher ces questions de la question H3-5 de EVAPM3/92, où seulement 20% des élèves réussissent des questions concernant l'ordre des nombres après multiplication par un facteur.

Résolution d'équations et d'inéquations

On a vu plus haut (CB24) que les élèves savent assez bien reconnaître si un nombre donné est ou non solution d'une équation (polynôme de degré 4 dans cette question).

D'autres questions demandent des résolutions d'équations dans divers cas.

L'épreuve CC proposait deux questions reprises d'EVAPM2 : la résolution d'une équation du second degré, dans CC03-05, et, immédiatement après, celle d'une équation-produit dans CC06-07. Les deux obtiennent un bon taux de réussite, très supérieur à celui d'EVAPM2. Le rapprochement de ces deux questions aurait pu inciter les élèves à essayer de factoriser l'expression de CC03-05 ($4x^2 - 20x + 25$), méthode qui était la seule à leur disposition en Seconde. On constate pourtant une prédominance extrêmement

EVAPM1/93 CC03-07

Résoudre l'équation suivante : $4x^2 - 20x + 25 = 0$ — 2A008

Calculs

Démarche par calcul du discriminant

		A1	B	E	F	S
R%	81	75	78	82	77	87

Démarche par factorisation

		A1	B	E	F	S
R%	24	21	22	35	67	24

EVAPM2/91 (B35) R = 59 %

		A1	B	E	F	S
R%	77	66	70	92	67	88
N-R		08	06	00	09	01

Réponse:

EVAPM2/91 (B36) R = 41 %

Résoudre l'équation suivante : $(2x + 3)(x - 4) = 0$

Calculs

Démarche correcte

		A1	B	E	F	S
R%	90	90	89	92	83	93

EVAPM2/91 (B37) R = 62 %

		A1	B	E	F	S
R%	85	81	82	95	69	93
N-R		01	03	00	04	01

Réponse:

EVAPM3/90 (B27) R = 50 %
EVAPM2/91 (B38) R = 58 %

forte, dans toutes les séries, de la démarche par calcul du discriminant. Ici on a une illustration de la connaissance nouvelle qui fait écran aux anciennes, surtout quand il s'agit d'un algorithme qui "marche à tous les coups".

La question CC03-05 peut être rapprochée de CD03-06, question reprise elle aussi d'EVAPM2 (B41-44), et beaucoup mieux réussie qu'en Seconde. Le taux de non-réponses est très faible, la difficulté liée à l'étude du signe de (-x+4) est dominée par 81% des élèves (remarquons que la série G n'a pas passé le questionnaire concerné). Il s'agit d'une question très routinière, pour ne pas dire pavlovienne, où le problème n'est posé qu'après qu'on ait fait résoudre des petites questions, apparemment de façon artificielle. La question CC06-07 s'était précédemment appelée EVAPM2 B37-38 et EVAPM3 B26-27. Lors d'EVAPM2, on avait pu s'inquiéter de ce que le taux de réussite (62% pour la démarche, 54% pour le résultat) y était inférieur à celui des élèves de Troisième admis en Seconde (74% et 63%). On peut être en partie rassuré : les résultats de Première ont rattrapé et dépassé ceux de Troisième dans toutes les séries concernées. En Seconde, on avait pu comparer la question B41-44 (devenue CD 03-06 dans la présente évaluation) à EVAPM2 E8-10 qui demandait *"Résoudre $(x + 4)(x - 2) < 0$"* pour laquelle seuls un tiers des élèves utilisaient un tableau et 27% seulement résolvaient l'exercice.

EVAPM1/93 CD03-06

Compléter le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		$+\infty$
2A015 Signe de $(2x - 5)$			
Signe de $(-x + 4)$			
Signe de $(2x - 5)(-x + 4)$ **2A018**			

Signe de $(2x - 5)$:

		A	B	E	F	S
R%	90	88	89	100	81	94
N-R		03	01	00	04	00

EVAPM2/91 (B41) R = 64 %

Signe de $(-x + 4)$:

		A	B	E	F	S
R%	81	77	76	89	70	87
N-R		03	01	00	04	00

EVAPM2/91 (B42) R = 53 %

Signe de $(2x - 5)(-x + 4)$:

		A	B	E	F	S
R%	79	76	74	89	71	85
N-R		03	01	00	04	00

EVAPM2/91 (B43) R = 51 %

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $(2x - 5)(-x + 4) > 0$

....

		A	B	E	F	S
R%	67	60	58	84	54	78
N-R		06	05	00	08	01

EVAPM2/91 (B44) R = 39 %

Ici c'est avec SF18-21, SG21-23 et SE32-34, étudiées un peu plus loin qu'on rencontre d'autres inéquations pour lesquelles le même type de raisonnement peut être employé, et nous permettre aussi des comparaisons.

En conclusion, on peut dire que, posées directement, sous forme d'application directe, la résolution des équations-produits et des inéquations-produits est devenue, année après année, une compétence bien acquise.

La question SE21-23 demandait la résolution d'une équation du second degré. Le premier item posé sous forme d'application directe du cours obtient un fort taux de réussite en S et surtout en E.

Le calcul des valeurs approchées ne semble pas poser trop de problèmes non plus aux S et aux E. Par contre les B, ne réussissent le calcul des valeurs exactes qu'à 65%, taux qui tombe à 57% lorsqu'il s'agit de donner les valeurs approchées à 10^{-2} près. Difficultés dans le maniement de la calculatrice et mauvaise interprétation de l'approximation demandée expliquent ce mauvais score.

On peut comparer cela aux résultats obtenus à la question A19-20 posée dans EVAPM2/90 ; question elle-même reprise de l'évaluation SPRESE 86.

EVAPM1/93 SE21-23

1A111

Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'équation du second degré :

$2x^2 - 10x + 11 = 0$

On donnera, si elles existent, les solutions exactes, puis des valeurs approchées à 10^{-2} près de ces solutions.

			B	E	S
Calcul exact de Δ		88	84	95	89
Solutions ...	Valeurs exactes	75	65	86	79
	N-R		07	02	04
	Valeurs approchées	71	57	83	77
	N-R		14	05	07

Il s'agissait alors de calculer $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+1}$ et de donner des valeurs approchées du résultat.

A la question *"indiquer le résultat affiché sur la calculatrice"*, le taux de réussite était de 71% ; il passait à 58% pour *"donner avec trois décimales une valeur approchée à 10^{-3} près par excès"*, ce qui ne demandait pourtant que peu d'initiative.

La question SF18-21 demandait la résolution d'une inéquation du second degré. Le calcul du discriminant, les formules donnant les racines de l'équation et l'application directe du cours étaient ici une méthode performante. Cette question n'était donnée qu'aux élèves de B, et on remarque que, si 63% obtiennent les racines, seuls 32% résolvent l'inéquation.

On peut rapprocher cette résolution d'une inéquation du second degré de SK01-04 (voir aussi au chapitre Fonctions-Analyse de cette brochure) où on était amené à étudier le signe d'une dérivée.

On obtenait $f'(x) = \frac{15}{2}x^2 - 7x$, et la fonction était définie dans [0 ; 1].

Alors que 84% des élèves déterminent la fonction dérivée, 47% seulement en utilisent correctement le signe (respectivement 88% et 59% en série S).

EVAPM1/93 SF18-21

Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation :

$2x^2 - 13x + 15 \geqslant 0$

			B
1A108	Calcul de Δ	R%	74
1A111	Calcul correct des racines	R%	63
1A112	Utilisation d'un tableau	R%	32
1A115	Ensemble des solutions	R%	32
		N-R	25

La question SE24-34 consistait en un exercice plus complexe, qui conduisait progressivement les élèves à résoudre une inéquation du quatrième degré. Seules les séries B, E et S étaient concernées. La méthode était donnée par un enchaînement de questions, comme cela est conforme au programme de Première.

Il n'y a que 20% des élèves qui résolvent complètement cet exercice : 26% en E et S, 6% en B. Nous avons évoqué plus haut le début de cette question, le taux de non-réponses y est élevé, la disparité entre les séries importante. Les élèves de B, en particulier, ont du mal à donner une justification correcte. Ensuite, il y a encore des erreurs dans le calcul de Q(x), ainsi qu'un grand nombre d'élèves qui parviennent à ce point de l'exercice sans justifier la factorisation de Q(x). Ils ont pu utiliser une calculatrice, négliger de recopier leurs calculs ou considérer - sans le préciser - que les racines de ce polynôme sont "évidentes". En tout état de cause, moins de la moitié des élèves, même en série scientifique, parviennent à factoriser P(x), 13% seulement en B avec un taux de non-réponses de 67%. Quant à la résolution de l'inéquation, à peine plus de la moitié des rescapés de la question précédente la donnent.

EVAPM1/93 SE24-34

On donne le polynôme P tel que :

$$P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$$

a) Montrer que P(x) est divisible par $(x+1)(x-2)$

Justification correcte ...

		B	E	S
... d'au moins un des deux facteurs	57	44	69	63
... des deux facteurs	54	38	65	61
N-R		38	31	20

b) En déduire une factorisation de P(x) en produit de polynômes du premier degré

		B	E	S
P(x) sous forme (x+1)(x-2)Q(x)	42	27	68	47
N-R		54	30	36
$Q(x) = x^2 - 4x + 3$	44	23	62	53
Factorisation utilisant Δ	19	08	16	25

Démarche : Calcul de Q(x) par ... **1A108**

		B	E	S
... méthode des coefficients indéterminés	28	15	41	33
... technique de la division	24	21	22	26
OU	48	34	60	55

1A112

		B	E	S
R%	33	13	38	44
N-R		67	53	37

c) Utiliser les résultats précédents pour résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation :

$$x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 \geqslant 0$$

		B	E	S
Démarche correcte	27	12	32	34
Réponse partielle	24	09	36	31

1A125

		B	E	S
R%	20	06	26	26
N-R		73	46	43

Il est clair que cette dernière question nécessitait beaucoup plus d'autonomie que CD03-06 où la démarche était donnée entièrement. Ce type d'exercice est classique, au moins en série scientifique, mais n'oublions pas que le chapitre sur les polynômes est souvent traité assez tôt dans l'année, et que notre enquête évalue les connaissances et savoir-faire supposés acquis en fin d'année avec une certaine solidité. On met en jeu ici des connaissances nouvelles en Première, ainsi que des calculs dont l'enchaînement est aussi une nouveauté en Première. De plus, entre-temps, des équations et inéquations ont été résolues dans un cadre fonctionnel, ces connaissances diverses peuvent se faire écran les unes aux autres en fin d'année, sans révision rappelons-le. Tout cela peut expliquer une disparité entre les performances des élèves à différentes époques de l'année.

EVAPM1/93 SK12-15

Résoudre le système d'équations suivant, sachant qu'il admet une solution unique:

$$\begin{cases} 4x - 2y + 6z = 20 \\ 3x - y + 3z = 15 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Calculs

	R%	A	B	E	S
Démarche correcte (début de résolution)	86	83	82	85	88
Valeur de x	63	56	58	65	69
Valeur de y	58	52	52	61	64
Valeur de z	55	49	49	59	61
Réussite conjointe à l'ensemble	54	48	48	57	60

EVAPM2/91 (M29) R = 59% (démarche correcte)

EVAPM2/91 (M 30) R = 34% (valeur de x)

EVAPM2/91 (M 31 R = 29% (valeur de y)

EVAPM2/91 (M 32) R = 27% (valeur de z)

EVAPM2/91 R = 21% (réussite conjointe)

	A	B	E	S
N-R	11	12	06	06

Réponse : *Le système admet pour solution :*

x = ... y = ... z = ...

La question SK12-15 demandait de résoudre un système linéaire de trois équations à trois inconnues. Un très grand nombre d'élèves - 86% - commencent la résolution par une démarche correcte, ensuite un assez grand nombre d'erreurs de calcul font que le taux moyen de réussite est 54%, avec relativement peu de différence entre les séries ; remarquons que ni les élèves de série G ni ceux des séries F n'étaient interrogés ici. L'énoncé permettait d'admettre l'existence et l'unicité de la solution, on peut se demander combien d'élèves, en Première se seraient posé cette question, et même combien ont remarqué l'information. En tous cas, le taux de réussite est en nette progression par rapport à EVAPM2/91.

Nombres complexes

Dans le questionnaire SD, spécifique à la série F, des exercices sur les nombres complexes étaient proposés : SD28-40

Le premier exercice consistait à écrire des nombres complexes sous la forme a+bi. Très bien réussi lorsqu'il s'agit de nombres donnés sous forme de somme ou de produit (près de 70% de réussite, 7% de non-réponses), il l'est beaucoup moins lorsque les nombres sont donnés sous forme de quotient (40% de réussite, 21% de non-réponses). Les difficultés sont plus grandes lorsqu'on demande de calculer le module et un argument de trois nombres donnés sous forme a+bi. Pour chacun des nombres, moins d'un tiers des élèves calculent le module, moins de 20% l'argument. 7% seulement de réussite conjointe. Un exercice avec une interprétation géométrique, qui demandait de montrer qu'un triangle était rectangle et isocèle obtient aussi moins de 15% de bons résultats. A en juger par ces questions, il semble que les élèves de F aient seulement acquis quelques mécanismes de base de calcul dans l'ensemble des complexes.

Mise en équation

Plusieurs problèmes de mise en équation ou en inéquation étaient proposés.

Le problème CF21-23, qui mettait en jeu le périmètre d'un carré et celui d'un triangle, conduisait à une équation du premier degré sans "piège".

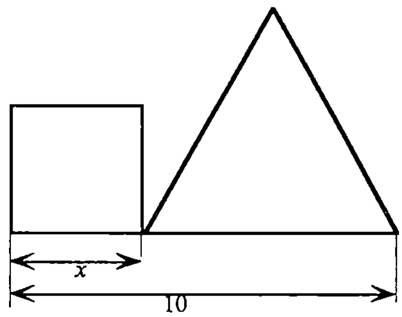
Au niveau d'une classe de Première, la mise en équation présentait donc plus d'intérêt que la résolution de l'équation.

On obtient un très bon taux de réussite dans les séries scientifiques. Mais on constate que seuls 33% des élèves de G réussissent une mise en équation correcte, et que ceux-ci la résolvent ensuite presque tous.

EVAPM1/93 CF21-23

D.E.P. Seconde 1992

Déterminer x de sorte que le carré et le triangle équilatéral aient le même périmètre.



Explications et calculs

Mise en équation correcte

		A1	B	E	F	G	S
R%	69	66	65	92	77	33	88
N-R		16	16	02	09	42	03

Simplification de l'équation

		A1	B	E	F	G	S
R%	66	59	62	92	72	29	86
N-R		22	21	04	15	47	05

		A1	B	E	F	G	S
R%	65	59	60	90	73	30	86
N-R		24	22	04	14	48	05

Réponse

Certes, cette question n'est pas vraiment une question de géométrie, mais on peut penser que les élèves de G y aient vu suffisamment de géométrie pour fuir rapidement vers des cieux qui leurs auraient semblé plus propices. Il y a en effet près de la moitié des élèves de G qui ne traitent pas la question.

Dans les séries A1 et B, la réussite est de l'ordre de 60%, là aussi la difficulté tient plus à la mise en équation qu'à sa résolution. On peut penser que la résolution des équations du premier degré est maintenant un savoir-faire suffisamment solide pour que les élèves soient capables de le reconnaître et de le mettre en oeuvre eux-mêmes dans la résolution d'un problème. Cette question est reprise de l'évaluation 1992 de début de Seconde de la DEP.

Pour ce qui est des élèves de la série B et pour une partie ceux de A1, on peut confronter ces résultats à ceux des questions SG17-19 et SF26-29.

SG17-22, reprise d'EVAPM2 M11-15, était une mise en inéquation d'un problème "concret", déjà modélisé en questions mettant en jeu des aires de rectangles. Là aussi le taux de réussite de la mise en inéquation est élevé, de l'ordre de 70%. Cette fois, le problème conduisait à une expression du second degré. La question étant reprise d'EVAPM2, les élèves étaient guidés pour la résolution du système, et celle-ci est extrêmement mal réussie : 25% des élèves font le lien avec la question précédente, 8% résolvent l'inéquation-produit. Il semble bien que le lien entre l'inéquation et le problème à résoudre était perdu ! Qu'en aurait-il été si on avait d'abord demandé :

> *"Sachant que $x^2 - 42x + 80 = (x-2)(x-40)$, résoudre l'inéquation $x^2 - 42x + 80 > 0$"*, puis, dans une question suivante, poser une question permettant le retour au problème ?

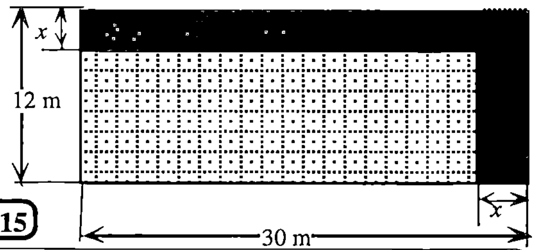
EVAPM1/93 SG17-23

Un terrain rectangulaire, représenté ci-contre, a une longueur de 30 m et une largeur de 12 m.

On veut aménager un chemin de largeur x le long de deux côtés consécutifs.

On souhaite que la partie restante ait une superficie supérieure à 280 m^2 et que la largeur du chemin soit supérieure à 0,8 m.

3A115



a) Ecrire les inéquations traduisant ces deux conditions. 3A116

Première inéquation		A1	B
R%	75	74	75
N-R		07	08

EVAPM2/91 (M11) 55 %

EVAPM2/91 (M12) 50%

Deuxième inéquation		A1	B
R%	69	70	68
N-R		08	09

b) Montrer que les conditions trouvées à la question précédente conduisent au système :
$$\begin{cases} x^2 - 42x + 80 > 0 \\ 0{,}8 < x < 12 \end{cases}$$

Transformation de la première inéquation		A1	B
R%	65	67	62
N-R		23	24

EVAPM2/91 (M13) 41%

c) Sachant que : $x^2 - 42x + 80 = (x-2)(x-40)$
trouver les valeurs possibles pour la largeur x de l'allée

L'élève a compris le lien avec le système précédent		A1	B
R%	25	28	22
N-R		33	28

EVAPM2/91 (M14) 15%

Résolution correcte de l'inéquation produit		A1	B
R%	08	08	07
N-R		37	34

EVAPM2/91 (M15) 08%

Réponse exacte ...

sans tenir compte des bornes		A1	B
R%	08	08	08
N-R		35	39

bornes exclues		A1	B
R%	07	07	06
N-R		37	41

EVAPM2/91 (M16) 07%

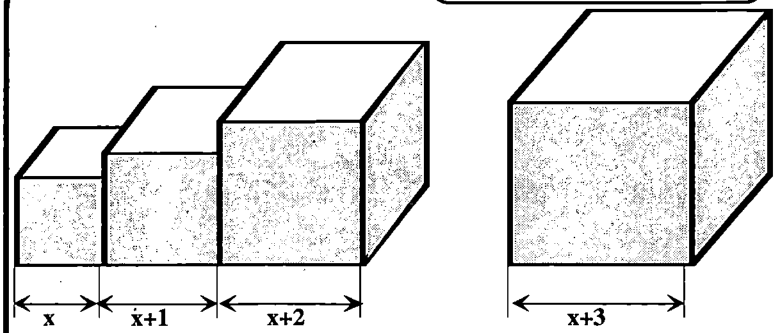
Les résultats auraient sans doute été bien meilleurs ; bien que le fait de donner la factorisation rendait peut-être la tâche plus difficile à des élèves qui, sans cette indication, auraient cherché les racines en appliquant un de leurs algorithmes favoris. Capables d'être en conformité avec des règles de calcul et des algorithmes appris, il leur est difficile de s'en dégager, même lorsque l'énoncé leur donne une partie de la solution, c'est sans doute une explication du très faible taux de réussite dans la résolution de l'inéquation. En tous cas, les scores obtenus aux diverses questions et la comparaison avec les exercices de calcul strictement formel illustrent le fait que les élèves perdent vite la signification de l'expression algébrique par rapport au problème à résoudre lorsque celui-ci s'éloigne un peu dans le temps.

SF26-33 était un problème de mise en équation qui mettait en jeu le volume de plusieurs cubes. Cette question étaient proposée aux seuls élèves de B. Le taux de non-réponses est extrêmement élevé (47%) ce qui est en partie explicable par la place de cette question en fin de questionnaire. Même parmi ceux qui ont abordé cette question, peu la réussissent : 18% ont une démarche correcte.

Le vocabulaire employé : "arête, capacité", joint à la nécessité de calculer un volume (même celui d'un cube !) a dû perturber fortement les élèves.

La plupart d'entre eux n'ont pas cherché la partie b), qui pouvait être résolue indépendamment de a). On a en effet vu plus haut (CB24) que 66% des élèves de B savaient, dans un autre contexte, vérifier qu'un nombre donné est solution d'une équation, alors qu'ici il n'y a que 33% de réussite. 8% réussissent la factorisation contre 23% dans SE29 pourtant techniquement plus difficile puisqu'il y a deux facteurs. On peut avancer comme explication la situation en fin de questionnaire, le fait que des élèves n'ont pas vu l'indépendance de a) et de b), mais aussi la difficulté à faire le lien entre l'équation et la situation-problème. La question posée était : "Est-ce la seule solution possible ?" Les élèves ont-ils interprété "solution du problème", "solution de l'équation donnée en a)", ont-ils fait le lien entre les deux ?

EVAPM1/93 SF26-33



Quatre récipients cubiques ont respectivement pour arêtes, mesurées en centimètres :

x ; $x+1$; $x+2$; et $x+3$.

La capacité du plus grand de ces cubes est égale à la somme des capacités des trois autres .

a) Monter que x est solution de l'équation : $x^3 - 6x - 9 = 0$

Bonne compréhension du problème	R%	B 27
Calcul correct d'au moins un cube	R%	B 21
Démarche correcte	R%	B 18
Démonstration complète de la relation	R%	B 11

N-R : 47 %

2A004

b) Quelles sont les valeurs possibles de x ,
On vérifiera d'abord que x = 3 est solution. Mais, est-ce la seule solution possible ?

Vérification de la solution proposée	R%	B 33
Factorisation tentée	R%	B 13
Factorisation réussie	R%	B 08
Démonstration de la solution unique	R%	B 06

N-R : 52 %

1A103

1A109

89

CF24-32 proposait aux élèves de toutes les séries un problème "concret" conduisant à un système linéaire de deux équations à deux inconnues. Là, à nouveau, 52% de succès en B, un peu moins donc qu'en CF21-23. Pour les élèves de G, ils réussissent mieux cet exercice dont la situation leur est sans doute plus familière, ressemblant aux problèmes de programmation linéaire. La résolution du système est ensuite assez bien réussie. Les performances sont moins bonnes lorsque la modélisation conduit à une inéquation à la question b). La question d) demandant une résolution graphique du système d'inéquations ramène au problème de départ, associant dans sa formulation les noms des inconnues et leur signification. Il ne semble pas que, pour cette question, le retour au problème soit une difficulté. L'écart entre les résultats des élèves des différentes séries est relativement faible. Cela peut être dû à une plus ou moins grande familiarité avec ce type d'exercice ou plutôt de situation, on l'a déjà signalé pour les G. La comparaison avec les résultats de cette même question dans EVAPM2 montre une nette progression des résultats.

EVAPM1/93 CF24-32

Une usine produit des réfrigérateurs et des machines à laver.
La phase finale de fabrication utilise deux ateliers :
un atelier de montage qui peut fournir, au maximum, **250** heures de travail par jour,
un atelier de peinture qui peut fournir, au maximum, **60** heures de travail par jour.
Les temps de montage et de peinture sont donnés dans le tableau suivant :

	Réfrigérateur	Machine à laver
Temps de montage (en heures)	**2,0**	**2,5**
Temps de peinture (en heures)	**0,6**	**0,4**

Par la suite, vous noterez x le nombre de réfrigérateurs et y le nombre de machines à laver.

a) Un certain jour, **l'atelier de montage a travaillé 240 heures,** tandis que **l'atelier de peinture a travaillé 51 heures.** **(3A119)**
Sachant qu'il n'y a pas eu de temps perdu,
combien de réfrigérateurs et combien de machines à laver ont été achevés ce jour-là ?

Calculs

Mise en équation correcte

R%	A1	B	E	F	G	S
58	40	52	79	52	39	75

EVAPM2/91 (M17) **R = 33%**

Démarche de résolution correcte

R%	A1	B	E	F	G	S
49	33	39	69	43	27	68

EVAPM2/91 (M18) **R = 27%**

		A1	B	E	F	G	S
R%	45	29	33	63	42	24	64
N-R		18	18	05	16	31	07

Réponse EVAPM2/91 (M19) **R = 23%**

b) Un autre jour, la direction de l'usine souhaite que **80** machines à laver soient achevées dans la journée.
Est-ce réalisable, et si oui, quel est le nombre maximum de réfrigérateurs qu'il sera possible d'achever ce jour-là?

Réponse OUI et justification correcte

		A1	B	E	F	G	S
R%	38	22	31	51	27	22	56
N-R		34	33	17	26	45	11

EVAPM2/91 (M20) **R =19%**

Calcul et réponse exacts

		A1	B	E	F	G	S
R%	28	15	18	47	32	13	44
N-R		36	38	14	27	47	12

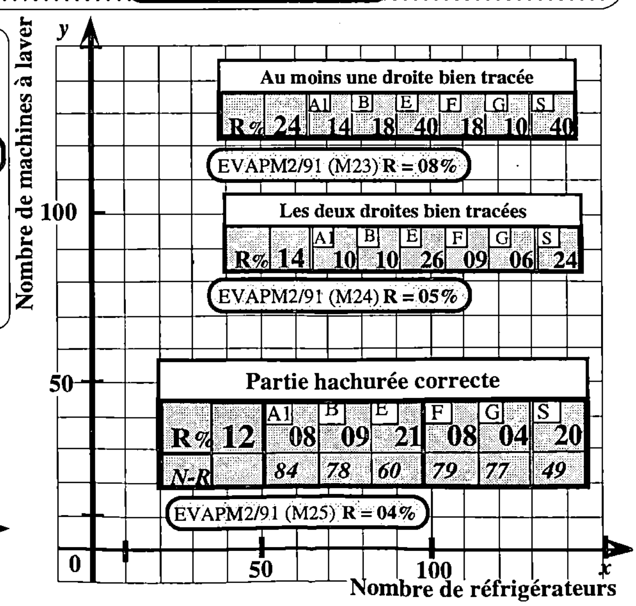
EVAPM2/91 (M21) **R = 13%**

c) **Ecrire un système d'inéquations traduisant les limitations, imposées par l'énoncé, aux valeurs possibles de x et de y.** **(3A115)**

		A1	B	E	F	G	S
R%	32	22	32	49	16	18	48
N-R		51	43	30	52	59	23

EVAPM2/91 (M22) **R = 14%**

d) **Représenter graphiquement l'ensemble de toutes les valeurs possibles pour les couples (x ; y) correspondant au nombre de réfrigérateurs et au nombre de machines à laver qu'il est possible d'achever au cours d'une même journée.** → **(A025)**



Au moins une droite bien tracée

R%	A1	B	E	F	G	S
24	14	18	40	18	10	40

EVAPM2/91 (M23) **R = 08%**

Les deux droites bien tracées

R%	A1	B	E	F	G	S
14	10	10	26	09	06	24

EVAPM2/91 (M24) **R = 05%**

Partie hachurée correcte

		A1	B	E	F	G	S
R%	12	08	09	21	08	04	20
N-R		84	78	60	79	77	49

EVAPM2/91 (M25) **R = 04%**

Conclusion de la partie algèbre

Toutes les enquêtes EVAPM ont évalué la capacité des élèves à mettre en équation un problème. Dans les situations proposées dans cette étude, la mise en équation était explicitement demandée et guidée. Les taux de réussite à ces items sont assez bons, mais nous ne savons pas si les élèves auraient eu d'eux-mêmes l'idée de ce type de modélisation. Les élèves sont déroutés par le lien à faire, après une résolution algébrique plus ou moins longue, entre le problème posé et le problème algébrique auxiliaire. Ainsi dans la troisième partie de SG17-23, où 25% seulement des élèves font le lien entre la résolution algébrique et la situation-problème. La comparaison avec des questions laissant plus d'autonomie aux élèves permettrait de savoir si, dans ce cas, le "retour" au problème posé se ferait plus naturellement.

En ce qui concerne le calcul algébrique, certains savoirs-faire, tels le développement de produits de facteurs ou la factorisation, se sont progressivement mis en place apparement de façon solide, surtout lorsque rien ne vient les remettre en cause. Si de nouveaux algorithmes, qui ne nécessitent pas de nouveaux concepts et qui donnent l'impression d'être applicables dans tous les cas, entrent en concurrence, ils ont de fortes chances de "gagner". C'est ce qu'on observe par exemple à propos d'expressions du second degré : les élèves ayant appris en Première un procédé de résolution utilisable pour toutes les expressions du second degré l'appliquent même lorsqu'il n'est ni le plus simple ni le plus rapide, alors même qu'en Seconde ils maîtrisaient bien la factorisation. Ainsi dans la question CC03-05, 24% seulement reconnaissent le carré d'une différence, alors qu'ils étaient 59% en Seconde. Le nouveau savoir, très fort, fait écran aux anciens, au point même d'empêcher la résolution de la question, comme dans la partie c de SG17-23. Dans les cas de ce type, le nouveau savoir, ou ce qui en a été retenu, est uniquement d'ordre calculatoire.

Au contraire, les élèves ont du mal à remettre en cause leurs anciens savoirs, efficaces naguère dans les cas simples qui étaient présentés (comme nombres positifs etc...) , mais maintenant en défaut pour certaines questions, comme on l'observe CA13-16.

Lorsque le nouveau savoir n'est pas d'ordre calculatoire, mais plutôt conceptuel, l'acquisition en est plus difficile, comme le montre SK36-39, où 28% seulement des élèves écrivent un polynôme connaissant trois racines.

Tout se passe comme si l'algèbre était considérée comme une liste de mécanismes, qu'on finit par acquérir et par appliquer, mais sans trop savoir où vont aboutir les transformations d'écritures, et donc sans vraiment choisir entre les différents algorithmes possibles.

L'exploitation conjointe des aspects numériques, graphiques, algébriques, et l'étude des variations de fonctions n'est pas encore un mode de réflexion naturel pour les élèves. Peut-être doit-on voir là un effet de l'enseignement. Le statut des graphiques n'est pas encore bien clair, comme on a l'occasion de le voir dans le chapitre traitant la partie analyse.

Les élèves opposent souvent deux parties dans leur programme de mathématiques : la géométrie où l'on fait des raisonnements, et puis une autre partie où l'on fait des calculs... Et d'ailleurs l'algèbre n'est elle pas là, justement, pour nous systématiser des raisonnements ? Sans doute, certains de nos élèves en sont-ils tellement convaincus qu'ils ne se demandent pas ce que sont ces écritures, ni ce qu'elles représentent ou comment elles fonctionnent.

92

On considère la fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 1$

a) Calculer le nombre dérivé $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

$f'(x) = \frac{15}{2}x^2 - 7x$

17 1

b) En déduire $f'(1)$.

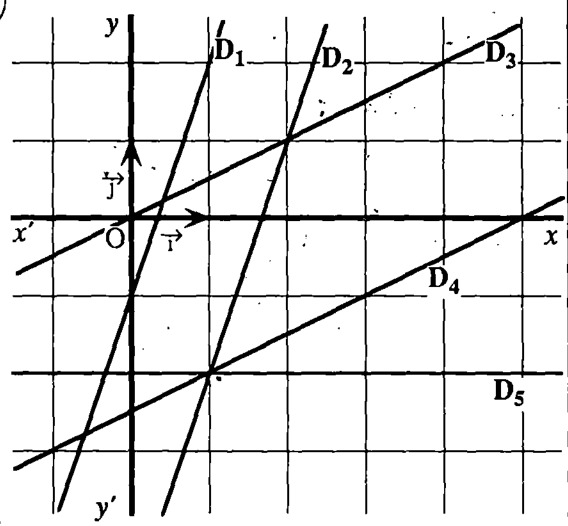
$f'(1) = \frac{15}{2} - 7 = \frac{1}{2}$

18 1

c) : Dans le graphique ci-contre, laquelle des cinq droites tracées est la tangente à la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ au point d'abscisse 1 ?

Justifiez votre réponse

f'(1) est le nombre dérivé de f en 1. Or nous savons que le nombre dérivé en un point est aussi le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction en ce point donc le coefficient directeur est $\frac{1}{2}$. Donc, c'est soit D_3 ou D_4. Mais f(1) = −2 donc c'est D_4.



19 0
20 1
21 1

DOMAINE FONCTIONNEL
Analyse...

Première partie : Fonctions

Le programme d'analyse en Première, en application pendant l'année scolaire 1992-93[1], était à la fois dans la continuité du programme de la classe de Seconde et en rupture avec l'introduction de la notion de dérivée dans la plupart des séries. Ceci reste entièrement d'actualité avec les nouvelles structures ES, L, S, STT, STI.

Ainsi peut-on lire dans le programme de la série ES, en vigueur depuis septembre 1993 : *"Dans l'apprentissage de l'analyse, la représentation graphique des fonctions joue un rôle important*[2] », ou encore, dans la partie analyse de la même série : *"l'élève doit être entraîné à passer du cadre algébrique au cadre graphique ou numérique et réciproquement. Il doit avoir, en outre, une bonne représentation du concept de croissance, non exclusivement liée au signe de la dérivée*[3] *"*.

En Première S, le programme appliqué depuis septembre 1991 va dans la même direction : *"En ce qui concerne les fonctions, le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :*

- *Exploiter **la dérivation** pour l'étude locale et globale des fonctions,*
- *Acquérir **une bonne maîtrise des fonctions usuelles**".*

Il précise en outre : *"Le programme combine **les études qualitatives** (croissance, allure des représentations graphiques...) avec **des études quantitatives** (majorations, recherche de maximums, approximation d'un nombre à une précision donnée...). On exploitera systématiquement **les interprétations graphiques et les problèmes numériques**."*[4]

Les programmes mettent donc l'accent sur la nécessité de travailler à la fois dans le cadre graphique et dans le cadre numérique ou algébrique. Cette incitation est plus ou moins importante suivant les séries mais il semble qu'elle devienne plus prégnante avec les programmes actuels.

Comme dans les autres thèmes de cette brochure, nous n'analyserons pas toutes les questions posées lors de l'évaluation : le choix a été fait en prenant particulièrement en compte les considérations précédentes.

Utilisation de représentations graphiques

Dans toutes les séries, les élèves semblent familiers avec l'utilisation de graphiques ; en effet les taux de non-réponses ne sont généralement pas élevés lorsqu'il s'agit d'utiliser une représentation graphique.

[1] BOEN du 3 mai 1991.
[2] CNDP : 1995, Mathématiques, classe de seconde, premières et terminales, séries ES,L, S, page 38.
[3] CNDP : 1995, Mathématiques, classe de seconde, premières et terminales, séries ES,L, S, page 46.
[4] CNDP : 1995, Mathématiques, classe de seconde, premières et terminales, séries ES,L, S, pages 108-109

Résolution graphique d'équations et d'inéquations

La question SG27-32, reprise d'EVAPM2/1991, montre que les élèves savent utiliser un graphique pour résoudre (de façon approchée) une équation posée sous la forme f(x) = m ; ils arrivent à identifier la courbe comme représentation graphique de f et ils savent lire sur le graphique les valeurs de x dont l'image vaut m.

Il serait intéressant de poser l'équation sous forme explicite (par exemple $x^3 + 2x - 4 = 2$, en donnant la représentation graphique de f définie par $f(x) = x^3 + 2x - 4$) ou encore de demander quelle courbe utiliser pour résoudre une équation donnée.

Nous voyons que le champ de recherche est particulièrement ouvert et qu'il ne faut peut-être pas conclure trop rapidement à l'expertise des élèves à partir d'une seule forme de question.

On pourra regarder une question semblable dans le questionnaire CE (items 12 à 16).

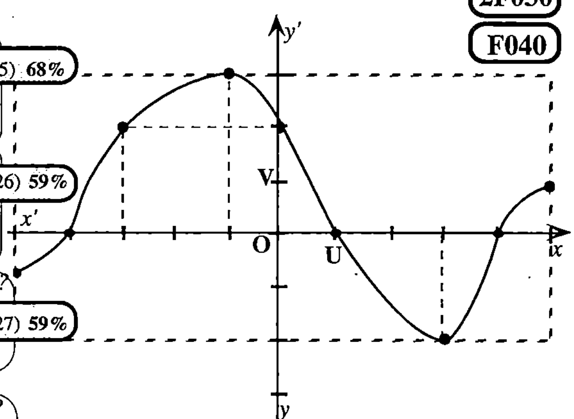
EVAPM1/93 SG27-32

Dans le plan P muni du repère (O ; U ; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction *f* définie dans l'intervalle **I = [- 5 ; 5].**

2F029 **2F030** **F040**

Utiliser les informations de ce dessin pour **répondre aux questions suivantes :**

Sur l'intervalle I, **2F018**



Quel est le maximum de f ? EVAPM2/91 (B25) 68%

		A	B
R%	77	77	77
N-R		02	02

Quel est le minimum de f ? EVAPM2/91 (B26) 59%

		A	B
R%	70	70	71
N-R		02	02

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 0 ? EVAPM2/91 (B27) 59%

		A	B
R%	84	84	84
N-R		02	03

2F019

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 2 ? EVAPM2/91 (B28) 53%

		A	B
R%	74	74	74
N-R		04	04

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) $\leqslant$ *2 ?* EVAPM2/91 (B29) 30%

		A	B
R%	41	43	39
N-R		06	08

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ∈ [2; 3] ? EVAPM2/91 (B30) 30%

		A	B
R%	41	42	40
N-R		12	15

Réussite conjointe à l'ensemble des items EVAPM2/91 15%

		A	B
R%	20	21	18

Si le taux de bonnes réponses est élevé lorsqu'il s'agit d'équations, on remarque toutefois que la réussite baisse très sensiblement lorsqu'il s'agit d'inéquations, d'études de signes, ou d'encadrements.

Les erreurs les plus fréquentes sont :

- A la question $f(x) \leq 2$, de nombreux élèves répondent : *"-5, -4, -3, 0, 1, 2, 3, 4, 5"*. Ils lisent correctement le graphique, mais ne semblent percevoir ni la "continuité de la courbe", ni celle des nombres réels. Cette erreur est largement majoritaire (elle l'était déjà en Seconde). Il est vrai que l'étude des ensembles de nombres est totalement absente des programmes et on peut se demander si cette absence n'est pas préjudiciable à la formation de l'élève en mathématique.

- On trouve également comme réponse "$x \leq -2$ ou $x \geq 0$", l'intervalle d'étude n'étant pas pris en compte.
- D'autres élèves oublient une partie de la solution ou n'utilisent pas d'inégalité large.

On peut ainsi voir à travers ces réponses qui ont été codées 0, qu'un certain nombre ont été fournies par des élèves qui savent exploiter (ou du moins exploiter partiellement) un graphique pour résoudre une inéquation ; pour permettre une analyse plus fine, il faudrait multiplier les consignes de codage ce qui n'est pas envisageable dans une évaluation d'une telle ampleur.

EVAPM1/93 CC10-14

1F161 **1F162** **1F138**

Dans le repère (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) du plan (P) sont tracées deux courbes représentant des fonctions f et g :
- la courbe (C) d'équation $y = f(x)$, où $x \in [-1 ; 5]$,
- la courbe (S) d'équation $y = g(x)$, où $x \in]0 ; 5[$.

Première question

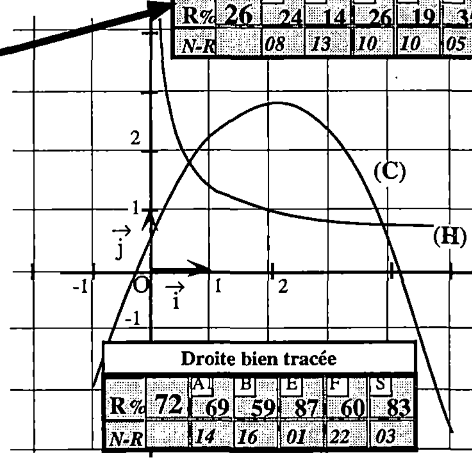
a) Faire apparaître graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

Ensemble des solutions sur le graphique						
		A	B	E	F	S
R%	26	24	14	26	19	35
N-R		08	13	10	10	05

b) Ecrire le résultat de façon approchée.

....
....

Solutions approchées						
		A	B	E	F	S
R%	48	40	41	61	36	59
N-R		19	24	08	29	11



Deuxième question

a) Tracer la représentation graphique (Δ) de la fonction h définie dans l'intervalle [-1 ; 5] par : $h(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)$

Droite bien tracée						
		A	B	E	F	S
R%	72	69	59	87	60	83
N-R		14	16	01	22	03

b) Faire apparaître graphiquement les solutions de l'équation $f(x) = h(x)$

Ensemble des solutions sur le graphique						
		A	B	E	F	S
R%	23	19	12	35	16	32
N-R		25	36	12	37	10

c) Ecrire une valeur approchée des solutions.

....

		A	B	E	F	S
R%	32	18	20	58	22	32
N-R		27	32	04	37	10

La question CC10-14 montre que les connaissances sur les représentations graphiques ne sont pas encore stables ; les élèves ne sont pas encore des experts et sont décontenancés devant un exercice mettant en jeu plusieurs représentations graphiques.

Notons que 26% des élèves font apparaître graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq g(x)$, alors qu'ils sont plus nombreux (48%) à écrire le résultat de façon approchée.

La question "Faire apparaître graphiquement...." est porteuse de plusieurs implicites. De nombreux élèves font effectivement un dessin qui leur permet de trouver les solutions de l'inéquation ; ce dessin n'est pas celui qui est attendu, à savoir un intervalle sur l'axe des abscisses.

Ce type de question est de toute manière complexe. Ici, l'inéquation est écrite de manière très formalisée et l'élève doit procéder à une série de décodages afin de pouvoir transformer la question en une autre du type "Je cherche les valeurs de x pour lesquelles f(x) est supérieur ou égale à g(x)".

Le rôle spécifique de chaque axe ne semble pas bien maîtrisé, d'autant plus qu'ici il y a deux fonctions, donc deux images à prendre en compte.

A propos des difficultés rencontrées par les élèves dans le traitement des questions de ce chapitre, nous pouvons sans doute reprendre une des conclusions de nos collègues Sylviane Gasquet et Raymond Chuzeville qui, dans "Fenêtres sur courbes"[1], estiment que c'est *"le concept de fonction lui-même (...)* [qui] *n'est pas perçu par ces élèves"*, affirmant ainsi que le travail graphique doit être davantage pris en compte dans l'apprentissage du concept de fonction.

Les deux questions suivantes ne portent pas, *stricto sensu*, sur des représentations graphiques, mais sur des tableaux de nombres ou des tableaux de variation qui peuvent être considérés comme une version stylisée, un résumé, du graphique. Souvent le tableau de variation (en particulier lorsqu'il comprend les limites) permet en effet d'avoir une certaine visualisation de la courbe.

EVAPM1/93 CF 09-16

Réussite conjointe à l'ensemble de la question

R%	A1	B	E	F	G	S
27	20	21	49	19	06	40

EVAPM2/91 **R = 15 %**

Voici un tableau des variations d'une fonction f, définie sur l'intervalle [-7 ; 7], dans lequel sont indiquées quelques valeurs de $f(x)$. Les quatre questions qui suivent concernent la fonction f ainsi présentée.

F025 x	-7	-3	1	7
Variations de f	1 ↗	5 ↘	-2 ↗	0

2°) Compléter les écritures ci-dessous en utilisant les symboles < ou >.

$f(-6)$ ...... $f(-4)$

R%	A1	B	E	F	G	S
95	96	95	100	95	88	98

EVAPM2/91 (N27) **R = 87%**

$f(-2)$ ...... $f(-1)$

R%	A1	B	E	F	G	S
83	85	79	97	83	59	95

EVAPM2/91 (N28) **R = 67%**

$f(4)$ ...... $f(5)$

R%	A1	B	E	F	G	S
95	94	94	100	95	89	98

EVAPM2/91 (N29) **R = 87%**

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	79	79	94	100	95	89	98
N-R		*01*	*01*	*00*	*01*	*01*	*01*

3°) Pour chacune des égalités ou inégalités proposées, on demande si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou si le tableau de variation ne permet pas de savoir si elle est VRAIE ou FAUSSE.
Dans chaque cas, entourer l'une des mentions *(VRAI - FAUX - le tableau de variation ne permet pas de savoir)* **et barrer les deux autres.**

$f(-4) < 5$

R%	A1	B	E	F	G	S
85	85	85	94	87	66	92

EVAPM2/91 (N30) **R = 73%**

$f(7) = 0$

R%	A1	B	E	F	G	S
94	94	91	98	94	88	97

EVAPM2/91 (N32) **R = 87%**

$f(-5) > f(4)$

R%	A1	B	E	F	G	S
60	48	55	74	58	38	76

EVAPM2/91 (N34) **R = 40%**

$f(-6) = 2$

R%	A1	B	E	F	G	S
84	88	84	97	79	64	92

EVAPM2/91 (N31) **R = 66%**

$f(2) = 3$

R%	A1	B	E	F	G	S
56	44	51	63	49	44	64

EVAPM2/91 (N33) **R = 49%**

Réussite conjointe

		A1	B	E	F	G	S
R%	32	25	26	51	28	10	47
N-R		*04*	*01*	*00*	*01*	*02*	*01*

EVAPM2/91 : **R = 19%**

[1] Gasquet, S.& Chuzeville, R. : 1994 : *Fenêtres sur courbes, une approche graphique de l'analyse mathématiques*, CRDP de Grenoble.

La bonne réussite de la question CF9-16 montre que sur un intervalle de monotonie de la fonction, les élèves savent comparer les images de deux nombres, du moins lorsqu'ils ont le tableau de variation sous les yeux. En effet les flèches "montantes" ou "descendantes" facilitent, par leur aspect visuel, la comparaison des images. Il serait intéressant de poser les mêmes questions sans tableau de variation, avec uniquement des informations du type "f est croissante sur l'intervalle [-7 ; -3]..", car la réussite à une question, du type CF9-16, n'assure pas la réussite à des questions plus formelles du type "Sachant que a < b, que peut-on dire de l'ordre relatif de f(a) et f(b) ?".

Les items 15 et 16 sont moins bien réussis. Contrairement aux items précédents, les nombres -5 et 4 ne sont pas dans le même intervalle de monotonie et de plus appartiennent à deux intervalles non adjacents. Cette question nécessite une analyse assez fine du tableau de variation.

Par exemple : *"sur]-7 ; -3[, f(x) > 1 et sur]1 ; 7[, f(x) < 0 donc f(-5) > f(4)".*

Ici la perception visuelle qui peut aider dans les premières questions ne suffit plus et il faut qu'elle soit relayée par une analyse du problème ; évidemment les élèves peuvent avoir recours au tracé d'une courbe correspondant au tableau de variation, mais cette façon de faire peut, suivant les questions, être porteuse d'erreurs.

Il faut cependant remarquer le problème posé par la formulation de la question 3 : *"Vrai, Faux, le tableau de variation ne permet pas de savoir".* Ce type de questionnement en mathématique n'est pas fréquent et fait émerger les difficultés rencontrées par les élèves devant la notion de faux. En effet une propriété fausse ne signifie pas qu'elle n'est jamais vraie, ce qui entraîne évidemment un type de raisonnement binaire (c'est vrai ou c'est faux). Dans cette question, il y a trois types de réponses possibles "Vrai, Faux, On ne peut pas savoir" ce qui est bien sûr judicieux par rapport aux compétences évaluées, mais mériterait une clarification avec les élèves.

EVAPM1/93 CB30 **1F159**

Voici un tableau de valeurs d'une fonction polynôme.

x	-2	-1	0	1	2
P(x)	19	17	9	1	-1

Pour chacun des intervalles proposés, **dire si les informations données dans le tableau sont suffisantes** pour pouvoir affirmer que le polynôme P admet au moins une racine dans l'intervalle.

a	[- 2 ; - 1]	Oui	Non	Jnsp
b	[- 1 ; 0]	Oui	Non	Jnsp
c	[0 ; 1]	Oui	Non	Jnsp
d	[1 ; 2]	Oui	Non	Jnsp

		A1	B	E	F	G	S
R%	32	30	20	51	19	07	25
N-R		*16*	*19*	*09*	*16*	*28*	*07*

Dans la question CB30, il ne s'agit pas d'un tableau de variation, mais d'un tableau de valeurs qui est moins visuel et qui rend moins bien compte de la fonction et de sa représentation graphique. Cette difficulté est accentuée par la formulation de la question qui utilise le mot *"suffisant".* Nous n'avons pas accès aux stratégies des élèves, mais on peut se demander, en particulier, s'ils ont tracé des courbes pour se donner des représentations intermédiaires. Si cela est le cas (ce que l'on peut fortement supposer), la réponse peut être correcte, mais le raisonnement faux. En effet le tracé des points de coordonnées (-2 ; 19), (-1 ; 17) pousse à tracer une courbe ne coupant pas l'axe des abscisses dans l'intervalle [-2 ; -1] et donc à répondre *"non"* à la sous question **a**.

Il aurait été plus pertinent de poser une question du type "Les informations données sont-elles suffisantes pour pouvoir affirmer que le polynôme P n'admet pas de racine dans l'intervalle [-2 ; -1]".

Nombre dérivé

La question CF19-20 obtient un taux très fort de non-réponses et de toutes manières, parmi les réponses, à peine la moitié sont correctes.

De nombreuses réponses sont du type : *"f' est la fonction dérivée de f, or la tangente en un point d'une courbe représente la dérivée de la courbe pour ce point..."*, ce qui ne permet généralement pas de trouver la valeur de f'(6), même si on pressent qu'effectivement un lien entre la tangente et la dérivée est fait par l'élève.

L'introduction du nombre dérivé est, on le sait, une des difficultés du programme de Première qui, dans toutes les séries, suggère de multiplier les points de vue (géométrique avec la tangente, économique avec le coût marginal, mécanique avec la vitesse, fonctionnel avec la limite du taux de variation). Il semble que cette introduction soit rapidement occultée par l'aspect calculatoire, comme on le verra plus loin, et qu'en fin d'année le lien nombre dérivé-tangente ne soit plus qu'un vague souvenir. Les résultats à la question CE17-21 confirment cette analyse.

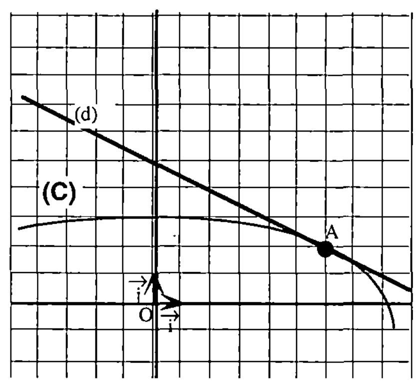
EVAPM1/93 CF19-20

(C) est la courbe représentative, dans le repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$
La droite **(d)** est la tangente à cette courbe, au point **A(6 ; 2)**.
Déterminer graphiquement une valeur approchée de f ' (6). **1F131**
Expliquer votre démarche.

Démarche correcte							
		A1	B	E	F	G	S
R%	22	13	16	30	17	09	37
N-R		*69*	*63*	*52*	*67*	*70*	*36*

		A1	B	E	F	G	S
R%	15	06	11	21	11	05	27
N-R		*76*	*64*	*50*	*69*	*72*	*38*

Réponse : ....



Remarquons cependant que le choix du nombre dérivé (fractionnaire et négatif) a sans doute compliqué la question et amené certainement une perturbation dans la compétence que nous voulions observer.

Les items 15 à 17 du questionnaire CD, montrent également que le lien vitesse instantanée - nombre dérivé n'est pas effectif en fin de Première (8% de réponses exactes).

La lourdeur de certains programmes ne semble pas permettre de fréquents retours à ces introductions, vidant ainsi progressivement la notion de dérivée d'une partie de son sens.

Aspect calculatoire (Algébrique ou Numérique)

Le calcul de la dérivée d'une fonction simple ne semble pas poser de problèmes aux élèves des séries concernées ; ceci confirme que cette notion reste bien le pivot de la classe de Première, mais que les élèves ont tendance à n'en retenir prioritairement que l'aspect algorithmique.

La notion de dérivée est ainsi bien liée à l'étude des variations, du moins lorsque la dérivée est simple comme c'est le cas avec la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x^2 + 1}$. En effet si on observe les résultats pour la fonction $f(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 1$, l'étude des variations est nettement moins bien réussie.

EVAPM1/93 SK01-04

On considère la fonction f définie par :

$f : [0 ; 1] \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto \frac{5}{2}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 1$

1F133 1F135 1F139 1F145 1F146

a) Déterminer la fonction dérivée de f

Réponse		A	B	E	S
R%	84	80	79	85	88
N-R		02	04	02	01

b) Remplir le tableau de variation de f.
On indiquera les valeurs f(0) et f(1).

Justifications

x	0 1

Valeur $\frac{14}{15}$ bien placée		A	B	E	S
R%	44	29	32	48	57
N-R		11	09	02	04

Utilisation correcte du signe de la dérivée		A	B	E	S
R%	47	31	40	45	59

Images de 0 et de 1 bien placées		A	B	E	S
R%	63	45	54	76	75

L'analyse des copies montre que de très nombreux élèves calculent et trouvent f(0) = 1, f(1) = 0, et en déduisent que f est décroissante sur l'intervalle [0 ; 1]. Ces réponses montrent que l'association variation-dérivée n'est pas stabilisée et que, devant une difficulté, les "théorèmes-élèves" reviennent vite! Cette tendance est peut-être renforcée par le choix de l'intervalle d'étude [0 ; 1], en effet on sait que de nombreux élèves n'ont pas encore une conception "continue" des nombres (on pourra se reporter à l'analyse de SG27-32, au début de ce chapitre). De toute manière ces résultats montrent qu' en fin de Première, les élèves sont encore en cours d'apprentissage en ce qui concerne le concept de dérivée.

EVAPM1/93 SA25-30

Soit **f** la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x - 2}{x^2 + 1}$

On appelle **(H)** sa représentation graphique dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan.

a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.

1F137

Préciser que f' est définie sur R	E	S
	10	18

Utilisation d'une formule correcte	E	S
	96	92

	E	S
R %	87	79
N-R	03	02

b) Etudier les variations et dresser un tableau de variation de la fonction f.

2F027 1F145

Variations	E	S
R %	83	79
N-R	02	06

Valeurs à l'infini	E	S
R %	37	38
N-R	17	20

La recherche des valeurs à l'infini est à la limite du programme.

Il est certain que les élèves de Première S réussissent mieux que les autres. Ils sont sans doute plus à l'aise avec l'étude du signe d'un trinôme, mais il aurait été intéressant de voir comment ils réagissaient avec une dérivée moins familière pour eux.

EVAPM1/93 - SK25-33

Etant donné les fonctions f, g, et h, définies de façon suivante :

$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \; x \longmapsto (1 - 2x)(2 - x)$ $\quad g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \; x \longmapsto (-x + 2)$ $\quad h : \mathbb{R}^* \longrightarrow \mathbb{R}, \; x \longmapsto \frac{1}{x}$ **1F124**

Déterminez chacune des limites suivantes. *Justifiez vos réponses.*

	R%	A1	B	E	S
Réussite conjointe aux cinq réponses	14	06	06	20	21
Réussite conjointe aux justifications	11	06	05	15	17
Réussite conjointe à l'ensemble	10	05	04	15	15

			R%	A1	B	E	S
$\lim_{x \to +\infty} f(x)$	Réponse	R%	74	67	66	80	82
		N-R		13	18	09	06
	Justification	R%	59	53	45	56	69
		N-R		19	27	18	9
$\lim_{x \to +\infty} g(x)$	Réponse	R%	82	75	73	89	90
		N-R		14	18	06	05
$\lim_{x \to +\infty} (f + g)(x)$	Réponse	R%	42	28	34	48	53
		N-R		31	33	23	17
	Justification	R%	29	17	19	30	39
		N-R		37	44	38	24
$\lim_{x \to +\infty} (g \times h)(x)$	Réponse	R%	23	12	14	31	32
		N-R		37	36	18	20
	Justification	R%	21	11	11	28	31
		N-R		42	47	33	23
$\lim_{x \to +\infty} \frac{f}{g}(x)$	Réponse	R%	38	25	27	40	49
		N-R		42	40	25	24
	Justification	R%	29	18	16	30	42
		N-R		46	50	38	28

Le programme de Première S précise que : *"Les travaux sur les limites se bornent à l'étude de quelques situations où des opérations algébriques sur les fonctions de référence ou la comparaison à celles-ci permettent de conclure très simplement".*[1]

La réussite à la question SK25-33 est cohérente avec les objectifs du programme. La baisse importante de succès aux items portant sur f + g, g x h, $\frac{f}{g}$ est sans doute due à la conjonction de "formes indéterminées" et d'opérations algébriques sur les fonctions.

Aspect calculatoire et graphique

Nous allons à présent analyser trois questions qui font à la fois appel au cadre graphique et au cadre algébrique, ce qui pose des problèmes car ces changements de cadre sont source de déséquilibre ; mais on sait par ailleurs combien ils sont nécessaires à l'appropriation des concepts.

Il est demandé aux élèves de tracer les représentations graphiques de deux fonctions, puis de justifier que $f \geq g$. Un tiers des élèves tentent une justification basée sur le graphique (un élève sur deux pour la série E) ; nous devons donc nous interroger sur la place de la démonstration en cours de mathématiques et particulièrement en analyse. S'il est clair que l'utilisation de graphiques est essentiel dans l'apprentissage des fonctions, il faut se demander quelles conséquences cela peut avoir sur la représentation que se fait l'élève des mathématiques et sur la nécessité de démontrer. Le changement de cadre, on le voit, est ici périlleux et demande de la part de l'élève une certaine maîtrise des concepts et de la nature de l'activité mathématique. Le graphique est-il simplement une "béquille" du raisonnement, une manière de conjecturer certains résultats ou a-t-il une valeur démonstrative ?

[1] CNDP : 1995, Mathématiques, classe de seconde, premières et terminales, séries ES,L, S, page 109

La nécessité de démontrer est mal perçue. Pourquoi doit-on démontrer dans la question CD09-13 et pourquoi le graphique permet-il de conclure dans les situations relevant de la programmation linéaire ?

Il semble bien, une nouvelle fois, que le contrat ne soit pas suffisamment clair pour l'élève et on peut supposer que les raisons de démontrer ou de ne pas démontrer soient très confuses.

EVAPM1/93 CD09-13

On considère les fonctions **f** et **g** définies respectivement par :

1F138 f : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto 5 - 2x$

1F148 g : $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto -x^2 + 4$

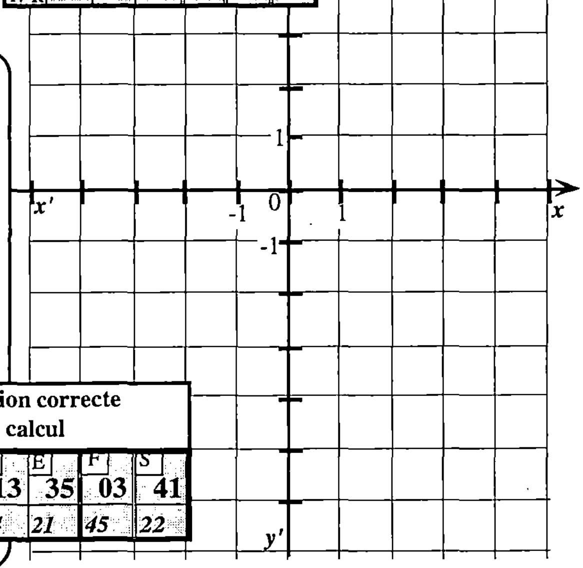
Tracer les représentations graphiques de f et de g dans le repère ci-contre.

(les études de f et g ne sont pas demandées)

1F101

Représentation correcte de f		A	B	E	F	S
R%	93	92	88	98	92	96
N-R		03	04	00	03	00

Représentation correcte de g		A	B	E	F	S
R%	72	63	55	92	75	83
N-R		06	06	00	03	01



Peut-on affirmer : f ⩾ g ?

Justifiez votre réponse.

Démarche ...

... basée sur le graphique		A	B	E	F	S
R%	30	26	26	50	35	32

... basée sur le calcul seul		A	B	E	F	S
R%	41	37	29	45	14	58

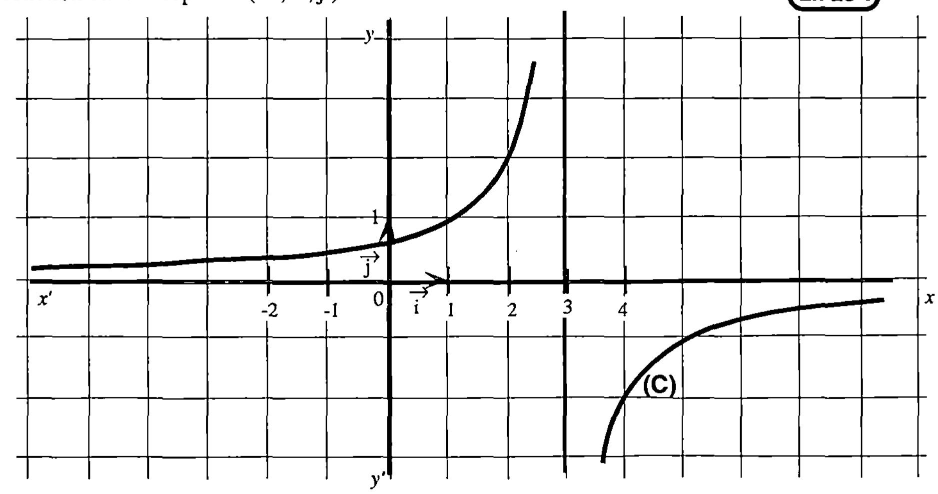
1F162

Démonstration correcte par un calcul		A	B	E	F	S
R%	26	22	13	35	03	41
N-R		34	44	21	45	22

EVAPM1/93 SA07-10

Soit **f** la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{-2}{x-3}$ où $x \in]-\infty ; 3[\cup]3 ; +\infty[$ **1F131**

On a tracé ci-contre la courbe **(C)** représentation graphique de cette fonction dans le repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. **1F136** **1F134**



a) **Démontrer qu'il existe des tangentes à la courbe (C) qui sont parallèles à la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x$.**

	E	S
Dérivée exacte	25	30
N-R	49	44

	E	S
Démarche correcte	28	35
N-R	47	37

	E	S
Résolution correcte de l'équation	15	20
N-R	54	50

	E	S
Conclusion exacte : deux tangentes	18	19
N-R	57	52

L'utilisation massive des calculatrices graphiques doit poser actuellement ce problème de manière plus aiguë. De plus, les enseignants ont des points de vue différents sur ces questions. Quelles sont les fonctions qui font partie de la liste des connaissances que l'élève doit posséder[1] ? De quelle façon les fonctions usuelles peuvent-elles être utilisées comme fonctions de référence ? La question est en débat ; sa clarification doit permettre d'améliorer le contrat.

[1] Sur ce point, toutefois, le programme est assez clair (voir, dans cette brochure, la partie présentation des objectifs).

Dans la question SE15-20 les élèves peuvent conjecturer certains résultats graphiquement et doivent élaborer une stratégie pour justifier leur conjectures. Il faut signaler que la conjecture (faite à partir du graphique) sur les tangentes perpendiculaires est souvent fausse, en effet les droites semblent perpendiculaires mais ne le sont pas (coefficients directeurs : -1 et $\frac{16}{15}$).

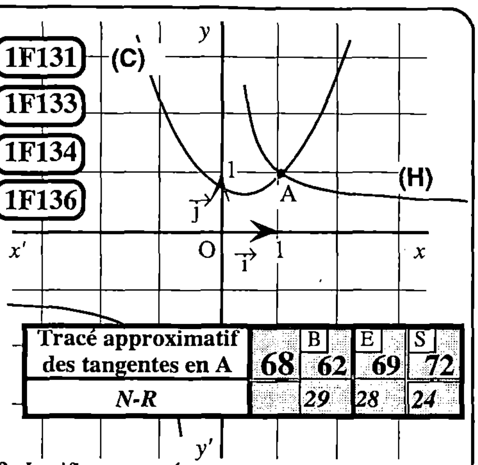
EVAPM1/93 SE15-20

1F131 **1F133** **1F134** **1F136**

Le plan est muni du repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$).

(C) est la courbe représentative de la fonction f définie dans IR par : $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{8}{15}x + \frac{11}{15}$

(H) est la courbe représentative de la fonction g définie pour tout **x** réel non nul par : $g(x) = \frac{1}{x}$



Les courbes **(C)** et **(H)** se coupent au point A(1 ; 1)

a) Tracer les droites (T) et (T'), tangentes en A, respectivement aux courbes (C) et (H).

		B	E	S
Tracé approximatif des tangentes en A	**68**	62	69	72
N-R		*29*	*28*	*24*

b) Les droites (T) et (T') sont-elles perpendiculaires ? *Justifiez votre réponse*

Dérivées exactes...

		B	E	S
... de f	29	15	38	35
N-R		*62*	*56*	*45*
... de g	24	11	25	31
N-R		*65*	*64*	*46*

Au moins un nombre dérivé exact

		B	E	S
R%	29	14	31	37
N-R		*62*	*62*	*43*

Conclusion exacte et démontrée...

		B	E	S
... avec a.a' = -1	14	05	17	18
N-R		*63*	*67*	*50*
... quelle que soit la démarche	13	05	17	17
N-R		*58*	*62*	*41*

Il faut remarquer le taux très élevé de non-réponses à ces deux questions. La question a) est sans doute mal formulée. Nous voulions que l'élève fasse un tracé approximatif, "à l'oeil". Le mot "tracer" n'est pas assez explicite, la différence entre "construire" et "tracer" est trop implicite. De nombreux élèves tentent de justifier l'orthogonalité en mêlant arguments graphiques et arguments algébriques. Ainsi ils lisent sur le graphique les coefficients directeurs, puis concluent en disant que le produit des coefficients vaut -1, montrant ainsi leur hésitation à se placer dans un cadre plutôt que dans un autre mais ayant cependant intégré de manière plus ou moins confuse l'idée que *"en maths on démontre"*.

Dans la question sur la recherche de tangentes parallèles à une droite, le problème est différent. De nombreux élèves énoncent que le coefficient directeur doit être $\frac{1}{2}$, mais n'arrivent pas à exploiter ce résultat. Cette question n'est sans doute pas habituelle en Première ; une question plus classique sur la tangente obtient de meilleurs résultats. En effet si l'on demande une équation de tangente (SA32-33), les résultats sont : 45% de réponses exactes et 60% de démarches correctes. Les élèves manquent ici de stratégie. Pourtant, la plupart des élèves peuvent franchir chaque étape du raisonnement qui conduirait à la bonne réponse .

Il serait intéressant de proposer aux élèves d'écrire une stratégie qui permettrait de répondre à la question, afin de les contraindre à se poser une question du type "Comment faire ?". Devant les difficultés des élèves à mettre en place des stratégies, on voit l'intérêt de multiplier ce type de questionnement.

Limites

La réussite à la question SA19-21, malgré une difficulté de codage, semble indiquer une "représentation mentale" correcte de $\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$. Les élèves parviennent souvent à expliquer, de manière rigoureuse ou non, le lien entre la courbe et cette limite. Cette question ne prétend pas, bien sûr, évaluer la compréhension du concept (les programmes de Première ne proposent qu'une première approche, intuitive, des limites), mais donne un éclairage graphique sur cette notion.

EVAPM1/93 SA19-21

Soit la fonction f, définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + \frac{1}{x^2}$

1F114 1F123 1F118 1F117

a) Déterminer : $\lim_{x \to 0} f(x)$

	E	S
R %	81	75
N-R	00	04

Comment se traduira ce résultat sur la représentation graphique de la fonction ?

Le codage de cet item a posé des difficultés.
Certaines réponses ont été codées 0, à cause d'un manque de rigueur, bien qu'elles expriment "l'idée" d'asymptote.

Explication correcte	E	S
employant ou non l'expression "asymptote verticale"	60	53
N-R	10	12

Réponse	E	S
L'axe des y est asymptote verticale	44	37
N-R	19	17

De nombreuses questions portant sur les fonctions et posées dans cette évaluation ne figurent pas dans cette analyse, elles sont pourtant toutes importantes et permettent d'affiner et d'enrichir l'analyse précédente. Une nouvelle fois, le lecteur est invité à se reporter au document présentant l'ensemble des questions et des résultats.

En particulier il faut noter que les questions de caractère graphique portant sur la somme ou la différence de fonctions sont mal réussies. Il manque sans doute dans cette évaluation, des questions simples portant sur des compétences de base. Ainsi l'unique question utilisant la dérivée pour rechercher un maximum (SC19-21) est trop complexe pour que nous puissions en tirer une analyse pertinente.

En résumé, nous pourrions dire que les élèves ont des difficultés à percevoir les multiples facettes de la notion de dérivée. La juxtaposition de plusieurs cadres provoque en effet des déséquilibres qui, tout en étant, on le sait, inévitables lors de l'apprentissage, doivent être contrôlés. C'est sans doute là une des difficultés majeures de l'enseignement de l'analyse au lycée.

Deuxième partie : suites numériques

Les programmes concernant les suites ont peu varié lors des modifications de structure. Ils mentionnent que :*"il s'agit d'une première approche de cette notion"* et que *"le programme ne porte que sur l'étude d'exemples"*. Suivant les séries, ils invitent à prendre des situations issues de la géométrie, des sciences physiques ou de la vie économique et sociale.

EVAPM1/93 SE01-06

3P105

Un produit coûtant x francs augmente de **8%**.

a) Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit ?

Calculs si nécessaire

		B	E	S
R.E. éventuellement non réduite	83	76	93	86

		B	E	S
R%	58	48	58	63

EVAPM2/91 (C35) R = 52 %

Réponse:

EVAPM3/90 (D27) R = 28 %
EVAPM2/91 (C36) R = 32 %

En réalité, pendant 5 ans, le prix du produit en question **augmente** régulièrement **de 8% par an.**

b) Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit au bout de ces 5 années?

Justifications

		B	E	S
Démarche	37	33	33	40
N-R		*16*	*17*	*14*

Réponse:

		B	E	S
R%	30	25	30	32
N-R		*16*	*16*	*18*

Ces 5 années consécutives au cours desquelles le produit a aumenté de 8% par an sont suivies, les 5 années suivantes, d'une **diminution** régulière de **8% par an.**

c) Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit au bout de l'ensemble de ces 10 années ?

Justifications

		B	E	S
Démarche	16	10	17	19
N-R		*38*	*30*	*35*

Réponse:

		B	E	S
R%	12	07	16	14
N-R		*40*	*27*	*34*

Les questions SE01-06 et CB31 sont globalement mal réussies, il semble que la difficulté soit avant tout liée à la notion de pourcentage. La connaissance*"augmenter de t% revient à multiplier par* $(1+\frac{t}{100})$*"* n'est pas acquise ou, du moins, n'est pas opérationnelle. Il ne faut pas oublier que cette dernière fait partie du programme de collège. On aurait pu s'attendre à ce qu'elle soit réactivée avec l'étude des suites géométriques.

L'erreur majoritaire dans la question SE01-06, telle que l'on peut la voir dans les copies à notre disposition, est l'utilisation abusive de la proportionnalité. Comme on pouvait s'y attendre, de très nombreux élèves répondent *"Si l'augmentation est de 8% par an, le produit augmentera de 40% en cinq ans"*, et ceci dans les trois séries concernées.

Il faut cependant noter que la réussite à la question a) de SE01-06 est passée de 28% en troisième, à 32% en Seconde puis à 58% en Première. Cette progression ne suffit pas à mener la majorité des élèves à concevoir les suites géométriques comme un outil permettant de résoudre le problème, ils sont alors amenés à utiliser un" théorème-élève" qui reste encore très présent chez eux.

EVAPM1/93 CB31

Lors d'une production, une substance est lavée plusieurs fois pour retirer les impuretés.

A chaque lavage 1,7 % de la masse disparaît.

Quel pourcentage de la masse de départ reste-t-il après 25 lavages ?

a	57,5 %	Oui	Non	Jnsp
b	64,0 %	Oui	Non	Jnsp
c	65,1 %	Oui	Non	Jnsp
d	66,3 %	Oui	Non	Jnsp

		A1	B	E	F	G	S
R%	14	05	11	16	11	08	23
N-R		12	12	08	04	12	11

La question CB31 est plus complexe. Contrairement à SE01-06, la modélisation est à la charge de l'élève. De plus, l'énoncé est porteur de difficultés : l'information donnée porte sur la masse qui disparaît et la question sur la masse restante.

On pourra également regarder les résultats des items 1-8 du questionnaire SF qui portent sur la même compétence.

La question CE06-09 peut être résolue en utilisant une suite arithmétique. Les résultats aux items 6-8 montrent une bonne compréhension du problème, ceci dans toutes les séries. Toutefois nous n'avons pas accès aux stratégies utilisées par les élèves pour calculer la production prévue lors de la dixième année. En particulier, nous ne savons pas s'ils utilisent une formule (explicite ou non) ou s'ils font 9 opérations.

EVAPM1/93 CE06-09

La production de départ d'une entreprise est de 200 000 unités la première année, en 1992.
La production doit ensuite augmenter de 5 000 unités par an. 1F167 1F170 1F171

a) Quelle sera la production de l'entreprise la deuxième année (en 1993)?

		A1	B	E	F	G	S
R%	95	94	96	97	86	92	98
N-R		01	00	00	02	02	00

Quelle est la production prévue pour la quatrième année (en 1995) ?

		A1	B	E	F	G	S
R%	84	84	85	90	79	81	86
N-R		01	01	00	03	03	01

Quelle est la production prévue de la dixième année (en 2 001)?

		A1	B	E	F	G	S
R%	79	79	78	89	71	75	82
N-R		02	01	00	03	03	01

b) Déterminer la production de l'entreprise prévue la n ième année ?

....

		A1	B	E	F	G	S
R%	38	25	29	61	30	25	56
N-R		08	09	00	09	14	02

Ensemble de l'exercice

		A1	B	E	F	G	S
R%	13	10	09	15	08	07	21

La formalisation du problème pose des difficultés...

De nombreux élèves répondent 200 000 + n x 5000, au lieu de 200 000 + (n -1) x 5 000, mais on trouve aussi des erreurs d'écriture du type 200 000 + 5 000^{n-1}. Les écarts entre les séries sont très forts, montrant qu'il s'agit ici d'un obstacle important : il faut abstraire et passer du cadre numérique au cadre algébrique. Ce passage, cette abstraction, sont toujours difficiles pour de nombreux élèves en fin de Première. Cette difficulté, née sans doute pour eux dès le collège, renforcée sans doute par des échecs, reste un des obstacles majeurs à la compréhension des mathématiques (entre autres choses sans doute).

Les taux très élevés de non-réponses à la question SK16-24, montrent que les élèves ne sont pas très familiers avec ce type de questions.

En particulier les résultats au a) mettent en évidence la difficulté que pose le caractère discret des suites. En effet alors que la question "*Dresser le tableau de variation de la fonction* $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ " a une réussite de 62%, la variation de la suite en obtient seulement 32% (on remarquera toutefois la différence dans la formulation des questions : "dresser le tableau de variation" et "étudier les variations").

EVAPM1/93 SK16-24

On considère la suite définie par son terme général : $v_n = \dfrac{n-1}{n+1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

1F178

a) Etudier le sens de variation de cette suite.

1F181 **1F182** **1F183** **1F184**

	R%	A1	B	E	S
Utilisation de $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ et de sa dérivée	14	13	09	13	17
Utilisation du signe de $V_{n+1} - V_n$	20	19	07	11	29
Utilisation de la transformation $V_n = 1 - \frac{2}{n+1}$	02	03	01	00	03
Une démarche correcte	33	30	15	24	44

Réponse	R%	A1	B	E	S
R%	32	23	17	30	43
N-R		45	60	44	30

b) Démontrer que, pour tout n de $\mathbb{N}$: $v_n < 1$

	R%	A1	B	E	S
R%	28	17	14	35	39
N-R		67	70	53	39

c) Existe - t-il un nombre qui soit inférieur à tous les termes de la suite ? ***Justifiez***

Réponse	R%	A1	B	E	S
R%	11	03	02	15	18
N-R		87	89	68	65

Justification	R%	A1	B	E	S
R%	08	03	01	10	14
N-R		87	90	73	66

d) Calculer : $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

Réussite conjointe aux items 19 à 24

	R%	A1	B	E	S
R%	04	00	00	06	07

Réponse	R%	A1	B	E	S
R%	40	32	26	39	52
N-R		45	52	43	28

Justification	R%	A1	B	E	S
R%	34	27	21	30	44
N-R		46	56	45	30

Il semble donc que, en fin de Première, les suites posent aux élèves de nombreux difficultés ; elles ne sont pas encore des outils pour résoudre des problèmes et semblent souvent dissociées du concept de fonctions. L'apprentissage se poursuivra certainement en Terminale, mais on peut se demander si la lourdeur des programmes (en particulier en S) ne contraint pas les enseignants à restreindre au minimum le temps passé sur ce concept difficile.

L'étude des suites commence en classe de Première, cependant il serait envisageable d'étudier des problèmes à caractère discret dès le collège, sans formalisation bien sûr. Cela supposerait, évidemment, que programmes et horaires le permettent. On peut supposer que l'apprentissage des suites en Première et Terminale en serait facilité.

STATISTIQUES et PROBABILITÉS

La mise en place de la réforme des lycées a peu modifié le programme de probabilité en Première . Celui-ci diffère peu d'une série à l'autre. La série B comportait un programme spécifique de statistique, c'est encore le cas actuellement en ES ainsi qu'en STT. Il faut noter que le programme qui était en cours en 1994 avait été mis en place en 1991 en modifiant profondément l'esprit du programme antérieur.

Probabilités

Nous avons voulu poser deux types de questions au sujet des probabilités. Les premières veulent cerner les acquis des élèves après l'application d'un programme d'enseignement de mathématiques (et sont conformes donc à l'objet d'EVAPM), les secondes ont pour objectif de situer la prégnance des conceptions préconstruites des élèves et d'évaluer la résistance à l'approche fréquentiste que le programme propose.

EVAPM1/93 CC22-36

Dans une urne, il y a des boules rouges et des boules bleues. 2S005 1S122 1S124
On extrait 100 fois de suite une boule de cette urne.
Chaque fois, la boule est replacée dans l'urne et l'ensemble est à nouveau mélangé .
Après chaque tirage, on note la couleur de la boule tirée.

Dans ces conditions, on a tiré 60 fois une boule rouge et 40 fois une boule bleue.

a) Cette information est-elle utile pour donner une idée de la composition de l'urne (proportion de boules rouges et de boules bleues) ? *Expliquez votre réponse*

		A	B	E	F	S
Réponse OUI	43	36	38	47	39	49
N-R		*28*	*24*	*36*	*28*	*22*

		A	B	E	F	S
Réponse NON	40	41	46	44	44	35
N-R		*30*	*21*	*44*	*27*	*27*

		A	B	E	F	S
Explication cohérente	54	49	51	52	40	61
N-R		*12*	*15*	*13*	*18*	*11*

b) Voici trois énoncés concernant la situation décrite ci-dessus.
Pour chacun d'eux dire si vous pensez qu'il est juste ou faux. *Expliquez votre réponse*

Énoncé A : La probabilité de tirer une boule rouge change à chaque tirage.

		A	B	E	F	S
Réponse OUI expliquée ou non	15	17	15	12	19	14
N-R		*30*	*26*	*68*	*33*	*30*

		A	B	E	F	S
Réponse NON expliquée ou non	73	66	77	82	64	76
N-R		*21*	*10*	*13*	*20*	*11*

		A	B	E	F	S
Explication correcte pour NON	64	67	61	97	40	71
N-R		*12*	*12*	*00*	*22*	*11*

Réponse OUI

Énoncé B : Comme il n'y a que des boules rouges et des boules bleues dans l'urne, si l'on tire une 101ème boule, il y a une chance sur deux pour que cette boule soit rouge.

		A	B	E	F	S
Réponse OUI	28	39	31	19	30	22
N-R		*23*	*27*	*68*	*31*	*29*

		A	B	E	F	S
Réponse NON	58	48	57	70	50	65
N-R		*25*	*16*	*14*	*24*	*15*

		A	B	E	F	S
Explication correcte pour NON	45	40	40	48	27	54
N-R		*26*	*19*	*10*	*24*	*16*

EVAPM1/93 CC22-36 suite

Énoncé C : Toutes les boules de l'urne ayant la même probabilité d'être extraites, la probabilité de tirer une boule rouge est égale à la probabilité de tirer une boule bleue.

Réponse OUI		A	B	E	F	S
	32	37	33	34	41	26
N-R		*24*	*27*	*58*	*28*	*31*

Réponse NON		A	B	E	F	S
	52	44	52	56	40	59
N-R		*30*	*21*	*25*	*28*	*20*

Explication correcte pour NON		A	B	E	F	S
	41	39	39	38	24	48
N-R		*28*	*25*	*21*	*31*	*23*

c) Voici deux énoncés concernant la situation décrite ci-dessus (extraction de 100 boules).

Énoncé D : A chaque tirage, il y a 6 chances sur 10 de tirer une boule rouge.

Énoncé E : A chaque tirage, la probabilité de tirer une boule rouge est supérieure à celle de tirer une boule bleue.

Quel est, de ces deux énoncés, celui qui est le plus vraisemblable ? *Expliquez votre réponse*

D plus vraisemblable que E		A	B	E	F	S
R%	21	18	23	22	25	19
N-R		*30*	*33*	*55*	*36*	*31*

E plus vraisemblable que D		A	B	E	F	S
R%	60	60	55	66	49	65
N-R		*23*	*24*	*23*	*29*	*18*

Explication correcte pour "E plus vraisemblable que D"		A	B	E	F	S
R%	36	34	33	34	26	42
N-R		*25*	*29*	*23*	*34*	*22*

Toutes les explications de cette page correctes		A	B	E	F	S
R%	10	06	07	12	04	15

Les programmes mettent l'accent sur le processus de modélisation de situations aléatoires et sur l'introduction de la notion de probabilité, en s'appuyant sur une approche fréquentiste. La question CC22-36 teste plutôt les conceptions des élèves que leurs connaissances, qui sont sur ce sujet en Première assez limitées.

La question a) évite l'idée de probabilité et le libellé "donner une idée de la composition de l'urne" permet aux élèves de répondre de manière qualitative. L'opinion des élèves est très partagée : 43% OUI, 40% NON. On semble sentir une résistance à l'approche fréquentiste, qui pourtant est fortement souhaitée par les programmes. Tous les élèves sont loin d'accepter facilement la stabilisation d'une fréquence. D'ailleurs on peut s'interroger sur le sens que les élèves donnent à la notion de stabilisation; au bout de combien d'expériences la fréquence semble-t-elle stabilisée? Ici, cent tirages sont-ils suffisants ? Ce qui est important ici, ce n'est pas la réponse, mais c'est que l'élève se pose la question, car cela signifie qu'il relativise l'utilité de l'information pour pouvoir connaître la composition de l'urne. Ainsi 54% des élèves fournissent une explication cohérente que leur réponse ait été OUI ou NON.

Dans les énoncé B et D , nous avons utilisé de manière délibérée le mot "Chance". Les élèves font -ils une différence entre chance et probabilité ? L'énoncé B décrit la même conception (erronée) que l'énoncé C. La différence est le passage du terme chance à celui de probabilité. Le taux de réponses OUI (c'est à dire une réponse fausse) est sensiblement le même pour les deux énoncés, ce qui peut laisser supposer que l'hypothèse de départ n'est pas confirmée : il y a peu de différence pour les élèves entre le mot chance et probabilité en ce qui concerne les énoncés A et B. L'étude implicative montre que les élèves qui répondent correctement à l'énoncé B donnent une réponse correcte à l'énoncé C. Cette assimilation « chance »-« probabilité » révèle le caractère subjectif attaché à cette notion.

Cependant l'étude implicative de cet exercice montre que les élèves qui semblent refuser l'existence de loi de probabilité pensent majoritairement qu'il y a une chance sur deux que la boule soit rouge. Ainsi ils réfutent l'idée d' un modèle probabiliste et en même temps se comportent comme si en présence de deux éventualités, il y avait une chance sur deux....

De même, ceux qui pensent que la probabilité de tirer une rouge est égale à la probabilité de tirer une bleue affirment la plupart du temps que l'information initiale n'est pas suffisante pour avoir une idée de la composition de l'urne. Ces élèves semblent avoir mis une barrière solide entre la formalisation mathématique et la description du réel.

L'énoncé A semble montrer que pour 15% des élèves, en fin de Première, il n'y a pas de loi de probabilité et que le hasard ne peut pas être quantifié, modélisé. Il faut noter que cette résistance, prévisible, est sensiblement la même dans toutes les séries et elle renforce l'idée que le temps que l'on doit passer sur l'introduction des probabilités n'est pas compressible et ne doit pas être proportionnel aux nombres de lignes écrites dans le programme ou qu'une sensibilisation beaucoup plus précoce serait utile.

L'étude des croisements montre que pratiquement aucun élève répondant correctement à la question portant sur l'énoncé A trouve que l'énoncé D est plus vraisemblable; ainsi les élèves qui semblent accepter des lois probabilistes montrent une grande prudence sur l'utilisation "concrète" de celles-ci.

L'énoncé D a été rédigé avec le mot "chance" pour faire appel au bon sens alors que le mot "probabilité" peut avoir pour conséquence de placer l'élève dans le cadre mathématique. Les élèves privilégient l'énoncé en terme de probabilité (énoncé E) montrant ainsi une prudence bienvenue, alors que les 21% qui donnent leur préférence à l'énoncé A accordent, sans doute une confiance trop grande dans l'estimation fréquentiste de la probabilité ainsi qu'une trop grande précision sur la valeur à retenir pour celle-ci.

L'étude implicative de cet exercice montre que les élèves qui semblent refuser l'existence de loi de probabilité pensent majoritairement qu'il y a une chance sur deux que la boule soit rouge et que la probabilité de tirer une rouge est égale à la probabilité de tirer une bleue".

La question CE04-05 peut être considérée comme classique en Première. La présence de deux urnes a peut-être décontenancé les élèves, alors que nous avions choisi cette forme d'énoncé pour éviter les expressions du type "tirage simultané, tirage avec remise..".

EVAPM1/93 CE04-05

Deux urnes contiennent chacune cinq boules numérotées de **0** à **4**.
On tire une boule dans chaque urne.

1S125
1S126

Quelle est la probabilité que la somme des nombres inscrits sur les deux boules soit supérieure ou égale à 7 ?

Explications

Démarche correcte

		A1	B	E	F	G	S
R%	53	48	59	45	47	38	62
N-R		25	16	31	30	31	15

		A1	B	E	F	G	S
R%	38	35	41	25	29	22	49
N-R		24	15	30	31	29	16

Réponse:

L'analyse des copies montre que les élèves qui répondent, utilisent la formule :

$$\frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

La plupart des élèves déterminent correctement le nombres de cas possibles, mais ils sont ensuite nombreux à avoir des difficultés pour obtenir le nombre de cas favorables. On peut noter trois causes principales à ces erreurs :

- Mauvaise compréhension de l'expression "supérieure ou égale à 7". Ainsi on lit dans une copie : "la probabilité d'avoir une somme supérieure ou égale à 7 c'est de tirer une boule numérotée 4 et une autre numérotée 3" d'où un seul cas favorable.

- La mauvaise prise en compte de l'ordre :

  par exemple *"Il y a deux possibilités que les nombres inscrits sur les deux boules aient une somme supérieure ou égale à 7: (4;3), (4;4)"* mais le nombre total de cas favorables a été calculé en tenant compte de l'ordre.

- un manque de méthode pour donner explicitement tous les cas.

Certains élèves réalisent un tableau, mais ils ne sont pas très nombreux et ils sont très rares à utiliser un arbre.

Notons que le taux de non-réponses est relativement élevé par rapport aux questions environnantes.

Les questions SK34-35 et CD21-22 ont pour objet, dans le cadre de l'équiprobabilité, le calcul de probabilité d'une réunion et d'une intersection. Ces questions semblent familières aux élèves, le taux de non-réponses est en effet plus faible que celui obtenu dans les questions environnantes.

EVAPM1/93 SK34-35

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Quelle est la probabilité que cette carte soit un coeur ou une dame ?

			AJ	B	E	S	
Utilisation d'un schéma	R%	18	19	15	26	19	1S110, 1S111
	N-R		24	34	42	32	1S115
Réponse	R%	35	31	29	41	40	1S118
	N-R		12	14	24	13	1S131

Les principales difficultés observées au sujet de la question SK34-35 sont :

- la notion de réunion de deux ensembles non disjoints. Les élèves sont nombreux à utiliser un "théorème élève" (le cardinal d'une réunion est égal à la somme des cardinaux) et peu d'entre eux utilisent un schéma, ce qui pourtant pourrait être d'une grande aide pour eux.
- la question elle-même. Ainsi dans de nombreuses copies, les élèves donnent pour réponse :

  - Probabilité d'obtenir une dame = $\frac{4}{32}$

  - Probabilité d'obtenir un coeur = $\frac{8}{32}$

Sans doute ces élèves n'ont-ils pas compris le sens de l'unique question et l'ont traduite comme deux questions indépendantes. Est-ce dû à une lecture trop rapide ou bien à une mauvaise compréhension du OU ?

On pourra se reporter à la question CD21-22 qui porte sur une intersection et qui peut-être analysée de manière très voisine.

Probabilités et statistiques

Le fort taux de non-réponses obtenu à la question CF04-05 semble indiquer que les élèves sont surpris par une question portant sur des événements non équiprobables. Ici l'élève doit abstraire, modéliser. On voit ici la différence avec la question SK34-35, où il est question de tirage dans un jeu de cartes, situation familière que l'élève peut expérimenter ou du moins qu'il peut imaginer sans problème.

EVAPM1/93 CF04-05 **1S127**

On lance une pièce qui a été truquée.

De ce fait, la probabilité d'obtenir "face" est trois fois plus grande que celle d'obtenir "pile".

Quelle est la probabilité d'obtenir "pile" ?

Explications et calculs

Bonne compréhension de la situation

		A	B	E	F	G	S
R%	37	35	28	38	33	16	49

		A	B	E	F	G	S
R%	39	33	32	40	37	16	54
N-R		19	28	27	36	42	21

Réponse : ....

De nombreux élèves semblent démunis lorsqu'ils ne peuvent plus appliquer directement "leur" formule : $\dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$

On voit ici l'inconvénient de se limiter à des questions mettant en jeu uniquement l'équiprobabilité, voir d'introduire les probabilités en plaçant l'élève directement dans le cas d'événements équiprobables.

On peut trouver trois grands types de méthodes :

- une méthode algébrique :

  $P(\{p\}) + P(\{f\}) = 1$

  $P(\{p\}) + 3\,P(\{p\}) = 1$

  $P(\{p\}) = \frac{1}{4}$

- une méthode plus "fréquentiste" :

  "si on obtient une fois "pile", on peut obtenir trois fois "face".

  Donc on a une chance sur quatre d'obtenir pile".

- une méthode se ramenant à l'équiprobabilité : le problème revient à faire un tirage dans une urne contenant trois boules "face" et une boule "pile".

Il faut remarquer que cette dernière méthode est très peu fréquente, bien qu'elle soit très efficace dans de nombreux problèmes et qu'elle permette de comprendre l'intérêt de l'équiprobabilité.

La question SF22-25 porte également sur des événements non équiprobables et a été proposée uniquement en série B.

EVAPM1/93 SF09-11

Une machine produit des ampoules électriques dont 01% sont défectueuses.

Un contrôle de fabrication est effectué sur chaque ampoule.
Mais on sait que les contrôles ne sont pas sûrs à 100%.

Pour chaque ampoule contrôlée:
si l'ampoule est correcte, le contrôle l'accepte avec une probabilité égale à 0,98,
si l'ampoule est défectueuse, le contrôlela rejette avec une probabilité égale à 0,95.

Quelle est, dans la production acceptée par le contrôle, la proportion d'ampoules défectueuses ?

Démarche : — 1S125

Traduction correcte de la situation par tableau, arbre, schéma ...	R%	B 01
Par organisation correcte du calcul	R%	B 03

Résultat :

Valeur exacte ou valeurs approchées		B
	R%	01
	N-R	71

L'utilisation d'un arbre est particulièrement adapté pour résoudre la question SF09-11, posée uniquement dans la série B. Elle a été particulièrement mal traitée. Les élèves auraient pu prendre un exemple numérique (le plus simple étant un multiple de 10 000). Mais ici cela exige une prise d'initiative et le taux de réussite aurait peut-être été plus élevé si l'énoncé avait été : une machine produit dix mille ampoules électriques par jour.

Statistiques : fréquences, pourcentages, moyenne, écart-type

Dans EVAPM2/91, nous avons pu constater que les enseignants de Seconde considèrent la partie "gestion de données statistiques" comme la plus facile et la moins importante et de ce fait elle n'est pas souvent traitée. Les remarques restent vraies en Première (voir à ce sujet les résultats et commentaires du questionnaire professeurs).

Malgré cela, le taux de non-réponses aux questions portant sur les statistiques est voisin de celui des autres questions.

Moyenne, écart-type :

EVAPM1/93 CA03-04

Un même test a été donné dans deux classes.
La première classe, composée de 20 élèves, a obtenu une moyenne de 12,30.
La deuxième classe, composée de 30 élèves, a obtenu une moyenne de 14,80.
Quelle est la moyenne du groupe formé par les 50 élèves de ces deux classes ?

a	12,55	Oui	Non	Jnsp
b	13,30	Oui	Non	Jnsp
c	13,55	Oui	Non	Jnsp
d	13,80	Oui	Non	Jnsp

Réponse exacte

		A1	B	E	F	G	S
R%	40	22	35	72	34	24	57
N-R		01	01	01	02	03	01

EVAPM2/91 (R25) R = 33%
IEA - SIMS/84, Terminales scientifiques
JPN : 85% USA : 32%

2S003

OUI à C *(réponse fausse)*

		A1	B	E	F	G	S
R%	57	74	60	26	68	69	42
N-R		01	02	01	02	03	01

La notion de moyenne n'est pas perçue comme difficile par les élèves, comme semble le montrer le faible taux de non-réponses à la question CA03-04, mais elle leur pose cependant des problèmes.

ainsi 57% des élèves font $\frac{(12,30+14,80)}{2}$ sans tenir compte de la composition des classes, montrant ainsi une conception erronée de la moyenne. La très grande familiarité de cette notion devient peut-être un obstacle à la compréhension.

Le taux de non-réponses est élevé dans la question CA05 au sujet de l'écart-type. Cette notion de Seconde n'est pas a priori revue en Première et de plus la formulation est sans doute peu habituelle.

Statistique à deux variables :

La question SF12-17 est la seule qui fasse partie du programme spécifique de la section B, cependant la formulation de celle-ci ne fait appel à aucun concept nouveau. Les pourcentages de réussite montrent que les élèves qui parviennent pratiquement tous à tracer la droite (G1G2) donnent une interprétation pertinente de celle-ci.

EVAPM1/93 SF12-17

La production annuelle nationale de charbon (en millions de tonnes) est donnée par le tableau suivant :

Année	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
Production	20,7	21,5	20,0	19,6	19,0	16,9	16,7	16,0	14,0	13,9

a) Sur le graphique de droite, représenter ces données par un nuage de points

Soit G_1 le point moyen du nuage constitué des 5 points correspondants aux années 1980 à 1984.

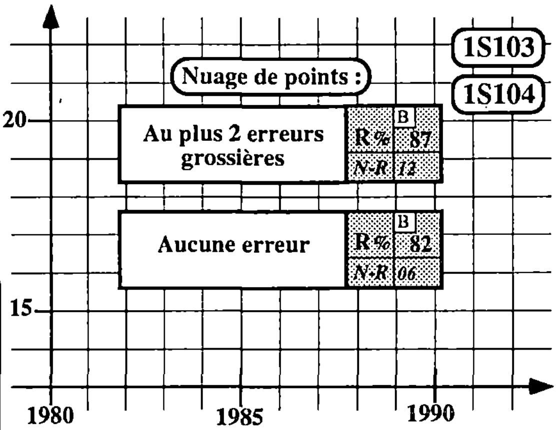
Soit G_2 le point moyen du nuage constitué des 5 points correspondants aux années 1985 à 1989

b) Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

1S105

Coordonnées de G_1	B
R%	58
N-R	12

Coordonnées de G_2	B
R%	59
N-R	12



1S103 1S104 Nuage de points :

Au plus 2 erreurs grossières	B
R%	87
N-R	12

Aucune erreur	B
R%	82
N-R	06

Droite (G_1 G_2) correctement tracée	B
R%	63
N-R	16

c) Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1 G_2).

d) Quelles remarques concernant l'évolution de la production cette droite vous suggère-t-elle ?

Interprétation pertinente	B
R%	60
N-R	19

113

Probabilités et statistiques

Pourcentages

EVAPM1/93 SG14-16

Une machine A produit 2000 pièces par jour, dont deux pour cent sont défectueuses.

Une machine B produit 1000 pièces par jour, dont trois pour cent sont défectueuses.

Une machine C produit 3000 pièces par jour, dont un pour cent sont défectueuses.

Quel est le pourcentage de pièces défectueuses dans la production journalière du parc des trois machines A, B et C ? S200

	R%	A1	B
Utilisation correcte d'un schéma ou d'un tableau	37	36	37
N-R		*13*	*09*
Réponse exacte	48	45	51
par calcul direct	47	43	51

La question SG14-16 a été posée uniquement aux séries A1 et B. Un élève sur deux répond correctement. L'erreur la plus souvent relevée correspond à la somme de pourcentages : erreur qu'il faut rapprocher de celle rencontrée dans le calcul d'une moyenne pondérée (question CA03-04).

114 La question CE22-25 n'est pas spécifique au programme de Première, mais la mise en place en Première des probabilités lui fait jouer ici un rôle particulier.

EVAPM1/93 CE22-25

Dans une ville donnée, la population adulte comprend 52% de femmes.

On sait que dans cette ville, 61% des hommes et 28% des femmes lisent un quotidien.

Quelle est le pourcentage d'adultes de cette ville qui lisent un quotidien ?

Démarche S200

	R%	A1	B	E	F	G	S
Utilisation d'un arbre	07	10	10	00	02	06	08
Utilisation d'un tableau	12	15	08	04	13	13	12
Réponse	48	42	42	59	45	29	62
N-R		*22*	*27*	*19*	*32*	*29*	*16*

Plusieurs ensembles sont en jeu ici : adultes, adultes lecteurs, femmes, femmes lectrices, hommes, hommes lecteurs. Ce type de questions utilise un raisonnement proche de celui qui sera utilisé avec les probabilités conditionnelles dont une des principales difficultés est le changement de référentiel, d'univers.

Très peu d'élèves utilisent un arbre (qui sera pourtant fréquemment utilisé en probabilités), la grande majorité des élèves font un calcul du type :

$$\frac{28}{100} \times \frac{52}{100} + \frac{61}{100} \times \frac{48}{100}$$

calcul très proche des calculs de p (A ∪ B) et p (A ∩ B).

La principale erreur est l'utilisation de sommes de pourcentages (61% + 28%).

Il faut noter que les séries qui travaillent le plus sur la notion de pourcentage (B et G) n'obtiennent pas de meilleurs résultats que les autres.

On pourra se reporter aux questions CC19-21 et SG14-16 qui portent également sur les pourcentages.

ÉTUDES COMPLÉMENTAIRES

À propos des questions à choix multiples

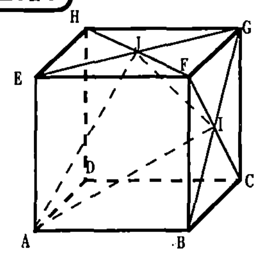
Nous avons voulu depuis EVAPM6/89, expérimenter l'utilisation de questionnaires formés de Questions à Choix Multiples. Les QCM sont de plus en plus présents en France, aussi bien en évaluation sommative (en particulier dans de nombreux concours) qu'en formation (dans de très nombreux manuels). Leurs utilisations par les enseignants semblent cependant assez discrètes ; les qualités et les défauts de ce type de question, sont en effet assez mal connus. La présence de QCM dans nos évaluations ne doit pas être considérée comme une prise de position en faveur d'une utilisation généralisée.

Nous avons proposé plusieurs types de questions à choix multiples.

Dans la question CA27-29, l'élève doit étudier chaque réponse. Il peut y avoir plusieurs réponses correctes et il est alors intéressant pour l'évaluateur de regarder à la fois la réussite conjointe et la réussite à chaque réponse proposée.

EVAPM1/93 CA27-29

E014



On considère un cube ABCDEFGH

Le point I est le point d'intersection des segments [FC] et [GB].

Le point J est le point d'intersection des segments [HF] et [EG].

a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Jnsp
b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp
c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Jnsp
d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp

EVAPM1/93 CB15-16

Le plan est muni d'un repère orthonormal.
Une droite (d) passe par les points E et F dont les coordonnées sont :

E(-1 ; 3) et **F(4 ; -7)**

La pente de cette droite est :

a	**- 0,5**	Oui	Non	Jnsp
b	**- 0,75**	Oui	Non	Jnsp
c	**- 2**	Oui	Non	Jnsp
d	$\mathbf{\frac{4}{3}}$	Oui	Non	Jnsp

Une seule des réponses proposées dans la question CB15-16 est correcte. L'élève ayant trouvé un résultat peut répondre *"non"* aux trois autres. Quel est donc l'intérêt ici d'une question à choix multiple ? Un des intérêts réside dans la présence de distracteurs.

On sait que l'élève hésite souvent entre $\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E}$ et $\frac{x_F - x_E}{y_F - y_E}$ c'est à dire entre - 0,5 et - 2.

La présence simultanée des deux réponses peut imposer à l'élève une réflexion supplémentaire ; on peut alors estimer que la réponse de celui-ci représente mieux ses "convictions profondes" puisqu'elle a été soumise à l'épreuve du doute.

La recherche de distracteurs est un travail formateur et enrichissant puisqu'il demande une recherche et une réflexion sur les erreurs des élèves.

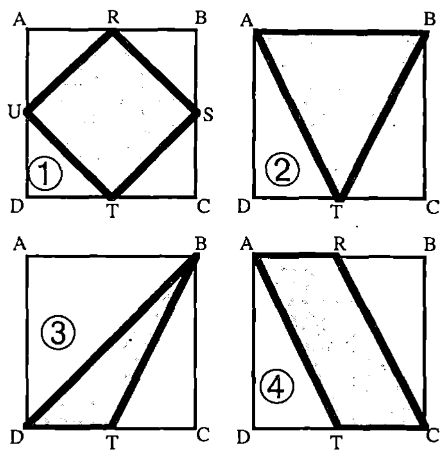
EVAPM1/93 CA30-33

Soient 4 carrés ABCD de côté a.
Les points **R, S, T et U** sont les milieux des côtés.
On considère les quatre lignes brisées fermées dessinées en gras et dont les longueurs respectives sont notées l_1, l_2, l_3, l_4 et les aires des sufaces coloriées S_1, S_2, S_3, S_4
Les indices **1, 2, 3 et 4** correspondent aux figures notées ①, ②, ③, ④.

2E018

On peut alors affirmer que :

a	$l_1 < l_2 < l_3$	Oui	Non	Jnsp
b	$l_1 < l_3 < l_4$	Oui	Non	Jnsp
c	**Deux des 4 longueurs sont égales**	Oui	Non	Jnsp
d	**Trois des 4 aires sont égales**	Oui	Non	Jnsp



La question CA30-33 (qui provient du concours d'entrée à l'ESIEE[1] 1987) demande la mise en place de stratégies plus complexes que celles nécessaires pour résoudre les deux questions mentionnées auparavant. Ceci peut surprendre les élèves qui ont tendance à penser qu'une question à choix multiples doit pouvoir être traitée rapidement (comme une question de calcul mental). Ici 7% des élèves fournissent une réponse exacte aux quatre lignes (en 1987, 20% des candidats à l'ESIEE répondaient correctement). On voit que les QCM permettent d'évaluer bien plus que des applications directes du cours.

EVAPM1/93 CA13-16

4N019

a désignant un nombre réel positif non nul,
il est toujours vrai que :

a	$\sqrt{a} < a$	Oui	Non	Jnsp
b	$a^2 > a$	Oui	Non	Jnsp
c	$-a < a$	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{1}{a} < a$	Oui	Non	Jnsp

A l'aide de certaines questions, dont l'énoncé est simple - comme la question CA13-16 - on peut avoir des informations sur les conceptions des élèves.

En effet la forme QCM incite l'élève à répondre en faisant appel directement à ses représentations mentales, à ses conceptions profondes sans doute par l'absence de demandes justificatives. Ainsi dans cette question peut-on avoir une information sur la prégnance de l'idée : "Quand on élève au carré un nombre positif, le nombre obtenu est supérieur".

[1] ESIEE : Ecole Supérieur d'Ingénieur d'Electricité et d'Electronique de la ville de Paris. Recrute au niveau du bac.

Une question à choix multiple, comme la CB25-28, peut avoir un aspect formateur pour l'élève. Ainsi pour répondre à cette question, l'élève peut avoir une démarche directe, comme dans un exercice de formulation classique, mais il peut aussi utiliser les réponses proposées, en utilisant par exemple la notion de contre-exemple avec ses avantages et ses inconvénients. L'élève est ainsi amené à travailler des démarches de reconnaissance, de vérification, de validation.

EVAPM1/93 CB25-28

L'expression algébrique $x^4 - 25$ peut aussi s'écrire :				
a	$(x - 5)^2 \ (x + 5)^2$	Oui	Non	Jnsp
b	$(x^2 - 5)^2$	Oui	Non	Jnsp
c	$(x^2 - 5) \ (x^2 + 5)$	Oui	Non	Jnsp
d	$(x - \sqrt{5}) \ (x + \sqrt{5}) \ (x^2 + 5)$	Oui	Non	Jnsp

De plus le fait qu'il y ait plusieurs réponses exactes, contribue à convaincre l'élève que plusieurs réponses sont possibles suivant la question posée.

Nous sommes loin d'avoir été exhaustifs sur les informations que l'on peut obtenir à partir de QCM et nous conclurons comme nous l'avions fait dans la brochure n° 89 (EVAPM4/91 et 3/92).

Par rapport à des épreuves plus traditionnelles, les QCM fournissent un éclairage différent et complémentaire sur le savoir des élèves. Elles peuvent par endroit se révéler très utiles et économiques, sans pour autant être susceptibles de remplacer toute autre forme d'évaluation. Conçues de façon pertinente, elles peuvent être un outil appréciable pour l'évaluation comme pour l'apprentissage des notions mathématiques, compte tenu des analyses d'erreurs qu'elles suscitent et des procédures de traitement mental qu'elles nécessitent.

- Élève 1ère B -

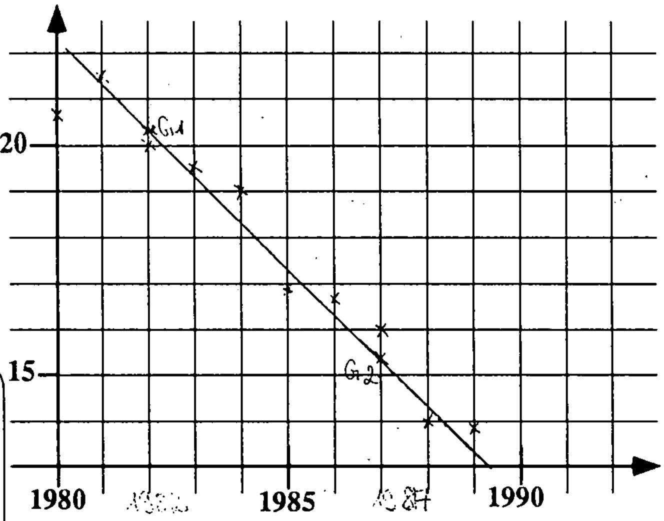
La production annuelle nationale de charbon (en millions de tonnes) est donnée par le tableau suivant :

Année	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
Production	20,7	21,5	20,0	19,6	19,0	16,9	16,7	16,0	14,0	13,9

a) Sur le graphique de droite, représenter ces données par un nuage de points

Soit G_1 le point moyen du nuage constitué des 5 points correspondants aux années 1980 à 1984 .

Soit G_2 le point moyen du nuage constitué des 5 points correspondants aux années 1985 à 1989



118

b) Calculer les coordonnées de G_1 et de G_2.

$y_{G_1} = \frac{21,5+19}{2} = 20,25$

$y_{G_2} = \frac{16,9+13,9}{2} = 15,4$

$x_{G_1} = \frac{1980+1984}{2} = 1982$

$x_{G_2} = \frac{1985+1989}{2} = 1987$

$G_1(1982 ; 20,25)$ et $G_2(1987 ; 15,4)$

12 13 14 15 16

c) Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1 G_2).

d) Quelles remarques concernant l'évolution de la production cette droite vous suggère-t-elle ?

La droite (G_1G_2) représente la production moyenne de 1980 à 1989. Cette production est supérieure à la moyenne

17

EVAPM1/93 - Epreuve SP - page 2

ÉPREUVES THÉMATIQUES

Chacune des épreuves thématiques XA, XB et XC, n'a été passée que par une dizaine de classes de Première S. Il convient donc d'être prudents dans l'interprétation des résultats.

Pour ces études complémentaires, nous avons recueilli et analysé l'ensemble des productions des élèves (environ 400 copies, réparties sur les trois épreuves). Il s'agit donc plutôt d'études qualitatives. Les informations de nature statistique (pourcentages) ne sont utilisées que comme des indicateurs de difficulté absolue et relative. L'utilisation du terme "échantillon" est une liberté que nous avons prise pour faciliter la lecture (et l'écriture !), mais qui ne doit pas prêter à confusion.

Le temps de passation de chacune de ces épreuves était de deux heures consécutives.

Certaines questions pourront paraître avoir été choisies à des niveaux de difficulté trop importants. Rappelons qu'il s'agissait de compléter les informations que nous avons obtenus dans les 15 autres épreuves de cette évaluation. Les questions courtes, ouvertes ou fermées se prêtent en général, mieux que les questions enchaînées ou que les situations problématiques, à l'observation des connaissances de base.

Épreuve XA
Problèmes de type examen

Les problèmes retenus sont tout à fait significatifs des ambitions des programmes et des enseignants. Il est clair que malgré les difficultés ils ne sont pas hors de portée de nos élèves, du moins ils sont capables de suivre les raisonnements et les calculs correspondant à leurs résolutions. Il est aussi clair que pour réussir de tels problèmes, la plupart des élèves ont besoin d'être guidés.

Rappelons ici que les études EVAPM se refusent de coller au plus près des compétences exigibles pour s'intéresser aux savoirs en devenir. Elles cherchent cependant à distinguer l'exigible du souhaitable comme le souhaitable du possible. Il ne nous paraît donc pas anormal de pousser l'évaluation jusqu'aux limites du possible.

Avant de se scandaliser de la faiblesse de certains résultats, il conviendrait de se demander ce que nous-mêmes aurions su faire, devant cette épreuve, lorsque nous étions en Première. Ou encore de se demander ce que feraient certains jeunes collègues sortis de l'Université. Les problèmes de l'épreuve XA constituent d'ailleurs de bonnes situations pour les étudiants et stagiaires des IUFM.

Remarques préliminaires

Les copies de 90 élèves ont été étudiées. Les problèmes ont été traités dans l'ordre A, B, C, D par 40% de ces élèves, mais parmi ceux-ci, près des 2/3 n'ont pas traité l'exercice D.

Plus de la moitié des élèves, d'ailleurs, n'ont pas "touché" à l'exercice D (53%). Faute de temps ?

Près de 87% des élèves ont commencé par l'exercice A qui est de loin le plus développé (souvent sur 2 à 4 pages), ce qui pourrait laisser penser que la géométrie n'a pas si mauvaise presse auprès des élèves que l'on veut bien le dire, à moins que ce ne soit le privilège de l'exercice placé en premier...

En ce qui concerne l'exercice C, 12% des élèves le traitent en premier et près de 45% le traitent en second. Ce choix semble montrer que l'analyse a quelque chose de sécurisant pour les élèves : c'est un domaine où ils se sentent capables.

Près de 44% des élèves n'ont pas traité l'exercice B. Les autres, l'ont à peine traité et souvent s'arrêtent après la première question. Là, par contre, on sent que les élèves sont peu à l'aise avec les vecteurs.

Les résultats statistiques précisent que 75% des élèves n'ont pas traité l'exercice D. En fait il "n'y a que" 54% d'élèves qui ne l'ont pas abordé du tout. En effet, 21% des élèves ont tout de même ébauché une figure avec des éléments de recherche et parfois quelques essais (sur leur copie ou au brouillon).

Il parait évident que les élèves ont manqué notablement de temps pour cette épreuve.

Problème A

EVAPM1/93 XA - Problème A

Deux cercles (C) et (C') de même rayon, et de centres respectifs O et O' se coupent en deux points distincts A et B.

On note M un point du cercle (C), et on note M' son image par la translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$.

On suppose : $M \neq A$; $M \neq B$; $M' \neq A$; $M' \neq B$.

Le but de l'exercice est de montrer que le point A est l'orthocentre du triangle BMM'.

1) Démontrer que M' appartient au cercle (C').

	S
R%	49
N-R	06

2) a) Démontrer que le quadrilatère OAO'B est un losange.

	S
R%	70
N-R	08

b) Démontrer que, dans le triangle BMM', la droite (BA) est la hauteur issue de B.

	S
R%	81
N-R	07

3) On note A' l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$.

a) Démontrer que A' est sur le cercle (C')

	S
R%	66
N-R	09

... et que O' est le milieu du segment [BA'].

	S
R%	43
N-R	22

b) Démontrer que les droites (M'A') et (M'B) sont perpendiculaires.

	S
R%	58
N-R	26

c) Démontrer que, dans le triangle BMM', la droite (MA) est la hauteur issue de M.

N-R : 29 %

		S
Identification du parallélogramme MAA'M'	R%	25
Démonstration correcte, (quelle qu'elle soit)	R%	57

4) Finir de démontrer que le point A est l'orthocentre du triangle BMM'.

		S
Démonstration correctement complétée	R%	48
Figure correcte mettant en évidence les éléments utilisés	R%	65
Les hypothèses utilisées sont clairement explicitées	R%	28

N-R : 09 %

D'une manière générale, les copies sont peu rigoureuses au niveau des notations et du langage, ce qui les rend souvent difficilement lisibles voire incompréhensibles. Cela semble pourtant rarement relevé par les correcteurs. Ainsi un élève affirme : *"comme OBO' et OAA' sont symétriques par rapport à OO' alors B coupe OO' en son milieu..."*

Il faudrait recommander aux élèves de faire systématiquement leurs figures sur une feuille séparée, cela éviterait sans doute toutes ces confusions entre les points ou les cercles qui rendent la plupart des "démonstrations" plus que douteuses, par exemple : *"comme (OB) et (OO') représentent les médianes du losange OAO'B..." ou encore " (AB) diamètre de C'... "*

Les confusions, classiques, entre les notations concernant droites, segments, longueurs... sont fréquentes. Ainsi, 18% des élèves de notre échantillon se méprennent en écrivant des égalités de segments du genre [OO'] = [MM'] au lieu d'égalités de longueurs.

Le lecteur est heureux d'apprendre que *"les points O et O' sont alignés..."* que *"des droites, ou les cercles C et C', se croisent,..."* que *"O est le milieu de C"...* !

On peut lire que *"[BA'] noté également BO'A'est le diamètre de C'..."*

Les élèves parlent allégrement de *"vecteurs parallèles entre eux"*, ou encore de *"vecteurs colinéaires"* alors qu'ils veulent parler de vecteurs égaux.

Ils ne précisent que très rarement dans quel triangle ils se placent et parlent de triangle rectangle sans préciser en quel sommet.

Les propriétés de conservation sont souvent utilisées à mauvais escient comme le montrent :

- des abus du genre : *"(M'A') $\perp$ (BM') donc (MA) perpendiculaire à (BM) car une translation conserve l'orthogonalité"*

- ou des méprises plus classiques comme : *"(MA) // (M'A') par conservation du parallélisme"* alors qu'il s'agit bien sûr de la propriété *"par une translation, une droite est transformée en une droite parallèle"*...

Question 1 : M'$\in$ C'

Plus d'un élève sur quatre affirme sans aucune justification que C a pour image C' dans la translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$, prenant cela pour un fait acquis : *"par hypothèse"* ! (le cercle image de C peut-il d'ailleurs s'appeler autrement que C' ?...)

Un autre quart justifie que C a pour image C' uniquement par le fait que O a pour image O' sans faire référence au fait que C et C' ont même rayon.

On trouve aussi de nombreux raisonnements "simplistes" du genre : *"M' est le translaté de M par la translation de vecteur* $\overrightarrow{OO'}$, *or O' $\in$ C', donc M' $\in$ C'..."*. Pour bon nombre d'élèves, il semble en effet "évident" qu'il ne peut en être autrement...

On peut regretter que pour près d'un tiers des copies la propriété utilisée ne soit pas clairement énoncée. L'élève se contente de réécrire l'énoncé, se doutant bien qu'il doit servir...! Ce qui donne des rédactions telles que *"comme O a pour image O' et que C et C' ont le même rayon..."* ce qui revient pratiquement au même que de dire *"par hypothèse"*...

On aimerait voir rédiger, par exemple : *"l'image d'un cercle de centre O par la translation de vecteur* $\overrightarrow{OO'}$ *est un cercle de même rayon et de centre O' d'où C a pour image C'..."* , d'autant que l'on rencontre assez souvent *"l'image d'un cercle par une translation est un cercle"*, sans plus. Pire, plusieurs élèves (5%), après avoir "justifié" que C a pour image C' par la translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$, en déduisent que C et C' ont le même rayon...!

Enfin signalons qu' un élève montre que M' $\notin$ C' !

Question 2, a) : OAO'B est un losange

Près de la moitié des élèves montrent que OAO'B est un quadrilatère ayant ses 4 côtés de même longueur, mais pour un tiers des autres cela ne suffit pas et ils montrent *"de plus..."* que les diagonales sont perpendiculaires, ou affirment que, *"de plus..."* les côtés sont parallèles deux à deux...

Finalement, la moitié d'entre eux énonce des propriétés en surabondance ; cela ne peut que renforcer notre conviction que les élèves de Première distinguent mal les notions de nécessaire et de suffisant dans les démonstrations.

On trouve environ 10% de copies dont les auteurs semblent avoir l'art de compliquer les choses. Cela donne des demi-pages entières de "démonstrations" la plupart du temps peu satisfaisantes !

Enfin, on trouve aussi environ 10% de démonstrations franchement erronées, ou aux justifications incomplètes, qui d'ailleurs ne sont pas toujours relevées par les correcteurs. Par exemple : *"(AO) et (AO') sont égales et (BO) et (BO') aussi donc OAO'B est un losange"* ! ou encore *"deux triangles isocèles qui ont une base en commun forment un losange..."*

Quant aux copies franchement excellentes, on n'en compte qu'un petit nombre (6% de l'échantillon).

Études complémentaires

Les élèves de cet échantillon maîtrisent difficilement la rédaction d'une démonstration et en particulier ce que l'on doit écrire (ce qu'il est nécessaire, suffisant, d'écrire).

Question 2, b) : le triangle BMM'

Malgré le bon taux de réussite à cette question (81%), il nous faut relever quelques raisonnements aberrants du genre : *"[OO'] est le double du rayon"* ou encore *"[MM'] // [OO'], [AB] médiatrice de [OO'] donc [AB] médiatrice de [MM']".*

Question 3

Il est à remarquer que, pour A' ∈ C', plus de 20% des élèves refont une démonstration, bien qu'ayant argumenté à juste titre que A ∈ C !

Un élève affirme même que *"le lieu géométrique de A' est C'..."*

Parmi les élèves de cet échantillon ayant bien répondu au b) (66%), on peut noter que 18% montrent que $\overrightarrow{BO'} = \overrightarrow{O'A'}$, que 7% montrent que B, O' et A' sont alignés ((BO') // (O'A') et BO' = O'A'). Les autres élèves utilisent le fait que BAA' est un triangle rectangle en A, inscrit dans C'. **123**

Parmi les 25% d'erreurs, la plus fréquente est celle consistant à se contenter de montrer que BO' = O'A' (57%). Il faut également noter que deux élèves ont commencé leur démonstration avec des égalités vectorielles mais concluent avec des égalités de longueur sans que cela ne soit relevé par le correcteur. La plupart des autres erreurs sont constituées d'affirmations non justifiées du genre *"A est diamétralement opposé à B"* (30%), mais aussi : *"comme ABA' est inscrit sur C' alors il est rectangle"*, (9%) !

Enfin certains élèves "bricolent" des démonstrations s'appuyant sur des figures particulières pour affirmer par exemple que *"AA'BB' est un carré"* (où B' est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{OO'}$), ou encore *"MBB'M' est un losange"*, ou encore se livrent à des déductions pour le moins hardies, telle la "démonstration" suivante : *" (AA') // (OO'), or I milieu de [AB] appartient à (OO') d'où O' milieu de [A'B] d'après le "théorème des milieux..."*.

Ces erreurs montrent à l'évidence tout le travail qu'il reste encore à accomplir en géométrie pour amener les élèves à avoir plus de recul par rapport aux énoncés. Il faut les amener à ne pas se contenter de placer un seul point sur leur figure alors qu'il décrit tout un ensemble, à réfléchir, avant de donner des conclusions pour le moins hardies au fait que certains points ne sont pas fixes et les convaincre de se poser davantage de questions avant d'affirmer quoi que ce soit.

Question 4

Finalement, près d'un élève sur deux réussit à montrer à peu près correctement que A est l'orthocentre du triangle BMM' (l'un d'entre eux précise d'ailleurs qu'il est aussi le centre de gravité de ce triangle...).

Problème B

EVAPM1/93 XA - Problème B

On considère un carré ABCD. On note **a** la longueur du côté de ce carré (a > 0) et **G** son centre (point d'intersection des diagonales).

a) On considère la transformation f du plan qui à tout point M associe le point M' tel que :

$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Démontrer que f est une homothétie de centre G dont on précisera le rapport.

N-R : 44 %

	S	R%
Ecriture de la formule $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$		39
$\overrightarrow{GM'} = -3\overrightarrow{GM}$ trouvée et démontrée		15
... homothétie de centre G et de rapport (-3)		15

b) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble (E) de tous les points M du plan tels que :

$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4\,a^2$

N-R : 72 %

	S	R%
Démonstration correcte ...		10
... par calcul vectoriel		08
... par méthode analytique		02
R.E. : Cercle circonscrit au carré, quelque soit la démarche		10

c) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble (E') de tous les points M du plan tels que :

$MA^2 - MB^2 - MC^2 + MD^2 = 0$ *On pourra remarquer que G appartient à (E').*

N-R : 98 %

	S	R%
Démonstration correcte ...		08
... par calcul vectoriel		07
... par méthode analytique		01
R.E. : Médiatrice du segment [AB], quelque soit la démarche		09

124

d) Déterminer et représenter graphiquement l'ensemble (E") de tous les points M du plan tels que :

$MA^2 + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD} = 0$

Démonstration correcte du fait que ...

N-R : 88 %

	S	R%
E" est l'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{MA}\,.\,\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{0}$		03
E" est le cercle de diamètre [AG]		07

Parmi les élèves qui n'ont pas traité cet exercice (44%), une partie l'ont cependant démarré au brouillon (15%), et, pour certains, on peut penser qu'ils ont été pris par le temps. En fait, une seule copie peut être classée comme excellente.

Au niveau de la rédaction, de nombreux élèves manquent notoirement de rigueur, écrivant à maintes reprises leurs vecteurs comme des longueurs, et ceci sans aucune constance d'une ligne à l'autre, ce qui rend leurs démarches plus que douteuses à partir de la question b). Les élèves ont encore tendance à confondre les vecteurs et leur norme ($\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} = a$) ...!

Question a)

On peut regretter, d'une manière générale, que les élèves ne traduisent pas l'hypothèse "G centre du carré" et qu'ils utilisent la relation $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$ (pour certains 0) sans aucun commentaire permettant de savoir s'ils ont vraiment fait le rapprochement, un peu comme si, dans un réflexe "pavlovien", chaque fois que l'on rencontre une telle relation, elle ne peut qu'être égale au vecteur nul (quand ce n'est pas au nombre zéro)!

On rencontre même des rédactions ambiguës du genre : *"Soit G le barycentre de (A,1), (B,1), (C,1), (D,1)..."*. Comment savoir si ces élèves introduisent un barycentre (et comme chacun sait, tous les barycentres se notent G...) ou s'il s'agit bien du point G de l'énoncé...

Parmi les 44% des élèves ayant établi la relation $\overrightarrow{MM'} = 4\,\overrightarrow{MG}$, près des deux tiers apportent une conclusion erronée :

- 80% en déduisent que f est l'homothétie de centre G et de rapport 4,
- pour les 20% restant, les rapports valent aussi bien -4, $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$, 3 et même $-\frac{9}{4}$ (avec sans doute des confusions entre "inverse" et "opposé"),

On rencontre également quelques rédactions plus ou moins surprenantes comme :

- *"f est une homothétie de centre G et de rapport 3* $\overrightarrow{MG}$*"*

- ou tel élève qui remplace M par G d'où "$\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{0}$ *et donc G et M' sont confondus"*.

ou encore :

- *"Si M et G sont confondus..., G et G' sont confondus, donc G est le centre de symétrie".*

Question b)

Parmi les 28% d'élèves ayant abordé cette question, on peut noter qu'un quart utilisent le théorème de la médiane (correctement pour les deux tiers).

Certains, après avoir trouvé $2\,MI^2 + 2\,MJ^2 = 3\,a^2$ (où I est le milieu de [AB] et J celui de [CD]), restent bloqués tandis que quelques uns réinvestissent ce même théorème mais en introduisant un point T milieu de [IJ] sans constater que T = G.

On peut relever des erreurs classiques du genre : "$2MG^2 = a^2$ d'où $2MG = a$"

ou encore : "$2(MI^2 + MJ^2) + \frac{a^2}{2} = 4\,a^2$ d'où $2(MI^2 + MJ^2) = 7\,a^2$"(élève qui a "fait passer" d'un membre à l'autre...!), mais aussi des confusions importantes entre calcul vectoriel et calcul sur les longueurs :"$MA^2 = (MG + GA)^2 = MG^2 + GA^2 + 2MA$"

ou encore : $\overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2 + \overrightarrow{GC}^2 + \overrightarrow{GD}^2$ qui semble valoir $\overrightarrow{0}$ pour quelques élèves.

Enfin on note quelques raisonnements étonnants pour des élèves de Première S du genre :

"$MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4\,a^2$ donc $MA = MB = MC = MD = a$"

Question c)

A noter que parmi les rares réponses exactes, un seul élève utilise la relation :

$$MA^2 - MB^2 = 2\,\overrightarrow{IM}\cdot\overrightarrow{AB}$$

Parmi les résultats aberrants on trouve :

"$MA^2 + MD^2 = MB^2 + MC^2$, d'où $MA = MB$ et $MD = MC$, ou $MA = MC$ et $MD = MB$"

mais aussi :

$\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{BA} = 0$ d'où $MG \times BA = 0$ et donc $MG = 0$, M est en G"

Quelques incohérences également ne sont pas relevées comme :

" $2\,\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{BA} = 0$ d'où MG $\perp$ GA et donc (E') est une droite perpendiculaire en G à AG"

Question d)

La question est peu abordée. Comme erreur significative des difficultés que présente le calcul vectoriel pour les élèves ont peut cependant relever " $\overrightarrow{MA}\cdot 4\,\overrightarrow{MG} = 0$ d'où $5\,\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{GA} = 0$ ". Un élève, après avoir correctement établi que $\overrightarrow{MA}\cdot 4\,\overrightarrow{MG} = 0$ utilise le cosinus pour affirmer que $\widehat{(\overrightarrow{MG}\,;\,\overrightarrow{MA})} = 90°$, et conclure que (E") est la droite passant par A et G.

Problème C

EVAPM1/93 XA - Problème C

Soit **f** la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels non nuls par : $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x}$

Soit **g** la fonction définie sur l'ensemble des nombres réels différents de 4 par : $g(x) = \dfrac{2x - 9}{x - 4}$

a) Etudier la fonction f b) Etudier la fonction g
(sens de variation, limites, asymptotes).

Démarche correcte ...	S	R% 91

... par un calcul direct de dérivée	S	R% 89	N-R 03

... par au moins une décomposition du type f(x) = 2 + 1/x	S	R% 27	N-R 48

Le plan étant rapporté à un repère orthonormal, on représentera ces deux fonctions sur un même graphique.

Au moins une étude correcte (pour f ou g) comportant tableau de variation et valeurs limites	S	R% 64	N-R 04

Représentation graphique correct de f	S	R% 79	N-R 16

Représentation graphique correct de g	S	R% 71	N-R 20

c) Vérifier que pour tout nombre réel t : f(2 + t) = g(2 - t)

Démonstration correcte de la relation : f(2 + t) = g(2 - t)	S	R% 58	N-R 27

Quelle conclusion pouvez-vous en tirer en ce qui concerne les représentations graphiques ?

Interprétation exacte : la droite d'équation x = 2 est axe de symétrie de la réunion des 2 courbes	S	R% 27	N-R 52

d) Soit (C) et (C') les représentations graphiques des fonctions f et g.
Une droite (D) parallèle à l'axe des abcisses coupe la courbe (C) en un point A dont l'abcisse appartient à l'intervalle [0 ; 4] et coupe la courbe (C') en un point B. La tangente à la courbe (C) au point A est perpendiculaire à la tangente à la courbe (C') au point B.
On demande de déterminer l'équation de la droite (D).

Démarche correcte	S	R% 02	N-R 89

L'un au moins des points A(1;3) ou B(3;3) est trouvé à partir d'un calcul correct	S	R% 02	N-R 91

Conclusion exacte et démontrée : (D) a pour équation y = 3.	S	R% 01	N-R 90

Questions a) et b) : Sens de variation

Le sens de variation des fonctions f et g est correctement donné par les 2/3 des élèves. L'appui de la calculatrice graphique a sans doute limité les erreurs, mais dans un tel problème, qui peut regretter que les élèves soient arrivés sans encombre jusqu'aux questions intéressantes, et pour lesquelles, d'ailleurs, la calculatrice ne sera plus d'aucun secours ?

Seulement un élève sur dix donne le sens de variation des fonctions f et g sans effectuer un calcul explicite faisant intervenir les dérivées.

Parmi les 92% d'élèves ayant calculé f'(x) et g'(x), la plupart ont correctement calculé f'(x).Parmi ceux qui se sont trompé (18%), la majorité a fait l'erreur suivante, hélas classique :

$$f'(x) = \frac{2x - 2x + 1}{x^2}$$

Il est assez navrant que près d'un élève sur huit fasse encore ce type d'erreur en Première S. Une aide pour ces élèves semble devoir passer par une sérieuse prise de conscience des règles de calcul notamment des parenthèses implicites, sans parler d'une rédaction plus soignée.

Les autres erreurs sont plus ou moins attendues et dénotent des apprentissages bien superficiels.

- 82% des élèves ont également correctement calculé g'(x) mais il faut noter que seulement 65% ont correctement calculé à la fois f'(x) et g'(x).

  Ce résultat tend à prouver la fragilité des capacités de calcul de nos élèves puisque les calculs de f'(x) et g'(x) relevaient du même procédé.
- près de 10% des ces élèves se sont trompés à la fois pour f'(x) et g'(x).

Études complémentaires

Parmi les "dérapages" significatifs, relevons que quelques élèves (une minorité cependant), après avoir trouvé $g'(x) = \dfrac{1}{(x-4)^2}$, écrivent $g'(x) = \dfrac{1}{x^2 - 8x + 16}$ puis cherchent le discriminant du dénominateur pour déterminer le signe de g'(x) ! Ces élèves doivent apprendre à "ouvrir les yeux"!

Parmi les incohérences, dignes d'être relevées, il faut signaler celle d'un élève pour qui f n'est pas définie en $-\frac{1}{2}$ alors que f' l'est...

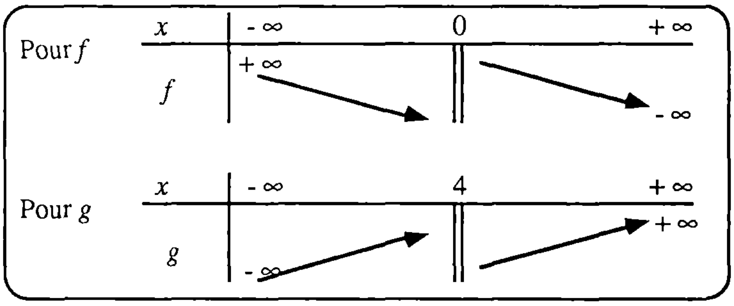
Limites

La quasi totalité des élèves observés utilisent des tableaux de variation, mais dont seulement les 3/4 sont corrects.

Près de 10% des élèves omettent de faire apparaître, dans les tableaux de variations, les valeurs exclues des ensembles de définition et traitent f et g comme des fonctions continues sur $\mathbb{R}$ *(..."comme f'(x) < 0, f(x) est strictement décroissante"...)*

Plus de 10% complètent sans justification les limites aux bornes de façon erronée, comme ci-contre.

Si ce n'est pas l'infini, on met 0... sans trop réfléchir, semble-t-il, un peu comme si cela avait quelque chose de systématique.



Près de 20% des élèves rédigent des égalités du genre $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$ sans autre justification, après leur tableau de variation où ces limites figurent déjà (ou avant pour un quart d'entre eux seulement) pensant sans doute avoir ainsi répondu à l'exigence de justification (amalgame sans doute entre justifier et rédiger..).

Hormis quelques cas où les limites n'apparaissent que sur les tableaux de variation, sans aucune justification, les autres élèves (plus des deux tiers) utilisent avec plus ou moins de bonheur la mise en facteur du "terme prépondérant" pour justifier leurs calculs de limites.

Les erreurs les plus fréquentes sont des raisonnements erronés à partir de formes indéterminées comme par exemple :

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to +\infty} (2x+1) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty \end{array}\right\} \text{ d'où, } \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

Alors que d'autres concluent par :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

Mais là au moins, le raisonnement, au niveau de la marche à suivre, est convenable, ce qui n'est plus le cas par exemple avec des rédactions telles que :

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x+1}{x}\right) = \frac{\lim(2x+1)}{\lim\limits_{x \to +\infty} x}$$

qui est sans aucun doute à bannir (d'autant que cet élève poursuit par .....= $\frac{-\infty}{-\infty}$ = 0).

Il apparaît donc assez clairement, au vu de cet échantillon, que les élèves confrontés à une forme indéterminée, soit ne l'identifient pas, soit éludent le problème par des raisonnements personnels faisant appel à une intuition souvent prise en défaut.

Exemple : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$, d'où : $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x} = 0$

Il n'est pas rare également de trouver des écritures telles que : $-\frac{1}{0} = -\infty$ ou $\frac{-1}{+\infty} = 0$,

ou encore, de lire : $\lim\limits_{x \to 0^{\pm}} f(x) = \pm\infty$.

Nous devrions sans doute être plus attentifs à ces écritures laxistes qui deviennent souvent des sources d'erreurs.

D'autres élèves cherchent la limite de f en 0 sans préciser s'ils se placent à gauche ou à droite de 0, et que dire de ceux qui ont cherché des limites de $f'(x)$...?

Asymptotes

On peut noter quelques confusions entre y = 2 et x = 2 mais aussi des incohérences avec les limites trouvées, sans compter des phrases sans grande signification du genre : "l'équation y = 2 est une asymptote" ou encore *"f(x) est asymptote en x = 0"* qui montrent que cette notion est bien loin d'être comprise.

Rappelons cependant que, dans sa généralité, la notion d'asymptote n'est pas au programme des classes de Première.

Représentation graphique

Parmi les 79% de graphiques jugés corrects, on peut cependant noter que deux tiers d'entre eux seulement comportent le tracé des asymptotes et que l'emploi de papier calligraphe, avec pour unité le carreau, n'est guère judicieux.

Deux élèves ayant tracé l'asymptote d'équation y = 2 ont cependant tracé des courbes représentatives de f et g qui coupent celle-ci.

On ne peut, à ce niveau, passer sous silence les pratiques dommageables induites par l'utilisation de calculatrices graphiques. Ainsi :

- quelques représentations graphiques de g (8%) ne comportent qu'une branche (pour les valeurs de x inférieures à 4)... un problème de "$\boxed{\text{RANGE}}$" assurément... !
- près d'une représentation graphique sur dix est très approximative, à main levée, comme si l'élève avait recopié son écran...
- plus de 15% des représentations graphiques manquent de cohérence avec le tableau de variation, pour les deux tiers au niveau des limites et pour le reste au niveau du sens de variation.

Études complémentaires

Il est bien regrettable que ces élèves n'aient pas profité de leur calculatrice pour remettre en cause certains de leurs résultats erronés et cela est assez navrant de voir de telles incohérences chez des élèves d'une classe scientifique.

Si globalement les élèves font donc assez bien le lien entre dérivée et sens de variation (deux incohérences relevées uniquement), par contre en ce qui concerne les représentations graphiques, les calculatrices semblent faire force de loi et tant pis pour les éventuelles incohérences !

Parmi les cas rencontrés, retenons celui-ci assez caractéristiques de ce genre de pratique :

Après avoir trouvé $g'(x) = \dfrac{-6x + 9}{(x - 4)^2}$, au lieu de $\dfrac{1}{(x - 4)^2}$, et le tableau de variation qui suit, tout à fait cohérent avec ce résultat :

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$	

tel élève représente cependant g de façon correcte !

Notons également un graphique où figurent des tangentes "horizontales" et "verticales"... (à ne surtout pas oublier, n'est-ce-pas... ?)

Question c) : f(2 + t) = g(2 - t)

Parmi les élèves ayant correctement démontré cette égalité (58%):

- un quart n'apporte aucune conclusion,
- un peu moins de la moitié donnent la bonne interprétation sans aucune justification (qui n'était pas demandée d'ailleurs...). Se pose alors la question de savoir s'ils ont vraiment interprété cette égalité ou s'ils n'ont fait qu'une simple lecture graphique..? D'autant que près de 20% d'entre eux apportent une interprétation n'ayant aucun rapport avec cette égalité, du genre : *"f et g ont une asymptote commune"* ou *"les courbes se coupent au point d'inflexion x = 2"*...

Pour les autres, on trouve des interprétations mal formulées, ou maladroites, du genre : *"g est l'inverse de f"*, *"les deux représentations graphiques sont les mêmes mais séparées de 4 unités"* ou encore *"symétriquement opposées et décalées"*, etc...

Parmi les erreurs de calcul notons celle-ci : $f(2 + t) = \dfrac{2 \times 2 + 1}{2} + t$.

Autrement dit pour cet élève f(2 + t) = f(2) + t...!

Ou encore $g(2 - t) = \dfrac{-5 - 2t}{2 + t} = \dfrac{-5 - 2t}{2 + t} \times (-1) = \dfrac{-5 + 2t}{2 + t} = f(2 + t)$

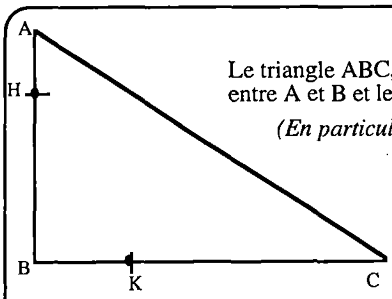
Ne sommes-nous pas en train de faire de nos élèves des "rois de l'arnaque" comme le signalent à plusieurs reprises certains correcteurs...?

Question d)

Les quelques élèves ayant abordé cette question essaient de passer par des équations de tangentes, avec de surcroît $x_A = x_B$, sans s'apercevoir qu'il suffisait d'utiliser les coefficients directeurs et l'égalité démontrée en c). Cette question est sans aucun doute trop difficile pour un travail en temps limité car elle demande du recul.

Problème D

EVAPM1/93 XA - Problème D



Le triangle ABC, rectangle en B est tel que : **2BC = 3AB** . Le point H est mobile entre A et B et le point K est mobile entre B et C de telle façon que : **2BK = 3AH.**

(En particulier quand H est en A, K est en B et quand H est en B, K est en C)

On note I le milieu (mobile) du segment [HK]

Quel est l'ensemble des points I quand H décrit [AB] ?

On pourra utiliser un repère orthonormal d'origine B, le point C' étant l'image du point C dans une rotation de centre B et d'angle $+\frac{\pi}{2}$.

Démarche analytique			Démarche non analytique	
Coordonnées correctes des points A, B et C dans le repère choisi	R% S 02	OU	Démarche montrant une bonne compréhension du problème	R% S 01
Expression correcte des coordonnées de H en fonction de l'abscisse de K	R% S 01	OU	Réponse exacte, même si démonstration incorrecte ou incomplète	R% S 06
Équation correcte de la droite contenant le lieu de I	R% S 02	OU	Réponse exacte, et démontrée	R% S 00
Limitation correcte du lieu de I	R% S 02			

N-R : 75 %

Le résultat serait-il différent si le triangle ABC n'était pas rectangle en B ?

Argumentation correcte : non intervention du fait que l'angle A est droit	R% S 04

Exercice très peu abordé : un quart seulement des élèves de cet échantillon ont apporté des réponses. Cependant on peut noter que parmi les élèves qui ne répondent pas, il y en a tout de même plus de 20% qui ont fait des essais sur une figure.

Pour le quart des élèves ayant apporté des réponses, seuls quelques-uns attaquent, "bille en tête", la méthode analytique suggérée dans l'énoncé.

En effet la plupart de ces élèves cherchent à répondre à la question posée par simple conjecture, en essayant plusieurs positions du point H (pour la moitié d'entre eux), en étudiant les "positions extrêmes" de H (pour 40%) ou les deux (un élève sur trois), les autres "parachutent" leur conjecture. Cela provient sans doute de la façon dont est rédigé l'énoncé, où la question posée (de surcroît en gras), précède la méthode préconisée. Du coup, il y a fort à parier que bon nombre d'élèves ont cherché à répondre à la question puis à déterminer, alors seulement, une équation de la droite contenant l'ensemble cherché.

Il faut également noter que moins d'un quart d'entre eux "voient" qu'il s'agit d'un segment (pour plus des trois quarts, c'est une droite).

On peut signaler quelques réponses surprenantes comme *"le mouvement de I se fait dans l'intervalle $[(0 ; \frac{1}{2}$ AB) ; ($\frac{1}{2}$BC ; 0]"* ou *"l'ensemble des points I est une droite parallèle à (AC) et de rapport $\frac{1}{2}$ de AB"* , voire franchement aberrantes : *"quand H décrit [AB], I décrit une droite parallèle à [AB] et quand K décrit [BC], I décrit une droite parallèle à [BC]".*

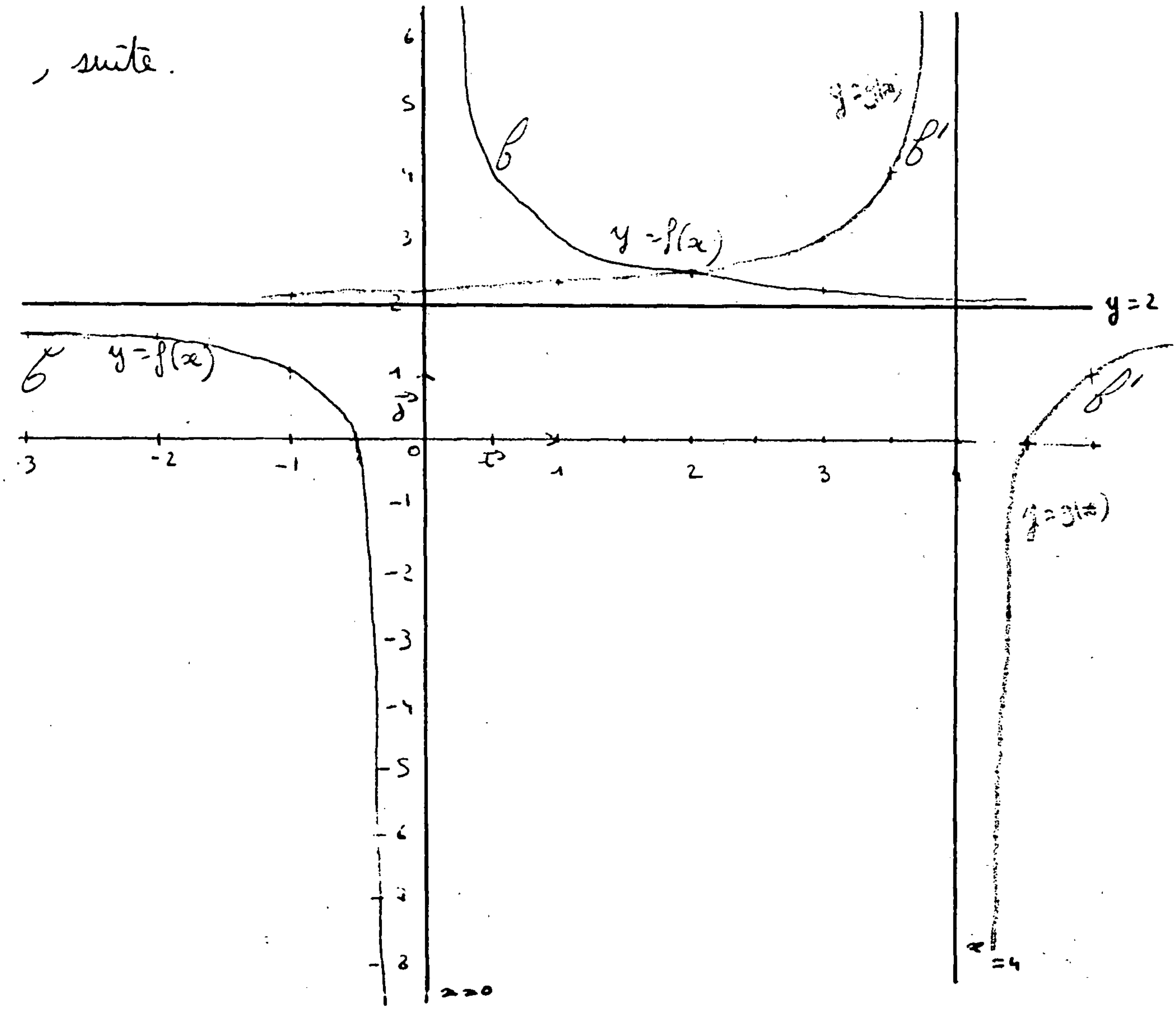
Quelques élèves essayent sans grand bonheur de faire intervenir une homothétie, parfois de centre B, mais aussi de centre K, alors que K n'est pas fixe. Enfin signalons qu'un élève conjecture que *"le lieu de I est une sorte de branche d'hyperbole"...*

Études complémentaires

Pour les rares élèves s'étant lancés dans la démarche analytique on retrouve plusieurs fois des confusions du genre $y_H = \frac{3}{2}\, x_K$ pour traduire 2BK = 3AH. Un élève qui ne s'en sort pas trop mal et finit par trouver $x_K = 1 - \frac{3}{2} y_H$, ne sait pas pour autant conclure : comme quoi les équations de droites restent du type y = ax + b pour un bon nombre d'élèves même en Première S.

Il faut aussi relever comme incohérence, celle des élèves ayant correctement conjecturé le lieu de I, et qui trouvent un coefficient directeur positif sans que cela ne paraisse les perturber.

, suite.



Épreuve XB
Épreuve centrée sur les thèmes argumentation, raisonnement, expression

Problème A

EVAPM1/93 XB - Problème A

Etant donné un parallélogramme ABCD, on considère les points E et F définis par :
$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\,\overrightarrow{AD}$

Démontrer que les points C, E et F sont alignés.

Critère	R%	S
Figure correcte, (non "particulière"), E et F bien placés		94
Déclaration d'un objectif exprimant l'alignement		37
Rédaction correcte d'une tentative de démonstration, eventuellement erronée ou incomplète		71
Démonstration correcte		45 (N-R 08)

EVAPM2/91 **R = 73 %** — EVAPM2/91 **R = 26 %** — EVAPM2/91 **R = 13 %**

La figure est généralement très bien faite.

On trouve plus rarement la déclaration d'un objectif exprimant l'alignement (37%). Encore ce score est-il atteint en admettant des *"Il faut"* qui ne sont pas de mise.

On observe encore plus rarement (quasi-absente) la déclaration initiale d'une démarche propre à atteindre cet objectif. On y est lancé sans savoir où l'on va.

Cette démarche utilise, le plus fréquemment, le seul calcul vectoriel, parfois le théorème de Thalès-triangle ou sa réciproque (avatars du calcul vectoriel, si l'on veut...), très rarement des études par coordonnées.

Sous les réserves déjà faites et une autre relative à la façon de conclure, l'échantillon analysé de près donne 16% d'excellents calculs, simples, rapides, clairs, et 30% de calculs bons ou assez bons mais plus longs, avec des encombrements et des hésitations (allant jusqu'à un étalement sur 3 pages !).

Cet échantillon révèle aussi 15% de calculs totalement "vagabonds", sans incorrection grave pour autant... Une navigation sans boussole...

Par contre s'y ajoutent 15% de calculs proprement aberrants avec, par exemple, des "super-Chasles", du type "$\overrightarrow{BA} + 6\,\overrightarrow{AD} = 6\,\overrightarrow{BD}$", "$\frac{1}{3}\overrightarrow{FA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \frac{5}{6}\overrightarrow{FB}$",... de très audacieuses égalités telles que "$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{0}$",... des méprises entre vecteurs et longueurs (*"$\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EF}$, donc E, C, F sont alignés"*),...

Parmi les copies des élèves qui font une démonstration correcte (46%), figure, pour un quart d'entre elles, une formulation finale défectueuse - qui attire très rarement une remarque du correcteur : *"E, C, F sont alignés car $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{CF}$ sont des vecteurs colinéaires avec un point commun"*. 3% de l'échantillon parlent, correctement, du point commun des droites (EC) et (CF). Les autres copies éludent en abrégeant, sans parler de point commun.

Les méthodes communément suivies n'utilisent que les points fournis par l'énoncé. Mais, parfois, (10% de l'échantillon) il apparaît un point auxiliaire (le milieu de [AB] ou plusieurs : ce milieu, celui de [AC], le centre de gravité de ABD,...). Dans la moitié de ces cas (surtout avec le seul milieu de [AB]) ils contribuent à une argumentation convenable (en retenant comme telle une argumentation qui utilise le théorème de Thalès-triangle ou sa réciproque, même en les confondant) où intervient souvent le parallélogramme D I E C, avec I milieu de [AB]. Quand il y a trois points auxiliaires, on rabat sur eux le problème de l'alignement de E, C, F. Mais alors, les élèves utilisent souvent des alignements non établis (y compris celui de E, C, F !). L'homothétie est parfois appelée au secours, avec, généralement , de graves erreurs.

Notons encore quelque flottement à propos du signe de k dans des expressions du type $\vec{u} = k\vec{v}$, une curieuse extension de vocabulaire dans *"$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ et $\vec{v} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont la somme des mêmes vecteurs, donc..."*, et, surtout, une expression fréquente : *"je calcule tel vecteur..."* lorsqu'il est question de le décomposer selon une base (implicite...). Peut-être un langage plus clair aiderait-il à la prise de conscience de la démarche engagée...

Quelques élèves ont, eux, tellement bien intégré le concept de norme d'un vecteur qu'ils utilisent sa notation compliquée pour parler de la toute simple distance des centres des cercles.

Relevons enfin, avec plaisir, que $\sqrt{a^2 + b^2}$ n'a été qu'une fois "simplifié" en a + b, et que les diverses notations relatives aux droites, distances, segments semblent maîtrisées.

Problème B

EVAPM1/93 XB - Problème B

Un plan est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, d'axes (x'x) et (y'y).
Dans ce plan, on considère le cercle **(C)** d'équation : $\mathbf{x^2 + y^2 - 10x - 8y + 32 = 0}$.
Le cercle **(R)** de centre A(11 ; 12), est tangent extérieurement au cercle **(C)**.
On demande de déterminer un équation du cercle (R).

cercle **(C)**

	S	R%
Coordonnées du centre : I (5;4)		37
Rayon R = 3		30

cercle (R)

	S	R%
Distance AI = 10		23
Rayon R' = 7		20
Présentation et rédaction correctes de l'ensemble présenté, même si erroné		35
Équation exacte		24

Équation exacte : N-R 60

L'énoncé du problème B a dû surprendre : les non-reponses sont largement majoritaires !

Ici encore la méthode suivie n'est généralement pas dégagée au départ : [Exception notable : Un élève qui déclare manquer de temps pour résoudre le problème indique la méthode, excellente, qu'il utiliserait].

Dans notre échantillon, les résolutions du problème font intervenir, mais seulement implicitement, le théorème *"Pour que deux cercles soient tangents extérieurement il faut et il suffit que la distance de leurs centres soit..."*. C'est-à-dire que le théorème est appliqué sans qu'il y soit fait une quelconque référence.

Les calculs conduisent à transformer différentes expressions d'équations du cercle (C). En général les écritures se succèdent sans qu'il soit signalé de liens entre elles.

Sous les réserves précédentes, les résolutions proposées par 15% de l'échantillon sont excellentes. Il pourrait s'y ajouter de 3 à 4% de bonnes démarches obérées par des erreurs de calcul, parfois graves (confusion entre R^2 et 2^R), ou parfois, par de simples étourderies ("32" pour "– 32",...).

Pour les autres copies, 8% de l'échantillon donnent un bon calcul des caractéristiques du premier cercle (rayon et centre). Dans la moitié de ces copies les élèves ne vont pas au-delà. L'autre moitié des élèves continue, de façon aberrante, avec un point de contact arbitraire, ou une recherche déboussolée de tangente commune, ou des confusions droite-cercle corrélées à la prégnance d'une assimilation mal comprise tangente-dérivée (alors qu'ici on n'a pas la forme y = f(x) mais g(x,y) = 0).

Notons, pour l'anecdote, une lecture graphique du rayon du second cercle et une étude faite avec un rayon arbitraire pour le premier.

Problème C

EVAPM1/93 XB - Problème C

Etant donné un tétraèdre ABCD,
on nomme I le milieu du segment [AD] et
on nomme M le milieu du segment BC].
Soit G le centre de gravité du triangle ABC

Figure lisible, claire et utilisable — S — R% 61 — N-R 12 — (EVAPM2/91 R = 25 %)

1°) Quelle est l'intersection des plans (AGI) et (BCD) ?

(N-R : 23 %) Bonne conjecture, avec ou sans démonstration — S — R% 48 — (EVAPM2/91 R = 22 %)

Bonne démonstration — S — R% 29 — (EVAPM2/91 R = 08 %)

2°) Les droites (IG) et (DM) sont-elles sécantes ?

(N-R : 32 %) (IG) et (DM) sécantes, avec une démonstration convenable — S — R% 21 — (EVAPM2/91 R = 06%)

Démonstration totalement correcte — S — R% 04 — (EVAPM2/91 R = 04 %)

3°) Soit D' le symétrique du point D par rapport au point M
Que peut-on dire de la position du point D' par rapport à la droite (IG)?

(EVAPM2/91 R = 03%) D' sur (GI), avec une bonne démonstration — S — R% 03 — (N-R : 44 %)

D' sur (GI), aux 2/3 ... avec une bonne démonstration — S — R% 03 — (EVAPM2/91 R = 00 %)

Rappels utiles....

On appelle médianes d'un triangle, les droites qui passent par un sommet et par le milieu du côté opposé.

Dans tout triangle ABC les médianes sont concourantes en un point G appelé centre de gravité du triangle.

Si l'on appelle M le milieu du segment [BC], chacune des conditions ci-dessous est une condition nécessaire et suffisante pour que G soit le centre de gravité du triangle ABC : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

$\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AM}$

Figures

Elles sont généralement bâclées sur les brouillons. Or il s'agit alors de figures de travail... et, au lieu d'appuyer la réflexion, elles l'entraveraient plutôt.

Au propre, elles restent généralement trop petites et souvent maladroites. Ainsi certaines figures font de ABC une face cachée (ce qui serait facile à modifier !).

La lisibilité de la figure et son efficacité exigent aussi :

- des pointillés à bon escient,
- le refus des suggestions trompeuses de cas particuliers (ainsi quand le point G est sur le dessin de [BD]),

- la mise en valeur des hypothèses quand c'est possible. Or, sur de nombreuses figures [GM] n'est pas tracé ! Comment, alors, apprécier correctement le plan (AGI) ?

Il y a trop peu d'emploi de couleurs (5% de l'échantillon). Cependant, colorier le triangle AGI pour représenter le plan (AGI) n'est efficace que si l'on a bien conscience de n'avoir là qu'une partie du plan...

Cela étant, l'appréciation, pour le codage du premier item (figure lisible, claire et utilisable) est extrêmement subjective : un premier quart des copies de l'échantillon semble la présenter telle (3% après amélioration notable du brouillon),un autre quart contient des figures déjà plus contestables, un troisième quart aurait pu convenir mais les pointillés font défaut, le dernier quart est formé de figures très mal faites, incomplètes ou fausses.

Intersection des plans (AGI) et (BCD)

Environ la moitié des copies fournissent la réponse correcte (droite (MD)), mais c'est tellement lisible sur une bonne figure !

Parmi les autres, 10% de l'échantillon proposent des réponses fantaisistes où l'on découvre que l'intersection est :

- un point (M souvent, mais aussi G, I, C,...),
- un triangle,
- un segment ([MD], mais aussi [GM] ou [IM]).

Sauf dans quelques cas, la réponse correcte est bien ou assez bien justifiée, en oscillant entre des argumentations concises et des textes de 19 lignes (avec des : *"A, G, M sont alignés et ils sont sur la même droite (AG), ..."*)

Dans 7 cas sur 10, alors qu'il est établi que la droite (MD) est commune aux deux plans, il n'est pas signalé qu'elle n'est leur intersection que pour autant que ces plans sont distincts. Tous les correcteurs ont relevé l'omission,... mais les plans étaient à l'évidence distincts, pour les élèves.

Droites (IG) et (DM) sécantes

Une excellente justification est fournie par environ 4% des copies de l'échantillon.

Parmi les copies où l'on s'efforce de justifier, notons que les erreurs qui empêchent une réussite totale sont :

- oubli de la coplanarité (6% de l'échantillon),
- confusion quant au théorème d'appui, la réciproque du théorème de Thalès-triangle étant souvent invoquée alors qu'il s'agissait, par sa contraposée, du théorème lui-même (10%),
- trop de flou, de façon analogue, lorsqu'on invoque le *"théorème des milieux"* (3%),
- excès d'implicites, du type "$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ les coefficients sont différents, donc (IG) et (DM) ne sont pas parallèles " ou "$\overrightarrow{IG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DM} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AM}$, donc $\overrightarrow{IG}$ n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{DM}$", ou "Deux points, D et M, de (DM) ne sont pas transformés par une homothétie de même rapport (bien que de même centre A), alors la droite des images n'est pas parallèle à (DM)" (12%).

Les réactions des correcteurs face aux textes à implicites sont évidement des plus variées...

Études complémentaires

Si l'on accepte les réponses qui encourent seulement tout ou partie des quatre regrets susmentionnés, l'échantillon parvient à quelques 27% de réponses "convenables".

Environ 10% des copies de l'échantillon n'avancent aucune argumentation, tandis que 20% manifestent des conceptions erronées telles que, par exemple :

- à plusieurs reprises : *"Si deux plans sont sécants toute droite du premier est sécante au deuxième, donc à leur intersection".*
- *"Si deux droites sont respectivement dans deux plans sécants, elles sont sécantes"*
- *"Deux droites respectivement dans deux plans distincts sont non coplanaires".*
- *"(BC) et (AD) ne sont pas parallèles, donc elles sont sécantes"* , ce qui nous vaut un bel aplatissement du tétraèdre.

Question 3 : D' et (IG)

Le tiers des élèves affirment que D' est sur (IG), mais sans le démontrer ou fort mal.

On trouve des tautologies du type : *"D' ∈ (IG) donc D', G, I alignés",* alors que l'on n'a pas démontré que D' appartenait à la droite (IG).

Notons que quelques rares copies s'en tiennent, honnêtement, à la conjecture *"Il semblerait que..."* et qu'une copie affirme *"Sur le graphique on peut remarquer que D' est sur (IG)".*

Quant à la précision $\overrightarrow{D'G} = 2\overrightarrow{GI}$ (ou une égalité équivalente), elle est affirmée sans démonstration ou fort mal dans 5% des copies, et correctement établie avec la même fréquence.

Il est vrai que l'énoncé n'incite pas spécialement à s'intéresser à la disposition relative des points D', G, I sur leur droite (nous sommes là dans les niveaux élevés des taxonomies : imagination, créativité,..). Admirons donc qu'environ 10% des élèves s'en soient préoccupés !

Voilà des élèves qui savent aller d'eux-mêmes plus loin que ce qui est demandé... (mais qui ne brillent pas toujours par leur argumentation mathématique...).

Vocabulaire et notations

Il est fréquemment écrit qu'une droite d'un plan "lui appartient". De nombreux correcteurs réagissent. Le faut-il ? Peut-être pas : nous sommes ici dans le langage courant !

Par contre, Δ désignant une droite et P désignant un plan, écrire " $\Delta \in P$" au lieu de "$\Delta \subset P$", relève du langage mathématique et est une erreur mathématique (erreur pour autant non gênante)...

Les élèves utilisent modérément le symbole "$\cap$", l'un d'eux le confondant d'ailleurs avec "$\cup$".

Mais ils sont encore trop nombreux (quelque 5%) à vouloir, à l'occasion, *"prolonger la droite"* ou *"le plan"*, ou, même, *"le point"*.

Problème D

EVAPM1/93 XB - Problème D

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; i ; j).
On donne les points :
A(2 ; 0) ; B(0 ; -3) ; C(0 ; 5) ; D(-7,5 ; 0)

Production d'une figure correcte, les points A, B, C et D bien placés | S | R % 86
EVAPM2/91 **R = 87 %**

a) Dans le triangle OBD, déterminer une équation de la hauteur issue de O.

N-R : 13 %

Démarche correcte, même si erreur de calcul | S | R % 62
EVAPM2/91 **R = 23 %**

Résultat exact : y = 2,5x | S | R % 70
EVAPM2/91 **R = 18 %**

b) La hauteur du triangle OBD issue de O *(droite étudiée au 2°)* **passe-t-elle par le milieu du segment** [AC] **?**

Présentation et rédaction correcte de l'ensemble présenté | S | R % 49

N-R : 18 %

Calcul correct des coordonnées du milieu de [CA] | S | R % 74

Démonstration correcte | S | R % 69
EVAPM2/91 **R = 13 %**

Il s'agit là de questions classiques, relevant de la classe de Troisième, avec la possibilité d'utiliser des méthodes vues ultérieurement. Le problème est donc très accessible.

Détermination d'une équation de la hauteur issue de O

La démarche suivie n'est pratiquement jamais annoncée.

Deux grands types de méthodes :

- une méthode "Collège" (20% de l'échantillon de copies) :
  - recherche d'une équation de (BD) (15%) ou, mieux, de son seul coefficient directeur (5%),
  - puis recherche du coefficient directeur de la hauteur (par "mm' = -1") et de l'équation réduite.
- une utilisation du produit scalaire (méthode plus rapide) :
  - fort bien pour 2 à 3% des copies,
  - bien pour le quart d'entre elles, à cela près que la relation entre les coordonnées de H (avec H pied de la hauteur) est aussitôt déclarée "équation de (OH)". Et qu'aurait-on obtenu si le point O sommet de l'angle droit du triangle rectangle n'était pas l'origine des coordonnées ?

Quelques copies mélangent les deux méthodes.

Le produit scalaire intervient encore dans certaines copies, mais avec des confusions de formules :

- avec celle de la colinéarité de deux vecteurs,
- avec xx' – yy' = 0,
- avec un calcul (faux) de "déterminant".

Quelques copies déroulent des parcours assez montagneux : calcul de l'aire de OBD, puis de la hauteur, du cosinus de l'angle qu'elle forme avec l'axe des x, avec , à partir de là, deux variantes :

- approximation de cet angle et de sa tangente,
- ou bien : calcul des cordonnées de H et de l'équation de (OH).

Cela est d'ailleurs bien fait mais entraîne éventuellement en cours de calcul l'obtention, non de valeurs exactes mais d'approximations. Celles-ci devraient peser sur les résultats finaux, or il n'en est rien eu égard aux habitudes à arrondir à des entiers (ou à des fractions simples : $\frac{5}{2}$, ...).

Plus désinvoltes, quelques élèves simplifient en se donnant sans justification les coordonnées de H ou l'équation réduite de (OH).

Il est à déplorer, pour 6% des copies, des résultats de calcul incohérents avec le graphique, qu'il s'agisse de coordonnées de points ou de coefficients directeurs. C'est particulièrement regrettable quand il s'agit de leurs signes.

Glissons sur des erreurs de taille concernant la hauteur (OH) :

- confondue avec (y'y),
- d'équation $y = -3$,

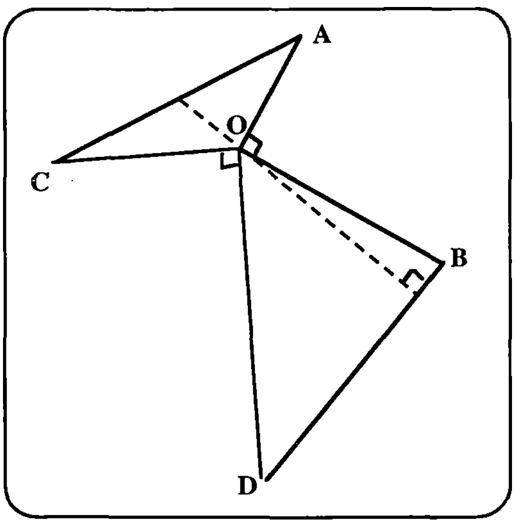
Hauteur et milieu de [AC]

On trouve quelques démarches assez longues :

- recherche de l'intersection de (OH) et de (AC) : est-ce le milieu de [AC] ?
- utilisation de longueurs...

Mais la démarche la plus facile (niveau Quatrième !), avec le calcul initial des coordonnées du milieu, se taille la part du lion.

Remarque :



La figure proposée en ce problème D est une version simplifiée d'une figure classique plus générale, dessinée ci-contre, avec $\widehat{DOB}$ quelconque, $\widehat{AOB} = \widehat{COD} = 90°$, et $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$ (on prend fréquemment le rapport 1). Les triangles OBD et OAC sont alors tels que la hauteur issue de O de chacun est médiane de l'autre.

Méthodes de démonstration : produit scalaire, analytique, rotation ou similitude, composition de rotations ou similitudes, renvoi sur le rapport 1 et inclusion dans un pavage, utilisation des nombres complexes,...

Problème E

EVAPM1/93 XB - Problème E

Le mathématicien encyclopédiste d'Alembert prétendait qu'en lançant simultanément deux pièces de monnaie, la probabilté d'obtenir **PILE et FACE** est $\frac{1}{3}$.

Le mathématicien académicien Laplace disait que cette probabilité est $\frac{1}{2}$.

Avec lequel de ces deux illustres mathématiciens du 18ème siècle êtes-vous d'accord ?

N-R : 08 %

D'accord avec d'Alembert	R%	21
D'accord avec Laplace	R%	71

A leur époque, le calcul des probabilités n'était pas encore né. C'est d'ailleurs autour de controverses de ce type que les idées correspondantes s'éclairciront peu à peu.

A la lumière de vos connaissances actuelles (250 ans plus tard !), que proposeriez vous pour obtenir la valeur de cette probabilité ? *On précise que, dans tous les cas, les pièces de monnaies sont régulières (on dit : non biaisées)*

N-R : 03 %

Preuve correcte ...	R%	35
... utilisant un arbre	R%	24
... utilisant un tableau	R%	13
Argumentation convaincante, s'appuyant ou non sur un tableau ou un arbre	R%	66
Rédaction correcte de l'argumentation proposée, que celle-ci soit correcte ou non	R%	50

140 Que de non-réponses, que de copies qui n'abordent pas ce problème !

Or il semble que ce soit, pour partie, un réflexe de "classes" :

- dans certaines classes, tous les élèves ont traité la controverse (Laplace l'emportant de très loin) : les probabilités n'effraient sans doute pas...
- dans d'autres classes, il doit y avoir beaucoup plus d'appréhension : de nombreux élèves n'abordent pas ce problème, même pas au brouillon.

D'autre part, dans le premier cas (celui des classes où tous abordent le problème) des élèves très faibles en maths (cf leurs prestations dans les autres problèmes) ont parfaitement maîtrisé la situation : cela confirme le fait que les probabilités (et les statistiques) peuvent être un bon moyen de réconcilier des élèves avec une activité mathématique.

Sur l'échantillon de copies analysées de près, pratiquement toutes les argumentations peuvent paraître convaincantes. Or cela n'apparaît pas dans les pourcentages globaux. Sans doute en raison du flou, mal reçu, de certaines rédactions et parce que des correcteurs ont peut-être sanctionné la très fréquente non-mention de "l'équiprobabilité des événements PP, PF, FP, FF".

La simultanéité des lancers semble, pour certains élèves, obérée par une apparente non-simultanéité de lecture (il faut lire le résultat d'une pièce d'abord, puis de l'autre... !). Cela leur fait distinguer "Pile et Face" de "Face et Pile", d'où l'apparition d'une probabilité $\frac{1}{4}$ qui échappe aux deux illustres référents... Prendre en compte un dé d'abord, certes, mais est-ce toujours le même ? De là, dans quelques copies, huit événements : $P_1\ P_2$, $P_2\ P_1$...

Des élèves, heureusement rares, se noient dans des "formules" compliquées alors qu'un arbre, un tableau, ou le simple énoncé des événements PP,... suffisent amplement.

Enfin, deux élèves de l'échantillon (des pré-fréquentistes ?) se récusent, proposant de lancer 100 fois.. et de voir !

Problème F

EVAPM1/93 XB - Problème F

Les suites suivantes définies soit par leur terme général, soit par leur premier terme et une relation, sont elles : arithmétique ? géométrique ? ni l'une ni l'autre ?
Pour chacune d'elles, justifiez soigneusement votre réponse.

Suite	Réponse	S R%	Suite	Réponse	S R%
$u_n = 2^n + 1$	Ni l'une, ni l'autre.	43	$u_{n+1} = u_n + n$ et $u_0 = 1$	Ni l'une, ni l'autre.	36
$u_n = \frac{1}{2^n}$	Géométrique	47	$u_{n+1} = 2 + u_n$ et $u_0 = 0$	Arithmétique	51
$u_n = -(n+3)$	Arithmétique	55	$u_{n+1} = -3u_n$ et $u_0 = 1$	Arithmétique	42
$u_n = -2n + 3$	Arithmétique	47	Réussite conjointe à l'ensemble des 7 suites		14

N-R : 14 %

	S R%
Les réponses justes sont correctement justifiées	15
Rédaction correcte pour les cas traités	22

Environ 10% des copies de l'échantillon commencent par des formules générales adéquates et correctes. Seulement quelques élèves ne parlent que de trois termes en suite arithmétique ou géométrique.

La plupart des autres copies raisonnent au niveau de chaque suite, avec plus ou moins de bonheur....

Trois remarques générales

Que de bonnes définitions pieusement récitées et parfaitement incomprises ! 25% des élèves de l'échantillon analysé semblent dans ce cas et ont fourni, à partir d'elles, des réponses déconnectées des définitions et généralement aberrantes. Sur l'ensemble des suites traitées cela donne un comportement qui semble aléatoire...

Quel est le rôle des tests sur quelques valeurs de n ? Calculer u_1, u_2, u_3, parfois aussi u_4, peut être excellent pour prouver qu'une suite n'est pas arithmétique ou géométrique mais ne saurait prouver qu'elle l'est. Or 25% des élèves ne comprennent pas cette distinction et croient toujours prouver.

Par contre, heureusement, 5% des élèves, avec les mêmes départs numériques, passent au raisonnement sur n dès qu'il s'agit de démontrer que la suite est arithmétique ou géométrique.

Le problème met en évidence de graves lacunes :

- à propos des notations : u_n confondu avec u n; u_{n+1} confondu avec $u_n + 1$;

2^n confondu avec 2n (mais oui ! 5% des copies !) ; $\frac{1}{2n}$ avec $\frac{1}{2}$ n ,...

Et, pour la suite 5, la moitié des élèves croient qu'en calculant u_1, on obtient la valeur de u_{n+1} pour n = 1.

- à propos des calculs numériques :

"$2^{n+1} - 2^n = 2$ " ; "$2^{n+1} + 1 = (2^n + 1)(2 + \frac{1}{2})$" ; erreurs (suite 2) pour les simplifications de fractions ; ...

Remarques particulières

Suite 1 : Très mal maîtrisée, mais les calculs avec trois valeurs de n ont permis un pourcentage de succès inespéré.

Suite 2 : Beaucoup d'erreurs de calcul, du type :

$$\frac{2^n+1}{2^{n+1}+1} = \frac{5}{2} \ ; \ \frac{2^{n+1}+1}{2^n} = \text{constante} \ ; \ 2^n = 2n \text{ (5\% des copies)}$$

$$\frac{2^{n+1}+1}{2^n+1} = 3 \text{ (ou } \frac{5}{3} \text{)} \ ; \ 2^{n+1} - 2^n = 2 \ ; \text{ etc...}$$

Suite 3 et 4 : La différence de pourcentages de succès est significative. Pour la suite 4 le coefficient de n est mal pris en compte.

 Suite 5 : Mauvaise réussite. Ce "+n" a beaucoup perturbé. De nombreuses copies (environ 10%) ne reconnaissent pas en ce "n"- là celui de l'indice et lui attribuent une valeur constante. D'autres au contraire (3%) privilégient ce "+ n " en négligeant le u_n et font de cette suite 5 une soeur de la suite 3.

Suite 7 : On s'attendrait à mieux .. et à moins de non-réponses.

Ensemble des sept suites

Les défaillances ou non-réponses, ici ou là, pour telle ou telle suite, le caractère aléatoire de nombreuses réponses expliquent la faible "réussite conjointe à l'ensemble" (14%, et encore faut-il, pour cela, accepter des argumentations quelque peu floues).

Théoriquement, il aurait fallu disqualifier les réponses correctes aux suites 1 et 5 pour les élèves qui encourent le second reproche des "remarques générales" ! Ils ont alors "juste" sans savoir pourquoi... Du moins peut-on le craindre! Il reste du pain sur la planche pour faire comprendre la portée des contre-exemples !

Du problème A au problème F...

Orthographe des mots "mathématiques"

On trouve encore des dysorthographies pour des mots classiques : termes, parallélogrammes; ..., et, surtout, à haute dose (dans le F, bien sûr), pour "arithmétiques" pourtant écrit dans l'énoncé mais qui épouse "rythme" !

Études complémentaires

Brouillon, temps disponible

Des élèves se plaignent de n'avoir pas assez de temps pour traiter les six problèmes. Et si certains de ceux-ci ne sont pas abordés ce n'est pas toujours seulement par appréhension.

Ce "manque de temps" est-il surprenant quand on gère mal celui-ci ? Une bonne gestion du temps passe par celle des essais au brouillon. Or force est de constater que cela n'est pas conciliable avec des écritures ou dessins qui y poussent comme ronces dans une friche, dans tous les sens, de toutes les tailles, plus ou moins "parkingsoniens", évoluant selon leur goût propre...

Clarté des démarches

Pour tout ce qui fait problème, les élèves mettent-ils en place des stratégies d'essais, des plans de recherche ? Tout n'apparaissant pas sur les brouillons, il est difficile d'en juger, mais à l'aune des insuccès ces mises en place semblent douteuses...

Quand la démarche de recherche conduit au succès, on aimerait trouver, au départ, une indication de la méthode adoptée, de ses objectifs (terminaux et intermédiaires), des étapes qui s'ensuivent. Cela est si rarement le cas qu'on s'émerveille quand il en est ainsi. Faut-il incriminer les élèves défaillants ? Il se pourrait qu'ayant agi quasi-aléatoirement, ils discernent eux-mêmes mal une méthode qui les a conduits, comme par surprise, au résultat attendu (ainsi au A). Mais il faudrait, pour d'autres, clairvoyants, s'en prendre aux modèles qu'on leur propose, implicitement, trop souvent. Je pense à
ces factures d'énoncé, voire de démonstrations, où l'on progresse pas à pas, à courte vue, ou sans visibilité du tout...

Enfin, regrettons que les élèves annoncent fréquemment "qu'il faut" faire ceci ou cela, alors qu'il n'y a là rien d'obligatoire. S'est-on assuré qu'on ne peut pas faire autrement ? (Il est rare qu'on ne le puisse pas !)..

Argumentation

Lorsqu'il s'agit de transformer des équations, les liens entre des équations successives sont rarement signalés. Et, s'ils le sont par des symboles (tel "$\Leftrightarrow$"), on peut parfois se demander si ceux-ci sont autre chose que des mécanismes vides de signification.

En géométrie, dans l'espace notamment, l'élève situe trop souvent mal ce sur quoi il peut s'appuyer et son discours tourne alors (ainsi pour le F) soit à un excès d'implicites, soit à une hypertrophie. Le "juste milieu", d'ailleurs parfois difficile à apprécier, est à atteindre.

A de rares exceptions près, les élèves semblent ignorer les distinctions de sens entre "il faut", "il suffit", "il faut et il suffit", et leurs conditions d'utilisation. On sait que le langage courant entretient la confusion, avec maint "il faut" quand "il suffit" serait de mise. Le recours au "si" est peut-être encore pire sur ce plan. Une longue éducation, occasion après occasion, est donc indispensable...

La même confusion se retrouve quant à l'attribution à un "théorème réciproque" d'une motivation qui utilise la contraposée du "théorème direct".

Ainsi à propos de la situation créée par $\overrightarrow{AE} = \lambda\, \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = \mu\, \overrightarrow{AC}$ et $\lambda \neq \mu$, lorsqu'il s'agit de prouver le non-parallélisme des droites (EF) et (BC). Or il n'est pas besoin d'exposés de logique pour s'habituer à faire agir le théorème direct sous sa forme contraposée en saisissant les nombreuses occasions qui peuvent se présenter...

Problème B

Partons de l'hypothèse qu'un tel triange existe

3 | 1 BFE isocèle en F $\Longrightarrow$ $\widehat{FBE} = \widehat{FEB}$

4 |

5 | EAC isocèle en A $\Longrightarrow$ $\widehat{AEC} = \widehat{ACE}$

6 | 0

$\widehat{FBE} + \widehat{ACE} = 90°$

donc $\widehat{FEB} + \widehat{AEC} = 90°$ et $\widehat{FEB} = 90°$ par conséquent

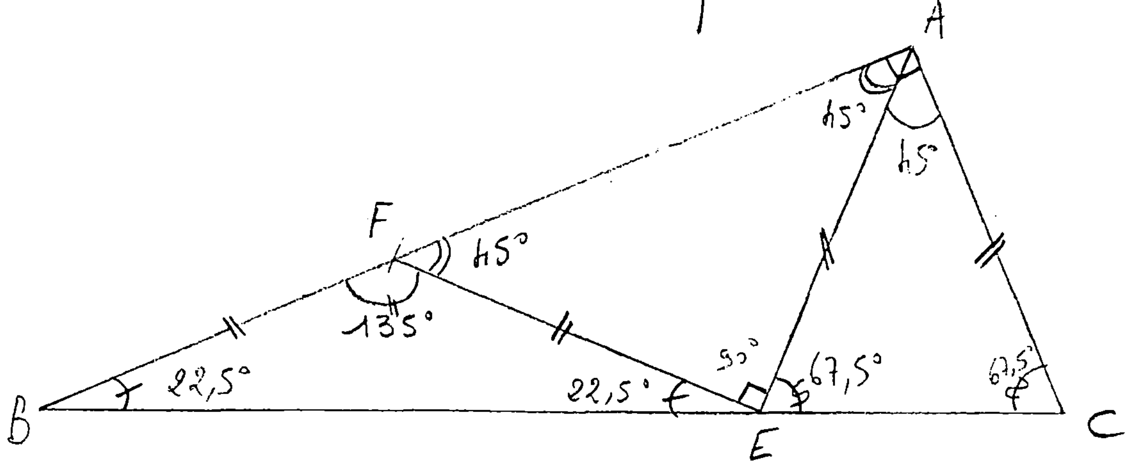
FEA est donc rectangle isocèle en E

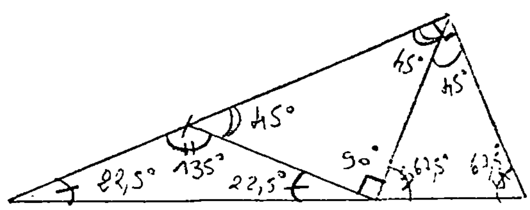
donc $\widehat{EFA} = \widehat{EAF} = 45°$

$\widehat{EFA} = 45° \Longrightarrow \widehat{EFB} = 135°$ et donc $\widehat{FBE} = \widehat{FEB} = \frac{180-135}{2} = 22{,}5$

$\widehat{EAF} = 45° \Longrightarrow \widehat{EAC} = 45°$ et donc $\widehat{AEC} = \widehat{ACE} = \frac{180-45}{2} = 67{,}5°$

Tous les angles ayant été calculés, il s'avère que la construction est possible.





Il existe plusieurs constructions comme le prouve les triangles ainsi tracés (mêmes angles, mais distances différentes).

Épreuve XC
Recherche de problèmes

Cette épreuve était centrée sur la recherche de problèmes et nous demandions aux élèves de présenter leur travail à la manière d'un cahier de recherche. La plupart des élèves ont compris et respecté cette consigne et ont montré un intérêt pour la recherche des problèmes proposés.

Les élèves étaient libres de traiter les problèmes dans l'ordre qui leur convenait et, pour nous, il était clair que le but n'était pas de tout traiter. Nous n'avons cependant pas été suffisament explicites sur ce point et la plupart des élèves ont traité les problèmes dans l'ordre dans lequel ils apparaissent dans l'énoncé, en essayant de tout faire.

Pour d'autres études de ce type il serait préférable de ne faire chercher qu'un problème à la fois, ou tout du moins d'organiser la passation de façon à atténuer l'influence de la variable temps.

Problème A

EVAPM1/93 XC - Problème A

Un peloton roule à 37,5 km/h.
Cinq coureurs s'échappent et prennent 1 km d'avance en 10 minutes.
Quelle est leur vitesse moyenne pendant cette échappée ?

		S
Démarche correcte même si résultat faux	R%	86
	N-R	00

EVAPM5/88 (M05)R = 16 %

		S
Résultat exact	R%	84
	N-R	00

EVAPM5/88 (M06)R = 14%

Nous avions posé ce "problème" en classe de Cinquième en 1988. A ce niveau il s'agissait vraiment d'un problème et seuls 16% des élèves avaient pu le résoudre correctement.

Pour des élèves de Première, il s'agit plutôt d'un exercice d'échauffement avant d'affronter des problèmes plus difficiles.

Quelques élèves ont implicitement considéré que pendant "l'échappée" une heure durait 70 minutes (erreur fréquente en cinquième), mais la plupart des élèves ont trouvé une solution correcte.

Les démarches suivantes conduisaient à la réussite :

- Démarche A : chercher la distance parcourue par le peloton en 10 minutes, ajouter une minute, puis multiplier par 6.
- Démarche B : remarquer que, si les coureurs de "l'échappée" prennent 1 km d'avance en 10 minutes, ils prendraient 6 km d'avance en 1 heure, et donc qu'en 1 heure ils parcoureraient : 37,5 km + 6 km.

Plus de la moitié des élèves utilisent la démarche B. Cette démarche, que nous qualifierons d'heuristique, nous semble plus élégante que la démarche A, que nous qualifierons d'algorithmique directe. Nous aurions eu tendance à considérer le recours à la démarche heuristique comme un indicateur d'une meilleure compétence dans le domaine de la résolution des problèmes que le recours à la démarche algorithmique directe. Notre "échantillon" est trop faible pour pouvoir généraliser mais nous observons que, contrairement à cette attente, les élèves qui utilisent la démarche A réussissent beaucoup mieux l'ensemble de l'épreuve que ceux qui utilisent la démarche B. On peut se demander s'il s'agit là d'un effet de la formation ou simplement de la mise en oeuvre d'un principe implicite d'économie ?

Problème B

EVAPM1/93 XC - Problème B

Est-il possible de construire un triangle ABC rectangle en A qui soit décomposable en trois triangles isocèles comme indiqué sur la figure ? Attention : on doit avoir BF = FE = EA = AC.

Bien sûr, la figure donnée est fausse.

Si vous trouvez un tel triangle, précisez la valeur de ses angles.
Précisez aussi si ce triangle est unique ou non.

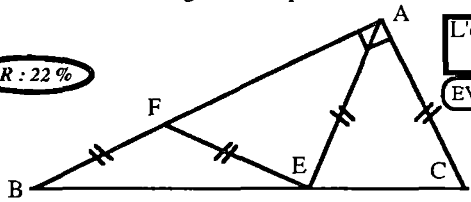
Essais montrant une bonne compréhension de la question	R %	S 16
L'élève a trouvé un triangle convenable	R %	S 16

EVAPM3/92 R = 23 %

L'élève a trouvé un triangle convenable et a produit une preuve correcte	R %	S 10

EVAPM3/92 R = 02 %

N-R : 22 %

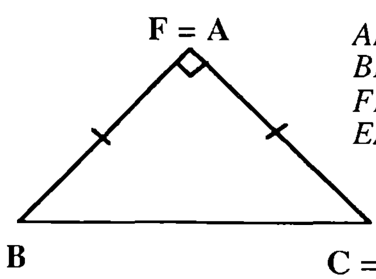


Ce problème a été donné en fin de Troisième en 1992 et on en trouvera une analyse détaillée dans la brochure EVAPM4/91-3/92 (page 92).

En Première les brouillons gardent la trace de calculs sur les angles à partir d'une figure prototypique reproduisant celle de l'énoncé. Il y a moins d'essai de type tâtonnement qu'en Troisième, et finalement moins d'élèves qu'en Troisième proposent une solution correcte, éventuellement non démontrée. Toutefois 10% des élèves produisent une démonstration partielle (contre 2% en Troisième).

Dans nos consignes de codage nous avions un item concernant la démonstration de l'unicité de la solution. Bien sûr il s'agissait de l'unicité à une "similitude" près. Parmi les élèves ayant trouvé la solution, environ la moitié expriment cette idée d'unicité (relative) en s'appuyant sur le fait que si un triangle convient, alors le calcul donne la mesure de ses angles de façon unique. D'autres élèves expriment cette même idée en rejetant l'unicité de la solution.

A ce propos, il convient de noter que si l'on comprend l'expression *"décomposable... comme indiqué sur la figure"*, comme signifiant que E doit appartenir, *strictement*, au segment [BC], alors il y a effectivement une solution et une seule, mais si l'on admet que deux des points B, E, et C, peuvent être confondus, alors il existe une autre solution illustrée par la figure ci-contre. Cette solution a été effectivement proposée par un élève, et elle l'avait déjà été en troisième.



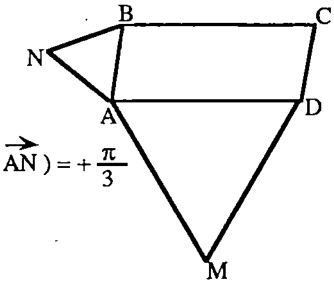
ABC est rectangle en A
BFE est isocèle en F
FEA est isocèle en E
EAC est isocèle en A

Unicité ou non-unicité ?
Un cas particulier !

Études complémentaires

Problème C

EVAPM1/93 XC - Problème C



Soit un parallélogramme ABCD, et soient les points N et M extérieurs au parallélogramme et tels que les triangles AMD et ABN soient équilatéraux.
Le plan est orienté de façon telle que : $(\overrightarrow{AM} ; \overrightarrow{AD}) = +\frac{\pi}{3}$; $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AN}) = +\frac{\pi}{3}$
On note $R(N, \frac{\pi}{3})$ la rotation de centre N et d'angle $\theta = +\frac{\pi}{3}$

Quelle est l'image par $R(N, \frac{\pi}{3})$ du segment [AM] ?

Réponse exacte	R%	S 66

N-R : 09 %

Démonstration ...

... au moins tentée	R%	S 38

... correcte	R%	S 09

En déduire la nature du triangle NMC.

Réponse exacte, démonstration tentée ou non, correcte ou non	R%	S 69

Démonstration correcte	R%	S 36

Les brouillons comme les copies témoignent d'une certaine familiarité avec les angles orientés.
Toutefois, rares sont les élèves qui parviennent à produire une démonstration complète. Le plus souvent les élèves se contentent de remarquer que l'image de A, dans la rotation de centre N et d'angle $\pi/3$, est B, et que la rotation conserve les longueurs.

Problème D

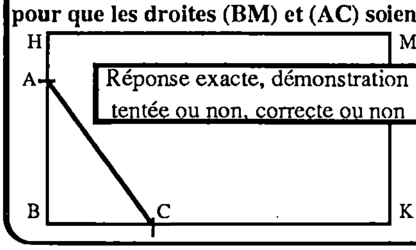
EVAPM1/93 XC - Problème D

N-R : 09 %

Le quadrilatère HMKB est un rectangle.
On pose : **AB = a ; HB = h ; BC = b ; KB = k**
Quelles relations doivent vérifier les nombres a, b, h et k pour que les droites (BM) et (AC) soient orthogonales ?

Démarches au moins tentées ...	R%	S 83

Analytique	Produit scalaire	Autres
R% S 71	R% S 41	R% S 10



Réponse exacte, démonstration tentée ou non, correcte ou non	R%	S 43

Démarche correcte, quelle que soit la méthode, même si erreur de calcul.	R%	S 33

Plusieurs méthodes sont envisageables. On pourra, par exemple, munir le plan d'un repère orthonormal.

À la suite d'une pré-expérimentatiojn, nous avons choisi de suggérer une méthode : recours à un repère. Cela a amené la plupart des élèves à se placer dans un repère d'origine B.

Beaucoup d'élèves ont alors choisi repère orthogonal $(B, \overrightarrow{BK}, \overrightarrow{BH})$, ce qui, au départ, était une bonne idée. Mais ils utilisent ce repère comme s'il était orthonormé. Ils trouvent alors la formule attendue sans réaliser que leur démonstration n'est valable que dans le cas où HMKB est un carré..

Parmi les élèves utilisant un repère orthonormal une partie font intervenir les pentes des droites et une partie font intervenir le produit scalaire en utilisant les *coordonnées* des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BM}$.

Études complémentaires

Notre incitation à utiliser un repère explique sans doute que très peu d'élèves aient eu recours de façon directe au produit scalaire :

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KM})$$

$$= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BK} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{KM}$$

Or, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BK}$ sont orthogonaux, de même que les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{KM}$.
D'où :

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BK}$$

et comme $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires et de sens contraire, tandis que $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BK}$ sont colinéaires et de même sens, il vient :

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = kb - ah$$

Cette démarche, tout a fait compatible avec le programme, est certainement plus formative que la démarche analytique, dans la mesure où elle se rapproche davantage des méthodes qui seront utilisées ultérieurement en algèbre linéaire.

Dans ces conditions, l'incitation à utiliser une méthode analytique, outre qu'elle est un peu contradictoire avec l'idée que l'on peut se faire d'une situation de recherche de problème, n'est pas très heureuse.

Problème E

EVAPM1/93 XC - Problème E

Un train part de Détroit pour Chicago à chaque heure entière (c'est à dire à 0 heure, 1 heure, 2 heures, etc...), le voyage dure 6 heures.

Dans les mêmes conditions, toutes les heures, un train part de Chicago pour Détroit.

Si vous prenez le train à Détroit pour vous rendre à Chicago, combien de trains venant de Chicago croiserez-vous ?

On ne comptera pas les trains croisés en gare.

	R%	S
Mise en place d'une méthode correcte ou non		88
Résolution en accord avec cette mise en place		34
Méthode et résolution correctes		19
Réponse exacte : 11 trains		10

EVAPM2/91 R = 61 % (Mise en place d'une méthode correcte ou non)

EVAPM2/91 R = 34% (Résolution en accord avec cette mise en place)

EVAPM2/91 R = 09% (Méthode et résolution correctes)

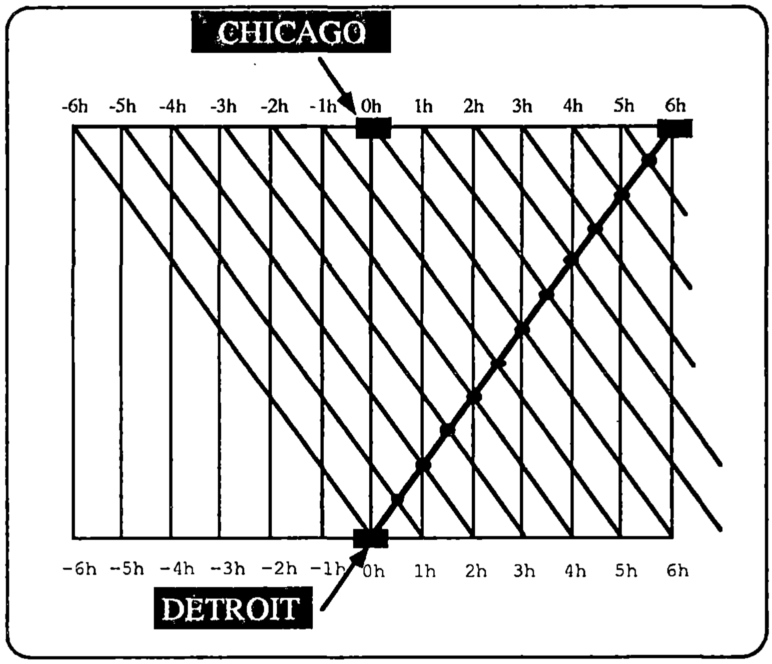
EVAPM2/91 R = 10% (Réponse exacte)

N-R : 00 %

En fin de Première, le niveau de réussite à ce problème ainsi que les démarches mises en oeuvre sont sensiblement équivalentes à ce que nous avions enrigistré en fin de Seconde (voir brochure EVAPM 2/91 page 116).

Rappelons que ce problème est emprunté à MAIER (Problem solving and creativity in individuals and groups - 1978) qui le considérait comme spécialement révélateur de difficultés de traitement des situations problématiques. On trouvera en particulier une analyse de ce problème dans l'ouvrage de Louis d'HAINAUT : *Des fins aux objectifs* (Labor -Nathan - 1983).

Les brouillons témoignent de nombreuses tentatives infructueuses dont très peu font appel à une représentation graphique. Pourtant, comme l'indique notre figure, une telle représentation fournissait immédiatement la solution.



Les résolutions correctes rencontrées s'appuient généralement sur des raisonnements de l'un des types suivants :

- *" parti de Détroit à 1h, je croiserai hors-gare les trains partis de Chicago à 20h, 21h, ..., 6h, soit 11 trains",*
- *" Deux trains séparés par 1 heure de temps se rencontrent au bout d'une demi-heure ... Il y a des rencontres toutes les demi-heures. D'où ...".*

Comme en seconde, l'erreur la plus souvent observée consiste à considérer que 6 heures *égale* 6 trains et à répondre "6", ou "5", selon la façon dont on considère les croisements en gare. L'erreur consistant à supposer que le temps commence à l'instant 0 du train partant de Détroit et à répondre ensuite 6 correspond à une interprétation tronquée de la situation mais a été considérée comme une démarche correcte. Cette interprétation est toutefois assez rare.

Après avoir lu l'analyse de ce problème dans notre brochure EVAPM 2/91, un collègue de Roubaix nous a signalé la solution suivante :

> *Supposons que le train parte à 12 heures. Il rencontre en gare de Détroit le train parti à 6 heures et cela ne compte pas. Il arrive à 18 heures en gare de Chicago où il rencontre un train en partance. Il croise donc tous les trains partis entre 7 heures et 17 heures. Il y en a donc 17 - 6, soit 11 ;*
>
> *Ce qui, ajoute notre correspondant, est enfantin. Un enfant de 5 ans peut résoudre ce problème, il suffit de compter jusqu'à 12 !*

En effet ! Pourtant, depuis que nous observons ce problème, nous n'avons rencontré qu'un élève qui ait proposé directement cette solution (sans éprouver le besoin d'énumérer : 20, 21, 22, etc..., comme ci-dessus). Et encore, cet élève à fini par répondre "6 trains" car il n'avait pas pensé aux trains partis avant 0h (voir graphique). Cela illustre une fois de plus qu'il ne faut pas confondre la simplicité d'une solution et la difficulté d'un problème. Eureka ! aurait dit Archimède.

Problème F

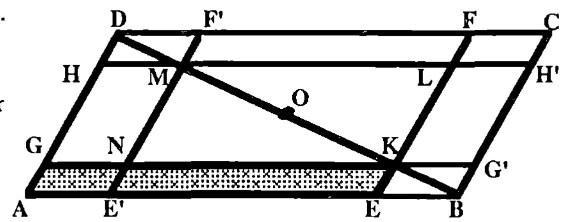
EVAPM1/93 XC - Problème F

ABCD est un parallélogramme de centre O.

K est un point variable du segment [BD].

Le point M est le symétrique du point K par rapport au point O.

Les quadrilatères AEKG et MH'CF' sont des parallélogrammes (cf figure).



On note S l'aire du parallélogramme AEKG

Le but du problème est de vous amener à prouver, par une méthode choisie parmi bien d'autres, que l'aire du parallélogramme AEKG est maximale pour une position de K à préciser.

a) Prouver que 7 autres parallélogrammes de la figure ont une aire égale à S. *N-R : 21 %*

Translatés du parallélogramme AEKG

	S
L'élève a trouvé les trois parallélogrammes (démontré ou non)	R % 43
Preuve correcte pour au moins l'un de ces parallélogrammes	R % 09

Les autres parallélogrammes

	S
L'élève a trouvé les quatre parallélogrammes (démontré ou non)	R % 36
Preuve correcte pour au moins l'un de ces parallélogrammes	R % 05

b) Est-il vrai que : Aire (ABCD) - Aire (KLMN) = 4S ?

N-R : 34 %

	S
Réponse OUI avec, au moins, une tentative de justification	R % 26
Démonstration correcte	R % 17

c) Comment faut-il choisir K pour que S soit maximale ?

N-R : 38 %

	S
Réponse exacte, démonstration tentée ou non, correcte ou non	R % 19
Démonstration correcte	R % 14

Les égalités d'aires résultant de translations sont facilement mises en évidence. Beaucoup d'élèves conjecturent l'égalité des aires des deux types de parallélogrammes (AEKG et AE'MH), mais il ne sont que 5% à fournir une preuve correcte. Visiblement, cette question les a intrigués et de nombreux essais ont été faits sans beaucoup de succès. La plupart de ces essais font appel au théorème de Thalès.

Ici encore la solution est d'une simplicité enfantine. Il suffit par exemple de remarquer que les triangles DGK et E'MB se déduisent l'un de l'autre par translation, de même que les triangles EBK et HMD, ou encore de procéder par différences d'aires. Une solution correcte n'est cependant trouvée que par moins de 5% des élèves.

L'examen des brouillons et le taux important de non-réponses montrent cependant que les élèves ont manqué de temps et que les résultats seraient sans doute meilleurs si ce problème avait été placé en première ou en seconde place.

Problème G

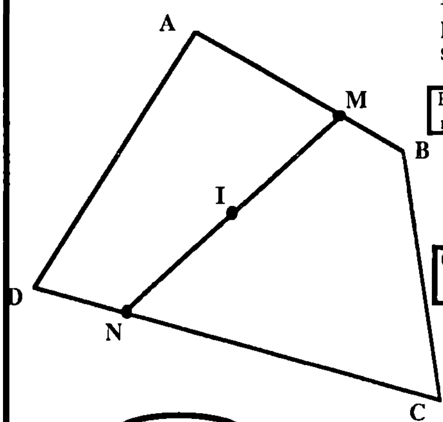
EVAPM1/93 XC - Problème G

ABCD est un quadrilatère quelconque.

M est un point du segment [AB] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [AB].
N est un point du segment [CD] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [CD].

On note I le milieu du segment [MN].

Il s'agit de rechercher l'ensemble auquel appartient le point I lorsque M prend toutes les positions possibles sur [AB] et N toutes les positions possibles sur [CD].



Critère	S	R%
Essais suffisamment nombreux et variés		45
Conjecture approximative à partir de ces essais		26
Conjecture affinée et correcte		09
Argumentation convenable esquissée		03
Démonstration correcte et complète de la conjecture affinée, quelle que soit la démarche		00

Essais suffisamment nombreux et variés : EVAPM3/92 R = 51% ; EVAPM2/91 R = 23%

Conjecture approximative à partir de ces essais : EVAPM3/92 R = 22% ; EVAPM2/91 R = 13%

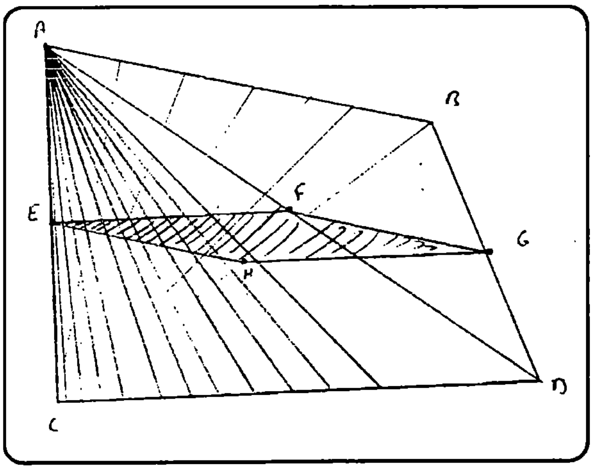
Conjecture affinée et correcte : EVAPM3/92 R = 07% ; EVAPM2/91 R = 03%

Argumentation convenable esquissée : EVAPM3/92 R = 01% ; EVAPM2/91 R = 01%

N-R : 22 %

Pour l'analyse de cette question, nous renvoyons le lecteur aux brochures EVAPM 2/91 (page 117) et EVAPM4/91-3/92 (page 95).

Les élèves ont visiblement manqué de temps et ont en général procédé par essais plus ou moins systématiques, comme en témoigne la figure reproduite ci-contre.



Des amorces de solution raisonnée apparaissent, telle que :

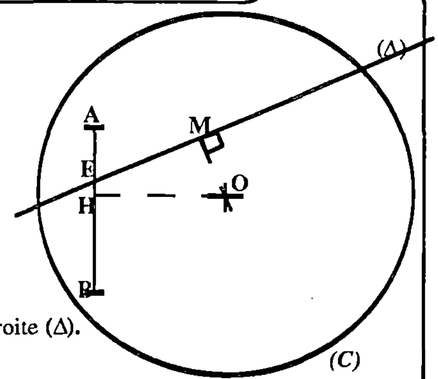
Pour trouver la solution, j'ai tout d'abord tracé les points I, milieu de [AD] et J milieu de [BC], pensant que ce serait sur cette droite. Puis, après beaucoup de dessins, j'ai pensé à tracer les parallèles à (AB) passant par ces deux milieux, ainsi que les parallèles à (DC) passant également par ces deux milieux. J'ai ainsi localisé tous les milieux de [MN] dans le parallélogramme.

Le fait que les résultats évoluent peu entre la Troisième et la Première (pour les groupes observés), ne signifie pas une non progression des élèves. Ici encore le nombre des copies étudiées ne permet pas de généraliser mais il semble bien que les élèves de Première manifestent davantage de rigueur et organisent mieux leur recherche que les élèves Troisième ou de Seconde. Cela n'est bien sûr pas de nature à nous surprendre.

Entre la Troisième et la Première, les élèves semblent avoir quelque peu perdu l'habitude de "bricoler". Les essais que nous souhaitions *"nombreux et variés"* se font en effet plus rares.

Problème H

EVAPM1/93 XC - Problème H



On donne un cercle ***(C) de centre O*** et un segment **[AB]** intérieur au cercle (cf figure).

Une droite (Δ) variable est astreinte à la condition de couper le segment [AB]

On notera que c'est la seule condition à laquelle (Δ) soit soumise.

On note H la projection orthogonale (fixe) de O sur le segment **[AB].**

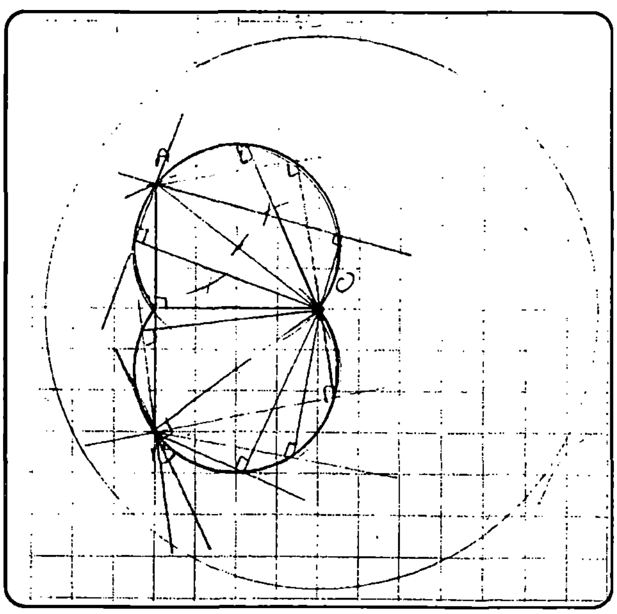
On note M la projection orthogonale (variable) de O sur la droite (Δ).

A quelle figure fixe les points M appartiennent-t-ils ?

On cherchera à délimiter cette figure le plus soigneusement et le plus restrictivement possible.

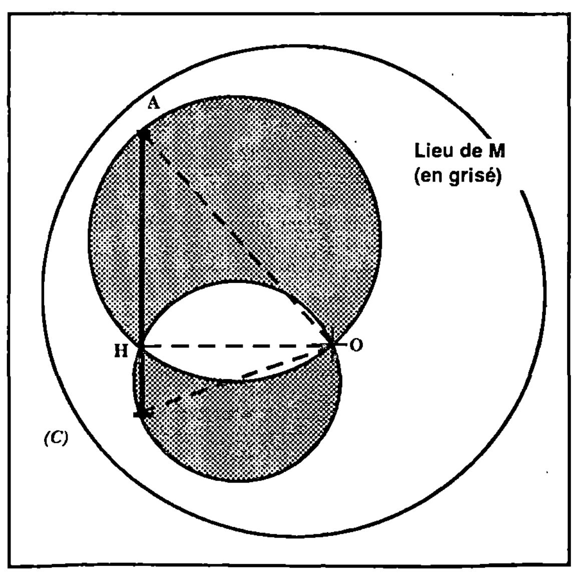
N-R : 31 %

	S R %
Essais nombreux et variés montrant une bonne compréhension de la question	34
Conjecture approximative	03
Argumentation convenable au moins esquissée	00
Un lieu partiel est trouvé (segment ou cercle)	10
Conjecture exacte	00
Démonstration complète et correcte du lieu de M	00



Peu d'élèves ont eu le temps de chercher ce problème. Ceux qui ont essayé ont bien compris l'énoncé et ont fait des essais point par point.

Aucun élève ne conjecture correctement la solution. L'élève qui s'en approche le plus a produit la figure ci-contre, mais a restreint le lieu cherché à la frontière extérieure de ce lieu.



La figure proposée a fait croire aux élèves que H était nécessairement le milieu de [AB], ce qui ne changeait d'ailleurs pas grand chose au problème. La production d'une solution totalement démontrée était sans doute hors de la portée des élèves. Les copies montrent cependant qu'avec un peu de temps un nombre non négligeable d'élèves auraient pu proposer une conjecture s'approchant de la solution (au moins un sur-ensemble de l'ensemble cherché, tel que la réunion des deux disques).

ÉTUDES COMPARATIVES

Remarques générales

L'ambition de l'opération EVAPM Première de 1993 était de rendre compte de l'ensemble des compétences du domaine mathématique, disponibles chez les élèves en fin de Première, et cela pour l'ensemble des séries générales et technologiques.

Dans l'ensemble, le pari a pu être assez bien tenu. Certes, nous n'avons pas pu recueillir d'informations suffisamment représentatives sur certaines sections (A2, A3, certaines sections de F,..), mais finalement, en faisant l'hypothèse d'une représentativité satisfaisante de la sous-population observée, l'étude couvre plus de 90% des élèves de Première de l'année considérée.

L'étude statistique proprement dite porte sur les résultats complets de 12 500 élèves (2 épreuves par élève, auxquelles s'ajoutent des informations personnelles sur les élèves ainsi que sur le contexte d'enseignement dans leurs classes). L'hypothèse de représentativité faite ci-dessus n'a pas été mise en défaut par les divers recoupements que nous avons pu faire, en particulier avec les statistiques de la Direction de l'Évaluation et de la Prospective (DEP).

Comme pour les autres études EVAPM, nous pouvons seulement faire état d'un léger biais dû au fait que les professeurs des classes les plus en difficulté sont réticents à faire participer leurs élèves à ce type d'enquête. Ce biais aurait ainsi pour effet une légère surévaluation de la population.

Compte tenu de la relative spécialisation des classes terminales on peut considérer que l'étude fournit une bonne image des compétences en mathématiques des jeunes, de la classe d'âge concernée, qui sont passés par les lycées d'enseignement général et technologique. Cette représentativité est spécialement bonne en ce qui concerne les compétences générales développées au cours de la scolarité secondaire (par opposition à des compétences plus spécialisées). Ces compétences pourraient pour une grande part illustrer ce que les anglo-saxons nomment *"general numeracy"* par comparaison avec*"general litteracy"*. Il ne s'agit pas ici de compétences transdisciplinaires, mais bien de compétences mathématiques spécifiques. Certains ont tenté de préciser cette idée en traduisant par "alphabétisation numérique"

En complétant avec l'étude EVAPM menée en classe terminale de BEP en 1995, on obtient même une bonne image des compétences acquises par l'ensemble des 80% d'une classe d'âge fréquentant les lycées.

Mesurer ou comparer ?
Peut-on comparer ? Que peut-on comparer ?

Il ne peut être ici question de mesure au sens que les mathématiques donnent à ce terme. L'usage, dans le domaine des sciences humaines, est cependant de parler de mesure pour les quantifications d'observations du type de celles que nous faisons dans nos études. Dans la présente étude, nous ne chercherons pas systématiquement à échapper à cet emploi, pour nous métaphorique, du mot mesure. Sur cette question nous renvoyons à d'autres articles (cf. bibliographie).

Il est cependant préférable de considérer que nous avons construit des indicateurs de divers type et que nous produisons les valeurs prises par ces indicateurs sur notre sous-population et sur certaines sous-populations (séries particulières, redoublants, garçons, filles, ...).

Ces indicateurs peuvent être directs : note annuelle de l'élève, score à une épreuve donnée,...; ils peuvent aussi être composites, eux mêmes construits à partir d'autres indicateurs. Par exemple, nous ferons une utilisation importante d'un indicateur de *"niveau"* par rapport à l'étude EVAPM. Cet indicateur est construit en normalisant les scores de toutes les épreuves concernées, c'est à dire en ramenant toutes les distributions de scores à des distributions de moyenne 0 et d'écart-type 1.

Dans ces conditions deux élèves différents qui obtiendraient le même score réduit α à deux épreuves différentes M et N seraient considérés comme ayant le même *niveau* par rapport à ce que M et N sont censées représenter en commun. La démarche est classique, mais chacun voit ce qu'elle a de réductrice.

Ceci dit, si l'on veut effectuer des comparaisons il faut bien se ramener à une échelle commune. Insistons sur le fait que cela n'est plus légitime que dans la mesure où les diverses épreuves prises en compte peuvent être considérées comme *mesurant* la même chose.

On voit immédiatement le ridicule qu'il peut y avoir à comparer les résultats en mathématiques et en français, ou même en mathématiques et en physique, en les interprétant comme des différences relatives aux acquis des élèves plutôt qu'en les interprétant comme des différences relatives aux contenus évalués et à la façon de les évaluer.

Il n'est pas davantage légitime, dans les mêmes conditions, de comparer, par exemple, des résultats en géométrie et des résultats en algèbre. Par contre nous verrons que la comparaisons des distributions de scores (place de la moyenne par rapport à la médiane, asymétrie de la distribution, peut apporter des informations utiles.

Dans ce chapitre nous nous limiterons à des traitements classiques et faciles à interpréter. Traitements

qui nous semblent insuffisamment exploités dans la plupart des études. Dans des articles complémentaires, nous présenterons cependant des analyses de type implicatives qui permettent de mieux rendre compte de l'organisation des savoirs (organisation cognitive des élèves) et des analyses de réponses aux items permettant de rendre compte des qualités *métrologiques* des questions posées (validité, fidélité, discrimination,...).

Observatoire EVAPM

Equipe associée à l'INRP
L'Observatoire EVAPM est Organisé par l'APMEP
Avec le concours des IREM de BESANÇON et de POITIERS
et du Groupement de Recherche Didactique du CNRS

Après une augmentation de 40%, un objet vaut 84 F.
Combien valait-il avant cette augmentation ?
Expliquez ce que vous faites pour trouver la réponse

Résultat exact
DEUG lettres et S.H. Paris 7 1985 : 30 %
Quatrième 1989 : 05 %
Troisième 1990 : 22 %
Elèves orientés en Seconde LEG : 24%
Première 1993 :
Série S : 80 %
Elèves orientés en TC : 94%
Série B : 59 %
Série A1 : 49 %
Série F : 53 %

Question non traitée
Première 1993
Série S : 04 %
Série B : 10 %
Série A1 : 11 %
Série F : 11 %

Introduction directe du coefficient 1,4
Première 1993 :
Série S : 19 %
Elèves orientés en TC : 21%
Série B : 17 %
Série A1 : 21 %
Série F : 19 %

Question Universit Paris 7
EVAPM1/93 Question CC 19-21

Figure 1

Évolution des compétences dans le temps...

Les chapitres précédents présentent de nombreuses possibilités de comparaisons et d'observations d'évolution dans le temps propre de l'élève (au cours de sa scolarité) ou dans le temps de l'institution (évolution du curriculum). Pour une part les études qualitatives proposées font place, explicitement, à des comparaisons de cette nature, mais d'autres peuvent être faites directement par le lecteur en particulier en se reportant à la brochure n°2 de cette étude (Questionnaires et résultats). Nous proposons simplement ici trois "images" extraites du catalogue EVAPM et qui correspondent à des questions suivies depuis le collège (figures 1, 2 et 3).

Notes scolaires et scores EVAPM

Les professeurs des classes participant à l'étude nous ont communiqué les notes scolaires de leurs élèves (moyenne d'année en mathématique).

On sait que tous les enseignants n'ont pas la même échelle de notation et il est clair que cet indicateur est délicat à utiliser lorsqu'il s'agit de comparer des élèves ayant des professeurs différents.

Toutefois, dans la mesure ou nous travaillons avec les notes de 12 500 élèves, produites par un millier de professeurs, on peut considérer que des compensations s'effectuent et que l'indicateur peut être pris en compte au moins pour signifier la façon dont les enseignants jugent leurs élèves.

La figure 1 présente la corrélation existant, en série S, entre la note annuelle (normée centrée) et le score global aux épreuves EVAPM (normé centré). Les observations que nous faisons ci-dessous sont valables pour l'ensemble des sections.

La corrélation est importante et en tout cas très significative. EVAPM et les professeurs ont tendance à juger les élèves de la même façon. C'est plutôt sur les différences qu'il conviendrait alors de porter notre attention.

Nous avons affaire à deux *"mesures"* indépendantes, qui, bien évidemment ne mesurent pas la même chose. Chacune des deux a vocation à rendre compte du *"niveau"* des élèves, mais chacune des deux laisse échapper des éléments de compétence et, sans doute, en valorise exagérément d'autres. Aucune des deux mesures ne peut prétendre à une supériorité absolue sur l'autre. L'indicateur EVAPM a l'avantage d'une relative objectivité (un instrument unique est utilisé), l'indicateur "note du

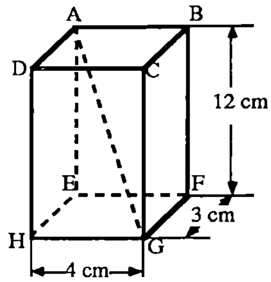
Observatoire EVAPM

Equipe associée à l'INRP
L'Observatoire EVAPM est Organisé par l'APMEP
Avec le concours des IREM de BESANÇON et de POITIERS et du Groupement de Recherche Didactique du CNRS

Voici le dessin en perspective d'un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) dont les dimensions sont portées sur la figure.

Calculer la longueur de la diagonale [AG].

Donner le détail de tous les calculs et énoncer les propriétés utilisées.



Résultat exact
Quatrième 1989 : 21 %
Troisième 1990 : 48 %
Elèves orientés en Seconde LEG : 61 %
Seconde 1991 : 74 %
Elèves orientés en première S : 88 %
Première 1993 : 67 %
Série S : 83 %
Elèves orientés en TC : 93 %
Série B : 53 %
Série A1 : 58 %
Série F : 85 %
Série G : 41 %

Question non traitée
Quatrième 1989 : 50 %
Troisième 1990 : 28 %
Seconde 1991 : 09 %
Première 1993
Série S : 06 %
Série B : 33 %
Série A1 : 22 %
Série F : 09 %
Série G : 39 %

Autres prises d'information :
- Identification du triangle AEG comme étant rectangle, ou équivalent. (noter que [EG] n'est pas tracé sur la figure donnée)
- Enoncé correct de la relation de Pythagore ou application à l'un au moins des triangles.

Dans les deux cas les résultats sont à peu près équivalents aux résultats exacts

EVAPM1/93 Question CE 1-3

Figure 3

Observatoire EVAPM

Equipe associée à l'INRP
L'Observatoire EVAPM est Organisé par l'APMEP
Avec le concours des IREM de BESANÇON et de POITIERS et du Groupement de Recherche Didactique du CNRS

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F.
Elle a déjà remboursé une somme S.
Il lui reste à rembourser une somme égale aux $\frac{2}{3}$ de la somme S déjà rendue.

Calculer S en laissant le détail des calculs.

Explications

Ecriture d'une équation correcte, quel que soit le résultat
Quatrième 1989 : 25 %
SPRESE Troisième 1984 : 28 %
DEP Troisième 1990 : 52 %
Troisième 1990 : 47 %
Elèves orientés en Seconde LEG : 61 %
Seconde 1991 : 68 %
Elèves orientés en première S : 90 %
Première 1993 : 80 %
Série S : 90 %
Elèves orientés en TC : 98 %
Série B : 74 %
Série A1 : 69 %
Série F : 72 %

Résultat exact, quelle que soit la démarche
Cinquième 1988 : 04 %
Quatrième 1989 : 12 %
SPRESE Troisième 1984 : 19 %
DEP Troisième 1990 : 39 %
Troisième 1990 : 31 %
Elèves orientés en Seconde LEG : 58 %
Seconde 1991 : 58 %
Elèves orientés en première S : 81 %
Première 1993 : 75 %
Série S : 83 %
Elèves orientés en TC : 97 %
Série B : 63 %
Série A1 : 61 %
Série F : 68 %

Question non traitée
Cinquième 1988 : 51 %
Quatrième 1989 : 32 %
SPRESE Troisième 1984 : 45 %
DEP Troisième 1990 : 20 %
Troisième 1990 : 22 %
Seconde 1991 : 19 %
Première 1993
Série S : 04 %
Série B : 12 %
Série A1 : 19 %
Série F : 08 %

Remarques :
- Une démarche arithmétique était possible. Elle n'apparaît que très rarement.
- Cette question reste très discriminante de la classe de Quatrième à la classe de Première.

EVAPM1/93 - Question CC 1-2

Figure 2

155

professeur" a l'avantage de la prise en compte, tout au long de l'année, d'éléments de jugements qu'EVAPM, par son caractère ponctuel et extérieur à la vie de la classe (au contrat didactique), pourrait ne pas être en mesure de prendre en compte.

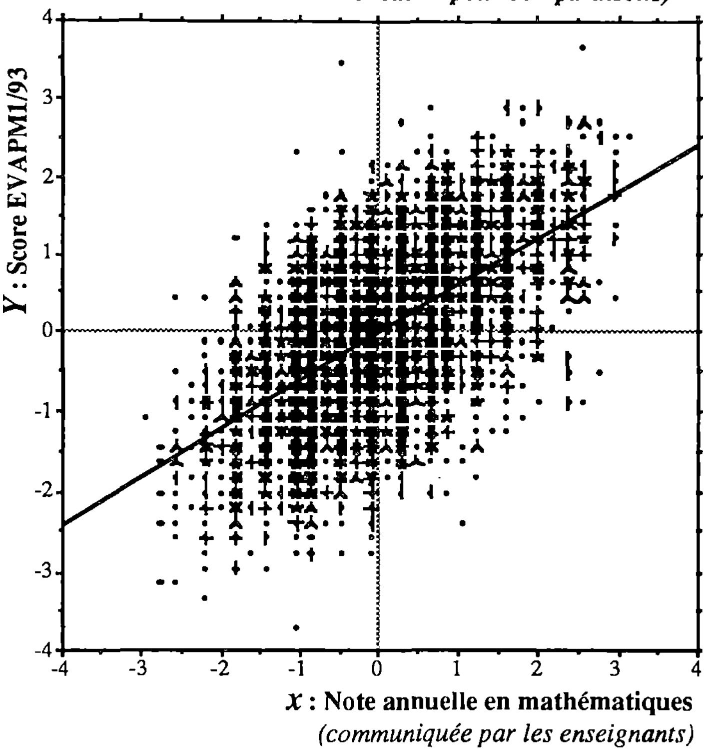
Bien sûr il est plus facile (et plus rigoureux) de travailler avec l'indicateur EVAPM. C'est ce que nous allons faire essentiellement dans la suite de ce chapitre. Toutefois, les remarques qui précèdent sont de nature à préciser le domaine de validité de nos observations et de nos conclusions.

EVAPM 1/93

Comparaisons notes scolaires - scores EVAPM

Étude sur 6 000 élèves de première S

Notes et scores centrés réduits pour comparaisons)



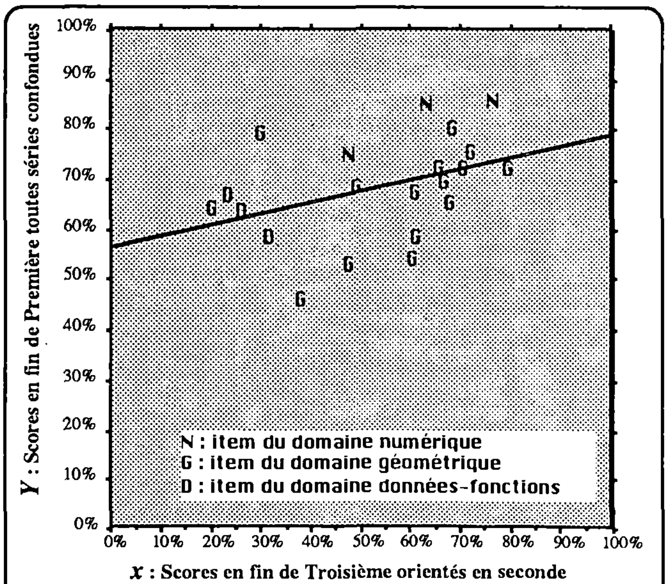
Équation de la droite de régression linéaire	Coefficient de corrélation linéaire
$y = 0{,}61x$	$\rho = 0{,}61$

Figure 4

156 Comparaisons avec les résultats obtenus à d'autres niveaux

De Troisième orientés en seconde en première (toutes)

Parmi les items de l'évaluation de fin de Première, 21 sont repris d'études de fin de troisième (EVAPM3/90 et EVAPM3/92).



Équation de la droite de régression linéaire	Coefficient de corrélation linéaire
$y = 0{,}23x + 0{,}56$	$\rho = 0{,}40$

Moyenne x : 54 %
Moyenne y : 68 %

Figure 5

Scores toutes séries confondues ?
Il s'agit d'un indicateur composite qui tient compte de la représentativité de chacune des séries dans notre population.

Nous pouvons ainsi essayer de comparer les résultats des élèves de Troisième orientés en Seconde avec les résultats de l'ensemble des élèves de Première (toutes séries confondues).

La moyenne des scores des items de ce groupe passe de 54% en Troisième à 68% en Première (figure 5). La progression peut sembler modeste, mais il faut remarquer que pour la plupart des items concernés, les questions correspondantes sont peu, ou non systématiquement, entretenues dans les classes de lycée. La progression est donc en grande partie à mettre au crédit d'effets secondaires des acquis des classes de Seconde et de Première.

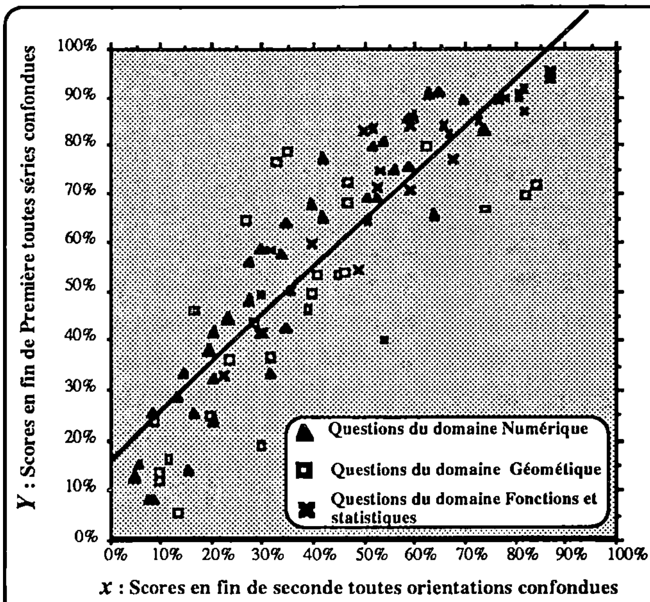
Le nombre d'items concernés est insuffisant pour qu'il soit possible de différencier l'étude selon les domaines.

Évolution générale de Seconde en Première (toutes séries confondues)

Sur les 440 items retenus pour la construction des échelles de scores, 91 étaient des items étudiés dans l'étude EVAPM en fin de Seconde de 1991 (pour cela, nous avons bien sûr enlevés les items concernant les démarches).

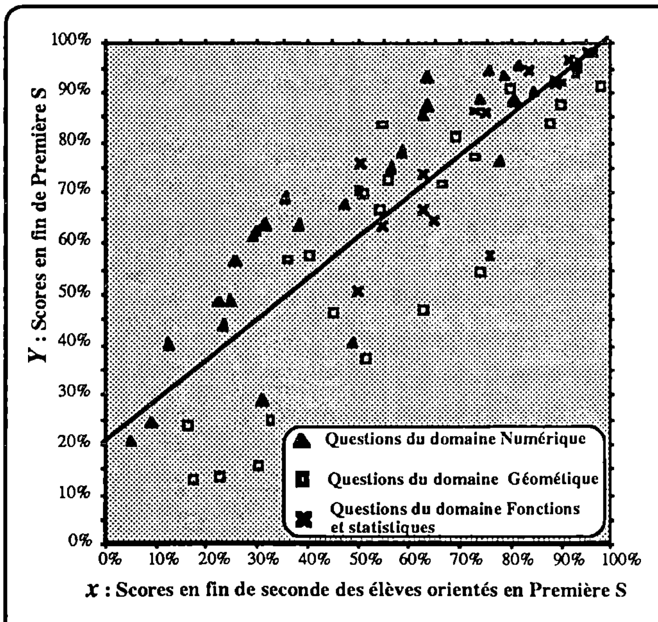
La figure 6 illustre l'évolution des scores de cet ensemble d'items considérés pour l'ensemble des séries de Première.

Le score moyen passe de 43% en Seconde à 57% en Première. Les progressions sont du même ordre de grandeur pour chacun des trois domaines étudiés.



	Équation de la droite de régression linéaire	Coefficient de corrélation linéaire	Évolution des moyennes
ENSEMBLE	$y = 0,97x + 0,16$	$\rho = 0,89$	43% → 57%
Domaine Numérique	$y = 1,20x + 0,10$	$\rho = 0,94$	35% → 52%
Domaine Géométrique	$y = 0,81x + 0,18$	$\rho = 0,75$	36% → 47%
Domaine fonctions, analyse, et statistiques	$y = 0,86\,x + 0,21$	$\rho = 0,90$	59% → 72%

Figure 7



	Équation de la droite de régression linéaire	Coefficient de corrélation linéaire	Évolution des moyennes
ENSEMBLE	$y = 0,80\,x + 0,21$	$\rho = 0,86$	58% → 68%
Domaine Numérique	$y = 0,81x + 0,27$	$\rho = 0,89$	48% → 67%
Domaine Géométrique	$y = 0,96x + 0,05$	$\rho = 0,85$	55% → 58%
Domaine fonctions, analyse, et statistiques	$y = 0,82\,x + 0,18$	$\rho = 0,86$	79% → 84%

Figure 6

Évolution des élèves orientés en Première S

Pour l'essentiel, la comparaison porte sur le même groupe d'items que ci-dessus. Le score moyen passe de 58% en fin de Seconde, pour les élèves de Seconde orientés en Première S, à 68% en fin de Première S.

Cette augmentation est due à la progression importante du score du domaine numérique (20%!). Par contre les scores des domaines géométriques et gestion de données - fonctions, marquent le pas.

La raison en est sans doute l'importance prise, dans les programmes et les pratiques des classes de Première S, par les activités numériques (dans lesquelles il convient de placer, ici, l'initiation à l'analyse). Dans ce cas, il s'agirait encore d'effets indirects ; bien sûr, il n'y a pas de questions d'analyse dans ce groupe d'items. Cela met en cause notre regroupement des questions d'analyse et des questions relatives aux questions du domaine gestion de données. Rappelons que ce regroupement a été effectué pour des raisons qui tiennent à l'histoire d'EVAPM et à notre souci de suivre l'évolution des compétences des élèves tout au long de leur scolarité secondaire. Les analyses complémentaires envisagées ci dessus devraient nous permettre d'approfondir cette question.

La stagnation du score du domaine géométrique est remarquable. Pour une part cependant cette stagnation est explicable par un effet de seuil : pour ces élèves, certains items étaient déjà très bien réussis en Seconde et les scores ne sont plus susceptibles de croître de façon importante.

Comparaisons avec les études internationales

Quelques items ont été empruntés à la Seconde Étude Internationale sur l'Enseignement des Mathématiques (SIMS de l'IEA), items eux mêmes repris dans la Troisième Étude Internationale (TIMSS), dont les résultats ne seront publiés qu'en 1998.

EVAPM 1/93
Question SIMS

	Pour tous nombres réels a, b, c et d, a - (b + (c - d)) est égal à :			
a	a - b + c - d	Oui	Non	Jnsp
b	a - b - c - d	Oui	Non	Jnsp
c	a - b - c + d	Oui	Non	Jnsp
d	a - b + c + d	Oui	Non	Jnsp

Réponses exactes aux quatre lignes		A1	B	E	F	G	S
R%	83	85	80	93	79	70	90
N-R		00	01	00	00	02	00

EVAPM2/91 (R22) **R = 73%**
IEA - SIMS/84 Terminales scientifiques
Japon : **93%** USA : **59%**

Figure 8

Rappelons qu'au niveau des terminales, la France n'a pas participé à SIMS, mais qu'elle a participé à TIMSS (cf. bibliographie).

Des éléments que nous avons pu observer autour de SIMS et de TIMSS, il semblerait qu'en fin de Première les élèves français se situent de façon honorable par rapport aux élèves de pays comparables évalués en classe terminale. Ces remarques seront reprises et approfondies lorsque les résultats de TIMSS seront disponibles.

Courbes illustrant la répartition des scores

Il peut être intéressant d'observer ces courbes. Il convient toutefois de rappeler qu'une courbe de type gaussien n'est en aucun cas le garant ou le signe d'une bonne épreuve (validité,...). Le degré d'aplatissement ou d'asymétrie de la courbe sont, en eux mêmes, peu informatifs, et un test de normalité ne renseigne que sur le caractère plausible de la "normalité" de la population parente. Signalons en passant que dans les cas que nous étudions, l'application d'un test de normalité conduit en général à rejeter l'idée de normalité.

Un coefficient d'asymétrie positive serait signe que l'on est plutôt en présence d'une "courbe de l'échec", tandis qu'une asymétrie négative ferait penser à une "courbe de la réussite".

La présence d'une courbe multimodale, lorsqu'elle n'est pas explicable par les fluctuations d'échantillonnage peut être l'indice d'une implication forte entre certains items. On peut alors voir apparaître des seuils susceptibles de discriminer des groupes ayant des comportements différents.

Comparaisons inter-séries

Comparer les résultats d'élèves de séries différentes suppose une réduction du champ de l'évaluation pour ne comparer que ce qui est comparable. Cela signifie que, dans la comparaison, on néglige ce qui fait le caractère propre de chacune des sections, ce qui peut justement constituer leurs valeurs ajoutées.

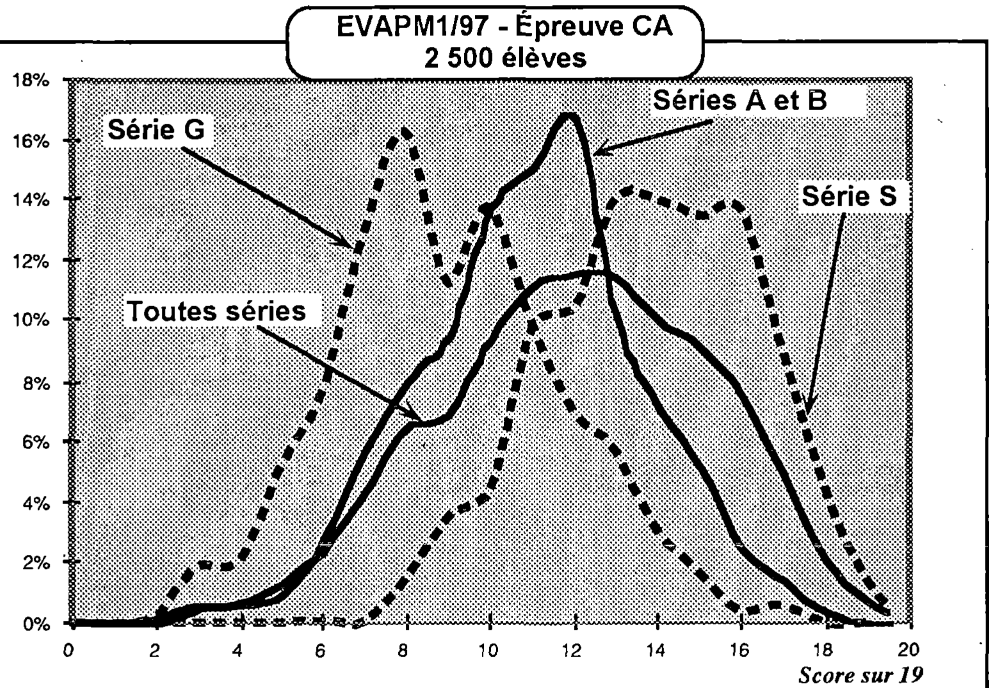
Même sur des questions qui semblent devoir constituer le bagage commun de l'ensemble des élèves des lycées (general numeracy), personne ne sera surpris d'apprendre que les élèves de série scientifique réussissent mieux que les élèves de série économique. La question est de savoir s'il est possible de quantifier les écarts et si l'étude des différences observées est susceptible de nous apprendre quelque chose.

Exemple de l'épreuve CA

Fidèles à notre souci d'articuler le qualitatif au quantitatif, où si l'on préfère, le travail sur le sens et sur les contenus, avec la recherche d'indicateurs eux-mêmes signifiants, nous avons choisi de présenter ici une épreuve particulière, permettant au lecteur de remonter aux questions elles-mêmes, et donc aux contenus observés.

Pour cela, nous avons choisi l'épreuve CA, parce qu'elle a été passée par les élèves de toutes les séries, et non parce qu'elle est constituée de questions à choix multiples.

Signalons tout de suite que les résultats obtenus sont à peu près les mêmes pour chacune des autres



Comparaisons de la répartition des scores de l'épreuve CA selon les séries

Figure 9

épreuves et que l'on retrouve encore ces résultats en utilisant notre échelle composite permettant de comparer l'ensemble des élèves (voir plus loin).

La courbe des scores des élèves de la série S présente une asymétrie négative. C'est plutôt une courbe de réussite (cf. encadré). Par contre, la courbe de la série G serait plutôt une courbe d'échec. La bimodalité qui apparaît pour cette courbe est statistiquement significative et se retrouve pour d'autres épreuves. Elle pourrait signifier le mélange dans ces classes de deux types de populations ayant chacun ses caractères propres.

La présentation d'une seule courbe pour les séries A (en fait A1) et B, est due au fait que, pour cette épreuve comme pour les autres, nous n'avons pas observé de différence significative entre les résultats de ces deux séries

Pour la suite nous nous contenterons d'une présentation de résumés statistiques sous la forme de boîtes de Tukey auxquelles nous avons en général ajouté la position de la moyenne (figure 10). Noter que la largeur des boîtes st sans signification et que la longueur relative les "moustaches" dépend de la concentration de chacune des demi-distributions autour de la médiane[1].

---

[1] Voir SAPORTA, G. ; 1990, *Probabilités - analyse des données statistiques*, éditions Technip, p.126.

Pour une part, la figure 11 reprend une partie des informations contenues dans la figure 9 et les complète par la mise en valeur de la médiane et de l'intervalle interquartile.

Il est remarquable que l'ordre observé entre les séries et les distances entre les séries (mesurées en écart types) se retrouvent à peu près exactement lorsque nous faisons la même étude sur l'ensemble des élèves et des questionnaires en utilisant cette fois l'indicateur composite présenté plus haut (figure 12).

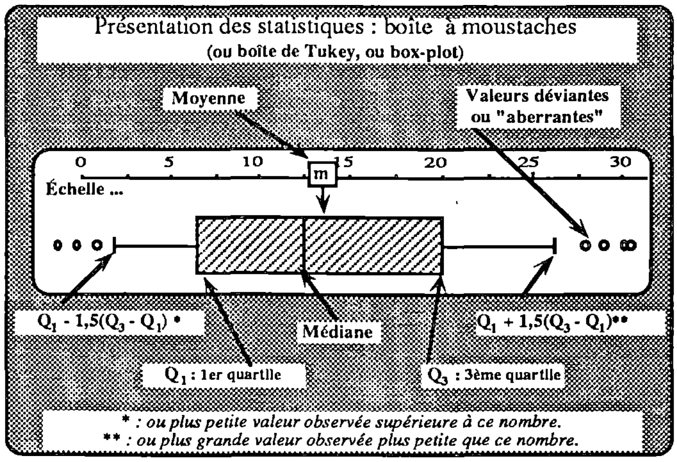


Figure 10

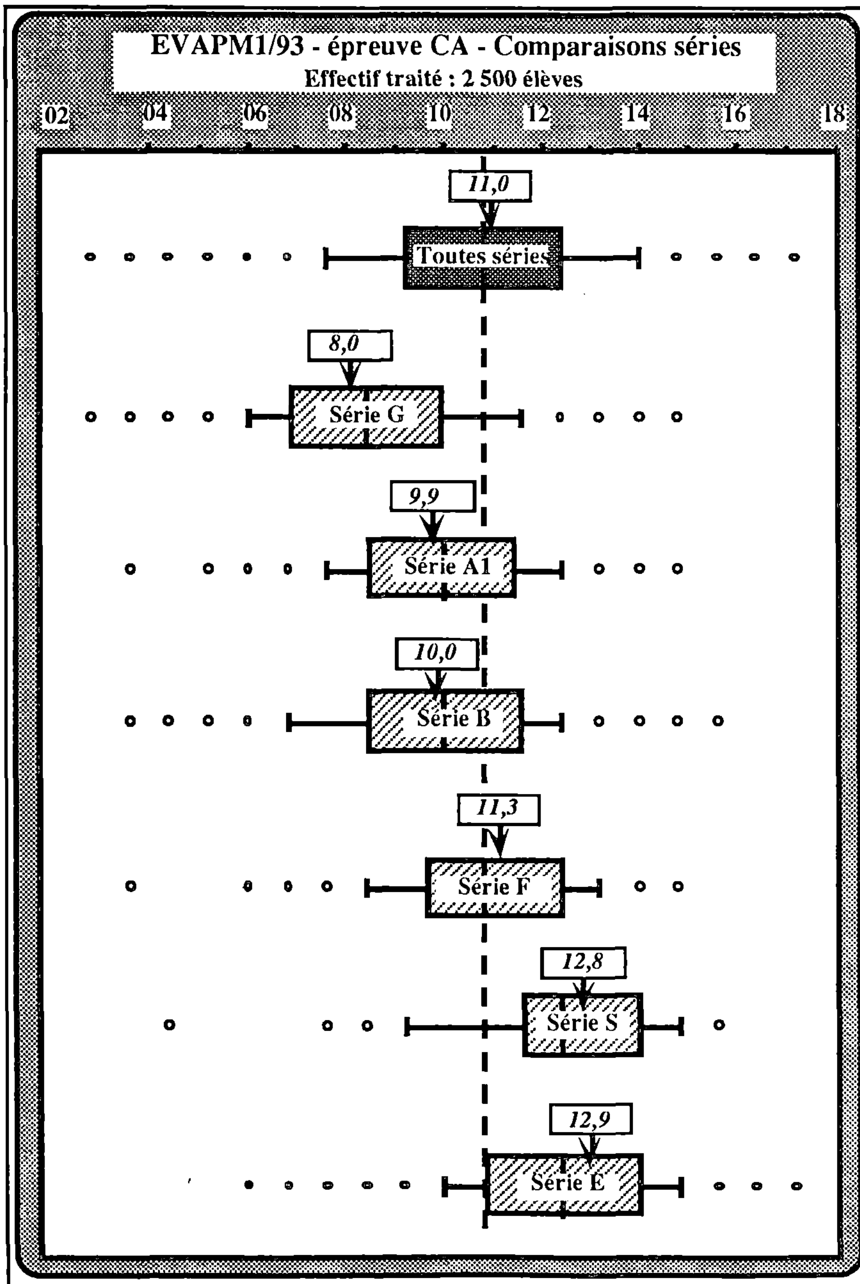


Figure 11

La figure 12 confirme les comportements voisins des séries A et B et met en évidence les comportements différents des séries F1 et F3.

Le léger avantage de la série E sur la série S (peu significatif, il est vrai) sera sous doute remarqué....

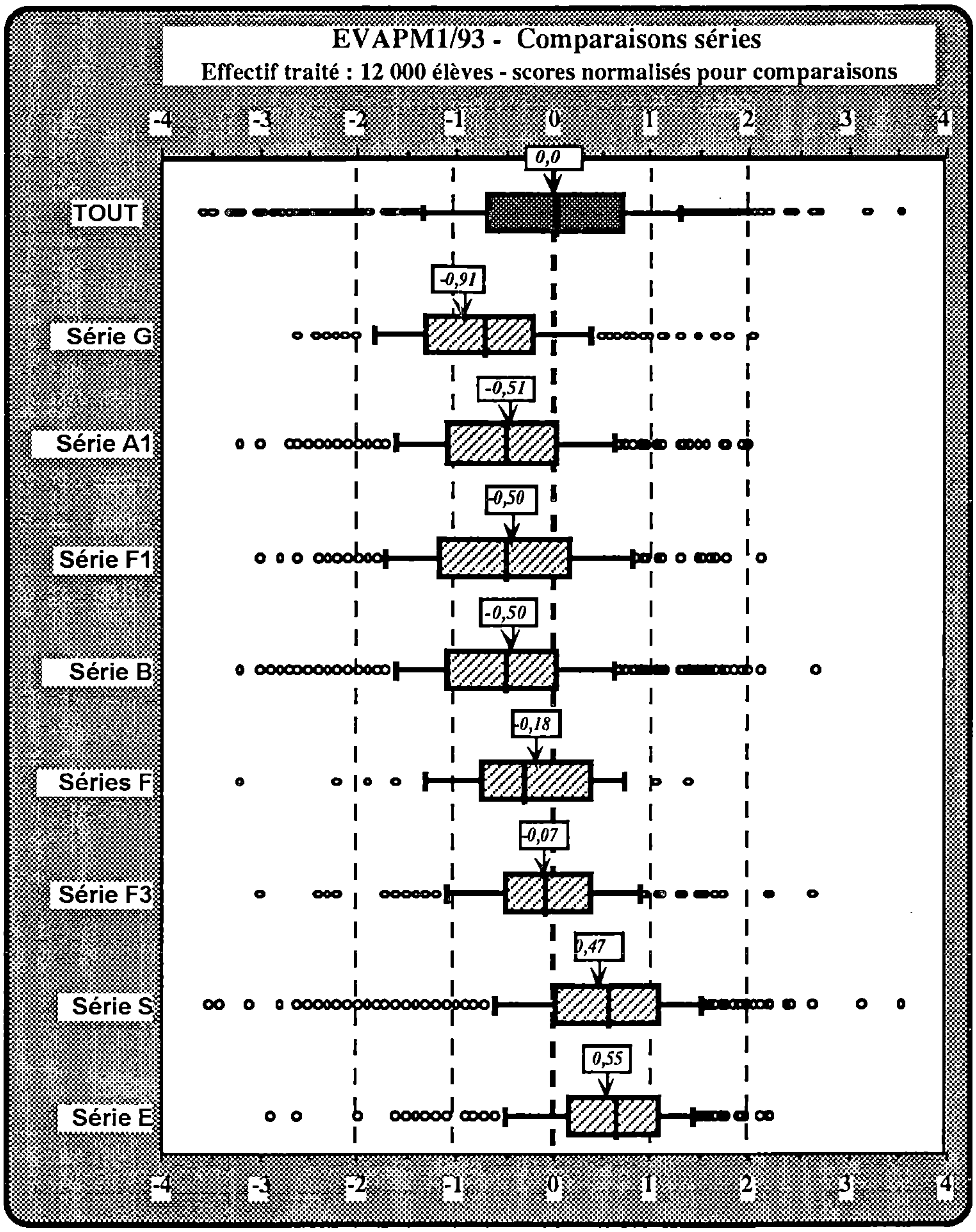


Figure 12

Comparaisons garçons-filles

La plupart des études du type d'EVAPM utilisent la variable sexe comme variable de différenciation. C'est sans doute la variable la plus facile à coder et ceci explique en partie cela.

Quoi qu'il en soit nous ne pouvons pas éviter de présenter les résultats que nous obtenons dans ce domaine. Ces résultats, pour une part importante vont dans le sens d'observation faites dans d'autres études (recherches diverses, études de la DEP, études internationales,...)

Ajoutons que depuis 10 ans les études EVAPM ont pu suivre cette variable de la classe de Sixième à la classe de Première. Nous sommes donc en mesure de confirmer ce qui est connu par ailleurs :

- En mathématiques, *statistiquement*, les filles réussissent moins bien que les garçons.

Cette affirmation doit aussitôt être nuancée de plusieurs façons :

- En sixième les différences observées ne sont pas significatives.
- Les différences s'accroissent au cours de la scolarité (de la Sixième à la Première),

- Selon les niveaux et les évaluations, nous n'observons que peu, ou pas, de différences, en ce qui concerne les performances du domaine numérique.
- Les différences sont particulièrement visibles dans les domaine géométriques et gestion de données.

La figure 13 illustre assez bien ces observations. Ajoutons que la différence de 0,36 écart type constatée entre les garçons et les filles, correspondrait environ à une différence de 4 points sur une échelle de 100 points.

Dans le cadre de TIMSS le score moyen des élèves scientifiques est de 57,3% pour les filles et de 60,9% pour les garçons (en France). On retrouve donc environ nos 4 points d'écart.

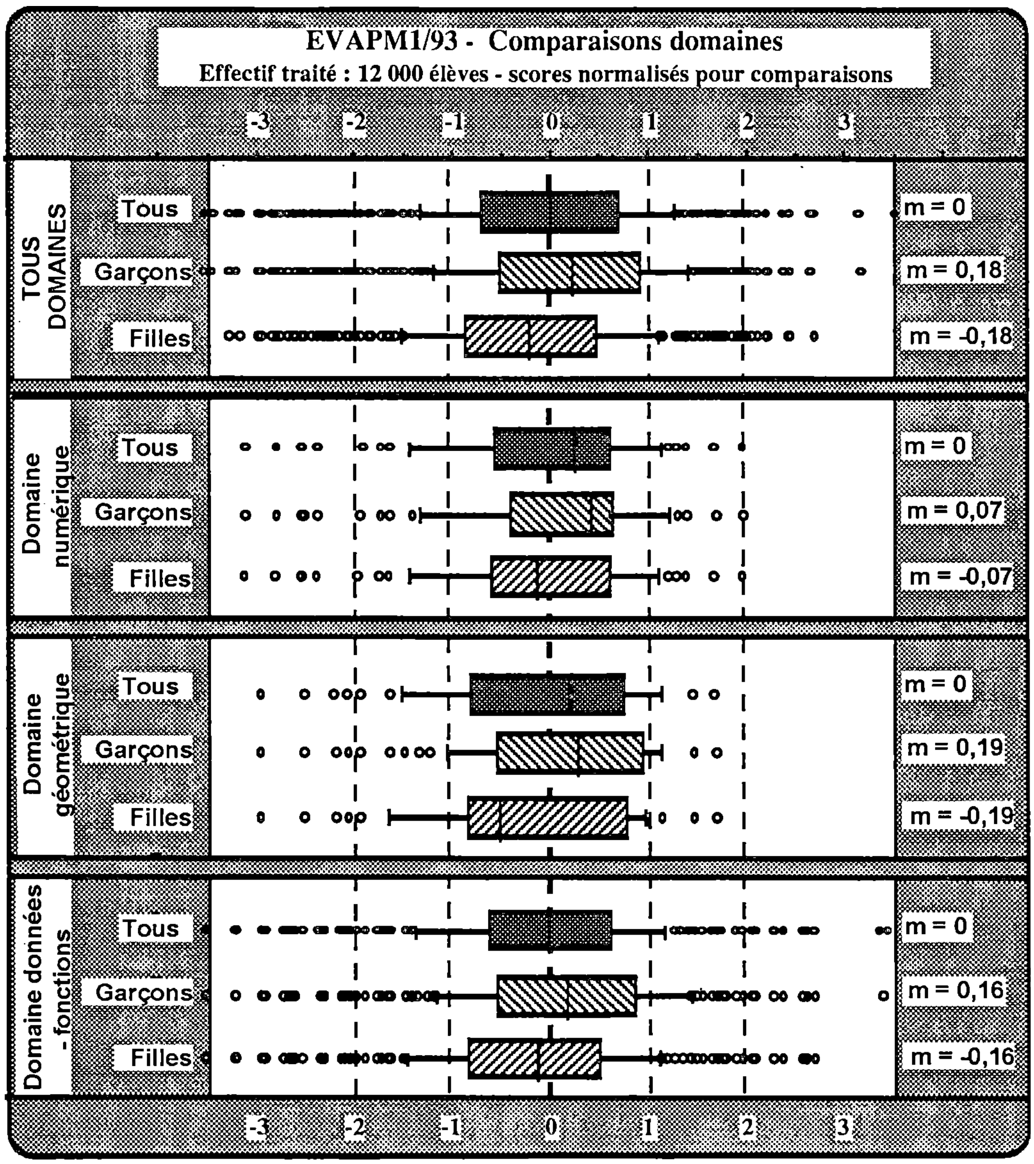


Figure 13

Aux nuances évoquées ci-dessus il convient cependant d'en ajouter une autre qui est de taille : les affirmations ci-dessus (•) sont faites à partir de l'observation des résultats des études EVAPM, et cela de la Sixième à la Troisième. Pour simplifier disons qu'il s'agit de résultats selon la mesure EVAPM.

Si l'on considère les notes mises par les professeurs (mesure professeur), le premier énoncé devient faux et il conviendrait d'écrire.

- À tous les niveaux, les filles réussissent aussi bien ou mieux que les garçons.

Or, comme nous l'avons déjà dit, aucune des deux mesures ne peut prétendre à une supériorité définitive sur l'autre. Il serait trop simple de dire, comme cela a souvent été dit, que les filles seraient récompensées pour leur conformisme et leur docilité !

On peut aussi penser que les professeurs savent valoriser des qualités qui échappent (au moins pour l'instant) aux évaluation dites objectives. Mais quelles sont ces qualités ? Quelles seraient les modes d'évaluation qui permettraient de les mettre en évidence ?

Bien sûr, nous ne savons pas répondre à ces questions, mais pour nous, l'une des justifications des études différenciées selon le sexe est de mettre sur des pistes qui pourront être utiles lorsque l'on essayera de s'attaquer à des variables moins triviales (type de rapport au savoir, ouverture scientifique, capacité créatrice,...).

La figure 14 résume les notes scolaires des élèves de S en distinguant les élèves orientés en D de élèves orientés en C.

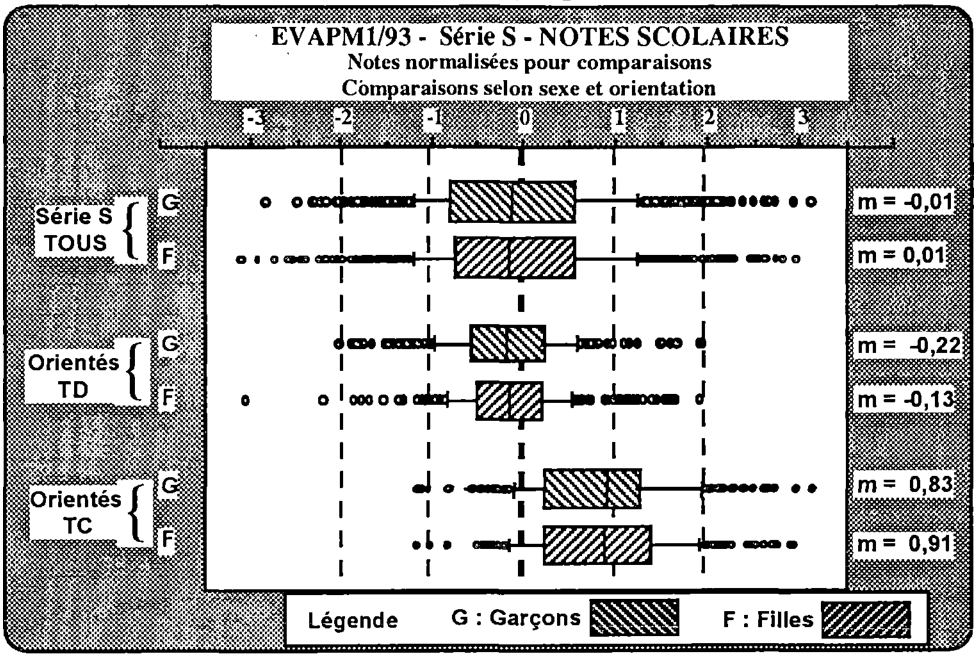


Figure 14

Pour l'ensemble des élèves on n'observe pas de différence significative entre les garçons et les filles. Par contre, si l'on ne conserve que les élèves admis en classe terminale et si l'on regroupe les élèves en fonction de leur orientation (en TC ou en TD), les différences deviennent significatives au seuil de confiance de 0,95 (et même de 0,99).

Il est par ailleurs intéressant de remarquer que les différences s'établissent dans le même sens : pour leurs professeurs, les filles orientées en D seraient *meilleures* que le garçons orientés en D, et les filles orientées en C seraient aussi *meilleures* que les garçons orientés en C.

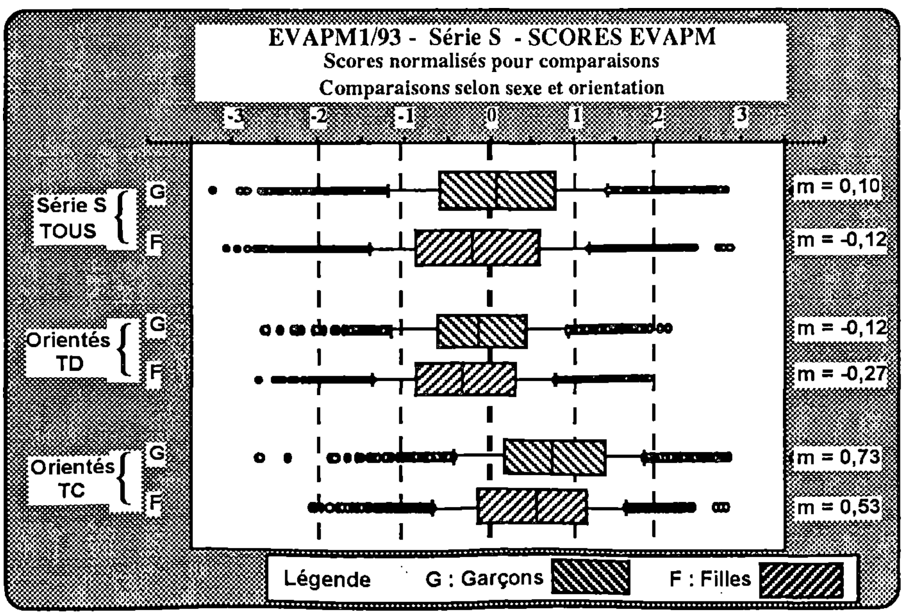


Figure 15

Sur les mêmes groupes, les différences sont significatives en ce qui concerne les scores EVAPM (figure 15). Significatives, mais allant en sens contraire des différences observées dans le cas des notes scolaires.

Ces différences sont cependant moins importantes que celles évoquées à propos de la comparaison faite avec les résultats de TIMSS. Entre les garçons et les filles, on ne trouve plus qu'une différence de 0,15 écart-type pour les élèves orientés en D et une différence de 0,20 écart-type pour les élèves orientés en C.

Ici encore, on trouve une différence beaucoup plus faible dans le domaine numérique que dans les autres domaines (figures 16, 17 et 18).

Il est intéressant de constater que la distance entre le groupe d'élèves admis en TC et celui des élèves admis en TD est d'environ 1 écart type et cela pour chacun des deux*mesures* utilisées : mesure EVAPM et mesure professeur.

Cette différence se réduit un peu lorsqu'on observe séparément chacun des domaines. On remarque de plus que le domaine numérique (tel que nous avons pu l'observer, et qui rappelons le, ne contient pas l'analyse, est moins discriminant que chacun des autres domaines.

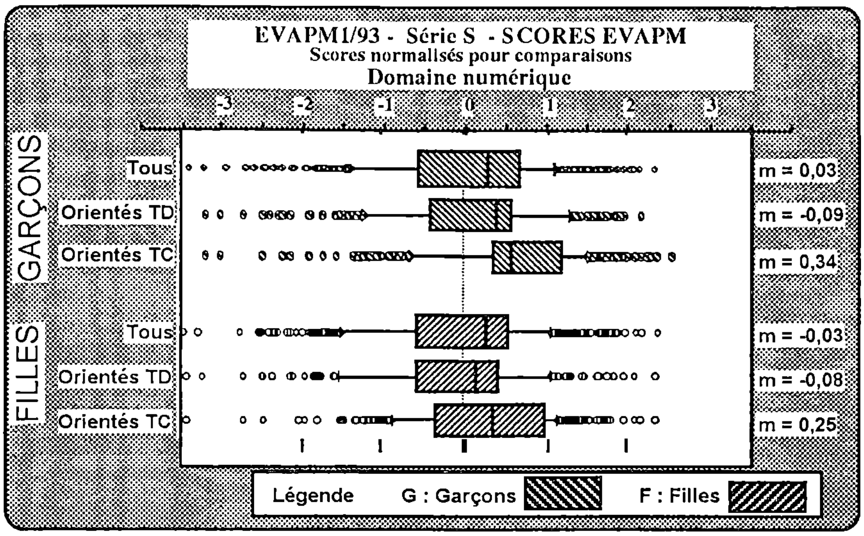


Figure 16

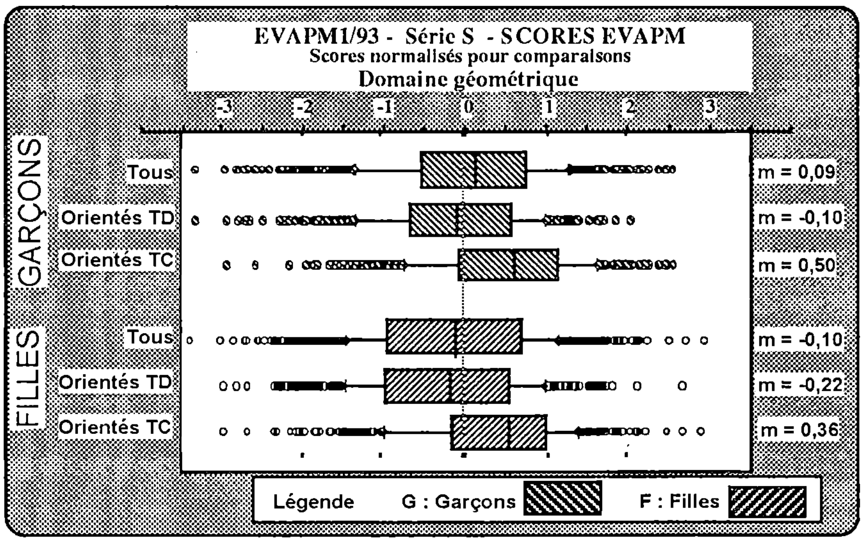


Figure 17

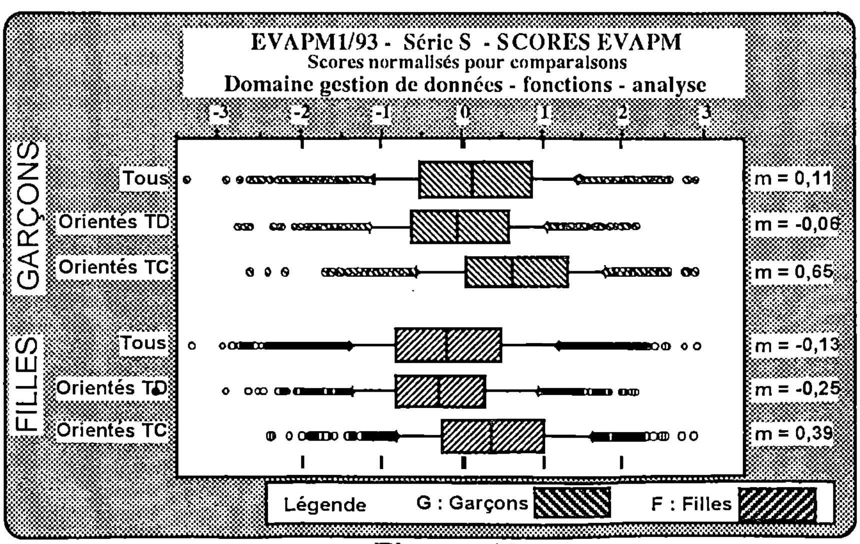


Figure 18

LE CONTEXTE DE L'ÉVALUATION ET L'OPINION DES ENSEIGNANTS

Le questionnaire professeurs

Le dossier adressé aux professeurs qui ont participé à l'enquête EVAPM1/93, contenait, comme pour les autres enquêtes EVAPM, un questionnaire permettant d'analyser un certain nombre d'éléments du contexte et de l'environnement de l'enseignement des mathématiques dans les classes de Première. Il convient bien entendu de rester prudent avant de généraliser ces résultats.

Le texte du questionnaire figure dans la brochure 1.

Près de 650 enseignants ont retourné ce questionnaire : les diverses réponses apportées nous permettent un bonne connaissance de la façon dont les classes de Première fonctionnaient avant la "rénovation des lycées" entrée en application en Première à la rentrée 1993, ainsi que de l'évolution des comportements des enseignants au cours des années qui l'ont précédée, grâce aux réponses antérieures, notamment lors de l'évaluation en fin de Seconde.

Voici les renseignements obtenus après dépouillement des réponses, et plus précisément de 407 questionnaires sur lesquels portent les statistiques présentées.

Tous les pourcentages donnés sont des pourcentages absolus, le taux de non-réponse s'obtient donc par différence à 100 avec la somme des résultats donnés, toutefois pour certaines questions il pouvait y avoir plusieurs réponses, d'où une somme supérieure à 100.

Alors que les précédentes enquêtes EVAPM concernaient des niveaux de classes sans diversification de séries, EVAPM1/93 s'adressait à toutes les séries existantes lors de l'année scolaire 1992-93.

Le tableau suivant donne, pour chaque série, le nombre de classes et de professeurs concernés par l'enquête, et à partir desquels l'étude a été réalisée.

SERIE	Nombre Classes Inscrites	Nombre retour de classes	Pourcent. de retours	Nombre d'élèves pris en compte	Effectif Population référence (1)	Pourcent. de la pop de ref
S	766	**510**	67%	**15 708**	172 000	**9%**
E	73	**51**	70%	**1 414**	12 600	**11%**
B	260	**149**	57%	**4 265**	89 500	**5%**
A1	125	**74**	59%	**1 745**		
A2-A3	56	**26**	46%	**583**		
Tout A				**2 328**	80 900	**3%**
F	122	**73**	60%	**1 765**	48 200	**4%**
G	133	**74**	56%	**2 032**	78 400	**3%**
Ensemble	1535	**957**	62%	**29 839**	481 600	**6%**

(1) statistiques nationales année 91-92

Le contexte et l'opinion des professeurs

I) Le contexte

Informations relatives aux sections

Rappelons qu'en 1992-93, les classes de Première ne connaissaient pas encore le temps scolaire de "module", les sections S et E avaient le même programme (qui est toujours celui de S en 1997) et un horaire hebdomadaire de 6 heures ; les classes de B et de A1 avaient à peu près le même programme et un horaire hebdomadaire de 5 heures ; les élèves de G avaient un programme de mathématiques obligatoire (1 heure 30) et un programme optionnel (2 heures) nécessaire pour poursuivre en G2 ou G3 ; les classes de A2 et de A3 avaient un enseignement de 2 heures hebdomadaires, enfin en F il y avait un grand nombre de séries dont les programmes de mathématiques pouvaient être très différents. Nous précisons chaque fois que cela est nécessaire de quelle série il est question.
Le tableau suivant, à partir des informations données par les professeurs dans la fiche de recueil des résultats, apporte des renseignements, diversifiés selon les séries.

Remarque : 1976 était l'année de naissance des élèves à l'âge "normal".
La dernière colonne donne le pourcentage d'élèves qui redoublaient la classe de Première en 1992-93.

Nous demandions aussi la moyenne annuelle des notes de mathématiques de la classe. La moyenne de ces moyennes, pour toutes les séries, est proche de 10 (de 9,58 à 10,54).

Les tableaux suivants donnent, de façon détaillée, l'orientation des élèves à l'issue du conseil de classe du troisième trimestre. Nous les reproduisons, série par série, pour les séries S, B, A1, G et F.

Dans ces tableaux R signifie Redoublement.

Orientation des élèves de la série S								
	Vers série		TD	TC	TE	R	TA	TB
Pourcentage /ensemble			35,62 %	34,85 %	0,52 %	15,90 %	3,01 %	0,45 %
	Dont Garçons		*46%*	*57%*	*93%*	*64%*	*26%*	*38%*
	Dont Filles		*54%*	*43%*	*7%*	*36%*	*74%*	*62%*

En ce qui concerne la série S, qui est à la fois celle pour laquelle nous avons le plus grand nombre de retours et celle pour laquelle les orientations (ou réorientations) sont les plus nombreuses, nous précisons également les informations par sexe.

Orientation des élèves de la série B					
	Vers série		TB	TA	R
Pourcentage /ensemble			85,50 %	2,50 %	12,00 %

Orientation des élèves de la série A1				
	Vers série		TA	R
Pourcentage /ensemble			89,50 %	10,50 %

Les effectifs traités sont insuffisants pour que nous puissions donner de façon significative les orientations dans les différentes séries F1, F2, ... et G1, G2; G3.

Orientation des élèves de la série F				
	Vers série		TF	R
Pourcentage /ensemble			86,50 %	13,50 %

Le contexte et l'opinion des professeurs

Orientation des élèves de la série G			
Vers série		TG	R
Pourcentage /ensemble		89,50%	10,50%

Informations relatives aux enseignants

Parmi ceux qui ont répondu, un tiers des professeurs n'enseignaient pas en Seconde cette année-là, près d'un tiers n'enseignaient pas en Terminale. Sans doute certains avaient-ils enseigné dans ces classes une des années précédentes, en tous cas c'est l'occasion de rappeler l'intérêt qu'il y a à ne pas se spécialiser dans un niveau d'enseignement ou dans une série, de façon à mieux assurer une continuité dans les méthodes et les exigences.

Pour certaines de ces classes, existe-t-il des structures de travail particulières ? (groupes de niveau, de soutien, d'approfondissement, etc...) ?	OUI	34%	NON	66%

Pour le tiers des réponses seulement, ce type de structures de travail sont signalées. Doit-on en conclure qu'on est encore loin de l'existence dans les établissements du "labo de math" tel que l'APMEP le définit, qui favoriserait l'initiative et une relative autonomie des équipes pédagogiques ? Est-on en droit de penser que les "modules" (qui existait déjà en seconde en 1993) auront fait évoluer la réflexion et le travail d'équipe dans les lycées ? Des études ultérieures pourront sans doute répondre à cette question.

II) Le programme de Première

Avez-vous enseigné les mathématiques en Première avant la mise en place du nouveau programme en 1991 ?	OUI	83%	NON	17%		
Possédez-vous un exemplaire du programme officiel ?	OUI	99%	NON	01%		
L'utilisez-vous pour préparer vos cours ?	JAMAIS	01%	RAREMENT	25%	SOUVENT	74%
L'utilisez-vous pour préparer vos contrôles ?	JAMAIS	14%	RAREMENT	56%	SOUVENT	29%

Le programme officiel, dont tous les enseignants disent posséder un exemplaire, n'est utilisé "souvent" que par les trois quarts d'entre eux en vue de la préparation des cours et, plus étonnant, 70% des professeurs ne l'utilisent que "rarement" ou même "jamais" pour préparer les contrôles : l'enseignant fait-il confiance au manuel ou aux autres éléments de documentation dont il dispose pour juger du niveau d'exigences à apporter ? Ou bien à la lecture qu'il a faite du programme pour la préparation des cours ? Ou même de la lecture du BOEN lors de la publication du programme? Rappelons qu'il s'agit là du programme publié au BOEN en Mai 1991, l'enquête a eu lieu lors de la seconde année d'application de ce programme, qui fut aussi la dernière pour certaines séries. On peut aussi remarquer que la grande majorité des professeurs avaient déjà enseigné les précédents programmes de première.

Le contexte et l'opinion des professeurs

Avez-vous reçu une information sur les programmes de Première qui vont être en vigueur en 1993-1994 ?	OUI	43%	NON	51%

Notons qu'en cette fin d'année scolaire 1992-93, parmi ceux qui ont répondu à notre enquête, un professeur sur deux seulement avait reçu une information sur les programmes, nouveaux dans certaines séries, qu'il aurait à enseigner à la rentrée suivante! Les nouveaux programmes semblent plutôt plus satisfaisants, mais sont pourtant jugés aussi difficiles à enseigner, et surtout aussi difficiles à assimiler par les élèves que les programmes qui précédaient.

Dans l'ensemble, et par rapport aux anciens programmes, les nouveaux programmes de Première vous semblent :

Moins satisfaisants	08%	Également satisfaisants	48 %	Plus satisfaisants	31%

Comme professeur, vous avez le sentiment qu'ils vous apportent :

Moins de contraintes	11%	Des contraintes égales	64 %	Plus de contraintes	09%

168 Comme professeur, vous pensez que leur enseignement est :

Moins difficile	21%	Également difficile	58 %	Plus difficile	06%

Pour les élèves vous pensez que leur assimilation est :

Moins difficile	23%	Également difficile	53 %	Plus difficile	10%

Difficultés et importances des différentes rubriques du programme (ce paragraphe ne concerne que les 1ère S)

Les enseignants étaient invités à classer les rubriques du tableau ci-dessous de la plus difficile (1) à la moins difficile (9), puis de la plus importante (1) à la moins importante (9). Nous ne donnons que les réponses des enseignants de la série S, la seule pour laquelle toutes ces rubriques entrent bien en ligne de compte dans le programme. La formulation précise était la suivante:

> Relativement au programme de **Première**, dites ce que vous pensez des DIFFICULTÉS RENCONTRÉES PAR VOS ÉLÈVES pour l'ensemble des rubriques suivantes. Numérotez dans la première colonne ces rubriques de 1 à 9 selon la difficulté que vous leur attribuez (1 étant la plus difficile, 9 étant la moins difficile).
>
> Répondez aussi, dans la seconde colonne, en ce qui concerne L'IMPORTANCE QUE VOUS LEUR ATTRIBUEZ (numérotez de 1 à 9 : 1 la plus importante, 9 la moins importante, sans ex aequo).

Voici les réponses que nous avons reçues :

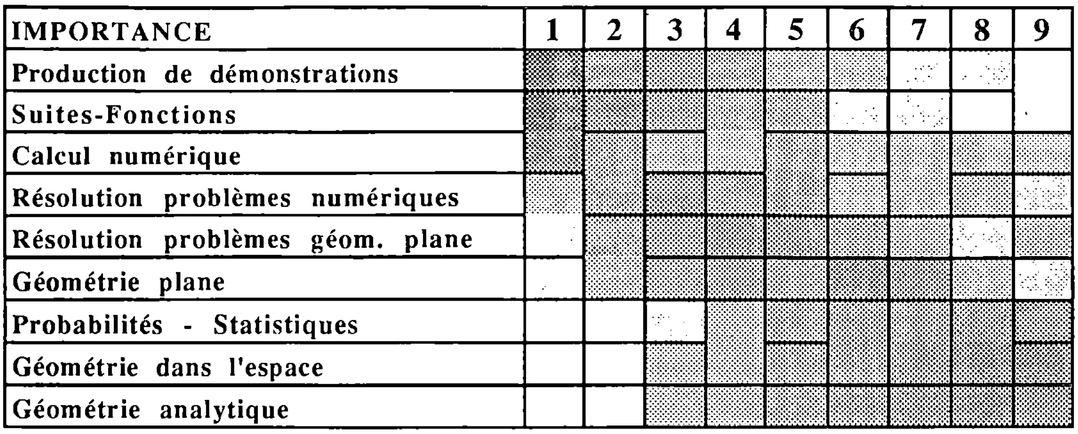
DIFFICULTÉ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Production de démonstrations	45%	14%	12%	6%	3%	1%	0%	1%	2%
Géométrie dans l'espace	17%	19%	14%	13%	9%	3%	4%	3%	2%
Résolution problèmes géom. plane	9%	23%	23%	14%	8%	3%	4%	1%	0%
Géométrie plane	6%	14%	19%	20%	11%	10%	3%	1%	1%
Calcul numérique	4%	3%	1%	7%	4%	7%	8%	14%	34%
Suites-Fonctions	2%	3%	6%	8%	20%	18%	14%	11%	2%
Probabilités - Statistiques	1%	4%	3%	4%	10%	12%	13%	14%	22%
Résolution problèmes numériques	1%	1%	5%	10%	14%	17%	13%	15%	6%
Géométrie analytique	0%	1%	2%	3%	4%	12%	24%	24%	14%

DIFFICULTÉ	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Production de démonstrations									
Géométrie dans l'espace									
Résolution problèmes géom. plane									
Géométrie plane									
Calcul numérique									
Suites-Fonctions									
Probabilités - Statistiques									
Résolution problèmes numériques									
Géométrie analytique									

Difficulté : la palme bien sûr à la production de démonstrations : on touche en effet, là, au plus haut niveau dans les diverses taxonomies connues. Remarquons bien que cette rubrique est tout à fait à part dans la liste, puisqu'elle concerne non pas un contenu mathématique particulier, mais une compétence transversale. La géométrie, quelle qu'en soit la dimension, avec les problèmes à résoudre, est la partie du programme jugée la plus difficile.

Les problèmes numériques ne sont pas ressentis comme difficiles, mais nous verrons un peu plus loin qu'il s'agit là d'un domaine où les élèves sortant de Seconde sont considérés comme très mal entraînés et très peu compétents.

IMPORTANCE	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Production de démonstrations	24%	14%	11%	12%	7%	5%	3%	2%	1%
Suites-Fonctions	23%	20%	11%	12%	7%	2%	3%	1%	1%
Calcul numérique	21%	11%	7%	8%	8%	6%	7%	6%	7%
Résolution problèmes numériques	5%	12%	18%	9%	12%	7%	7%	7%	3%
Résolution problèmes géom. plane	3%	13%	12%	16%	15%	11%	5%	3%	1%
Géométrie plane	2%	6%	9%	12%	11%	16%	15%	5%	4%
Probabilités - Statistiques	1%	1%	1%	2%	5%	8%	10%	20%	33%
Géométrie dans l'espace	0%	2%	5%	4%	7%	11%	16%	18%	17%
Géométrie analytique	0%	1%	5%	6%	9%	13%	14%	18%	14%



Importance : cette rubrique se partage nettement entre les domaines numérique et fonctionnel d'une part et la production de démonstrations d'autre part, les enseignants de mathématiques montrant là l'une de leurs spécificités. Peut-être est-il inquiétant, cependant, de constater qu'autant d'enseignants semblent n'attacher que peu d'importance à la géométrie dans l'espace, aux statistiques et aux probabilités, rejoignant sur ce point les avis exprimés lors de l'évaluation en fin de Seconde (EVAPM2/91).

Quelle part du temps scolaire avez-vous consacrée à chacune des rubriques suivantes ?
(Il s'agit des domaines d'activité tels qu'ils sont définis dans les documents officiels).

	0 à 20%	20 à 40%	40 à 60%	60 à 80%	80 à 100%
Géométrie	07%	29%	51%	00%	00%
Analyse	00%	06%	75%	14%	03%
Probabilités - Statistiques	85%	11%	01%	00%	00%

Enfin, à la question "regrettez-vous l'absence de certaines rubriques dans ce programme ?"; la plupart des réponses sont "non"(69%). Lorsqu'ils y répondent de façon affirmative (17%), les enseignants citent le plus souvent la logique, l'arithmétique et l'analyse combinatoire. Remarquons que c'est ce programme-là qui a introduit un enseignement de probabilités en Première, sans aucune analyse combinatoire.

III) Les programmes actuels de la Sixième à la Seconde

Pouvez-vous donner votre sentiment sur les qualités et les défauts des programmes actuels ?

Dans l'ensemble, ces programmes vous semblent :

PEU satisfaisants $\boxed{14\%}$ **ASSEZ satisfaisants** $\boxed{68\%}$ TRÈS satisfaisants $\boxed{02\%}$

Le contexte et l'opinion des professeurs

Comme professeur, vous avez le sentiment qu'ils sont :

PEU contraignants 30%	**ASSEZ contraignants 46%**	TRÈS contraignants 06%

Comme professeur, vous avez le sentiment que l'enseignement des programmes actuels est :

PEU difficile 25%	**ASSEZ difficile 54%**	TRÈS difficile 03%

Pour vos élèves, vous pensez que leur assimilation est :

PEU difficile 09%	**ASSEZ difficile 64%**	TRÈS difficile 09%

Ces programmes sont donc majoritairement jugés assez ou très satisfaisants pour 70% des enseignants, mais en même temps assez ou très difficiles à assimiler pour les élèves.

Dans l'ensemble, par rapport à la formation reçue dans le cadre des anciens programmes, vous pensez que **la formation mathématiques des élèves quittant la classe de Seconde** est maintenant :

Moins bonne 44%	**Équivalente** 34%	**Meilleure** 07%

Les arguments donnés le plus fréquemment sont les suivants :

Meilleure : des enseignants constatent une plus grande aisance en géométrie que pour les élèves qui avaient suivi l'enseignement de collège selon les programmes plus anciens. Ils les jugent aussi plus aptes à se poser des problèmes et les résoudre. en bref ils leur reconnaissent une plus grande autonomie. Cette phrase mérite d'être citée : "les élèves font des maths et ne regardent plus le prof en faire".

Moins bonne : mais, en contrepartie, les élèves qui sont sans doute plus entraînés à tracer et à reconnaître des figures géométriques, semblent nettement moins compétents dans tout ce qui concerne les calculs, qu'ils soient numériques ou algébriques. Et surtout, il regrettent que la pratique de la démonstration, avec toute sa logique, semble avoir été abandonnée et ont l'impression que les élèves n'entrevoient guère la nécessité de la rigueur et de la production d'arguments solides ! Ce débat sur la rigueur et la démonstration est un de ceux qui resurgissent le plus fréquemment, ces réponses ne surprennent donc pas.

IV) Les conditions pédagogiques et matérielles.

Organisation et méthodes pédagogiques.

Travaillez-vous régulièrement avec d'autres collègues de mathématiques pour :

organiser une progression commune de l'enseignement ?	OUI	64%	NON	33%
faire des devoirs communs ?	OUI	66%	NON	31%
élaborer des activités pour les élèves ?	OUI	35%	NON	59%

Travailler avec des collègues de Mathématiques pour organiser une progression commune ou des devoirs communs est, on le voit assez fréquent, par contre il est beaucoup plus rare que des équipes de professeurs élaborent ensemble des activités pour les élèves : toutes ces constatations sont très proches de celles qui avaient été obtenues auprès des enseignants de Seconde.

Par contre, 10% seulement déclarent travailler avec des collègues d'autres disciplines (essentiellement la Physique), alors que la moitié des enseignants de Seconde le faisaient.

Les instructions parlent de **"situations créant un problème dont la solution fera intervenir des outils".**

Utilisez-vous de telles situations ?	Jamais	09%	Rarement	44%	Souvent	32%	Systématiquement	01%

Dans l'une ou l'autre de vos classes, vous avez sans doute utilisé une situation de ce type qui vous a paru particulièrement intéressante. Pourriez-vous la décrire en quelques lignes (donner éventuellement les références bibliographiques) et préciser ce qu'elle vous semble avoir apporté ? Précisez la classe.

D'après les réponses que nous avons reçues, ce type de travail est nettement moins fréquent qu'en Seconde .

Les exemples de situations mentionnés sont assez classiques et proviennent de manuels ou de productions de l'APMEP ou des IREM. En Géométrie, nombreux sont ceux qui citent le pentagone, les configurations de l'espace débouchant sur des questions d'analyse. Beaucoup de questions d'optimisation, de recherche d'extrema, d'études de suites (le Nombre d'Or !). L'économie est aussi une source précieuse : amortissements, prêts, marges... Citons enfin des ressources moins classiques : l'art (avec Escher), une visite au Musée d'Orsay avec le professeur de Philosophie (le Nombre d'Or, encore).

Vous arrive-t-il de faire travailler vos élèves par groupes de 3 ou 4 ?

Jamais	23%	Rarement	55 %	Souvent	18%	Systématiquement	1%

On constate ici une légère régression par rapport à la classe de Seconde : serait-ce la moins grande hétérogénéité des classes qui crée ce phénomène, ou le fait que les enseignants ne sont pas les mêmes ?

Les enseignants estiment que ce genre de travail motive les élèves (67%), les pousse à argumenter (60%), développe l'esprit de coopération entre les élèves (81%), mais ils estiment aussi que ce n'est pas possible avec un classe de plus de 24 élèves (64%), que cela fait perdre du temps (50%) et est difficile à exploiter avec l'ensemble des élèves (73%).

Manuels.

Le manuel adopté est-il celui que vous auriez choisi ? OUI 66% NON 22%

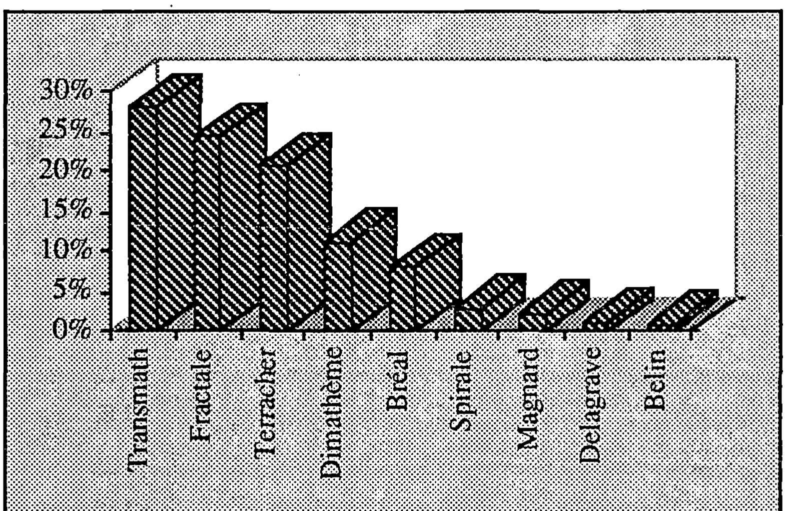
Êtes-vous satisfait de ce manuel ?

BEAUCOUP 13% , OUI 65% , TRÈS PEU 17%

Les manuels les plus fréquemment cités sont :

en S : Transmath, Fractale, Terracher

en B : Dimathème, Fractale, Transmath



Les manuels utilisés en Première S

Cependant les fiches individuelles réalisées par les enseignants eux-mêmes ou à partir de documents (APMEP, IREM par exemple) sont aussi très répandues (64% disent en utiliser) .

Le nombre de réponses que nous avons concernant les autres séries n'est pas suffisant pour être significatif, c'est pourquoi nous n'en reproduisons pas les résultats.

Calculatrices

La question des calculatrices et de leur utilisation était, bien entendu, posée. Rappelons qu'en 1993 les calculatrices à écran graphique étaient onéreuses, que beaucoup d'élèves encore ne possédaient que des calculatrices dont la mémoire était assez limitée. Si les calculatrices à calcul formel n'avaient pas encore vraiment fait leur apparition dans les salles de classe, la question des inégalités entre élèves était d'actualité, mais aussi celle de l'apprentissage de ces matériels et celle de leur prise en compte par l'enseignant. Les écrans graphiques pouvaient, en particulier, amener une modification dans l'enseignement de certaines notions, comme l'introduction du concept de dérivées ou de limites par exemple.

Vos élèves de Première utilisent-ils des calculatrices en classe ?	OUI	99%	NON	00%
Les calculatrices sont-elles utilisées pour faire des travaux de recherche ?	OUI	74%	NON	22%
Pour les contrôles écrits ?	OUI	97%	NON	01%
Y a-t-il eu, cette année, des séances d'apprentissage à l'utilisation des calculatrices ?	OUI	66%	NON	33%
Avez-vous organisé cette année des activités visant à utiliser des calculatrices graphiques ?	OUI	46%	NON	53%
Y a-t-il eu, cette année, des séances plus spécialement consacrées à l'apprentissage de la programmation et/ou de la gestion des algorithmes (informatique ou calculatrices) ?	OUI	43%	NON	56%

Comme en seconde, il y a unanimité : les élèves utilisent les calculatrices en classe, aussi bien pour faire des travaux de recherche que pour les contrôles écrits. Les professeurs organisent un peu moins de séances d'apprentissage qu'en seconde (65% contre 76% en Seconde), ce qui est normal si les élèves ont déjà acquis la compétence.

Les programmes n'exigent aucune compétence nécessitant l'emploi de calculatrices à écran graphique. Cependant, près de la moitié des enseignants organisent des activités visant à leur utilisation. Il semble donc que, déjà en 1993, de nombreux élèves (ou parfois l'établissement) en possèdent et que les professeurs s'adaptent au parc existant. Pour ce qui est de l'apprentissage de la programmation, la même carence qu'en Seconde apparaît : 43% y consacrent des séances en Première, 41% le faisaient en Seconde.

Équipements informatiques collectifs

Pour ce qui est de l'utilisation d'une salle informatique, il n'y a rigoureusement aucune évolution par rapport à ce qui se passait deux ans avant en Seconde : 84% ne l'utilisent pas (86% en Seconde), 12% la fréquentent moins de 15 heures (9% en Seconde).

Les raisons invoquées, c'est tout à fait remarquable, le sont avec des fréquences vraiment voisines : manque de formation (54%, comme en Seconde), logiciels non adaptés (13%, contre 16%) ou non intéressants (19%, et 17% en Seconde), salle pas souvent disponible (39%, après 32% l'année précédente) et la trop fameuse perte de temps (41%, et c'était 44% en Seconde).

Au vue de ces réponses, les spécialistes de l'informatique pédagogique ont encore du travail pour proposer des logiciels que les enseignants jugent plus utilisables, et pour leur apporter la formation et les conditions de travail nécessaires pour que les moyens que donnent les technologies nouvelles entrent réellement dans la salle de classe.

Dans cette rubrique, N désigne le nombre total d'heures pendant lesquelles vous avez utilisé la salle informatique ou des équipements informatiques collectifs avec votre classe de Première.

(Par exemple, une heure par semaine s'écrit : $18 \leq N \leq 36$)

N = 0	N <15	15 ≤ N ≤ 18	18 < N ≤ 36	N > 36
84%	12%	01%	00%	00%

D'une façon générale, **si vous utilisez peu (à votre avis), l'informatique avec vos élèves**, pouvez-vous essayer d'en préciser les raisons?

Je manque de formation en ce domaine	OUI	54%	NON	32%
Les logiciels que je connais ne sont pas adaptés aux nouveaux programmes	OUI	13%	NON	34%
Les logiciels que je connais ne sont pas intéressants	OUI	19%	NON	30%
La salle informatique n'est pas souvent disponible	OUI	39%	NON	24%
L'informatique fait perdre trop de temps	OUI	40%	NON	24%

Salle de mathématiques et laboratoire de mathématiques

Les enseignants de Maths sont souvent des itinérants qui se promènent de salle en salle : seuls 26% des collègues font tous leurs cours dans la même salle, dans seulement 24% des établissements il existe des salles de cours réservées aux mathématiques. Quant à un local nommé laboratoire de Mathématiques, il est encore très rarement existant (11%).

Supports pédagogiques

Il semble que , les matériels (rétro, magnétoscope ...) sont disponibles dans l'établissement, mais pas présents dans les salles où l'on enseigne des mathématiques.

Type de matériel	Disponible dans l'établissement	Présent dans la salle où vous enseignez.
Rétroprojecteur	OUI 94% NON 03%	OUI 17% NON 73%
Magnétoscope	OUI 91% NON 05%	OUI 01% NON 89%
Ordinateur	OUI 93% NON 04%	OUI 05% NON 87%
Tablette de rétroprojection	OUI 59% NON 29%	OUI 06% NON 74%

Projecteur de diapositives	OUI 84%	NON 09%	OUI 00%	NON 88%
Parc de calculatrices	OUI 29%	NON 66%	OUI 02%	NON 77%

Les supports pédagogiques, en dehors des livres et brochures, sont très peu présents, ce qui est évidemment lié au fait que les matériels sont rarement dans les salles où ont lieu les cours et bien souvent difficilement accessibles.

Les supports pédagogiques suivants existent-ils dans votre établissement (pour l'enseignement des mathématiques) ?

Documents rétroprojetables	OUI 14%	NON 71%	Livres, brochures pédagogiques	OUI 78%	NON 11%
Cassettes vidéo	OUI 25%	NON 62%	Livres pour les élèves, (autres que manuels)	OUI 69%	NON 19%
Logiciels	OUI 74%	NON 17%	Revues mathématiques pour les élèves (*)	OUI 53%	NON 33%
Diapositives	OUI 09%	NON 76%	Matériel de construction de solides	OUI 11%	NON 73%

V) Participation aux opérations d'évaluation de l'APMEP

Les deux tiers des enseignants participant à EVAPM1/93 participaient à une évaluation de l'APMEP pour la première fois, et 43% seulement étaient adhérents. Dans la plupart des cas cette participation était une initiative individuelle ou la suggestion d'un collègue (4% mentionnent la suggestion de l'équipe administrative).

Les motivations ayant conduit à cette participation sont surtout :

connaître le taux de réussite sur des capacités de base (79%),

proposer aux élèves une évaluation externe (81%),

proposer aux professeurs une évaluation externe (76%).

L'évaluation de l'évaluation.

D'une façon générale, diriez-vous que cette évaluation manifeste, à l'égard des connaissances des élèves, des exigences

Très insuffisantes 00% Insuffisantes 12% **Correctes** 81% Excessives 01%

A l'égard des connaissances des élèves, les exigences, dans cette évaluation, sont jugées correctes. L'évaluation semble donc avoir été convenablement cadrée, avec des exigences qui emportent l'adhésion d'une très grande majorité des collègues.

Le futur

83% : c'est le pourcentage de ceux qui pensent réutiliser les questionnaires élèves dans leur enseignement.

Quant à l'avenir de l'Observatoire, et à l'investissement de l'équipe, EVAPM peut encore envisager sereinement et courageusement des efforts futurs : 84% des enseignants qui ont répondu seraient prêts à participer à d'autres évaluations :

48% en seconde, 57% en première, 29% en terminale et 2% en post-bac.

Cette question n'était évidemment pas un sondage s'adressant à tous les enseignants des niveaux concernés. Les professeurs ont répondu pour eux-mêmes, et ces chiffres sont à relier à ceux du début de ce chapitre indiquant dans quels autres niveaux de classes ils effectuaient leur enseignement.

Quelques remarques en conclusion

Au plan matériel, la prise en compte des matériels nouveaux (ou même déjà anciens, maintenant, pour certains) ne se fait que lentement : il n'est pas certain que les nouvelles structures de l'enseignement et des établissements puissent contribuer à accélérer le phénomène. Sans facilitation, sans incitations, la craie, le crayon ... resteront les médiateurs privilégiés, parfois les seuls, utilisés par les enseignants.

La notion d'équipe pédagogique dans la discipline est encore très peu répandue, quant à l'interdisciplinarité, elle n'est vraiment le fait que d'une toute petite minorité. Le travail en équipe se borne à l'organisation de devoirs communs ... il faut un début à tout, mais il semble que ce démarrage dure longtemps.

Peut-être, les difficultés de mise en place de ce "travail en groupe" proviennent-elles d'un phénomène plus répandu au lycée qu'au collège : la spécialisation des enseignants par niveau ou par série (sans hiérarchie, bien sûr, mais...!).

Les idées que se font les enseignants de Mathématiques de leur rôle sont assez claires. Les classements qu'ils ont établis relativement à ces programmes de Première montrent leur souci de la formation des élèves au raisonnement, à la démonstration, avec la rigueur qu'ils requièrent. Peut-être, cependant, est un peu mis de côté (en tout cas, ils en parlent peu) l'apprentissage à la recherche, au tâtonnement que l'activité mathématique réclame : il est intéressant, à ce sujet, de relire dans les préambules des programmes la liste des différents temps de l'activité mathématique :

"formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en oeuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé"

Depuis cette enquête, trois années scolaires se sont écoulées, certains programmes ont connu des modifications, les heures de "module" ont fait leur apparition en seconde et dans certaines séries de première. Des évolutions ont sûrement eu lieu dans les pratiques des enseignants, dans l'utilisation du matériel informatique, ... Il resterait à savoir si le "mieux" souhaité par l'APMEP devient réalité. L'objet d'une prochaine étude EVAPM ?

Éléments de bibliographie

Rapports et documents EVAPM

Ouvrages collectifs publiés par l'APMEP

EVAPM 6/87 - Évaluation fin de Sixième 1987 (160 pages)

EVAPM 5/88 - Évaluation fin de Sixième 1987 (246 pages)

EVAPM 4/89 - Évaluation fin de Sixième 1987 (246 pages)

EVAPM 3/90 - Évaluation fin de Sixième 1987 (257 pages)

EVAPM 6/89-5/90 - Évaluation fin de Sixième 1987 (257 pages)

EVAPM 4/89-3/92 - Évaluation fin de Sixième 1987 (257 pages)

EVAPM 2/91- Évaluation fin de Sixième 1987 (257 pages)

EVAPM LP95 - Évaluation fin de Sixième 1987 (2 fascicules - 200 pages)

EVAPM 1/93 - Évaluation fin de Sixième 1987 (4 fascicules décrits dans cette brochure)

EVAPM/EVAPMIB - Dossier de présentation mis à jour chaque année - (75 pages)

Articles et travaux concernant l'évaluation en mathématiques

Nous ne proposons ici que quelques pistes et uniquement des articles écrits en français. Les articles cités proposent une bibliographie beaucoup plus large.

Blanchard Laville, C : 1996, *Regards croisés sur la didactique. Un colloque épistolaire.* La Pensée Sauvage. Grenoble. *(en particulier le chapitre "regards croisés sur une séquence de cours de mathématiques en classe de Première")*

Bodin A. : 1997, L'évaluation du savoir mathématique - Questions et méthodes. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

Bodin A. : 1997, *Une présentation de la Troisième Étude Internationale sur l'enseignement des Mathématiques et des Sciences - Considérations sur la démarche, sur les résultats, sur l'intérêt de l'étude* - Dossier de d'information sur TIMSS - IREM de Besançon.

Bodin, A. : 1989, L'évaluation du savoir mathématique, *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques.(APMEP)* , 368, pp 195-219, Paris.

Bodin, A. : 1996, 'Mesures pour le système éducatif' *Actes des 7emes Entretiens de la Villette*, 148-160, Centre National de Documentation pédagogique, Paris

Glaeser G. (1995) : *Fondements de l'évaluation en mathématiques* , APMEP, Paris

Gras, R & Pecal, M. (Eds) : 1995, *L'évaluation en mathématiques : perspectives institutionnelles, pédagogiques et statistiques.* Actes de l'université d'été de l'APMEP - Sophia Antipolis 10-14 juillet 1995 APMEP - Paris.

Gras, R. & al. : 1996, 'Une approche des contenus d'enseignement par des problématiques pour le second cycle', supplément au bulletin n°401 de l'APMEP - Paris.

Le Coq. J.& Murat, F.: 1996, *Les connaissances en mathématiques et en physique des élèves de terminale* scientifique. Note 96.50 de la DEP, Ministère de l'Education Nationale.

Legrand P. (ed) : 1997, *Les maths au collège et au lycée*, Hachette (sous presse). En particulier chapitre "L'évaluation en mathématiques" (A. Bodin).

Servant, A.& Murat, F.: 1996, *Les connaissances en mathématiques et science en terminale*, Note 96.49 de la DEP, Ministère de l'Education Nationale.

EVAPM PREMIÈRE

Sommaires des brochures n°1, 2 et 4 (*voir présentation page 4*)

Brochure N°1 : Éléments pour l'évaluation (brochure APMEP n° 90)

Brochure N°2 : Questionnaires et résultats (brochure APMEP N°107)

Brochure N°4 : Élements statistiques (brochure APMEP N°110)

Un quatrième document de travail est destiné aux personnes souhaitant disposer de l'ensemble des statistiques calculées autour d'EVAPM.

EVAPM PREMIÈRE

Brochure N°3 : Analyse des résultats

SOMMAIRE

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Fondée en 1910, touours dynamique, l'A.P.M.E.P., c'est

- *une réflexion collective* sur le métier d'enseignant de mathématiques et les conditions de son exercice, de la maternelle à l'université,

- *des interventions suivies* sur l'actualité et les projets à moyen terme,

- *des publications de référence* pour apprendre, enseigner, et apprendre à enseigner les mathématiques : le Bulletin pour les articles "de fond" (128 pages ; 6 numéros pas an), et de nombreuses brochures,

- *une information rapide* des adhérents : le BGV, pour l'actualité qui n'attend pas, et le serveur télématique (36 14 APMEP),

- *des instances élues* définissant une politique d'action issue des attentes des adhérents,

- *une organisation décentralisée*, en "Régionales" qui ont leurs activités propres et sont les relais entre l'organisation nationale et les adhérents de tous horizons,

AGIT

- en réunissant Commissions et Groupes de travail sur des thèmes variés, permettant à des professionnels de l'enseignement de mettre en commun leur expérience et d'élaborer critiques et propositions,
- en définissant sa ligne d'action en accord avec ses adhérents,

PROPOSE

- ses choix dans tous les domaines de l'actualité de l'enseignement,
- des pistes d'action pour promouvoir et défendre les mathématiques et leurs enseignants,
- des outils pour renforcer l'efficacité de l'enseignement de cette discipline,

ORGANISE

- des Journées Nationales, chaque année sur un site différent, sur un thème différent,
- des rencontres régionales sur des sujets d'actualité,
- des séminaires divers avec intervention de spécialistes.

En adhérant à l'A.P.M.E.P. vous pourrez

- participer à la vie de l'Association et à la définition des positions qu'elle défend,
- recevoir chez vous les informations d'actualité sur les mathématiques et leur enseignement,
- bénéficier de rabais importants sur tous les services offerts.

A.P.M.E.P.
26, rue Duméril - 75013 PARIS - Tél. 16 (1) 43 31 34 05 - Fax 16 (1) 43 31 07 32

ISBN 2 902 680 83X

LOUIS-JEAN 05003 GAP CEDEX

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
APMEP

Enquêtes régulières

sur des effets du système d'enseignement des mathématiques.

SUIVI des compétences des élèves et des opinions et conceptions des enseignants.

Banque de données EVAPM

à la disposition des chercheurs.

Les données statistiques relatives à 150 épreuves et à des milliers d'items sont organisées de façon à permettre de nombreux traitements.

Dans le cadre de cette banque est aussi assurée la conservation d'un ensemble de documents papier concernant un nombre très important d'élèves.

Production de documents Les brochures EVAPM

(3000 pages en 12 brochures publiées de 1987 à 1997)

Base de données d'évaluation EVAPMIB

Base informatisée évolutive

Plusieurs milliers de questions d'évaluation utilisées dans des évaluations françaises et étrangères, référencées et accompagnées d'analyses didactiques.

Banque d'épreuves

à la disposition des enseignants de Mathématiques.

150 épreuves d'évaluation étalonnées et analysées.
Niveaux Sixième à Première.

EVAPM - Recherche

Insertion dans les enquêtes de questions provenant de la Recherche.
Apport à la Recherche des questions soulevées par **EVAPM.**
Traitements de données et mise au point de méthodologies complémentaires de traitements de données.
Structuration des champs conceptuels.
Analyse didactique des questions d'évaluation.
Interface avec d'autres équipes de recherche.

INRP

Groupement national d'équipes de recherche en didactique des mathématiques et des sciences.
Réseau des IREM

Inspection Générale de Mathématiques.
Direction des Lycées et Collèges.
Conseil National des Programmes.
Direction de l'évaluation et de la Prospective.

L'observatoire EVAPM

Organigramme général