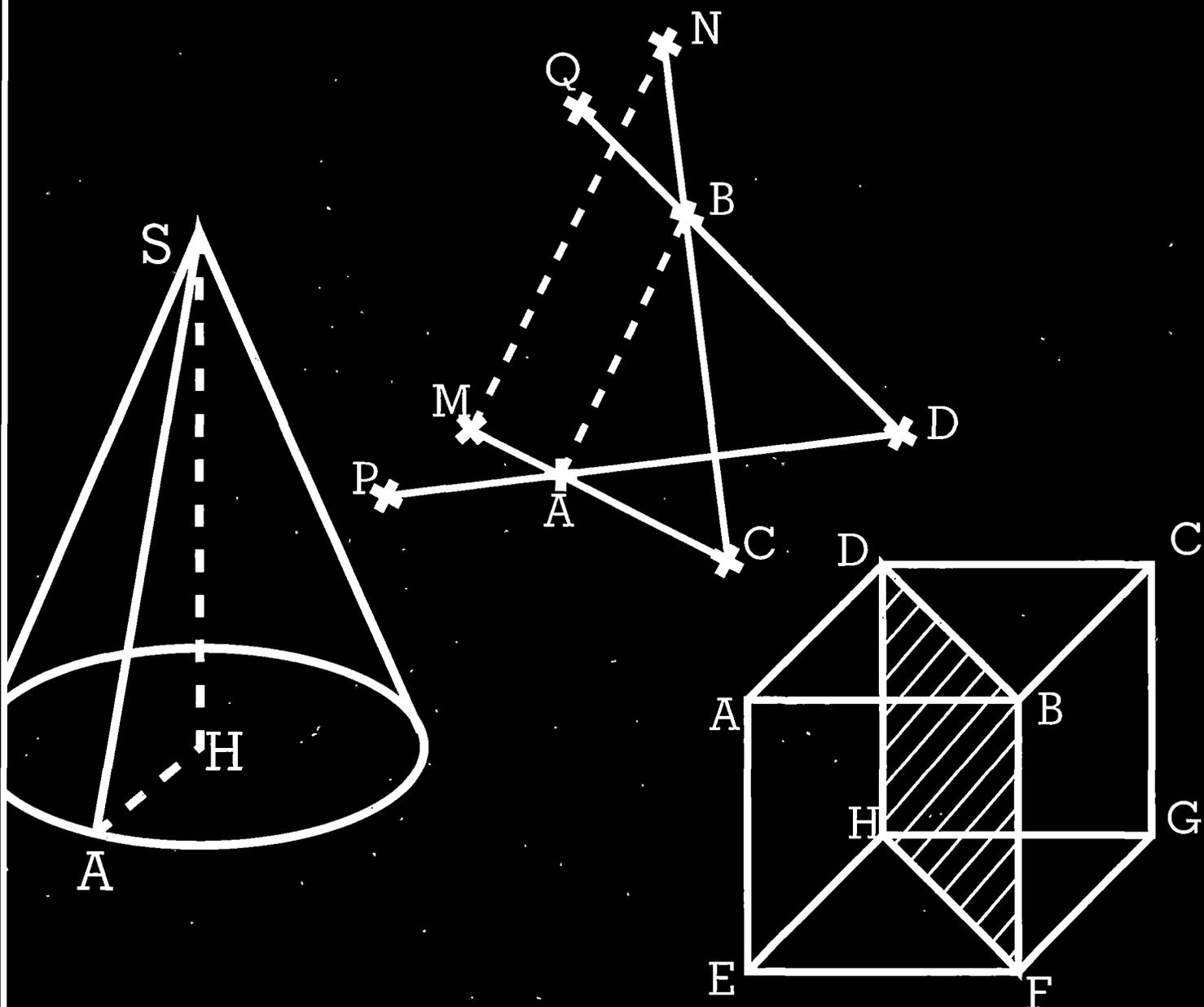


# ÉVALUATION

DU PROGRAMME

DE MATHÉMATIQUES

SECONDE 1991



UNE ÉTUDE DE L'APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Enquête réalisée avec les concours de l'IREM de Besançon, de l'IREM de Poitiers et de l'INRP

Publication N° 88

# **A. P. M. E. P.**

## **EVALUATION**

### **Du programme de Mathématiques**

### **Fin de Seconde 1991**

Cette brochure rassemble des documents relatifs à l'évaluation du nouveau programme de Mathématiques (programme 1990-91) de la classe de Seconde.

Cette évaluation fait suite aux évaluations des programmes de collège (Sixième 1987, Cinquième 1988 etc..) qui ont fait l'objet de publications analogues.

Ces évaluations, qui n'ont pas un caractère officiel, ont été organisées par des enseignants de l'APMEP pour leur information et pour celle de leurs collègues.

La brochure est susceptible d'intéresser d'autres personnes (professeurs d'autres disciplines, membres de l'administration, parents d'élèves...). Comme pour nos collègues, nous les prions instamment de bien vouloir lire l'avertissement (page 2), ainsi que l'introduction (page 5).

# Avertissement

**Cette évaluation a été préparée tout au long de l'année scolaire 90-9,1 par et pour les professeurs de Mathématiques de l'A.P.M.E.P et leurs collègues.**

**Elle ne présente aucun caractère officiel.**

Nos opérations d'évaluation ne sont subventionnées que par l'APMEP et par les contributions financières des établissements qui font participer leurs élèves à cette opération.

**Dans nos évaluations, nous privilégions l'exhaustivité, la rapidité d'exploitation et la participation volontaire des enseignants.**

## Exhaustivité :

*Nous cherchons à poser suffisamment de questions pour recouvrir l'intégralité du programme et à le déborder en amont et en aval. Cette exhaustivité est cependant limitée par le type d'épreuves utilisées. Certaines compétences, certains comportements sont difficilement observables dans les conditions d'une enquête de grande ampleur. Nous avons en partie remédié à cet inconvénient en complétant notre information par des observations spécifiques (épreuves centrées sur les thèmes, épreuves calcul mental calcul machine, épreuve argumentation-déduction-expression, chacune d'elles étant passée dans une dizaine de classes).*

## Rapidité :

*Nous voulons que les résultats soient rapidement mis entre les mains des collègues pour qu'ils puissent eux-mêmes en tirer des conclusions. Pour la présente évaluation, dès le début du mois d'août, les membres de l'équipe EVAPM ont pu disposer des résultats statistiques nécessaires à la mise en route des analyses.*

## Participation volontaire des enseignants :

*Environ 2 500 classes de Seconde ont passé des épreuves, ce qui représente plus de 80 000 élèves... De nombreux collègues ont ainsi été associés à notre travail.*

**Les questions que nous avons posées aux élèves, y compris celles relatives aux "compétences exigibles" n'engagent que nous. Il est fort possible que sur certains points elles ne soient que des traductions imparfaites, incomplètes, voire erronées des intentions contenues dans les textes officiels.**

Les questions qui se trouvent dans les questionnaires utilisés pour la seconde passation sont assez souvent des questions d'approfondissement. Elles ne peuvent pas être considérées comme des questions que les élèves devraient maîtriser en fin d'année.

**Notre évaluation ne présente aucun caractère normatif.  
Elle ne définit pas le "niveau" que doivent atteindre les élèves.**

Du fait de la rapidité d'organisation et d'exploitation de cette évaluation, il y a certainement des erreurs qui nous auront échappées. Nous prions nos lecteurs de bien vouloir nous en excuser, et si possible, nous les signaler.

Comme nous l'avons déjà signalé lors de la publication des résultats des évaluations précédentes, le titre de cette brochure devrait être :

## Éléments pour l'évaluation des programmes

En effet, malgré quelques prises de position qui apparaîtront ici ou là, dans l'ensemble nous avons évité de porter des jugements définitifs et nous souhaitons que nos collègues se saisissent des résultats, les commentent et se fassent leur propre idée sur la qualité du programme et sur le profit qu'ils peuvent en tirer pour améliorer la formation mathématique des élèves qui nous sont confiés.

# Présentation de l'équipe

De nombreuses personnes ont participé à la préparation de l'opération d'évaluation, à son déroulement et à la réalisation de cette brochure. L'équipe de réalisation proprement dite est à peu près stable depuis 1987.

L'ensemble a été coordonné par : **Antoine BODIN**  
et **Jean-Pierre SICRE**

## Equipe de conception et d'animation :

<b>Antoine BODIN</b>	<b>IREM de BESANÇON</b>
<b>Jean Pierre SICRE</b>	<b>Responsable du groupe de travail EVAPM</b>
<b>Michel BARDY</b>	<b>Responsable de la Commission Second Cycle de l'APMEP</b>

## Equipe de réalisation :

Françoise AYRAULT	Collège - VERNEUIL/AVRE
Michèle BACLE	Lycée Paul Guérin - NIORT
Michel BARDY	Lycée Louis Lapique - EPINAL
Henri BAREIL	IREM de TOULOUSE
Antoine BODIN	IREM de BESANÇON
Gabriel BORGER	Lycée Louis Vincent - METZ
Françoise CARON	Lycée Frédéric Mistral - FRESNES
Nicole CHOUCHAN	PARIS
François COUTURIER	IREM de BESANÇON
Michèle FABREGAS	Lycée Robert Schuman - METZ
Annie FAUCONNET	Université de Provence - MARSEILLE
Jean FROMENTIN	IREM de POITIERS et Collège F. Rabelais - NIORT
Marie José HOUSSIN	Collège Albert Cron - KREMLIN-BICETRE
Gérard HOUSSIN	Collège Spectacle - PARIS
Marie Noëlle JANIAUD	Lycée Galilée - COMBES la VILLE
Gaëlle LEVEILLE	Lycée Charles de Gaulle - VANNES
Michel MAGNET	Lycée Victor Hugo - BESANÇON
Geneviève MARGOT	Collège les Belleres - VINEUIL
Colette PELÉ	C.N.D.P. et Lycée Gabriel Fauré - PARIS
Robert ROCHER	Lycée Jean Puy - ROANNE
Jean Pierre SICRE	IREM de POITIERS et Lycée Jean Macé - NIORT
Nicole TOUSSAINT	Collège - AIX en OTHE
Régine TREMAUD	Lycée Albert Camus - FIRMINY
Christiane ZEHREN	Lycée - NICE

Les membres de l'équipe ont préparé les divers questionnaires, les ont expérimentés dans des classes, ont travaillé par correspondance et se sont réunis plusieurs fois à Paris pour la mise au point de l'opération. Après la passation des épreuves, ils se sont partagé l'analyse des résultats. Les échanges ont été nombreux, et, au moment de publier, il n'est pas possible de rendre à chacun la paternité de ses productions. Dans la brochure, les textes ne sont pas signés, et derrière chacun il convient de voir un travail d'équipe.

Il convient cependant de citer particulièrement Gérard et Marie José HOUSSIN qui ont eu la lourde charge de la gestion administrative de l'opération (gestion des inscriptions, organisation du fichier, relation avec les collègues et les établissements...).

Enfin Françoise MAGNA et Marc DAMON, les trésoriers de l'association qui nous ont apporté un soutien constant aux opérations EVAPM.

# Remerciements

Par leur aide directe ou indirecte, par leur encouragements ou leurs conseils, de nombreuses personnes ou institutions ont contribué à ce travail.

Il convient de remercier plus particulièrement:

## **L'IREM de BESANÇON**

*L'IREM a assuré de façon continue un soutien matériel, technique et méthodologique à l'ensemble de l'opération.*

*Dans ce cadre, il faut particulièrement remercier :*

*Michel HENRY son directeur,*

*François COUTURIER qui est en grande partie responsable de la qualité technique des documents,*

*Sandrine GRILLOT qui a effectué avec beaucoup de soin le classement des nombreux documents reçus et la saisie informatique des résultats.*

## **L'IREM de POITIERS**

*L'IREM de POITIERS nous a accueilli et nous a apporté un soutien technique appréciable.*

*Annette FONTAINE qui a contribué à améliorer la qualité technique des documents.*

## **L'I.N.R.P**

*L'INRP a permis à certains d'entre nous d'être davantage disponibles pour mener à bien ces opérations d'évaluation.*

## **Le Groupement de Recherche - Didactique (G.R - Didactique du C.N.R.S) et Gérard VERGNAUD**

*Dans le cadre du groupe de recherche "Moyens de gestion de l'enseignement - Curricula" du G.R., notre travail a pu être présenté et critiqué de façon à la fois exigeante et amicale. Les conseils que nous avons reçu nous ont sans nul doute permis d'améliorer nos méthodes de travail.*

## **La cellule "Innovation" de la D.L.C 15 (Direction des Lycées et Collèges)**

*qui a bien voulu manifester son intérêt pour notre travail.*

Une évaluation du type de celle que nous cherchons à faire a besoin de se raccorder à d'autres évaluations. Dans la mesure où l'on veut faire des comparaisons, il est nécessaire de faire des emprunts, sans qu'il soit possible de modifier la formulation de questions posées par d'autres organismes lors d'études antérieures.

Il convient donc aussi de remercier pour leur participation indirecte :

## **Jacques COLOMB et l'I.N.R.P.**

Qui ont ouvert la voie en matière d'évaluation de programmes et qui continuent à travailler dans ce domaine. Depuis le début des opérations EVAPM, nous leur avons emprunté un certain nombre de questions.

## **La D.E.P (Ministère de l'Education Nationale)**

La Direction de l'Evaluation et de la Prospective du Ministère de l'Education Nationale assure une partie de l'évaluation institutionnelle du système d'enseignement. L'autorisation qui nous est donnée d'utiliser certaines questions de la D.E.P. nous est précieuse. Elle nous permet en particulier de raccorder nos évaluations à des évaluations antérieures ainsi que de contrôler la représentativité de nos sous-populations.

***Ce travail n'aurait jamais pu aboutir sans l'intérêt et le sérieux des 2 000 collègues et des professeurs coordonnateurs des établissements qui ont organisé la passation des épreuves dans leurs classes et ont codé avec beaucoup de soin les résultats de leurs élèves, qu'ils en soient ici vivement remerciés.***

# INTRODUCTION

## Présentation de la brochure

### Proposition de mode d'emploi

De nouveaux programmes de mathématiques, du Collège, puis du Lycée, ont été progressivement mis en place à partir de la rentrée 1986-87.

L'APMEP, encouragée et aidée par des concours divers, a voulu accompagner cette mise en place en organisant une importante opération d'évaluation.

L'objectif de cette opération était de munir l'APMEP et les enseignants de Mathématiques d'un ensemble d'informations permettant, à terme, de porter des jugements de valeur sur les effets de l'enseignement et sur la qualité des programmes. En particulier, il s'agissait de se donner les moyens d'intervenir de façon aussi efficace que possible dans la régulation institutionnelle du système d'enseignement des mathématiques.

De 1987 à 1991, nous avons organisé huit évaluations différentes. La neuvième est prévue pour juin 1992 avec la reprise et les compléments de l'évaluation fin de Troisième. Peu à peu, EVAPM est devenu un **observatoire du système d'enseignement des mathématiques**, permettant de suivre l'évolution des compétences des élèves dans le déroulement de leur temps scolaire, ainsi que par rapport aux modifications successives des programmes.

La mise en place de cet observatoire a été rendu possible par l'investissement de l'APMEP et par l'intérêt manifesté par nos collègues. Le développement de l'observatoire, et notamment les traitements des données recueillies, toujours plus nombreuses, ainsi que leur mise en relation, n'est possible que grâce à l'aide que nous apportent l'IREM de BESANÇON, l'INRP, l'IREM de POITIERS et le Groupe de Recherche "Didactique et Acquisition des Connaissances Scientifiques" du C.N.R.S.

L'observatoire EVAPM permet d'alimenter la réflexion et d'étayer le jugement, mais en fait, l'équipe EVAPM s'investit essentiellement dans la préparation des évaluations et dans l'analyse didactique des résultats obtenus. La signification des comportements observés, chez les élèves, par rapport à l'élaboration de leur savoir nous intéresse en général davantage que la question de savoir si telle ou telle partie du programme est à supprimer ou à modifier.

L'évaluation des programmes passe bien entendu par l'évaluation des capacités et compétences acquises par les élèves, mais elle passe aussi par l'étude des conceptions et des opinions des enseignants, par celle des manuels, par l'analyse des cohérences épistémologique, sociale, didactique...

Pour ces raisons, l'observatoire EVAPM seul ne suffirait pas à assurer la validité des jugements portés sur les programmes. Par contre, les informations qu'il apporte permettent à chacun d'améliorer son information et l'aident à élaborer son propre jugement. Elles permettent aussi une meilleure information de l'ensemble des commissions de l'APMEP.

Sans négliger totalement les autres aspects, nous avons surtout développé la partie de l'évaluation relative aux savoirs des élèves. Les épreuves que nous avons produites de la Sixième à la Seconde incluse (125 épreuves, plus de 1 000 questions) sont essentiellement destinées à cerner les savoirs de l'ensemble des élèves. Aucune d'elles n'est destinée à évaluer un élève particulier, mais la publication des résultats et des analyses munit les enseignants d'indicateurs précieux pour leurs propres pratiques d'évaluation.

La gestion et la conservation des données et des analyses devient de plus en plus complexe au fur et à mesure du déroulement des évaluations. Pourtant, l'observatoire ne remplira vraiment sa fonction que s'il est capable de garder en mémoire, et de coordonner, les évaluations passées, tout en alimentant partiellement de futures évaluations dont les résultats devront être intégrées aux données existantes.

Pour cela, une **base de données d'évaluation** est en cours de développement. Cette base qui contiendra un ensemble important de questions, non limité aux questions d'EVAPM, existe sur le papier, mais il reste un travail important à faire en ce qui concerne le choix et la saisie des questions,

ainsi que les analyses didactiques indispensables. L'aide que nous apporte maintenant l'I.N.R.P est de nature à nous aider à vaincre les derniers obstacles.

Cette base sera utilisable pour préparer les évaluations EVAPM futures ou d'autres évaluations à grande échelle ; elle sera aussi utilisable par les collègues pour leur usage personnel.

La vie de l'observatoire lui-même suppose donc une conservation soigneuse, sous forme de base de données, des questions utilisées dans les évaluations, des résultats obtenus et des analyses correspondantes. Elle suppose aussi que les évaluations soient reprises et complétées à intervalles réguliers. En juin 1992, en application de ce principe, chaque niveau du collège aura été évalué deux fois à deux années d'intervalle. Pour l'avenir, une reprise des évaluations après chaque période de quatre ou cinq ans nous semble constituer la solution souhaitable. Cela conduirait à faire une nouvelle évaluation de fin de Sixième en juin 1993 ou en juin 1994. Pour le niveau Seconde, il faudrait aussi envisager une nouvelle évaluation en 1993 ou 1994. Aucune décision n'est encore prise, mais il est certain que l'avenir de l'observatoire dépendra largement de l'intérêt que les uns et les autres lui porteront.

La présente brochure est relative à l'évaluation faite, au niveau Seconde, en juin 1991 mais on y rencontrera des références faites au contenu des brochures Quatrième, Troisième et Seconde, permettant ainsi des études verticales (par exemple étude d'un thème ou d'une notion de la sixième à la Seconde).

## Composition du document

Le présent document, est organisé de façon à pouvoir servir d'**outil de travail**. Il est essentiellement destiné aux enseignants des classes de Seconde et des classes de Troisième, mais pourra apporter des informations utiles à toute personne portant quelque intérêt à l'enseignement des Mathématiques.

La chemise contenant la brochure contient :

### **Les quinze épreuves utilisées pour l'opération Seconde 1991.**

Les épreuves A, B, C, D, E et F sont des épreuves composites mélangeant des questions relatives à différents thèmes et domaines. La plupart des questions de ces questionnaires portent sur des capacités de type "exigibles".

Les épreuves M, N, P, Q, R et S portent davantage sur des capacités complémentaires ou d'approfondissement et certains portent sur des thèmes bien précis (voir page 160 les plan général de l'évaluation).

Les épreuves T, U et V portent sur des compétences de type "transversales" (voir présentation page 136).

Les 12 épreuves A à S ont fait l'objet de l'évaluation principale et ont été passées par un grand nombre d'élèves (chacune d'elle par près de 15 000 élèves), tandis que les épreuves T, U et V, destinées à alimenter des études plus qualitatives, n'ont été passées que dans un nombre réduit de classes (une quinzaine pour chacune d'elles).

### **Un calque de codage pour les figures géométriques.**

La brochure proprement dite présente:

**Une analyse du programme en termes d'exigibilité et une liste des capacités et compétences identifiées dans le cadre de ce programme.** (pages 11 et suivantes). Ces documents sont partiellement extraits des instructions officielles publiées au B.O.E.N. Pour plus de précisions le lecteur est invité à consulter ce document.

**Les consignes de codage questionnaire par questionnaire** (pages 135 et suivantes).

**Les résultats obtenus lors des passations des divers questionnaires.** Ces résultats sont présentés de plusieurs façons:

- statistiques d'ensemble (pages 151 et suivantes),
- questionnaires en réduction sur lesquels les pourcentages de réussites observés ont été reportés (pages 161 à 157).

**Des analyses par thème** qui reproduisent, toujours en réduction, les questions posées et qui présentent, en particulier, les pourcentages de réussite observés (pages 37 à 122).

**Des informations sur le contexte** dans lequel se déroule l'enseignement des mathématiques dans les classes de Sixième et de Troisième et sur **l'opinion des enseignants** de ces classes, relativement au programme de mathématiques (pages 123 et suivantes).

## Remarque importante

De nombreux collègues ont travaillé aux analyses. L'équipe de coordination a cherché à obtenir un ouvrage cohérent et agréable à consulter sans pour autant imposer une homogénéisation totale. Bien que le principe soit d'éviter d'exprimer des jugements définitifs dans ce type de brochure, nous n'avons pas voulu supprimer toute trace de spontanéité. De ce fait on pourra trouver ici ou là des positions qui, d'un thème à l'autre, pourront paraître partiellement contradictoires. De même, nous n'avons pas cherché à éliminer toutes les répétitions.

## Utilisations possibles du document

L'expérience des brochures précédentes nous permet de suggérer quelques pistes d'utilisation :

**Le lecteur, enseignant ou non, qui voudrait avoir une première vue d'ensemble sur le sujet** pourra se contenter de lire l'avertissement (page 2) ainsi que les pages 5 à 10. Il pourra ensuite feuilleter le reste de l'ouvrage, en s'arrêtant ici ou là sur telle ou telle question, résultat ou analyse qui attirerait son attention. Procédant ainsi, il évitera de porter des jugements définitifs sur la qualité de l'enseignement des mathématiques (et de ses résultats) à partir de ce qui ne pourrait, tout au plus, être considéré que comme un ensemble d'indices qu'il convient d'interpréter.

**Les professeurs de mathématique enseignant en Seconde** pourront utiliser ce document de plusieurs façons plus ou moins simultanées :

**Pour la préparation de leurs séquences d'enseignement**, ils pourront compléter la lecture précédente, en lisant les analyses par thèmes. Par exemple, ils pourront faire cette lecture au fur et à mesure de l'avancement de l'année tout en préparant leurs séquences d'enseignement. Ils pourront alors essayer de prendre davantage en compte, lors de cette préparation, les obstacles rencontrés par les élèves et présentés dans les analyses.

**Pour leurs évaluations**, ils pourront, à l'occasion, utiliser l'une ou l'autre des épreuves présentées ici. De façon plus habituelle, ils pourront regrouper quelques questions provenant de nos épreuves, questions qui leur paraîtraient valides par rapport à ce qu'ils souhaitent évaluer, et les compléter par leurs propres questions ou par des questions d'origines diverses. Procéder ainsi, c'est utiliser des "ancres", c'est à dire s'assurer la possibilité de comparer les résultats de ses élèves avec ceux qui seraient obtenus par l'ensemble des élèves de même niveau scolaire.

*Les questions que nous proposons pour l'évaluation n'ont a priori aucune vertu formatrice. Il serait irresponsable de vouloir les utiliser, sans réflexion préalable, comme situations d'apprentissage. Toutefois, en situation d'évaluation formative, ne donnant pas lieu à une note enregistrée, "pour la moyenne", les élèves peuvent trouver motivant de se mesurer à une épreuve pour laquelle on connaît les résultats sur une population importante (épreuve standardisée). Une telle épreuve peut alors être utilisée en auto-évaluation et servir d'entraînement avant une épreuve de type sommative.*

**Le lecteur désirant s'intéresser à l'évolution des notions enseignées et des capacités acquises par les élèves, de l'école élémentaire au lycée**, relativement à un thème particulier, pourra compléter son information en consultant les brochures relatives aux autres niveaux.

**Le chercheur souhaitant avoir communication des données brutes**, pour effectuer des analyses à sa convenance, peut obtenir les disquettes contenant ces données en s'adressant directement à l'IREM de BESANÇON, qui assure la conservation et la diffusion de l'ensemble des données issues d'EVAPM. Il peut aussi demander à venir étudier sur place les divers documents à support papier : fiches de recueil des résultats des élèves, questionnaires-professeurs...

*Les enseignants de mathématiques pouvant disposer d'un micro-ordinateur Mac-Intosh peuvent aussi obtenir les disquettes contenant l'ensemble des épreuves EVAPM (s'adresser à l'IREM).*

# RÉFLEXIONS et MISES en GARDE 1991 de l'ÉQUIPE de CONCEPTION et d'ANIMATION

Une évaluation comme celle dont nous rendons compte dans cette brochure apporte une quantité très importante d'informations sur le fonctionnement du système d'enseignement des Mathématiques. Rappelons que notre ambition est de mettre en place un observatoire permanent qui soit utile pour l'action immédiate aussi bien que pour l'action à long terme.

Pour que cet observatoire soit utile, il est nécessaire que l'information recueillie soit, dans un premier temps, traitée et communiquée aux enseignants aussi rapidement que possible. Dans un second temps il est possible de revenir sur les analyses, de les améliorer et de les compléter. Certaines recherches plus exigeantes et demandant des contrôles plus rigoureux viennent se greffer sur notre évaluation. Leur but ne peut plus être de fournir une information rapide, mais bien de contribuer à une meilleure connaissance des phénomènes d'enseignement qui ne soient pas trop liés à un contexte particulier (programmes ..).

La présente brochure publiée moins de six mois après l'évaluation (en comptant les vacances d'été !) montre ce qu'il est possible de faire au cours de la première étape évoquée plus haut, mais il faut garder à l'esprit les conditions d'élaboration de ces documents et ne pas leur accorder un crédit dépourvu de tout esprit critique.

La place nous manque pour reprendre et compléter ici l'ensemble des avertissements et remarques publiées dans les brochures précédentes. Le lecteur est en particulier invité à reporter à la brochure EVAPM3/90. Dans la présente brochure, nous devons nous contenter de quelques remarques.

## **Validité des questions posées et Pertinence**

En évaluation, la question de la validité est essentielle. Observons-nous bien ce que nous prétendons observer ? S'agissant d'évaluer le programme, ce que nous souhaitons observer est largement conditionné par les textes officiels. Cependant, en y regardant de près, on peut y trouver matière à satisfaire des exigences très différentes en ce qui concerne les objectifs de l'enseignement des mathématiques.

La validité d'une question n'est pas acquise une fois pour toute. En particulier, elle est relative à l'épistémologie personnelle de l'enseignant ; elle dépend aussi de la formation recue par les élèves et de leurs conceptions.

La pertinence ne concerne pas directement les questions d'évaluation, mais plutôt les objectifs dont elles prétendent rendre compte. Dans une certaine mesure, nous sommes responsables de la validité de nos questions ; par contre nous ne sommes pas responsable de la pertinence des objectifs. Plus précisément, même dans le cas où un objectif déduit du programme ne nous aurait pas semblé pertinent, il était de notre devoir de poser des questions qui soient valides par rapport à lui.

## **Caractère contextuel de l'évaluation et signification des taux de réussite publiés.**

D'une façon générale, on sait combien le contexte dans lequel une question d'évaluation est posée intervient dans les résultats observés. Une évaluation faite aussitôt après un apprentissage donne des résultats différents, aussi bien en ce qui concerne l'amplitude des résultats, qu'en ce qui concerne les performances relatives des élèves (leur classement...). Une question d'évaluation selon qu'elle est posée après, ou avant, une autre, ou encore selon que les élèves ont plus ou moins de temps pour la traiter, peut aussi obtenir des résultats très différents.

Dans ces conditions, les divers taux (réussite...) que nous publions ne doivent être considérés que comme des indicateurs. L'expérience prouve qu'en reprenant l'évaluation deux ans plus tard sur le même type de population, on obtient des résultats stables à 1 ou 2% près, sauf modification identifiable des conditions d'enseignement, et à condition de conserver exactement le même contexte d'évaluation, ce qui signifie conserver les épreuves sans aucune modification.

Par contre, la moindre modification suffit pour obtenir des résultats parfois très différents. Il suffit souvent de changer un mot ou modifier la place laissée pour la réponse pour multiplier ou diviser par deux les taux de réussite.

Ce qui précède ne signifie pas que les taux de réussite soient sans intérêt. Ils sont stables dans certaines conditions et demandent simplement à être replacés dans le contexte dans lequel ils ont été obtenus. Ils sont en particulier de bons indicateurs des difficultés rencontrées par les élèves.

Si les taux de réussite, d'échec, et encore plus de non-réponses sont sensibles aux effets de contexte, cela est beaucoup moins vrai en ce qui concerne les coefficients de corrélations et autres paramètres relatifs au croisement des résultats de plusieurs questions, d'où notre intérêt pour les comparaisons de comportements observés dans des situations différentes.

Concernant les effets de contexte et les significations à accorder aux taux de réussite, reproduisons ici, en les actualisant, quelques remarques faites dans le cadre EVAPM et déjà faites dans les brochures précédentes :

- Lorsque l'évaluation revêt un enjeu scolaire pour les élèves (lorsque les enseignants ont annoncé qu'ils compteraient les résultats pour leur propre évaluation), le taux moyen de réussite augmente d'environ 5%.
- Si l'on ne considère que les élèves proposés pour une classe de Première, il faut augmenter en moyenne les taux de réussite de 5%.
- Si l'on ne considère que les élèves proposés pour une classe de Première Scientifique, il faut augmenter en moyenne les taux de réussite de 15%.
- Si l'on ne considère que les élèves "d'âge normal" (nés en 1975), il faut augmenter en moyenne les taux de réussite de 5%.
- Si on laisse plus de temps aux élèves, ou si on supprime la moitié des questions en conservant le même temps de passation, les taux de réussite augmentent de façon significative.
- Dans une classe, une partie du savoir des élèves est fortement contextualisée, c'est-à-dire que ses possibilités de mobilisation dépendent de la rencontre entre l'histoire (toujours particulière!) de la classe et une présentation d'une situation qui interpelle, ou n'interpelle pas, selon le cas, son vécu collectif. A l'opposé nos épreuves sont nécessairement standardisées et permettent difficilement la mise à jour de ce savoir. Nous savons par exemple qu'il suffirait que les enseignants lisent les questions à haute voix en modifiant certaines formulations qui ne leur conviendraient pas, et qui de ce fait, ne seraient pas familières aux élèves, pour que les réussites augmentent de façon significative.

Avant toute interprétation de nos résultats, il convient donc d'avoir à l'esprit les remarques qui précèdent. Comme nous l'avons dit plus haut, les taux de réussite que nous produisons sont des indicateurs. Pas plus qu'ils ne peuvent constituer des normes, ils ne peuvent être pris comme des mesures. L'interprétation d'un indicateur suppose au moins une mise en relation de cet indicateur avec d'autres.

### **A propos des "capacités exigibles"**

Rappelons que les programmes du collège ont introduit les expressions "compétences exigibles" et "capacités exigibles" (employées comme synonymes). La tendance générale, qui ne se limite pas à notre pays, est en effet de préciser dans les programmes mêmes, les effets attendus de ces programmes. Ces expressions ne se retrouvent pas dans les programmes de Seconde et, même si l'on y trouve des expressions telles que "les élèves devront connaître.." ou, au contraire "aucune connaissance...", le cadrage des exigences est de ce fait beaucoup délicat en Seconde qu'au Collège.

Il n'est pas évident que nous devions regretter cette absence de précision ; à ce propos, le lecteur trouvera une étude critique de la notion même de "compétence exigible" dans le brochure EVAPM4/89. Quoi qu'il en soit, nous avons dû pour cette évaluation faire davantage de choix, discutables par définition, que lors des évaluations précédentes.

De toutes façons, dès le début de nos opérations d'évaluation (EVAPM6/87), nous avons soigneusement évité de limiter notre observation des capacités des élèves à celle des "capacités exigibles". Au contraire, nous avons souhaité observer l'ensemble des effets de l'enseignement des mathématiques et avons été amené de ce fait à diversifier nos évaluations. Malgré cette volonté, il est certain que bien des effets nous échappent encore, en particulier ceux qui concernent les évolutions à long terme. Nous avons poursuivi cette politique en Seconde, et il sera clair pour chacun que, quelle que soit la signification que l'on donne au terme "exigible", nous avons évité de nous enfermer dans la problématique correspondante.

### **L'évolution des compétence de la Sixième à la Seconde**

Nous avons souvent repris des questions d'un niveau au niveau suivant (sixième et cinquième; cinquième et quatrième...). On trouvera de telles questions au fil de la lecture des analyses (dans cette brochure et dans les précédentes). Dans l'ensemble, on retrouve ce que G. VERGNAUD a signalé dans plusieurs articles: le taux de réussite de ces questions augmente assez régulièrement de 10 à 20 points par an. Bien sûr, il s'agit là d'une moyenne, mais la dispersion est assez faible. Plus précisément cette remarque est surtout vérifiée lorsque le succès ne dépend pas d'une règle ou d'une définition apprise par cœur, donc si la tâche se situe au moins au niveau de compréhension.

Elle est aussi d'autant mieux vérifiée que le pourcentage de réussite du niveau précédent se situe entre 40% et 60%.

En fait, la plupart des nos observations vont dans le même sens: **la plupart des acquisitions des élèves se renforcent au cours des années de collège.** Localement cependant, et cela se vérifie en particulier en Seconde (voir les analyses par thèmes), on observe des régressions. Ces dernières sont explicables soit par un manque de réinvestissement des notions, soit par l'introductions de notions concurrentes ou complémentaires. Un exemple flagrant est celui des méthodes vectorielles pour la géométrie, en Seconde. Trop peu installées pour être efficaces, trop présentes pour ne pas contrarier l'utilisation de méthodes qui avaient jusque là l'exclusivité.

### **Le niveau des élèves baisse-t-il ?**

Cette question est importante. Des craintes concernant une éventuelle baisse du niveau apparaissent assez souvent dans le courrier que nous recevons, mais il s'agit souvent de lettres de collègues ayant une ou plusieurs classes plus difficile que la moyenne, et notre étude des classes montre qu'il peut y avoir beaucoup de différence d'une classe à l'autre.

Les "ancres" que nous avons placés dans nos évaluations nous permettent d'affirmer que **rien, dans l'état actuel de nos observations, ne nous permet de faire état d'une baisse de niveau général.** Sans même tenir compte de l'augmentation enregistrée ces dix dernières années de la proportion d'une classe d'âge qui accède à la classe de Seconde, toutes les comparaisons que nous pouvons faire vont dans le sens d'une élévation globale du niveau.

Certes il y a des capacités qui ne sont pas entraînées comme naguère (développements, factorisation...), il y a des connaissances qui ne sont plus enseignées (arithmétique, valeur absolue, mesure algébrique...). Mais les capacités peu entraînées sont souvent remplacées par une meilleure maîtrise du sens et les capacités disparues ont fait place à des nouvelles.

On observe en particulier, si l'on compare avec ce qui se passait il y a quelques années, une amélioration substantielle en ce qui concerne la géométrie des configurations ainsi que la géométrie de l'espace. Il est toutefois certain que des bases de comparaisons solides nous manquent pour pouvoir tirer des conclusions générales.

### **L'évaluation EVAPM et les autres évaluations.**

Quel rapport l'évaluation que nous faisons entretient-elle avec les autres évaluations?

Bien que nos évaluations ne soient pas organisées pour évaluer les élèves, elles passent nécessairement par une observation des comportements des élèves qui ressemble à s'y méprendre à l'évaluation. De fait, et cela n'est pas détourner le sens de nos évaluations, nos questions servent d'indicateurs aux enseignants qui les utilisent les années suivantes dans leurs propres évaluations.

Il est alors naturel de se demander si nos évaluations prennent en compte, et de la même façon, les mêmes capacités que celles qui sont prises en compte explicitement ou implicitement par d'autres indicateurs.

Disons simplement que la corrélation est importante entre les résultats EVAPM et les résultats des évaluations annuelles des enseignants.

### **Les Q.C.M**

Dans notre évaluation nous avons voulu, en particulier, expérimenter l'utilisation de questionnaires formés de Questions à Choix Multiples (Q.C.M.). Les qualités et défauts de ce type de question, pour l'évaluation en Mathématiques sont, à notre avis, assez mal connus : certains leur accordent toutes les qualités tandis que d'autres repoussent toute idée de les utiliser. Des recherches sur les Q.C.M existent qui s'intéressent davantage aux qualités métrologiques de ce type de questionnement qu'à la façon dont il peut renseigner sur l'état du savoir des élèves.

Au niveau des classes de collège, nous avons choisi d'expérimenter la construction et l'utilisation de Q.C.M en nous donnant des contraintes assez fortes de correspondance avec d'autres types d'épreuves. On trouvera des informations à ce sujet dans la brochure EVAPM6/89-5/90. Nous arrivions en particulier à la conclusion suivante :

*les Q.C.M. permettent de compléter l'information apportée sur le savoir des élèves par des épreuves plus traditionnelles ; ils peuvent par endroit se révéler très utiles et économiques, mais ils ne semblent pas susceptibles de remplacer les autres formes d'évaluation.*

En seconde, nous avons construit et utilisé deux questionnaires Q.C.M., mais il convient de faire remarquer qu'il ne s'agit que de deux épreuves sur 15, et que ces questionnaires ne sont utiles pour nous que dans la mesure où ils nous permettent de compléter ou de valider l'information obtenue ailleurs. Il ne faudrait pas prendre la publication de ces Q.C.M. comme une prise de position en faveur d'une utilisation généralisée.

Notre étude du fonctionnement des Q.C.M se poursuit, de la Sixième à la Seconde et fera l'objet de publications ultérieures ou d'articles dans le bulletin de l'APMEP.

# LE SAVOIR DES ÉLÈVES

Pour mettre au point cette évaluation, nous avons commencé par identifier les capacités et compétences vers lesquelles nous souhaitons diriger nos observations. Désirant nous donner des éléments pour l'évaluation du programme lui-même, il était indispensable de prendre ce programme en compte de la façon la plus précise possible, en évitant tout jugement a priori.

Contrairement à ce qui se passe pour les programmes du collège, le programme et les instructions officielles de la classe de Seconde ne contiennent pas l'ensemble des **capacités exigibles** correspondantes. Dans une certaine mesure nous avons donc dû interpréter ce programme, mais nous en avons fait une lecture quasi-exégétique et essayé prendre en compte au maximum sa lettre et son esprit.

Le lecteur trouvera dans les pages qui suivent les deux premiers documents que nous avons élaborés et qui nous ont servi à construire notre évaluation :

- Une **présentation analytique du programme de Mathématiques de la classe de Seconde.**
- Un **tableau des capacités que nous avons cherché à prendre en compte.**  
*Ce tableau est organisé par thèmes et présente la répartition, dans les divers questionnaires, des questions de l'évaluation (table de spécification).*
- Nos **analyses, domaine par domaine, et thème par thème, du savoir manifesté par les élèves.**

## Présentation analytique du programme

Il s'agit ici de mettre en évidence, d'une façon encore très générale, les capacités qui sont sensées être exigibles à la fin de la classe de Seconde, de façon, en particulier, à les distinguer des capacités qu'il est prévu de chercher à développer, sans que pour autant on puisse les considérer comme exigibles.

Pour les raisons exposées ci-dessus, nous avons dû, en ce qui concerne le programme de seconde, inférer ces capacités à partir d'un texte qui, parfois, reste volontairement assez vague. Il est certain qu'il a pu arriver, ici ou là, que, de façon involontaire, nous ayons pu nous éloigner légèrement des intentions (cachées) du texte officiel.

### Légende relative aux sigles utilisés dans la première colonne

**E** signifie "*savoir exigible*" (ceux que les élèves doivent acquérir, selon les instructions officielles)

**NE** signifie "*au programme, mais non exigible*"

**HP** signifie "*hors programme*" (ce qui signifie selon les instructions officielles qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré)

**SCSE** signifie "*Sans Connaissances Spécifiques Exigibles*", mais des savoir-faire peuvent être exigés dans la mesure où "*toutes les indications nécessaires sont données*".

**I** signifie qu'il s'agit d'instructions plus ou moins générales devant être prises en compte pour l'évaluation; l'évaluation des élèves bien sûr mais aussi en ce qui nous concerne, l'évaluation du programme ou celle des manuels.

### Deuxième colonne

Phrases le plus souvent extraites du programme et des instructions officielles (B.O.E.N n° 20 du 17 mai 1990 - Arrêté du 25 avril 90).

Même si dans l'ensemble, ces phrases concernent le savoir ou si elles évoquent des compétences ou des capacités, il est clair que le travail d'opérationnalisation (pour l'évaluation) reste à faire. Un "**tableau des objectifs**" élaboré au cours de nombreuses réunions, fait suite à ce document et présente les capacités sous une forme plus opérationnelle.

*Ayant été fait pour faciliter l'évaluation, ce document est incomplet par rapport au programme lui-même, qui seul fait référence, et auquel il convient de se reporter.*

## O - Critères généraux résultant de la lecture du programme

I	Une bonne articulation entre le collège et le lycée constitue un enjeu capital
I	Entraînement des élèves à la pratique d'une démarche scientifique... Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique...doivent être développées de pair...
I	Importance du travail personnel des élèves...
I	Dans tous les domaines, la résolution de problèmes constitue...l'objectif essentiel.
I	Développer les capacités d'organisation et de communication
I	Promouvoir l'acquisition de méthodes.
I	Donner un contenu intuitif concret aux objets mathématiques étudiés.
I	Unité de la formation. <i>Faire intervenir simultanément des parties diverses du programme pour en faire ressortir l'unité.</i>
I	Le vocabulaire et les notations ne sont pas imposées a priori. Ils s'introduisent en cours d'étude selon un critère d'utilité.
I	Développer les capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite.
I	L'enseignement des mathématiques est à relier à celui des autres disciplines.
I	Il convient de mettre en valeur le contenu culturel des mathématiques ; l'introduction d'une perspective historique peut y contribuer.

## I - Objectifs et capacités valables pour l'ensemble du programme

E NE	Mise en valeur des aspects algorithmiques des problèmes étudiés. Connaissances spécifiques sur les algorithmes.
HP	Tout exposé de logique mathématique est exclus.
NE	L'emploi des symboles $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$ n'est pas un objectif du programme. <i>A propos des équivalences logiques, on observera qu'au collège seule la formulation en deux objectifs séparés est au programme</i>
E  HP	Intersection et réunion de deux parties Inclusion $A \subset B$ Notations $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ <i>Il s'agit d'un simple vocabulaire, aucun développement n'est au programme.</i>
E HP	Ecritures $y = f(x)$ ; $x \mapsto f(x)$ ; $M' = f(M)$ ; $M \longrightarrow M'$ Les symboles $f + g$ , $fg$ , $\text{gof}$ , $f \leq g$ sont hors programme.
NE et E	Les élèves doivent être entraînés à utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques, pour effectuer des calculs numériques, pour calculer une moyenne ou un écart-type, et pour programmer, sur quelques exemples simples, le calcul de valeurs numériques de fonctions d'une variable.

## II - Problèmes numériques et algébriques

### I - Calcul littéral et calcul numérique

I	Dégager, sur (des) exemples... les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle, et exploitation des résultats.
I	Combiner les calculs de valeurs exactes et de valeurs approchées.
I	Relier .. l'étude d'expressions à coefficients numériques ... à l'étude des fonctions et à leur représentation graphique.
HP	C'est la maîtrise des mécanismes élémentaires indiqués par le programme qui est importante ; <i>toute virtuosité technique est exclue</i> , notamment en ce qui concerne les factorisations et les calculs portant sur des fractions ou des radicaux.

HP	Technique de résolution de l'équation du second degré
HP	Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue
SCSE	Exemple d'étude de situation conduisant à une équation ou inéquation à une inconnue à coefficients numériques.
SCSE	Exemples simples d'emploi de factorisation pour leur résolution.
NE	L'étude des équations ou inéquations comportant des radicaux est en dehors des objectifs du programme.
NE	De même pour celles comportant des valeurs absolues, mis à part les exemples numériques du type $ x - a  = b$ ou $ x - a  \leq b$
E	Pratique des opérations portant sur des nombres (puissances, fractions, radicaux...)
NE	L'étude d'exemples tels que $\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2} + 1}$ ou $\frac{\sqrt{2} + 2}{\sqrt{3} + 1}$ est envisageable à condition que l'on ait précisé la forme réduite visée.
NE	Pour les factorisations, on se limitera au cas de produits de deux ou trois facteurs du premier degré, et toutes les indications utiles doivent être fournies.
NE	La réduction d'expressions telles que $\sqrt{3 + \sqrt{2}}$ ou a fortiori $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}$ n'est pas un objectif du programme.

#### a) Calcul sur les puissances

E	On s'assurera que les élèves maîtrisent bien les puissances de 10 et savent les employer pour lire ou écrire un nombre en notation scientifique et pour évaluer des ordres de grandeur.
E	Formules : $(ab)^m = a^m b^m$ ; $a^{m+n} = a^m b^n$ ; et $(a^m)^n = a^{mn}$ où m et n sont des entiers relatifs.
E	Maîtrise des puissances de 10. - Savoir les employer pour lire et écrire un nombre en notation scientifique - Savoir les employer pour évaluer des ordres de grandeur

#### b) Opérations sur les inégalités

*Le programme se limite à l'étude d'expressions à coefficients numériques. Ces questions sont à relier à l'étude des fonctions et à leur représentation graphique...*

E	Signe de $ax + b$ . Signe d'un produit. Signe d'un quotient.
E	Passage au carré, à l'inverse, à la racine carrée, dans une inégalité entre deux nombres positifs.
E	Position relative de a et de $a^2$ selon que $a \geq 1$ ou $0 \leq a \leq 1$

#### c) Valeur absolue, intervalles, approximations

E	Valeur absolue, distance. <i>La valeur absolue ne figure pas au programme de troisième. L'essentiel est de savoir interpréter <math> b - a </math> comme étant la distance des points a et b, et, dans cette perspective, des relations telles que :</i> $ x - 2  \leq 1$ ou $ x - 2  \leq \frac{1}{100}$ , à l'aide des intervalles de centre 2.
E	Inégalité triangulaire : $ a + b  \leq  a  +  b $
E	Valeur absolue d'un produit, d'un quotient.
E	Intervalles, notations des divers types d'intervalles.
E	Pratique, sur des exemples numériques, du vocabulaire concernant les approximations d'un nombre a. - lorsque $b < a < c$ , on dit que b et c encadrent a. - Lorsque $ a' - a  \leq k 10^{-P}$ , où $k < 10$ , on dit que a' est une approximation (ou valeur approchée) de a à la précision $k 10^{-P}$ . - Approximation décimale par défaut, par excès, à $10^{-P}$ près. <i>Ces nombres sont de la forme <math>m10^{-P}</math> où m est un entier.</i>
E	Encadrement de l'opposé d'un nombre, de la somme de deux nombres, du produit de deux nombres positifs.
NE	Exemples d'approximations d'un nombre au moyen d'encadrements.
NE	Les activités peuvent amener à encadrer une différence, un inverse, une racine carrée; les élèves n'ont pas à mémoriser les règles correspondantes.

HP NE	Toute étude générale de calcul des approximations est exclue et ...aucun énoncé de résultats à ce propos n'est exigible des élèves.
NE	Pour les factorisations, on se limitera au cas de produits de deux ou trois facteurs du premier degré et toutes les indications utiles doivent être fournies.

## 2 - Systèmes d'équations linéaires

*Il s'agit de systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques. L'objectif est non seulement de mettre en oeuvre une technique de résolution, mais aussi d'étudier des problèmes issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale, en mettant en valeur les phases de mises en équation, de traitement mathématique, de contrôle et d'interprétation des résultats.*

HP HP HP	L'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue. Notion de déterminant. Formules de cramer
E	Résolution numérique et étude graphique de systèmes de deux équations à deux inconnues à coefficients numériques. Critère d'existence et d'unicité de la solution.
E	Exemples d'étude par interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues.
E	Exemples de mise en oeuvre de méthodes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques (substitution, combinaisons linéaires).
HP	<i>On se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues.</i>
HP	La description générale de ces méthodes (substitution, combinaisons linéaires) est hors programme.
NE	L'étude d'exemples où il n'y a pas existence et unicité de la solution est en dehors des objectifs du programme.

14

## III - Fonctions

*Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux:*

- Familiariser les élèves avec la description de phénomènes continus à l'aide de fonctions.
- Acquérir une bonne maîtrise des fonctions usuelles indiquées dans le programme et un certain savoir faire, toutes les indications utiles étant données, pour l'étude des fonctions qui s'en déduisent.

*Le programme combine les études qualitatives (croissance, allure des représentations graphiques, etc...) avec les études quantitatives (majorations, recherche de maximums...)*

....

*Il ne porte que sur l'étude d'exemples et se place dans le cadre des fonctions définies sur un intervalle: on évitera tout exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre, restriction,...) Le plus souvent, l'intervalle d'étude sera indiqué lors de la définition de la fonction considérée. Dans certains exemples, l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles : ... on ne multipliera pas de tels exemples.*

NB : Le mot APPLICATION n'est à aucun moment écrit dans le programme ; il l'est toutefois dans les programmes de collège, dans le seul cas des "applications linéaires" et "applications affines". Ce mot peut donc continuer à être utilisé en seconde mais comme quasi-synonyme du mot fonction, .. sans qu'il soit nécessaire de rentrer plus avant dans des détails qui de toutes façons ne font pas l'unanimité.

### 1 - Génération et description des fonctions

E	Exemples de modes de génération de fonctions. Exemples de description d'une situation à l'aide d'une fonction. Représentation graphique d'une fonction dans un repère (orthonormal ou orthogonal).
NE	<i>Dans la plupart des situations étudiées en seconde, les fonctions sont définies par des formules algébriques simples. Pour que les élèves se forment une idée assez large de la notion de fonction, on donnera quelques exemples de situations menant à des fonctions affines différemment.</i>
E	Parité, périodicité. Maximum, minimum d'une fonction. Fonctions croissantes, fonctions décroissantes. Uniquement sur des exemples
HP HP	Notion de taux de variation. Notions de maximum local, minimum local.

SCSE	Exemples simples d'étude de comportements de fonctions tels que: signe, variation, recherche de maximums et de minimums, représentations graphiques dans un repère (orthonormal ou orthogonal).
SCSE	Exemples simples de programmation de valeurs d'une fonction.
SCSE	Exemples de lecture de propriétés de fonctions à partir de leurs représentation graphique.
SCSE	Exemples simples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale,...)
NE	On entraînera les élèves à mettre en oeuvre les méthodes employées pour les fonctions usuelles pour l'étude de comportements de fonctions telles que : $x \longrightarrow 2x^2 + 1 ; x \longrightarrow (x + 1)^2 ; x \longrightarrow \frac{2}{x - 1}$ $x \longrightarrow \frac{2}{x^2 + 1} ; x \longrightarrow x(x - 1) ; x \longrightarrow \sin 2x$ Toutes les indications utiles étant fournies.
HP	L'étude de fonctions faisant intervenir des parties entières ou des valeurs absolues est hors programme, à part le cas des fonctions $x \longrightarrow  x - a $ .
NE	On s'attachera à mettre en évidence, à travers les exemples étudiés, la signification des propriétés des fonctions concernées (croissance, maximums, parité,...)
NE	On pourra exploiter quelques problèmes simples d'optimisation, mais l'étude systématique de tels problèmes n'est pas un objectif du programme.
SCSE	Exemples simples d'étude graphique d'équations de la forme $f(x) = \lambda$ , où $\lambda$ a une valeur numérique donnée.

## 2 - Fonctions usuelles

E	...Il est important que les élèves soient entraînés à mieux maîtriser les situations de proportionnalité, dont l'étude a été abordée au Collège, en relation avec l'étude des fonctions linéaires et des fonctions affines.
HP	Etude générale des fonctions polynômes de degré deux.
HP	Etude générale des fonctions homogaphiques.
HP	Tout développement théorique concernant les fonctions circulaires.
NE	Exemples simples éclairant sur la signification des changements d'origine ou d'échelle.
HP	Tout développement théorique sur les changements d'origine ou d'échelle.
E	Variation et représentation graphique des fonctions: $x \longrightarrow ax + b ; x \longrightarrow  x  ; x \longrightarrow x^3 ;$ $x \longrightarrow \sqrt{x} ; x \longrightarrow \frac{1}{x} .$
NE	Exploration numérique du comportement de ces fonctions pour les grandes valeurs de $x$ et, dans le cas de $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ , pour les petites valeurs de $x$ .
HP	Toute mise en forme de la notion de limite...
E	Etude des fonctions cosinus et sinus: périodicité, symétrie, sens de variation. Courbes représentatives.
NE	Retrouver sur le cercle trigonométrique des propriétés des fonctions cosinus et sinus, notamment des relations telles que: $\cos(\pi + x) = -\cos x ; \cos(\pi - x) = -\cos x ; \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$ <i>Les élèves n'ont pas à mémoriser ces formules.</i>
HP	Etude de la fonction tangente.
HP	Formules d'addition.
HP	Résolution des équations trigonométriques ( <i>mis à part le cas de la lecture inverse de la mesure principale d'un angle aigu</i> )

## IV Statistiques

On entraînera les élèves à la pratique d'une démarche propre à la statistique:

- Lecture de données recueillies sur les individus d'une population.
- Choix des résumés (regroupements en classes, indicateurs,... à mettre en oeuvre pour décrire cette population.
- Exécution des calculs à la machine (calculatrice, ordinateur).
- Présentation des résultats (histogrammes, graphiques,...)
- Contrôle et analyse critique de ces résultats.

E	Séries statistiques à une variable : - Répartition d'une population en classes - Effectifs, fréquences <i>Il s'agit ici de s'assurer que les notions déjà étudiées au Collège sont acquises.</i>
E  HP	Séries statistiques à une variable quantitative : - Effectifs cumulés, fréquences cumulées. - Caractéristiques de position et de dispersion: moyenne, écart type. <i>Ces notions ne doivent pas faire l'objet d'un exposé général: leur mise en place s'étudie à travers l'étude, en travaux pratiques, de quelques situations propices à leur approche.</i>
E	Les élèves doivent apprendre à calculer une moyenne et un écart-type; ces notions étant acquises, ils pourront utiliser les fonctions statistiques de leur calculatrice.
NE	L'écriture de formules employant la notation $\Sigma$ n'est pas un objectif du programme
SCEE	Exemples d'organisation de données statistiques (calcul d'effectifs, de fréquences, élaboration de tableaux, de diagrammes, regroupement en classes,...)
NE	Les activités mettront en évidence, à partir d'un tableau de fréquences cumulées, l'intérêt de notions telles que médianes et quartiles, mais aucune connaissance sur ces notions n'est exigible des élèves.
E	Lecture et exploitation de données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences (calcul et interprétation d'une moyenne, d'un écart type, emploi de tels indicateurs pour comparer des séries statistiques,...)
NE	Grâce à l'étude d'exemples bien choisis, on montrera l'intérêt d'un regroupement en classes pour le calcul d'une moyenne et d'un écart-type, et on mettra en valeur la signification de la moyenne $\bar{x}$ et de l'écart-type $\sigma$ . On observera par exemple que, pour de nombreux phénomènes, le pourcentage d'éléments n'appartenant pas à l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma]$ ou $[\bar{x} - 3\sigma, \bar{x} + 3\sigma]$ est voisin de 5% ou de 1%.

16

## V - Géométrie

HP	Tout point de vue axiomatique est exclus.
----	---

### 1 - Géométrie plane

NE	On pourra étudier quelques exemples très simples de problèmes de lieux géométriques et de construction, mais l'étude systématique de tels problèmes est en dehors des objectifs du programme.
----	---

#### A - Calcul vectoriel

HP	Les vecteurs ont été introduits au Collège (par direction, sens et longueur); on n'y reviendra pas et on conservera le même point de vue pour étudier les opérations sur les vecteurs (le programme de troisième ne comporte qu'une initiation à la somme).
----	---

I	Calcul vectoriel ne doit pas constituer un terrain d'activités purement algébriques
---	---

HP	Pour la résolution de problèmes de géométrie, on se limitera à l'emploi de repères orthonormaux
----	---

#### a) Opérations sur les vecteurs

E	Représentation géométrique d'un vecteur $\vec{u}$ . Interprétation géométrique de l'égalité $\vec{u} = \vec{v}$ Norme d'un vecteur La notation $\vec{u}$ et le vecteur nul n'ont pas été introduits au collège.
---	--

E	<p>Addition des vecteurs  Opposé d'un vecteur  Relation de Chasles  Représentation géométrique des vecteurs <math>\vec{u} + \vec{v}</math>, <math>-\vec{u}</math>, <math>\vec{u} - \vec{v}</math>.  Pour une translation, relation <math>\vec{M'N'} = \vec{MN}</math></p>
HP	Le fait que la relation $\vec{M'N'} = \vec{MN}$ caractérise les translations est hors programme
E	Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les relations entre le parallélogramme, la translation, l'égalité et l'addition des vecteurs, entre l'opposé et la symétrie centrale.
E	Multiplication d'un vecteur par un nombre, représentation géométrique de $\lambda \vec{u}$ Vecteurs colinéaires.
E	Les élèves doivent savoir utiliser la colinéaire pour caractériser le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points, l'appartenance à une droite définie par deux points ou par un point et un vecteur directeur.
E	Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment Caractérisation vectorielle du centre de gravité d'un triangle.
HP	La notion générale de barycentre est hors programme.
E	Configuration de Thalès Si $\vec{AC} = k \vec{AB}$ , alors $\vec{A'C'} = k \vec{A'B'}$ ,
NE	Réciproque dans le cas particulier où $A = A'$
NE	Le lien avec les projections n'est pas un objectif du programme
E	Homothétie (définie par $\vec{OM'} = k \vec{OM}$ ) Relation $\vec{M'N'} = k \vec{MN}$ , application au triangle.
HP	L'étude de l'unicité du centre est hors programme.
HP	Le fait que la relation $\vec{M'N'} = k \vec{MN}$ caractérise les homothéties est hors programme

**b) Bases, repères.**

E	Repères d'une droite du plan; abscisse d'un point, mesure algébrique.
NE	La mesure algébrique $\overline{AB}$ , d'un vecteur $\vec{AB}$ , est une notation commode.
HP	En dehors de la relation de Chasles, aucun usage de cette notion n'est au programme.
E	Bases, repères du plan; coordonnées d'un vecteur dans une base, d'un point dans un repère, coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\lambda \vec{u}$ . Condition de colinéarité de deux vecteurs.
NE	On indiquera... l'effet d'une projection sur une égalité vectorielle: si A, B, C, D satisfont à la relation $\vec{AB} = \vec{CD}$ , alors leurs images A', B', C', D', satisfont à la relation .....
E	Un repère étant fixé, équation cartésienne $ux + vy + w = 0$ d'une droite.
NE	On reliera la notion de coefficient directeur à celle de vecteur directeur. Pour l'équation cartésienne d'une droite, on fera le lien avec les formes $y = ax + b$ et $x = b$ vues au Collège.
E	En vue de l'étude des inéquations à deux inconnues, les élèves doivent connaître le régionnement du plan défini par une droite.

**c) Orthogonalité, mesure des angles orientés.**

HP	Le programme comporte une initiation à la mesure des angles orientés...Tout développement théorique est exclus et l'emploi des angles orientés en géométrie plane est hors programme.
E	Vecteurs orthogonaux Bases orthonormaux ou orthonormés.
HP	Le produit scalaire est hors programme
HP	ainsi que les propriétés de la norme.
E	Dans un repère orthonormal, expression de la distance et de la norme; condition d'orthogonalité de deux vecteurs, de deux droites.
E	Cercles trigonométrique; mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, mesure principale. <i>L'unité d'angle est le radian; la mesure principale appartient à <math>] - \pi ; \pi ]</math>. On fera le lien avec le degré décimal et les angles aigus non orientés employés au collège.</i>

E	On s'assurera que les élèves maîtrisent les relations trigonométriques dans le triangle rectangle.
E	Définition du cosinus et du sinus. Relation $\cos^2x + \sin^2x = 1$ Définition de la tangente par $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$
E	Valeurs remarquables du cosinus, du sinus et de la tangente.
NE	Aucune connaissance sur les opérations sur les angles orientés (relation de Chasles,...) n'est exigible des élèves.

## B - Transformations et configurations

L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide un petit nombre de propriétés essentielles et sachent les mettre en oeuvre sur des configurations simples...

HP	Les notions de transformation composée et de transformation réciproque sont en dehors du programme
E	A travers les activités, on s'assurera que les élèves connaissent les symétries des configurations de base étudiées au collège (rectangle, losange, parallélogramme,...); l'étude de quelques configurations liées au cercle enrichit les outils disponibles.
I	<i>Dans l'esprit des programmes de Collège, on fera d'abord agir les transformations sur des figures, puis on dégagera l'idée essentielle qu'une transformation associe à tout point du plan un point du plan déterminé.</i>
HP	La bijectivité des transformations, les notions de transformation composée et de transformation réciproque sont en dehors du programme.
E	Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation, ou d'une homothétie sur le parallélisme, l'alignement, les distances, les angles et les aires. <i>Pour les rotations, on se limitera aux quelques exemples abordés au Collège (quart de tour...)</i> Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle. Image du milieu d'un segment, d'un parallélogramme.
HP	L'étude générale des rotations est hors programme.
E	Symétrie du cercle: tangentes à un cercle de direction donnée ou issues d'un point donné.
E	Axes de symétrie d'une bande. Ensembles des points situés à une distance donnée d'une droite.
A	Axe de symétrie de la configuration formée par deux droites concourantes. Ensemble des points équidistants de deux droites concourantes.
E	On s'assurera que les élèves connaissent et savent utiliser les propriétés de la configuration formée par une droite et un cercle.
NE	On reliera ces questions à la recherche de cercles tangents à deux droites parallèles, et des cercles tangents à deux droites sécantes.
SCSE	Exemples simples de mise en oeuvre des propriétés d'une réflexion, d'une translation ou d'une homothétie pour la construction d'images de configurations planes.
SCSE	Exemples de recherche et d'emploi de réflexions, de symétries centrales et de rotations laissant invariante une configuration plane simple (rectangle, carré, triangle, équilatéral, cercle, configuration formée de deux cercles,...)

## 2 - Géométrie dans l'espace.

HP	Dans l'espace, les notions de vecteur et de repère sont hors programme.
E	Propriétés usuelles (admises) du parallélisme de deux droites, d'une droite et d'un plan. Projection sur une droite selon une direction donnée.
E	Plan médiateur. Projection orthogonales sur un plan.
HP	Propriétés usuelles (admises) de l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan. Le théorème des trois perpendiculaires et la projection d'un angle droit sont hors programme.
SCSE	Exemples d'études de configurations planes à l'aide de différents outils (configuration de base, calcul vectoriel, outil numérique, transformations)... On se limitera à des situations très simples...
SCSE	Exemples d'étude d'un objet usuel de l'espace (parallélisme, alignement, orthogonalité...)
NE	La recherche de sections planes de solides doit se limiter à des cas très simples.
SCSE	Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace

# Tableau des capacités

## Répartition des questions

(table de spécifications)

Dans les pages qui suivent, le lecteur trouvera un tableau des capacités découlant du programme de Seconde, avec la répartition dans les 15 questionnaires composant notre évaluation, des questions opérationnalisant ces capacités.

Le document *Présentation synthétique du programme*, présenté dans les pages précédentes n'était destiné qu'à permettre une lecture plus facile du programme officiel et à mieux distinguer les "capacités exigibles" de celles qui, d'après les commentaires officiels, sont simplement souhaitables et de celles qui correspondraient à des développements hors programme.

Le document présenté maintenant, est issu de nombreuses réunions de travail, et complète le précédent en présentant les capacités sous forme opérationnalisée, c'est à dire, aussi prêtes que possible à être transformées en questions d'évaluation. Les deux documents s'éclairent mutuellement, et aucun des deux n'a vocation à se substituer aux instructions officielles.

**Rappelons que le travail que nous faisons est un travail technique. Il ne doit en aucun cas être considéré comme une prise de position en faveur ou en défaveur du programme étudié. Il ne signifie même pas que les membres de l'équipe EVAPM soient ou non favorables à l'existence d'un programme national. Il ne suppose pas davantage que les expressions "compétence exigible" ou "capacité exigible" aient leur agrément.**

Le programme existe, il est accompagné d'instructions officielles et nous cherchons simplement à suivre son implantation, à observer ses effets (qui bien sûr résultent d'une interaction programme - contexte d'application...), à mettre en place des indicateurs nous permettant de mieux connaître les compétences développées chez les élèves et les obstacles et satisfactions rencontrés par nos collègues.

Le présent document présente en particulier les "capacités exigibles" telles qu'elles découlent de l'analyse des documents officiels. Nous ne nous sommes pas interdit pas d'en introduire d'autres, à la condition qu'elles restent conforme au programme (puisque c'est le programme que nous voulons évaluer). L'évaluation elle-même porte donc sur des "capacités exigibles" et sur des capacités complémentaires ou d'approfondissement.

Les capacités liées aux contenus sont organisées par thèmes, et ces thèmes prolongent les thèmes équivalents que nous suivons depuis la classe de sixième. Chaque fois que cela a été possible, nous avons repris la formulation exacte utilisée au niveau du collège. Cela permet de mieux mettre en évidence les capacités nouvelles qu'il s'agit d'installer en classe de Seconde.

Voici la liste des thèmes liés aux contenus:

**C : Tracés - Constructions géométriques.**

**D : Connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie.**

**Y : Géométrie dans le plan muni d'un repère.**

**E : Géométrie de l'espace.**

**N : Connaissance des nombres - calcul numérique.**

**A : Calcul littéral - Algèbre**

**F : Fonctions.**

**S : Gestion de données (statistiques).**

Les thèmes ont été conçus pour être, autant que possible, indépendants des niveaux scolaires étudiés. Quelques réajustements ont dû être effectués au fur et à mesure de l'avancement du travail, mais nous tenons à un découpage qui ne soit pas un simple décalque des chapitres d'un manuel, qui reflète l'existence de modes de pensée et de classes de compétences différents et qui permettent des études longitudinales.

Ce découpage a en particulier l'intérêt de permettre un travail par équipes partiellement

indépendantes: telle étant chargée de préparer l'évaluation sur le thème *Espace*, telle autre sur le thème *Algèbre*.... Bien sûr, les frontières entre les thèmes ne sont pas étanches et des recouvrements existent.

Le document peut donner l'impression que nous ne cherchons à observer que des savoirs éclatés, morcelés... L'étude des précédentes évaluations montrerait, si nécessaire, que depuis EVAPM6/87, nous avons toujours essayé d'éviter ce piège. Pour prendre encore davantage en compte, dans l'évaluation Seconde, la nécessaire intégration des savoirs, nous avons donné un poids particulier à trois thèmes transversaux qui ont donné lieu à des épreuves spécifiques et qui sont largement pris en compte dans les analyses.

Il s'agit des thèmes suivants :

**Thème R : Déduction - argumentation - Expression** (voir épreuve T)

**Thème PP : Recherche de Problèmes** (voir épreuve U)

**Thème MM : Calcul mental et représentations mentales** (voir épreuve V)

20

Un important document concernant les objectifs de référence a été diffusé auprès de l'ensemble des professeurs de mathématiques par la direction des Lycées et des Collèges. Malgré son caractère officiel, ce document n'a pas valeur de programme. Il était donc normal de faire notre enquête à partir d'une lecture directe du programme. Toutefois, il est évident que le document "**utiliser des objectifs de référence en classe de Seconde**" a influencé plusieurs des équipes responsables de l'opérationnalisation des thèmes. D'autre part, le document cité et la formation qui l'accompagne font partie, de façon évidente, du curriculum.. On ne s'étonnera donc pas de trouver, à son propos une série de questions dans le questionnaire destiné aux professeurs.

### **LÉGENDE du tableau des objectifs**

**Première colonne:**

Enoncés opérationnels (ou partiellement opérationnels) des capacités susceptibles d'être objets de l'évaluation.

**Deuxième colonne:**

On peut lire dans cette colonne:

le **code EVAPM de la capacité**, s'il s'agit d'une capacité qui n'était pas déjà exigible en classe de Troisième, ou qui, si elle était exigible, se trouvait éclatée en plusieurs capacités.

**Lorsque ce code est précédé du chiffre 2, (2C001...) il s'agit d'une capacité interprétée comme étant "exigible" en fin de seconde.**

Lorsque ce code n'est précédé d'aucun chiffre (C050...), il s'agit d'une capacité annoncée par les instructions officielles comme étant "non-exigible" en fin de seconde, ou que notre interprétation des textes nous a conduit à considérer comme telle.

**Troisième colonne:**

Concerne les capacités qui étaient déjà exigibles au collège. On y lit:

- soit le code EVAPM des capacités. Le premier chiffre indiquant alors le premier niveau où la capacité était exigible (4C125...).

- soit, lorsqu'il s'agit d'un ensemble de capacités du collège qui ont été regroupées en une seule capacité seconde, l'indication du premier niveau du collège où cet ensemble est exigible (4ème...).

Dans certains cas, la capacité, nouvelle en seconde, ne fait que prolonger une capacité exigible au collège. On trouve alors le code EVAPM de cette capacité.

**Les codes 6..., 5..., 4..., 3... renvoient en fait aux brochures EVAPM (EVAPM6/87, EVAPM5/88, EVAPM4/89, EVAPM3/90...).**

**Colonnes suivantes:**

Elles indiquent la façon dont les questions opérationnalisant les capacités ont été réparties dans les 15 questionnaires et épreuves de l'évaluation..

## Thème C: Tracés - Constructions géométriques

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V
<p><b>CONSTRUIRE:</b></p> <p>Un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré, un cercle, à partir de données suffisantes</p> <p>Un triangle rectangle, donné par des éléments faisant intervenir, en particulier, le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle.</p> <p>L'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un triangle, d'un quadrilatère</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Par une réflexion</li> <li>- Par une symétrie centrale</li> <li>- Par une translation</li> <li>- Par une rotation</li> <li>- Par une homothétie</li> </ul> <p>L'image, par l'une des transformation ci-dessus, d'une figure complexe.</p>	2C001	5ème															
	2C002																
	2C003	6ème															
	2C004	5ème															
	2C005	4ème			X												
	2C006	4ème				X											
	2C007		X	X					X								
	2C008							X									
<p><b>CONSTRUIRE:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les médiatrices des côtés d'un triangle et le cercle circonscrit</li> <li>- Les médianes d'un triangle (<i>et le centre de gravité</i>)</li> <li>- Les hauteurs d'un triangle (<i>et l'orthocentre</i>)</li> <li>- Les bissectrices des angles d'un triangle</li> <li>- Le cercle inscrit à un triangle</li> <li>- la tangente à un cercle passant par un point donné du cercle</li> <li>- les tangentes à un cercle, issues d'un point donné</li> <li>- les tangentes à un cercle, de direction donnée</li> <li>- un cercle tangent à deux droites parallèles</li> <li>- un cercle tangent à deux droites sécantes</li> <li>- Les (des) axes de symétrie de la figure formée par                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- deux droites parallèles</li> <li>- deux droites sécantes</li> </ul> </li> </ul>	5C321																
	4C133																
	4C132																
	4C132																
	C100																
	4C125																
	2C010							X									
	2C011																
	C101.																
	C102.																
<p><b>CONSTRUIRE (vecteurs)</b></p> <p>Un vecteur <math>\vec{u}</math> étant donné par un de ses représentants, et un point <math>A</math> du plan étant donné, <b>construire</b> le point <math>M</math> tel que : <math>\vec{u} = \vec{AM}</math></p> <p>Un vecteur <math>\vec{u}</math> étant donné par un de ses représentants, <b>construire</b> un représentant du vecteur <math>-\vec{u}</math></p> <p>Deux vecteurs <math>\vec{u}</math> et <math>\vec{v}</math> étant donnés par des représentants,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>construire</b> un représentant du vecteur <math>\vec{u} + \vec{v}</math>.</li> <li>- <b>construire</b> un représentant du vecteur <math>\vec{u} - \vec{v}</math>.</li> </ul> <p>Un vecteur <math>\vec{u}</math> étant donné par un de ses représentants, et un entier (<i>relatif</i>) <math>a</math> étant donné:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>construire</b> un représentant du vecteur <math>a \cdot \vec{u}</math>.</li> </ul>	2C014	4C151	X														
	2C015			X	X												
	2C016	3D113	X	X													
	2C017			X													
	2C018																



## Thème D: Connaissance et utilisation des théorèmes (géométrie du plan)

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V		
<b>THEOREME de THALES</b> CONNAITRE et UTILISER dans une situation donnée - le théorème de Thalès relatif au triangle, - la réciproque du théorème de Thalès appliqué au triangle, - la propriété: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ . CONNAITRE et UTILISER dans une situation donnée - le théorème de Thalès (forme générale), - la réciproque du théorème de Thalès (forme générale) CONNAITRE et UTILISER la forme vectorielle de l'énoncé de Thalès: si $\vec{AC} = k \vec{AB}$ , alors $\vec{A'C'} = k \vec{A'B'}$ - Théorème direct - Théorème réciproque dans le cas $A = A'$ - Théorème réciproque dans le cas $A \neq A'$																			
		3D101																X	
		3D102																	
		3D103													X				
		D001																	
		D050.																	
		2D002		X															
		2D003																	
		D051.																	
	<b>Autres configurations</b> SAVOIR que: les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle sont concourantes.		4D135															X	X
<b>Vecteurs</b> CONNAITRE et UTILISER la relation de Chasles relative à l'addition des vecteurs SAVOIR CARACTERISER vectoriellement le milieu d'un segment SAVOIR CARACTERISER le centre de gravité (isobarycentre) d'un triangle ABC : par la relation : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ par la relation : $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$ CONNAITRE et UTILISER les liens existant entre - l'égalité vectorielle et le parallélogramme. - l'addition vectorielle et le parallélogramme. - Un vecteur du plan et la translation correspondante. - L'opposé d'un vecteur et la symétrie centrale. SAVOIR UTILISER la colinéarité de deux vecteurs pour: - Caractériser l'alignement de trois points - Caractériser le parallélisme de deux droites - Caractériser l'appartenance d'un point à une droite. Etre capable de trouver le lien existant entre la somme de deux vecteurs et la "composée" de deux translations.																			
	2D004	3D112					X								X	X			
	2D005													X	X				
	2D006						X							X	X				
	2D040		X																
		3D111					X							X					
		2D007	3D113											X					
		2D008																	
		2D009																	
		2D010													X	X			
		2D011												X					
		2D012																	
		D052																	
<b>Transformations</b> CONNAITRE et UTILISER, dans une argumentation, les effets des transformations du programme sur l'alignement, les distances, les angles, le parallélisme, dans le cas d'une transformation explicitement donnée : - Réflexion (Symétrie orthogonale), - Symétrie centrale, - Translation, - Rotation - Homothétie																			
	2D013	3D107																X	
	2D014	3D108												X					
	2D015	3D109												X	X				
	2D016	3D110																	
	2D017		X				X	X											



## Thème Y: Géométrie dans le plan muni d'un repère

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	
<p><b>Droite munie d'un repère <math>(O ; \vec{i})</math></b></p> <p>Une droite munie d'un repère <math>(O ; \vec{i})</math> ainsi que les abscisses de deux points A et B de cette droite étant données:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer la distance AB</li> <li>- Savoir lire et calculer une mesure algébrique <math>\overline{AB}</math>.</li> </ul> <p><b>LIRE</b> la nouvelle abscisse d'un point de la droite si on passe d'un repère <math>(O ; \vec{i})</math> à un repère <math>(O' ; \vec{i})</math> ou <math>(O' ; -\vec{i})</math>:</p> <p><b>LIRE</b> la nouvelle abscisse d'un point de la droite si on passe d'un repère <math>(O ; \vec{i})</math> à un repère <math>(O ; \lambda \vec{i})</math>, avec <math>\lambda</math> positif ou avec <math>\lambda = -1</math></p> <p>Un point A appartenant à une droite munie d'un repère et un vecteur <math>\vec{u}</math> étant donnés,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calculer l'abscisse du point B tel que: <math>\overrightarrow{AB} = \vec{u}</math></li> </ul>																		
		5Y613										X						
	2Y001												X	X				
	Y002													X				
	Y003													X				
	2Y004											X						
<p><b>Plan munie d'un repère <math>(O ; \vec{i} ; \vec{j})</math></b></p> <p>Dans le plan muni d'un tel repère:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Placer le point M tel que: <math>\overrightarrow{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}</math></li> <li>- Représenter un vecteur <math>\vec{v}</math> de coordonnées <math>(x ; y)</math> (ou tel que <math>\vec{v} = x \vec{i} + y \vec{j}</math>)</li> </ul> <p>Un point A du plan étant donné, et un point B étant défini par une relation du type :</p> $\overrightarrow{AB} = x \vec{i} + y \vec{j}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>- placer le point B,</li> <li>- calculer les coordonnées du point B,</li> </ul> <p>Savoir relier l'égalité vectorielle à l'égalité des coordonnées.</p> <p>Connaissant les coordonnées des points A et B, calculer:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Les coordonnées du milieu du segment [AB]</li> <li>- La distance AB (repère orthonormal)</li> <li>- Les coordonnées du vecteur <math>\overrightarrow{AB}</math></li> <li>- Les coordonnées d'un point M tel que <math>\overrightarrow{AM} = k \overrightarrow{AB}</math> (k étant un nombre donné)</li> </ul> <p>Deux vecteurs <math>\vec{u}</math> et <math>\vec{v}</math> étant donnés par leurs coordonnées, savoir calculer les coordonnées des vecteurs:</p> $\vec{u} + \vec{v}$ $\vec{u} - \vec{v}$ $\lambda \vec{u}, \lambda \text{ étant un nombre donné}$ <p>Un vecteur <math>\vec{u}</math> étant donné par ses coordonnées dans un repère orthonormal:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- savoir calculer les coordonnées d'un vecteur orthogonal à <math>\vec{u}</math></li> <li>- savoir calculer la norme de <math>\vec{u}</math> (<math>\ \vec{u}\ </math>)</li> </ul>																		
	2Y005						X											
	2Y006																	
	2Y007						X											
	2Y050																	
	2Y008																	
	3Y102			X														
	3Y103											X						
	2Y009							X				X						
	2Y010											X						
	2Y011								X									
	2Y012								X									
	2Y013								X									
	2Y014					X												
	2Y015		X									X		X				



## Thème E : Géométrie de l'espace

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V
<b>SAVOIR UTILISER dans des situations simples concernant des solides,</b> - Les propriétés usuelles du parallélisme - de deux droites - de deux plans - d'une droite et d'un plan - Les propriétés usuelles de l'orthogonalité - de deux droites - d'une droite et d'un plan - le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs, - diagonale d'un parallélépipède rectangle, - rayon d'une section plane d'une sphère, - hauteur d'une pyramide régulière, - dans des situations moins standard où il convient de mettre en évidence un triangle rectangle - les relations trigonométriques dans le triangle rectangle pour des calculs de longueurs, - le théorème de Thalès pour des calculs de longueurs, - cas où l'on peut se ramener au cas du triangle. - cas général pouvant mettre en jeu une projection d'une droite sur un plan selon une direction donnée	2E001										X			X			
	E020			X							X			X			
	2E002			X													
	2E003																
	2E004										X		X				
	3E101										X						
	3E102																
	3E103																
	E017																
	2E005							X									
2E006											X						
2E007																	
<b>Connaître et savoir utiliser, pour DECRIRE une configuration de l'espace,</b> - la notion de projection (orthogonale ou non) sur un plan suivant une direction donnée ( <i>et le langage correspondant</i> ) - la notion de plan médiateur. Savoir DETERMINER un plan par trois points, deux droites parallèles ou sécantes, une droite et un point. Savoir RECONNAITRE un plan ainsi défini.	2E008					X											
	2E009												X				
	2E010														X		
	2E011																
<b>Dans le cas des solides usuels étudiés au collège (et en seconde), savoir identifier:</b> - l'intersections de deux plans donnés - l'intersection d'une droite et d'un plan Dans les cas simples, - Savoir décrire l'intersection d'un de ces solides par un plan donné. - Savoir construire une représentation de l'intersection d'un de ces solides par un plan donné.	E012										X				X		
	2E013				X									X			
	E014										X		X				
	2E015										X						
<b>Aires et volumes</b> A propos des configurations de l'espace, <b>CONNAITRE et UTILISER</b> - les formules d'aires du thème D - les formules donnant la mesure du volumes des solides suivants: - Parallélépipède rectangle - Prisme droit - Cylindre de révolution - Pyramide régulière - Cône de révolution <b>UTILISER</b> les formules d'aires et de volumes (formules fournies): - Aire de la sphère - volume de la boule <b>ORGANISER</b> et conduire des calculs d'aires et de volumes concernant les solides évoqués ci-dessus.	2E016																
	6V513				X												
	5V661				X												
	5V662				X												
	3V103				X												
	3V104				X												
	4V142																
	4V144																
	2E018											X					



			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V
<b>Opérations sur les puissances...</b> Utiliser, pour transformer des écritures de nombres : (simplifier, mais aussi reconnaître l'identité de deux nombres), les formules: $(ab)^m = a^m b^m$ ; $a^m a^n = a^{m+n}$ ; $(a^m)^n = a^{mn}$ où m et n sont des entiers relatifs.	N013	4ème				X	X	X									
<b>Calculs mettant en jeu des puissances de 10</b> - Simplifier ou transformer des expressions comportant des puissances de 10 - Passer de l'écriture scientifique d'un nombre donné à une autre écriture et réciproquement. - Evaluer un ordre de grandeur	N014	4ème															
	N015	4N221 4N222				X											X
<b>Inégalités et ordre.</b> Savoir TRANSFORMER une inégalité donnée entre deux nombres positifs: - en une inégalité entre les carrés ou les racines carrées de ces nombres - en une inégalité entre les inverses de ces nombres. SAVOIR et UTILISER le fait que deux nombres relatifs de la forme ab et ac sont: - dans le même ordre que b et c si a est strictement positif, - dans l'ordre inverse si a est strictement négatif. Pour un nombre positif quelconque a, connaître la position relative de a et a <sup>2</sup> selon que: a ≥ 1 ou 0 ≤ a ≤ 1	2N017												X				
	2N018												X				
		3A113															
		3A114															
	2N019													X			
<b>Inégalités, encadrements et intervalles de ℝ .</b> Savoir PASSER d'une inégalité du type: $a \leq x \leq b$ à l'appartenance à un intervalle: $x \in [a ; b]$ et réciproquement. De même pour les divers types d'intervalles et d'encadrements (voir 2N004-005) Un encadrement d'un nombre x étant donné, en déduire un encadrement: - de l'opposé de x - de l'inverse de x. - de $\sqrt{x}$ (x positif) Des encadrements de deux nombres x et de y étant donnés, en déduire un encadrement : - de la somme x + y - de la différence x - y - du produit xy. (x et y positifs)	2N020		X					X									
	2N021																
	2N022																
	2N023																
	2N024																
	N025					X											
	2N026					X											

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V	
<p><b>Approximations</b></p> <p>Connaître et savoir utiliser les notions de troncature et d'arrondi.</p> <p>Etant donné un entier relatif <math>p</math> et un nombre positif <math>k</math>, et <math>a</math> étant un nombre donné sous forme simple (<i>par exemple d'une écriture décimale tronquée</i>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ECRIRE (et RECONNAITRE) une approximation de <math>a</math> (ou valeur approchée) à la précision <math>k \cdot 10^{-p}</math></li> <li>- ECRIRE (et RECONNAITRE) une approximation décimale par défaut ou par excès de <math>a</math> (ou valeur approchée) à la précision <math>k 10^{-p}</math></li> <li>- ECRIRE (et RECONNAITRE) un encadrement de <math>a</math> (ou valeur approchée) d'amplitude <math>2 \cdot k \cdot 10^{-p}</math></li> </ul>	4ème	2N0276N501																
		2N028	X															
		N023 4N221																
<p><b>Valeurs absolues</b></p> <p>Connaître la notion de valeur absolue et pouvoir identifier <math> x </math> et <math>d(0; x)</math>; <math> b - a </math> et <math>d(a; b)</math> (distance dans <math>\mathbb{R}</math>)</p> <p>Simplifier des expressions numériques comportant des valeurs absolues.</p> <p>Deux nombres <math>a</math> et <math>b</math> étant donnés (<math>a \in \mathbb{R}</math>; <math>b \in \mathbb{R}^+</math>)</p> <p>Transformer des inégalités du type: <math> x - a  \leq b</math> (Resp: <math>&lt;</math>)</p> <p>en encadrements du type: <math>a - b \leq x \leq a + b</math> (Resp: <math>] \dots [</math>)</p> <p>et en des écritures du type: <math>x \in [a - b; a + b]</math></p> <p>Transformer des inégalités du type: <math> x - a  \geq b</math> (Resp: <math>&gt;</math>)</p> <p>en systèmes d'inégalités du type: <math>x \geq a + b</math>; <math>x \leq a - b</math> (resp...)</p> <p>et en des écritures du type: <math>x \in [a + b; +\infty[</math> ou <math>x \in ]-\infty; a - b]</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître et utiliser l'inégalité triangulaire: <math> a + b  \leq  a  +  b </math> (<i>par exemple pour trouver un majorant de <math> a + b </math> connaissant des majorants de <math> a </math> et de <math> b </math>)</i>)</li> </ul>		2N049																
		2N029												X				
		2N030						X										
		N060																
		2N031												X				

## Thème A : Calcul littéral - Algèbre

			A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V
<b>Transformations d'écritures</b>																	
<b>TRANSFORMER</b> des expressions littérales comportant des expressions fractionnaires et/ou des puissances d'exposant entier relatif. La forme attendue étant spécifiée.	2A001												X	X			
<b>DEVELOPPER et réduire des expressions littérales:</b> - Sommes et produits de polynômes à une indéterminée conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 2.	2A002	3ème	X		X								X				X
- Sommes et produits de polynômes à une indéterminée conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 3.	2A003				X								X				
- Sommes et produits de polynômes à deux indéterminées conduisant à une expression réduite de degré inférieur ou égal à 3.	2A004				X												
<b>FACTORISER</b> des expressions littérales à une seule indéterminée: - Conduisant à un produit de deux monômes du premier degré.																	
- En utilisant directement les identités remarquables: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ , $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ , $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .	3A110		X					X									
	3A111				X			X									X
	3A112							X									X
- Sans qu'il soit possible d'utiliser les identités remarquables, les indications nécessaires étant données si le facteur commun n'est pas apparent.	2A005		X						X								
- Conduisant à un produit de trois monômes du premier degré.																	
- En utilisant directement les identités remarquables:	2A006							X									
- Sans qu'il soit possible d'utiliser les identités remarquables, les indications nécessaires étant données si le facteur commun n'est pas apparent.	2A007													X			
<b>Résolutions d'équations et de systèmes d'équations</b>																	
- Résoudre une équation du premier degré à une inconnue, à coefficients fixés.	4A252																X
- Résoudre une équation à une inconnue, pouvant se ramener à une équation du type $A(x) = 0$ , - $A(x)$ étant un produit de deux facteurs du premier degré.																	
- Factorisation donnée	3A118				X												
- Factorisation non donnée (voir factorisations)	2A008		X	X		X			X								
- Cas particulier de l'équation $x^2 = a$	3N104																
- $A(x)$ étant un produit de trois facteurs du premier degré.	2A009							X									











# CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES TRACÉS

Le découpage par thème des objectifs du programme présente de nombreux avantages pour l'analyse : possibilité pour un temps d'oublier la complexité de la totalité pour se centrer sur tel aspect particulier, possibilité de répartir le travail entre des équipes travaillant de façon plus ou moins autonomes et de s'enrichir ensuite de leurs différences... Pour nous, ce découpage a aussi eu l'avantage de nous permettre de suivre l'évolution, de la Sixième à la Seconde, d'objets d'enseignement présentant une certaine similarité.

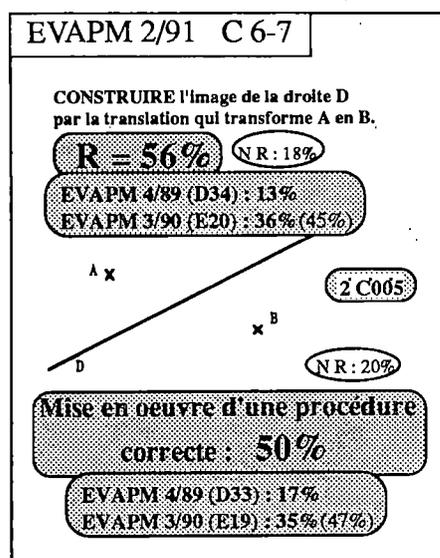
Il convient toutefois de ne pas perdre de vue que les objets d'enseignement, même lorsqu'il gardent le même nom, se modifient dans le temps scolaire. La *symétrie orthogonale* étudiée en Sixième est-elle vraiment le même objet que la *réflexion* étudiée en Seconde ?

De même, le découpage par thèmes ne devrait pas amener à faire perdre de vue l'unité de l'activité mathématique. En particulier, pour ce qui concerne le thème étudié dans ce chapitre, on sait combien les questions de constructions géométriques, dès que l'on s'élève dans les divers niveaux de complexité, s'appuient et se coordonnent avec des raisonnements, des appels à théorèmes, des démonstrations..., et qu'il est quelque peu artificiel de distinguer les thèmes **constructions** et **connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie**.

Cette distinction nous a cependant permis de suivre l'évolution d'une classe de compétences de la Sixième à la Seconde, et de mieux voir comment l'enseignement faisait passer de compétences relatives aux **tracés** à des compétences relatives aux **constructions**. Le passage de l'un à l'autre de ce type de compétence ne s'opérant pas sans difficulté, aussi bien pour les élèves que pour les enseignants.

## Construire l'image d'un point, d'un segment, d'une droite, d'un cercle, d'un triangle, d'un quadrilatère par une translation, une symétrie centrale, une rotation, une homothétie.

Sauf en ce qui concerne l'homothétie, ces constructions étaient déjà officiellement exigibles en fin de Troisième ou avant. Les évaluations EVAPM faites au collège ont toutefois montré qu'alors que les constructions relatives aux symétries centrale et orthogonale étaient assez bien maîtrisées en fin de Collège, il n'en était pas de même pour celles relatives à la rotation et à la translation.



Il était donc intéressant de regarder plus spécialement où en était la progression dans les domaines de la translation et de la rotation et bien sûr ce qu'il en était de la nouveauté du programme de Seconde, l'homothétie.

### La translation (2C005)

Il n'y a qu'un élève sur deux qui trace convenablement l'image d'une droite. Il faut remarquer qu'assez souvent des représentants de vecteurs sont apparents et que de nombreuses constructions sont faites avec le compas : les élèves construisent un parallélogramme.

Le tableau ci-après permet de mesurer la progression des compétences au fil des années scolaires : elle est constante, mais on pouvait espérer une accélération plus nette.

	Quatrième EVAPM4/89	Troisième Tous élèves	EVAPM3/90 Admis en Seconde	Seconde EVAPM2/91
	Conformité au calque	13%	36%	47%
Procédure justifiée	17%	35%	45%	50%

Le tableau ci-dessus rappelle en particulier comment il convient de lire les résultats, qui, dans ce chapitre et les suivants, accompagnent les questions. En fin de seconde, pour la question C6-7, il y a 56% des élèves qui produisent un résultat conforme au calque de tolérance. Pour la même question, le score était de 36% en fin de Troisième, pour l'ensemble des élèves. Si l'on ne considère que les élèves admis en Seconde, le score était de 47%.

### La rotation (2C006)

Ici, c'est le tiers des élèves qui semblent maîtriser cette construction, mais on observe aussi un tiers des élèves qui ne répondent pas! L'amélioration avec le temps est lente : on parvient à 27% après une réussite à 19% en Troisième et à 15% en Quatrième.

La question posée est très discriminative : elle est réussie par 12% des futurs redoublants, mais par 50% des élèves admis en Première S. Est-ce suffisant pour ces derniers ?

L'examen des copies montre des confusions totales avec la translation ou la symétrie centrale, et d'autre part, un nombre assez important d'images de la droite qui passent par le centre de rotation. Dans nombre de cas, on a l'impression que les élèves tracent n'importe quoi. Toutefois, on note la volonté d'introduire quelque part un angle de 70°. Visiblement, la plupart des élèves n'ont pas une image mentale opératoire de la rotation.

**EVAPM 2/9 D17-18**

Tracer l'image de la droite  $\Delta$  dans une rotation de centre O et d'angle 70°. **2.C006**

**NR : 32%**

**R = 27%**

EVAPM 4/89 (B9) : 15%  
EVAPM 3/90 (F14) : 19% (21%)

**Tracé d'une droite manifestant une bonne compréhension de ce qui est attendu : 35%**

EVAPM 3/90 (F13) : 25% (30%)

38

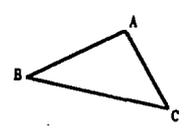
**EVAPM 2/91 A 39-40**

Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport 2 **2.C007**

**Ebauche correcte : 36%**

**R = 34%**

**NR : 27%**

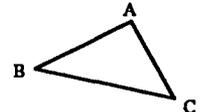


**EVAPM 2/91 F 29**

Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport -2 **2.C007**

**R = 44%**

**NR : 28%**



**EVAPM 2/91 B 5-6**

Construire l'image de la droite (d) par l'homothétie de centre I qui transforme le point M en M'. **2.C007**

Indiquer la, ou les, propriété(s) utilisée(s)

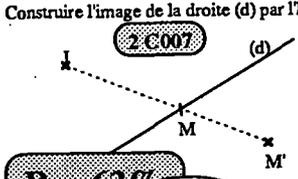
**Référence à l'image d'une droite : 43%**

**NR : 31%**

**R = 63%**

**NR : 27%**

**2.C023**



### L'homothétie (2C007)

Des constructions correctes pour plus du tiers des élèves pour les questions A39-40 et F29 où la transformation est donnée par son centre et son rapport (grosso modo de 35% à 45%) : c'est peut-être un bon début pour une notion toute nouvelle. Remarquons cependant un taux élevé de non-réponse pour les diverses questions de cette partie.

Qui aurait pensé à des résultats nettement meilleurs avec le rapport négatif ? Il est possible que l'apparente difficulté supplémentaire entraîne une vigilance accrue. Les confusions sur le rapport sont moins fréquentes dans F29 que dans A39-40. L'examen des copies et les taux de non-réponse montrent qu'il n'est pas possible d'incriminer le manque de temps dans le cas la question F29-30. Peut-être simplement la fatigue ?

Dans le cas de l'homothétie de rapport positif, on observe assez souvent des productions qui semblent être le résultat d'une perturbation de l'homothétie par la symétrie centrale (beaucoup plus souvent que dans le cas d'un rapport négatif).

Pour la question B5-6, le support visuel apporté par la donnée d'un point et de son image conduit à une nette amélioration des performances constatées, de l'ordre de 20%, mais il ne s'agit ici que de l'image d'une droite, et non d'une figure quelconque.

De nombreux élèves donnent des explications parfaites. Certains évoquent bien le parallélisme, mais ne précisent pas l'obligation de passer par  $M'$  : il semble bien, au vu des productions, que pour eux, cela soit "évident" !

De plus, les élèves utilisent apparemment le "traceur de parallèles", alors que peu l'avaient fait pour la translation.

### Construire l'image, par une homothétie, d'une figure complexe (2C008 , 2C028).

EVAPM 2/91 E 36-39

Soit  $\mathcal{H}$  l'homothétie de centre  $O$  qui transforme le point  $M$  en le point  $M'$ .  
Construire l'image par  $\mathcal{H}$  de la figure formée par les droites  $(D)$  et  $(\Delta)$ .

2.C008  
2.C028

Quelles propriétés avez-vous utilisées ?

- Tracé d'au moins une droite : 41% (NR: 45%)
- Tracé des deux droites : 24%
- Propriété : L'image d'une droite est une droite parallèle : 21% (NR: 55%)
- Propriété : conservation des angles : 21%

Les 45% de non-réponse posent évidemment question : est-ce la position en fin de questionnaire ? Nous avons plutôt l'impression que, dans cette construction, nous touchons les limites des compétences que l'on peut attendre en fin de Seconde.

La comparaison avec les réponses à B6 montre que le passage par l'aspect ponctuel n'est pas maîtrisé. Viennent confirmer cette idée le fait que les élèves sont bien peu nombreux à justifier leur procédure (55% de non-réponse) et le fait qu'ils sont très peu

à le faire convenablement (21%). Certains ont calculé le rapport d'homothétie puis construit des images de points en l'utilisant, mêmes s'ils obtiennent des droites non parallèles aux droites de départ. Les productions montrent très souvent le tracé de la droite passant par  $O$  et le point commun aux droites données.

### Construire les tangentes à un cercle, issues d'un point donné (2C010)

Il nous semble que la réussite de trois élèves sur quatre (tracé correct), pour ce qui est du tracé des tangentes, ne puisse pas être accueillie très sereinement, les items 29 et 30 étant là pour nous dire que le tracé "à vue" l'emporte : l'orthogonalité de la tangente et du rayon ne paraît pas préoccuper les élèves et rares sont les rayons tracés dont une extrémité est le point de contact. En clair, c'est le triomphe du "tracé" sur la "construction" au sens où nous l'entendons. Tout du moins faudrait-il encore que la communauté enseignante accordât ses violons sur cette question qui ne nous paraît pas secondaire !

Les résultats de la question E28-30 sont par ailleurs à rapprocher de ceux de la question C1-3 analysée dans le thème D.

EVAPM 2/91 E 28-30

Construire les droites passant par le point  $A$  et tangentes au cercle  $(C)$ .  
*Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.*

2.C010

Justifiez votre construction

- Tracé correct : 74% (NR: 11%)
- Construction utilisant le cercle de diamètre  $AO$  : 05% (NR: 26%)
- Justification correcte : 06% (NR: 33%)

# LES VECTEURS

Certes, les vecteurs ont été introduits au collège, mais il convient de ne pas perdre de vue que les notations " $\vec{u}$ ", "...", " $a\vec{u} + b\vec{v}$ " sont nouvelles en Seconde.

Un vecteur  $\vec{u}$  étant donné par un de ses représentants, et un point A du plan étant donné, construire le point M tel que :  $\vec{u} = \overrightarrow{AM}$  (2C014)

Un vecteur  $\vec{u}$  étant donné par un de ses représentants, construire un représentant du vecteur  $-\vec{u}$  (2C015)

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  étant donnés par des représentants,

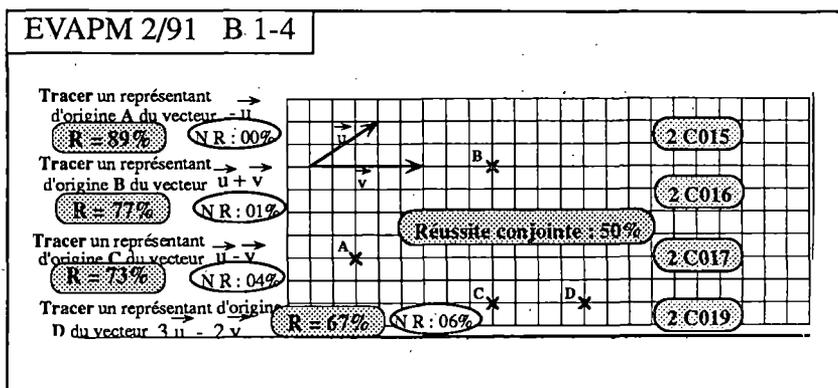
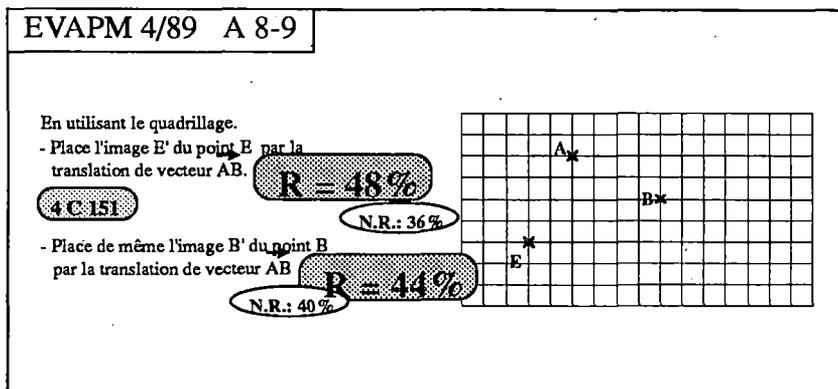
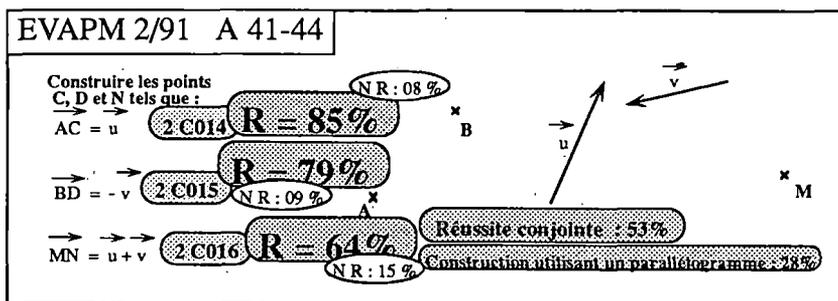
- construire un représentant du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$  (2C016)
- construire un représentant du vecteur  $\vec{u} - \vec{v}$  (2C017)

40

On observe une belle performance à la question A41-44, presque deux fois meilleure que la construction de l'image d'un point par une translation proposée en Quatrième. (voir EVAPM4/89, question A8-9).

Les 64% et 77% de réussite obtenus respectivement aux items A43 et B2 (tracer un représentant de  $\vec{u} + \vec{v}$ ) montrent une certaine maîtrise et, joints aux pourcentages de non-réponse, mettent bien l'accent sur l'importance de la place d'une question dans un questionnaire. Notons aussi l'aspect facilitateur du quadrillage. Dans la question A41-44, seuls 28% des élèves effectuent une construction mettant en jeu un parallélogramme de façon explicite, la plupart des autres combinent un tracé de parallèles plus ou moins approximatif avec, assez souvent, l'utilisation du compas.

L'amélioration par rapport aux performances de Troisième (53% de réussite à une question comparable : M6 d'EVAPM3/90) est assez encourageante. D'autant que, là, depuis la Troisième, on est passé des notations  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ , ..., aux notations  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ , ...



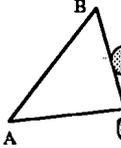
Un vecteur  $\vec{u}$  étant donné par un de ses représentants, et un entier (relatif)  $a$  étant donné, construire un représentant du vecteur  $a \cdot \vec{u}$ .

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  étant donnés par des représentants,  $a$  et  $b$  étant deux nombres entiers (relatifs) donnés, construire un représentant du vecteur  $a \vec{u} + b \vec{v}$  (2C019)

La question D25-27 opérationnalise une compétence totalement nouvelle en Seconde. Le fait que deux tiers des élèves sont capables de tracer la figure devrait sans doute nous satisfaire. Il en est de même pour la représentation du vecteur  $3\vec{u} - 2\vec{v}$  dans la question B1-4.

**EVAPM 2/91 D 25-27**

Le triangle ABC étant donné, placer les points I et J tels que :  
 $\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB}$  ;  $\vec{AJ} = 3 \vec{AC}$



**Z C018**

Point I bien placé : 94% (NR : 05%)

Point J bien placé : 89% (NR : 05%)

Démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

**R = 33%** (NR : 31%)

**EVAPM 2/91 A 33-38**

Réussite conjointe transformations nommées : 27%

Réussite conjointe éléments placés : 13%

Le triangle EDC est l'image du triangle ABC par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

**Z C021**

Transformation bien nommée : 56% (NR : 20%)

Centre de symétrie précise : 50% (NR : 22%)

Le triangle GFE est l'image du triangle CDE par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

**Z C020**

Transformation bien nommée : 42% (NR : 27%)

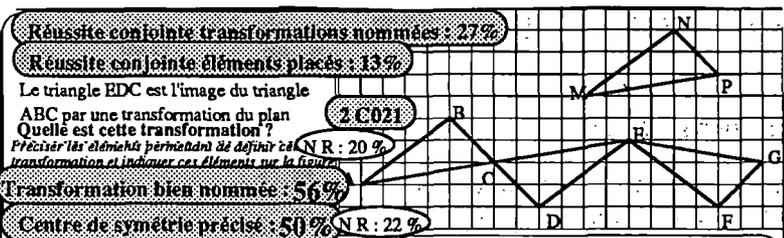
Axe de symétrie précise : 28% (NR : 30%)

Le triangle MNP est l'image du triangle ABC par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

**Z C022**

Transformation bien nommée : 43% (NR : 35%)

Vecteur de translation précise : 22% (NR : 40%)



Retrouver, éventuellement construire, Les éléments définissant la transformation (centre, axe, ...) à partir de la donnée d'une figure et de son image.

Réflexion (2C020), Symétrie centrale (2C021), Translation (2C022).

Les résultats relatifs à ces transformations, étudiées au Collège, ne sont pas merveilleux : 27% de réussite conjointe pour l'identification des trois transformations, et des pourcentages importants de non-réponse ! L'analyse des productions des élèves met en évidence de nombreuses confusions et la fréquence d'images mentales inadaptées ; par exemple, certains voient une rotation faisant passer du triangle ECD au triangle EFG, mais il s'agit peut-être de rotation autour d'un axe.

Il est d'autre part décevant de constater que l'axe de la réflexion n'est bien indiqué que par 28% des élèves, le vecteur de la translation par 22%. L'attrait de la nouveauté se remarque bien au fait que la symétrie centrale est souvent appelée homothétie de rapport -1 (mais aussi homothétie de rapport 1).

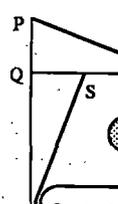
L'écart entre les réussites des futurs élèves de Première S et celles de l'ensemble est significatif (un peu plus de 20%) et il faut noter qu'il est le même pour la reconnaissance de la nature de la transformation et pour la détermination précise des éléments caractéristiques.

**Rotation (2C103)**

La question A48-49 a été empruntée à l'évaluation internationale de l'IEA (fin de Quatrième - âge 13 ans / 1984, cf bibliographie). La question, présentée en Q.C.M ne concernait alors que le centre de rotation et était alors réussie par 75% des Français (79% des Japonais et 31% des Luxembourgeois - limites extrêmes): En réalité, en 1984, la rotation n'était pas au programme de Quatrième et seuls 5% des enseignants de Quatrième déclaraient avoir traité des questions de ce type.

**EVAPM 2/91 A 48-49**

Le triangle SQR est l'image du triangle PQT par une rotation.



**Z C**

Réussite conjointe : 62%

NR : 17%

Quel est le CENTRE de cette rotation ? **R = 75%**

NR : 19%

Quel est l'ANGLE de cette rotation ? **R = 62%**

Nous avons repris cette question simultanément dans notre évaluation Seconde et dans notre évaluation Quatrième (EVAPM4/91) ; mais malheureusement nous ne possédons pas encore les résultats de cette dernière évaluation.

Cette question a eu du succès : 17% et 12% de non-réponse, malgré la place en fin de questionnaire, ce qui prouve que placer une question en fin de copie ne signe pas sa condamnation. Les résultats sont donc bons, mais l'examen des copies apporte peu d'information sur le savoir des élèves et n'explique pas la moins bonne réussite pour l'angle de la rotation que pour son centre. La question de l'orientation de l'angle a manifestement gêné certains élèves ; mais on trouve tout de même des angles de  $45^\circ$ ,  $180^\circ$ , ainsi que tout simplement : "l'angle  $\hat{Q}$ ".

Le fait que le taux de réussite soit le même en fin de Seconde, après apprentissage, qu'en fin de Quatrième 1984, avant apprentissage (75% dans les deux cas) montre bien que cette question n'est pas de nature à nous renseigner sur la qualité des apprentissages.

### Homothétie (2C104)

42

Beaucoup de non-réponses (de 42% pour les centres à 62% pour les rapports !). La difficulté de cette construction est évidente : 41% placent un centre, 20% en placent deux et 12% seulement donnent une justification correcte. Il semble en tout cas que l'étude de cette configuration ne soit pas encore entrée dans les moeurs et que l'initiation à l'homothétie en soit en général restée au plus simple. Là encore, l'examen des productions d'élèves et du codage permet de s'interroger sur ce que les enseignants entendent par "construire" (voir illustration en fin de chapitre).

EVAPM 2/91 C 13-17

Il existe deux homothéties  $h_1$  et  $h_2$  qui transforment le cercle (C) en le cercle (C').

2.D025      2.C104

Construire les centres de ces deux homothéties.

Un centre au moins exact : 41%



(NR : 42%)

Deux centres exacts : 20%

Justifier les constructions faites.

Sachant que les rayons des cercles (C) et (C') sont respectivement 1 cm et 1,5 cm, donner le rapport.

Justification pour au moins un centre : 12%

Un rapport au moins exact : 25%

(NR : 59%)

Deux rapports exacts : 09%

### CERCLE TRIGONOMETRIQUE

Utiliser un triangle rectangle pour trouver une valeur approchée des sinus, cosinus et tangente d'un angle donné dont la mesure en radians appartienne à l'intervalle  $[0 ; \pi/2]$ .

(LIER la mesure des angles aux relations trigonométriques dans le triangle rectangle) (2C029)

A leurs dires, la question A28-29 a beaucoup surpris les enseignants... On est, il est vrai, en possession d'outils de calculs performants qui donnent le résultat sans qu'il y ait besoin de réfléchir ! Elle a aussi surpris les élèves puisqu'un tiers seulement s'en sont sortis, 44% ne répondant pas. Pouvons-nous être persuadés que si nous avons tracé un triangle rectangle les résultats eussent été meilleurs ? Mais alors, ce serait admettre que l'esprit d'initiative, l'autonomie n'ont guère été cultivés chez les élèves, sur ce genre de problème.

EVAPM 2/91 A 28-29

On a tracé un angle de  $20^\circ$ .

Trouver des valeurs approchées de  $\cos 20^\circ$  et de  $\sin 20^\circ$

- sans utiliser les touches  $\sin$  et  $\cos$  de la calculatrice
- et en effectuant des mesures.

3.A119

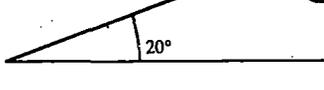
Justifications

Démarche correcte pour  $\cos 20^\circ$  : 33%

Démarche correcte pour  $\sin 20^\circ$  : 32%

Réussite conjointe : 31%

(NR : 44%)



Résultats obtenus

$\cos 20^\circ \approx$  .....  $\sin 20^\circ \approx$  .....

C'est pourtant bien ce genre de question qui permet de savoir si, oui ou non, les définitions ont été assimilées et si les élèves donnent du sens aux objets que par ailleurs ils manipulent.

**PLACER sur le cercle trigonométrique d'origine I le points M tel qu'une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OM})$  ou de l'arc IM soit donnée : ... (2C031, 2C033, 2C035)**

**Un point M étant donné sur le cercle trigonométrique d'origine I, et x désignant une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OM})$  ou de l'arc IM, PLACER sur ce cercle les points associés aux mesures:**

$$\pi + x ; \pi - x ; \frac{\pi}{2} + x ; \frac{\pi}{2} - x ; -x .$$

EVAPM 2/91 B 14-17

Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C et D tels que :

- une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OA})$  soit  $120^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OB})$  soit  $225^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OC})$  soit  $330^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté  $(\overline{OI} ; \overline{OD})$  soit  $390^\circ$ .

NR: 23% Point B : 70% NR: 20% Point A : 73% Réussite conjointe : 50%

2 C 035 NR: 22% Point C : 67%

2 C 033 NR: 23% Point D : 61%

2 C 031

EVAPM 2/91 F 41-48

Sur le cercle trigonométrique, placer le point N

NR: 54% 2 C 037 F 021

N bien placé : 40%

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(\pi + \alpha) =$  R = 19% NR: 67%

Reussites conjointes Points : 19% Formules : 07% Ensemble : 06%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point M

NR: 57%

N bien placé : 30%

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\pi - \alpha) =$  R = 15% NR: 69%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point P correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$

P bien placé : 40%

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(-\alpha) =$  R = 18% NR: 68%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point Q correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$

N bien placé : 31%

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$  R = 13% NR: 71%

Dans la question B14-17 où l'angle était donné en degrés, la réussite est à peu près satisfaisante. Malheureusement un élève sur cinq ne traite pas la question. Il est significatif de voir que la réussite est une fonction décroissante de la valeur de l'angle avec, dans l'ordre : 73%, 70%, 67%, 61%.

Pour la question F41-48 où les angles sont donnés en radians, les non-réponses l'emportent : plus de la moitié des élèves! Est-ce la présence de cette question en dernière page du questionnaire, ou est-ce le système d'unités utilisé qui fait peur ?

En tout cas, les réussites sont vraiment modestes et il faut souhaiter que les enseignants de Première sauront tenir compte des compétences réellement mobilisables.

Ajoutons cependant que, si l'on tient compte de "l'abstention importante" qui peut être due au fait que cette question se trouve en fin de questionnaire et si l'on regarde les pourcentages de réussite des élèves qui ont répondu (77%, 55%, 82% et 64%), on peut trouver le tableau moins sombre qu'il n'y paraît.

### CONCLUSION du Thème Tracés - Constructions Géométriques.

Les constatations faites lors de cette évaluation et relatives au thème Tracés- Constructions Géométriques peuvent se résumer à quelques constats majeurs :

- une consolidation lente des acquis du Premier Cycle en ce qui concerne les transformations,
- une assez bonne pratique acquise sur les notions nouvelles (homothétie, vecteurs),

Cependant, nous devons insister sur l'émergence d'un besoin urgent de clarification de notre enseignement relativement au problème de la construction. Il nous semble que ce problème est bien illustré par les

codages relevés pour les deux réponses à la question de la modalité C que nous reproduisons ci-dessous. Les constructions et tracés présentés dans ce chapitre sont très proches de l'apprentissage. A une ou deux exceptions près, les questions se présentent sous la forme même où elles ont été enseignées. On trouvera dans le chapitre suivant la présentation d'une construction moins standard (Question F24-28), et dans le chapitre analysant les épreuves T et U la mise en oeuvre possible d'une construction dans la recherche de problème.

On trouvera d'autre part plusieurs questions de construction dans le thème Espace.

44

Il existe deux homothéties  $h_1$  et  $h_2$  qui transforment le cercle  $(C)$  en le cercle  $(C')$ .

Construire les centres de ces deux homothéties.

13	1
14	1

Il existe deux homothéties  $h_1$  et  $h_2$  qui transforment le cercle  $(C)$  en le cercle  $(C')$ .

Construire les centres de ces deux homothéties.

13	0
14	0

*Interprétations différentes d'une même consigne*

# CONNAISSANCE ET UTILISATION DES THÉORÈMES EN GÉOMÉTRIE

Dans nos analyses, ce thème fait suite au thème Tracés et Constructions géométriques (voir introduction du chapitre précédent). Ici on s'attache davantage à étudier comment les élèves reconnaissent une configuration connue, rappellent une définition ou une propriété, comment ils l'appliquent. En classe de Seconde, il s'agit souvent de situations supposant une résolution en plusieurs étapes, ou encore de situations pour lesquelles plusieurs situations de référence peuvent être reconnues (choix par exemple entre Thalès, homothétie et colinéarité). Nous avons alors essayé de repérer l'outil le plus employé.

Etant donné le temps de passation alloué pour chaque questionnaire, nous savons, en particulier par l'expérience des évaluations précédentes, que les questions nécessitant une part de rédaction sont souvent laissées de côté par les élèves, ou que, sauf insistance particulière de notre part, les élèves ont tendance à abuser du style télégraphique.

Pour tenter de compenser cet effet, nous avons, pour cette évaluation, conformément à ce que nous avons fait les années précédentes, de la Cinquième à la Troisième, proposé à une quinzaine de classes une épreuve destinée à être complètement rédigée (épreuve T : **D**édution - **A**rgumentation - **E**xpression). De plus, nous avons ajouté une seconde épreuve, elle aussi rédigée, mais portant plus spécialement sur la recherche de problèmes (épreuve U : **R**echerche de **P**roblèmes). Les résultats de ces deux épreuves, analysés dans un chapitre séparé nous permettent de faire une analyse plus fine des démarches de raisonnement des élèves concernés et de leur méthode de rédaction.

Il devient plus difficile, en Seconde, de faire le tour de toutes les connaissances "exigibles" au moyen de questions qui ne fassent intervenir qu'une seule capacité. Les Q.C.M. posées dans les épreuves R et S, dont on analysera par ailleurs les limites, ont été pour nous un outil intéressant pour compléter nos analyses.

Nous présenterons les résultats de ce thème en suivant à peu près l'ordre du tableau des capacités.

## CONNAITRE et UTILISER dans une situation donnée ,

- le théorème de Thalès relatif au triangle (3D101)
- la propriété:  $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$  (3D105)
- la réciproque du théorème de Thalès appliqué au triangle (3D102)

EVAPM 3/90 E 21-22

La figure est donnée ci-contre.

Sachant que:

- AC = 2 cm, AE = 5 cm, AB = 3 cm.
- Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Calculer AD.

*Ecrire le détail des calculs et les propriétés utilisées.*

3D101

Démarche correcte: 75%

N.R.: 12%

R = 69%

réponse: AD = .....

EVAPM 2/91 S 16

On donne la figure suivante telle que :

les points A, B et M sont alignés,  
les points A, C et N sont alignés,  
(BC) // (MN)  
BC = 2; MN = 3; AB = 3

Calculer la longueur BM

a	BM = 4,5	Oui	3 D103
b	BM = 1,5	Oui	Non / Inm
c	BM = 1	R = 45%	
d	BM = $\frac{2}{3}$	Oui	N.R. : 05%

IEA TER: 84 JPN : 74% USA : 51%

Les capacités de cette section étaient déjà exigibles en Troisième. Il était intéressant de chercher à repérer comment ces notions s'étaient stabilisées en Seconde après la nouvelle approche, davantage vectorielle. Il ne faut pas oublier qu'en Troisième, seule la forme que l'on pouvait appeler "Thalès dilatation", a été retenue dans le programme.

A ce sujet, le lecteur pourra consulter le développement que nous avons donné à cette question dans la brochure EVAPM3/90 (pages 31 et suivantes). A titre d'information, nous reproduisons ici une question posée en fin de Troisième (EVAPM3/90 - E21-22).

Une petite moitié des élèves répondent correctement à la question S16. La plupart de ceux qui ont donné une réponse fautive ont donné à BM la valeur 4,5. Ont ils confondu AM et BM ? Ont ils posé des rapports inexacts ? On trouvera plus loin d'autres questions pour lesquelles certains élèves utilisent explicitement le théorème de Thalès ou sa réciproque (D25-27 ; D23-24; A30-32...), ces élèves écrivent alors, en général, des rapports corrects. La réciproque du théorème de Thalès intervient dans plusieurs questions du thème Espace, et, dans l'une de ces questions, elle est même correctement utilisée par 62% des élèves (voir plus loin le chapitre Espace).

**CONNAITRE et UTILISER la forme vectorielle de l'énoncé de Thalès :**

si  $\vec{AC} = k \vec{AB}$  , alors  $\vec{A'C'} = k \vec{A'B'}$

- Théorème direct (2D002)
- Théorème réciproque dans le cas  $A = A'$  (2D003)

46

La situation de la question B07-08 est comprise par au moins 60% des élèves, mais ils ne sont que 24% à donner une explication correcte s'appuyant sur une forme ou une autre du théorème de Thalès. Beaucoup de résultats sont donnés sans justification et l'on observe beaucoup de non-réponses.

Lorsque les justifications existent on se rend bien compte de la difficulté que les élèves ont eu à passer d'une forme du théorème à une autre. La situation de Thalès a souvent été reconnue mais beaucoup d'élèves ont alors éprouvé la nécessité d'écrire des égalités de rapports : "quotients" de vecteurs ou de mesures algébriques.

Pour pouvoir utiliser le Théorème de Thalès, la présence de deux droites parallèles paraît souvent suffisante, ou encore, on trouve un théorème de Thalès appliqué au trapèze avec trois rapports égaux :  $\frac{DC}{DF} = \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF}$ . Dans ces deux cas, la prégnance de la forme Thalès-triangle est manifeste.

Quelques élèves ont également reconnu ici une situation d'homothétie mais ils n'ont pas toujours donné un centre correct à cette homothétie.

Tel qu'il est enseigné en Troisième, le Théorème de Thalès ne constitue plus l'obstacle qu'il constituait traditionnellement à ce niveau. Il n'est cependant pas exclu que cette forme provisoirement et localement performante, ne devienne pas un obstacle pour les apprentissages ultérieurs. Il conviendra sans doute de reconnaître cette difficulté du passage d'une forme à une autre et d'y être particulièrement attentifs.

La question A30-32 était difficile à coder car les élèves avaient à leur disposition au moins trois outils : la droite des milieux, Thalès, et l'homothétie.

Seules les deux premières démarches étaient d'ailleurs prévues dans les consignes de codage, mais un examen des copies montre que le pourcentage d'élèves se référant à l'homothétie ne doit pas dépasser les 05%.

Un certain nombre de professeurs ont considéré que l'utilisation du théorème de la droite des milieux était une utilisation du théorème de Thalès (ce qui, en toute rigueur, est exact), si bien qu'il y a lieu de corriger légèrement les pour-

EVAPM 2/91 B 7-8

Soit un trapèze ABCD tel que les droites (DA) et (CB) soient parallèles.  
Soit E le point tel que :  $AE = 1,2 AB$ .  
La parallèle à la droite (BC) passant par E coupe la droite (DC) en F.

Exprimer DF en fonction de DC  
Justifier la réponse

Justification (théorème de Thalès) : 24% (N.R.: 32%)

Réponse : R = 56% (N.R.: 29%)

EVAPM 2/91 A 30-32

Soient trois points B, C, D alignés et un point A non situé sur la droite (BC).  
On appelle O, O' et O'' les centres des cercles de diamètres respectifs [AB], [AC] et [AD].

Démontrer que les points O, O', O'' sont alignés.

Au moins une utilisation correcte du théorème de la droite des milieux : 14%

Au moins une utilisation correcte du théorème de Thalès : 10%

R = 17% (N.R.: 50%)

EVAPM 2/91 D 25-27

Le triangle ABC étant donné,  
placer les points I et J tels que :  
 $\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB}$  ;  $\vec{AJ} = 3 \vec{AC}$

Démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

Point I bien placé : 94% (N.R.: 05%)

Point J bien placé : 89% (N.R.: 05%)

R = 33% (N.R.: 31%)

centages relatifs aux items A30 et A31. Vérification faite, il ne reste que 05% des élèves qui utilisent correctement le théorème de Thalès sans se référer à la droite des milieux. On retrouve ainsi, à 2% près, les 17% de démonstrations totalement correctes.

Il n'y a donc, finalement, que 17 % des élèves qui ont su mettre en évidence le double parallélisme (00')//(DC) et (0'0'')//(DC) (ou, de façon très marginale, utilisé l'homothétie). On remarquera que plus de la moitié des élèves ne traitent pas la question, ce qui montre assez qu'elle leur est apparue comme très difficile.

La question A30-32 est source de nombreuses erreurs. A titre indicatif, en voici quelques-unes :

- Bien souvent les élèves "constatent", mais négligent la justification par un théorème du cours. Ce dernier est quelquefois presque apparent mais on ne sait pas si l'élève en est vraiment conscient.
- Des élèves reconnaissent une configuration mais n'analysent pas complètement le problème .
- Des élèves reconnaissent une homothétie mais ils prennent pour centre O, O', O''.
- Certains reconnaissent qu'il y a une transformation mais ils ne précisent pas laquelle, bien qu'ils parlent d'image.
- Des élèves montrent qu'ils "sentent" qu'il y a alignement, mais énoncent : "puisque O et O' sont alignés et que O' et O'' sont alignés alors O, O', O'' sont alignés".

Il est clair que l'effort de formation demande à être poursuivi, particulièrement en ce qui concerne :

- la mise en place d'une formulation précise,
- l'utilisation des notations qui s'est mise peu à peu en place, mais qui reste souvent très confuse.

La question D25-27 pouvait aussi être traitée de plusieurs façons : utilisation de la réciproque du théorème de Thalès, de l'homothétie ou de la colinéarité. L'utilisation de la colinéarité est très rare, et les élèves utilisent de façon à peu près égale les deux autres démarches. A cause de l'utilisation plus ou moins explicite du théorème direct (au lieu du théorème réciproque), la référence à Thalès conduit plus souvent à une erreur de démonstration que la démonstration utilisant l'homothétie.

Pour les élèves qui ont voulu utiliser la colinéarité, la question s'est souvent posée de savoir dans quel ordre prendre le problème. La différence entre ce que l'on sait et ce que l'on doit prouver est encore confuse.

### CONNAITRE et UTILISER la relation de Chasles relative à l'addition des vecteurs (2D004)

Dans plusieurs exercices du thème D et des épreuves T et U, l'utilisation de la relation vectorielle de Chasles constituait un passage quasi-obligé. Dans l'ensemble, ces exercices, qui seront analysés plus loin, sont assez mal réussis, mais il ne semble pas qu'il y ait lieu de mettre en cause l'utilisation ou la non utilisation de la relation de Chasles.

On trouvera aussi, dans le thème Y (Droite et plan munis d'un repère), une question relative à la relation de Chasles dans le cas des mesures algébriques.

### Savoir caractériser vectoriellement le milieu d'un segment (2D005)

EVAPM 2/91 S 11

2.D005

A, B et I désignent trois points distincts du plan.  
Pour chacune des relations ci-dessous,  
dire si elle permet d'affirmer que le point  
I est le milieu du segment [AB].

a	$\vec{IA} = \vec{IB}$			
b	$\vec{IA} = -\vec{IB}$			
c	$\vec{AI} = \vec{IB}$			
d	$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$			

R = 36% NR : 01%

EVAPM 2/91 R 1

2.D005

A, B et I désignent trois points distincts du plan.  
Si I est le milieu du segment [AB],  
alors on peut affirmer que :

a	$\vec{IA} = \vec{IB}$	Oui	Non	Je ne sais pas
b	$\vec{IA} = -\vec{IB}$	Oui	Non	Je ne sais pas
c	$\vec{AI} = \vec{IB}$	Oui	Non	Je ne sais pas
d	$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$	Oui	Non	Je ne sais pas

R = 77% NR : 00%

Les questions R1 et S11 peuvent être mises en parallèle pour étudier cette compétence.

Nous n'avons pas demandé aux élèves, directement, de fournir une propriété caractéristique. On verra plus loin les difficultés que soulèvent ce type de question. De façon implicite, la question R1 porte sur les conditions nécessaires, tandis que S11 porte sur les conditions

suffisantes. Les taux de réussite semblent montrer le peu de différence que les élèves font entre ces deux types de conditions. L'erreur la plus fréquente pour S11 concerne le premier distracteur ( $\vec{IA} = \vec{IB}$ ), mais les autres écritures posent également davantage de problème que dans R1. Il est vraisemblable que les élèves auraient été plus attentifs si les deux questions leur avaient été posées simultanément.

**Savoir caractériser le centre de gravité d'un triangle ABC :**

par la relation :  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$  (2D006)

par la relation :  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$  (2D040)

Cette capacité a été opérationnalisée dans la question F30 sous la forme d'un petit problème ainsi que dans deux questions Q.C.M.. On retrouve aussi cette capacité dans les épreuves T et U.

Commençons par le problème F30. La moitié des élèves ne répondent pas à cette question, qui a dû leur paraître bien compliquée, et le taux de réussite des autres est faible. Cette question était objectivement difficile dans la mesure où son caractère abstrait ne permettait pas aux élèves de se raccrocher à une figure. Il fallait penser à utiliser une caractérisation vectorielle du centre de gravité, caractérisation qui ne correspond pas à l'image mentale qu'ils ont de ce point. Beaucoup d'élèves ont d'ailleurs essayé de revenir à la caractérisation relative au point de rencontre de médianes.

Pour les Q.C.M. il faut de nouveau mettre en parallèle les questions R3 et S18. Les résultats obtenus à ces deux questions sont ici très proches l'un de l'autre. Il est vrai que nous n'avons pas introduit de piège alors qu'il était facile de faire échouer les élèves à la question S18 en proposant un distrac-

teur du type  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$ , ou encore à la question S18 en proposant le

distracteur  $\vec{AG} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$

Il ne faut toutefois pas oublier que pour avoir le code 1 à cette question, les quatre réponses devaient être exactes ; or très souvent une seule a posé problème.

Très souvent les élèves disent qu'ils ne savent pas si la propriété

$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$  est vraie. Cela leur rappelle une formule connue mais ils ne savent plus à quoi elle correspond. Cela signifie également qu'ils ont répondu sérieusement au reste de la question ce qui rend encore plus fiable les résultats encourageants obtenus pour les deux premières caractérisations.

La forme  $\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$  semble être celle qui leur est le plus familière.

Il est vrai qu'au collège ils ont souvent vu la relation concernant les longueurs AG et AM.

Pour la relation  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ , elle apparait sans doute moins parlante pour les élèves dans la mesure où cette forme n'est plus maintenant liée au barycentre.

**CONNAITRE et UTILISER les liens existant entre**

- l'égalité vectorielle et le parallélogramme (3D111).
- l'addition vectorielle et le parallélogramme (2D007).

Dans la question R4, un élève sur trois identifie les trois propriétés caractéristiques qui sont présentées. En fait une grande majorité des élèves a répondu correctement aux items a) et d) mais on trouve beaucoup d'erreurs au niveau des distracteurs b) et c).

Certes, la propriété c) est bien une propriété du parallélogramme mais ce n'en est pas une propriété caractéristique puisque cette propriété est vraie pour tous points A, B et C. Le problème, ici, dépasse la connaissance d'un fait ou d'une

EVAPM 2/91 F 30

ABC est un triangle. O est un point quelconque.  
D, E, F sont tels que :  $\vec{OD} = \vec{AB}$  ;  $\vec{OE} = \vec{BC}$  ;  $\vec{OF} = \vec{CA}$

Le point O est-il le centre de gravité du triangle DEF ?

Justifications

R = 14% NR : 50%

EVAPM 2/91 R 3

2D006 R = 46% NR : 03%

A, B, C et G désignent quatre points distincts du plan.  
On appelle M le milieu du segment [BC].  
On appelle centre de gravité d'un triangle ABC, le point de concours des médianes de ce triangle.  
Si G est le centre de gravité du triangle ABC, alors on peut affirmer que :

a	$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$	Oui	Non	Insp
b	$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$	Oui	Non	Insp
c	$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$	Oui	Non	Insp
d	$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}$	Oui	Non	Insp

EVAPM 2/91 S 18

A, B, C et G désignent quatre points distincts du plan.  
On appelle M le milieu du segment [BC].  
On appelle centre de gravité d'un triangle ABC, le point de concours des médianes de ce triangle.  
Pour chacune des relations ci-dessous, dire si elle permet d'affirmer que le point G est le centre de gravité du triangle ABC.

a	$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$	Oui	Non	Insp
b	$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$	Oui	Non	Insp
c	$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$	Oui	Non	Insp
d	$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}$	Oui	Non	Insp

NR : 08% R = 42%

EVAPM 2/91 R 4

3D111 R = 32% NR : 01%

A, B, C et D désignent quatre points distincts du plan.  
Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme

a	$\vec{AB} = \vec{DC}$	Oui	Non	Insp
b	$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$	Oui	Non	Insp
c	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$	Oui	Non	Insp
d	$\vec{AD} = \vec{BC}$	Oui	Non	Insp

relation particulière, c'est le principe de causalité et le statut général des énoncés qui sont en cause.

Signalons aussi que, lorsque dans un problème il s'agit de prouver qu'un quadrilatère est un parallélogramme, l'égalité vectorielle a du mal à trouver place parmi les propriétés caractéristiques. Même lorsque cette égalité vectorielle a été mise en évidence (voir D 23-24) les élèves ont tendance à revenir à la soi-disant propriété caractéristique du parallélogramme (fausse) : "être un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles et de même longueur".

**Savoir utiliser la colinéarité de deux vecteurs pour caractériser le parallélisme de deux droites (2D011)**

EVAPM 2/91 R 5

2D011 R = 37% NR : 17%

Les points A, B, C, M, N, P appartiennent à un même plan et vérifient les relations suivantes :

$\overrightarrow{AC} = 3 \overrightarrow{AB}$  ;  $\overrightarrow{BM} = -5 \overrightarrow{MN}$  ;  
 $\overrightarrow{AN} = 4 \overrightarrow{MP}$  ;  $\overrightarrow{CN} = -3 \overrightarrow{PQ}$ .

Trouver, parmi les énoncés proposés, ceux qui sont une conséquence de ces relations

a	$(AB) // (MP)$	Oui	Non	Insp
b	$(AB) // (BM)$	Oui	Non	Insp
c	$(MP) // (AN)$	Oui	Non	Insp
d	$(CN) // (PQ)$	Oui	Non	Insp

Cette compétence n'a été spécifiquement testée que dans une Q.C.M., donc plutôt sous la forme *connaître* que *savoir utiliser*. Il s'agit de la question R05. Plus du tiers des élèves donnent la séquence de réponses attendues (NON - NON - OUI - OUI), c'est à dire qu'ils relient correctement colinéarité et parallélisme. Mais un nombre non négligeable d'élèves donnent une réponse comptée fautive pour des raisons d'économie de codage, mais qu'il serait raisonnable de considérer comme correcte. En effet, ils répondent : Je ne sais pas, Je ne sais pas, OUI, OUI. En effet, il pourrait y avoir des relations cachées et il est clair qu'une réponse correcte aux deux premiers items demande un raisonnement qui n'est pas trivial.

Pour la question D25-27, nous avons déjà dit que peu d'élèves utilisaient la colinéarité des vecteurs IC et BJ. Il en est de même pour les relations de colinéarité qu'il était possible d'écrire lors de la résolution des questions D23-24 ou T4. Il est certain que les relations vectorielles ne sont pas écrites spontanément par les élèves en fin de seconde et que la propriété étudiée ici n'est pas facilement mobilisable

néarité qu'il était possible d'écrire lors de la résolution des questions D23-24 ou T4. Il est certain que les relations vectorielles ne sont pas écrites spontanément par les élèves en fin de seconde et que la propriété étudiée ici n'est pas facilement mobilisable

**Connaître et utiliser les liens existant entre**

- Un vecteur du plan et la translation correspondante (2D008).
- L'opposé d'un vecteur et la symétrie centrale (2D009).

**Connaître et utiliser, dans une argumentation, les effets des transformations du programme sur l'alignement, les distances, les angles, le parallélisme, dans le cas d'une transformation explicitement donnée :**

- Symétrie centrale (2D214),
- Translation (2D015),

Les transformations ont eu leur place depuis la Sixième dans l'enseignement des nouveaux programmes de collège. Les élèves avaient même rencontré certaines d'entre elles à l'Ecole Élémentaire. En classes de Sixième et Cinquième, l'objectif était de mettre en place des images mentales correctes de la symétrie orthogonale et de la symétrie centrale.

En Quatrième, les deux autres isométries sont introduites, la translation en liaison avec les vecteurs et la rotation. Ces transformations deviennent peu à peu utilisables lors de la mise en place du travail d'argumentation, au collège, puis en Seconde. Dans cette évaluation, nous nous sommes contentés de tester les connaissances concernant ces transformations au travers de Q.C.M.

Peut être faudra-t-il envisager dans une prochaine évaluation en Seconde de mettre en place des situations pour lesquelles ces propriétés soient utilisées dans une argumentation simple.

Nous pouvons déjà faire quelques remarques à propos des résultats obtenus pour la symétrie centrale (question R2), et pour la translation (question S13). Les résultats obtenus à la question R2 sont à comparer à ceux obtenus aux

EVAPM 2/91 R 2

2D014 R = 33% NR : 01%

A, O et B étant trois points du plan. Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire et suffisante pour que le point B soit l'image du point A dans la symétrie de centre O.

a	O est le milieu du segment [AB]	Oui	Non	Insp
b	$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB}$	Oui	Non	Insp
c	$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OB}$	Oui	Non	Insp
d	$\overrightarrow{OA} = - \overrightarrow{OB}$	Oui	Non	Insp

EVAPM 2/91 S 13

On donne la figure suivante, formée de parallélogrammes.

Dans la translation de vecteur  $\overrightarrow{CL}$  :

a	L'image du point K est le point B	Oui	Non	Insp
b	L'image du triangle EBF est le triangle NKP	Oui	Non	Insp
c	L'image du segment [EC] est le segment [NL]	Oui	Non	Insp
d	L'image de la droite (CL) est la droite (DL)	Oui	Non	Insp

R = 72% NR : 01%

questions suivantes, analysées précédemment :

- S11, concernant les propriétés caractéristiques du milieu d'un segment,
- R1 concernant les propriétés de ce milieu.

Tout d'abord on retrouve le même pourcentage de réussite que dans la question S11. On retrouve également l'erreur la plus fréquente concernant la caractérisation du centre de symétrie  $O$  par l'égalité des longueurs  $OA$  et  $OB$ .

Ce qui nous a semblé le plus étonnant, c'est la différence entre les réponses données par les mêmes élèves aux questions R1 et R2.

En particulier, même si ce résultat n'est pas statistiquement significatif, sur 30 copies, de classes différentes, 8 répondent correctement à l'item R1-b : "si  $I$  est le milieu de  $[AB]$  alors  $\vec{AI} = \vec{IB}$ " (condition nécessaire), mais de façon inexacte à l'item R2-c : " $\vec{AO} = \vec{OB}$  est une condition nécessaire et suffisante pour que  $B$  soit l'image de  $A$  dans la symétrie de centre  $O$ ".

Le programme de seconde ne prévoit pas que l'expression *condition nécessaire et suffisante* doive être maîtrisée par les élèves de seconde, mais nous avons voulu faire un test. Quelle que soit la formulation utilisée, verbale ou symbolique, il n'en demeure pas moins que le passage d'une implication unique à une conjonction d'implications réciproques (équivalence), ne va pas sans poser de problèmes.

50

Les résultats à la question S13 sont corrects, mais une figure était proposée, et l'élève pouvait s'appuyer sur ses représentations mentales pour reconnaître les bonnes réponses. On peut donc difficilement comparer ce résultat avec ceux obtenus pour les autres transformations. Les erreurs les plus fréquentes concernent cependant l'item a) ; sans doute y a-t-il eu confusion entre les vecteurs  $CL$  et  $LC$ .

**A propos de l'homothétie, connaître et utiliser les relations :**

$$\vec{M'N'} = k \vec{MN} \quad (2D023)$$

$$M'N' = |k| MN \quad (2D024)$$

**Connaître et utiliser le langage concernant les homothéties (2D025)**

EVAPM 2/91 E 40-41

Soit  $A$  un point donné du plan.  
A tout point  $M$  du plan, on associe le point  $M'$  tel que :  $\vec{MM'} = \frac{1}{3} \vec{AM}$  (2D025)

Le point  $M'$  est-il l'image du point  $M$  par une homothétie de centre  $A$  ? (2D004)  
Si oui, préciser quel est le rapport d'homothétie.

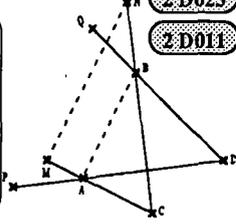
Démarche correcte : 14%  
R = 09% NR : 56%

L'homothétie était donc la seule transformation inconnue des élèves au début de la classe de seconde. Cependant le travail avait été préparé en Troisième par la mise en place du théorème de Thalès dans le seul triangle, ce qui induisait cette notion de "dilatation" dont nous avons parlé précédemment. Trois questions nous ont permis d'avoir un aperçu des acquis des élèves sur ces capacités.

EVAPM 2/91 D 23-24

Quatre points  $A, B, C, D$  étant donnés, soient  $M, N, P$  et  $Q$  les points tels que :  
 $M$  et  $N$  sont les images de  $A$  et  $B$  dans l'homothétie de centre  $C$  et de rapport  $1,5$ .  
 $P$  et  $Q$  sont les images de  $A$  et  $B$  dans l'homothétie de centre  $D$  et de rapport  $1,5$ .  
 Voir figure (2D025) (2D011)  
 Démontrer que  $PMNQ$  est un parallélogramme.

Utilisation de l'homothétie ou de Thalès pour démontrer une relation utile : 33%  
R = 17% NR : 45%



Beaucoup d'élèves n'ont pas répondu à la question E40-41 placée en fin d'épreuve. Les élèves qui répondent donnent souvent  $1/3$  comme rapport d'homothétie, ce que l'on pouvait attendre, mais également  $3$ . Ce qui est à remarquer c'est que lorsque le résultat est donné, il n'est pas justifié. Il n'était pas précisé de le faire, mais tout de même ... !

Pour la question D23-24, l'étude des copies permet de mettre en évidence le fait que les élèves privilégient comme propriétés de l'homothétie le parallélisme d'une droite et de son image et l'égalité de longueurs

$M'N' = |k| MN$ . Quelques uns, même s'ils sont peu nombreux, font référence à l'égalité vectorielle  $\vec{M'N'} = k \vec{MN}$ , mais même dans ce cas ils en déduisent le parallélisme des droites et l'égalité des longueurs.

Apparaissent en fait ici deux problèmes : celui du statut du vecteur et celui de l'utilisation de l'égalité vectorielle

tion R4) mais ils ne pensent pas à l'utiliser. Pour eux, nous l'avons déjà vu, la caractérisation (fausse) par "deux côtés opposés parallèles et de même longueur" correspond mieux à l'image qu'ils ont du parallélogramme. Cela peut d'ailleurs conduire à des erreurs encore plus manifestes, car pour certains élèves "deux côtés opposés parallèles" ou "deux côtés opposés de la même longueur" suffisent pour

affirmer que l'on a un parallélogramme (voir question S14), signalons également que quelques élèves réutilisent ici de façon explicite le théorème de Thalès même si cette démarche n'aboutit pas toujours.

Ce qui précède ne signifie pas que nous pensons qu'en Troisième, ou en Seconde, il faille banir l'utilisation de la caractérisation d'un parallélogramme par la propriété non vectorielle évoquée ci-dessus. C'est au contraire une bonne occasion de faire travailler sur la notion de propriété caractéristique et sur celle de domaine de validité. Le fait que la convexité soit difficile à démontrer ne doit pas être une raison pour s'interdire de l'évoquer.

En résumé, la question D23-24 n'a pas posé de problème particulier concernant les propriétés de l'homothétie, mais bien plutôt des problèmes d'organisation et de méthode, associées à des difficultés concernant les propriétés caractéristiques du parallélogramme.

Pour la question D28-30, il faut d'abord noter le nombre impressionnant de non réponses. Il est vrai que, dans le questionnaire D, plusieurs réponses nécessitaient une rédaction, ce qui constitue peut être une explication. Le fait de rencontrer, dans une même question, l'homothétie, les vecteurs, et la notion d'ensemble de points a de plus dû décourager bon nombre d'élèves.

On retrouve, comme très souvent dans ce type de travaux, des difficultés quand à la précision de la rédaction. Le nom de la transformation n'apparaît pas toujours, même si on parle de l'image d'un point. Lorsque le mot "homothétie" est prononcé aucune précision n'est donnée sur le centre ni même parfois sur le rapport de l'homothétie. On remarque également un manque de précision concernant la propriété de l'homothétie qui est utilisée.

Un point très positif cependant : certains élèves ont placé les images de plusieurs points M afin de faire une conjecture sur la figure obtenue. Cela semble une démarche très intéressante même si elle n'a pas toujours abouti.

### Connaître et utiliser, dans une argumentation, l'ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite (2D020).

EVAPM 2/91 S 14

2.D018

A, B, C et D désignent quatre points distincts du plan.  
Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

a	Les segments [AB] et [DC] ont même longueur	Oui	Non	Jusp
b	ABCD admet un centre de symétrie	Oui	Non	Jusp
c	ABCD est un rectangle	Oui	Non	Jusp
d	Les segments [AC] et [BD] ont même milieu	Oui	Non	Jusp

R = 26% NR : 01%

EVAPM 2/91 D 28-30

Soit (C) un cercle de centre O.  
Soit I un point non situé sur le cercle (C).  
A tout point M du cercle (C) on associe le point M' tel que :  $IM' = 1,5 IM$

2.D017

Quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point M décrit le cercle (C) ?  
Justifier votre réponse et donner toutes les informations nécessaires pour tracer cet ensemble.

C'est un cercle (justifié) : 16% NR : 65%

Centre précis : 06% NR : 73%

Rayon précis : 06% NR : 74%

EVAPM 2/91 F 24-28

Dans le plan, on donne une droite (D), un point A hors de (D) et un cercle (C) tangent à (D)

1) Tracer l'ensemble des centres des cercles tangents à (D) et de même rayon que (C).  
2) Construire les cercles de même rayon que (C), passant par A et tangents à (D).  
Justifier la construction.

2.D020

Au moins une droite exacte : 69% NR : 24%

Les deux droites exactes : 21%

Au moins un cercle exact : 49% NR : 32%

Les deux cercles exacts : 37%

Justification exacte : 15% NR : 42%

Tout d'abord une première réflexion concernant le pourcentage d'élèves ayant construit une seule droite et le pourcentage de ceux en ayant construit deux. Lorsque les élèves ont trouvé une solution, peu leur importe, assez souvent, de trouver toutes les solutions. Cela peut-il être rapproché de la résolution des équations du type  $x^2 = a$  ( $a > 0$ ) ?

Pour la justification, la confusion entre décrire une construction et la justifier semble avoir bien diminué par rapport à ce qu'elle était en collège. Par contre, les élèves n'ont pas toujours su pour quelle sous-question une justification devait

être fournie [ $1^\circ$  ou  $2^\circ$ ]), ils ont justifié le "tracé" de la première question et non la "construction" de la seconde. Sur trop de feuilles les traits de construction n'apparaissent pas et peuvent laisser croire à un tracé par tâtonnement.

**Connaître et utiliser, dans une argumentation,**

- L'ensemble des points équidistants de deux droites parallèles (2D021).
- L'ensemble des points équidistants de deux droites sécantes (2D022).

52

EVAPM 2/91 R 9

2-D021  
R = 24%  
NR : 04%  
ABCD est un rectangle de centre O

L'ensemble des points équidistants des droites (AD) et (BC) est :				
a	La médiatrice de [AD]	Oui	Non	Insp
b	La médiatrice de [AB]	Oui	Non	Insp
c	La réunion des médiatrices de [AD] et [AB]	Oui	Non	Insp
d	l'ensemble formé du seul point O	Oui	Non	Insp

EVAPM 2/91 S 19

2-D022  
R = 12%  
NR : 05%  
ABCD est un rectangle de centre O

L'ensemble des points équidistants des droites (AC) et (DB) est :				
a	La médiatrice de [AD]	Oui	Non	Insp
b	La médiatrice de [AB]	Oui	Non	Insp
c	La réunion des médiatrices de [AD] et [AB]	Oui	Non	Insp
d	l'ensemble formé du seul point O	Oui	Non	Insp

Les questions posées pour évaluer ces capacités étant du même type (R9 et S19), il nous a semblé intéressant d'en faire une étude commune.

Ce qui est le plus remarquable, lorsque l'on étudie les feuilles des élèves, c'est l'incompatibilité évidente entre les réponses données aux différentes questions.

Sur le tiers des copies étudiées l'ensemble des points équidistants de deux droites données est à la fois une des médiatrices et l'ensemble

formé du seul point O. Pour d'autres, l'ensemble cherché est une médiatrice, pas l'autre, mais cependant la réunion des deux.

Pour la question S19, les réponses correctes aux trois premières items sont bien évidemment NON, NON, OUI. Or, beaucoup d'élèves ont répondu OUI, OUI, OUI. Il y a donc ici confusion entre l'inclusion (une médiatrice est incluse dans l'ensemble des points équidistants des deux droites), et l'égalité de deux ensembles. C'est pour la même raison que, dans R9, l'ensemble des points équidistants de deux droites parallèles est tout à la fois déclaré être un point et une droite passant par ce point.

On notera la plus faible réussite de la question concernant les droites sécantes. Le fait d'avoir utilisé des Q.C.M. pour observer ces capacités est bien entendu discutable, d'autant que nous avons d'emblée introduit des figures complexes. Il est bien possible que ce soit essentiellement l'utilisation du mot ensemble qui soit à l'origine des difficultés observées ; les résultats auraient vraisemblablement été meilleurs dans une situation à laquelle les élèves auraient pu donner du sens.

**Connaître et utiliser, dans le triangle rectangle, les relations trigonométriques...(2D041)**

Nous rappellerons ici que dans les programmes de Quatrième et de Troisième le cosinus d'un angle, puis le sinus et la tangente, ont été introduits comme rapport des mesures des côtés dans un triangle rectangle. Seul le degré est utilisé comme unité de mesure d'angle. Le radian, plus particulièrement réservé aux travaux concernant le cercle trigonométrique est introduit en classe de Seconde. Cela explique que dans les travaux concernant les triangles nous ayons choisi de conserver le degré. Pour l'exercice B 9-11 ce choix était même impératif puisqu'il s'agit d'une question déjà posée en Troisième et que nous nous sommes fixés comme règle, dans ce cas, de reprendre exactement le même texte.

EVAPM 2/91 B 9-11

A l'aide des indications portées sur le dessin, calculer une valeur approchée de la distance entre les récifs R et S.

Explications et calculs

3-D106

Écriture d'un rapport utile : 49%  
EVAPM 3/90 (N27) : 29% (39%) NR : 36%

Réponse exacte pour AR ou AS : 38%  
EVAPM 3/90 (N28) : 20% (28%) NR : 38%

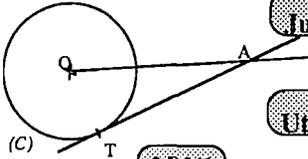
NR : 42% R = 33%  
EVAPM 3/90 (N29) : 16% (21%)

Réponse: RS = ..... m

EVAPM 2/91 C 1-3

La droite (AT) est tangente en T au cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm.

On donne :  $OA = 5$  cm



2.D041

Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle AOT.

Justification de OAT rectangle : 38%

NR : 28%

Utilisation de cos AOT : 53%

NR : 19%

R = 50%

NR : 20%

Dans C1-3, un certain nombre d'élèves utilisent le fait que le triangle AOT est rectangle sans l'avoir démontré. Cela ne veut pas dire qu'ils ne sauraient pas le démontrer (au moins pour une partie d'entre eux), mais, dans la mesure où on ne le leur demande pas explicitement, ils ne voient guère l'intérêt de le faire.

On retrouve ce type de comportement dans plusieurs endroits de notre évaluation, et il n'est pas certain qu'il soit uniquement induit par la forme du questionnement.

Les résultats obtenus à cette question peuvent être comparés à ceux obtenus, en fin de Troisième, à la question A10-11. A ce niveau, parmi les élèves admis en Seconde, 82% des élèves avaient écrit correctement la formule, et 61% donnaient un résultat exact. Comme la question B9-11 montre que les compétences des élèves dans le domaine de la trigonométrie s'est accrue depuis la Troisième, on peut conclure, qu'ici, la configuration triangle

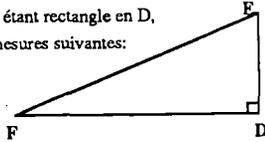
53

EVAPM 3/90 A 10-11

Le triangle EDF étant rectangle en D, On donne les mesures suivantes :

FD = 65

FE = 70



Calcule, à un dixième de degré près, la mesure de l'angle DFE.

Ecrire le détail des calculs.

3D104

R = 67%

NR : 12%

Réponse:

R = 42%

rectangle, démontrée ou non, n'a pas été reconnue par une partie des élèves.

On comparera aussi les résultats de la question C1-3 à ceux obtenus par la question F20-23 du thème Espace où l'on voit 56% des élèves utiliser correctement une relation trigonométrique.

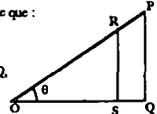
L'étude des résultats obtenus à la question B 9-11 est intéressante. Même si seulement 33% des élèves de Seconde résolvent le problème, on peut observer que les résultats ont progressé depuis la Troisième où seulement 21% des admis en Seconde concluaient correctement.

La position de cet exercice en fin de

Question S9 - avant modification

Etant donnée la figure suivante telle que :

les droites (PQ) et (RS) sont perpendiculaires à (OQ),  $\theta$  est la mesure de l'angle POQ,  $OQ = OR = 1$



Quelle est la longueur PQ ?				
a	$PQ = \sin \theta$	Oui	Non	Insp
b	$PQ = \cos \theta$	Oui	Non	Insp
c	$PQ = \tan \theta$	Oui	Non	Insp
d	$PQ = 1 - \sin \theta$	Oui	Non	Insp

IEA : FR: 84, JP: 72%, USA : 3%

questionnaire en Troisième ne peut, à elle seule expliquer cette différence.

Il semble que, si les élèves de seconde ont parfois des "oublis" concernant les formules, ils appréhendent mieux la méthode de résolution d'un problème complexe. Les démarches restent cependant parfois compliquées avec utilisation en particulier du théorème de Pythagore. C'est d'ailleurs dans ce cas que l'on trouve des erreurs de calculs.

Dans la question S9, nous aurions dû écrire "la droite (PQ) est perpendiculaire à la droite (OQ)", et supprimer la référence à la droite (RS). Les élèves ont en effet été gênés par cette donnée superflue, trace d'une forme antérieure de la question. La question initiale, empruntée à l'IEA (voir le chapitre d'introduction et la bibliographie) est reproduite ci contre.

Lier la mesure en radian d'un arc de cercle de rayon R à sa longueur (2D026).

Tout d'abord observons qu'il y a beaucoup de non-réponses à la question F17-19, ce qui conforterait l'idée que cette partie du programme n'a pas été traitée dans certaines classes, du moins pas avant l'évaluation. Cette impression sera confirmée par les réponses aux questions suivantes.

Souvent, le texte a été trop vite lu, ou mal compris, et les élèves ont donné la mesure de l'arc en degrés au lieu de la longueur de l'arc.

EVAPM 2/91 F 17-19

Un cercle a pour rayon 3 cm. Quelle est la longueur L d'un arc intercepté par un angle au centre dont la mesure est  $\pi$  radian. (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)

Ecrire le détail des calculs.

Démarche correcte utilisant la longueur du cercle : 23%

NR : 66%

2.D026

6.V511

R = 19%

Réponses : Valeur exacte : L =

Valeur décimale approchée à 0,1 cm près : L =

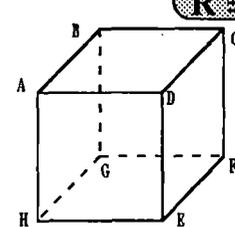
R = 21%

**Passer d'une mesure en radians à la mesure en degrés du même angle, et réciproquement (2D027). Déterminer la mesure principale d'un angle orienté dont on connaît une mesure (2D028).**

Les résultats obtenus aux questions R6 et S22 sont peu fiables car les notions correspondantes n'avaient pas toujours été vues en cours. Les élèves répondent presque toujours aux Q.C.M, même lorsqu'ils n'ont pas d'éléments pour le faire. Toutefois, ici, beaucoup d'élèves ont utilisé la réponse "je ne sais pas".

EVAPM 2/91 R 6		
2.D028 R = 26% NR : 14%		
La mesure principale d'un angle de $\frac{77\pi}{12}$ est :		
a	$-\frac{\pi}{12}$	Oui Non Jasp
b	$-\frac{5\pi}{12}$	Oui Non Jasp
c	$-\frac{19\pi}{12}$	Oui Non Jasp
d	$6\pi$	Oui Non Jasp

EVAPM 2/91 S 21-22		
Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?		
a	La droite (AG) est parallèle à la droite (BF)	Oui Non Jasp
b	La droite (GH) est orthogonale à la droite (FC)	Oui Non Jasp
c	La droite (GH) coupe la droite (FC)	Oui Non Jasp
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (GE)	Oui Non Jasp
2.E001 R = 40% NR : 03%		



Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous,		
a	La droite (AG) est parallèle au plan (ACE)	Oui Non Jasp
b	La droite (HG) est parallèle au plan (ABF)	Oui Non Jasp
c	La droite (HG) est parallèle au plan (ADC)	Oui Non Jasp
d	La droite (HG) est parallèle au plan (BCF)	Oui Non Jasp
2.E002 R = 29% NR : 10%		

**Notion de contre-exemple**

Dans la question R12, empruntée à l'IEA, le contexte trigonométrique n'est bien sûr qu'un prétexte. Il s'agissait de voir si les élèves pouvaient reconnaître un contre-exemple dans une situation ne posant pas de difficultés techniques particulière. Certaines réponses, concernant les items a', b', et c', semblent indiquer une confusion entre les notions d'exemple et de contre-exemple.

Par contre l'ensemble de la question est mal posée. Elle est traduite de l'anglais aussi précisément que possible, mais l'erreur vient de la question initiale. En fait, l'item d' présente un exemple du fait que la relation

$\sin(a + b) = \sin a + \sin b$  n'est pas toujours vraie

Cet item présente par contre un contre-exemple permettant de réfuter l'assertion :

*Quels que soient les réels a et b, la relation  $\sin(a + b) = \sin a + \sin b$  est vérifiée.*

Certains élèves montrent d'ailleurs leur embarras en répondant *je ne sais pas*.

**CONCLUSION du thème Connaissance et Utilisation des Théorèmes en Géométrie**

La place nous a manqué dans cette évaluation, qui comprend pourtant 220 questions et plus de 500 items, pour faire un tour complet des compétences des élèves dans le domaine concerné. En fait, ce thème est double ; il concerne d'une part les acquisitions de contenu : notions et théorèmes, d'autre part la capacité à les utiliser dans une argumentation.

En classe de Seconde, les élèves ont abordé de nouvelles notions et de nouveaux outils. Mais il se trouve que ces notions et ces outils entrent bien souvent en conflit avec ceux qu'ils s'étaient plus ou moins appropriés au collège. Ce qui est la pire des situations : il est souvent plus facile d'apprendre du neuf que de modifier de l'ancien. Est-ce à dire qu'il faudrait présenter d'emblée les notions et les outils sous leur forme définitive ? On se convaincra vite de l'impossibilité d'une telle présentation dans la plupart des cas. Est-ce à dire qu'il faille retarder certains apprentissages ? Dans l'ensemble, nous n'en sommes pas convaincus, mais cela est peut-être souhaitable dans quelques cas.

Ce qui est plus vraisemblable c'est que la construction des savoirs passe inévitablement par des phases intermédiaires et qu'il n'est pas possible de bousculer trop vite les étapes.

De nombreuses études montrent qu'en ce qui concerne le développement des compétences générales (ici la déduction en mathématiques), et par opposition aux connaissances factuelles, l'augmentation d'une année à l'autre, des scores correspondants, dépasse rarement 10 à 15%. C'est à peu près ce que nous retrouvons ici.

Nous avons par ailleurs tendance à vouloir observer les acquisitions les plus récentes des élèves, négligeant parfois de voir comment les acquisitions antérieures se sont consolidées ou éventuellement...détériorées.

L'utilisation et le développement du raisonnement déductif, entrepris dès la Sixième, et qui bien entendu ne concernent pas que ce thème, donnent bien du mal aux élèves et aux enseignants, et, nous l'avons vu, les progrès sont inévitablement lents. Les résultats paraîtront décevants mais il convient de ne pas oublier qu'il ne s'agit pas là d'une nouveauté. Il semble même que l'on puisse affirmer que les résultats de ce domaine sont meilleurs que ceux enregistrés par le SPRESE en fin de seconde 1986 (et non officiellement publiés dans le détail à ce jour - cf bibliographie).

On peut aussi remarquer que même lents, les progrès existent. Nous avons déjà remarqué qu'en Seconde les élèves confondent moins facilement qu'au Collège la description et la démonstration. On verra lors de l'analyse du questionnaire T qu'une démonstration déjà demandée en Troisième voit son taux de réussite passer de 13% (tous élèves de Troisième) à 43%...

Ce qui précède ne signifie pas que l'on doive se satisfaire des résultats obtenus. Sans verser dans le catastrophisme, il convient tout simplement de continuer à chercher les moyens d'améliorer les effets de notre enseignement.

# GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN MUNI D'UN REPERE

L'importance de ce thème a largement été réduite dans les nouveaux programmes de premier cycle, aussi de nombreuses notions ont-elles été reportées en Seconde. Il était donc légitime d'apporter une vigilance particulière, cette année, à la géométrie analytique : en plus des questions qui se trouvent réparties dans l'ensemble des épreuves, nous lui avons consacré un questionnaire thème (modalité Q). Des questions se posaient plus particulièrement : est-ce-que les modifications des programmes allaient se traduire par une meilleure compréhension de ces notions par les élèves ? Est-ce-que les élèves allaient donner plus de sens à cette géométrie analytique ? Nous avons essayé d'apporter des informations qui pourront aider à répondre à ces questions.

## Droite munie d'un repère $(O; \vec{i})$

Calculer la distance AB (5Y613), calculer l'abscisse d'un point (2Y004).

Les résultats de la question Q1-4 font apparaître que les valeurs absolues sont peu utilisées de manière explicite. De nombreux élèves calculent "simplement" en faisant  $-6,8 + 2,3$  montrant ainsi qu'ils possèdent une bonne image mentale de la droite munie d'un repère. Les élèves qui se trompent manifestent, par contre, la plupart du temps, d'une mauvaise image de cette droite, les élèves faisant une opération quelconque avec les deux abscisses proposées.

Nous trouvons également des utilisations de la norme du vecteur  $\vec{AB}$ . et l'on observe que les élèves transfèrent à la droite leur connaissance du plan.

Pour trouver l'abscisse du point C, soit les élèves utilisent une mise en équation, soit ils écrivent directement la différence attendue manifestant à nouveau ici leur capacité à visualiser ce type de problème. Cette dernière capacité est sans doute à développer chez nos élèves.

EVAPM 2/91 Q 1-4

Sur une droite munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ , on considère les points A et B tels que :

l'abscisse du point A est  $-2,3$  5Y163

l'abscisse du point B est  $-6,8$  2Y004

Calculer la distance AB.

Démarche faisant intervenir la valeur absolue : 25%

NR : 09% R = 49%

Calculer l'abscisse du point C  $\rightarrow \frac{7}{5} \vec{i}$  tel que :  $BC = \frac{7}{5} \vec{i}$

Démarche faisant intervenir la relation de Chasles : 19%

R = 24% NR : 51%

## Savoir lire et calculer une mesure algébrique (2Y001)

Les résultats à ces questions peuvent peut-être s'expliquer par la place très marginale de cette notion dans le programme. Celui-ci précise en effet : "la

mesure algébrique  $\vec{AB}$  ...est une notation commode. En dehors de la relation de Chasles, aucun usage de cette notion n'est au programme". La mesure algébrique n'est donc pas un outil en Seconde

(en est-elle un ailleurs ?) ; elle reste sans doute un objet vide de sens que les élèves ne maîtrisent pas. Il y a très peu de non-réponses aux questions R14 et S24, sans doute parce qu'elles sont de type Q.C.M., mais la réussite est assez faible. Ceci montre de toute manière que cette notion n'est pas si facile que certains le prétendent...

EVAPM 2/91 R 14

A, B, C et D désignent quatre points d'une droite (d) munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ . 2Y001

Si les points A, B, C et D ont pour abscisses respectives  $(-75), (+50), (-25)$  et  $(+40)$ , alors :

a	$\vec{BC} = 75$	R = 20%
b	$\vec{AB} = -25$	
c	$\vec{AC} = 50$	
d	$\vec{DC} = -65$	

NR : 07% Insp Oui Non Insp

EVAPM 2/91 S 24

A, B, C et D désignent quatre points d'une droite (d) munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ . Quelles que soient les abscisses Y 001 points A, B, C et D, on peut écrire :

a	$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$	R = 21%
b	$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$	
c	$\vec{DC} = \vec{AC} - \vec{AD}$	
d	$\vec{DC} = \vec{AC} - \vec{AD}$	

NR : 05% Insp

### Changement de repère sur une droite (2Y002)

Le changement de repère, même sur une droite, est difficile. Les élèves ont peut-être des difficultés à se rendre compte que le point M est fixe et que seul le repère change. La notion de repère est-elle bien assimilée ? Il serait intéressant ici de savoir comment les élèves ont procédé pour répondre. La nature de la question (Q.C.M.) ne nous le permet pas. Nous aurions pu également poser cette question dans l'épreuve de gestion mentale, ce qui aurait obligé les élèves à la traiter par des images mentales.

EVAPM 2/91 R 17

Sur une droite munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ , soit  $O'$  le point d'abscisse 3

Soit M le point d'abscisse 24, dans le repère  $(O; \vec{i})$ .

**R = 20%** (NR: 05%)

	Oui	Non	Insp.
a Dans le repère $(O; \vec{i})$ , l'abscisse du point M est -25			
b Dans le repère $(O; \vec{i})$ , l'abscisse du point M est 21			
c Dans le repère $(O; 4\vec{i})$ , l'abscisse du point M est 96			
d Dans le repère $(O; -4\vec{i})$ , l'abscisse du point M est -6			

## Plan muni d'un repère

### Placer un point (2Y005, 2Y007)

EVAPM 2/91 E 31-35

Dans le plan muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , les points A et C sont repérés par leurs coordonnées :  $A(2; -3)$  ;  $C(-1; \frac{9}{2})$   
 le point B est défini par :  $\vec{AB} = -\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$

Placer les points A, B et C.

Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifiez votre réponse par un calcul.

Recherche d'une relation de colinéarité : **42%**  
**R = 28%** (NR: 37%)

Point A bien placé : **92%** (NR: 05%)  
 Point B bien placé : **52%** (NR: 15%)  
 Point C bien placé : **87%** (NR: 05%)  
 3 points bien placés : **51%**

Dans la question E31-35, un élève sur deux arrive à placer le point B à partir du point A et du vecteur  $\vec{AB}$ . Nous ne demandons pas de justification pour ce tracé. Est-ce que les élèves ont essayé de calculer les coordonnées du point B ? Ont-ils essayé de construire directement ? La réussite très moyenne à cette question est peut-être due à la crainte des élèves de placer des points sans avoir calculé.

Cette question est d'ailleurs à comparer avec la question Q 3-4 analysée plus haut. Dans les deux cas il faut trouver un point à

partir d'un autre et d'un vecteur. Le croisement de ces deux questions montrent que parmi les élèves qui réussissent E32 pratiquement aucun n'échoue Q4, par contre parmi ceux qui réussissent Q4, la moitié échoue E32. Il semble donc que les élèves qui savent résoudre ce type d'exercices dans le plan savent le faire sur la droite, la réciproque étant fautive. Ceci peut plutôt laisser supposer que les élèves ont calculé les coordonnées de B pour le placer. Est-ce bien pertinent ?

EVAPM 2/91 C 4-5

Dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  on donne :  $\vec{OA} = -1,2\vec{i} + 0,2\vec{j}$   
 $\vec{OB} = 1,2\vec{i} + 2,8\vec{j}$

Soit M le milieu du segment [AB]  
 Calculer les coordonnées du point M

Justification des calculs :  
 Démarche correcte : **58%** (NR: 19%)  
 Réponse : **R = 51%** (NR: 20%)

### Calculer les coordonnées du milieu d'un segment (3Y102)

La donnée vectorielle des points A et B, dans la question C04-05, a posé des problèmes aux élèves. Ceux qui ont écrit les coordonnées de A et B sont arrivés à calculer les coordonnées du milieu. Il semble donc que la correspondance "coordonnées de A" et "coordonnées de  $\vec{OA}$ " ne soient pas encore bien perçues. Nous devons ici, peut-être, nous interroger sur l'apprentissage de cette correspondance qui ne semble pas si évidente.

### Calculer la distance AB (3Y103)

La question Q25-28 demande en fait de décider si trois points, connus par leurs coordonnées dans un repère orthonormal, sont les sommets d'un triangle rectangle. La réponse pouvait être trouvée par différentes méthodes : c'est le calcul des distances et l'utilisation du théorème de Pythagore qui a été privilégiée. Les équations de droites ou les coefficients directeurs ne sont pas devenus en Seconde des outils rapidement mobilisables qui pourraient supplanter

des méthodes vues en premier cycle. Insistons-nous suffisamment dans notre enseignement sur les comparaisons de différents méthodes, leurs avantages, leurs inconvénients ? Nos champs de problèmes sont-ils suffisamment riches pour convaincre l'élève de la performance et de l'utilité de ces nouveaux objets ?

Finalement 41% des élèves répondent correctement à cette question. En 1990, 66% des élèves de Troisième orien-

EVAPM 2/91 Q 25-28

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points : A(2;4) ; B(8;3) ; C(10;12) (3Y103)

Le triangle ABC est-il rectangle ?

Détail des calculs et du :

- Réponse correcte justifiée par Pythagore : 24% (EVAPM 3/90 (M8) : 37% (46%))
- Réponse correcte justifiée par des équations de droite : 04% (EVAPM 3/90 (M9) : 05% (06%))
- Réponse correcte justifiée par des coefficients directeurs : 04% (EVAPM 3/90 (M10) : 06% (09%))
- Réponse correcte justifiée par l'analyse des coordonnées de vecteurs : 09% (EVAPM 3/90 (M11) : 03% (05%))

Conclusion : R = 41% (EVAPM 3/90 : 41% (66%)) NR : 10%

tés en Seconde la réussissaient. La baisse est sensible ; elle peut en partie provenir de place dans le questionnaire. Cette baisse peut aussi s'expliquer par la possibilité d'utiliser de nombreux outils qui ne sont pas encore assimilés suffisamment. En Seconde 24% des élèves répondent correctement en utilisant le théorème de Pythagore, il y en avait 46% parmi les élèves de Troisième passant en Seconde. Il semble donc que des élèves ont essayé d'autres méthodes sans les mener correctement jusqu'au bout.

Calculer les coordonnées d'un point M tel que  $\vec{AM} = k \vec{AB}$  (2Y010)  
 Savoir utiliser les coordonnées de vecteurs pour dire s'ils sont colinéaires (2Y016)

Dans la question Q17-20, le taux de non réponses est beaucoup plus important dans le calcul des coordonnées de M que dans celui des coordonnées de B. Comment expliquer cette différence ? Peut-être la fraction, négative en plus, ou bien l'absence de méthode disponible (l'égalité vectorielle ne se traduit pas directement par une égalité de coordonnées et nécessite une étape supplémentaire). Ceci est d'ailleurs à relier au placement du point B de la question E 32, ou encore au calcul de l'abscisse de C dans la question Q4, toutes deux analysées précédemment. Un des problèmes semble ici résider dans la difficulté de prise de décision par l'élève : ils ne sont pas très nombreux à poser : "soit x et y les coordonnées .....". Cet exercice qui peut paraître simple se heurte à une absence de méthode.

Le taux de réussite de la question R16 est bien meilleur que celui obtenu pour la reconnaissance de vecteurs orthogonaux (voir S15 : 29%) ; la colinéarité est bien sûr beaucoup plus employée que l'orthogonalité, la différence n'est donc pas très surprenante. Nous croiserons plus loin cette question, avec E35 où l'on utilise la colinéarité pour montrer l'alignement.

Coordonnées de  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $\lambda \vec{u}$  (2Y011-2Y012-2Y013)

La question F36-38 est à relier avec celles concernant les calculs de coordonnées de points (Q17-20...). Ainsi 48% des élèves trouvent les coordonnées de  $-\frac{1}{4} \vec{v}$  et 16% trouvent les coordonnées de M tel que  $\vec{AM} = -\frac{1}{4} \vec{AB}$ . Le croisement de ces deux questions montrent que 12% des élèves réussissent les deux questions à la fois ; de plus, parmi les élèves qui réussissent F38 (c'est à dire qui arrivent à calculer les coordonnées de  $k \vec{u}$ ), le quart arrive à

EVAPM 2/91 Q 17-20

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (2Y010)  
 Un point A est donné par ses coordonnées :  $A(-2; 5)$  (2Y050)  
 Le point B est défini par :  $\vec{AB} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

1°) Calculer les coordonnées du point B.

Détail des calculs

Demarche correcte : 45% (NR : 39%)

Réponse : R = 45% (NR : 38%)

2°) Calculer les coordonnées du point M tel que :  $\vec{AM} = -\frac{1}{4} \vec{AB}$

Détail des calculs

Demarche correcte : 28% (NR : 55%)

Réponse : R = 16% (NR : 57%)

EVAPM 2/91 R 16

On donne les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{x}$ , définis par leurs coordonnées dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$  (2Y016)

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{w} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{x} \begin{pmatrix} 5 \\ 0,83 \end{pmatrix}$

a	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires	Oui	Non	Insp
b	Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont colinéaires	Oui	Non	Insp
c	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires	Oui	Non	Insp
d	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires	Oui	Non	Insp

R = 43% (NR : 07%)

appliquer cette connaissance pour le calcul des coordonnées de M tel que  $\vec{AM} = -\frac{1}{4} \vec{AB}$ .

Il faut noter le taux relativement élevé de non réponses pour un exercice non placé en fin de questionnaire et qui, a priori, n'est pas d'une grande complexité ; cela peut montrer que la géométrie analytique n'est pas très familière aux élèves de Seconde.

**Calcul des coordonnées d'un vecteur orthogonal à u (2Y014)  
Savoir décider si deux vecteurs sont orthogonaux (2Y018)**

La réponse à la question S15 relève d'un certain automatisme que l'on mémorise assez facilement lorsque la méthode a été utilisée plusieurs fois ; les erreurs de calcul ne sont sans doute pas la cause essentielle de la réussite relativement modeste. Le transfert du produit scalaire en classe de Première a peut-être entraîné une diminution sensible des problèmes utilisant l'orthogonalité de deux vecteurs, le très fort taux de non réponses peut confirmer cette hypothèse.

**Savoir calculer la norme d'un vecteur (2Y015)**

Les taux de non réponses des questions A45-47 et Q42-46 sont très élevés ; il peuvent s'expliquer en partie par leur place dans le questionnaire.

Cependant les taux de réussite de A 45-47 et S12 sont très voisins (malgré leur taux de non réponses très différents qui n'est dû qu'à l'effet Q.C.M.). Ceci confirme la mauvaise connaissance de certains résultats de géométrie analytique, que les enseignants de Seconde avaient l'habitude d'attendre de leurs élèves dès le début de l'année (attendre ne signifiant pas obtenir...). Les résultats enregistrés ici peuvent se comprendre car les notions en question sont maintenant nouvelles en Seconde et ne sont sans doute pas très souvent mises en oeuvre.

**Savoir montrer que trois points sont alignés en utilisant leurs coordonnées (2Y020)**

En ce qui concerne les items E34 et E35 de la question E33-35 présentée plus haut, ils forment la deuxième partie d'un exercice, mais les deux parties sont théoriquement indépendantes. Le taux de non-réponses est, ici encore, très élevé (37%) et le taux de réussite assez faible (28%). La non réalisation du dessin semble être un obstacle important à la recherche de la deuxième question.

En croisant E34 et R16 (analysé précédemment) on observe que 55% des élèves qui savent reconnaître que deux vecteurs sont colinéaires arrivent à utiliser cette connaissance pour montrer l'alignement de trois points. L'objet de connaissance n'est pas devenu un outil pour une part importante d'élèves.

EVAPM 2/91 F 36-38

Dans la base  $(i, j)$ , on donne les vecteurs :  
 $\vec{u}(\frac{1}{2}; -7)$  ;  $\vec{v}(-1; 5)$

Calculer les coordonnées des vecteurs :

	Calculs :	Réponse:
$\vec{u} + \vec{v}$	2.Y011	R = 56% (NR: 24%)
$\vec{u} - \vec{v}$	2.Y012	R = 52% (NR: 29%)
$-\frac{1}{4}\vec{v}$	2.Y013	R = 48% (NR: 35%)
		Réussite conjointe : 42%

58

EVAPM 2/91 S 15

2.Y018 R = 29% (NR: 07%)

On donne les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{x}$ , définis par leurs coordonnées dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ .  
 $\vec{u}(\frac{1}{5}; -\frac{1}{5})$  ;  $\vec{v}(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5})$  ;  $\vec{w}(\frac{1}{6}; \frac{1}{6})$  ;  $\vec{x}(\frac{0,4}{0,88}; \frac{0,4}{0,88})$

a	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Resp
b	Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Resp
c	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Resp
d	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Resp

EVAPM 2/91 D 19-20

Le plan étant muni d'une base orthonormale  $(i, j)$ , donner les coordonnées d'un vecteur  $\vec{v}$  orthogonal au vecteur  $\vec{u}(-1; 1)$ .

2.Y014

R = 27% (NR: 52%)

Réponse: R = 23% (NR: 51%)

EVAPM 2/91 Q 42-46

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont donnés par leurs coordonnées dans une base orthonormée  $(i; j)$ . :  $\vec{u}(3; 4)$  ;  $\vec{v}(0; 5)$  2.Y015

1°) Calculer les normes des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

Mise en évidence de la formule: 22%

norme de  $\vec{u}$ : R = 21% (NR: 73%) norme de  $\vec{v}$ : R = 23% (NR: 73%)

2°) L'égalité  $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$  est-elle l'égalité des vecteurs ? justifier votre réponse.

R = 20% (NR: 73%)

3°) Trouver un troisième vecteur  $\vec{w}$  de même norme que  $\vec{u}$  et qui ne soit colinéaire ni à  $\vec{u}$  ni à  $\vec{v}$ .

R = 08% (NR: 88%)

EVAPM 2/91 S 12

2.Y015

Dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne :  
 $\vec{u}(3; 4)$  ;  $\vec{v}(1; -1)$

Calculer la norme de  $\vec{u} + \vec{v}$

a	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = (4; 3)$	NR: 12%
b	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 5\sqrt{2}$	Oui   Non   Resp
c	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 7$	R = 11%
d	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 5$	

EVAPM 2/91 A 45-47

Dans la base orthonormale  $(\vec{i}; \vec{j})$ , on donne les vecteurs : 2.Y015

$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$   
 $\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$   
 $\vec{w} = -3\vec{i}$

Calculer les normes de ces vecteurs :

$\|\vec{u}\| =$  R = 19% (NR: 52%)  
 $\|\vec{v}\| =$  R = 14% (NR: 54%)  
 $\|\vec{w}\| =$  R = 23% (NR: 54%)

Réussite conjointe : 14%

# DROITES DANS LE PLAN MUNI D'UN REPERE

## Tracer une droite définie par un point et un coefficient directeur (3Y105)

La réussite à la question F33-35 est à peu près du même ordre que celle obtenue par les élèves de Troisième entrant en Seconde (et même légèrement inférieure). La question était à peu près à la même place en Troisième et en Seconde, ce qui facilite la comparaison. Les taux de non-réponse sont d'ailleurs semblables. Le coefficient directeur n'est peut-être pas beaucoup utilisé par les enseignants et de plus de nouveaux outils sont introduits en Seconde ce qui sans doute provoque des perturbations dans l'utilisation des anciens.

## Tracer une droite définie par un vecteur directeur et un point (2Y022)

Nous avons posé la question C10-12 et la question F33-35 pour comparer l'utilisation de vecteurs directeurs à celle de coefficients directeurs. La différence est éloquent, l'outil nouveau a obtenu une réussite bien supérieure. Ceci semble prouver que de nombreux élèves ne peuvent pas traduire un coefficient directeur "p" en un vecteur directeur de coordonnées "(1 ; a)". Ceci est regrettable et sera sans doute préjudiciable en classe de Première lors de l'introduction de la tangente (droite qui admet le nombre dérivé comme coefficient directeur).

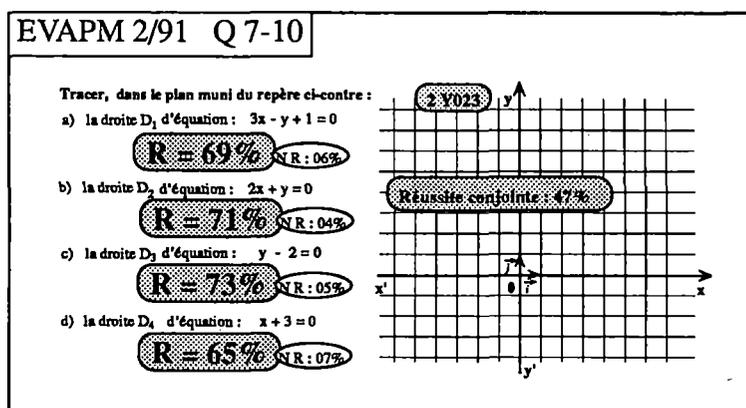
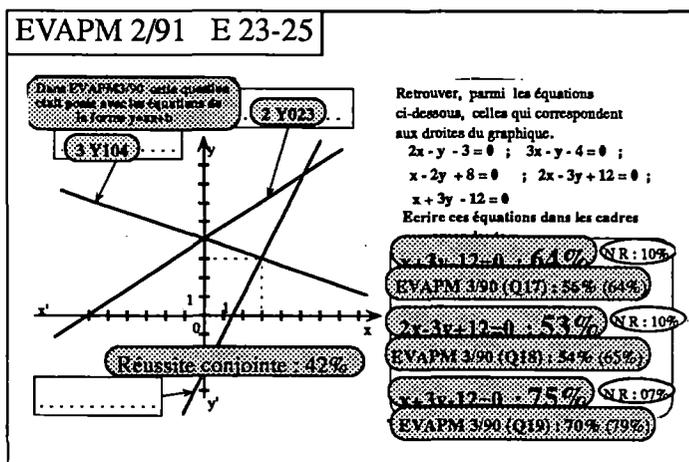
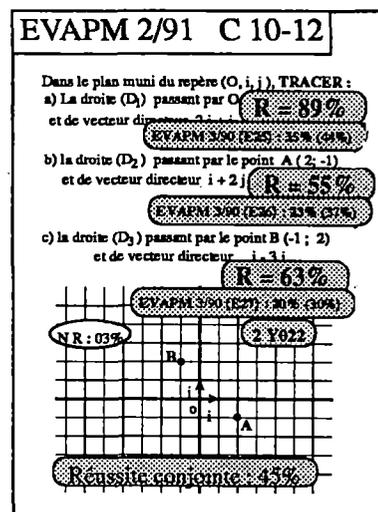
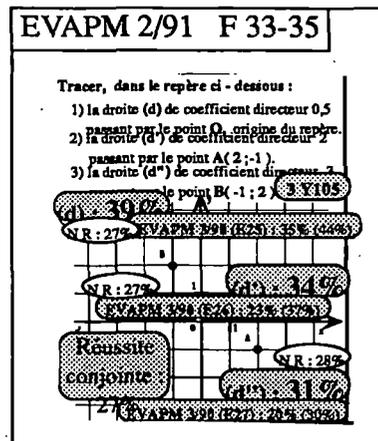
## Tracer une droite définie par une équation de la forme $ax+by+c = 0$ (2Y023)

La comparaison avec les questions posées en Troisième (en ce qui concerne les élèves orientés en Seconde) montre une stabilité pour les droites d'équation  $3x - y + 1 = 0$  et  $2x + y = 0$ , et une forte augmentation pour les deux droites particulières de la question Q7-10.

Les copies montrent que peu d'élèves ont rempli la case "calculs si nécessaire", mais lorsqu'ils le font ils passent à la forme  $y = ax + b$  qui est celle de Troisième, ce qui est un peu paradoxal lorsque l'on sait que leur réussite de tracé à l'aide du coefficient directeur est très moyenne ( voir analyse de la question F33-35). Ils semblent donc préférer la forme de Troisième sans bien l'exploiter (ordonnée à l'origine, coefficient directeur,...).

Les réponses permettent de constater que la réussite est sensiblement la même qu'en Troisième, sauf pour la droite d'équation  $2x - 3y + 12 = 0$ .

Les copies montrent une nouvelle fois que de nombreux élèves se ramènent à la forme  $y = ax + b$ , puis cherchent deux points (ce qui peut expliquer la différence de réussite pour la droite d'équation  $2x - 3y + 12 = 0$ , certains élèves écrivant dans un premier temps  $-3y = -2x - 12$ , puis cherchant y en faisant une erreur de signe). La forme  $ax + by + c = 0$  semble donc être refusée par les élèves, sa nécessité n'étant sans doute pas perçue.



### Déterminer une équation d'une droite définie par deux points (3Y106)

La réussite à la question D21-22 est pratiquement la même qu'en fin de Troisième (pour les élèves admis en Seconde). La diversité des méthodes possibles est sans doute une des causes de cette stagnation. La lecture des copies montre qu'en effet de nombreuses stratégies sont utilisées (vecteur directeur, coefficient directeur, système...).

Il faut noter également le taux élevé de non-réponses.

EVAPM 2/91 D 21-22

Déterminer une équation de la droite (AB). (3Y106)

Calculs

Démarche correcte : 62% (NR : 25%)

EVAPM 3/90 (D12) : 40% (69%)

R = 47% NR : 25%

Réponse : EVAPM 3/90 (14) : 32% (49%)

### Déterminer une équation d'une droite définie par son coefficient directeur et un point (3Y107)

Pour la question Q5-6, le taux de non-réponses est assez élevé pour une question se situant au début d'un questionnaire. Ici encore nous observons une stabilité des résultats entre la Troisième et la Seconde.

La perturbation apportée par les nouveaux outils (forme  $ax + by + c = 0$ , vecteurs...) apparaît ici pleinement. On en trouvera quelques exemples en fin de chapitre.

EVAPM 2/91 Q 5-6

Sur une droite munie d'un repère  $(O; i, j)$ , on considère les points A et B tels que :

l'abscisse du point A est  $-2,3$  (3Y163)

l'abscisse du point B est  $-4,8$  (2Y004)

Calculer la distance AB.

Démarche faisant intervenir la valeur absolue : 25%

NR : 0% R = 49%

Calculer l'abscisse du point C tel que  $\vec{BC} = \frac{2}{3}\vec{i}$

Démarche faisant intervenir la relation de Chasles : 19%

R = 24% NR : 51%

### Déterminer une équation d'une droite définie par un vecteur directeur et un point (2Y025)

Un élève sur deux ne répond pas à la question B 12-13, pourtant située au début de questionnaire. Le mot vecteur directeur étant pourtant bien compris, comme nous l'avons vu à la question C10-12, la difficulté est ailleurs. On peut supposer que c'est la relation de colinéarité qui pose problème. L'examen des copies montre que de nombreux élèves partent de la forme  $y = ax + b$  ou  $ax + by + c = 0$  pour trouver l'équation. En fait, ici, c'est la notion de lieu géométrique qui pose peut-être problème, les élèves ne se posant pas la question "à quelle condition le point appartient-il à la droite?"

EVAPM 2/91 B 12-13

Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

Une droite (D) a pour vecteur directeur  $0,5\vec{i} - 2\vec{j}$  et passe par le point  $A(1; 2)$ .

Déterminer une équation de cette droite.

Calculs (2Y024)

Démarche correcte : 31%

NR : 48%

Réponse : R = 20% NR : 50%

### Déterminer une équation d'une droite définie par un vecteur orthogonal et un point (2Y025)

Dans la question S17 sont cumulées deux difficultés analysées précédemment : la caractérisation par colinéarité de l'appartenance d'un point à une droite (question B12-13) et l'expression de l'orthogonalité (question S15).

Notons qu'en Troisième la détermination de l'équation d'une droite passant par un point et perpendiculaire à une autre était réussie par 17% des élèves (23% des admis en Seconde).

Il faudra être vigilant en ce qui concerne cette difficulté qui semble se prolonger de Troisième en Seconde.

EVAPM 2/91 S 17

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

La droite (D) est orthogonale au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$  et passe par le point  $B(-2; 3)$ .

Une équation de cette droite est :

a	$4x + y + 5 = 0$	Oui	Non	Insp
b	$4x - y + 11 = 0$	Oui	Non	Insp
c	$x + 4y - 10 = 0$	Oui	Non	Insp
d	$x - 4y + 14 = 0$	Oui	Non	Insp

2Y024 R = 23% NR : 15%

### Passer du vecteur directeur au coefficient directeur (2Y027)

La réussite relativement faible à la question R15 confirme nos analyses précédentes : le lien entre coefficient directeur et vecteur directeur est mal connu. Un nouvel outil a été vu en Seconde, mais il semble être indépendant de celui vu en Troisième ; cette "empilement" des outils est sans doute préjudiciable à la formation. Nous devrions sans doute être plus vigilants en ce qui concerne la cohérence des apprentissages.

EVAPM 3/90 C 26-28

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on donne la droite (d) d'équation :  $y = -\frac{2}{3}x + 1$

a) Ecrire l'équation de la parallèle à (d) passant par l'origine du repère.

Question empruntée à l'évaluation fin de troisième 1994 organisée par la Direction de l'évaluation et de la Prospective (D.E.P.) et utilisée dans cette évaluation avec l'autorisation de...

$y = \dots$  R = 50% (3Y108) NR : 33%

b) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par l'origine du repère.

$y = \dots$  R = 29% (3Y109) NR : 40%

c) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à (d) passant par le point  $A(4; 4)$ .

$y = \dots$  R = 17% (3Y110) NR : 53%

### Une équation de droite étant donnée déterminer le coefficient directeur

La question S23 se situe à la fin d'un questionnaire ; cependant on pouvait attendre une meilleure réussite sachant que la forme  $y = ax + b$  est privilégiée par les élèves. Peut-être est-ce le mot coefficient directeur qui est mal (ou peu) connu ?

EVAPM 2/91 R 15

Dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère la droite (d) passant par le point  $M(-85; 57)$  et de vecteur directeur u tel que :  $u \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$

Le coefficient directeur de la droite (d) est :

a	1,6	NR : 19%	2.Y027
b	0,625		
c	-1,6		R = 24%
d	-0,625		

### Position relative de deux droites données par leur équation (2Y032-3Y108-3Y109)

La question Q11-16 opérationnalise cette compétence. La réussite est meilleure dans le cas où il s'agit simplement de reconnaître que deux droites sont sécantes Il faut remarquer cependant que les formes des différents items ne sont pas semblables. En effet, dans la première question on demande "Les droites (d1) et (d2) sont-elles sécantes ?", alors que dans les autres on demande de trouver des droites parallèles ou perpendiculaires. Nous savons bien que la deuxième forme pose des problèmes aux élèves puisqu'ils doivent considérer plusieurs cas. Ceci peut expliquer la différence de réussite, alors que la connaissance à appliquer est la même.

EVAPM 2/91 S 23

Dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère la droite (d) dont une équation est  $2x - 5y - 42 = 0$

Le coefficient directeur de la droite (d) est :

a	0,4		2.Y026
b	-0,4		R = 34%
c	2		
d	-2,5	NR : 12%	

L'observation des copies montre que pour l'orthogonalité, les élèves utilisent presque exclusivement le produit des coefficients directeurs.

### EVAPM 2/91 Q 11-16

Le plan étant muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les droites suivantes, données par leurs équations :

(d<sub>1</sub>) :  $2x + 3y - 1 = 0$     (d<sub>2</sub>) :  $2x - 3y + 5 = 0$     (d<sub>3</sub>) :  $6x + 4y - 1 = 0$   
 (d<sub>4</sub>) :  $-4x + 6y + 1 = 0$     (d<sub>5</sub>) :  $7x - 2y + 5 = 0$

Les droites (d<sub>1</sub>) et (d<sub>2</sub>) sont-elles sécantes ? Justifier votre réponse.  
 R = 50%    NR : 20%

Deux des droites données sont parallèles. Lesquelles ? Justifier votre réponse.  
 R = 34%    NR : 22%    Réussite conjointe : 18%

Deux des droites données sont perpendiculaires. Lesquelles ? Justifier votre réponse.  
 R = 30%    NR : 33%

Utilisation, au moins dans un cas, de vecteur directeur : 16%  
 Utilisation, au moins dans un cas, de coefficient directeur : 24%  
 Utilisation, au moins dans un cas, de déterminant ou produit scalaire : 26%

### Détermination par le calcul des coordonnées du point d'intersection de deux droites (2Y033)

Les erreurs de calculs semblent être à l'origine de la faible réussite à la question F31-32. Un élève sur deux qui utilise une démarche correcte n'arrive pas au résultat.

### EVAPM 2/91 F 31-32

On donne les droites d et d' d'équations :  
 (d) :  $2x - y + 5 = 0$  ; (d') :  $3x - 5y + 6 = 0$

Sachant que ces droites sont sécantes, calculer les coordonnées du point I, intersection de (d) et (d')

Calculs  
 Démarche correcte : 56%  
 NR : 26%

Réponse : R = 26%

### Problèmes à questions enchaînées (2Y009-2Y018-2Y025)

L'épreuve Q contenait deux exercices à questions enchaînées.

Sauf pour la première question consistant à placer des points de coordonnées données dans le plan muni d'un repère, le premier de ces deux exercices a obtenu des taux de non-réponses très importants (plus de 50%). Le fait d'avoir rappelé, dans l'énoncé, la définition de la médiane issue de O, n'a pas été suffisant. Trois élèves sur quatre ont préféré passer directement à la question suivante, se fiant sans doute à l'apparence de la question pour la juger trop compliquée.

Les 18% d'élèves qui trouvent l'équation de la hauteur correspondent en fait à 35% des élèves qui ont tenté de résoudre la question. C'est à peu près le pourcentage que l'on observe ailleurs en ce qui concerne les élèves qui connaissent et savent utiliser la caractérisation de l'orthogonalité de deux droites (voir Q11-16).

Toutefois, si l'on croise les résultats obtenus aux items Q13 et Q23 qui portent tous deux sur l'orthogonalité de deux droites, on observe seulement 09% des élèves qui réussissent Q13 et Q23, tandis que l'on trouve 37% des élèves qui réussissent Q13 ou Q23 (voir tableau de croisement où 1 signifie réussite, O signifie échec et X signifie non-réponse.

		Q13			
		1	0	X	
Q23	1	9%	6%	1%	16%
	0	12%	15%	7%	33%
	X	10%	16%	25%	50%
		30%	37%	33%	

Si l'on observe le tableau qui résume le croisement de Q23 avec la réussite complète à la question Q11-13, on est de plus amené à conclure à la quasi indépendance des deux questions.

On peut tout aussi bien conclure en disant qu'il n'y a que 10% des élèves qui manifestent une certaine maîtrise de l'orthogonalité de deux droites dans le plan muni d'un repère, ou dire qu'il y en a au moins 40% qui possèdent des capacités à ce sujet.

La question Q29-41 nous a donné beaucoup de mal, a été l'objet de nombreuses discussions dans notre équipe et a fait couler beaucoup d'encre et...d'unités téléphoniques !

62

En fait, comme pour les autres thèmes, et dans le but d'effectuer des comparaisons avec les résultats obtenus dans le cadre des anciens programmes, nous avons cherché des questions posées dans des évaluations antérieures. Malheureusement, nous n'avons pas trouvé grand chose et nous avons dû nous contenter d'une question posée par le SPRESE dans son évaluation Seconde 1986.

Les résultats obtenus en 1986 étaient assez catastrophiques, et nous avons quelque raison de penser que la formulation de la question y était pour quelque chose. De toute façons, compte tenu des changements d'habitudes langagières, il n'était plus possible de poser la question dans sa forme primitive.

Nous avons donc été contraints de modifier cette question, perdant ainsi une grande partie des possibilités de comparaisons qui nous avaient pourtant amenés à la choisir. La pré-expérimentation n'a pas été très satisfaisante et nous avons été amenés à modifier une nouvelle fois l'énoncé, à la dernière minute, et sans qu'une nouvelle expérimentation soit possible.

Malheureusement, la dernière modification effectuée a introduit une légère erreur d'énoncé : au lieu de "A est un point du demi axe (Ox)...",

il faut lire "A est un point du demi axe [OJ]..."

Certains enseignants ont fait corriger cette erreur, d'autres non. L'examen des copies montre d'ailleurs que certains élèves ont corrigé d'eux mêmes et l'analyse des résultats montrent qu'au moins 35% des élèves ont correctement interprété la figure. Quoiqu'il en soit, cette erreur rend très difficile l'interprétation des résultats.

Nous reproduisons ici, outre la question telle que nous l'avons posée, avec les résultats enregistrés, la question d'origine du SPRESE avec ses résultats.

Abstraction faite de l'erreur d'énoncé dont nous avons acquis la certitude qu'elle n'est pas seule responsable des

EVAPM 2/91 Q 21-24

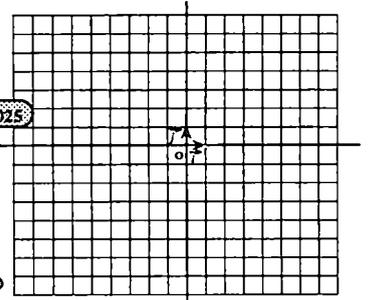
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O; i; j).

On donne les points :

A(2; 0) ; B(0; -3) ;  
C(0; 5) ; D(-7,5; 0)

1°) Placer les points A, B, C et D.

R = 87% NR : 02%



2°) Dans le triangle OBD, déterminer l'équation de la hauteur issue de O.  
(Perpendiculaire à la droite (BD) passant par O)

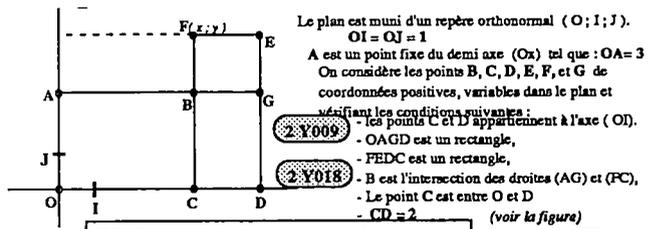
Démarche correcte : 23% NR : 48%

R = 18% NR : 50%

3°) La hauteur du triangle OBD issue de O (droite étudiée au 2°) passe-t-elle par le milieu du segment [AC] ? Justifier votre réponse.

R = 13% NR : 55%

EVAPM 2/91 Q 29-41



Le plan est muni d'un repère orthonormal (O; I; J).  
OI = OJ = 1  
A est un point fixe du demi axe (Ox) tel que : OA=3  
On considère les points B, C, D, E, F, et G de coordonnées positives, variables dans le plan et vérifiant les conditions suivantes :  
- les points C et D appartiennent à l'axe (OI).  
- OAGD est un rectangle,  
- PEDC est un rectangle,  
- B est l'intersection des droites (AG) et (FC),  
- Le point C est entre O et D  
- CD = 2 (voir la figure)

1°) On note x et y les coordonnées du point F.  
Ecrire les coordonnées des points A, B, C, D, E et G, en fonction de x et de y et des données de l'énoncé.  
(compléter le tableau)

	F	A	B	C	D	E	G
Abcisse	x	0	34%	34%	32%	34%	30%
Ordonnée	y	3	34%	34%	32%	34%	30%

2°) On voudrait que la droite (OB) soit perpendiculaire à la droite (FG).  
Trouver une relation traduisant cette condition et liant x et y.  
Utilisation des équations des droites (OB) et (FG) : 03% R = 04%  
Utilisation des coefficients directeurs des droites (OB) et (FG) : 03%  
Utilisation des vecteurs OB et FG : 03% Réponse : NR : 80%

3°) On voudrait que la somme des aires des rectangles OABC et CDEF soit égale à 32.  
Trouver une relation traduisant cette condition et liant x et y.  
Démarche correcte : 09% R = 07% NR : 80%

4°) Calculer x et y pour que les deux relations soient simultanément vérifiées.  
Démarche correcte : 03% R = 01% NR : 93%  
Réponse : x = ... y = ...

Question d'origine : SPRESE SECONDE 1986

L'unité de longueur est le centimètre.

Hypothèses :  
 OABC } Sont  
 ADGB } des  
 ADEF } rectangles  
 La longueur AD est 2cm  
 La longueur OC est 3cm.  
 Dans le repère ortho-  
 normal  $(O; i, j)$ ,  
 le point F a pour  
 coordonnées  $x$  et  $y$

1°) On voudrait que la somme des aires des rectangles OABC et ADEF soit égale à  $32 \text{ cm}^2$ . Trouver une relation liant  $x$  et  $y$  exprimant cette condition.  
 ...  $3x + 2y = 32$  ou la même relation. SPRESE 2/86  
 ... exprimée autrement. R = 12%

2°) On voudrait que la droite (OB) soit perpendiculaire à la droite (FG). Trouver une relation liant  $x$  et  $y$  exprimant cette condition.  
 ...  $2x - 3y = 9$  ou la même relation. SPRESE 2/86  
 ... exprimée autrement. R = 02%

3°) Déterminer  $x$  et  $y$  pour que les deux conditions précédentes soient simultanément vérifiées.  
 ... Résolution correcte :  $x = 6$  et  $y = 7$  ou  
 ... résolution correcte d'un système faux, les  
 ... nombres  $x$  et  $y$  n'étant pas  
 inadmissibles. SPRESE 2/86  
 R = 01%

x =  y =

faibles taux de réussite enregistrés, on peut proposer plusieurs explications plus ou moins concurrentes :

- le problème est mal posé,
- Cette question est mal située dans un questionnaire trop long pour les capacités d'attention et de concentration des élèves.
- La complexité des relations liant les éléments (certains sont fixes, d'autres sont variables...) dépasse largement les possibilités d'un élève de Seconde.

En tout état de cause le refus de ce problème par les élèves doit nous interpeller. Ce type de situation est-il suffisamment proposé aux élèves ? Faut-il poser des problèmes de ce type ? Le travail de recherche que nous proposons aux élèves n'est-il pas trop "aseptisé" sous prétexte de simplification (et sous prétexte de permettre l'évaluation) ?

Nous l'avons dit, cette question a fait couler beaucoup d'encre. Il nous a semblé utile de présenter, dans les lignes qui suivent, une analyse proposée par un membre de l'équipe.

Essayons d'expliquer, en le considérant d'une façon intrinsèque (indépendamment par exemple de sa position à l'intérieur du questionnaire Q), pourquoi la question Q29-39 est, dans son ensemble, refusée par les élèves.

**Problème de langage**

- Les élèves, "dressés" au repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  se retrouvent, là, avec  $(O; I; J)$ .
- On leur parle d'axe, de demi-axe, de coordonnées positives.
- On leur parle de coordonnées variables, mais d'un rectangle OAGD.
- On leur parle d'indépendance des questions.

**Les habitudes des élèves**

Ou bien une question est en quelque sorte une simple question de grammaire ou de vocabulaire : droites parallèles, perpendiculaires, équation de droites, coefficient directeur, vecteur directeur..., ou bien, comme on incite les enseignants à le faire, les élèves sont mis en présence d'un projet sur lequel on essaie de les faire expérimenter, faire des hypothèses, tâtonner... Rien de tel ici.

**La figure (à laquelle l'énoncé demande de se référer)**

Une fois que les élèves ont compris que la donnée 3 pour A est son ordonnée, s'ils vérifient avec leur double décimètre, ce qui n'est pas interdit dans une recherche, ils trouvent une figure fautive, la longueur OA étant 2,5 cm, la longueur CD étant bien 2 cm.

Les élèves peuvent aussi se demander, alors que l'orthogonalité des droites (OB) et (FG) est à peu près réalisée, pourquoi un calcul de la relation en  $x$  et  $y$  demandée donne  $2x - 3y + 9 = 0$  à partir du tableau de coordonnées, mais  $2x - 3y + 9 = 3,7$  à partir de la figure.

A quoi sert une figure piège ?

*Certes les élèves ont pu penser ainsi, mais cela n'est possible qu'avec un double décimètre manipulé fort maladroitement. (Au fait, pourquoi le décimètre devrait-il être double ?)*

*En fait : OA ≈ 2,6cm, CD ≈ 1,8cm, et...OI ≈ OJ ≈ 0.9cm*

*De plus il n'est pas question de centimètres dans l'énoncé.*

*La figure n'est donc pas aussi fautive qu'un élève pourrait le penser. De plus s'il est possible (et non certain) qu'il soit préférable de travailler sur des figures très précises à l'Ecole Élémentaire ou en Sixième, il n'est pas évident que cette habitude doive se prolonger jusqu'en Seconde. (N.D.L.R)*

## Le problème

Il faut comprendre, sans expérimenter, que la figure est déformable,  $x$  et  $y$  étant variable, mais que les rectangles restent des rectangles.

L'élève qui réfléchit et a un support mathématique déjà solide a besoin de retrouver le noeud de cette chaîne de démarches dont  $F$  est le point principal.

L'élève qui a appris et sait réciter peut certainement remplir le tableau (après correction de l'erreur d'énoncé).

## Complexité des questions

La première question n'est pas complexe...

En ce qui concerne la seconde, pour les élèves ayant rempli le tableau et habitués à tirer partie d'un tableau, la méthode du coefficient directeur se présentait en premier. Elle a obtenu, d'ailleurs le pourcentage le plus élevé (09% contre 03% et 03% pour les autres méthodes).

Pour la troisième question, les élèves pouvaient aisément calculer, à partir du tableau, les deux aires à ajouter. 09% ont su faire la démarche correctement, et presque autant (07%) ont bien calculé.

Pour la résolution du système. Les élèves veulent bien faire cela, c'est apparu dans d'autres questionnaires. Mais, savoir passer de deux "relations" "simultanées" à deux équations, est-ce seulement un problème de langage ? cette question a été refusée par 93% des élèves.

S'il y a interpellation, c'est au niveau des poseurs de questions qu'elle doit se faire, et non au niveau des élèves "aseptisés" ou non.

Quel peut être l'objectif d'un tel énoncé ? Qu'est ce qui peut motiver un élève là-dedans ?

Avant de conclure, signalons encore que les questions V25, 27, 28, 29, 30, 31, 32 du questionnaire gestion mentale (V) et les questions T4,5 du questionnaire argumentation ont un rapport avec la géométrie analytique ; nous renvoyons le lecteur à l'analyse faite dans ces thèmes.

## CONCLUSION du thème Géométrie dans le plan muni d'un repère.

Le questionnaire Q, qui traite exclusivement de la géométrie dans le plan muni d'un repère, est celui qui obtient le plus fort taux de non réponses. Ceci peut s'expliquer par une faible familiarité de l'élève avec ce type de géométrie, ce qui peut sembler normal étant donné la diminution de l'analytique dans l'esprit et le contenu des nouveaux programmes.

Il ressort de cette étude que les nouveaux outils proposés aux élèves ont perturbé l'emploi des anciens qui étaient loin d'être bien maîtrisés. De plus les élèves semblent avoir des difficultés pour situer les outils les uns par rapport aux autres, comme s'ils étaient totalement indépendants.

Il semble bien également que la richesse des outils soit mal gérée par les élèves qui discernent mal les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

Les enseignants de Première devront être sensibilisés à cette modification de perception importante, en particulier pour l'introduction de la notion de dérivée.

Il ne faudrait cependant pas conclure que les élèves ne savent plus rien faire en analytique, simplement certaines notions sont en cours d'apprentissage et il conviendra de veiller à la cohérence de ces apprentissages.

# GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

## Analyse du programme

Le programme de géométrie dans l'espace est un prolongement et un approfondissement de celui traité au collège. Certains points vus dans les classes antérieures sont repris. Ainsi le théorème de Pythagore est réutilisé pour des calculs de longueurs dans des situations pouvant être moins standard et immédiates. Les formules donnant la mesure des volumes des solides usuels : parallélépipède rectangle, prisme droit, cylindre de révolution, cône de révolution, pyramide régulière ainsi que celles donnant l'aire de la sphère et du volume de la boule sont elles aussi reprises.

Des points nouveaux sont abordés à savoir les propriétés usuelles du parallélisme, de l'orthogonalité. Les élèves doivent savoir identifier l'intersection de deux plans, d'une droite et d'un plan, mais toujours en s'appuyant sur des situations simples concernant des solides usuels étudiés au collège. On voit apparaître aussi les notions de projection sur un plan suivant une direction donnée et de plan médiateur.

Cette fois, on ne se contente plus de faire des calculs dans un plan occupant une place privilégiée dans un solide, travail essentiel dans le premier cycle, mais on commence à aborder des démonstrations faisant intervenir des intersections de droites, de plans, des plans parallèles, etc...

65

## Evaluation du programme

Pour évaluer ce programme, il a été proposé dans chaque questionnaire (excepté dans les modalités A et D), une question ou deux se rapportant à l'espace. D'autre part, a été passé un questionnaire thème (questionnaire P) uniquement consacré à ce sujet, regroupant un ensemble de questions, les unes déjà rencontrées dans EVAPM3/90 et EVAPM4/89 et d'autres portant uniquement sur le programme de Seconde.

## Essai d'analyse de quelques résultats obtenus

### SAVOIR UTILISER dans des situations simples concernant des solides, le théorème de Pythagore pour des calculs de longueurs - diagonale d'un parallélépipède rectangle (3E101).

La question P1-3 déjà posée en Quatrième et en Troisième a eu cette année en Seconde, une amélioration sensible dans son taux de réussite, par rapport aux résultats des années antérieures.

Si l'on compare les résultats obtenus par les élèves de Troisième admis en Seconde, il ressort que 61% des élèves de Troisième avaient réussi cette question ; cette année en Seconde pratiquement trois élèves sur quatre arrivent au bout et donnent la réponse exacte. Dans ces mêmes conditions, on peut remarquer que 82% des élèves contre 67% en Troisième identifient cette fois un triangle rectangle permettant de résoudre le problème ; 84% énoncent correctement la relation de Pythagore contre 61% en Troisième.

La reconnaissance de la configuration de Pythagore, dans une situation de l'espace, semble donc acquise et est disponible chez les élèves. Seuls 09% des élèves n'ont pas traité la question.

L'habitude de se ramener à des sections planes pour calculer semble bien assimilée en fin de Seconde.

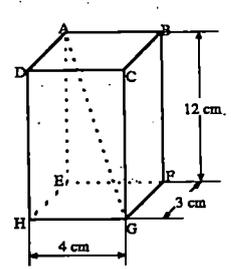
EVAPM 2/91 P 1-3

**3E101**

Voici le dessin en perspective d'un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) dont les dimensions sont portées sur la figure.

Calculer la longueur de la diagonale (AG).

*Donner le détail de tous les calculs et énoncer les propriétés utilisées.*



L'élève a identifié le triangle AEG comme étant rectangle ou deux triangles rectangles permettant de résoudre le problème : **82%**

EVAPM 4/89 (P6) : 27%      EVAPM 3/90 (A5) : 37% (67%)      NR : 09%

Énoncé correct de la relation de Pythagore ou et application à l'un au moins des triangles : **84%**

EVAPM 4/89 (P7) : 26%      EVAPM 3/90 (A6) : 66% (71%)

**R = 74%**      EVAPM 4/89 (P8) : 21%      EVAPM 3/90 (A7) : 48% (61%)      NR : 09%      Réponse : AG = .....

**SAVOIR UTILISER dans des situations simples concernant des solides,**

- le théorème de Thalès pour des calculs de longueurs (2E006)

Dans la question P21-24, près de deux tiers des élèves analysent correctement la situation proposée et utilisent spontanément et correctement la réciproque du théorème de Thalès. Les sous-questions suivantes sont moins bien réussies, mais il faut considérer qu'il s'agit de fournir des démonstrations qui ne sont pas évidentes. La troisième sous-question suppose même une démonstration par l'absurde, ce qui n'est pas nécessairement abordé en classe de Seconde.

**Dans le cas des solides usuels étudiés au collège (et en seconde) :**

- Savoir décrire l'intersection d'un de ces solides par un plan donné (E014).
- Savoir construire une représentation de l'intersection d'un de ces solides par un plan donné (2E015).

La question P4-5 se retrouve dans EVAPM5/88, EVAPM4/89/89 et dans EVAPM3/90. Elle est finalement reprise une fois encore dans le questionnaire P d'EVAPM2/91.

La réussite finale de cet exercice est en Seconde de 58% et on trouve seulement 02% de non-réponses contre 13% l'année précédente.

On peut faire les mêmes remarques que celles faites en Troisième concernant cet exercice ; certains rectangles sont inexacts une des dimensions est 4cm mais il y a problème pour l'autre.

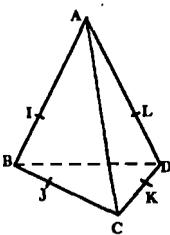
Les élèves réussissant parfaitement le dessin, ne font jamais de construction directe c'est à dire en utilisant le carré pour avoir la diagonale. Ils utilisent soit directement la formule  $d = a\sqrt{2}$ , soit le théorème de Pythagore. Certes, on n'imposait pas de méthode de construction (ou de dessin !), mais cela montre le peu de disponibilité des techniques de construction et sans doute une conception erronée de la nature de la géométrie (problème épistémologique) : pour les élèves, une figure construite est moins "juste" qu'une figure tracée à partir de mesures calculées, même si ces mesures ne peuvent qu'être approchées. Il ne faudrait pas confondre *juste* et *précis*.

**A propos des configurations de l'espace, connaître et utiliser les formules donnant la mesure du volume des solides suivants : Parallélépipède rectangle, Prisme droit, Cylindre de révolution, Pyramide régulière, Cône de révolution.**

La question C18-20 n'a pas pour objectif de vérifier la connaissance des formules, mais plutôt de voir si les élèves connaissent (au moins en actes), les relations existant entre les volumes des divers solides.

Contrairement aux deux questions précédentes, la question proposée a une réussite inférieure à celle de EVAPM3/90.

**EVAPM 2/91 P 21-24**



Soit une pyramide ABCD.  
Soient I, J, K et L les points définis de la façon suivante :

- 2 E001 I appartient à l'arête [AB] et  $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{3}$
- 2 E006 J appartient à l'arête [BC] et  $\frac{CJ}{CB} = \frac{2}{3}$
- E014 K appartient à l'arête [CD] et  $\frac{CK}{CD} = \frac{2}{3}$
- 2 E007 L appartient à l'arête [AD] et  $\frac{AL}{AD} = \frac{2}{3}$

1°) Démontrer que les droites (IL) et (BD) sont parallèles.

**R = 62%** (NR: 11%)

2°) Démontrer que les points I, J, K et L appartiennent à un même plan.  
Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ?

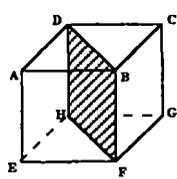
**IJKL coplanaires : 32%** (NR: 29%)

**IJKL parallélogramme : 26%** (NR: 30%)

3°) La droite (BD) coupe-t-elle le plan IJK ? Démontrer

**R = 17%** (NR: 33%)

**EVAPM 2/91 P 4-5**



E014 NE

**Dessin d'un rectangle non carré : 63%** (NR: 03%)

EVAPM 4/89 (Q14) : 17%

EVAPM 3/90 (D11) : 47% (42%)

**R = 58%** (NR: 02%)

EVAPM 4/89 (Q15) : 12%

EVAPM 3/90 (D12) : 40% (42%)

Voici un cube dessiné en perspective.  
En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.

On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DBFH.

Dans le cadre de droite, DESSINER uniquement, avec ses dimensions réelles, la face DBFH commune à ces deux prismes.

**EVAPM 2/91 C 18-20**

La figure représente quatre solides : un cône de révolution, un cylindre de révolution, une pyramide.

Ces quatre solides ont même aire de base et même hauteur h.

Le cône a un volume de 24 cm<sup>3</sup>.

Quel est le volume du cylindre ? **R = 11%** (NR: 58%)

Quel est le volume de la pyramide ? **R = 20%** (NR: 63%)

Quel est le volume du prisme ? **R = 08%** (NR: 66%)

EVAPM 3/90 (D12) : 17% (10%)

EVAPM 3/90 (D13) : 41% (10%)

EVAPM 3/90 (D14) : 14% (13%)

En Seconde, le pourcentage d'élèves ayant répondu respectivement aux trois sous-questions est de 11%, 20% et 8% contre une réussite en Troisième de 20%, 30% et 15%, pour les élèves admis en Seconde. Il faut de plus aussi observer que plus d'un élève sur deux n'a pas abordé la question.

On peut s'interroger sur les raisons de ce manque de réussite. Il peut, peut-être, s'expliquer par le fait que cette partie de cours, supposée étudiée dans les classes antérieures, n'a pas été revue en Seconde (contrairement à ce que précise le programme). Les élèves ont oublié les formules, ce qui n'est sans doute pas l'essentiel, et ne possèdent pas davantage les savoirs généraux ou les images mentales qui leur permettraient de se passer des formules.

**SAVOIR UTILISER dans des situations simples concernant des solides,**

- Les propriétés usuelles du parallélisme de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan (2E001,...).
  - Les propriétés usuelles de l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan (2E003,...).
- Connaître et savoir utiliser la notion de plan médiateur, pour décrire une configuration de l'espace (2E008)

Un élève sur quatre réussit à traiter correctement et complètement la question B21-22 ; 47% des élèves abordent la question mais manquent de précision dans leurs explications et concluent trop rapidement au sujet du parallélisme de deux plans. Pratiquement tous les élèves ayant commencé l'exercice connaissent la propriété de la droite joignant les milieux de deux cotés d'un triangle mais il n'arrivent pas à conclure que les plans sont parallèles en le justifiant de façon acceptable.

**EVAPM 2/91 B 21-22**

Soit ABCD une pyramide.  
On note B', C' et D' les milieux respectifs des segments [AB], [AC] et [AD].

Démontrer que les plans (BCD) et (B'C'D') sont parallèles.

2 E' 020 2 E 002

**Démonstration correcte du parallélisme d'au moins deux droites : 47%**

N R : 33%

**R = 25%**

N R : 35%

67

Ce qui peut s'expliquer une fois encore par un manque de précision du programme : la caractérisation du parallélisme de deux plans n'étant pas explicitée en Seconde et l'étant, seulement vectoriellement, en Première. 35% des élèves n'abordent pas du tout la question.

Les questions S21 et R21 sont mal réussies. Elles demandaient il est vrai une analyse précise de la configuration proposée, et n'oublions pas que les réussites enregistrées sont les réussites conjointes aux quatre items d'une question. Des items isolés tels que le c) de R11 sont assez bien réussis, mais on a vu qu'il était délicat d'accorder trop de confiance à ce type de résultat, pour lequel le hasard a pu avoir joué un rôle plus ou moins important.

Beaucoup d'élèves répondent "je ne sais pas" aux quatre items de la question S20. Il semble bien que la notion de plan médiateur n'ait pas souvent été rencontrée.

**Dans le cas des solides usuels étudiés au collège (et en seconde), savoir identifier, dans les cas simples :**

- l'intersection de deux plans donnés (E012)
- l'intersection d'une droite et d'un plan (2E013)

**EVAPM 2/91 S 20-21**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?

a	La droite (AG) est parallèle à la droite (BF)	Oui	Non	Insp	2 E001
b	La droite (GH) est orthogonale à la droite (FC)	Oui	Non	Insp	
c	La droite (GH) coupe la droite (FC)	Oui	Non	Insp	
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (GH)	Oui	Non	Insp	N R : 03%

**R = 40%**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous,

a	La droite (AG) est parallèle au plan (ACE)	Oui	Non	Insp	2 E002
b	La droite (HG) est parallèle au plan (ABF)	Oui	Non	Insp	
c	La droite (HG) est parallèle au plan (ADC)	Oui	Non	Insp	
d	La droite (HG) est parallèle au plan (BCF)	Oui	Non	Insp	N R : 10%

**R = 29%**

**EVAPM 2/91 R 10-11**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous,

Le plan médiateur du segment [EF] est :

a	Le plan (EFH)	Oui	Non	Insp	2 E009
b	Le plan (GEC)	Oui	Non	Insp	
c	Le plan (GED)	Oui	Non	Insp	R = 23%
d	Le plan (ACG)	Oui	Non	Insp	N R : 10%

**R = 21%**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?

a	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (BCE)	Oui	Non	Insp	N R : 03%
b	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (ACE)	Oui	Non	Insp	2 E004
c	La droite (BG) est perpendiculaire au plan (BDE)	Oui	Non	Insp	
d	La droite (ED) est perpendiculaire au plan (HGF)	Oui	Non	Insp	

**EVAPM 2/91 C 8-9**

Soit une pyramide ABCD, soit P un point de l'arête [AB], et soit Q un point de l'arête [AC]. On suppose (PQ) non parallèle à (BC). (voir figure)

On demande de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD)

2 E013

N R : 27%

**Tracé correct : 30%**

Justification **R = 14%** N R : 44%

La question C8-9 malgré son caractère objectivement concret, au moins en ce qui concerne le tracé demandé, a semblé à la fois difficile et abstraite aux élèves et, semble-t-il, aux enseignants.

Cette question est à comparer avec la question P12-20 (item P12), apparemment semblable, présentée plus loin. Dans le cas du cube tronqué, le taux de réussite est de 47% alors qu'il n'est ici que de 30%. L'examen des

**EVAPM 2/91 R 7**

2.E013 **R = 21%** (NR : 02%)

Soient un plan P et des points A, B et C tels que :  
 - les points B et C appartiennent au plan P,  
 - le point A n'appartient pas au plan P.  
 Soit I un point quelconque

Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire pour que les droites (AI) et (BC) soient sécantes.

a	le point I appartient au plan ABC	Oui	Non	Insp
b	le point I appartient au plan P	Oui	Non	Insp
c	La droite (AI) est parallèle au plan P	Oui	Non	Insp
d	La droite (AI) n'est pas parallèle au plan P	Oui	Non	Insp

**EVAPM 2/91 R 8**

E014 **R = 59%** (NR : 00%)

On considère un cube ABCDEFGH  
 Le point I est le point d'intersection des segments [FC] et [GB].  
 Le point J est le point d'intersection des segments [HF] et [EG].

a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Insp
b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Insp
c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Insp
d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Insp

copies permet de mettre en évidence un phénomène intéressant . Dans C8-9, les élèves tracent la droite (PQ) et souvent, s'arrêtent à ce tracé. Regardons bien ce qui se passe : la droite qu'ils ont tracée se perd dans l'espace infini sans jamais rencontrer la droite (BC), et les élèves sont perdus. Il en va tout autrement dans la question P12-20 où le plan "de base" est matérialisé. La présence d'un carrelage change tout !

Il s'agit là d'un phénomène mis en évidence par les didacticiens et maintenant bien connu : au début de l'apprentissage de la géométrie, pour l'élève, le plan comme l'espace ne sont constitués que des éléments tracés, ou du moins nommés, et de ...vide. Il s'agit là d'un obstacle auquel nous devrions sans doute être davantage sensibilisés..

**EVAPM 2/91 P 25-26**

E012

Soit ABCD un tétraèdre quelconque (pyramide à base triangulaire).  
 Soit I le milieu du segment [AB] et J le milieu du segment [CD].  
 Quelle est l'intersection des plans (ABI) et (CDJ) ? Démontrer

**Démarche correcte : 18%** (NR : 35%)

**R = 26%** (NR : 46%)

Pour la question R7 on retrouve les problèmes évoqués dans l'analyse du thème D, concernant les notions de condition nécessaire, condition suffisante,... Cependant, les élèves ont souvent retenu le non parallélisme de (AI) et de (BC), mais non l'appartenance du point I au plan ABC. Il n'est pas impossible que la matérialisation de ce plan, par un triangle ombré, ait pu accentuer le phénomène évoqué au paragraphe précédent. Il n'est pas nécessaire que I appartienne au plan, puisque, comme dans le cas de la figure proposée, il peut être extérieur au triangle !

Le résultat obtenu à R8 constitue plutôt une bonne surprise, il s'agit en effet du succès conjoint à quatre items dont l'un, l'item c), constituait un distracteur qui aurait pu être fatal à davantage d'élèves.

La question P25-26 est difficile, et il est même surprenant que plus d'un quart des élèves donnent la réponse exacte. Même si cette réponse reste à l'état de conjecture, elle n'en signifie pas moins une bonne analyse de la situation.

**EVAPM 2/91 P 6-11**

E015 NE

Voici une représentation en perspective d'un cube tronqué (on a coupé le cube suivant un plan passant par les points P, Q et R).

On demande de construire l'intersection de ce cube avec le plan passant par le point I et

**Le tracé montre une bonne compréhension de ce qu'il faut faire même si la figure n'est pas précise : 30%**

Segment IJ	56%	NR : 18%
Segment JK	40%	NR : 27%
Segment KL	14%	NR : 33%
Segment LM	13%	NR : 33%
Segment MI	14%	NR : 32%

**Dans les cas des solides usuels étudiés au collège (et en seconde), savoir construire, Dans les cas simples :**

**- l'intersection d'un de ces solides par un plan donné (2E015)**

La question P6-11 est intéressante à plus d'un titre. D'abord parce qu'elle met en évidence que la plupart des élèves lui donnent du sens et qu'un bon tiers d'entre eux anticipent le résultat à obtenir. Ensuite par le caractère progressif des difficultés à vaincre. La rupture la plus forte ayant bien sûr lieu lorsqu'il faut passer "sous le cube".

Connaître et savoir utiliser, pour décrire une configuration de l'espace,

- la notion de projection (orthogonale ou non) sur un plan suivant une direction donnée (2E009)

EVAPM 2/91 E 26-27

Etant donné cette figure, et sachant que :

- la droite (AB) coupe le plan (P) en O
- le point A' appartient au plan (P).

2E008

Construire le point B', projeté du point B sur le plan (P) suivant la direction (AA').

2E009

Demarche correcte : 43%

R = 33%

NR : 09%

Près de la moitié des élèves utilisent une démarche correcte et remarquent la coplanarité de (OA) et de A' et 33% arrivent à un dessin correct conforme au calque fourni.

Si l'on étudie avec plus d'attention les copies pour lesquelles un début de construction a été entrepris, l'erreur que l'on retrouve le plus souvent est la mauvaise position de (B') dans le plan P. Beaucoup

d'élèves se contentant de placer B' sur la parallèle à (AA') passant par B sans tenir compte du fait que B' doit être aussi dans le plan (OAA') c'est à dire sur (OA').

On trouvera plus loin une reproduction d'un travail d'élève illustrant ce point.

Savoir utiliser, dans des situations simples concernant des solides, les relations trigonométriques dans le triangle rectangle pour des calculs de longueurs.

Dans la question F20-23, plus d'un élève sur deux sait utiliser correctement les relations trigonométriques dans un triangle rectangle et arrive à mener pratiquement jusqu'au bout ses calculs.

On ne trouve pas de faute grave de raisonnement mais la démarche suivie n'est pas toujours la plus rapide. En particulier, certains élèves font intervenir le théorème de Pythagore au lieu d'utiliser directement les formules trigonométriques.

EVAPM 2/91 F 20-23

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous.

On sait que  $AS = 10 \text{ cm}$  et que  $\widehat{ASH} = 20^\circ$

2E005

Calculer le rayon  $r$  du cercle de base et la hauteur  $h$  du cône.

(On demande la valeur exacte et une valeur approchée)

Ecrire le détail des calculs.

Demarche utilisant correctement des relations trigonométriques : 56%

NR : 28%

R = 38%

NR : 30%

R = 36%

NR : 31%

R = 44%

Réponses : Valeurs exactes :  $r =$  .....  $h =$  .....  
 Valeurs décimales approchées à 0,1 cm près :  $r \approx$  .....  $h \approx$  .....

Dans l'ensemble, la réussite à cette question est assez satisfaisante et on peut remarquer d'une façon générale que les élèves sont plus à l'aise dans les questions portant sur des calculs que dans les exercices des types précédents : projection sur un plan parallèlement à une droite, plans parallèles, intersection d'une droite et d'un plan.

Quelques remarques sur les résultats relatifs aux questions posées dans le questionnaire thème espace "P"

Comme il a été signalé au début de ce chapitre, un questionnaire thème "P" (géométrie dans l'espace) ne comportant que des exercices relatifs à ce sujet a été proposé à un certain nombre d'élèves.

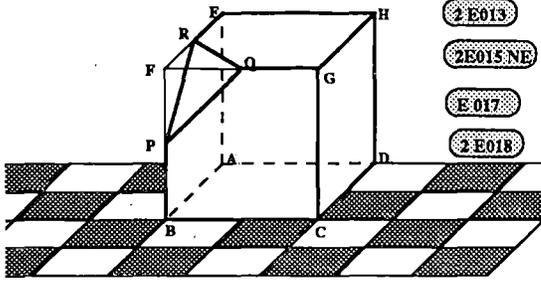
Dans ce thème, il a été repris deux questions déjà posées dans les classes antérieures et quatre autres exercices plus spécifiques au programme de seconde : deux faisant intervenir des cubes tronqués avec intersection de plans, de droites, et de droites et de plans, avec des calculs de longueurs et de volume, les deux autres concernant des pyramides.

Pour ce questionnaire, il y a eu, en moyenne 38% de réussite et 26% de non-réponses, ce qui permet de dire qu'en fin de Seconde, un élève sur trois est capable de traiter correctement des exercices variés de géométrie dans l'espace.

Dans le détail, on remarque que ce sont les exercices vus dans les classes antérieures qui obtiennent un meilleur score de réussite.

Pour les items P1 à P5, repris de Troisième, le taux moyen de réussite est de l'ordre de 75%, et le taux de non réponse est inférieur à 09%, tandis que pour les items P6 à P26 le taux moyen de réussite est de l'ordre de 25%. Certains taux

EVAPM 2/91 P 12-20



La figure ci-dessus représente un cube tronqué C obtenu en ôtant du cube ABCDEFGH le tétraèdre FPQR;

P, Q et R sont les milieux respectifs des arêtes [BF], [GF] et [EF].

1°) Placer le point d'intersection I de la droite (RP) et du plan (AB).

2°) Dessiner l'intersection du plan (CPR) avec les faces du cube tronqué.

On suppose désormais que la longueur AB est 60 cm.

3°) Calculer la longueur CR.

Mise en évidence d'un triangle rectangle utile : 46%

Démarche correcte : 39%

R = 32%

CR = ... cm

4°) Quel est le volume V du cube tronqué C ?

Rappel : pour calculer le volume d'un tétraèdre, on peut se servir de la formule donnant le volume d'une pyramide :  $V = \frac{1}{3} Bh$

Calcul du volume en utilisant une arête comme hauteur : 19%

Essai (ou réussite) du calcul de la hauteur issue de F : 10%

Volume du tétraèdre FRQP : 12%

R = 10%

V = ... cm

tombent même à moins de 10% pour certaines questions (9-10-11-13-19-20). Quant au taux de non réponse, il atteint et même dépasse parfois 50% (voir questions 18-19-20-26).

La question P12-20 est particulièrement intéressante par la possibilité qu'elle nous donne de pouvoir comparer les performances 1991 des élèves de Seconde avec les performances 1986 au même niveau. En 1986, les résultats avaient été extrêmement faibles. Même si les résultats restent plus faibles que ce que nous pourrions souhaiter, il faut bien admettre que les progrès sont tout à fait spectaculaires.

Il semble donc que les nouveaux programmes du collège, en donnant un nouveau souffle à la géométrie de l'Espace, ainsi que, dans la foulée, le programme de Seconde, aient eu des effets positifs sur les acquisitions des élèves.

### Conclusion du thème Espace

La place de la géométrie dans l'espace au collège semble avoir été profitable aux élèves de Seconde. Bien sûr, certains élèves rencontrent toujours des difficultés mais "l'allergie" et l'abstention systématique que l'on rencontrait auparavant semble diminuer. Sur l'ensemble du thème, il y a seulement une moyenne de 23% de non réponses.

Les notions nouvelles qui apparaissent en Seconde ne sont pas toujours très bien assimilées, ce qui était tout à fait prévisible ; les difficultés les plus importantes se trouvent toujours lorsqu'il s'agit de justifier ou de démontrer un résultat.

Les élèves ont du mal à raisonner hors d'un solide et à visualiser les choses directement dans l'espace.

Ils réussissent bien lorsqu'il s'agit de faire des calculs numériques sur des longueurs, d'utiliser des relations trigonométriques, le théorème de Pythagore, le théorème de Thalès, exercices qu'ils faisaient couramment dans le Premier cycle.

On pourrait peut-être reprocher au programme de Seconde d'être un peu long. Aussi, la partie relative à l'espace est elle souvent rejetée en fin d'année scolaire : les élèves manquent donc de pratique et ont des difficultés à assimiler les notions nouvelles introduites. Il serait peut-être souhaitable de traiter des activités de ce thème tout au long de l'année scolaire.

70

# CONNAISSANCE DES NOMBRES CALCUL NUMÉRIQUE

Le calcul numérique se retrouve un peu partout dans notre évaluation. Il est en effet lié au thème Calcul littéral Algèbre, au thème Statistiques, au thème fonction, au thème Géométrie dans le plan muni d'un repère... Les observations qui seront faites dans ce chapitre sont donc à compléter par l'analyse de la façon dont les élèves traitent les questions numériques dans des questions relevant d'autres thèmes. On trouvera aussi, dans les pages qui suivent, un chapitre analysant les résultats de l'épreuve V qui, rappelons-le, était largement consacrée à l'évaluation des capacités relatives à la connaissance des nombres.

De nombreuses capacités ont été inventoriées et opérationnalisées dans ce thème. Il eût été fastidieux de les rappeler toutes dans le texte de ce chapitre. Nous renvoyons le lecteur à la table de spécification de l'évaluation.

Rappelons que, pour toutes les questions se rapportant à ce thème, les élèves pouvaient utiliser librement leur calculatrice.

## Ensembles de nombres, symboles... (2N050 ; 2N051 ; 2N052 )

EVAPM 2/91 S 1

.,  $\mathbb{E}$  et  $\mathbb{F}$  étant les symboles habituels désignant les ensembles de :

a	$\sqrt{13} \in \mathbb{E}$	Non
b	$13 \in \mathbb{E}$	Oui
c	$13 \in \mathbb{F}$	Oui
d	$13 \in \mathbb{F}$	Oui

R = 23%  
NR : 03%

La question S1 paraît, à première vue, peu réussie. Cela est partiellement dû à sa présentation en Q.C.M. De plus il ne faut pas oublier que notations  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ , ainsi que les notations d'intervalles de  $\mathbb{R}$ , sont en général rencontrées pour la première fois en classe de Seconde. Cependant, le passage de l'écriture d'intervalles à celle d'inégalités ainsi que leur représentation semble être acquise par la plupart des élèves (voir plus loin question A13-18)

EVAPM 2/91 S 2

La notation  $[a; b]$  désignant un intervalle de :

a	$[-7; 5]$	$[-2; 8] = [-7; 8]$	Oui
b	$[-7; 5]$	$[-2; 8] = [-7; 8]$	Oui
c	$[-7; 5]$	$[-2; 8] = [-2; 5]$	Oui
d	$[-7; 5]$	$[-2; 8] = [-2; 5]$	Oui

R = 46%  
NR : 06%

Au moins 20% des élèves déclarent ne pas savoir si  $\sqrt{13}$  appartient à

$\mathbb{Q}$ , ce qui n'était pas, à tort, considéré comme une bonne réponse. En effet, quelle preuve des élèves de Seconde pourraient-ils donner de cette appartenance ? Cette attitude est certainement préférable à celle qui consiste à déclarer comme irrationnel tout nombre dont une écriture utilise le symbole radical.

On trouve peu d'erreurs concernant l'appartenance du nombre 13 aux ensembles  $\mathbb{N}$  et  $\mathbb{R}$ . Par contre,  $\mathbb{Z}$  semble peu connu.

## Opérations portant sur des nombres écrits sous forme fractionnaire.

Les calculs de base exigibles en quatrième sont, semble-t-il, maîtrisés. En effet, les taux de réussite pour la somme de trois fractions (question A9), sont nettement supérieurs à ceux de troisième : (en quatrième : R = 40 %) Il est vrai que les dénominateurs sont premiers entre eux.

EVAPM 2/91 A 9

Calculer. Ecrire les résultats sous forme de fractions

$\frac{4}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} = \dots$

R = 83%  
NR : 02%  
2 N008  
EVAPM 4/89 (B24) : 40%  
EVAPM 3/90 (A31) : 62% (69%)

EVAPM 2/91 S 8

$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} =$

a	$\frac{3}{4}$	Oui	Non	Jasp
b	7	Oui	Non	Jasp
c	$\frac{3}{4}$	Oui	Non	Jasp
d	2,5	Oui	Non	Jasp

R = 85%  
NR : 02%

Les calculs de la question S8 sont plus complexes et les résultats aussi satisfaisants. Pour cette seconde question, les élèves ont pu utiliser leur calculatrice, mais dans ce cas, la réponse exacte dénote au moins une bonne organisation des calculs.

### Opérations sur les radicaux.

Les questions B31-34 et F1-2 sont reprises de Troisième. Si l'on compare les résultats obtenus à fin de Seconde aux résultats obtenus en fin de Troisième par les seuls élèves admis en Seconde, on observe une stagnation et même, semble-t-il, une légère régression (voir item F2).

Il est vraisemblable que les calculs correspondants, même s'il sont utilisés en classe de Seconde, y sont moins l'objet d'entraînement qu'en classe de Troisième.

La question C31-34 est d'un type en principe nouveau en Seconde. Le nombre très important de non-réponses ne peut pas s'expliquer par la seule place de la question dans le questionnaire. Elle traduit plutôt le manque de familiarité des élèves avec ce type de question.

On notera que ces deux questions sont réussies par respectivement 45% et 36% des élèves admis en Première S contre 18% et 9% chez les futurs redoublants.

Pour les élèves qui entreprennent les calculs, l'utilisation des identités remarquables ne constitue pas un obstacle, mais les erreurs proviennent souvent du choix de la bonne identité.

### Opérations sur les puissances

Pour la question F14-16 reprise de Troisième, on constate une amélioration sensible des résultats. Il semble que les calculs de base concernant les puissances d'exposants entiers positifs ou négatifs soient maintenant assez bien maîtrisés.

Cependant, on rencontre encore des erreurs telles que :  $3^2 \times 3^4 = 9^6$  ou  $9^8$ .

Certains élèves effectuent les calculs, simplifient puis réécrivent

sous forme de puissances :  $\frac{5^6}{5^2} = \frac{15\ 625}{25} = 625 = 5^4$

EVAPM 2/91 B 31-34

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ , b étant un nombre entier, le plus petit possible.

$\sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$

$\sqrt{180} : 70\%$  (EVAPM3/90 (M14) : 65% (67%))

$\sqrt{125} : 76\%$  (EVAPM3/90 (N14) : 71% (81%))

$\sqrt{20} : 75\%$  (EVAPM3/90 (N14) : 70% (80%))

NR : 15%

R = 67% (EVAPM3/90 (N14) : 59% (68%))

EVAPM 2/91 F 1-2

Développer et réduire (2 N010)

$(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})^2$

Démarche utilisant correctement l'identité : 62% (EVAPM 3/90 (M14) : 54% (67%))

R = 38% (EVAPM 3/90 (M15) : 33% (43%))

NR : 05%

EVAPM 2/91 C 31-34

Ecrire A et B sous la forme  $a + b\sqrt{5}$ , (a et b réels), en détaillant les calculs. (2 N011)

$A = \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

Démarche correcte : 40% (R = 30% NR : 40%)

$B = \frac{2\sqrt{5} + 3}{\sqrt{5} - 1}$

Démarche correcte : 35% (R = 22% NR : 49%)

Réponse :

EVAPM 2/91 F 14-16

Ecrire sous la forme  $a^b$ . (2 N013)

Réussite conjointe : 61% (4 N223)

$3^2 \times 3^4 =$  R = 79% (4 N224)

$5^5 \times 5^{-2} =$  (EVAPM 4/89 (B19) : 53% (EVAPM 3/90 (E01) : 60% (69%)) NR : 01%)

$2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2 =$  R = 77% (NR : 01% (EVAPM 4/89 (B20) : 48% (EVAPM 3/90 (E02) : 55% (64%))

$(5^6)^2 =$  R = 71% (NR : 02%)

$(2^2)^3 =$  (EVAPM 4/89 (B21) : 38% (EVAPM 3/90 (E03) : 46% (59%))

72

EVAPM 2/91 E 1-3

Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Compléter les égalités suivantes :

2<sup>3</sup> × 14<sup>2</sup> = 2<sup>□</sup> × 7<sup>□</sup>      2 N013      2 N015  
 $\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\square} \times 3^{\square}$       2 N013      2 N015  
 $\frac{35^3}{21^2} = 3^{\square} \times 5^{\square} \times 7^{\square}$

R = 48%      NR: 28%      R = 18%      NR: 57%      R = 19%      NR: 60%

La présentation de la question E1-3 est sans doute l'une des raisons de sa faible réussite. Les élèves ont cru qu'ils étaient invités à répondre de tête ou en utilisant leur calculatrice.

Le nombre important de non-réponses est trompeur et ne signifie pas que les élèves n'ont pas essayé de répondre. Ce qui a gêné les élèves est simplement que le type de réponses qu'il obtenaient ne correspondait pas au format imposé. Il est certain que les taux de non réponses, ainsi sans doute que les taux de réussite, seraient différents si chacun des trois items avait été présenté sous forme de question semi-ouverte.

Il convient aussi de rappeler que les décompositions en produits de facteurs premiers ne sont plus enseignés au collège, et qu'ils ne figurent pas davantage au programme de Seconde. L'entraînement préalable à des décompositions en produits de nombres, premiers ou non, est en conséquence moins développée qu'avec les programmes précédents. Les professeurs de Seconde n'ont pas toujours bien réalisé ces changements et certains d'entre-eux peuvent avoir tendance à considérer comme devant être acquis quelque chose qui peut même n'avoir jamais été effleuré. Il est certain que, dans leur ensemble, les professeurs de Seconde ont fait beaucoup d'efforts pour tenir compte des changements survenus au collège, mais il est normal, pour la première année où les effets de ces changements se font sentir au lycée, quelques zones d'ombre subsistent.

L'examen des brouillons que nous avons pu consulter montre cependant que décomposer  $2^3 \times 14^2$  en produit de puissance de 2 et de 7 est encore difficile à concevoir pour un élève de Seconde. Et quand on ajoute à cela des fractions ! En outre, on trouve des élèves qui, ayant mis en évidence les puissances de 2 et de 3 attendues, finissent par écrire :

$$\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = \frac{2^{16} \times 3^9}{3^8 \times 2^{18}} = 2^{34} \times 3^{17}$$

Au savoir-faire de la décomposition s'ajoute en effet la question des exposants négatifs.

**Calculs mettant en jeu des puissances de 10**

La question D6-9 présentait deux difficultés sans rapport avec l'objectif qu'il s'agissait de contrôler :

- \* la notion du périmètre : on trouve souvent le demi, ou  $2 \times l \times L...$
- \* la notion d'aire : on trouve  $L + l...$

Cependant, rares sont les élèves qui, n'utilisant pas les bonnes formules, utilisent les puissances de 10 correctement. On trouve des erreurs du genre :  $6 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-5} = 3 \times 10^{-7}$

où l'élève confond l'addition et la multiplication.

EVAPM 2/91 D 6-9

Etant donné un rectangle dont les dimensions  $L$  et  $l$  sont les suivantes :  
 $L = 3 \times 10^3$  m       $l = 2,5 \times 10^{-5}$  m      2 N013      2 N015

Calculer le périmètre du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$  avec  $a \in [1 ; 10[$

Calculer l'aire du rectangle, et écrire le résultat sous la forme :  $a \cdot 10^k$  avec  $a \in [1 ; 10[$

Démarche correcte : 79%

Démarche correcte : 83%

Reussite conjointe : 48%

Réponse : R = 54%      NR: 10%

Réponse : R = 67%      NR: 09%

EVAPM 2/91 R 23

2 N...      R = 69%      NR: 10%

Le nombre  $(5,6 \times 10^8) \times (1,377 \times 10^{-2})$  peut aussi s'écrire :  $(6,12 \times 10^3)$

a	$1,26 \times 10^{-3}$	Oui	Non	Insp
b	$1,26 \times 10^3$	Oui	Non	Insp
c	$6,12 \times 10^2$	Oui	Non	Insp
d	$1,26 \times 10^{-4}$	Oui	Non	Insp

Pour la question R23, les élèves ont utilisé leur calculatrice. Dans ces conditions, plus de deux élèves sur trois n'éprouvent pas de difficulté à mener à bien un tel calcul qui demande tout de même à être organisé.

### Inégalités et ordre

EVAPM 2/91 R 18

2 N017 R = 63% NR : 01%

2 N018

Sachant que  $a$  est un nombre vérifiant :  $5 < a < 7$  on peut affirmer que :

a	$25 < a^2 < 49$	Oui	Non	Jasp
b	$-5 < -a < -7$	Oui	Non	Jasp
c	$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{7}$	Oui	Non	Jasp
d	$\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < \frac{1}{7}$	Oui	Non	Jasp

EVAPM 2/91 S 4

$a$  désignant un nombre réel positif non nul, il est toujours vrai que :

a	$\sqrt{a} < a$	2 N019
b	$a^2 > a$	R = 20%
c	$-a < a$	
d	$\frac{1}{a} < a$	NR : 01%

Savoir transformer une inégalité entre deux nombres positifs en une inégalité entre les carrés, les racines carrés, les inverses de ces nombres est maîtrisé par la majorité des élèves (question R18). Comment procèdent-ils ? Nous

n'avons malheureusement pas d'information sur ce fait. Il serait intéressant à l'avenir de se pencher sur les méthodes utilisées : calculatrice ? ébauche de courbe représentative des fonctions de référence ?

74

La question S4 évalue surtout les représentations des élèves. Cette question est mal réussie, ce qui ne nous surprend pas. Pour la plupart des élèves les énoncés suivants sont vrais :

- Le carré d'un nombre est supérieur à ce nombre
- La racine carrée d'un nombre est inférieure à ce nombre.
- L'inverse d'un nombre est inférieur à ce nombre

Extension de propriétés vraies dans l'ensemble des entiers naturels supérieurs à 1 (ceux qui comptent !).

Il est probable que dans l'ensemble des nombres réels on aurait de même :

- L'opposé d'un nombre est inférieur à ce nombre.

Il est clair que les élèves de Seconde n'ont pas le réflexe de visualiser en même temps les représentations graphiques des courbes des fonctions identique et carré, identique et racine carré, identique et inverse. Nous ne les habituons peut être pas suffisamment à changer de cadre pour résoudre une question.

### Inégalités et encadrement de

EVAPM 2/91 A 13-18

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne :

Reussite conjointe 6 items : 63%

Exemple	$x < 1$	$] - \infty ; 1 [$	
2 N001	R = 75% NR : 02%	R = 89% NR : 01%	
2 N002	R = 86% NR : 06%	$] 2 ; + \infty [$	
2 N020	$-2 \leq x \leq 3$	R = 83% NR : 04%	

La question A13-18 montre une assez bonne maîtrise des différentes représentations et notations des intervalles de nombres. Les élèves éprouvent plus de difficultés à passer d'un intervalle schématisé sur l'axe des réels à un encadrement et réciproquement (A13 et A18) que de l'encadrement à l'écriture d'intervalle (A15 et A17) qui est une notion nouvelle pour eux mais qui se visualise assez bien.

EVAPM 2/91 C 30

Ce n'est pas pratique de faire un gâteau sans balance.....Il y a bien la cuillère à soupe, mais si je prends une cuillère rase de sucre ou une "cuillère" de gourmand, j'ai entre 12 g et 16 g par cuillère... Dans une recette, je lis :

2 N026 R = 59% NR : 11%

" Mettre 16 à 19 cuillères à soupe de sucre." Donner l'encadrement le plus précis possible de la quantité  $a$  de sucre que le mieux mettre.

$\dots \leq a \leq \dots$

Si l'on se réfère aux résultats de la question C30, savoir encadrer un produit connaissant les encadrements des deux nombres est à peu près maîtrisé . Si l'on analyse les résultats du B23-24, outre les problèmes posés par les

notions de périmètre et d'aire, qui perturbent fortement les élèves, les élèves ont été effrayés par la complexité de cet exercice et beaucoup d'entre-eux ont renoncé à l'aborder. Pour l'item B24, le résultat obtenu à B23, éventuellement faux, a souvent été correctement utilisé. Il est clair que cet exercice n'a pas permis de tester les capacités relatives à la manipulation d'encadrements.

**EVAPM 2/91 B 23-24**

Soit  $p$  le périmètre d'un champ rectangulaire (en m).  
Soit  $l$  sa largeur (en m).  
Sachant que :  $174,4 \leq p \leq 180$  et que :  $31,8 \leq l \leq 32,4$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de sa longueur  $L$  (en m).  
2.N.025  
R = 09% NR : 26%  
 $\ll L \ll$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de son aire  $A$  (en  $m^2$ ).  
2.N.026  
Résultat exact ou résultat déduit correctement du résultat de l'item 23 : 34% NR : 32%

**Approximations**

Dans la question A19-20, il fallait d'abord utiliser correctement la calculatrice. Trois élèves sur quatre le font correctement, ce qui constitue une amélioration sensible par rapport à ce que l'on observait en 1984, dans l'évaluation du SPRESE.

**EVAPM 2/91 A 19-20**

Pour le calcul de :  $B = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1}$  2.N.028

Indiquer le résultat affiché sur la calculatrice. NR : 04%  
R = 71% SPRESE 2/86 : 58%

Donner avec trois décimales une valeur approchée à  $10^{-3}$  près par excès. NR : 10%  
R = 58% SPRESE 2/86 : 44%

75

Les élèves qui se trompent oublient en général d'introduire des parenthèses dans leurs calculs. Ils calculent alors :  $B = \sqrt{3} - \frac{1}{2\sqrt{3}} + 1$ .

**EVAPM 2/91 R 13**

Une valeur décimale approchée, à  $10^{-2}$ , près par défaut, de l'aire d'un disque de 17 cm de rayon est : 5.V.653

a	997,92 $cm^2$	P
b	106,81 $cm^2$	P
c	2 852,3 $cm^2$	Oui Non Insp
d	897,76 $cm^2$	Oui Non Insp

R = 68% NR : 05%

**EVAPM 2/91 R 24**

2.N.027 R = 60% NR : 09%

Une valeur arrondie à un millième près du nombre suivant :  $(3,11 + \sqrt{24,3} \times 5) \times (7,31 \times 3,14 - 0,17)$

a	632,499	Oui	Non	Insp
b	645,427	Oui	Non	Insp
c	632,411	Oui	Non	Insp
d	632,483	Oui	Non	Insp

EVAPM3/90 Calcul Machine : 49%

Ensuite, écrire une approximation décimale à une précision près de  $B$  est souvent confondu avec effectuer une troncature. Dans la brochure EVAPM3/90, nous faisons allusion à un manque de rigueur de notre part à propos des termes approximation, arrondi et troncature. Rappelons que le programme de Seconde est venu préciser le sens qu'il convenait de donner à ces notions (pour plus de détail, voir brochure EVAPM3/90 page 51).

Les questions Q.C.M R24 et R13 montrent à la fois une assez bonne maîtrise de l'utilisation de la calculatrice, dans les cas simples, et une capacité à reconnaître le type d'approximation attendu.

**EVAPM 2/91 S 7**

Une valeur arrondie à un millième près du nombre suivant :  $\frac{172,28 \times (47,55 - \sqrt{23,5})^2}{17,38 \cdot 2,5^2}$

2.N.100  
est :  
a 28 225,565  
b 28 225,563  
c 25 412,564  
d 28 225,287

R = 52% NR : 05% P  
EVAPM3/90 Calcul Machine : 27%

**Valeurs absolues**

La valeur absolue ne figure plus au programme de troisième. Les résultats obtenus à l'ensemble des questions S3, R19 et F8-13 montrent bien que cette notion est loin d'être maîtrisée en fin de Seconde, aussi bien dans le cas numérique que dans le cas littéral. En fait, on retrouve les erreurs qui étaient classiques en Troisième mais qui, bien souvent perduraient en Seconde.

Il ne faut donc sans doute pas dramatiser ces taux de réussite concernant une notion qui a toujours été source de difficultés. Il est clair que la volonté de lier plus fortement la valeur absolue à la distance dans R ne s'est pas encore traduite dans les faits.

**EVAPM 2/91 S 3**

x désignant un nombre réel, on note  $|x|$  la valeur absolue de x. **2 N025**

Si :  $a = -5$  ;  $b = 25$  ;  $c = -13$ , alors :

a	$ a - b  = 20$	Oui	Non	Insp
b	$ c  -  b  = -12$	Oui	Non	Insp
c	$a +  b - c  = 33$	Oui	Non	Insp
d	$ a - b  -  a + b  = 10$	Oui	Non	Insp

**R = 41%** **NR : 01%**

**EVAPM 2/91 R 19**

**2 N031** **R = 20%** **NR : 06%**

x désignant un nombre réel, on note  $|x|$  la valeur absolue de x, quels que soient les nombres réels a et b, on peut affirmer :

a	$ a - b  \leq a$	Oui	Non	Insp
b	$ a + b  \geq a + b$	Oui	Non	Insp
c	$ a + b  \geq  a  +  b $	Oui	Non	Insp
d	$ a + b  \leq  a  +  b $	Oui	Non	Insp

**EVAPM 2/91 F 8-13**

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne. Dans ce tableau,  $d(x;1)$  désigne la distance de x à 1. **2 N020** **2 N030**

Exemple :	valeur absolue	distance	encadrement
	$ x - 1  < 3$	$d(x;1) < 3$	$-2 < x < 4$
	<b>R = 86%</b> <b>NR : 07%</b>	$d(x;7) \leq 3$	<b>R = 48%</b> <b>NR : 13%</b>
	<b>R = 28%</b> <b>NR : 30%</b>	<b>R = 29%</b> <b>NR : 28%</b>	$-2 < x < 2$
	$ x + 5  \leq 1$	<b>R = 42%</b> <b>NR : 11%</b>	<b>R = 29%</b> <b>NR : 19%</b>

Bien sûr, dans la question F8-13, la passage de

$$|x + 5| < 1 \text{ à } d(x; -5) < 1$$

est moins bien réussi que celui de

$$d(x; 7) \leq 3 \text{ à } |x - 7| \leq 3$$

où il suffisait d'imiter l'exemple donné.

La question F8-13 montre aussi, qu'indépendamment de la question des valeurs absolues, la traduction d'un encadrement en termes de distance, et réciproquement, n'est pas maîtrisé.

76

### Conclusion du thème Connaissance des nombres

Sans sous-estimer l'importance des nouveaux savoirs de ce thème qui sont présentés en Seconde pour la première fois, on peut souligner que les connaissances essentielles sur les nombres se sont mises en place peu à peu à l'élémentaire et au Collège. Ce chapitre met en évidence le fait que les connaissances des élèves se consolident au fur et à mesure des années et que petit à petit ils donnent un sens aux règles de calcul apprises dans les classes précédentes.

L'épreuve Calcul mental et représentations mentales (épreuve V), analysée plus loin, ne nous fournira pas beaucoup d'informations supplémentaires concernant notre thème. Toutefois, on en retire l'impression d'une certaine aisance des élèves dans la gestion mentale élémentaire des nombres.

Ces connaissances sont bien sûr réinvesties dans d'autres thèmes : Calcul littéral et Algèbre, Fonctions, Statistiques, Géométrie dans le plan muni d'un repère. Les résultats qui précèdent permettent de penser que les difficultés que les élèves rencontrent dans ces thèmes viennent davantage des concepts propres à ces thèmes que d'une mauvaise connaissance qu'ils auraient des propriétés des nombres.

Il faut toutefois nuancer ce qui précède en remarquant que, pour certains élèves, les acquisitions relatives aux autres thèmes peuvent être retardées par leur fixation encore trop exclusive sur les nombres et les calculs élémentaires, et cela, même lorsque la calculatrice est utilisée.

Cette fixation peut d'ailleurs être encouragée par certaines pratiques traditionnelles qui accordent un place parfois exagérée à des types d'écritures considérées préférables à d'autres : fractions irréductibles, pas de radicaux au dénominateur,  $a\sqrt{b}$  toujours préférable à  $\sqrt{c}$ . Il est de plus en plus couramment admis que les bonnes écritures sont les écritures efficaces dans le contexte où elles sont utilisées et il est certainement préférable que les élèves soient habitués à considérer  $3 + 2$ ,  $\frac{10}{2}$ ,  $2 \times 2,5$ ,  $\sqrt{25}$  ... comme des écritures différentes du même nombre, plutôt que de considérer, ce qui est encore le cas de nombreux élèves, qu'il s'agit là de calculs à effectuer et que le nombre à trouver est 5 et qu'il n'est pas possible de l'écrire autrement.

# CALCUL LITTÉRAL - ALGÈBRE

Un changement significatif de la présentation du calcul littéral a eu lieu dans les nouveaux programmes de collège. Pour les techniques de calcul proprement dites, les capacités que l'on pourrait dire exigibles en fin de Seconde sont moins importantes que celles des anciens programmes. Les nouveaux programmes insistent davantage sur la nécessité de proposer des problèmes pour lesquels les techniques opératoires constituent des outils adaptés.

Comme le programme l'indique, nous avons posé d'une part des questions de calcul pur, et d'autre part des situations de problèmes. Cette analyse est bien évidemment la suite du thème algèbre de Troisième où l'on a pu voir se mettre en place un certain nombre de notions du domaine algébrique (on relira à ce propos notre analyse du thème A dans la brochure EVAPM3/90).

Nous avons proposé également un questionnaire thème calcul littéral-algèbre (questionnaire M) qui nous a permis de mieux explorer les connaissances des élèves sur cette partie.

## TRANSFORMATION D'ÉCRITURES

77

### Transformer des expressions littérales comportant des expressions et/ou des puissances (2A00)

EVAPM 2/91 R 20

2A001 R = 33% NR: 06%

L'expression  $\frac{7x^3y^2}{12x^2}$   
où x et y désignent des nombres réels (x non nul),  
peut aussi s'écrire :

a	$-5xy^2$	Oui	Non	Jusp
b	$\frac{7}{12}x^{-1}y$	Oui	Non	Jusp
c	$\frac{7}{12}xy^2$	Oui	Non	Jusp
d	$\frac{7}{12x^{-1}y^2}$	Oui	Non	Jusp

EVAPM 2/91 S 6

L'expression  $\frac{4(x^2y)^3y^2}{x^5y^6}$   
où x et y désignent des nombres réels non nuls,  
peut aussi s'écrire :

2A001

a	$4xy^2$	Oui	Non	Jusp
b	$4xy^{-1}$	Oui	Non	Jusp
c	$4(xy)^2$	Oui	Non	Jusp
d	$\frac{4}{x^3y}$	Oui	Non	Jusp

R = 30% NR: 12%

Les réussites sont assez faibles. Ces résultats proviennent-ils de la forme des questions (Q.C.M.) ? Dans le thème N, on peut voir que des questions de même type, portant sur des nombres (Question R23 ou F14-16), sont beaucoup mieux réussies. Les difficultés proviendraient-elles de l'utilisation des lettres avec des puissances ?

### Développer et réduire des expressions littérales (2A002, 2A003, 2A004)

L'item A10 correspond à une capacité exigible en Troisième. Cette compétence s'est sensiblement consolidée en Seconde, en effet, le taux de réussite à cette question n'était que de 48% chez les élèves de Troisième admis en Seconde. Cependant il faut noter que cette question est particulièrement discriminante pour les élèves qui vont redoubler leur Seconde, puisqu'ils ne la réussissent qu'à 35%, c'est à dire avec un taux de réussite inférieur à celui des élèves de Troisième admis en Seconde. On retrouve les erreurs classiques telles que:

EVAPM 2/91 A 10-12

Développer et réduire l'expression :  $A = (5a + \frac{1}{2})^2$  3A11

A = ..... R = 61% NR: 03%  
EVAPM 3/90 (F26) : 39% (48%)

Question DEP 3/90

Ecrire sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré, les expressions suivantes :

$B = (x+1)(x-2) - 5(x-2)$  3A102

B = ..... R = 68% NR: 08%  
EVAPM 3/90 (F27) : 50% (56%)

$C = (4x-3)^2 + (4x-3)(x+3)$  3A103 R = 61% NR: 11%  
EVAPM 3/90 (F28) : 44% (54%)

C = ..... Réussite conjointe B et C : 59% Réussite conjointe A, B et C : 43%

$$(5a)^2 = 5a^2 ; (5a + \frac{1}{2})^2 = 25a^2 + \frac{1}{4} ; \text{ ou } (5a + \frac{1}{2})^2 = (5a + \frac{1}{2})(5a - \frac{1}{2}) ;$$

ou encore :  $(5a + \frac{1}{2})^2 = (5a)^2 + 2(5a + \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2})^2$

Nous sommes par contre surpris par le nombre d'élèves qui semblent ignorer la forme du résultat attendu (ce qui montre un manque de familiarité avec l'objet) et par ceux qui ne maîtrisent apparemment pas les mécanismes élémentaires de réduction. Nous rencontrons en effet beaucoup d'erreurs telles que :

$(5a + \frac{1}{2})^2 = 5a^2 + 10,5a + \frac{1}{2} = 16,5 a^2$  , ou  $(5a + \frac{1}{2})^2 = 25a + 5a + \frac{1}{4}$

EVAPM 2/91 C 25-27

Développer et réduire chacune des expressions suivantes :

2 A004

$(3x + 2y)^2 =$  R = 72% NR : 03%

$3(x - 2yx) - 2x(x^2 - 3y) =$  Développement correct non réduit : 75% R = 64% NR : 07%

Ces erreurs montrent que le sens du calcul algébrique n'est pas encore bien intégré par ces élèves.

La réussite est meilleure dans le cas de la question C25-27 ; cette différence peut s'expliquer par la présence dans A10 d'un terme fractionnaire.

La question R22 montre que les élèves ont une assez bonne maîtrise des parenthèses lorsqu'elles sont posées ; ceci n'est plus tout à fait vrai lorsque l'élève doit lui-même introduire des parenthèses (dans une factorisation par exemple, comme nous le verrons plus loin).

Le développement R21, assez difficile, a été réussi par un élève sur deux. On peut remarquer que les élèves admis en première S le réussissent à 76%. Il convient toutefois de remarquer que,

78

EVAPM 2/91 R 22

2 A002 R = 73% NR : 03%

Pour tous nombres réels a, b, c et d, a - (b + (c - d)) est égal à :

a	a - b + c - d	Oui	Non	Insp
b	a - b - c - d	Oui	Non	Insp
c	a - b - c + d	Oui	Non	Insp
d	a - b + c + d	Oui	Non	Insp

IEA TER/84 IPN : 93% USA : 59%

EVAPM 2/91 R 21

2 A003 R = 54% NR : 07%

L'expression  $(x + 2)(x - 3)(x + 4)$  où x et y désignent un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :

a	$x^2 - 2x - 24$	Oui	Non	Insp
b	$x^3 - 2x^2 - 2x - 24$	Oui	Non	Insp
c	$x^3 + 3x^2 - 10x - 24$	Oui	Non	Insp
d	$x^3 - 24$	Oui	Non	Insp

pour cette question, la réussite est facilitée, de plusieurs façons, par la forme Q.C.M proposée. La même question présentée de façon ouverte aurait sans doute été moins bien réussie.

**Factoriser des expressions littérales à une seule indéterminée (3A110, 3A111, 3A112, 2A005, 2A006, 2A007)**

La question F3-5 a déjà été posée dans un questionnaire complémentaire de EVAPM3/90, les compétences correspondantes n'étant pas exigibles en Troisième. Il faut noter la progression des résultats entre la Troisième et la Seconde.

Outre les erreurs telles que :

EVAPM 2/91 F 3-5

Factoriser...

3 A112 R = 64% EVAPM 3/90 (N15) : 45% (53%) NR : 10%

$9t^2 - 30t + 25 =$

3 A110 R = 57% EVAPM 3/90 (N16) : 27% (47%) NR : 14%

$16x^2 - \frac{1}{4} =$

R = 51% EVAPM 3/90 (N17) : 24% (53%) NR : 28%

$x^2 - x + \frac{1}{4} =$

R = 41%

$16x^2 - \frac{1}{4} = (4x - \frac{1}{2})^2$  , ou telles que :  $9t^2 - 30t + 25 = (3t + 5)^2$  , dues à une mauvaise connaissance des identités, on trouve dans les productions des élèves un grand nombre de factorisations partielles comme :

$9t^2 + 30t + 25 = 3t(3t + 10) + 25$  ; ou  $16x^2 - \frac{1}{4} = (64x^2 - 1)$  ;

ou encore :  $x^2 - x + \frac{1}{4} = x(x - 1) + \frac{1}{4}$

Doit-on penser que ces élèves ignorent les identités remarquables ou faut-il plutôt admettre que la signification du terme "factoriser" reste encore obscure ? Les enjeux de la factorisation (à ce niveau : résolution d'équation) sont-ils bien perçus ?

Les élèves semblent avoir une idée assez vague de la forme du résultat attendu.

Dans la question E04-05, le mot factoriser n'est pas utilisé, la consigne est donnée explicitement. De nombreux élèves ont pourtant développé l'expression.

Un élève sur deux a utilisé l'identité relative à la différence de deux carrés ; certains ont fait des erreurs de calculs, ou parfois des erreurs du type :

$$(2x + 5 - x - 3)(2x + 5 + x + 3) = 2x(5 - x - 3)(5 + x + 3).$$

Les principales autres procédures utilisées pour arriver à un produit de facteurs consistent, soit à utiliser la relation " $a^2 - b^2 = (a - b)^2$ ", soit à développer puis à factoriser selon la règle : " $ax^2 + bx + c = x(ax + b + c)$ "

Dans la question A10-12 déjà présentée plus haut, les items 11 et 12 font appel à des compétences déjà exigibles en Troisième et ont été posées dans EVAPM3/90. On peut noter une progression sensible entre ces deux années.

Ici encore, de nombreux élèves ont développé, mais on se doit de souligner l'aspect "gratuit" de tels exercices qui n'ont pas une fin en soi et qui peuvent entraîner une espèce de "blocage" et favoriser une confusion entre "développer" et "factoriser". Nous étudierons plus loin le croisement de cette question avec une autre dans laquelle il faut factoriser pour résoudre une équation.

Certains élèves ont repéré le facteur commun, mais ont fait des erreurs liées à une confusion entre addition et multiplication ou à une maîtrise insuffisante de l'usage des parenthèses (voir le commentaire de la question R22).

Par exemple :  $B = (x - 2)(x + 1) - 5$

Cette écriture n'est sans doute pas qu'une erreur d'écriture, l'élève ayant effectivement en tête "(x - 2) facteur de (x + 1) - 5".

On trouve encore l'erreur :  $B = (x - 2)((x + 1) - 4(x - 2))$

EVAPM 2/91 E 4-5

Ecrire l'expression suivante sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.  $(2x + 5)^2 - (x + 3)^2$

Calculs **3 A110**

Utilisation de l'identité remarquable : **51%**

Réponse: **R = 42%** **NR : 09%**

79

EVAPM 2/91 F 6-7

Mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme  $(ax + b)$ . **2 A006**

$x^2(x + 1) - 4(x + 1) =$

Mise en facteur correcte de  $(x + 1)$  : **42%** **NR : 38%**

**R = 31%** **NR : 42%**

Bien que placée en début de questionnaire, la question F6-7 n'a été abordée que par un élève sur trois. Les procédures utilisées par les élèves, qui n'ont pas abouti au résultat attendu, consistent essentiellement à développer puis à effectuer une factorisation partielle.

EVAPM 2/91 S 5

L'expression  $(x + 1)^3 + x^2 - 1$  où x désigne un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :

**2 A007**

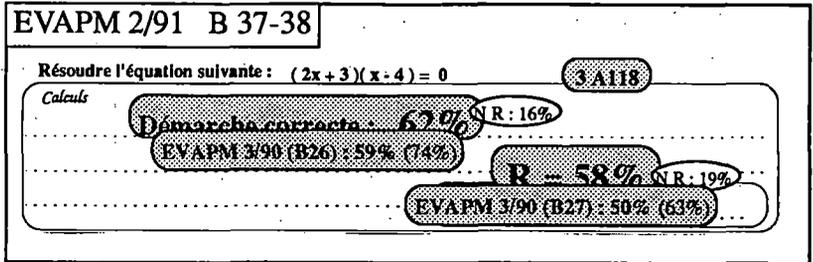
a	$(x + 1)(x - 1)(x - 3)$	Oui	Non	Insp
b	$(x + 1)^2(x - 1)$	<b>R = 20%</b>		
c	$x(x - 1)(x - 3)$	Oui	Non	Insp
d	$x(x + 1)(x + 3)$	<b>NR : 08%</b>		

Il faut noter que la question F07 est réussie à 44% par les élèves admis en première S. Il ne faudra sans doute pas oublier cette information dans les classes de première ; cela ne signifie d'ailleurs pas que les élèves ayant été formés avec les anciens programmes avaient des performances supérieures sur ce type de question.

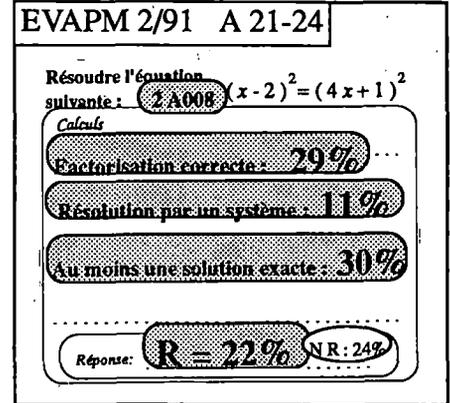
La factorisation S5 semble très difficile pour des élèves de Seconde. Apparemment la forme des réponses données (présence du facteur  $(x - 1)$ ) n'a pas aidé les élèves pour trouver une stratégie.

Résolutions d'équations et de systèmes d'équations (3A118, 2A008 à 2A014)

Le taux de réussite obtenu par les élèves de Seconde à la question B37-38 est moins élevé que celui atteint par élèves de Troisième admis en Seconde. Comment expliquer cette baisse ? La place dans le questionnaire peut l'expliquer en partie (en Seconde c'est l'avant dernière question d'un questionnaire).



Les élèves de Seconde n'ont pas d'outil nouveau qui aurait pu perturber leur méthode de Troisième. La question a-t-elle été perçue comme trop simple ? La principale erreur ici consiste à développer le premier membre. Ces élèves ne perçoivent pas l'intérêt qu'ils peuvent tirer de la forme  $A.B = 0$ . Il ne faut pas s'étonner alors de certaines difficultés, relevées plus haut, pour distinguer factoriser et développer, alors même que l'intérêt de la forme factorisée n'est pas compris.



Ici aussi le développement est une des principales erreurs. Parmi les élèves qui ont utilisé cette procédure, plusieurs ont donné comme réponse un polynôme du second degré.

Exemple :  $(x - 2)^2 = (4x + 1)^2$

..... = .....

$-15x^2 = 12x - 9$

Réponse :  $15x^2 + 12x - 9$

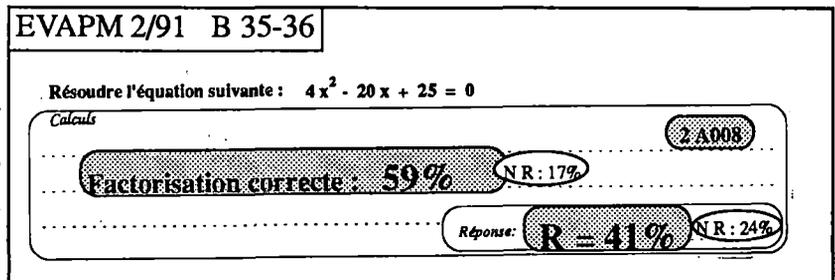
Que signifie pour ces élèves la consigne "Résoudre une équation" ?

D'autres élèves ont appliqué la procédure :

$a^2 = b^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$  ou  $b = 0$

Ceci confirme l'hypothèse de la mauvaise compréhension de  $A.B = 0$ , signalé à la question B37-38.

Dans la question B35-36, Il faut noter une différence de réussite assez sensible entre les élèves ayant factorisé et ceux qui ont trouvé la solution. L'observation des copies a permis de relever, chez les élèves ayant factorisé, une fréquence assez forte des erreurs suivantes :



$(2x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$  ou  $2x + 5 = 0$

ou encore :  $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow 2x = 5$  ou  $-2x = 5$

La plupart des élèves qui n'ont pas factorisé ont donné comme réponse un polynôme du second degré.

Dans la question D31-33, l'erreur la plus fréquente consiste à développer le premier membre et à donner comme réponse un polynôme du second degré ou une équation du type  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Une nouvelle fois nous notons une différence entre les élèves qui ont factorisé et ceux qui ont résolu. Pour les élèves orientés en première S, la différence est de 16%.

EVAPM 2/91 D 31-33

Résoudre l'équation suivante :  $(3x+5)(x-2) - (x+4)(x-2) = 0$

Calculs

Tentative de factorisation, avec mise en évidence du facteur  $(x-2)$  : 62.0%

Factorisation exacte : 52.0%

R = 41.0%

N.R. : 12.9%

Réponse : .....

2 A008

EVAPM 2/91 M 1-3

Résoudre l'équation suivante :  $(5x+1)(x-3) - (3-x)(x+2) = 0$

Calculs

Tentative de factorisation avec mise en évidence du facteur  $(x-3)$  : 55%

Factorisation exacte : 35%

R = 26%

N.R. : 10%

Réponse : .....

2 A005

EVAPM 2/91 E 6-7

Résoudre l'équation suivante :  $4x^3 - x = 0$

Calculs

Démarche de factorisation : 38%

R = 19%

N.R. : 32%

Réponse : .....

2 A009 NE

Si on compare avec la question D31-33, on observe que les élèves qui pensent à factoriser sont beaucoup moins nombreux ici. La méthode de résolution d'une équation de degré supérieur ou égal à deux est vite prise en défaut. Les élèves, sans doute assez surpris devant la simplicité de l'équation mettent en place des stratégies, des théorèmes élèves, qui sont encore présents chez les élèves de Seconde.

En voici quelques uns :

réponse :  $x = 4x^2$

$4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

$4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow 4x^3 = 0$  ou  $x = 0$

EVAPM 2/91 A 25-27

Résoudre l'équation suivante :  $\frac{2x+4}{5x-2} = 3$

Calculs

Résolution de  $2x+4 = 3(5x-2)$  : 49%

Référence à  $x = 2/5$  : 13%

R = 40%

N.R. : 28%

Réponse : .....

A.N.E.

La question A25-27 n'est pas exigible en Seconde, mais l'étude correspondante fait partie du programme. On observe 13% des élèves qui mentionnent la condition  $x \neq \frac{2}{5}$  ; remarquons que l'on peut faire un raisonnement totalement correct sans y faire référence, à condition de vérifier que le nombre trouvé est effectivement solution. C'est d'ailleurs peut-être la méthode qui est la plus compréhensible en Seconde. La lecture des copies montre que les élèves ne vérifient pas et ne sont donc guère sensibilisés aux conditions nécessaires et suffisantes.

Croisons la question M1-3 avec la question A11 : nous observons que parmi les élèves qui échouent A11 (question dans laquelle on demandait de mettre sous forme de produit de facteurs), ceux qui réussissent M1 (c'est à dire qui ont l'idée de factoriser pour résoudre) sont aussi nombreux que ceux qui échouent. Ceci peut signifier que la capacité "comprendre la question factoriser" est assez indépendante de la capacité "pour résoudre cette équation, il faut factoriser". Ceci demanderait bien sûr une étude plus détaillée pour être confirmé.

Il faut souligner le fort taux de non-réponse à la question E6-7 qui est pourtant située en début de questionnaire. Cette équation ne semble pas familière aux élèves, à moins qu'ils ne soient décontenancés par sa relative simplicité. La question D31-34 analysée précédemment n'obtenait que 09% de non-réponse.

Citons parmi les procédures erronées fréquemment utilisées :  $\frac{a}{b} = k \Leftrightarrow \frac{a-b}{b-b} = k \Leftrightarrow a-b = k$ ,  
ou : "La solution est le quotient de la racine du numérateur et de la racine du dénominateur".

**EVAPM 2/91 B 39-40**

Soit les systèmes A et B suivants :

Dans chaque cas, rayer les mentions fausses.

A  $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$

Le système A admet - n'admet pas une solution unique

B  $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$

Le système B admet - n'admet pas une solution unique

Justifier les réponses données (2 A012)

R = 22%

N.R. : 34%

Calculer les solutions si elles existent (2 A013)

R = 26%

N.R. : 44%

La question B39-40 est placée en fin de questionnaire, ce qui explique sans doute le fort taux de non-réponses bien que les questions qui l'entourent ont des taux moins importants.

Cette capacité était exigible en Seconde. Dans EVAPM3/89, nous avons posé la question F29/30, que nous reproduisons ici. Les élèves de Troisième admis en Seconde avaient obtenu 42% de réussite à F30. La comparaison est cependant difficile car la place de la question dans le questionnaire est très différente ; de plus la présentation qui est faite ici (on demande d'abord si le système admet une solution) a peut-être perturbé les élèves.

Nous pouvons toutefois comparer ces résultats à ceux de la question A1-3 présentée plus loin. On y observe que 87% des élèves ont posé

le système et 63% ont trouvé la réponse, ce qui semble montrer que les élèves savent se "débrouiller" pour résoudre un système.

Il peut paraître curieux que, dans la question M29-32, presque deux élèves sur trois mettent en place une démarche correcte, alors que seuls 26% d'entre eux parviennent à résoudre le système de la question B39-40.

82

**EVAPM 2/91 M 29-32**

Résoudre le système d'équations suivant, sachant qu'il admet une solution unique: (2 A014)

$$\begin{cases} 4x - 2y + 6z = 20 \\ 3x - y + 3z = 15 \\ 2x - 3y = 4 \end{cases}$$

Calculs

Démarche correcte : 59%

N.R. : 22%

Réussite conjointe : 21%

R = 34%

R = 29%

R = 27%

N.R. : 35%

x = ... y = ... z = ...

**EVAPM 3/90 F 29-30**

Résous le système d'équations suivant: (3A117)

$$\begin{cases} a + 3b = 12 \\ 4b + 3a = 66 \end{cases}$$

Calculs

Démarche correcte : 59%

N.R. : 18%

Solution: R = 35%

On peut expliquer cette différence en partie par les non-réponses, cependant les deux questions sont situées en fin de questionnaire. Pourrait-on attribuer la meilleure performance des élèves au fait qu'ils n'ont pas vu de méthode générale de résolution de système à trois inconnues et donc n'ont pas d'a priori sur ce type de question ? Ceci serait alors signe d'un comportement assez positif.

### Résolutions d'inéquations et tableaux de signes (3A115, 3A116, 2A015 à 2A019)

Pour la question M4-8, nous observons peu d'évolution entre Troisième et Seconde. La principale erreur consiste à additionner membre à membre les deux inéquations pour se ramener à une seule inéquation ; ceci provient sans doute d'une confusion avec les systèmes d'équations. De plus, on voit ici se dessiner des difficultés liées à la distinction "implication" et "équivalence". C'est peut-être avec de tels exercices que pourrait être mis en place un apprentissage relatif à l'équivalence.

La maîtrise de l'étude du signe d'un binôme, du produit ou du quotient de deux binômes a été évaluée à l'aide des questions B41-44 et C21-24.

Les items B41, B42, B43 ont respectivement les mêmes significations que les items C21, C22, C23. La différence des taux de réussite peut s'expliquer par la place des exercices dans chaque questionnaire. Cette hypothèse est d'ailleurs renforcée par la différence, en sens inverse, des taux de non-réponse.

Les résultats des items B43 et B44 montrent que 51% des élèves construisent correctement le tableau de signe mais que seulement 39% savent l'utiliser pour résoudre l'inéquation. Que représente le tableau pour les autres élèves ? Un objet vide de sens, certainement pas un outil. Cette différence montre la difficulté de lecture d'un tableau de signe.

En ce qui concerne la différence des résultats de C23 et C24, elle s'explique uniquement par l'oubli très fréquent de la valeur d'impossibilité.

Dans la question E8-10, un élève sur trois pense à faire un tableau, alors que nous avons vu que globalement un élève sur deux sait faire un tableau de signes. Ceci confirme la difficulté des élèves à considérer le tableau comme un outil efficace pour résoudre une inéquation produit. L'apprentissage n'est-il pas en cause ici ? Est-il fait dans la direction de l'outil ou dans celle de l'objet ? Que penser, par exemple, de ces manuels qui commencent par faire construire des tableaux de signes avant de les appliquer à la résolution d'inéquations ?

Les élèves qui n'ont pas fait de tableaux ont, soit développé le premier membre et donné aucune réponse, soit appliqué le "théorème élève" : "un produit de facteurs est négatif si et seulement si l'un au moins des facteurs est négatif" ou même "un produit de facteurs est négatif si et seulement si les deux facteurs sont négatifs".

Les réponses peuvent alors être données sous des formes telles que :

$$S = \{-4; 2\} ; x < -4 \text{ ou } x < 2 ; x < -4 \text{ et } x < 2$$

Ces réponses nous permettent de penser que ces élèves n'ont pas une idée très claire, a priori, de la nature de l'ensemble des solutions.

EVAPM 2/91 M 4-8

Résoudre le système d'inéquations suivant:  $\begin{cases} 3x - 1 < 5x + 2 \\ 4x + 5 < 3x + 10 \end{cases}$  (3 A115)

Calculs

Résolution de la première inéquation : 51%  
 (EVAPM 3/94 (E5) : 39% (59%) NR : 12%)

Résolution de la deuxième inéquation : 69%  
 (EVAPM 3/94 (E6) : 64% (68%) NR : 12%)

Résolution du système (sans tenir compte des bornes) : 41%  
 Respect des bornes : 44% (EVAPM 3/94 (E7) : 31% (40%) NR : 14%)

Utiliser l'axe ci-contre pour représenter graphiquement, si cela est possible, l'ensemble des solutions de cette inéquation.

EVAPM 2/91 B 41-44

Compléter le tableau de signes ci-dessous : (2 A015) (2 A018)

x	-∞			+∞
Signe de (2x - 5)		R = 64%	NR : 20%	
Signe de (-x + 4)			R = 53%	NR : 20%
Signe de (2x - 5)(-x + 4)		R = 51%	NR : 20%	

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $(2x - 5)(-x + 4) > 0$   
 R = 39% NR : 32%

EVAPM 2/91 C 21-24

Etudier le signe de  $\frac{3x-5}{2-x}$

x				+∞
Signe de (3x - 5)		R = 76%	NR : 05%	
Signe de (2 - x)			R = 65%	NR : 05%
Signe de $\frac{3x-5}{2-x}$		R = 26%		

Exact sauf oubli éventuel ou erreur sur le zéro ou la valeur d'impossibilité : 61% NR : 05%

EVAPM 2/91 E 8-10

Résoudre l'inéquation suivante :  $(x + 4)(x - 2) < 0$  (2 A016)

Calculs

Etude correcte du signe d'au moins un facteur : 50%

Utilisation d'un tableau : 32% NR : 17%

Réponse : R = 27%

On trouve également, dans une proportion non négligeable, des réponses "désarmantes" comme celle ci-dessous :

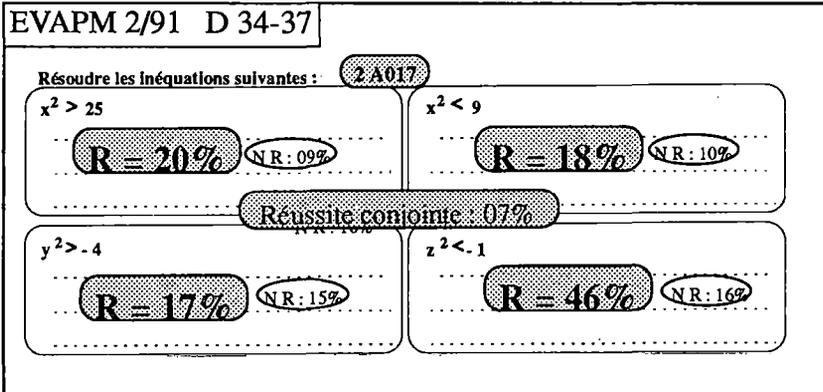
$$(x + 4)(x - 2) < 0 \quad ; \quad (x + 4)(x - 2) = 0 \quad ; \quad (x + 4) = -(x - 2) \quad ;$$

$$(x + 4) = -x + 2 \quad ; \quad x + 4 = -x + 2$$

Réponse : *Il n'y a pas de solution.*

Pour ces élèves, le calcul littéral reste certainement vide de sens, et ce genre de solution montre de plus l'absence de méthodes de résolution.

84



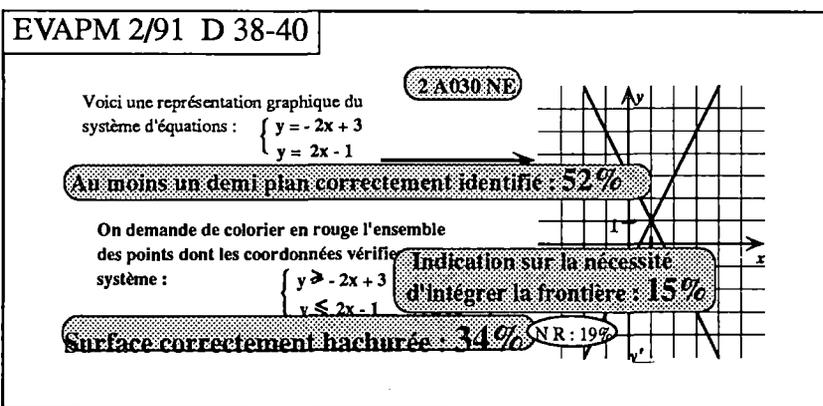
Certes la question D34-37 se situe vers la fin du questionnaire, mais les réussites à chacun des items, aussi bien que la réussite conjointe pose problème. Le manque d'images mentales peut paraître assez flagrant ici et les élèves ont des difficultés à passer du cadre graphique au cadre algébrique. En effet ce type de question peut être traité à partir de la représentation graphique de la fonction qui à

$x$  associe  $x^2$  et de bonnes images mentales permettent de contrôler les résultats. On lira à ce sujet l'analyse du questionnaire "gestion mentale" qui traite également d'autres questions concernant le thème algèbre (V21-23-2425).

L'examen des résultats montre qu'un élève sur deux arrive à transférer sa connaissance "un carré n'est jamais négatif" à la résolution de l'inéquation  $z^2 < -1$ , mais cette connaissance est déstabilisée lorsqu'il s'agit de résoudre l'inéquation  $y^2 > -4$ . Ceci montre d'une part la difficulté que nous rencontrons pour savoir si une connaissance est vraiment opérationnelle chez un élève et, d'autre part, la prudence que nous devons avoir dans nos jugements sur le savoir des élèves.

Les raisonnements les plus fréquemment utilisés sont les suivants :

$x^2 > a^2$  équivaut à  $x > a$   
 ou :  $x^2 > a^2$  équivaut à  $(x-a)(x+a) > 0$ , suivi des mêmes erreurs qu'en E8-10.



Il faut remarquer aussi que pratiquement aucun élève n'a fait un tableau de signe pour résoudre ces inéquations.

En ce qui concerne la question D38-40, la lecture des copies montre que de nombreux élèves ont essayé de colorier directement la zone attendue (intersection de demi-plan), ce qui, sans doute, a entraîné des erreurs.

Problèmes....(4A251, 3A117, 3A115, 2A024, 3A116, 2A025)

**EVAPM 2/91 M 11-16**

Un terrain rectangulaire, représenté ci-contre, a une longueur de 30 m et une largeur de 12 m.

On veut aménager un chemin de largeur  $x$  le long de deux côtés consécutifs. On souhaite que la partie restante ait une superficie supérieure à 280 m<sup>2</sup> et que la largeur du chemin soit :

a) Ecrire les inéquations traduisant ces deux conditions.

**Écriture de  $(12-x)(30-x) > 280$  : 55%** (N.R. : 22%)

**Écriture de  $x > 0,8$  ou  $0,8 < x < 12$  : 50%**

b) Montrer que les conditions trouvées à la question précédente conduisent au système :

$$\begin{cases} x^2 - 42x + 80 > 0 \\ 0,8 < x < 12 \end{cases}$$

**R = 41%** (N.R. : 44%)

c) Sachant que :  $x^2 - 42x + 80 = (x-2)(x-40)$  trouver les valeurs possibles pour la largeur  $x$  de l'allée

**L'élève a compris qu'il convenait de résoudre le système précédent : 15%**

**Résolution correcte de l'inéquation : 08%**

**R = 07%** (N.R. : 56%)

**EVAPM 2/91 M 17-25**

Une usine produit des réfrigérateurs et des machines à laver. La phase finale de fabrication utilise deux ateliers :

3A119

- un atelier de montage qui peut fournir, au maximum, 250 heures de travail par jour,
- un atelier de peinture qui peut fournir, au maximum, 60 heures de travail par jour.

Les temps de montage et de peinture sont donnés dans le tableau suivant :

	Réfrigérateur	Machine à laver
Temps de montage (en heures)	2,0	2,5
Temps de peinture (en heures)	0,6	0,4

Par la suite, vous noterez  $x$  le nombre de réfrigérateurs et  $y$  le nombre de machines à laver.

a) Un certain jour, l'atelier de montage a travaillé 240 heures, tandis que l'atelier de peinture a travaillé 51 heures. Sachant qu'il n'y a pas eu de temps perdu, combien de réfrigérateurs et combien de machines à laver ont été achevés ce jour-là ?

Calculs

**Mise en équation correcte : 33%**

**Démarche de résolution correcte : 27%**

Réponse **R = 23%** (N.R. : 34%)

b) Un autre jour, la direction de l'usine souhaite que 80 machines à laver soient achevées dans la journée. Est-ce réalisable, et si oui, quel est le nombre maximum de réfrigérateurs qu'il sera possible d'achever ce jour-là ?

**Réponse OUI et justification correcte : 19%**

(N.R. : 52%) **Nombre de réfrigérateurs exacts : 13%**

c) Ecrire un système d'inéquations traduisant les limitations, imposées par l'énoncé, aux

**Au moins une droite bien placée : 08%**

**Les deux droites bien placées : 05%**

**Partie hachurée correcte : 04%**

**R = 14%** (N.R. : 70%)

d) Représenter graphiquement l'ensemble de toutes les valeurs possibles pour les couples  $(x; y)$  correspondant au nombre de réfrigérateurs et au nombre de machines à laver qu'il est possible

85

**EVAPM 2/91 M 9-10**

Il y avait  $n$  litres d'essence dans le réservoir de ma voiture. J'en ai utilisé le tiers au voyage aller et 8 litres au voyage retour. Il en reste 10 litres.

4A251

Combien y avait-il d'essence au départ ?

Justifications

**Mise en équation correcte : 62%** (N.R. : 10%)

Réponse **R = 57%** (N.R. : 16%)

**EVAPM 2/91 M 26-28**

Ecrire une équation qui traduise le problème suivant :

On augmente un côté d'un carré de 6,40 cm et un autre côté de 3,50 cm. On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 52,595 cm<sup>2</sup> celle du carré. Trouver la longueur du côté du carré.

4A251

Equation traduisant le problème :

**R = 43%** (N.R. : 29%)

Calculs

**Réponse exacte obtenue par résolution de l'équation : 33%**

EVAPM 4/89 (P25) : 15%  
EVAPM 3/90 (M16) : 27% (33%)

EVAPM 4/89 (P26) : 05%  
EVAPM 3/90 (M17) : 18% (23%)

**R = 32%** (N.R. : 45%)  
EVAPM 4/89 (P27) : 07%  
EVAPM 3/90 (M18) : 17% (24%)

à gérer (elles prennent du temps, l'hétérogénéité des classes est encore plus visible....), mais il ne faudrait pas que les mises en équation portent uniquement sur des problèmes d'une ligne ou deux.

Malgré certains taux de non-réponse, les mises en équation sont réussies de façon encourageante (par exemple M11-12).

EVAPM 2/91 C 28-29

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F.  
Elle a déjà remboursé une somme S.  
Il lui reste à rembourser une somme égale aux  $\frac{2}{3}$  de la somme S déjà rendue.  
Calculer S en laissant le détail des calculs.

4 A 251

Explications

Mise en équation correcte : 68% NR: 17%

EVAPM 4/89 (M9) : 25% SPRESE 3/84 : 26%

EVAPM 3/90 (P18) : 47% (60%)

NR: 19%

R = 58% EVAPM 4/89 (M10) : 12% SPRESE 3/84 : 23%

EVAPM 3/90 (P19) : 31% (48%) S = ..... F

EVAPM 2/91 S 10

Answers R = 03% NR : 07%

x désigne un nombre réel quelconque.  
Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre x soit un nombre entier relatif ?

a	$2x$ est un entier relatif	Oui	Non	Insp
b	$\frac{x}{2}$ est un entier relatif	Oui	Non	Insp
c	$x - 1$ est un entier relatif	Oui	Non	Insp
d	$x = 5$	Oui	Non	Insp

86

EVAPM 2/91 A 1-3

Un magasin solde des chemises et des pantalons.  
Toutes les chemises sont vendues au même prix unitaire.  
Tous les pantalons sont vendus au même prix unitaire.  
Jean a payé 570 F pour 7 chemises et 3 pantalons.  
Sophie a payé 730 F pour 3 chemises et 7 pantalons.  
CALCULER le prix d'une chemise et le prix d'un pantalon.

3 A 119

Calculs

Mise en équation correcte : 87% NR: 06%

EVAPM 3/90 (E9) : 77% (84%)

R = 63%

NR: 12% EVAPM 3/90 (E11) : 42% (57%)

Réponses Prix d'une chemise: ..... F Prix d'un pantalon: ..... F

Il faut insister sur les questions qui nous permettent des comparaisons avec les résultats obtenus en fin de Troisième : A1-3, C28-29, M26-28. Toute celles-ci montrent une amélioration sensible en Seconde. En ce qui concerne le niveau Seconde, il est malheureusement difficile de mener une comparaison avec les anciens programmes. EVAPM aurait du exister il y a 10 ans !

Terminons par la question S10. Cette question porte évidemment sur la notion de condition nécessaire et suf-

fisante et ne se trouve placée ici qu'à cause de l'utilisation d'écritures algébriques. Le résultat obtenu ne nous étonne pas et est à comparer à ceux que l'on observe dans d'autres cadres lorsqu'il est question de relations du même type (voir en particulier thème D). Ici, les difficultés relatives aux notions d'entier relatif et de condition nécessaire et suffisante s'ajoutent. Il est probable que peu d'élèves sont arrivés à formuler le problème en deux étapes. Nous renvoyons le lecteur au thème D qui analyse en particulier ces problèmes de conditions nécessaires et suffisantes.

CONCLUSION :

Les résultats du questionnaire professeur montrent que les enseignants de Seconde estiment que le calcul littéral et l'algèbre sont des thèmes importants (47% les placent parmi les trois rubriques les plus importantes sur les onze proposées). Mais parallèlement ils pensent que ce thème n'est pas très difficile (37% le placent parmi les quatre rubriques les moins difficiles).

L'analyse qui précède devrait permettre de nuancer ce dernier jugement. En effet, nous avons vu que certains objets de connaissance (le tableau de signes, ou la propriété portant sur  $AB=0$ ) ne sont pas encore des outils, n'ont pas encore pris sens. La modification des programmes de premier cycle (dans son esprit) a-t-elle été suffisamment perçue et prise en compte par les enseignants de Seconde ?

En tout état de cause, nous ne pouvons pas affirmer qu'il y ait une baisse significative de niveau par rapport à ce thème ; la comparaison avec des évaluations antérieures fait ici cruellement défaut.

# FONCTIONS

Le thème fonction est sans doute celui qui, en classe de Seconde, introduit le plus de nouveautés. Au collège, les élèves ont pu rencontrer des situations fonctionnelles et des représentations graphiques, mais, sauf dans le cas des fonctions affines, aucune institutionnalisation n'a, en principe, été faite.

Sauf pour la première partie de ce chapitre, la place nous a manqué pour détailler l'ensemble des compétences de ce thème qui ont été opérationnalisées dans notre évaluation. Pour cela, nous renvoyons le lecteur au tableau des compétences présenté dans les premières pages du chapitre concernant le Savoir des Elèves.

## Proportionnalité....

**Savoir TRADUIRE par une fonction une augmentation ou une diminution exprimée en pourcentage**

La question C35-36 est reprise de l'évaluation de fin de troisième 1990. On observe une stabilité des résultats (32%) pour la même population : celle des élèves de Troisième qui ont été admis en Seconde. La proportionnalité en terme de fonction, semble être entretenue en classe de Seconde, mais le lien avec le coefficient multiplicateur et la notion de fonction pose encore des difficultés.

Il convient toutefois de remarquer que dans la question C35-36, on ne demandait pas de simplifier la réponse et que la réponse  $y = x + 0,08x$  aurait dû être considérée comme bonne. Dans ces conditions, c'est 53% des élèves qui répondent correctement.

On trouvera dans l'analyse du thème calcul mental une question du même type (V16), mais où l'on demande explicitement le coefficient multiplicateur. On obtient alors 34% de réussite, ce qui correspond à une amélioration sensible par rapport à la fin de Troisième.

EVAPM 2/91 C 35 36

Un produit coûtant  $x$  francs augmente de 8%.  
Quel est, en fonction de  $x$ , le nouveau prix  $y$  de ce produit ? 3 F105

Réponse exacte éventuellement non réduite : 53%

R = 32% NR : 19% EVAPM 3/90 (D27) : 28% (32%)

## Fonctions affines...

**Savoir reconnaître si l'on est, ou non, en présence d'une situation affine, à partir de de la proportionnalité des accroissements (2F001).**

**Déterminer une fonction affine définie par la donnée d'un nombre et de son image ainsi que la donnée d'accroissements correspondants de la variable et de l'image (2F002).**

EVAPM 2/91 C 37 39

Le prix de location d'une automobile comporte un forfait fixe de 200 F et une somme proportionnelle au kilométrage parcouru. 2 F001  
Jean a effectué 50 km de plus que Paul et a payé 45 F de plus. 2 F002

Quel est le prix d'une location en fonction du nombre  $x$  de kilomètres parcourus.

Demarche correcte : 34% NR : 37% Réponse :  
NR : 39% R = 32%

Quel est le prix de la location de Jean sachant qu'il a parcouru 250 km ?

R = 38% NR : 41% Réussite conjointe : 28% Réponse :

Le tiers des élèves de Seconde, et la moitié des élèves entrant en Première S (seulement), ont su algébriser la situation affine proposée dans l'item C37.

Parmi les élèves qui ont trouvé un résultat exact à l'item C39 (prix de la location), on peut distinguer ceux qui avaient trouvé la fonction affine du C37 (28% de la population totale) et les autres (10%). Ces derniers utili-

sent d'abord la proportionnalité puis ajoutent le forfait fixe. Quelques élèves qui ont trouvé la fonction affine ne l'utilisent pas dans C39 et font un calcul direct.

La question E20-21 ressemble étrangement à la précédente avec l'avantage d'avoir été utilisée pour EVAPM3/90. Les taux de réussite sont du même ordre que ceux de la question précédente. Ici aussi, on note une grande stabilité par rapport aux résultats de Troisième.

Pour ces deux questions, les taux de non-réponses sont très élevés, ils sont même parmi les plus élevés de l'ensemble de l'évaluation. Cela montre bien que ce type de question n'est pas familier aux élèves

EVAPM 2/91 E 20-21

Dans ma ville, le prix à payer pour une course de taxi s'obtient en additionnant deux nombres :  
 - la prise en charge, fixe, qui ne dépend pas du nombre de kilomètres parcourus,  
 - le prix des kilomètres parcourus, proportionnel au nombre de kilomètres.

J'ai payé 32 F pour une course de 10 km et 47 F pour une course de 16 km.

Exprime le prix  $y$  (en francs) d'une course en fonction de la distance  $x$  (en kilomètres).

Ecris tes calculs dans cette case

3 P 101

Démarche correcte : 30% NR : 46%

EVAPM 3/90 (C31) : 20% (25%)

R = 19% NR : 52%

Réponse: EVAPM 3/90 (C32) : 12% (20%)

88

Une représentation graphique d'une fonction affine étant donnée, déterminer cette fonction lorsqu'il est possible d'identifier, sur le graphique, les coordonnées de deux points (2F003)

EVAPM 2/91 N 1-5

Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  
 La droite (D) est la représentation graphique d'une fonction affine  $f$ .

1°) Mettre en évidence sur le graphique :

- l'image du nombre 4 par la fonction  $f$

R = 73% NR : 10%

- le nombre dont l'image, par la fonction  $f$ , est 2.

R = 64% NR : 11%

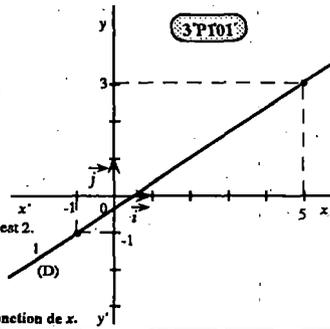
2°) Pour tout nombre  $x$ , écrire  $f(x)$  en fonction de  $x$ .

Calculs : Identification de la forme  $f(x) = ax + b$  : 45% NR : 35%

Démarche correcte : 39% NR : 36%

NR : 37%

Réponse :  $f(x)$  R = 28%



La première sous-question de N1-5 était évidemment destinée à observer dans quelle mesure les élèves de Seconde sont capables de lire une représentation graphique. Pour les élèves pour lesquels la lecture du graphique ne pose pas de problème, la compétence 2F003 se ramène à la compétence 3P101 de Troisième : "Etre capable de déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images".

Les résultats obtenus dans la seconde partie de cette question (écrire  $f(x)$ ..) sont assez faibles et montrent bien que le concept de fonction a du mal à se mettre en place. Soulignons qu'au Collège, les élèves ont été initiés au langage des applications affines et aux notations du type  $y = ax + b$ . Les élèves paraissent plus familiers avec la notion d'équation de droite qu'avec celle de fonction affine (voir par exemple la question D22 étudiée dans le thème Y). Ainsi, les mises en équation de problèmes concrets, associés à la représentation graphique de fonctions, sont d'une façon générale d'autant mieux réussies qu'il n'est pas nécessaire de passer par des fonctions. Il est d'ailleurs probable que les élèves ne fassent pas bien le lien entre ces deux notions.

Comme on pouvait s'en douter, la réussite à l'item N5 (écrire  $f(x)$ ..) "implique" assez fortement la réussite à l'item N1 (lire l'image..) : moins de 10% des élèves qui réussissent N5 ont échoué à N1.

L'ensemble de la question N1-5 est très discriminative, et cela de plusieurs façons :

- 55% des élèves admis en Première S réussissent l'item N5 contre 14% des futurs redoublants
- 49% des élèves admis en Première S réussissent l'ensemble de la question N1-5 contre 09% des futurs redoublants.
- Les élèves qui réussissent l'ensemble de la question N1-5 obtiennent un score moyen de 27,3 sur 37 à l'épreuve N centrée sur le thème fonction, tandis que les élèves qui ne sont pas dans ce cas obtiennent un score moyen de 17,9.

Une représentation graphique d'une fonction affine étant donnée, déterminer cette fonction lorsqu'il est possible d'identifier, sur le graphique, les coordonnées d'un point ainsi que les accroissements correspondants, dans un intervalle particulier, de la variable et de l'image (2F004).

EVAPM 2/91 C 40-42

A partir des informations données dans les deux dessins ci-dessous, déterminer la fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ , dont une représentation graphique est la droite (D).

Voici un agrandissement du petit rectangle.

Calcul

Mise en évidence d'un vecteur directeur ou du coefficient directeur : 19% (NR: 65%)

Démarche correcte : 15% (NR: 65%)

Réponse R = 08%

La question C40-42 a visiblement surpris les élèves, et sans doute a-t-elle été mal comprise. Le taux de non-réponses est énorme et le résultat est faible (08% de réussite). Le fait d'avoir isolé un élément d'une figure a certainement perturbé la réflexion des élèves. Cette lecture à deux niveaux présente des difficultés. L'effet zoom trouve-t-il sa place en seconde ?

Il aurait sans doute été préférable de faire figurer un quadrillage sur le dessin initial mais cela n'a pas été possible pour des raisons techniques. Il

faut cependant noter que les élèves ont des difficultés à déterminer le coefficient directeur d'une droite, ou un vecteur directeur, lorsque ces éléments leur sont explicitement demandés (voir en particulier la questions V27). De même, ils ont des difficultés à utiliser un coefficient directeur lorsque celui-ci leur est donné (voir question Q5-6).

Représenter graphiquement une fonction affine définie par une relation du type :  $x \mapsto ax + b$

EVAPM 2/91 A 8

Représenter graphiquement la fonction affine par laquelle  $x$  a pour image  $-2x + 3$ .

R = 66% (NR: 13%)

EVAPM 3/90 (F1) : 46% (55%)

La question A8 utilisée pour contrôler cette compétence est reprise de l'évaluation EVAPM de fin de Troisième. En Seconde, on note, pour cette question, une amélioration certaine. Le taux de réussite passe en effet de 58% (élèves admis en Seconde) à 66%, et même à 83% pour les élèves admis en Première S.

En résumé, les situations affines présentées dans le cadre des grandeurs sont moyennement comprises. Lorsqu'il s'agit d'utiliser ou de saisir le concept de fonction affine, tout ce qui est lié à un graphique passe difficilement. Le concept lui-même semble largement occulté par la droite et son équation.

## Autres fonctions "usuelles"

Rappelons que le programme désigne ainsi les fonctions suivantes :

A :  $x \mapsto ax + b$

B :  $x \mapsto |x|$

C :  $x \mapsto x^2$

D :  $x \mapsto x^3$

E :  $x \mapsto \sqrt{x}$

F :  $x \mapsto \frac{1}{x}$

G :  $x \mapsto \sin x$

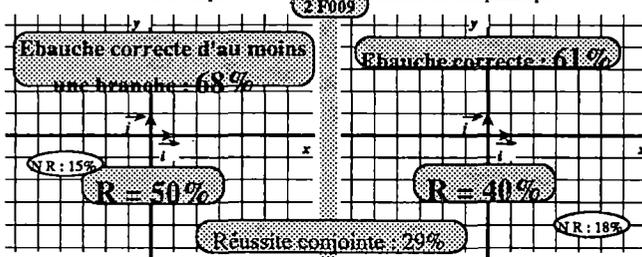
H :  $x \mapsto \cos x$

EVAPM 2/91 D 10-16

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels non nuls par :  $f(x) = \frac{1}{x}$  (2.F009)

b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels positifs par :  $g(x) = \sqrt{x}$ .



Donner le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$ , sur les intervalles indiqués, en complétant les phrases suivantes : (2.F010)

Sur  $[\frac{1}{2}; 6]$ ,  $f$  est une fonction  $R = 68\%$  (NR: 16%)

Sur  $(0, 5]$ ,  $g$  est une fonction  $R = 70\%$  (NR: 16%)

Réussite conjointe : 66%

Toujours à propos des fonctions  $f$  et  $g$ , dans chacun des cas ci-dessous, entourez la réponse qui convient et barrer l'autre. (2.F007)

Pour les petites valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des petites valeurs / grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des grandes valeurs / petites valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $g(x)$  prend des grandes valeurs / petites valeurs

R = 62% (NR: 08%)

Dans les différentes questions posées dans ce cadre, nous avons souhaité associer systématiquement le tracé des représentations graphiques et les variations des fonctions, soit sous forme de tableau, soit sous forme de phrases.

Les questions N6-10 et N24-36, présentées plus loin, montrent que les élèves maîtrisent assez bien le passage d'une courbe donnée au tableau de variation de la fonction correspondante ainsi que le passage du tableau à sa signification en termes de variations.

Dans les questions D10-16 et E11-19, on demande d'abord, pour des fonctions en principe connues, le tracé des courbes représentatives, puis seulement des informations concernant le sens de variation qui peut ainsi se déduire de l'observation des courbes. En fait, ce qui est testé ici est essentiellement le langage relatif aux variations des fonctions. D'une façon générale, on observe, ici encore, une bonne maîtrise de ce langage dont l'utilisation dans les deux questions présentées ici n'est conditionnée que par la réussite préalable des représentations graphiques.

Pour confirmer ce qui précède, signalons tout de suite que dans la question N6-10 présentée plus loin, 82% des élèves produisent un tableau de variation correct correspondant à une courbe donnée.

L'examen des copies montre cependant qu'un nombre non négligeable d'élèves confondent les tableaux de divers types : tableaux de valeurs, tableaux de signes, tableaux de variation.

L'item D16 concerne le comportement des fonctions "usuelles" pour les grandes et petites valeurs de la variable. La question est bien sûr très simple, mais le taux important de réussite (62%) et la rareté des non-réponses, montrent que le langage correspondant est familier des élèves et que les notions correspondantes peuvent être abordées à ce niveau.

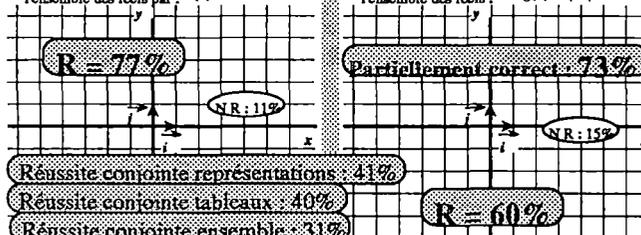
90

EVAPM 2/91 E 11-19

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels par :  $f(x) = x$  (2.F009)

b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels :  $g(x) = |x|$



Compléter les tableaux représentant les variations des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  sur l'intervalle  $[-5; 7]$ . (2.F006)

$x$	-5	7
$f(x)$	$R = 64\%$	$NR: 11\%$
Variations de $f$		
$x$	-5	7
$g(x)$	$R = 53\%$	$NR: 16\%$
Variations de $g$		
$x$	-5	7
$h(x)$	$R = 59\%$	$NR: 15\%$
Indication correcte des valeurs aux bornes dans les tableaux : 28%		

En ce qui concerne les représentations graphiques des fonctions usuelles, on observe des taux de réussite corrects pour les fonctions prises individuellement, mais on ne peut manquer d'observer des taux de réussite conjoints relativement faibles : 41% pour les trois fonctions de la question E11-19, 29% pour les deux fonctions de la question D10-16. L'examen des copies comme les résultats statistiques montre qu'une part importante des échecs correspond à des ébauches correctes et à des tracés manquant de précision.

On peut traduire ce qui précède en disant que les élèves possèdent des savoirs dans le domaine observé, mais qu'ils manquent encore de maîtrise. Cela ne saurait nous étonner compte tenu de la nouveauté des notions abordées.

Fonctions se déduisant simplement des fonctions A à H présentées ci-dessus...

La question S25-28 montre que les élèves reconnaissent moyennement bien la parité d'une fonction dont une représentation graphique est donnée, avec toutefois des confusions entre fonction paire et fonction impaire. Les choses se gâtent lorsqu'il faut reconnaître une non-parité. En fait les questions de parité se compliquent ici de questions de logique :

Pour beaucoup d'élèves, une fonction qui n'est pas paire est nécessairement impaire. D'autres élèves, et cela rejoint partiellement le point précédent, ayant reconnu qu'une fonction n'était ni paire ni impaire répondent tranquillement "oui" aux items c et d. En effet, si une fonction n'est ni paire ni impaire, c'est que l'on ne peut pas connaître sa parité ! (Confusion entre indécidabilité et rejet de deux propositions qui ne constituent pas une alternative).

La question N17-23 montre qu'environ 40% des élèves savent prouver la parité par un calcul. L'item F49 est moins bien réussi, mais la question correspondante se trouve en fin de questionnaire et beaucoup d'élèves n'ont pas eu le temps de l'aborder.

Dans cette question, une difficulté vient s'ajouter, au niveau du calcul algébrique. Beaucoup d'élèves, dans des classes différentes, écrivent :

$$f(-x) = \frac{3}{-x^2 + 1} = \frac{3}{x^2 + 1} = f(x)$$

Il est clair qu'il s'agit là d'une faute de syntaxe mais que les élèves pensent juste. Certains professeurs ont considéré cette justification comme valable, d'autres non. Ce qui amènerait à réviser, à la baisse, les taux de réussite, en ce qui concerne la rigueur de la justification, et à la hausse en ce qui concerne la compréhension de la situation.

Le taux de réussite à l'item F50, où il fallait utiliser la parité pour compléter une représentation graphique, n'est réussie que par 50% des élèves. On observe aussi qu'il s'agit là de la quasi-totalité des élèves qui ont eu le temps d'aborder la question.

Le tableau de variation du 3<sup>o</sup>) de la question N17-23 est correctement dressé par près d'un élève sur deux (trois sur quatre des admis en Première S). Cela semble un bon résultat car on est là à la limite de l'exigible. Il faut cependant signaler que cette question arrive après une étude de parité et qu'il n'y a pas de démonstration mais une simple mise en forme à l'aide d'un schéma.

Pour la partie de la question N17-23 où il s'agit de démontrer la décroissance de la fonction g dans l'intervalle [-2 ; 2], il y avait au moins deux démarches possibles :

- la comparaison à la variation de fonctions connus : dans l'intervalle considéré, la fonction  $x - x^2$  est croissante, donc aussi la fonction  $x - 3x^2 + 1$ , et la fonction est donc décroissante.
- la comparaison de f(a) et f(b) pour tout couple (a ; b) de nombres appartenant à l'intervalle donné et tels que : b > a .

EVAPM 2/91 S 25-28

Voici les représentations graphiques de quatre fonctions f, g, h, et k. Pour chacune d'elles, nous avons précisé son intervalle de définition ainsi que ses éléments de symétrie.

a) la fonction f est paire	R = 48%
b) la fonction f est impaire	R = 0%
c) la fonction f n'est ni paire ni impaire	R = 0%
d) On ne peut pas connaître la parité de f	R = 0%

a) la fonction g est paire	R = 28%
b) la fonction g est impaire	R = 0%
c) la fonction g n'est ni paire ni impaire	R = 0%
d) On ne peut pas connaître la parité de g	R = 0%

Reussite conjointe : 10%

a) la fonction h est paire	R = 27%
b) la fonction h est impaire	R = 0%
c) la fonction h n'est ni paire ni impaire	R = 0%
d) On ne peut pas connaître la parité de h	R = 11%

a) la fonction k est paire	R = 51%
b) la fonction k est impaire	R = 0%
c) la fonction k n'est ni paire ni impaire	R = 0%
d) On ne peut pas connaître la parité de k	R = 10%

EVAPM 2/91 F 49-50

Soit f la fonction définie sur [-4 ; 4] par :  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

Démontrer que f est une fonction paire.

R = 30% NR = 44%

On a tracé une partie de la courbe (C), représentation graphique de la fonction f, relativement au repère (O, i, j) orthogonal.

Compléter ce tracé pour obtenir la représentation graphique de f dans l'intervalle [-4 ; 4].

Courbe complétée : 50% NR = 44%

EVAPM 2/91 N 17-23

Les quatre questions suivantes concernent la fonction  $g$  définie sur

l'intervalle  $[-2; 2]$  par :  $g(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$

2°) Démontrer que la fonction  $g$  est décroissante sur l'intervalle  $[0; 2]$ . (F032)

Démarche basée sur la comparaison avec des fonctions connues : 12% (NR: 48%)

Démarche basée sur la comparaison de  $g(h)$  et  $g(a)$  : 36% (NR: 34%)

R = 17% (NR: 30%)

1°) Démontrer que  $g$  est une fonction paire. (F012)

R = 39% (NR: 29%)

3°) Dresser le tableau de variation de  $g$  sur l'intervalle  $[-2; 2]$  en notant les valeurs de  $g(x)$  pour :  $x = -2$  ;  $x = 0$  ;  $x = 2$  (F032)

R = 45% (NR: 16%)

Réussite conjointe 2°) et 3°) : 26%

4°) Ecrire les encadrements les plus précis possibles de  $g(x)$  :

a) pour  $1 < x < 2$  R = 26% (NR: 30%)

b) pour  $-1 < x < 2$  R = 06% (NR: 31%)

La première démarche, plus qualitative, est plus susceptible que la seconde d'assurer la maîtrise de la signification de ce qui est en jeu. Cette démarche est cependant trois fois moins souvent utilisée que la seconde par les élèves (12% contre 36%).

La démarche de comparaison avec des fonctions connues constitue l'un des objectifs du programme, pourtant, il semble bien que la seconde démarche soit davantage encouragée par l'enseignement. Elle est en tout cas favorisée par la sécurité que sa généralité apporte aux élèves. Soulignons que les deux démarches ont exactement la même efficacité. Quelle que soit la démarche utilisée (à condition d'en utiliser une) 41% des élèves parviennent à démontrer la décroissance de la fonction dans l'intervalle étudié.

92

Exploitation de représentations graphiques et de tableaux de variation

EVAPM 2/91 N 24-36

Voici un tableau des variations d'une fonction  $f$ , définie sur l'intervalle  $[-7; 7]$ , dans lequel sont indiquées quelques valeurs de  $f(x)$

(F025)

$x$	-7	-3	1	7
Variations de $f$		5	-2	0

Les quatre questions qui suivent concernent la fonction  $f$  ainsi présentée.

1°) Compléter les phrases suivantes de façon à décrire les variations de la fonction  $f$ .

La fonction  $f$  est ... R = 82% (NR: 04%)  
 La fonction  $f$  est ... sur ... R = 81% (NR: 04%)  
 La fonction  $f$  est ... R = 81% (NR: 04%)  
 Réussite conjointe : 80%

2°) Compléter les écritures ci-dessous en utilisant les symboles  $<$  ou  $>$

$f(-6) \dots f(-4)$  R = 87% (NR: 03%)  
 $f(-2) \dots f(-1)$  R = 67% (NR: 03%)  
 $f(4) \dots f(5)$  R = 87% (NR: 02%)  
 Réussite conjointe : 76%

3°) Pour chacune des égalités ou inégalités proposées, on demande si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou si le tableau de variation ne permet pas de savoir si elle est VRAIE ou FAUSSE. Dans chaque cas, entourer l'une des mentions VRAI - FAUX - le tableau de variation ne permet pas de savoir et barrer les deux autres.

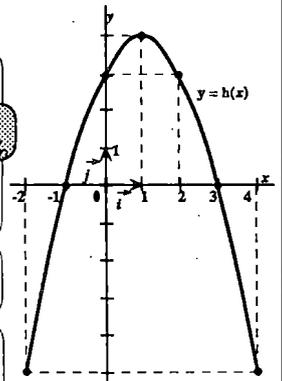
- $f(-4) < 5$  VRAI FAUX Le tableau de variation ne permet pas de savoir R = 73% (NR: 01%)
- $f(-6) = 2$  VRAI FAUX Le tableau de variation ne permet pas de savoir R = 66% (NR: 01%)
- $f(7) = 0$  VRAI FAUX Le tableau de variation ne permet pas de savoir R = 87% (NR: 01%)
- $f(2) = 3$  VRAI FAUX Le tableau de variation ne permet pas de savoir R = 49% (NR: 01%)
- $f(-5) > f(4)$  VRAI FAUX Le tableau de variation ne permet pas de savoir R = 40% (NR: 01%)

4°) Compléter les phrases suivantes :  
 Dans l'intervalle  $[-7; 7]$ , le maximum de  $f$  est ... R = 78% (NR: 03%)  
 Dans l'intervalle  $[-7; 7]$ , le minimum de  $f$  est ... R = 77% (NR: 03%)  
 Réussite conjointe : 76%

EVAPM 2/91 N 6-10

Voici la représentation graphique d'une fonction  $h$  définie sur l'intervalle  $[-2; 4]$ .

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes  
 On notera que les points marqués "•" sont sur la courbe et ont pour coordonnées des nombres entiers.



1°) Dresser le tableau de variation de  $h$  (F027)

Tableau correct et complet en ce qui concerne les variations : 82%

R = 51% (NR: 05%)

2°) Donner les solutions de l'équation :  $h(x) = 0$  (F029)

R = 53% (NR: 14%)

3°) Etudier le signe de  $h(x)$  sur l'intervalle  $[-2; 1]$ . (F028)

R = 24% (NR: 28%)

Réussite conjointe : 11%

4°) Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $h(x) \geq 3$  (F030)

R = 36% (NR: 21%)

La question B25-30 montre que, lorsqu'il s'agit de prendre des informations sur un graphique, le taux de bonnes réponses est 3es items B29-30. Précisons encore le caractère discriminant et prédictif de ce genre de question : les élèves qui réussissent les items N9 et N10 obtiennent encore en moyenne un score de 27 sur 37 à l'épreuve N, tandis que ceux qui échouent à l'un de ces items n'obtiennent qu'un score moyen de 19.

### Fonctions trigonométriques (compléments)

La question F41-48 est l'avant dernière question d'un questionnaire assez long. On ne peut donc pas accorder une trop grande confiance aux taux de réussite et aux taux de non-réponse. Toutefois, un nombre non négligeable d'élèves ont préféré passer directement à la question suivante, ce qui est un signe de plus grande familiarité. En ce qui concerne les items relatifs aux propriétés des fonctions, les taux de non-réponse sont très importants et par voie de conséquence, les taux de réussite sont faibles. Outre la place de la question dans le questionnaire, cela peut sans doute s'expliquer par le fait que le cercle trigonométrique est, en Seconde, au stade d'une première étude, et qu'il est souvent abordé en fin d'année, après l'évaluation dont nous rendons compte.

### Reconnaître une fonction...

Dans la question N11-16, les tracés A, D et F sont des tracés rencontrés pendant l'année, donc bien perçus (32% à 70% de réussite). Les tracés B et C le sont nettement moins bien. Ce qui surprend le plus est le taux élevé de réussite pour la courbe E. N'oublions pas, cependant, le caractère dichotomique des choix à effectuer et le rôle possible des réponses au hasard. La maîtrise, ici, correspond à la réussite conjointe aux 6 items. Or, cette réussite est de 15%.

#### EVAPM 2/91 B 25-30

Dans le plan P muni du repère (O ; U ; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie dans l'intervalle  $I = [-5 ; 5]$ .

Utiliser les informations de ce dessin pour répondre aux questions suivantes :  
Sur l'intervalle I,

Quel est le maximum de f ? **R = 68%**

Quel est le minimum de f ? **R = 59%**

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 0 ?  
**R = 59%**

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) = 2 ?  
**R = 53%**

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ≤ 2 ?  
**R = 30%**

Pour quelles valeurs de x a-t-on : f(x) ∈ [2 ; 3] ?  
**R = 30%**

**Reussite conjointe**  
Quatre premiers items : 37%  
**Reussite conjointe complete : 15%**

#### EVAPM 2/91 F 41-48

Sur le cercle trigonométrique, placer le point N

**N bien placé : 40%**  
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\sin(\pi + \alpha) =$  **R = 10%**

**Reussites conjointes**  
Points : 49% Formules : 07% Ensemble : 06%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point P  
**P bien placé : 40%**  
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\sin(-\alpha) =$  **R = 18%**

Sur le cercle trigonométrique, placer le point M

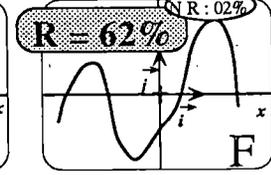
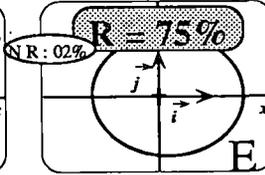
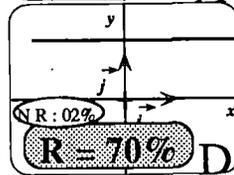
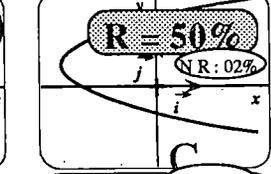
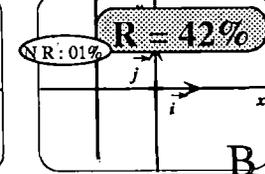
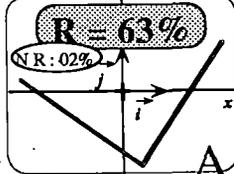
**M bien placé : 30%**  
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\cos(\pi - \alpha) =$  **R = 15%**

**Reussites conjointes**  
Points : 49% Formules : 07% Ensemble : 06%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point Q  
correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$   
**Q bien placé : 31%**  
Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :  
 $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$  **R = 13%**

#### EVAPM 2/91 N 11-16

Dans le plan muni d'un repère (O ; i ; j), on donne six tracés : A, B, C, D, E et F. Certains de ces tracés peuvent être des représentations graphiques de fonctions de la variable x, d'autres non.



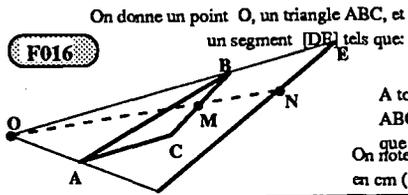
Compléter le tableau suivant en écrivant VRAI ou FAUX dans chacune des cases.

Le tracé	A	B	C	D	E	F
peut représenter une fonction de la variable x						

**Reussite conjointe : 15%**

EVAPM 2/91 N 37-38

F016



On donne un point  $O$ , un triangle  $ABC$ , et un segment  $[DE]$  tels que :  
 $O, B$  et  $E$  sont alignés,  
 $O, A$  et  $D$  sont alignés.  
 $OA = 2$  cm ;  $OB = 6$  cm ;  $OC = 4$  cm.

A tout point  $M$  appartenant à un côté du triangle  $ABC$ , on associe le point  $N$  du segment  $[DE]$  tel que  $O, M$ , et  $N$  soient alignés.  
 On note  $r$  la distance  $OM$  et  $s$  la distance  $ON$ , en cm ( $OM = r$  ;  $ON = s$ )

**Erreur d'énoncé**

**Voir analyses**

A partir de cette description, on peut définir une fonction qui associe  $s$ .  
 Pour quelles valeurs de  $r$  cette fonction est-elle définie ?

NR : 58%

Toujours dans le cas de la situation décrite ci-dessus, est-il possible de définir une fonction qui à  $s$  associe  $r$  ? Justifiez votre réponse.

NR : 71%

La question N37-38 était destinée à opérationnaliser la compétence 2F016. Malheureusement, telle qu'elle est posée, la question contient une erreur d'énoncé grave : on ne peut pas définir de fonction qui à  $r$  associe  $s$ .

En fait, telle quelle, la question est l'un des nombreux avatars d'une question que certains d'entre-nous hésitations à poser, n'étant pas très sûr qu'elle puisse être considérée comme conforme au programme.

La première forme proposée était, avec la même description et la même figure :

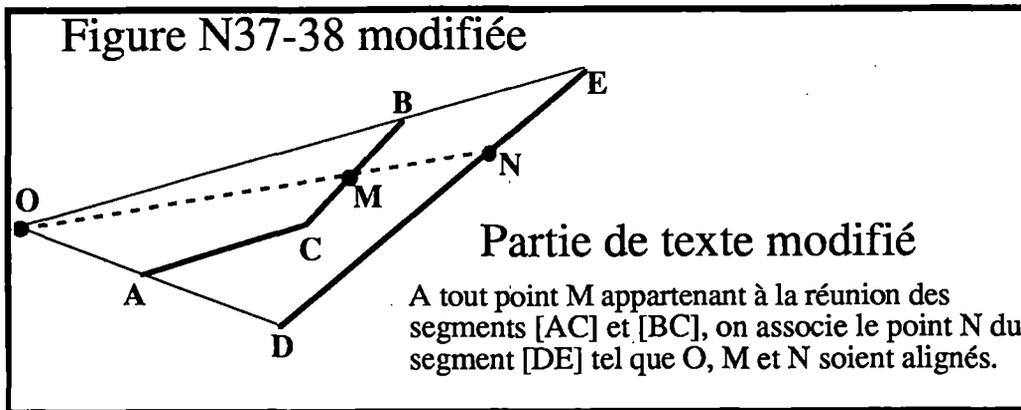
94

A tout point  $M$  appartenant à la réunion des côtés du triangle  $ABC$ , on associe le point  $N$  du segment  $[ED]$  tel que  $O, M$  et  $N$  soient alignés.

Définit-on ainsi une fonction ? précisez.

Dans les mêmes conditions est-il possible de définir une fonction qui au point  $N$  associe le point  $M$  ?

Une seconde forme, qui restait dans le cadre des fonctions numériques utilisait comme ensemble de départ la seule réunion des segments  $[AC]$  et  $[CB]$ . Nous présentons ci-dessous les modifications que, dans ce cas, il convient d'apporter à la question posée.



**Conclusion du thème fonctions**

Nous l'avons dit en introduction, ce thème comporte beaucoup de nouveautés. En fin de Seconde, on observe ainsi, essentiellement, l'état de connaissances en cours d'élaboration.

Dans l'ensemble, les savoirs de base sont présents et sont bien, ou assez bien, utilisés. Les élèves ne semblent pas particulièrement inquiets d'avoir à aborder les questions de ce thème et les difficultés ne commencent que lorsqu'il y a introduction de difficultés techniques manifestes. Nous ne voulons pas dire qu'il n'y aurait pas à souhaiter une amélioration des compétences concernant ce thème. Nous préférons simplement insister sur le fait que l'importance de ce thème est manifeste, aussi bien pour les élèves qui entreprendront des études scientifiques que pour les autres et que la solidité de quelques acquisitions de base pour tous les élèves, jointe à une perception positive du thème est certainement préférable à une grande aisance technique qui ne serait développée que chez quelques élèves.

# GESTION DE DONNÉES STATISTIQUES

Avec les actuels programmes du Collège, des éléments de statistiques descriptives sont maintenant étudiés à partir de la classe de Sixième. On pouvait donc penser que, même si, au moment du passage des épreuves, cette partie n'avait pas encore été étudiée en Seconde, les élèves manifesteraient un certain acquis. C'est partiellement ce qui se passe, mais on va voir que les résultats ne sont pas à la hauteur des espérances.

Le lecteur est invité à se reporter au chapitre "l'opinion des enseignants" où l'on constate que les professeurs de Seconde considèrent que, par rapport aux autres parties du programme, la partie *Gestion de données statistiques* est à la fois la plus facile et la moins importante. Dans ces conditions, on ne doit pas s'étonner d'une certaine tendance à sa marginalisation.

D'une façon générale, les questions de ce thème obtiennent des taux de non-réponses très élevés (30% à 75%) qui indiquent que les élèves sont peu familiarisés avec ce type de question.

## Lire et exploiter des données statistiques mises sous forme de tableaux

EVAPM 2/91 A 4-7

Le tableau ci-contre donne la répartition des 2500 élèves d'un lycée selon la dimension de leur famille (nombre de personnes)

Nombre de personnes par famille	2	3	4	5	6	7
Fréquence en pourcentage	10%	23%	45%	15%	5%	2%
Effectifs						

a) Compléter la dernière ligne du tableau

**Au plus une erreur : 65%**  
**R = 63%**  
 NR : 21%

b) Représenter les effectifs par un diagramme *Utiliser le quadrillage donné*

**R = 22%**  
 NR : 32%

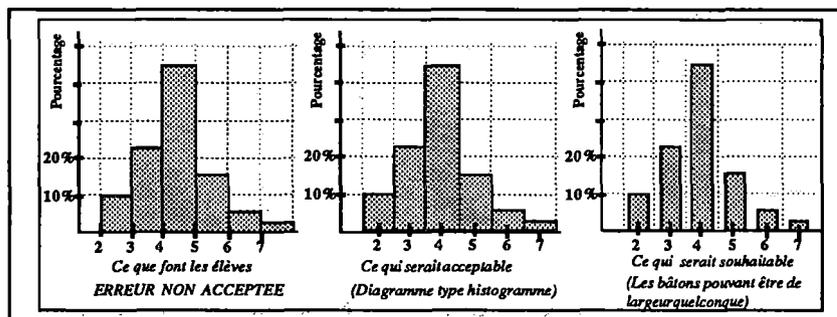
**Ebauche correcte : 36%**

3 S101  
3 S105  
3 S108

Dans la question A4-7, on obtient 63% de réussite pour le passage de fréquences, exprimées en pourcentages, à des effectifs. Les élèves ayant la possibilité d'utiliser leur calculatrice, le plus surprenant est le taux de non-réponses (21%). Voyant arriver des pourcentages et des traces de statistiques, un élève sur cinq préfère passer directement à la question suivante.

Pour les réponses fausses, on trouve des effectifs qui ne respectent pas les ordres de grandeurs relatifs des fréquences données, et dont la somme est différente de l'effectif total de la population. Pour quelques élèves, il y a encore confusion entre fréquences et effectifs : une fréquence de 10% se traduit alors simplement par un effectif de 10.

Pour les diagrammes, les erreurs proviennent essentiellement d'une utilisation abusive des histogrammes. Les histogrammes, on le sait, ne sont justifiés que dans le cas des variables numériques continues, ou considérées comme telles.

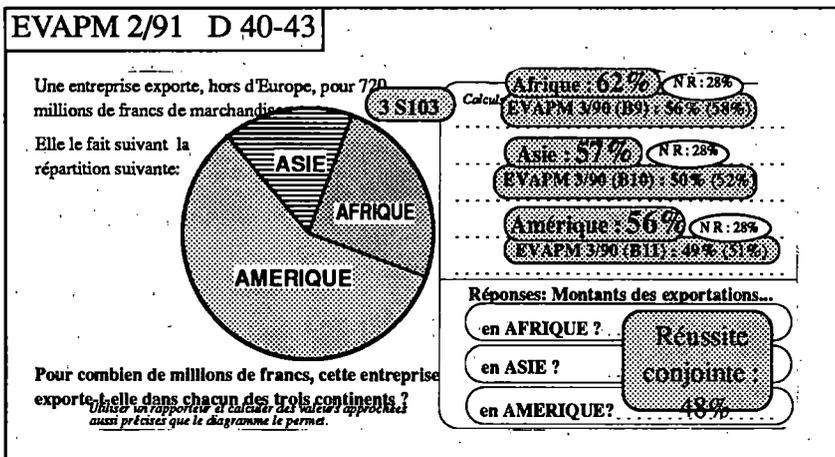


Certes des représentations du type histogrammes (bâtons larges et accolés) peuvent être utilisés dans les autres cas, mais cela risque d'amener les élèves au type d'erreur présentée ci-dessus.

On observera que le diagramme présenté au milieu de la figure ci-dessus peut difficilement être banni compte tenu des habitudes culturelles (presse, publicité...) et scolaires (Sciences Humaines, Sciences Economiques et Sociales...), et que l'essentiel réside dans la lecture que les élèves font de telles représentations.

## Lire et exploiter des données statistiques mises sous forme de diagrammes circulaires

La question D40-43 est reprise d'EVAPM3/90. On observe une progression légère par rapport à ce qui était enregistré en fin de Troisième (pour les élèves admis en Seconde), en dépit du fait que cette question est la dernière d'un questionnaire assez long. L'observation des copies montre cependant que la quasi-totalité des élèves qui ont essayé de répondre aux questions l'ont fait à partie d'une démarche correcte. Les erreurs proviennent essentiellement d'une mauvaise estimation des angles. Dans certains cas, l'absence de rapporteur ou sa mauvaise utilisation peuvent vraisemblablement être mis en cause, mais dans d'autre cas, assez nombreux, c'est la mesure de l'angle plein (souvent 100 degrés), ou de l'angle droit (45 degrés..) qui sont à l'origine des erreurs.

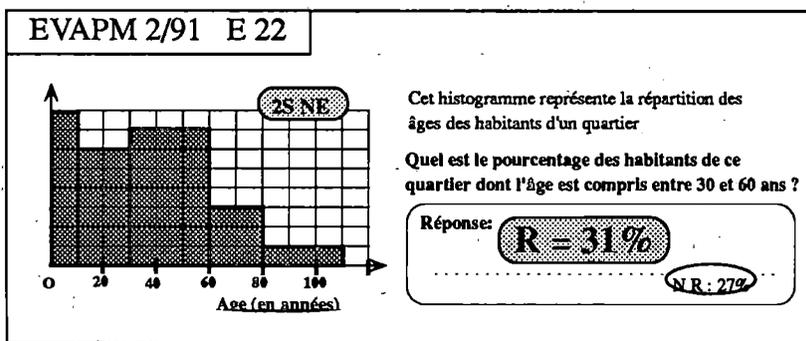


Les élèves qui réussissent utilisent, pour la plupart, l'une des démarches suivantes :

- mise en évidence et utilisation du coefficient de proportionnalité ( $\times 2$ ) entre la mesure de l'angle (en degrés) et le montant de la marchandise exportée (en millions de francs).
- recherche préalable de la somme correspondant à un degré (mode traditionnel de présentation de la règle de trois par passage à l'unité).

**Lire et exploiter des données statistiques mises sous forme de diagrammes de fréquence**

Les élèves ont tendance à utiliser des histogrammes ou des diagrammes de type histogramme lorsque cela n'est pas nécessaire, mais ils éprouvent de la difficulté à lire un histogramme simple. D'après le programme, on ne peut pas considérer la lecture d'un tel diagramme comme étant exigible en Seconde. On peut cependant penser qu'il n'y a là aucune difficulté particulière et que la compétence correspondante présente une certaine utilité sociale.



Parmi les 31% de bonnes réponses, on observe essentiellement deux démarches :

- passage par le pourcentage correspondant à un carreau,
- rapport entre le nombre de carreaux du rectangle correspondant aux âges considérés et le nombre total de carreaux.

Parmi les démarches erronées, citons :

- prise en compte de la seule hauteur de la classe (7 carreaux, donc 70%),
- prise en compte de la seule largeur de la classe (3 carreaux, donc 30%),
- comparaison de la hauteur de la classe avec la plus grande hauteur ( $\frac{7}{8} \times 100$ ),
- comparaison de la largeur de la classe avec la plus grande largeur ( $\frac{3}{11} \times 100$ ),
- calcul effectué comme si toutes les classes avaient la même amplitude.

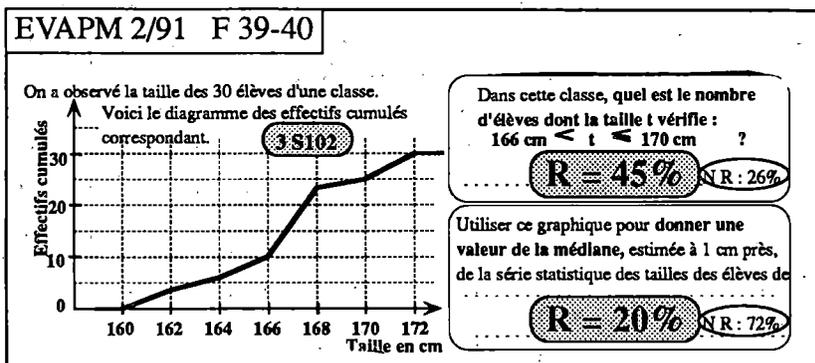
**Lire et exploiter un diagramme d'effectifs cumulés.**

**Déterminer une médiane...**

Le premier item de la question F39-40 montre que les élèves ont des difficultés à lire un polygone de fréquences cumulées. Ce type de diagramme est pourtant d'utilisation courante dans le monde social.

Parmi les erreurs, on trouve souvent 25 : confusion avec le nombre d'élèves dont la taille est inférieure à 170cm. On trouve aussi 48 : somme des "images" de 167 et de 168 lues sur le graphique.

Très peu d'élèves répondent à la question concernant la médiane (28%) ; par contre la plupart de ceux qui répondent le font correctement. Rappelons que la notion de médiane figure au programme de Troisième, qu'elle peut faire l'objet d'activités en Seconde, mais qu'elle ne constitue une connaissance exigible ni dans une classe, ni dans l'autre.



**Savoir déterminer des effectifs cumulés et les représenter graphiquement.  
Calculer l'écart type d'une série statistique.**

**EVAPM 2/91 D 1-5**

Le tableau ci-contre donne les effectifs, par âge, d'un club du lycée.

Ages des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Nombre d'élèves par âge	1	3	15	5

COMPLÉTER ce tableau de façon à obtenir le tableau des effectifs cumulés croissants.

Ages des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Effectifs cumulés croissants				

**Tableau complété : 40%** (NR: 43%)

TRACER le polygone des effectifs cumulés croissants ou une autre représentation de ces effectifs.

Tracé d'une échelle et d'une ébauche de polygone traduisant le tableau précédent : 32% (NR: 51%)

Tableau correct : 16%

Autre représentation correcte : 13%

CALCULER l'écart type de la série statistique donnée.

Résultat trouvé : **R = 05%** (NR: 74%)

Les effectifs cumulés croissants de la question D1-5 ont visiblement fait fuir les élèves. Cette question reprise d'EVAPM3/90, pour la première partie, était mieux réussie en fin de Troisième (35% de réussite pour l'ensemble de la question, au lieu de 29% cette année).

En ce qui concerne les effectifs cumulés, une erreur fréquente consiste à donner les compléments à l'effectif total (24) de l'effectif correspondant à chaque âge. On obtient alors la réponse suivante :

14	15	16	17
23	21	9	19

97

Contrairement à la notion de médiane, celle d'écart type figure parmi les capacités exigibles de Seconde. Il est certain que cette notion avait été très rarement vue au moment de l'évaluation et il est peu probable qu'elle ait pu être vue de façon efficace ensuite.

Concernant l'écart type, nous avons accumulé ici plusieurs difficultés. Nous aurions donc dû, à côté de cette question, poser une question plus simple présentant une seule série, non pondérée. Toutefois, l'examen des réponses proposées par les élèves montre qu'en général les erreurs ne viennent pas de là, mais bien d'une méconnaissance de la notion elle-même.

**Savoir calculer une moyenne et utiliser sa signification.**

**EVAPM 2/91 B 18-20**

Dans une classe de 40 élèves, la moyenne d'un devoir était 10,6. En fait, le professeur avait oublié 1 point à 2 élèves.

Quelle est, en réalité, la moyenne de la classe? (On demande la valeur exacte)

Calculs

Calcul moyenne par  $40 \times 10,6 + 2$  : 58%

Ajout direct de  $2/40$  : 23%

Moyenne de la classe : **R = 66%** (NR: 25%)

Lorsque nous avons posé la question B18-20, elle nous semblait porter sur la signification même de la moyenne. En effet, l'application sans plus de réflexion de la définition de la moyenne conduisait à retrouver la somme totale des points, à ajouter les deux points oubliés et à diviser par le nombre d'élèves. Une réflexion élémentaire sur la notion de moyenne devait conduire à faire effectuer à cette moyenne, directement, une translation de  $2/40$  de points.

En fait, nous nous sommes aperçus que même des enseignants n'envisageaient que la première méthode, non pas qu'ils

ne puissent avoir accès à la seconde, mais parce que, comme pour les élèves, le principe d'économie qui guide nos démarches nous empêche de nous éloigner d'une méthode standard, peu élégante mais dont on est sûr qu'elle marche, si nous n'y sommes pas expressément invités. Finalement, il est tout à fait compréhensible que, dans le cas de la question B18-20, la plupart des élèves reviennent à la définition de la moyenne.

Le codage prévoyait de coder séparément les deux démarches, mais, non préparés à faire la distinction, 30% des enseignants ont implicitement considéré que la seconde impliquait la première. Correction faite de ces erreurs de codage, il ne reste que 07% des élèves qui aient trouvé un résultat exact par ajout direct de  $2/40$  points.

Le taux important de non-réponses (25%) montre bien le peu d'intérêt des élèves pour ce genre de question. La difficulté n'est pas en cause car 90% des élèves qui répondent le font correctement.

Une autre question concernant la notion de moyenne et sa signification a été posée dans le cadre de l'épreuve recherche de problèmes (question U2). On en trouvera une analyse dans le chapitre correspondant.

### Savoir calculer une moyenne, une médiane.

La question C43-45 est la dernière d'un questionnaire. Le taux de non-réponses est très important, mais on doit le considérer comme plus élevé que si la question avait été placée à un endroit plus favorable.

Il y a donc 35% des élèves qui calculent correctement une estimation d'une moyenne à partir de données réparties par classes. Les erreurs sont de plusieurs types :- calcul du quotient des sommes des valeurs aux bornes des intervalles par l'effectif total (ce qui, s'agissant d'une estimation, n'est pas vraiment une erreur, mais ne respecte pas la consigne),

- calcul effectué sans tenir compte des pondérations.

Les élèves sont-ils déjà sensibilisés à la dialectique sociale ? En tout cas, et alors même qu'ils manifestent une ignorance totale de la notion de médiane, ils sont plus nombreux à donner tort aux syndicats qu'à leur donner raison, et cela, en utilisant toutes sortes d'arguments :

*C'est impossible car les personnes gagnant le minimum (entre 2 000F et 6 000F) représentent à peine 50% des salariés, les autres salaires étant bien plus élevés.*

*Non, c'est impossible car 50 personnes sur 101, c'est à dire presque la moitié ont déjà un salaire de plus de 6 000F.*

*C'est impossible car 51 personnes ont un salaire compris entre 2 000F et 6 000F et que 50 personnes ont un salaire compris entre 6 000F et 18 000F.*

*Non, ce n'est pas possible, le salaire médian ne peut pas être inférieur au salaire moyen.*

### Conclusion du thème gestion de données statistiques

En résumé, les élèves de seconde semblent avoir :

- une assez bonne familiarisation avec la notion de moyenne,
- une familiarisation insuffisante avec la confection d'un tableau pour traduire une série statistique et avec la notion de fréquence,
- une initiation très légère aux notions d'effectifs et de fréquences cumulés,
- une méconnaissance quasi totale des notions de médiane et d'écart type,
- assez peu d'exigence en ce qui concerne le souci de l'ordre de grandeur et de la vraisemblance des résultats.

Comme cela a déjà été dit en introduction, le questionnaire professeurs fait apparaître que les statistiques sont considérées comme la partie la plus facile et la moins importante parmi les diverses parties du programme. C'est aussi aux statistiques que l'on accorde le moins de temps.

L'acquisitions des notions, méthodes et résultats de base relevant des statistiques ne se fait pas spontanément. L'enseignement est nécessaire pour qu'un minimum de connaissances soit acquis, aussi bien pour permettre une insertion responsable dans le monde social, que pour leur utilisation dans d'autres parties du cours de mathématiques (probabilités..) ou dans d'autres disciplines (Sciences Humaines, Sciences et Techniques de l'Univers, Sciences Economiques et Sociales...).

Les commentaires du programme précisaient : le travail sur les statistiques "présente un triple intérêt. D'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est nécessaire à la compréhension des phénomènes économiques et sociaux. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique."

Il ne semble pas, pour l'instant, que ce message ait été entendu. S'agissant de la première année d'application du programme, les enseignants ont été surpris par le temps nécessaire au développement d'autres activités et enseignements jugés plus essentiels. L'idée d'utiliser le cadre statistique comme support à certaines de ces activités n'est pas encore très développé et sans doute pas facile à mettre en oeuvre. On peut cependant souhaiter que, l'expérience aidant, un certain rééquilibrage se fasse au bénéfice des statistiques.

**EVAPM 2/91 C 43-45**

Dans une entreprise, la répartition des salaires est la suivante :

salaires compris entre 2 000 F et 6 000 F : 51 personnes  
salaires compris entre 6 000 F et 10 000 F : 5 personnes  
salaires compris entre 10 000 F et 14 000 F : 5 personnes

En utilisant les centres des classes, le patron de l'entreprise a calculé une estimation du salaire moyen.

Combien s'est-il trompé ?

Calculs : **Demarche correcte : 39%** (NR : 34%)

**R = 35%** (NR : 34%) Réponse : .....

---

Les syndicats disent : " Le salaire médian n'est que de 6 000F".  
(Salaire médian signifie : médiane de la série statistique des salaires)

Est-ce possible ? (Justifier) : .....

**R = 10%** (NR : 64%)

# CALCUL MENTAL ET REPRÉSENTATIONS MENTALES

## Gestion mentale d'informations de nature Mathématique

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons plus spécialement aux capacités de reconnaissance et d'association immédiates relatives aux notions et objets rencontrés en mathématiques, ainsi qu'aux capacités relatives aux transformations mentales portant sur ces mêmes objets.

Pour cela, comme nous l'avons fait au niveau des classes du Collège (voir brochures EVAPM...), nous avons élaboré une épreuve spéciale (l'épreuve V) que nous avons fait passer dans des conditions particulières et dans un nombre réduit de classes.

Même dans sa partie calcul, le terme "calcul mental" ne convient pas très bien au genre de questions posées dans cette épreuve. En effet, il ne s'agit pas de tester les élèves par rapport à des techniques de calcul mental traditionnel ; il s'agit plutôt d'étudier la disponibilité de certains savoirs fondamentaux, les capacités des élèves à répondre rapidement, et sans support écrit, à certaines questions portant davantage sur le sens et l'organisation des notions en jeu que sur des aspects techniques particuliers.

Une partie de cette épreuve utilise le rétroprojecteur de façon à ne pas privilégier la forme auditive par rapport à la forme visuelle ; pour les autres questions, l'élève devra se représenter la situation à partir d'une présentation orale.

Beaucoup de questions ont été élaborées, mais un choix a dû être fait qui nous a amené à renoncer à poser un certain nombre de questions qui nous paraissaient intéressantes. Réflexion faite, nous regrettons un peu de ne pas avoir construit et utilisé deux épreuves. Une épreuve aurait pu être centrée sur le calcul mental, y compris le calcul algébrique, toujours dans l'esprit présenté ci-dessus, mais dans laquelle certaines questions auraient pu demander davantage de technicité. L'autre épreuve aurait alors pu être plus résolument centrée sur l'analyse des conceptions et représentations des élèves. Mais nous n'en sommes qu'à notre première évaluation en Seconde...

Les regrets évoqués sont d'autant plus grands que l'analyse de l'épreuve V, telle que nous l'avons finalement posée, nous renforce dans la conviction que ce genre de questionnement permet d'avoir accès à des informations sur le savoir des élèves qui sont difficilement accessibles autrement.

Nous aurions peut-être pu poser davantage de questions dans la même épreuve, mais nous n'avons pas trop voulu charger l'épreuve V compte tenu de son caractère inhabituel aussi bien pour les élèves que pour les enseignants.

Pour nous permettre de compléter notre information sur l'évolution des compétences des élèves, nous avons d'abord voulu reprendre une partie des questions que nous avons posées dans nos évaluations EVAPM de fin de Cinquième, Quatrième ou Troisième. Ce choix étant fait, nous n'avons pu compléter que par quelques questions propres au niveau Seconde.

L'épreuve V a été passée dans 13 classes appartenant à 5 académies. Il faut donc être très prudents en ce qui concerne la prise en compte des pourcentages de réussite qui ne doivent être considérés que comme des indicateurs. La comparaison avec les pourcentages obtenus dans les autres épreuves (épreuves papier-crayon) est aussi délicate, car, d'une part, les populations sont différentes, d'autre part, les questions posées sont en général plus complexes et de toutes façons sont posées dans un contexte de résolution tout à fait différent.

Pour les questions de cette épreuve reprises de l'évaluation Troisième, nous ne connaissons malheureusement pas les pourcentages de réussite des élèves admis en classe de Seconde. D'après les observations faites sur les autres épreuves, on peut estimer qu'en moyenne, les taux de réussite des élèves admis en Seconde sont à majorer de 05% par rapport à ceux de l'ensemble de la population de Troisième.

Contrairement à ce que nous avons fait dans les autres chapitres, et en l'absence de données plus fiables, nous ne rappelons donc ici que les pourcentages concernant l'ensemble de la population de Troisième. Sauf cas particuliers, les taux de non-réponses aux questions de l'épreuve V sont peu élevés : de l'ordre de 05% (voir la synthèse des résultats en annexe). Seuls les taux plus élevés, qui sont significatifs d'un manque de familiarité avec les notions présentées, seront signalés au cours de l'analyse.

Les questions de la partie orale de l'épreuve seront présentées conformément au tableau ci-dessous. Les notations 6/89, 5/88, 5/90... signifient que la question a été posée en Sixième en 1989 (EVAPM6/89), en Cinquième en 1988 et 1990 (EVAPM 5/88, 5/90)...

Libellé de la question	Niveau et année de la passation											
	6/89		5/88		5/90		4/89		3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)

100

R désigne le taux de réussite, N.R. désigne le taux de non-réponses et n° désigne le numéro de la question. L'analyse qui suit reprend le classement par thèmes : N, A, P, Y.

### Connaissance des nombres

Libellé de la question	n°	R (N.R)
Quel est l'inverse du nombre $\frac{45}{29}$ ?	10	81 (02)
Quel est l'opposé du nombre - 17,8 ?	11	96 (01)

Les mots *inverse* et *opposé* sont connus et reconnus par la plupart des élèves. L'examen des réponses montre cependant qu'il convient d'effectuer une légère correction à la baisse des résultats annoncés. En effet, la juxtaposition des deux notions a manifestement bénéficié à la reconnaissance de la seconde (l'opposé) et de plus, contrairement

aux consignes de codage (voir annexes), des retours en arrière avec modification de la réponse concernant l'inverse ont été considérées comme correctes. La présence d'une seule de ces notions aurait probablement montré davantage de confusions entre elles.

Les résultats sont par contre assez faibles en ce qui concerne l'écriture scientifique d'un nombre, avec un pourcentage non négligeable de non-réponses. Les réponses fournies sont très variées : produit de 1,234 par une puissance de 10, correcte ou non ; produit de 0,1234 par une puissance de 10... On trouve aussi des intrus tels que  $\sqrt{2}$  et  $\pi$ .

Libellé de la question	n°	R (N.R)
Quelle est l'écriture scientifique du nombre 123,4 ?	9	33 (14)

Libellé de la question	5/88		5/90		4/89		3/90		2/91	
	n°	R (N.R)								
Donner une fraction égale à : $1 - \frac{3}{4}$	24	42 (13)	10	42 (12)	12	39 (09)	13	63 (06)	5	86 (02)
J'ai bu le tiers d'un demi-litre de lait. Quelle fraction de litre ai-je bu ?	37	18 (32)	17	25 (21)	28	28 (17)	12	42 (13)	6	74 (03)

Les questions V5 et V6 sont bien sûr faciles, mais elles sont intéressantes à au moins deux titres : l'évolution dans le temps des compétences des élèves et la rémanence de certaines difficultés.

Pour ces questions, les évolutions de la Cinquième à la Seconde, et en particulier de la Troisième à la Seconde sont remarquables. Il reste tout de même 15% à 25% des élèves qui ne possèdent pas de technique rapide ou des images mentales efficaces pour résoudre ces questions.

Les réponses fausses sont très variées, qui vont d'un certain nombre de quarts à  $\frac{4}{3}$ ,  $-\frac{4}{3}$ ,  $-2$ ,  $0$ , ...

Pour la question V6, les erreurs les plus fréquentes sont :  $\frac{5}{6}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{5}$ , ...

EVAPM 2/91 S 8			
$1 + \frac{3}{4} =$		2 N008	
$1 - \frac{3}{4}$			
a	$\frac{3}{4}$	R = 85%	
b	7	N R : 02%	
c	$\frac{3}{4}$	Oui Non Jusp	
d	2,5	Oui Non Jusp	

La question S8 du Q.C.M. proposait plusieurs réponses pour une fraction dont le dénominateur est le nombre étudié en V5. Le pourcentage de réussite (85%) est pratiquement le même que pour le calcul, dans l'épreuve V, du seul dénominateur. Est-ce parce que ce calcul est plus difficile de tête que par écrit ?

La question V20 déjà posée en Troisième et en Quatrième voit son score progresser de façon spectaculaire. Seule l'écriture "2" était acceptée comme réponse, et la plupart des

EVAPM 2/91 V 20			
Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?			
a	La droite (AG) est parallèle à la droite (BF)	2 E001	
b	La droite (GH) est orthogonale à la droite (FC)	Oui Non Jusp	
c	La droite (GH) coupe la droite (FC)	Oui Non Jusp	
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (GH)	N R : 03%	
R = 40%			

erreurs correspondent à des calculs non simplifiés. L'examen des relevés de réponses montre d'ailleurs que, le plus souvent, ces résultats non simplifiés sont faux.

La progression reste importante en ce qui concerne l'écriture simplifiée de  $\sqrt{4900}$ , et le taux de non-réponses diminue de façon significative.

Libellé de la question	3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
Ecrire le plus simplement possible : $\sqrt{4900}$	2	31 (15)	1	51 (5)

On observe des réponses non abouties :  $7\sqrt{100}$ ,  $10\sqrt{49}$ ,  $\sqrt{(70)^2}$  ; des réponses qui semblent mélanger n'importe comment les symboles 7, 0, et  $\sqrt$  ; des réponses qui confondent carré et racine carrée :

Libellé de la question	3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
Calculer : $2^6$			12	62 (04)
Calculer : $101^2$	7	08 (15)	15	41 (01)

$\sqrt{70}$ ,  $(70)^2$  ; et toujours l'intrus...  $\sqrt{2}$ .

Sans calculatrice, il est difficile, pour plus d'un tiers des élèves, de calculer  $2^6$ . L'erreur consiste assez souvent à poursuivre jusqu'à la puissance septième et à donner 128 comme réponse.

Pour le calcul de  $(101)^2$ , on passe de 08% de réussite en Troisième à 41% en Seconde. C'est un écart non négligeable. L'idée d'utiliser l'identité remarquable reste sans doute très marginale et beaucoup d'élèves préfèrent décomposer en utilisant directement la distributivité. Ils doivent cependant se perdre assez souvent dans leurs calculs ou chercher à anticiper le résultat. On trouve souvent pour réponse : 10 001, 10 101, 11 001, 11 111.. Il doit sembler peu imaginable, pour les élèves ayant mal répondu, que le résultat puisse comporter le chiffre 2.

La question V22 demandait de développer et de réduire le carré proposé. Beaucoup d'élèves donnent un résultat non réduit  $(4 + 4\sqrt{5} + 5)$  et cette réponse a été considérée comme correcte par une partie des enseignants et comme incorrecte par d'autres. L'examen des feuilles de réponses permet d'estimer qu'environ 60% des élèves effectuent un développement exact et que 30% donnent un résultat réduit.

EVAPM 2/91 V 22	
Développer et réduire $(2 + \sqrt{5})^2$	
R = 50%	
N R : 02%	

Libellé de la question	n°	R (N.R)
Quelle est l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 7 mètres et 20 mètres ?	13	71 (05)

Le taux de réussite de la question V13 demande aussi à être interprété. En effet, beaucoup d'élèves ont répondu

70 (au lieu de 70 m<sup>2</sup>), et cette réponse a été acceptée par certains enseignants et non par d'autres. Finalement, il y a plus de 70% des élèves qui ont une bonne image mentale de l'aire d'un triangle rectangle comme moitié de l'aire d'un rectangle et environ 50% qui pensent à indiquer la bonne unité.

Libellé de la question	3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
On multiplie les longueurs des côtés d'un carré par 3. Par quel nombre son périmètre est-il multiplié ?	3	40 (10)	2	41 (01)
On multiplie les longueurs des côtés d'un carré par 3. Par quel nombre son aire est-elle multipliée ?	4	52 (07)	3	72 (02)
On multiplie les longueurs des arêtes d'un cube par 10. Par quel nombre son volume est-il multiplié ?	5	39 (12)	4	63 (06)

Les questions V3, V4 et V5 reprises d'EVAPM3/90 montrent une amélioration significative en ce qui concerne les effets sur les aires et les volumes d'un agrandissement d'un carré ou d'un cube. Assez curieusement, on observe une stagnation en ce qui concerne l'effet sur le périmètre d'un carré. Majoritairement, les élèves continuent à penser que lorsqu'on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un carré, son périmètre est multiplié par...4, 6, 9 ou 12 (12 étant l'erreur la plus fréquente).

On observera que dans la question D6-9 (Thème N), l'item concernant le périmètre d'un rectangle est aussi nettement moins bien réussie que celle concernant l'aire du même rectangle. Cela se comprend bien : dans le cas de l'aire, les élèves disposent d'une formule efficace alors que dans le cas du périmètre, ils ne disposent ni de la formule, ni de la maîtrise du sens. Cette remarque ne devrait cependant pas conduire à faire apprendre davantage de formules inutiles et susceptibles, justement, de masquer le sens.

### Calcul littéral - Algèbre

Concernant l'organisation mentale d'un calcul algébrique simple, faisant éventuellement appel à une expression remarquable, les questions V14 et V21 montrent une amélioration très importante par rapport à ce qui était observé en fin de Troisième.

Libellé de la question	3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
Développer : $(5 + 2x)(5 - 2x)$	6	17 (05)	14	58 (03)

EVAPM 2/91 V 21

Ecrire sous forme développée et réduite

$(3x - 4)^2$  R = 62%

NR: 02%

EVAPM 3/90

$(2b - 7)^2$  R = 31%

Rappelons que des développements du type  $(a + b)^2$  placés dans les épreuves écrites ont obtenu 61% de réussite (A10) et 72% de réussite (C25).

Il est intéressant de constater que V14 est moins bien réussie que V21. Au collège, dans des questions écrites, nous avons toujours observé le contraire. Ici une partie des élèves, habitués aux formes  $ax + b$ , plutôt que  $a + bx$ , répondent  $25x^2 - 4$  ; d'autres ne reconnaissent pas l'identité, développent et négligent de réduire, ce qui n'a généralement pas été considéré comme correct. On observe aussi une erreur qui ne se produit pas dans V21 où les élèves appli-

quent massivement l'expression remarquable : en développant, dans V14, un certain nombre d'élèves oublient le carré et écrivent, implicitement,  $2x \times 2x = 4x$ .

EVAPM 2/91 V 23

Résoudre l'équation :

$$3x + 12 = 5x - 2$$

R = 71% NR: 01%

EVAPM 2/91 V 24

Résoudre l'équation

$$\frac{7}{5}x = 1$$

R = 70% NR: 03%  
EVAPM 3/90: 50%

EVAPM 2/91 V 25

Résoudre l'inéquation

$$2x - 1 < x + 7$$

R = 82% NR: 02%  
EVAPM 3/90: 29%

En ce qui concerne les résolutions mentales d'équations et d'inéquations simples, les résultats sont plutôt bons, avec des améliorations importantes par rapport à ce qui était observé en fin de Troisième. En particulier, pour V25, le passage d'un taux de réussite de 29% en Troisième à 82% en Seconde est pour le moins le signe d'une certaine familiarité avec les inéquations.

Libellé de la question	n°	R (N.R)
Trouver deux nombres sachant que leur somme est 100 et que leur différence est 50.	17	82 (06)
Trouver deux nombres entiers naturels sachant que leur produit est 40 et que leur quotient est 10.	18	77 (10)

Une inéquation semblable est posée en M4-8, dans le contexte plus difficile de la résolution d'un système d'inéquations. Elle obtient 69% de réussite. Dans le cas présent, il est certain que la présentation visuelle n'a pas gêné les élèves.

103

Les questions V17 et V18 ont été posées pour contrôler, entre autres choses, la connaissance du vocabulaire. Les taux de réussite élevés montrent qu'en fin de Seconde, les élèves maîtrisent le sens des mots **somme**, **différence**, **produit**, **quotient**, ce qui, on le sait, pose souvent des problèmes au niveau du Collège.

L'examen des feuilles de réponses ne permet pas de connaître les stratégies utilisées. Des observations individuelles montrent que les élèves ont pu tâtonner pour trouver le résultat. Compte tenu de ce que nous voulions contrôler, les nombres donnés ont d'ailleurs été choisis pour que ce tâtonnement soit possible.

### Proportionnalité

Rappelons que la question V16 opérationnalise une compétence "exigible" en Troisième. Cette question posée par écrit en fin de Troisième obtenait 19% de réussite ; posée oralement, elle n'obtenait que 09% de réussite. Les 34% observés en fin de Seconde correspondent donc à un progrès important.

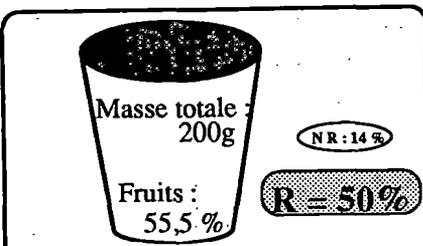
Libellé de la question	3/90		2/91	
	n°	R (N.R)	n°	R (N.R)
Un commerçant consent une remise de 20% à ses clients fidèles. Par quel nombre faut-il multiplier le prix normal pour obtenir le prix fidélité ?	11	09 (15)	16	34 (06)

Pour la question V33, 50% de réponses correctes est un pourcentage assez faible. Une question semblable posée dans EVAPM3/90 avait obtenu 51% de réussite, mais la masse totale était de 100g au lieu de 200g, et on avait constaté que, dans ce cas, des élèves obtenaient un résultat exact en confondant le pourcentage et la masse de fruits.

La réponse 110g est souvent donnée. Le calcul n'est pas toujours effectué :

$\frac{200 \times 55,5}{100}$ . Il y a des résultats bizarres tels que 277,5g ( $\frac{55,5 \times 1\,000}{200}$ ), 2,55kg, et même : "tout dépend des fruits". Pour cette question, il faut aussi noter 14% de non-

EVAPM 2/91 V 33



NR: 14%  
R = 50%

Quelle masse de fruits ce pot de confiture contient-il ?

réponses, ce qui tend à montrer que la réticence générale à utiliser des pourcentages que l'on constate au collège, se poursuit au delà.

### Géométrie analytique

Les résultats obtenus aux questions V26, V27 et V28 montrent que beaucoup de difficultés existent sur la notion de coefficient directeur, et plus encore, sur celle de vecteur directeur. Les taux de non-réponses, parmi les plus élevés de tous ceux de l'épreuve V, confirment le manque de familiarité que les élèves entretiennent avec ce type de questions. Le lecteur pourra se reporter à l'analyse du thème Y pour avoir d'autres exemples de ce fait.

La question V26 est toutefois difficile et il ne faut sans doute pas trop s'étonner du faible taux de réussite (07%). Il y a beaucoup à faire : repérer un vecteur directeur, puis un vecteur orthogonal au vecteur trouvé...

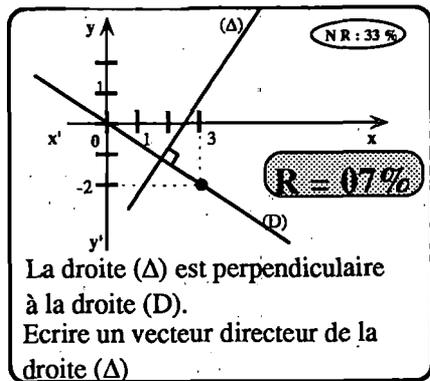
Rappelons qu'en S15, où des vecteurs sont donnés par leurs coordonnées, seuls 29% des élèves identifient correctement deux vecteurs orthogonaux.

Est-il vraiment déraisonnable de poser des questions telles que

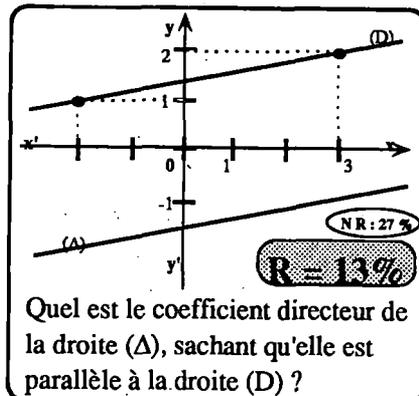
V27, particulièrement par écrit. Nous pensons que non, mais il est certain que leur réussite suppose soit une très bonne compréhension des notions en jeu, soit un entraînement, et peut-être même les deux ! On ne peut douter que la maîtrise de ce type de situations, dans des cas simples, ne soit susceptible de se transférer dans les situations plus complexes où le recours au calcul s'avérera nécessaire.

104

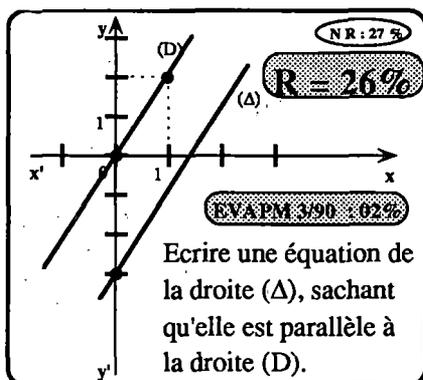
EVAPM 2/91 V 26



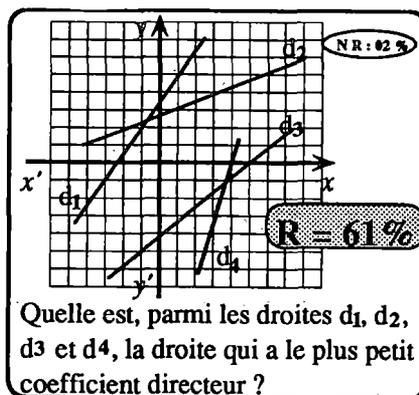
EVAPM 2/91 V 27



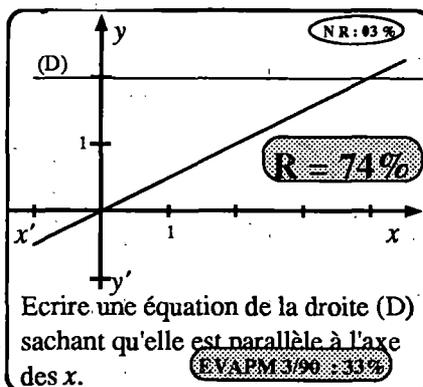
EVAPM 2/91 V 28



EVAPM 2/91 V 30



EVAPM 2/91 V 29



EVAPM 2/91 V 31

Le plan est muni d'un repère  $(O, i, j)$ , orthonormé. NR : 07 %  
On note  $M(x; y)$  le point dont les coordonnées dans ce repère sont  $x$  et  $y$ .  
On donne les points :

A (45 ; 45)	B (75 ; 45)
C (75 ; -45)	D (-75 ; -45)

Nommer deux points symétriques par rapport à l'origine R = 60 %

EVAPM 2/91 V 32

Le plan est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , orthonormé.

On note  $M(x; y)$  le point dont les coordonnées dans ce repère sont  $x$  et  $y$ .

On donne les points :

E(-45 ; 80)	F(-45 ; -80)
G(45 ; 80)	H(45 ; -45)

Nommer deux points symétriques par rapport à l'axe des  $x$ . (N.R. : 07 %)

R = 41 %

Pour la question V28, le passage d'un taux de réussite de 02% en fin de Troisième à 26% en fin de Seconde, montre bien le statut "en voie d'acquisition" de ce type de compétence.

Pourtant, la question V30 qui met aussi en jeu des coefficients directeurs, est assez bien réussie. Peut-être les élèves associent-ils un coefficient directeur à une pente, sans être pour autant capables d'en donner une valeur par lecture directe. Dans ce cas, il faudrait admettre que, contrairement à ce que les résultats aux questions précédentes pouvaient laisser penser, la maîtrise d'au moins une partie du sens du coefficient directeur d'une droite (celle liée à l'inclinaison de la droite par rapport à l'axe des  $x$ ..) est assez bien assurée.

L'équation d'une droite parallèle à l'axe des  $x$  (V29) est correctement donnée par 74% des élèves de Seconde, contre 33% en Troisième et cela malgré la présence d'un élément distracteur (une

droite inutile) qui ne jouait pas le même rôle en troisième.

Presque tous les élèves ont répondu aux questions V31 et V32 qui demandaient une bonne représentation mentale des situations proposées. La symétrie par rapport à l'origine est mieux réussie que la symétrie par rapport à l'axe des  $x$ . Cela s'explique partiellement par la confusion possible, dans la symétrie par rapport à un axe, entre la symétrie par rapport à l'axe des  $x$  et la symétrie par rapport à l'axe des  $y$ . A cela il convient d'ajouter qu'un nombre non négligeable d'élèves utilisent la même procédure pour la symétrie centrale et pour la symétrie axiale : dans les deux cas ils associent le point de coordonnées  $(-x; -y)$  au point de coordonnées  $(x; y)$ , et cela, sans trouble apparent. Les erreurs relevées pour la symétrie axiale se répartissent à peu près par moitié entre l'utilisation implicite de la symétrie par rapport à l'origine et celle de la symétrie par rapport à l'axe des  $y$ .

On observera que la reconnaissance de figures symétriques demandée dans la question A33-38 donne des résultats du même ordre de grandeur et avec la même hiérarchie ; la symétrie centrale apparaissant comme plus familière que la symétrie axiale.

### Trigonométrie

La notion de mesure principale semble assez mal connue. Dans la question V7, une partie des erreurs provient d'une

conversion en radians : confusion entre "mesure principale" et "unité" qui est perçue par les élèves comme étant "principale", compte tenu de l'insistance que l'on accorde à son utilisation (peut-être aussi confusion "principal" et "légal" ?). On remarquera aussi le nombre important de non-réponses à cette question (26%).

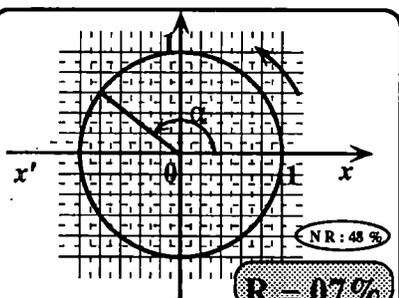
Libellé de la question	n°	R (N.R)
Quelle est la mesure principale d'un angle de 400 degrés ? (Préciser si l'on juge nécessaire : angle de +400 degrés)	7	49 (26)
Quel est le sinus d'un angle de 60° ?	8	22 (20)

Par contre, en B17, on demandait de placer un point correspondant à un angle de 390° sur le cercle trigonométrique et il y a eu 61% de réponses correctes. C'est bien la notion de mesure principale qui pose problème et non des "mesures" d'angles supérieures à 360°.

Pour la question V8, sans calculatrice, c'est la débâcle ; compte tenu des 20% de non-réponses ; il y a 60% d'erreurs des plus variées :  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 0, et même, 15 ! La question posée en A28 montre bien que les élèves ne parviennent pas à pallier au manque de calculatrice en ayant recours au sens des notions et/ou à des images mentales efficaces.

La question V34 n'a visiblement pas été comprise : 07% de réus-

EVAPM 2/91 V 34



Ecrire une valeur décimale approchée, de  $\cos \alpha$ , à 0,01 près.

R = 07 %

site et 48% de non-réponses. Les élèves ne savent ni ce qu'il faut regarder, ni ce qu'il convient de répondre. Bon nombre optent pour un nombre de degrés, 135 en général, quelques uns indiquent des radians. Cette question est à rapprocher de A28 : "rien dans les yeux, tout dans la calculatrice !".

### Conclusion

On ne peut manquer d'observer, pour de nombreuses questions, une progression importante des taux de réussite entre le Collège et la Seconde. Il est même remarquable que, dans bien de cas, les progressions enregistrées sont plus importantes que pour les questions posées de façon plus traditionnelle. Ce fait, qui demanderait cependant à être confirmé par d'autres études, tendrait à prouver que le type de questions posées dans cette épreuve, procédant aussi souvent que possible par appel direct aux concepts, est plus susceptible de rendre compte de la maturation chez les élèves de ces concepts, que les questions papier-crayon (calculatrice..) qui autorisent souvent des stratégies de contournement.

Nous sommes convaincus que notre enseignement doit davantage chercher à développer la visualisation des notions, concepts, et méthodes. Chacun sait que résoudre des problèmes c'est anticiper démarches, méthodes, et souvent, résultats. Or pour cela, il est essentiel de disposer de bonnes représentations mentales des objets et notions en jeu.

Nous nous plaignons souvent que les élèves n'attribuent pas de sens aux notions qu'ils utilisent, et que parfois même ils utilisent avec succès, compte tenu des critères généralement appliqués. Le recours à l'image et aux associations d'images permet bien souvent de se centrer sur le sens et de laisser momentanément de côté les aspects techniques.

Comme nous l'avons dit en introduction, la place a manqué dans cette évaluation pour poser toutes les questions que nous aurions voulu poser. Pour finir, en voici quelques une que nous n'avons pas pu utiliser

106

EVAPM 2/91 Quest. sup. 1

Compléter au mieux la phrase suivante :

Si  $x > 2$ , alors  $\frac{1}{x}$  .....

EVAPM 2/91 Quest. sup.2

La figure hachurée est inscrite dans un carré de côté 4 et est limitée par des quarts de cercle.

Quelle est son périmètre ?

Quelle est son aire ?

EVAPM 2/91 Quest. supplémentaire 4

Sur la figure, il est possible de lire directement les coordonnées de certains vecteurs

Exprimer en fonction de  $\vec{i}$  et  $\vec{j}$  :

$\vec{CD} =$

$\vec{EF} =$

$\vec{TU} =$

EVAPM 2/91 Quest. sup.3

Dans un plan muni d'un repère, une droite D a pour équation :

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

Ecrire une équation de la droite D sous la forme

$$ax + by + c = 0$$

# FORMATION SCIENTIFIQUE

## Recherche de Problèmes et Communication

Le programmes de Mathématique des classes de Seconde et de Première indique que : *les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique, loin d'être incompatibles, doivent être développés de pair*" et il précise les différents moments d'une activité mathématique :

- “- formuler un problème,
- conjecturer un résultat,
- expérimenter sur des exemples,
- bâtir une démonstration,
- mettre en oeuvre des outils théoriques,
- mettre en forme une solution,
- contrôler les résultats obtenus,
- évaluer leur pertinence en fonction du problème posé”

Le problème consistait pour nous à mettre en place des situations d'évaluation susceptibles de rendre compte de la façon dont ces objectifs généraux sont atteints.

Les formes traditionnelles d'exercices ou de problèmes (?), du type : “a) (Dé)montrer que...; b) (Dé)montrer que,...”, ne mettent pratiquement en jeu que l'aptitude à utiliser des outils fortement suggérés et l'aptitude à rédiger. Les questions du type de celles que nous avons utilisé dans le reste de notre évaluation, destinées le plus souvent à cerner une compétence spécifique, sont trop liées aux contenus enseignés pour rendre compte des compétences générales.

Nous avons donc élaboré deux épreuves “spéciales” pour essayer de contrôler les objectifs précisés ci-dessus : les épreuves T et U. L'épreuve T est plus spécialement destinée à rendre compte des compétences du type **Argumentation - Raisonnement - Expression**, dans des situations de communication. L'épreuve U est davantage centrée sur les compétences relatives à la **Recherche de problèmes** en essayant de mettre momentanément de côté les liens pouvant exister entre ces deux types de compétences.

Ces deux épreuves ayant un caractère plus expérimental que les autres, et devant être passées en deux heures, nous ne les avons proposées qu'à une vingtaine de classes. L'ensemble des copies et des brouillons correspondants ont été conservés pour permettre des analyses approfondies.

Les consignes de codage, destinées aux professeurs, et valables pour les épreuves T et U indiquaient :

*“En géométrie aussi bien qu'en calcul algébrique ou vectoriel, ou qu'en analyse, une rédaction de démonstration peut s'organiser de manière parfaitement licite en partant de la conclusion ou d'une conjecture de celle-ci. On peut rédiger comme on a cherché. La seule chose demandée est que les déductions mises en jeu soient logiques, correctes et bien enchaînées s'il y a lieu.*

*Il serait évidemment souhaitable que la rédaction témoigne bien de la démarche suivie et qu'elle évite d'affirmer avant d'avoir démontré (ou sans employer des précautions, ainsi avec des “ : “ qui annoncent que l'on va motiver). Mais ici tout ne peut pas être pris en compte et codé.*

*La “correction” d'une démonstration ne saurait exiger la citation de tous les théorèmes utilisés (ou de leur mention par leur nom éventuel). Il y a là une grande part d'arbitraire.*

*Il sera souhaitable d'apprécier à la lumière de la tonalité générale de la réponse à la question traitée voire de la tonalité de la copie entière... De même pour les diverses étapes intermédiaires éventuelles et leur justification explicite.*

*Il n'est pas prévu de tenir compte de la correction ou non de l'emploi des abréviations de “droite”, “segment”, “longueur”. (Ainsi, pour (BC), [BC], BC).*

# Analyse des résultats de l'épreuve T

## Argumentation - Raisonnement - Expression

Le texte destiné aux élèves précisait :

*"La présente épreuve, composée de plusieurs exercices, est spécialement destinée à observer votre façon de raisonner et la façon dont vous vous exprimez par écrit.*

*Certains exercices vous paraîtront très simples, d'autres pourront vous sembler plus difficiles. Dans les deux cas, il est bien sûr intéressant de trouver les réponses exactes, mais l'essentiel réside dans votre rédaction de la solution.*

*Nous vous demandons donc de préparer vos réponses au brouillon et d'apporter un soin particulier aux points suivants :*

- rédaction soignée de vos réponses,
- justification soignée de chacune de vos réponses avec énoncé des propriétés ou théorèmes utilisés,
- présentation générale de votre copie et lisibilité.

*Nous n'avons pas précisé les endroits où il convenait de faire des figures ou des schémas. Cela peut dépendre de la façon dont vous traitez les questions. Il convient de faire soigneusement toutes les figures ou schémas que vous jugerez nécessaires."*

### Le labyrinthe

EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 1

**Explications claires pour les phrases 1 à 3 : 79%**

**Explications claires pour les phrases 4 à 6 : 54%**

**TREMBESANCON 2/86**  
3 premières phrases : 84%  
3 dernières phrases : 33%

**Voici un labyrinthe**  
Lire attentivement les lignes ci-dessous avant de répondre aux questions.  
Une personne que nous appellerons X, a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, sans jamais être passée

Les pièces sont nommées A, B, C... comme il est indiqué sur la figure.

Il est possible d'énoncer des phrases qui aient un sens par rapport à la situation proposée et sur la vérité desquelles on puisse se prononcer (VRAI ou FAUX), ou qui peuvent être telles que les informations que l'on possède ne suffisent pas pour décider si elles sont vraies ou fausses

Par exemple, la phrase "X est passé par C" est une phrase VRAIE.  
En effet, on affirme que X a traversé le labyrinthe, et C est la seule pièce d'entrée.

Pour chacune des 6 phrases suivantes, dire si elle VRAIE, si elle est FAUSSE ou si ON NE PEUT PAS SAVOIR. Dans chaque cas, expliquez votre réponse.

Phrase n°1 : "X est passé par P" **R = 100%**

Phrase n°2 : "X est passé par N" **R = 96%**

Phrase n°3 : "X est passé par M" **R = 85%**

Phrase n°4 : "Si X est passé par O, alors X est passé par F" **R = 93%**

Phrase n°5 : "Si X est passé par K, alors X est passé par L" **R = 69%**

Phrase n°6 : "Si X est passé par L, alors X est passé par K" **R = 29%**

Les assertions élémentaires (du premier ordre) des trois premiers items ne posent pas de problème particulier aux élèves. Une seule nuance, les élèves hésitent à répondre "on ne peut pas savoir". Les élèves qui se trompent sont peu nombreux (15%), mais on trouve chez eux une tendance à transformer le possible en certain :

*X est passé par M : c'est VRAI, X peut passer par M, puisque la pièce est ouverte.*

*ou*

*c'est VRAI, X peut passer par M qui a une entrée et une sortie.*

On ne peut cependant pas exclure que ces élèves n'aient pas pris en compte l'information selon laquelle il n'était pas possible de passer deux fois par la même porte.

Les assertions du second ordre, articulant deux assertions élémentaires, posent beaucoup plus de

problèmes aux élèves. Ces difficultés préfigurent sans doute celles qu'ils rencontrent lors de la mise en ordre d'une démonstration. C'est la raison pour laquelle nous avons proposé cette question.

En particulier, pour les phrases du type "Si A alors B", beaucoup d'élèves semblent imaginer que d'un point de vue chronologique, A doit être avant B. Les erreurs de type logique s'ajoutent alors aux erreurs d'interprétation du texte, les élèves ne tenant pas compte du fait que les phrases citées sont prononcées en fin de parcours.

Les phrases 4 à 6 posent donc un problème manifeste aux élèves :

Appartiennent-elles au langage courant ? Dans ce cas, il peut en effet arriver que, dans une situation semblable on ne s'interroge que sur la véracité de la seconde partie de l'assertion (mais pas toujours, que l'on pense à une enquête policière !)

S'agit-il d'énoncés mathématiques, qu'il s'agirait d'appréhender de façon globale ? Dans ce cas, ce qui importe est la qualité d'un lien entre deux assertions et non la véracité particulière de chacune des assertions.

La phrase n°4 est déclarée vraie par 93% des élèves, mais la comparaison avec les résultats obtenus aux autres phrases permet d'affirmer que, pour la majorité des élèves :

l'assertion : *Si X est passé par O alors X est passé par F*

se traduit par la question : *Sachant que X est passé par O, X est-il passé par F ?*

Pour certains d'entre-eux, elle se traduit même par : *Sachant que X est passé par O, X est-il passé par F AVANT ?* (au moment où X est en O, on ne peut penser qu'à ce qui s'est passé avant, puisque le reste n'est pas connu...)

La phrase n°5 est moins bien "réussie" (69%), en effet, dans ce cas la seconde interprétation présentée ci-dessus conduit à une réponse fautive et de façon concurrente l'élève peut aussi penser à un retour en arrière.

Dans le cas de la phrase 6 l'interprétation par les questions ci-dessus conduit à répondre ON NE PEUT PAS SAVOIR. C'est exactement ce que font la plupart des élèves. Il ne reste que 29% à donner la réponse exacte. On lit par exemple :

*La phrase n°6 n'est ni vraie, ni fautive. On ne peut pas savoir. Car X a pu passer par K, mais X a aussi pu passer par I, pièce communiquant directement avec L, évitant le passage par K.*

La question du labyrinthe est empruntée à une évaluation faite en Seconde, en 1986 par l'IREM de Besançon. Les résultats obtenus alors étaient tout à fait semblables (on ne demandait pas d'expliquer).

On peut se demander quel rapport il y a entre la maîtrise de l'implication dans ce type de situation et la capacité à produire des démonstrations correctes en mathématiques. Nous avons eu la surprise de constater que cette liaison n'avait pas lieu dans le sens attendu.

La réussite à la question du labyrinthe se révèle indépendante, voire corrélée négativement avec la réussite aux démonstrations à contenu mathématique de l'épreuve T, avec la moyenne d'année attribuée par les enseignants, avec le score obtenu dans l'épreuve de la première passation. Les élèves qui réussissent le mieux cette question sont les futurs redoublants. Les élèves admis en Première S sont aussi ceux qui réussissent le mieux les démonstrations à contenus mathématiques, mais ils répondent massivement "je ne sais pas" à la question concernant la phrase 5. Ainsi un échec à cet item est un bon indicateur de réussite aux autres questions, mais aussi aux évaluations faites par les enseignants.

Cette remarque et d'autres observations statistiques nous a amenés à partager l'ensemble de l'épreuve T en deux parties :

- partie non mathématique (SM) : exercices 1, 2, 5 et item relatif à la qualité de la rédaction.
- partie mathématique (AM) : exercices 3, 4 et 6.

On observe une corrélation nulle entre les résultats obtenus à ces deux parties.

La partie SM apparaît statistiquement indépendante, aussi bien de la partie AM que de la réussite à l'autre

épreuve de notre évaluation et que de la réussite mathématique enregistrée par les notes de l'année. Par contre la partie AM est assez fortement corrélée à l'autre épreuve de notre évaluation et à la réussite mathématique enregistrée par les notes de l'année.

Diverses explications ont été proposées pour ce fait mais la place nous manque pour les rapporter. Il est possible aussi que ce fait soit bien connu de certains de nos lecteurs. Il nous a semblé utile de faire état de nos observations, tout en rappelant le caractère méthodologiquement et statistiquement limité de notre travail. Si l'observation est jugée intéressante, il restera à construire une recherche mieux instrumentée pour la vérifier et chercher lui à donner un sens.

En ce qui nous concerne, nous considérons que la question reste ouverte.

## Les boules

### EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 2

Dans trois boîtes notées A, B et C, on a réparti des boules BLANCHES, des boules NOIRES, et des boules ROUGES.

Il s'agit de trouver, en utilisant les renseignements suivants, combien il y a de boules de chaque couleur dans chacune des boîtes.

- Il n'y a pas de boule blanche dans la boîte C.

- Dans la boîte B, il y a 5 boules rouges et autant de boules noires que dans la boîte A.

- Le nombre de boules noires de la boîte C est égal à celui des boules blanches de la boîte A.

- Dans la boîte C, il y a autant de boules rouges que dans la boîte B.

- Dans la boîte A, le nombre de boules rouges est égal à celui des boules noires.

- Dans la boîte C, il y a en tout 12 boules.

- Dans les boîtes A et B, il y a en tout 7 boules rouges.

- Dans la boîte B, il y a autant de boules blanches que dans la boîte C.

Essayez de présenter votre réponse de façon aussi claire que possible et n'oubliez pas d'expliquer et de justifier vos réponses.

IREM BESANÇON 2/86 : 80%

Bonne répartition des boules : 75%

Bonne répartition avec des explications convaincantes : 53%

Bonne répartition avec des explications : 48%

Cet exercice est aussi emprunté à la recherche évoquée ci-dessus. Nous savons que cet exercice ne poserait pas de problème de compréhension aux élèves et qu'il serait bien réussi. Nous l'avons posé parce que son contenu non mathématique en faisait une situation assez pure en rédaction-explication.

En 1986 le taux de réussite était de 80% pour la répartition correcte ; il est ici de 75% pour le même item. Compte tenu du mauvais contrôle que nous avons de nos

populations, particulièrement pour cette épreuve, cette différence n'est pas significative.

Parmi les 25% d'insuccès notons des tentatives avortées de traitement par des équations.

L'ampleur des explications est très inégale, d'un quart de page jusqu'à deux pages et demi d'une écriture normalement serrée :

- la plupart des élèves dessinent des boîtes, affectent des zones aux couleurs et élucident peu à peu, soit en suivant l'ordre des énoncés, soit (10%) en le modifiant (le fait de numéroter les phrases et de les citer par leur numéro raccourcissait beaucoup les explications).
- quelques élèves ont présenté cela sous forme de tableaux cartésiens.

Beaucoup d'élèves ont cependant essayé de fournir une explication complète et soignée, explication qui pourrait le plus souvent être acceptée comme preuve. En lisant les copies, on a beaucoup moins l'impression que "les élèves ne savent pas rédiger" que lorsqu'il s'agit de questions à contenu mathématique, même lorsque celles-ci nous paraissent très simples.

## Le triangle

Cet exercice de type classique ne relève que de capacités exigibles de Quatrième. Il avait déjà été proposé dans un thème analogue d'EVAPM Troisième, en Exercice 1 (Cf. page 86 de la brochure de Troisième).

Par rapport aux deux exercices précédents, cet exercice introduit un contenu mathématique non contestable, mais reste à un niveau de difficulté très modeste. Sa présence dans cette épreuve était destinée à observer les capacités d'organisation d'une démonstration, dans le cas où la recherche elle-même ne devait pas présenter de difficulté pour la plupart des élèves. Un intérêt particulier de cette question consistait dans le fait qu'elle devait permettre un comparaiso n avec l'état de ces mêmes capacités en fin de Troisième.

L'analyse de cette question demandera un travail considérable. Nous avons bien entendu conservé

## EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 3

Soit un triangle ABC, on appelle I le milieu du côté [BC], M le milieu du côté [AC] et

K le symétrique du point I par rapport à M.

- 1°) Trouver et justifier la nature du quadrilatère AICK. **R = 66%** (EVAPM 390 : 66%)
- 2°) Trouver et justifier la nature du quadrilatère AKIB. **R = 28%** (EVAPM 390 (E) : 19%)
- 3°) La droite (BK) coupe la droite (AI) en N et la droite (AC) en J.  
Que représente le point J pour le triangle AKI ? **R = 35%** (EVAPM 390 : 16%)
- Démontrer que la droite (IJ) coupe le segment [AK] en son milieu. **R = 43%** (EVAPM 390 : 13%)

l'ensemble des copies de Troisième et nous devons nous livrer à une analyse comparative fine des contenus des copies Troisième et Seconde. Pour cette question comme pour quelques autres, un travail approfondi est en cours, mais pour cette brochure de résultats généraux,

nous devons nous contenter d'une analyse sommaire.

S'agissant d'analyse qualitative, il n'a pas été possible d'avoir exactement les mêmes critères en Troisième et en Seconde. De façon évidente, les critères, partiellement subjectifs, sur le caractère correct et complet d'une démonstration, s'avèrent plus exigeants en Seconde qu'en Troisième. Les comparaisons de type statistiques doivent donc être faites avec encore plus de prudence que d'habitude.

Les résultats sont nettement meilleurs en Seconde qu'en Troisième. Par exemple, la dernière démonstration ((IJ) coupe [AK] en son milieu) est faite correctement par 43% des élèves de Seconde contre 13% des élèves de Troisième.

Sur le plan de la rédaction proprement dite, l'observation des copies montre une amélioration sensible. Pour la moitié des élèves, l'exercice n'a effectivement pas présenté de difficulté et ils ont pu concentrer leurs efforts sur la présentation d'une argumentation soignée. Ces élèves semblent vraiment se placer dans une démarche déductive et donnent l'impression d'écrire pour être compris.

Certes il reste l'autre moitié qui peuvent faire aussi bien des erreurs de figure, d'interprétation de la situation ou de raisonnement.

A propos de la figure, on observe :

- 14% des élèves qui font une figure fautive, notamment en ce qui concerne la position du point K,
- 09% des élèves qui font une figure correcte mais particulière, avec  $AB = AC$ ,
- 62% seulement des élèves font une figure correcte, non particulière, et bien lisible. Le format timbre-poste prédomine ailleurs, souvent sans couleurs ni codage.

Quelques élèves font des confusions entre parallélogramme et rectangle, mais la plupart des élèves conjecturent correctement la nature des quadrilatères étudiés

Les défaillances quant aux démonstrations sont classiques :

- confusion entre le théorème d'appui et sa réciproque (15%),
- énoncé d'un catalogue de conditions, soit inadéquates, soit surabondantes,
- affirmations incorrectes (confondant parallélogramme et rectangle ou losange),
- absence de recours à la figure pour contrôler les affirmations.

Le 28% de démonstrations correctes de la seconde question reste un peu "rude", mais il ne faut pas oublier que le taux correspondant en Troisième, n'était que de 19%. De plus, comme nous l'avons noté lors de l'analyse du thème D, l'augmentation du nombre d'outils disponibles, et concurrents, pour résoudre cette question ne fait qu'augmenter sa complexité réelle.

En fait, on relève la quasi-absence du langage vectoriel (qui paraît pourtant plus rigoureux que "les deux côtés à la fois parallèles et ...").

En ce qui concerne l'appréciation de la qualité d'une démonstration, on relève de notables divergences entre enseignants. Il semblerait pourtant conforme à l'esprit et à la lettre du programme de ne pas exiger des élèves une rigueur dont ils ne ressentent pas la nécessité et qui n'apporte rien quant à la validité de la conclusion. Par exemple à propos de la caractérisation du parallélogramme dès lors que la figure fournit un quadrilatère nécessairement non croisé...mais tout le monde n'est pas convaincu.

Signalons enfin que cette question a donné lieu à des cercles vicieux et fait surgir d'énormes confusions

de vocabulaire entre médianes, diagonales (du triangle), axes de symétrie, hauteurs (5%), médiatrices (10%), entre centre de gravité, orthocentre, centre de symétrie, centre du cercle inscrit, ...

Il était normal de faire état des améliorations constatées depuis la Troisième, mais nous ne voudrions pas donner l'impression de tomber dans l'optimiste béat, ne serait-ce que parce que les membres de notre équipe ne sont pas unanimes sur l'interprétation à donner aux résultats obtenus à cette question et que, nous l'avons déjà dit, le travail d'analyse se poursuit. Terminons donc sur deux notes plus sombres :

- La réussite totale à l'ensemble des items de cet exercice, calculée à partir des codes attribués par les enseignants, n'est obtenue que par 09% des élèves.
- Un membre de l'équipe, ayant en principe des exigences normales, et travaillant de façon plus qualitative sur un lot d'environ 150 copies, n'a attribué la mention "*Rédaction irréprochable de solutions complètes*" qu'à 06% des copies.

### Un peu de vecteurs !

112

EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 4	
<p>Etant donné un parallélogramme ABCD, on considère les points E et F définis par <math>BE = \frac{1}{2} AB</math> et <math>AF = 3 AD</math>.</p> <p>Démontrer que les points C, E et F sont alignés.</p>	<p>Figure correcte : 73%</p> <p>Déclaration d'un objectif exprimant l'alignement : 26%</p> <p>Démonstration correcte : 13%</p>

Dans l'exercice 4, le point F a toujours été bien placé, mais pas le point E. Cela relève-t-il de la difficulté, connue à l'école élémentaire et en Sixième, Cinquième, des multiplications "réductrices", par des nombres compris entre 0

et 1 (puis entre -1 et 1) ? Cela étant, C, E, F ne pouvaient être alignés... Pourtant certains élèves se lancent dans une démonstration d'alignement...

Le but assigné était précis : restait à bâtir une démonstration. C'est dès lors une débâcle :

- d'abord pour caractériser l'alignement (26% seulement de bonnes déclarations), presque tous ces 26% choisissent une colinéarité ; quelques élèves essayent des méthodes non vectorielles, notamment avec une réciproque inusitée de Thalès, sans doute imaginée pour la circonstance :  
en gros :  $\frac{EB}{EA} = \frac{BC}{AF}$ , avec  $(BC) \parallel (AF)$ , donc E, C, F alignés ;
- ensuite pour une démonstration correcte : les 26% chutent alors à 13% dont 1% ont procédé à l'aide de coordonnées, après choix d'un repère d'ailleurs orthogonal (Cf. restrictions du programme !),  
Les autres ? Ils accumulent les égalités vectorielles, correctes ou non, sans fil directeur, jusqu'à plus de 20 égalités, sans aboutir à rien...

### Maisons, métiers, couleurs...

EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 5	
<p>Trois personnes, de trois nationalités différentes, habitent les trois premières maisons d'une rue : chaque maison a une couleur différente et chaque personne un métier différent.</p> <p>A - Le Français habite la maison rouge  B - L'Allemand est musicien  C - L'Anglais habite la maison du milieu  D - La maison rouge est à côté de la verte  E - L'écrivain habite la première maison à gauche</p> <p>Quelle est la nationalité de l'écrivain et qui habite la maison jaune ?  Ne pas oublier d'expliquer votre méthode.</p>	<p>Une réponse correcte, et pas d'autre réponse : 35%</p> <p>Les deux réponses correctes : 68%</p> <p>Explications convaincantes : 38%</p>

L'exercice 5 est un exercice d'organisation de données dans un cadre non mathématique. La plupart des raisonnements utilisent la phrase C comme pivot puis situent la maison rouge, grâce aux phrases A et D :

- soit à gauche et tout s'enchaîne bien,
- soit à droite, d'où l'Allemand

écrivain (18% des élèves).

Or l'énoncé précise que l'Allemand est musicien. Dès lors 10% des élèves rectifient. Mais 08% persistent. Sont-ils donc totalement illogiques ?

Pas nécessairement : s'ils pensent qu'être musicien ne correspond pas toujours au fait de l'être "de métier" : Qui n'a dit de tel collègue de mathématiques qu'il était bon musicien ?

Seulement 38% des explications sont reçues comme "convaincantes" (voir consignes de codage). Faut-il incriminer la sécheresse de beaucoup d'autres ? Ici encore ce "convaincantes" est très subjectif...

### Le tétraèdre

**EVAPM 2/91 Epreuve T- exercice 6**

Étant donné un tétraèdre ABCD, on nomme I le milieu du segment [AD] et on nomme M le milieu du segment [BC].  
Soit G le centre de gravité du triangle ABC.

1°) Quelle est l'intersection des plans (AGI) et (BCD) ?

Bonne conjecture : 22%  
Bonne démonstration : 08%

2°) Les droites (IG) et (DM) sont-elles sécantes ?

Bonne démonstration : 04%

3°) Soit D' le symétrique du point D par rapport au point M.  
Que peut-on dire de la position du point D' par rapport à celle du point E ?

D' sur (GI), avec une bonne démonstration : 03%

Rappels :  
On appelle médianes d'un triangle, les droites qui passent par un sommet et par le milieu du côté opposé.  
Dans tout triangle ABC les médianes se concourent en un point G appelé centre de gravité du triangle.  
Si l'on appelle M le milieu du segment [BC], chacune des conditions ci-dessous est une condition nécessaire et suffisante pour que G soit le centre de gravité du triangle ABC :

$GA + GB + GC = 0$   
 $AG = \frac{2}{3} AM$

Figure lisible, utilisable : 25%

Les questions précédentes ont demandé pas mal de temps et d'efforts aux élèves et il n'est pas certain qu'ils aient pu donner leur maximum lorsqu'il s'est agi de résoudre l'exercice 6. En tout cas, les résultats sont franchement mauvais, avec beaucoup de non-réponses ou des réponses sibyllines qui semblent dictées par le hasard.

"Je ne sais pas ce qu'est un tétraèdre", écrivent des élèves, et bien d'autres, qui ne

le disent pas, n'en savent pas plus...

Il faut dire que nous aurions dû définir ce terme qui ne figure dans aucun des programmes, de la Sixième à la Seconde. Toutefois l'examen des brouillons montre que, dans la plupart des classes que nous avons étudiées (rappelons qu'il s'agit d'un échantillon non représentatif), ce n'est pas ce mot qui a gêné les élèves.

De nombreuses figures sont illisibles :

- le tétraèdre est alors généralement représenté soit par une juxtaposition de triangles équilatéraux, soit par des losanges ou des rectangles. Ces figures ne sont pas opérationnelles.
- les pointillés n'apparaissent pas et leur usage paraît parfois inconnu..

Il n'y a ainsi des figures "lisibles, claires, utilisables" (consignes de codage) que pour 25% des copies.

Au 1°, l'intersection demandée est bien conjecturée par 22% des élèves, mais on observe 65% de non-réponses. Par ailleurs, cette question donne lieu à un flot de réponses fantaisistes : G (pour 08% des copies), M, (AB), (AC), B, (BD) ou, même  $\emptyset$  (symbole hors programme).

Il n'y a finalement que 08% des élèves qui fassent une "bonne démonstration".

Au 2°, seulement 6% des élèves esquissent convenablement une démonstration (04% la font correctement), alors qu'environ 25% des élèves affirment que les droites sont sécantes sans l'ombre d'une amorce de justification, tandis que quelques 05% des élèves déclarent les droites non sécantes, avec des motifs ahurissants.

Au 3°) l'échec est encore plus complet. Environ 18% des élèves conjecturent que D' est sur (GI) mais 03% seulement le démontrent, 02% seulement donnant une position précise correcte.

Insistons sur le fait que le taux très important de non-réponses (76%) rend difficile l'interprétation des

résultats qui précèdent.

Certains élèves ne semblent pas avoir réalisé qu'en perspective cavalière, relativement à une même direction de droites, les rapports de longueurs sont conservés. Est-ce pour cela que d'aucuns affirment sans sourciller que G est le milieu de [D'I] alors que la figure le nie ?

### La rédaction

Les critères de qualité d'une rédaction ont été laissés à la subjectivité des enseignants. La consigne "*phrases bien faites, organisées avec cohérence, dans une démarche claire*", est bien sûr trop peu précise pour assurer une harmonisation absolue des jugements. Nous utilisons là les conceptions habituelles des enseignants (jugements d'experts), dont nous pouvons seulement remarquer qu'ils ne choquent ni ne surprennent, en première analyse, les membres de l'équipe EVAPM. Quoi qu'il en soit, les correcteurs sont satisfaits des qualités de rédaction manifestées par 48% des copies.

Pour 200 copies revues en détail, c'est beaucoup plus favorable que ne l'indiqueraient des appréciations détaillées exercice par exercice. Les appréciations globales rendent sans doute plus indulgents vis-à-vis des rédactions un peu floues...

De toutes façons, en fin de Seconde, les qualités manifestées sont-elles suffisantes ? Ne peut-on espérer améliorer nettement ces qualités en impliquant davantage les élèves dans une activité mathématique porteuse de sens pour eux ?

114

---

## Analyse des résultats de l'épreuve U

### Recherche de Problèmes

---

Les nouveaux programmes insistent à diverses reprises sur la résolution de problèmes comme fondement de l'activité mathématique. De là, plus spécifiquement, cette épreuve U.

Elle commençait en douceur avec deux problèmes classiques (surtout le premier) pour se poursuivre avec trois autres qui l'étaient beaucoup moins...

Aussi bien, prévenait-on les élèves :

*La présente épreuve, composée de plusieurs problèmes, est spécialement destinée à observer votre façon de chercher, dans des situations de résolution de problèmes.*

*Certains des problèmes proposés vous paraîtront très simples, d'autres pourront vous sembler plus difficiles. Dans les deux cas, il est bien sûr intéressant de trouver les réponses exactes, mais ce qui nous intéresse surtout est la façon dont vous organisez votre recherche.*

*Nous vous demandons de présenter votre travail à la manière d'un journal de recherche, ce qui signifie que vous indiquerez, non seulement ce que vous avez trouvé, mais surtout comment vous avez trouvé.*

*Signalez aussi bien les idées que vous avez eues et qui vous ont permis de trouver la solution, ou de vous en rapprocher, que les idées que vous aurez dû abandonner : fausses pistes, erreurs...*

*Faites toutes les figures ou schémas qui vous sembleront nécessaires.*

*Certains problèmes pourront vous sembler très différents de ce que vous faites habituellement avec votre professeur ; cela est volontaire et ne doit pas vous inquiéter.*

La rédaction des consignes de codage s'efforçait de coller aux objectifs ainsi définis (voir annexes).

Or la relecture de 200 copies et la comparaison avec les pourcentages généraux laisseraient craindre que

le souci de rigueur dans la démarche et le souci exclusif du résultat "juste" ne soient parfois restés prédominants par rapport à la recherche, à l'ouverture de pistes, aux essais raisonnés réussis ou non, phénomène normal qui devrait peu à peu s'atténuer...

**Les sucettes**

Voilà un problème apparemment :

- "enfantin" sans équations,
- faisable et facile avec ou sans équations dès la Cinquième ou la Quatrième.

Il n'y a que 60% (environ) de bonnes résolutions, ce qui peut paraître faible. Cependant, il convient de noter que cette question est aussi reprise de la recherche de l'IREM de Besançon évoquée ci dessus. Dans ce cadre, en 1986, elle ne recueillait que 40% de réponses exactes.

<b>EVAPM 2/91 Epreuve T - problème N° 1</b>	
Un enfant a acheté 10 sucettes, toutes au même prix. Si chaque sucette avait coûté 5 centimes de plus, il aurait eu deux de plus pour le même prix total. Quel est le prix d'une sucette ?	Problème bien traité, sans mise en équation : 05% Bonne mise en équation : 56% Bonne mise en équation, bien expliquée : 27% Résolution correcte : 54% IREM BESANCON 2/64 : 39%

Les mécanismes de calcul primant sur la réflexion, seuls quelque 6% des élèves agissent sans équations, 5% avec succès, 1% en répondant par le prix réduit imaginé, considéré comme réel : "Quel aurait été ..." a alors implicitement remplacé "Quel est ...". Encore un défaut d'attention au langage !

Passons aux résolutions par des équations : "Soit  $x$  le prix d'une sucette"

L'unité ? Il n'y a guère eu plus de 1% des élèves à la préciser.

De là quelques confusions ultérieures entre francs et centimes, du type :

$$10x = 12(x - 5), \text{ d'où } 2x = 60 \text{ et } x = 30 \text{ puis } x = 30F.$$

Si 56% des élèves proposent une équation initiale correcte, quel florilège d'erreurs pour 38% d'entre-eux !

Les élèves qui ont bien écrit l'équation initiale l'ont presque tous bien résolue (est-ce étonnant vu sa facilité ?), mais les élèves qui ont donné une mauvaise équation initiale ont persévéré, en accumulant :

- les erreurs de traitement ; on trouve encore des confusions du type :  
 $10x + 2 = 12x, (x - 5) + 2x = 2x^2 - 10, \text{ puis } 2x^2 - 10 = 0$  remplacé par  $x^2 = 8,$
- les modifications "au culot", type  $x = -0,3 = 0,3 = 30$  centimes. Que de résultats négatifs ainsi transformés, ce qui est au moins la marque d'une évaluation de la pertinence du résultat !

12% des élèves seulement contrôlent leur résultat ... et peu réagissent à une invalidation autrement qu'en chaussant les mêmes bottes...

**Les moyennes**

<b>EVAPM 2/91 Epreuve T - problème N° 2</b>	
Dans une classe de seconde de 30 élèves, 12 élèves font l'option latin. La moyenne d'un devoir est de 11,19 sur 20. La moyenne des élèves qui font l'option latin est de 12,30. Quelle est la moyenne des élèves qui ne font pas l'option latin ?	Résolution correcte : 50% Mise en route bien expliquée : 43%

Le problème n°2 est correctement résolu par 50% des élèves (43% avec une mise en route bien expliquée).

Mais 25% des élèves ont répondu 10,08 : résultat obtenu en oubliant la pondération par les effectifs.

Les autres erreurs tiennent à une perte totale des sens attachés aux nombres.

On trouve, par exemple :

$$11,19 \times 18 / 30 (= 6,71) \text{ ou } (30 \times 12,3) / 12 (= 30,75) \text{ ou } (11,19 + 12,3) \times 2 (= 46,98).$$

Le caractère insolite des deux dernières réponses n'a pas alerté leurs auteurs, preuve que tout sens de la réponse s'est alors perdu. Un résultat supérieur à 11,19 n'était pas plausible, pas plus qu'un résultat négatif. Or il s'en est trouvé, toujours sans réaction des auteurs.

Les "produits en croix" ont encore frappé, à plusieurs reprises, à partir de tableaux inadéquats.

Et l'on trouve des réponses-calculées, type 7,914 209 115.

Ici, seulement 4% des élèves ont contrôlé leur résultat...

## Les trains

**EVAPM 2/91 Epreuve T - problème N° 3**

Un train part de Détroit pour Chicago à chaque heure entière (c'est à dire à 0 heure, 1 heure, 2 heures, etc...), le voyage dure 6 heures.  
 Dans les mêmes conditions, toutes les heures, un train part de Chicago pour Détroit.  
 Si vous prenez le train à Détroit pour vous rendre à Chicago,  
 combien de trains venant de Chicago croiserez-vous ?  
 On ne comptera pas les trains croisés en gare.

Mise en place d'une méthode, correcte ou non : 61%

Résolution en accord avec cette mise en place : 34%

Méthode et résolution correctes : 09%

R = 10%

Le problème des trains est emprunté à MAIER (Problem solving and creativity in individuals and groups - 1978) qui le considérait comme spécialement révélateur de difficultés. On trouvera en particulier une analyse de ce problème dans l'ouvrage de Louis d'HAINAUT : *Des fins aux objectifs* (Labor -Nathan - 1983).

La question a aussi été utilisée dans la recherche de l'IREM de Besançon, déjà évoquée, et, dans ce cadre, seuls 04% des élèves trouvaient une réponse exacte. Sauf si l'on est habitué à ce type de problèmes (ce qui ne doit pas être tellement le cas de nos élèves), il s'agit bien sûr d'un problème difficile : essayez autour de vous !

24% des élèves ont supposé que tout commençait un certain jour à 0 h. Et, sans doute pressés, ils ont sauté dans le premier train en partance ... (alors la réponse correcte est 6).

L'école élémentaire connaît la comparaison "nombre de piquets - nombre d'intervalles" selon quatre cas... Cela se retrouve ici, les piquets étant remplacés par les croisements de trains, d'autant que la dernière ligne de l'énoncé n'a pas toujours été prise en compte.

Surtout, l'erreur majeure a été de supposer statique (mais aussitôt hors-gare !) le train pris... Dès lors "laissons venir à nous les trains d'en face, d'heure en heure..."

D'où selon les interprétations ou les erreurs, éventuellement combinées, les réponses " n trains " :

- avec n entier de 3 à 7 (une très forte prédominance pour 5),
- avec le " bon" n = 11 remplacé par 10 ou 12
- avec des valeurs 9, 1, 2, ... de n totalement fantaisistes ou issues d'erreurs de calcul.

Les méthodes et résolutions correctes ? En voici :

- utilisation de représentations graphiques,
- des raisonnements tels que :
  - " parti de Détroit à 1h, je croiserai hors-gare les trains partis de Chicago à 20h, 21h, ..., 6h, soit 11 trains",
  - " Deux trains séparés par 1 heure de temps se rencontrent au bout d'une demi-heure ... Il y a des rencontres toutes les demi-heures. D'où ...".

De nombreux élèves ont essayé des graphiques totalement inadéquats utilisant une seule droite ou des droites parallèles. Or il fallait pouvoir traduire graphiquement toute l'information...

## Un quadrilatère, un milieu...

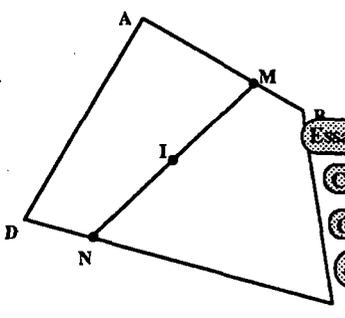
Quelques élèves ont déclaré ne pas comprendre l'expression "rechercher l'ensemble auquel appartient I".

Il est clair que cette formulation :

- en évitant de demander "l'ensemble des points I tels que...", restreignait à l'étude "directe",
- n'échappe pas à un implicite essentiel : il faudrait demander l'ensemble minimal ou "l'ensemble le plus strict possible", sinon tant de réponses conviennent, à commencer par le plan tout entier... !

EVAPM 2/91 Epreuve T - problème N° 4

ABCD est un quadrilatère quelconque.  
M est un point du segment [AB] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [AB].  
N est un point du segment [CD] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [CD].



On note I le milieu du segment [MN].  
Il s'agit de rechercher l'ensemble auquel appartient le point I lorsque M prend toutes les positions possibles sur [AB] et N toutes les positions possibles sur [CD].

Essais suffisamment nombreux	23%
Conjecture approximative	13%
Conjecture affirmée et correcte	03%
Argumentation convenable esquissée	01%

En général, on réduit cette difficulté en demandant : "Sur quelle ligne I varie-t-il ?" ou "Dans quelle région...". Mais ici on ne voulait pas renseigner les élèves sur la nature de l'ensemble à trouver.

Ce problème relève des fonctions à deux variables (I est fonction de M et de N). Alors que cela se rencontre à propos d'aires et de volumes, ce n'est pas si fréquent en géométrie élémentaire non calculatoire (mais, en cherchant,

117

vous trouverez d'autres exemples, quitte à vous aider de la brochure APMEP sur la Seconde, ...).

Or, pour se familiariser avec de telles fonctions et les étudier, on peut commencer par fixer une variable..., pour la libérer ensuite.

Une méthode vectorielle est possible :

A partir de E milieu de [AD], on obtient :  $\vec{EI} = \frac{1}{2}(k \vec{AB} + k' \vec{DC})$  avec k et k' variant de 0 à 1.

Une exploitation classique de cette égalité :

- peut dispenser d'essais, surtout multipliés,
- donne rapidement le lieu de I, les études directe et réciproque pouvant être simultanées.

La classe de Seconde met en exergue la formule  $\vec{OM} = x \vec{i} + y \vec{j}$  ; un application immédiate pourrait être la recherche de l'ensemble des points M lorsque x et y varient dans tels ou tels intervalles.

Une pré-évaluation sur plusieurs classes avait montré l'absence totale d'une telle méthode (l'astreinte à une géométrie analytique avec des repères toujours orthonormaux n'y pousse d'ailleurs pas). Cela a été confirmé par l'évaluation elle-même. Notre analyse ne pourra donc porter que sur des méthodes non vectorielles, à la lumière des items 16 à 19 (voir consignes de codage).

### Item 16 : les essais...

Ils sont nombreux et variés dans 23% des cas. C'est peu ! D'autant que c'est facile...

Les essais sont donc, en général, inexistantes (environ 35% des copies), rares, ou peu variés (avec (MN) toujours à peu près de même direction).

Ces derniers essais poussent à conjecturer que I se déplace sur une droite (ou un segment).

Quelques élèves procèdent méthodiquement : M fixé et N variable, puis l'inverse (mais l'exploitation ne sera pas toujours bonne).

**Item 17. Conjecture au moins approximative ... (13% des élèves)**

Ainsi une moitié environ des élèves qui ont convenablement conduit leurs essais en ont tiré quelque parti [pour aussi déroutant qu'apparaisse, pour les élèves, le fait de ne trouver ni une droite (ou segment) ni un cercle (ou arc de cercle) !].

**Item 18 : Seulement 03% pour une conjecture correcte.**

- les autres ont conjecturé un peu tout : bande, triangle, lentille, ligne brisée, secteurs angulaires, ... (2% environ pour chacune de ces conjectures).

Remarquons qu'une mise adéquate sur ordinateur ferait clairement apprécier la nature du lieu de I...

**Item 19 : L'argumentation...**

Une argumentation convenable de la conjecture correcte n'est esquissée que dans 01% des copies (elle est difficile), généralement à partir du segment lieu de I quand M est seul fixé : il apparaît des translations quand M est à son tour libéré et le balayage par le segment donne un parallélogramme (bords et intérieur).

118

Ce n'est pas la faiblesse des résultats corrects qui est à regretter, mais la non-habitude de la plupart des élèves à pratiquer des essais et à les pratiquer bien... puis à les exploiter.

Peut-être aussi se limite-t-on trop à des lieux-lignes classiques (pour autant que l'on n'a pas des conditions d'inégalité).

**Le carré qui tourne...**

**EVAPM 2/91 Epreuve T - problème N° 5**

abc est un triangle équilatéral de côté 8 cm.  
 $O, O_1, O_2, O_3$  est un carré.  
 Le carré est posé sur le côté [ab] du triangle équilatéral, le sommet O étant placé en a, et de façon à pouvoir pivoter autour de O1 comme indiqué sur la figure.

Essais, soit par des dessins, soit par expérimentation : 29%

Bonne compréhension de la façon dont le carré se déplace : 16%

Pour chercher x, considération conjointe de x et du périmètre du triangle : 12%

Exploitation de ce qui précède, compte tenu de  $? < x < 4$  : 10%

Sans jamais pénétrer l'intérieur du triangle abc, le carré devra faire, à l'aide de rotations successives, UNE FOIS le tour complet du triangle, de façon que chacun de ses sommets se retrouve à sa position de départ (O en a ...).  
 Les centres de rotation seront successivement  $O_1$ , puis les points du bord du carré qui, également placés sur le bord du triangle, permettront de poursuivre le mouvement de rotation.  
 On note x la mesure, en cm, du côté du carré.  
 On impose les conditions :  $2x < 8$  et  $3x > 8$   
 Quelles sont la ou les valeur(s) possibles de x ?  
 Tracer alors la trajectoire du point O et calculer sa longueur.

Considération du retour, après plusieurs rotations, à la configuration initiale : 05%

Exploitation de cette condition, compte tenu de  $? < x < 4$  : 05%

Expérimentation, contrôle, de la valeur de x retenue : 04%

Trajectoire correcte de O pour la valeur de x choisie : 07%

Bonne esquisse, au moins, du calcul de sa longueur : 03%

Trajectoire correcte de O pour  $x=3$ cm : 02%

Presque tous les élèves ont cherché les problèmes de cette épreuve dans l'ordre proposé (on les en avait pourtant dispensés !). Aussi ont-ils sans doute abordé le dernier avec peu de fraîcheur d'esprit et de disponibilité.

Ce genre de problèmes était parfois proposé en géométrie élémentaire dès lors qu'on l'acceptait expérimentale. Ainsi les trouve-t-on, par exemple, dans tel livre de Sixième de 1980-81, ou dans des publications IREM.

Pour des non-habitués (et il n'y a pas de raison que les élèves de Seconde ne soient pas tels) ce problème est difficile. Aussi bien les items de codage s'attachaient-ils surtout aux processus de recherche.

Seulement 29% des élèves font des essais, et presque

aucun par **découpage** de carrés et pivotement expérimental (les dessins prennent trop de temps...). C'est toujours trop peu.

Or les élèves qui n'ont pas procédé à des essais n'ont ensuite rien fait ou se sont livrés à des élucubrations... 26% des élèves comprennent la façon dont le carré se déplace (c'est déjà beaucoup !). On les trouve parmi les 29% précédents (avec un faible déchet dû à des centres de rotation mal placés ou à l'intervention de translations à la place de rotations).

10 à 12% des élèves parmi les précédents, se débrouillent bien pour couvrir le périmètre du triangle avec un nombre entier de côtés successifs du carré, tout en tenant compte de la condition :  $(8/3) < x < 4$ .

5% des élèves envisagent les conditions de retour à la position initiale. Ils le font en général en posant le périmètre du triangle multiple de celui du carré, tout en exploitant la condition rappelée ci-dessus, et plus rarement en obligeant les rotations successives à faire tourner le carré d'un multiple de  $360^\circ$  (cela semble plus difficile à exploiter en raison des rotations autour des sommets du triangle).

Quelques-uns de ces 5% se recrutent parmi les 10 à 12% précédents. Mais la plupart ont d'emblée travaillé sur les deux périmètres.

Environ 10% des élèves ont proposé des valeurs de  $x$  autres que 3 mais en n'expliquant pas, ou de façon farfelue, ou en ignorant les conditions imposées à  $x$  ou au déplacement du carré. Quelques-uns ont proposé la mesure du côté du carré de la figure de l'énoncé...

Seulement 4% des élèves contrôlent la valeur de  $x$  qu'ils proposent !

Alors qu'à peu près 1/4 des élèves comprend le problème et a proposé une valeur de  $x$  (correcte ou pas), 7% seulement des élèves font une trajectoire correcte pour cette valeur.

Les erreurs les plus fréquentes sont dues à :

- une méconnaissance du mot trajectoire,
- une difficulté lorsque les centres de rotation sont les sommets du triangle,
- une perte des liens entre  $O$  et les centres de rotation successifs. Là aussi il y a perte de sens, faute de réaliser expérimentalement les rotations successives.

Seulement 2% des élèves donnent la trajectoire correcte, pour la valeur de  $x$  correcte, n'a rien d'étonnant compte tenu des difficultés affrontées, en fin d'épreuve, et sans savoir réellement expérimenter... D'autant qu'en négligeant des erreurs d'étourderie, ou de fatigues, sur des parties de la trajectoire, on devrait avoir un taux de réussite nettement supérieur à 2%.

De même le 0% pour une démarche correcte pour le calcul de la longueur de la trajectoire semble-t-il trop rigoureux. La relecture de 200 copies (au hasard) en a fait trouver 3 à la démarche excellente, seulement entachée d'étourderies de calcul...

D'autres essais de calcul de la longueur de la trajectoire ont échoué par suite de graves incohérences sur des mesures d'angles ou de longueurs. Mais c'était une fin d'épreuve longue et difficile...

Dès lors, une fois répété qu'il est grave que seulement 29% des élèves aient procédé à des essais et que, parmi eux, trop peu aient manipulé, on ne peut que se féliciter des activités de recherche de bon nombre de ces 29%...

## A propos de l'épreuve recherche de problèmes

Alors que les résultats de l'épreuve T, du moins pour la partie SM (voir exercice labyrinthe), étaient indépendants des autres types de résultats, il n'en va pas de même des résultats de cette épreuve. La plupart des items y sont discriminants voir très discriminants. Il n'en reste pas moins vrai que certains élèves (environ 20%) manifestent dans cette épreuve des qualités qui ne se révèlent pas ailleurs.

Une autre surprise concerne les filles. Ces dernières obtiennent, on le sait, ont des résultats inférieurs à ceux des garçons dans les autres épreuves, ne serait-ce, rappelons-le parce qu'elles sont beaucoup plus nombreuses à s'orienter vers la section littéraire. Or, pour cette épreuve, elles ne se distinguent pas des garçons.

## Remarques générales concernant les épreuves T et U.

### Les brouillons

Il y a généralement (pour 80 à 90% des copies) une gestion assez désordonnée du "brouillon". Pour plus de la moitié de ces cas, le brouillon est le lieu d'une rédaction complète, sur les lapsus faits en recopiant "au propre"... Quel gaspillage de temps et de moyens (sauf sur la table ou d'infâmes bouts de papier les élèves n'osent pas essayer, tâtonner,...).

Il avait été annoncé que le brouillon serait relevé. Cela a dû accentuer la confusion "brouillon-copie". Mais c'est trop fréquent et trop prononcé pour ne pas être partiellement habituel.

Dans d'autres cas, le brouillon est une incroyable fresque d'écritures dans toutes les directions, parfois en lettres énormes, avec si peu de soin que des confusions de calcul ou de conjectures sont ainsi engendrées.

Sans prétendre qu'il n'y ait qu'une façon de préparer et d'organiser la recherche d'une question, sans nier les différences individuelles et l'aspect privé du brouillon, il est peut-être possible que les enseignants du Collège et de Seconde aident et conseillent les élèves dans ce domaine. Sans doute même est-il possible, dans des cas particuliers, d'avoir des exigences précises.

### Le comportement des élèves face à des situations rompant avec le "contrat" habituel

Les épreuves demandaient "d'expliquer", de "justifier", ...

Les élèves ont généralement une idée assez claire de ce que LEUR professeur attend d'eux sur des sujets classiques ; c'est par exemple le cas pour les exercices 3 et 4 de géométrie plane de l'épreuve T.

Mais comment se situer face à des travaux moins classiques, ainsi pour les argumentations des exercices 1, 2 ou 5 de l'épreuve T ou les "journaux de recherche" attendus pour les problèmes 3 ou 4 de la modalité U ?

Dès lors, les élèves appliqués et peu hasardeux :

- rédigent longuement en terrain considéré comme sûr (ainsi pour les exercices T1 et T2), en y consacrant trop d'énergie et de temps (surtout avec un brouillon semblable à la copie),
- s'abstiennent plutôt en terrain moins sûr : peur de dire des "bêtises", de commettre des erreurs,...

Ces élèves là se sont ainsi surtout cantonnés aux premiers exercices de chaque modalité, notamment dans le cas de l'épreuve T.

### Les conjectures et les démonstrations

Une conjecture s'énonce avec "Il semble que", ou des expressions synonymes, et non pas par des affirmations définitives. Le moins qu'on puisse dire est que les élèves ne semblent pas habitués à émettre de telles conjectures.

Il y a beaucoup de confusions entre "a" et "à", "ces" et "ses", "le" et "un", beaucoup de méconnaissance des diverses significations classiques en mathématiques de "est", "le" ou "un".. Cela entraîne des confusions de sens.

### Le rôle formateur des mathématiques

Dans 20% à 30% des copies, il semble que le discours mathématique soit une **occasion privilégiée de confusion mentale et qu'il y incite**. Cela a lieu lorsque la distance entre ce qui est demandé et ce que l'élève peut comprendre devient trop grande. Si l'élève ne parvient pas à donner du sens à la situation, les

habitude scolaires le poussent à faire semblant, à imiter ce qu'il a vu faire en des situations semblables. Si l'on n'y prend garde, cette attitude risque de se retourner contre les objectifs de formation scientifique qui sont au cœur notre enseignement. Mais comment faire pour que, toujours, l'élève puisse s'approprier le sens des situations étudiées, le sens des objets et des méthodes, le sens de son activité ? Ce n'est sans doute pas simple, mais les actuels programmes, comme les précédents nous incitent à prendre ce problème au sérieux. A ce propos, on pourra lire l'ouvrage récent de R.Bkouche, B.Charlot et N.Rouche : "Faire des mathématiques : le plaisir du sens".

Reprenons "les huit moments de l'activité mathématique" (voir introduction de ce chapitre)

Il est difficile de considérer, à la lumière des analyses, que le passage par ces divers moments soit vraiment constitutif de l'activité des élèves. Font-ils d'ailleurs l'objet d'assez d'attention et de pratique (voire d'un simple minimum...) en classe de Seconde et auparavant ?

Peut-être faudrait-il se décider à y consacrer du temps pour conduire les élèves à des acquis méthodologiques de ce type. D'autant que les travaux de certains élèves disent leur goût pour des problèmes où ils ont à faire preuve d'initiative, et leur plaisir à défier une difficulté par leurs propres forces... Encore faut-il que celles-ci soient solides... et que notre enseignement y concoure avec énergie et lucidité...

# LE CONTEXTE ET L'OPINION DES ENSEIGNANTS

## LE CONTEXTE

Dans le cadre de cette évaluation, un questionnaire a été rempli par plus de 1 500 professeurs de Mathématiques enseignant en classe de Seconde.

Les comparaisons des résultats des enquêtes EVAPM avec ceux obtenus par la DEP montrent qu'en ce qui concerne aussi bien les résultats des élèves que les divers indicateurs structuraux, le biais introduit par le caractère volontaire de nos évaluations est quasiment négligeable. Il convient toutefois de rester prudents avant de généraliser ces résultats.

Tous les pourcentages donnés sont des pourcentages absolus. Pour chaque question le taux de non-réponse s'obtient par différence à 100 avec la somme des résultats donnés.

Les fiches de recueil des résultats des élèves, ainsi que les questionnaires destinés aux professeurs, contiennent des informations concernant le contexte dans lequel se déroule l'enseignement des mathématiques. Voici d'abord quelques données concernant ce contexte.

Nombre moyen d'heures de cours par semaine :	4,2
Nombre moyen d'élèves par classe :	32,4
Pourcentage d'élèves d'âge "normal" (nés en 1977) :	55%
Moyenne des moyennes annuelles de mathématiques :	10,39
Pourcentage de filles :	52%

### Année de naissance

1972	1%
1973	10%
1974	29%
1975	55%
1976	5%

### Orientation

	Ensemble	dont Garçons	dont Filles
1ère S	35%	56%	44%
1ère B	14%	38%	62%
1ère A1	05%	15%	84%
1ère A2	06%	13%	87%
1ère G	10%	35%	65%
1ère F...	07%	79%	16%
1ère E	03%	95%	05%
B.E.P.	03%	51%	47%
Redoublement	13%	48%	52%

On trouvera en annexe un tableau de résultats statistiques permettant de comparer selon certaines des caractéristiques présentées ci-dessus, les résultats obtenus par les élèves, aussi bien en ce qui concerne EVAPM2/91, que les notes obtenues au cours de l'année.

La suite de ce chapitre présente les questions telles qu'elles ont été posées aux enseignants avec les résultats obtenus et quelques commentaires.

Des études de même type ont été faites à propos des programmes de chacune des classes du Collège. On les trouvera dans les brochures EVAPM6/87, EVAPM5/88, etc...

Le temps et la place nous ont manqués pour comparer les divers résultats obtenus. Le lecteur intéressés par les différences de conceptions et d'opinions des enseignants de mathématiques, entre le Collège et le Lycée, sont invités à se reporter aux brochures correspondantes.

## Contexte de travail

Combien de classes de mathématiques avez-vous en 90/91 ?

Niveau →	Seconde	Première	Terminale	Classes de collège	Autres
Nombre de classes ↓					
0	00%	29%	37%	94%	91%
1	72%	47%	43%	02%	07%
2	25%	18%	18%	03%	01%
3	02%	04%	00%	00%	01%

Pour votre, ou vos classes de seconde, existe-t-il des structures de travail particulières ? (*groupes de niveau, de soutien, d'approfondissement, etc...*)? OUI **32%** NON **68%**

SI OUI, pouvez-vous préciser le type de structures utilisées ?

*44% des enseignants répondent à cette question et l'on retrouve généralement les directions suivantes : Soutien, S O S Math à raison de 1/2 à 1 h / semaine ... malheureusement nous n'avons pas eu d'indication sur le fonctionnement institutionnel (bénévolat ? H.S ?).*

*Approfondissement, essentiellement pour les futurs élèves de Première S (même remarque).*

*Classes à projet ....sans doute filières dans la plupart des cas.*

*Groupes de niveaux : soit dans une classe uniquement pour les T.D, soit deux classes réparties en trois groupes (3 professeurs pour deux classes), avec des tests communs et changement de groupe possible après chaque test. Une variante : des groupes de "motivation", sur décision de l'élève et de sa famille.*

*Dans quelques cas, on cite des fonctionnements sur deux semestres, rappelant les propositions du Conseil National des Programmes (Cf. Rapport Dacunha-Castelle).*

*Ajoutons encore quelques cas isolés : classe de redoublants, classe de Seconde en deux ans (en réalité classe passerelle 3ème-2nde).*

Avez vous enseigné, depuis 1987, dans l'une ou l'autre des classes de collège, dans le cadre des nouveaux programmes du collège ? OUI **32%** NON **68%**

Avez vous enseigné, depuis 1987, dans l'une ou l'autre des classes de collège, dans le cadre des nouveaux programmes du collège ? OUI **84%** NON **15%**

*Un enseignant sur trois a une expérience récente d'enseignement au niveau du Collège, dans le cadre des nouveaux programme. Cela est bien sûr dû à une certaine "aspiration" vers le lycée. Quoi qu'il en soit, voilà qui devrait être de nature à améliorer la liaison entre les deux cycles et la connaissance réciproque des programmes et des conditions d'enseignement.*

# L'OPINION DES ENSEIGNANTS

## Le programme de mathématiques de Seconde

Possédez-vous un exemplaire (ou une copie) du programme officiel de la classe de seconde (programme 1990) ? OUI **99%** NON **01%**

L'utilisez-vous pour préparer vos cours ?

Jamais **03%** Parfois **28%** Souvent **40%** Systématiquement **29%**

L'utilisez-vous pour préparer vos contrôles ?

Jamais **24%** Parfois **44%** Souvent **25%** Systématiquement **07%**

*Il faut noter qu'on consulte le programme plutôt pour la préparation de la progression que pour celle des contrôles ; est-ce parce que les "exigibles" sont bien moins nets que dans les programmes du Collège ?*

A votre avis, par rapport aux anciens programmes de seconde, le changement concerne :  
les contenus

Pas du tout **01%** Un peu **30%** Moyennement **54%** Beaucoup **12%**

les méthodes

Pas du tout **03%** Un peu **15%** Moyennement **38%** Beaucoup **40%**

*Visiblement, le message contenu dans les premières pages du programme semble être passé correctement : ce sont bien les méthodes qui sont comprises comme le pivot du changement.*

Dans l'ensemble, et par rapport aux anciens programmes, les nouveaux programmes de seconde vous semblent :

Moins satisfaisants **16%** Egalement satisfaisants **44%** Plus satisfaisants **30%**

Comme professeur, vous avez le sentiment qu'ils vous apportent :

Moins de contraintes **05%** Des contraintes égales **64%** Plus de contraintes **23%**

Comme professeur, vous pensez que leur enseignement est :

Moins difficile **13%** Egalement difficile **65%** Plus difficile **14%**

Pour les élèves vous pensez que leur assimilation est :

Moins difficile **26%** Egalement difficile **57%** Plus difficile **10%**

*Le programme n'a pas heurté, au contraire, mais les enseignants sentent bien que les contraintes sont au moins aussi importantes : peut-être faut-il tempérer ces réponses en songeant que les enseignants les ont faites à la fin de la première année de fonctionnement.*

Relativement au programme de seconde, dites ce que vous pensez des points suivants, en ce qui concerne **LES DIFFICULTÉS POUR LES ELEVES**  
Numérotez les rubriques de 1 à 11 selon la difficulté que vous leur attribuez (1 étant la plus difficile, 11 la moins difficile - sans ex-æquo)

	Ordre de difficulté attribuée										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Production de démonstrations	68%	12%	06%	03%	01%	01%	01%	01%	00%	01%	02%
Résolution de problèmes concernant des configurations	05%	32%	26%	09%	09%	04%	04%	02%	02%	01%	00%
Géométrie de l'espace	08%	19%	13%	12%	10%	08%	08%	05%	03%	05%	01%
Géométrie plane : Configurations	01%	03%	12%	15%	11%	12%	12%	11%	09%	08%	02%
Résolution de problèmes du domaine numérique	02%	04%	11%	17%	17%	16%	08%	10%	08%	01%	01%
Géométrie plane: Calcul vectoriel	03%	10%	11%	15%	18%	17%	11%	07%	03%	01%	01%
Fonctions	02%	02%	02%	08%	11%	14%	15%	13%	16%	11%	02%
Géométrie plane: Analytique	01%	01%	02%	04%	08%	08%	19%	20%	22%	11%	01%
Calcul littéral - Algèbre	07%	09%	09%	11%	09%	10%	08%	11%	15%	06%	01%
Calcul numérique	03%	03%	03%	03%	04%	05%	06%	11%	09%	33%	16%
Statistiques	01%	01%	01%	01%	01%	01%	02%	04%	04%	15%	61%

Ordre de difficulté attribuée										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Production de démonstrations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Résolution de problèmes concernant des configurations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie de l'espace	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane : Configurations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Résolution de problèmes du domaine numérique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane: Calcul vectoriel	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Fonctions	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane: Analytique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Calcul littéral - Algèbre	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Calcul numérique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Statistiques	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

puis, en ce qui concerne l'IMPORTANTCE QUE VOUS LEUR ATTRIBUEZ

*Numérotez les rubriques de 1 à 11 selon l'importance que vous leur attribuez (1 étant la plus importante, 11 la moins importante- sans ex-æquos)*

Ordre d'importance attribuée										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Calcul numérique	21%	08%	10%	07%	07%	04%	07%	05%	07%	07%	05%
Production de démonstrations	21%	08%	09%	07%	08%	07%	05%	08%	06%	05%	02%
Calcul littéral - Algèbre	15%	21%	11%	10%	09%	09%	03%	05%	03%	02%	00%
Fonctions	16%	09%	13%	12%	12%	07%	09%	04%	05%	02%	01%
Résolution de problèmes du domaine numérique	08%	13%	13%	12%	09%	09%	09%	06%	07%	02%	01%
Résolution de problèmes concernant des configurations	02%	10%	06%	08%	11%	09%	10%	10%	13%	06%	03%
Géométrie plane: Calcul vectoriel	05%	09%	10%	14%	09%	14%	11%	08%	05%	03%	01%
Géométrie plane : Configurations	02%	08%	11%	09%	11%	12%	13%	12%	06%	03%	01%
Géométrie plane: Analytique	01%	02%	03%	06%	10%	08%	12%	17%	14%	10%	04%
Géométrie de l'espace	01%	01%	01%	02%	04%	07%	08%	09%	12%	31%	12%
Statistiques	01%	01%	01%	01%	02%	02%	01%	04%	08%	13%	54%

Ordre d'importance attribuée										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Calcul numérique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Production de démonstrations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Calcul littéral - Algèbre	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Fonctions	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Résolution de problèmes du domaine numérique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Résolution de problèmes concernant des configurations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane: Calcul vectoriel	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane : Configurations	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie plane: Analytique	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Géométrie de l'espace	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
Statistiques	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■

*Dans les tableau concernant la difficulté, aucune surprise et l'accord semble large malgré, c'est inévitable, le flou existant au centre du tableau en grisé. La netteté des classements extrêmes est sans équivoque ; on peut cependant s'étonner que le calcul numérique précède les Statistiques pour lesquelles on pourrait penser que la réflexion exigée est souvent plus profonde.*

*La résolution de problèmes est en bon rang dans l'ordre des difficultés avec, bien sûr, une mention spéciale dans le domaine géométrique, mais incontestablement, la palme revient à la production de démonstrations : quel enseignant en aurait doué ?*

Les enseignants ont donc opté pour rejeter Géométrie dans l'espace et surtout Statistiques en dernières places. On peut, peut-être, interpréter le classement ci-dessus en disant que ce qui, aux yeux des enseignants, mesure l'importance d'un domaine est son utilité dans le cursus envisagé et en sachant que, dans les Lycées, les futurs scientifiques ne sont pas la majorité...

Regrettez-vous l'absence de certaines rubriques dans ce programme? OUI **99%** NON **01%**

Si OUI, lesquelles?

17% des enseignants répondent à cette question et sont nombreux à citer :

- l'arithmétique (nombres premiers, PGCD, PPCM)
- les ensembles et leur algèbre.

Il faut cependant signaler que de nombreux collègues trouvent le programme déjà trop lourd pour songer à "en rajouter". Sont cependant largement au dessus du lot :

- la LOGIQUE (notions et utilisation dans les raisonnements)
- le PRODUIT SCALAIRE
- le BARYCENTRE (le plus cité !)

Un argument souvent avancé : le souci de cohérence avec l'enseignement de la Physique.

Quelle part du temps scolaire avez-vous consacré à chacune des rubriques suivantes?  
(Il s'agit des domaines d'activité tels qu'ils sont définis dans les documents officiels)

	0 à 20%	20 à 40%	40 à 60%	60 à 80%	80 à 100%
Statistiques	91%	02%	01%	00%	00%
Géométrie dans l'espace	84%	10%	01%	00%	00%
Fonctions	27%	60%	05%	01%	00%
Problèmes numériques et algébriques	09%	68%	15%	02%	00%
Géométrie plane	08%	64%	21%	01%	00%

Il est difficile d'interpréter ces réponses, comme il a certainement été difficile, pour les enseignants, de répondre : l'étude de situations, de problèmes complexes à laquelle le programme invite instamment ne facilite pas le repérage des durées consacrées à chaque domaine, même si le découpage proposé n'était pas trop "fin". Disons simplement qu'on peut y lire une bonne corrélation avec les réponses concernant l'importance donnée, plus haut, aux différents champs d'étude.

La première année de la mise en place d'un nouveau programme est nécessairement une année d'observation. Pouvez-vous dire en quelques lignes quelles sont les principales modifications que vous avez l'intention d'apporter à votre enseignement en 91/92, pour tenir compte de l'expérience de cette année ?

74% des enseignants répondent à cette question et les projets des collègues ne manquent pas : ils prévoient essentiellement une réorganisation du temps dans l'année scolaire et des modifications du type de travail lors des diverses séances.

C'est le renoncement à des révisions systématiques en début d'année qui prédomine, avec le projet ferme de débiter bien plus tôt les Statistiques, la Géométrie de l'espace et surtout l'étude des fonctions.

Pour les "activités préparatoires", nombreux sont les témoignages faisant le constat d'une durée envahissante et d'un désir de les limiter. Le temps ainsi libéré serait utilisé à davantage de travail de rédaction, notamment au sujet des démonstrations, mais aussi à davantage d'aide personnalisée relative aux méthodes de travail.

Bien sûr les projets sont divers, à la suite d'approches très différentes et dans l'ordre des notions abordées et dans la façon de travailler, mais on sent une majorité de collègues se préoccuper des "conseils" affichés en tête du programme.

Avez-vous pris connaissance des actuels programmes de mathématiques du Collège ? OUI **89%** NON **08%**

Ce résultat est particulièrement intéressant et devrait rassurer les enseignants des deux cycles : le manque d'information et de sensibilité des professeurs de Seconde concernant ce qui se passe en amont n'est pas, ou n'est plus, ce qui a parfois été affirmé. Cette impression est confirmée par les résultats qui suivent.

Si OUI, jugez-vous que ces programmes sont, dans l'ensemble,

Franchement bons **04%** Plutôt bons **71%** Plutôt mauvais **08%** Franchement mauvais **00%**

Comment jugez-vous la continuité des programmes de mathématiques entre le Collège et la classe de Seconde?

Franchement satisfaisante **09%** Plutôt satisfaisante **72%** Plutôt insuffisante **07%** Franchement insuffisante **01%**

Comment jugez-vous la qualité générale de la préparation antérieure, en mathématiques, des élèves que vous avez reçu, cette année, en Seconde ?

Franchement satisfaisante  02% Plutôt satisfaisante  47% Plutôt insuffisante  33% Franchement insuffisante  05%

SI vous deviez émettre un court message (type conseil ou avertissement) à l'intention de vos collègues enseignant les mathématiques en Troisième, pour les aider à mieux préparer leurs élèves aux apprentissages mathématiques qui vont suivre, quel serait ce message ?

59% des enseignants répondent à cette question, bon nombre d'enseignants de Seconde ne voulant pas se permettre de "donner des conseils", conscients qu'ils sont de difficultés qu'ils partagent. Il y a un large accord sur le souhait d'accueillir des élèves plus autonomes et acceptant mieux le travail de recherche (seuls ou en groupe). Deux désirs très souvent exprimés :

- que les calculs (numériques et algébriques) soient mieux maîtrisés
- que soit plus développé l'apprentissage de la rigueur, donc la compréhension de la nécessité de DÉMONTRER, de donner d'autres arguments que "je vois que..."

Avez-vous pris connaissance des nouveaux programmes de mathématiques des classes de Premières et Terminales ? OUI  73% NON  24%

128

Les versions officielles n'étaient pas sorties depuis si longtemps et ce résultat de 73% semble montrer que les réunions d'information organisées, ici où là, ont été utiles.

Si OUI, jugez-vous que ces programmes sont, dans l'ensemble,

Franchement bons  00% Plutôt bons  47% Plutôt mauvais  13% Franchement mauvais  01%

Notons qu'un sur six de ceux qui sont au courant ne porte pas de jugement.

## Calculatrices et informatique

Vos élèves de Seconde utilisent-ils des calculatrices en classe ? OUI  99% NON  01%

Les calculatrices sont-elles utilisées pour faire des travaux de recherche OUI  65% NON  33%

pour les contrôles écrits ? OUI  97% NON  02%

Y-a-t-il eu, cette année, des séances d'apprentissage à l'utilisation des calculatrices ? OUI  76% NON  23%

Y-a-t-il eu, cette année, des séances plus spécialement consacrée à l'apprentissage de la programmation et/ou de la gestion des algorithmes (informatique ou calculatrices) ? OUI  41% NON  58%

L'usage est aussi courant qu'en Troisième, sauf pour les travaux de recherche (on passe de 76% à 65%). Mais 58% laissent apparemment les élèves s'initier seuls à la programmation : et pourtant le programme dit que "les élèves doivent être entraînés à .....". Est-ce la multiplicité des types de machines qui les retient ou se sentent-ils trop peu compétents ? Il y a lieu de s'interroger et de se demander si la formation continue n'oublie pas parfois ce domaine en mettant davantage l'accent sur l'usage des micro-ordinateurs et l'apprentissage des différents logiciels.

## Salle informatique

Dans cette rubrique, N désigne le nombre d'heures pendant lesquelles vous avez utilisé la salle informatique ou des équipements informatiques collectifs avec votre classe de seconde.

Par exemple, une heure par semaine s'écrirait :  $18 \leq N \leq 36$

Si vous avez plusieurs classes de Seconde, estimez un temps moyen.

N = 0	N < 15	15 ≤ N ≤ 18	18 < N ≤ 36	N > 36
86%	09%	01%	01%	01%

Résultats comparables à ceux du Collège : quelques passionnés et, à côté, le néant. Les formations n'ont pas touché beaucoup les professeurs de Mathématiques si l'on en croit les réponses qui suivent.

D'une façon générale, si vous utilisez peu (à votre avis), l'informatique avec vos élèves, pouvez-vous essayer d'en préciser les raisons?

Je manque de formation en ce domaine	OUI	<b>54%</b>	NON	<b>26%</b>
Les logiciels que je connais ne sont pas adaptés aux nouveaux programmes	OUI	<b>16%</b>	NON	<b>26%</b>
Les logiciels que je connais ne sont pas intéressants	OUI	<b>17%</b>	NON	<b>26%</b>
La salle informatique n'est pas souvent disponible	OUI	<b>32%</b>	NON	<b>21%</b>
L'informatique fait perdre trop de temps	OUI	<b>44%</b>	NON	<b>18%</b>

Voilà des réponses qui interpellent en premier lieu la Commission Informatique de l'A.P.M.E.P. et peut-être essentiellement au niveau de la notion de temps perdu...

Autres raisons ?

35% des enseignants répondent à cette question et nombreux ont cru qu'on leur demandait s'ils enseignaient l'informatique, disant alors qu'il y avait des professeurs pour ça. Les autres réponses : il n'y a pas de salle informatique, postes de travail en nombre insuffisant, cela fait perdre du temps, est-ce intéressant pour l'élève?, mieux vaut maîtriser la calculatrice...

129

## Formation et méthodes pédagogiques

Travaillez-vous régulièrement avec d'autres collègues de mathématiques pour :

Etudier les nouveaux programmes?	OUI	<b>56%</b>	NON	<b>40%</b>
Organiser une progression commune de l'enseignement ?	OUI	<b>69%</b>	NON	<b>29%</b>
Faire des devoirs communs?	OUI	<b>60%</b>	NON	<b>38%</b>
Elaborer des activités pour les élèves?	OUI	<b>35%</b>	NON	<b>61%</b>

Recul net par rapport aux comportements dans les Collèges, mais les pourcentages sont peut-être plus élevés qu'on aurait pu le croire : il n'y a pas si longtemps que l'on parle de travail en équipe dans les Lycées.

Autres types de concertation ...précisez

18% des enseignants répondent à cette question et l'extrême variété des exemples est intéressante : échanges de textes de devoirs, élaboration d'un fichier d'exercices de remédiation, des stages (CRAP, MAFPEN, IREM), concertation sur les objectifs de référence, harmonisation pour des groupes de niveau, groupes de travail sur objectifs et évaluation, stages avec des professeurs de Collège, retour aux trois conseil d'enseignement

Travaillez-vous régulièrement avec des collègues d'autres disciplines ? OUI **54%** NON **26%**

Là, le cloisonnement est roi, mais après tout, 11%, c'est un début... attendons une prochaine enquête.

SI OUI, quelles disciplines ? quels types d'activité ?...précisez

10% des enseignants répondent à cette question. Bien sûr, la PHYSIQUE est le plus souvent citée et viennent ensuite l'ÉCONOMIE, l'HISTOIRE-GÉOGRAPHIE pour des raisons assez évidentes, mais aussi le FRANÇAIS pour les méthodes de travail, la lecture d'énoncés, les liens logiques.

Avez-vous participé à des réunions de présentation du programme de Seconde ? OUI **54%** NON **31%**

Etes-vous satisfait de ces réunions ? OUI **46%** NON **19%**

SI NON, pouvez vous expliquer pourquoi ?

20% des enseignants répondent à cette question et leurs raisons sont diverses, c'est le moins qu'on puisse dire : Beaucoup de temps perdu, simple lecture du programme (pourquoi se réunir?), réunion mal préparée, trop vague, trop théorique, trop dense, discussions sur des points de détail, manque de réflexion d'ensemble sur le programme et méthodes de travail, beaucoup trop bref, se limite aux objectifs (pas d'étude des contenus), simple classement d'exercices, absence de définition claire des objectifs à atteindre, réunion beaucoup trop rapide, présentation ennuyeuse et peu claire, analyse superficielle, manque de temps, peu d'information sur les limites du programme, "flou artistique", c'est après une année d'enseignement que ce serait intéressant, décalage entre discours et réalité, simple réflexion sur les intitulés du programme, buts des changements mal définis, le responsable ne connaissait pas lui-même les programmes.

Les instructions insistent sur l'importance de la "résolution problèmes et (de) l'étude des situations"  
De quelles façons utilisez-vous des situations de ce type ?

Vous les utilisez	Jamais	Rarement	Souvent	Systématiquement
Pour "démarrer" une acquisition	02%	20%	64%	12%
Pour faire mémoriser une notion	17%	39%	32%	03%
Comme exercice d'entraînement	02%	22%	64%	08%
Comme contrôle des connaissances	15%	46%	31%	03%

La dizaine de pages de "préambules" du programme semble avoir convaincu bon nombre des collègues (à moins que cela ne tienne à d'autres raisons), et l'importance de ces activités semble bien mesurée : bien sûr, le quart de collègues qui déclarent ne jamais faire appel à de telles situations auront du mal à changer d'optique si le travail en équipe reste au niveau affiché plus haut !

Vous avez peut-être utilisé une situation de ce type qui vous aura paru particulièrement intéressante. Pourriez-vous la décrire en quelques lignes (donner d'éventuelles références bibliographiques) et préciser ce qu'elle vous semble avoir apporté ?

11% des enseignants répondent à cette question, voici quelques références :

- \* Pantographe (meilleure compréhension de l'homothétie) ...Fractale
- \* Démonstration du théorème de Pythagore (carré, escargot, la corde)
- \* Volume du cône...IREM Lorraine n°64
- \* Lecture de graphique..... Terracher 65 p 325
- \* Tour du stade (pour Trigo, angles orientés)
- \* Homothétie, application Physique (Optique, reproduction)...Transmath
- \* AP4 p 80 et AP3 p 170 de Bordas
- \* Pyramide de Khéops (TP5 de Fractale)
- \* p159 de Spirale
- \* TP d'approche de Transmath sur sens de variation de fonction
- \* Départ sur l'Espace avec cuboctaèdre : patron
- \* Etude de problèmes géométriques par introduction des équations (Fractale)
- \* Activités sur Rotations (Dimathème)
- \* ACT1 p 202 de Terracher
- \* Fractale p 258, p 267
- \* Participations des élèves à des jeux divers
- \* Act 2-3-4 p325-326 (Dimathème) pour introduire angles orientés
- \* Géométrie des transformations autour d'images de synthèse
- \* Escher : AP5 p 55 de Bordas
- \* Logiciel CREEM "Trigo"

Vous arrive-t-il de faire travailler vos élèves par groupes de 3 ou 4 ?

Jamais **36%** Parfois **49%** Souvent **13%** Systématiquement **01%**

Un peu plus fréquent qu'en Premier Cycle : il est certain que les heures dédoublées constituent une bonne incitation. Mais nombreux sont encore les refus devant ce type de travail. Les réponses ci-dessous montrent que l'on mesure bien ce qu'une telle pratique peut apporter, mais que l'on mesure aussi les contraintes pesant actuellement sur les classes.

A votre avis, le travail de groupe

Constitue une bonne motivation pour les élèves	OUI <b>63%</b>	NON <b>21%</b>
N'est pas possible avec une classe nombreuse	OUI <b>68%</b>	NON <b>20%</b>
Constitue une bonne façon d'obliger les élèves à argumenter	OUI <b>49%</b>	NON <b>31%</b>
Fait perdre trop de temps	OUI <b>51%</b>	NON <b>35%</b>
Demande une formation que je n'ai pas	OUI <b>31%</b>	NON <b>53%</b>
Conduit à des connaissances superficielles	OUI <b>25%</b>	NON <b>52%</b>
Favorise l'appropriation des concepts	OUI <b>40%</b>	NON <b>32%</b>
Développe l'esprit de coopération entre les élèves	OUI <b>76%</b>	NON <b>07%</b>
Est difficile à exploiter avec l'ensemble de la classe	OUI <b>78%</b>	NON <b>13%</b>

La réponse la plus étonnante, sans doute, est celle qui concerne l'obligation d'argumenter : il y a lieu de se demander comment la question a été comprise.

## Objectifs de référence

Avez-vous suivi des stages (ou un stage) concernant les objectifs de référence ?

OUI **21%** NON **79%**

SI OUI, cela vous a-t-il permis d'approfondir :

Vos connaissances en évaluation ?

OUI **14%** NON **07%**

Vos conceptions sur l'apprentissage ?

OUI **12%** NON **09%**

Notons bien ici que ces deux dernières lignes concernent les 21% qui ont suivi les stages : le "rendement" de ces stages n'est pas si minime que cela !

SI NON, avez-vous eu connaissance du document D.L.C.15 relatif aux objectifs de référence en mathématiques ?

OUI **45%** NON **38%**

Avez-vous lu les articles du bulletin vert (bulletin de l'APMEP) consacrés aux objectifs de référence ?

OUI **37%** NON **58%**

Regrettons ici de n'avoir pas demandé aux participants s'ils étaient ou non membres de l'A.P.M.E.P. : nous aurions mieux mesuré l'impact de la revue de l'Association.

Utilisez-vous les objectifs de référence :

### POUR VOUS

Au niveau de l'élaboration des "cours" ?

Très souvent **08%** Assez souvent **14%** Parfois **24%** Jamais **34%**

Au niveau de l'évaluation (grille de correction de devoirs) ?

Très souvent **06%** Assez souvent **07%** Parfois **20%** Jamais **48%**

Au niveau de la fiche bilan ?

Très souvent **04%** Assez souvent **05%** Parfois **10%** Jamais **57%**

42% s'en servent pour l'élaboration de leurs "cours", beaucoup moins lors des évaluations : c'est un ce qui ressort des opinions que l'on peut entendre ici ou là, c'est-à-dire qu'on en prend un peu, qu'on s'en inspire ... les objectifs de référence sont un outil parmi bien d'autres.

### AVEC LES ELEVES

Au niveau de la communication des objectifs ?

Très souvent **07%** Assez souvent **12%** Parfois **25%** Jamais **36%**

Au niveau de l'évaluation des copies ?

Très souvent **05%** Assez souvent **10%** Parfois **19%** Jamais **45%**

Les objectifs de référence ont-ils constitué, pour vous, un outil (parmi d'autres), vous permettant de mieux gérer l'hétérogénéité de vos classes ?

OUI **21%** NON **51%**

# Manuels

Quel est le manuel adopté dans votre (ou vos) classe de Seconde ?

NATHAN (Transmath)	29%	BELIN ( Spirale)	03%
BORDAS (Fractale)	23%	MAGNARD	03%
DIDIER ( Dimathème)	23%	BREAL (A.B.C)	02%
GAMMA ( Decreton-Poret)	03%	DELAGRAVE	00%
HACHETTE (Perspectives)	03%	COLIN (Coll Fredon)	00%
HACHETTE (Terracher)	03%	Autre: préciser	05%

La coupure entre les établissements ne permet aucune comparaison avec la situation dans le Premier Cycle. C'est évident, trois manuels ont su plaire aux enseignants, du moins aux participants à cette évaluation.

Etes-vous satisfait de ce manuel ? OUI 72% NON 18%

Ce résultat est assez bon quand on sait que bon nombre de collègues n'ont pu participer au choix (mutation...) ou qu'ils étaient minoritaires lors de ce choix, ou encore quand on prend en considération le fait qu'assez souvent ce choix, sous diverses pressions, a été quelque peu précipité.

SI NON, pouvez vous expliquer pourquoi ?

20% des enseignants répondent à cette question : aucune collection n'est épargnée et la variété des raisons avancées ne permet guère d'en présenter ici, d'autant que les enseignants étalent bien là leur diversité : tout et son contraire interviennent dans les arguments avancés.

D'une façon générale, dans vos classes, comment vos élèves utilisent-ils leur manuel ?

	En classe		A la maison	
	OUI	NON	OUI	NON
Pour des situations introduisant une notion	72%	18%	44%	36%
Pour des exercices d'entraînement	84%	07%	91%	00%
Pour mémoriser savoir et savoir-faire	29%	50%	61%	21%
Pour des thèmes de recherche	53%	32%	64%	22%

Ces réponses semblent conformes aux idées qu'on se fait couramment des manuels scolaires.

Utilisez-vous d'autres manuels pour la préparation de vos cours ? OUI 89% NON 09%

Utilisez-vous d'autres manuels pour choisir des activités et des exercices ? OUI 90% NON 08%

Utilisez-vous des fiches individuelles d'exercices ? OUI 36% NON 58%

Ceux qui n'utilisent que leur manuel sont l'écrasante majorité, cela peut paraître étonnant. Sans doute aurait-il fallu demander s'ils utilisaient d'autres sources car, par exemple, les nombreuses brochures A.P.M.E.P. et productions des différents I.R.E.M. qui sont en circulation doivent bien être utilisées, être source d'inspirations pour nombre d'enseignants.

# Participation aux opérations d'évaluation de l'APMEP

Participez-vous pour la première fois aux évaluations de l'APMEP ? OUI **91%** NON **08%**

Cette année, comment votre participation a-t-elle été décidée ?

Sur votre propre initiative (suite aux opérations EVAPM précédentes ou presse APMEP) ? OUI **52%** NON **31%**

Suggestion de collègues d'autres établissements ? OUI **18%** NON **53%**

Suggestion de l'équipe administrative ? OUI **08%** NON **62%**

Autre ? précisez

*24% des enseignants répondent à cette question. Pour une grande majorité, il s'est agi de la suggestion d'un(e) collègue de l'Établissement, quelquefois d'un professeur coordinateur. Certains parlent d'une initiative collective des professeurs du Lycée ou de la décision de "l'équipe pédagogique" ou encore plus simplement de la réaction à un courrier de l'A.P.M.E.P.*

Dans quels buts ?

Comparer votre classe à un échantillon national ? OUI **46%** NON **44%**

Faire un devoir commun dans votre établissement ? OUI **11%** NON **76%**

Pour connaître les taux de réussite aux capacités exigibles ? OUI **79%** NON **12%**

Pour proposer aux élèves une évaluation externe (à la classe) ? OUI **75%** NON **14%**

Pour proposer aux professeurs une situation externe (au professeur) ? OUI **54%** NON **29%**

Pour établir un bilan annuel ? OUI **56%** NON **32%**

Autre ? précisez

*11% des enseignants répondent à cette question : sont cités le plus souvent la participation à une évaluation nationale, la participation au travail de l'A.P.M.E.P. et ... la curiosité. Mais nous avons relevé aussi :*

- pour que chaque élève fasse un bilan personnel
- pour mieux adapter mon enseignement aux objectifs du nouveau programme
- pour situer mes propres choix dans l'approche du programme
- pour avoir une idée des points les plus importants aux yeux des profs
- pour améliorer mon cours en 91-92
- pour permettre de voir si le nouveau programme est une réussite
- pour faire constater la faiblesse du niveau des élèves de Seconde
- " soyons franche : élargir le champ de mes questionnaires".

## Votre évaluation de l'évaluation.

En prenant en compte l'ensemble des 14 questionnaires et épreuves destinés aux élèves qui se trouvent dans le dossier que vous avez reçu,

Quelle est la question que vous supprimeriez s'il fallait en supprimer une ?

Pour quelle raison ?

*38% des enseignants répondent à cette question*

*La liste est longue, des suppressions proposées, et nous nous contenterons de dire que la palme revient de loin à N 37-38 et S 10. Les citations les plus courantes venant ensuite sont A 28-29, C 18 à 20, et R 12. Les raisons invoquées sont d'une très grande diversité : hors programme, plus à sa place en Première, énoncé difficilement compréhensible, trop déroutant ... montrant, là encore, que la population enseignante est très loin du monolithisme.*

Quelle est la question qui vous a le plus étonné(e) ?

Pour quelle raison ?

*23% des enseignants répondent à cette question.*

*Curieusement (ou non ?) des questions proposées pour la suppression (N37-38 ou C 18-20) sont citées relativement souvent dans la catégorie des questions étonnantes. Mais la question T 1 est très largement en tête ici : on parle de son*

originalité (surtout), de son caractère inhabituel, de sa simplicité et à la fois de son efficacité, mais on s'interroge aussi sur sa place dans le programme et l'on se demande si elle n'évalue pas davantage l'élève que le programme.

Pour toutes ces réponses, il faut être conscient que, sans doute, la référence a le plus souvent été constituée par les questionnaires effectivement passés, donc étudiés, codés ... et donc examinés de près.

Quelle est la question que vous souhaiteriez ajouter?

Si vous le voulez bien, rédigez cette question dans le cadre ci-dessous (telle que vous auriez aimé la trouver dans l'un des questionnaires), vous nous aiderez ainsi à alimenter notre base de questions.

15% des enseignants répondent à cette question et donnent les références d'exercices qu'ils aiment particulièrement ou encore proposent des énoncés que nous allons rassembler afin d'étudier la possibilité de les introduire dans la répétition de l'Évaluation qui devrait être planifiée comme l'ont été celles du Premier Cycle.

D'une façon générale, diriez-vous que cette évaluation manifeste, à l'égard des connaissances des élèves, des exigences

Très insuffisantes  00% Insuffisantes  01% Correctes  91% Excessives  03%

Pensez-vous utiliser ultérieurement les questionnaires élèves dans vos classes ? OUI  89% NON  02%

Une quasi unanimité pour apprécier le choix du niveau des questions posées : la lecture du nouveau programme de Seconde ne semble donc pas poser trop de problèmes aux enseignants qui voient tous clair notamment dans les délimitations définies dans les "parties droites" de l'énoncé du programme.

Notons aussi combien les questionnaires proposés sont envisagés comme référence future et souhaitons donc que les enseignants sachent les utiliser à bon escient.

Quelle suggestion feriez-vous pour améliorer nos évaluations?

27% des enseignants répondent à cette question et proposent :

- Fournir les documents plus tôt
- Reculer la date limite pour permettre l'achèvement du programme
- C'est lourd, pour l'élève et pour le professeur
- Pourquoi pas en début de 1<sup>ère</sup>? (programme inachevé)
- En tirer des conséquences pour les futurs nouveaux programmes
- Questionnaires trop longs, ou donner plus de temps (on teste trop la rapidité) : les consignes prennent beaucoup de temps
- Questionnaires un peu décousus et de difficultés inégales
- Les questionnaires spécialisés rebutent...surtout quand notion non étudiée!
- Les élèves manquent parfois de place pour répondre
- Attention aux phrases à tournure négative avec réponse par oui ou non
- M17-18 : mettre une question de lancement
- N20 et F49 : mettre un item pour - x dans D
- Eviter questions où la chance intervient (V-F)
- Pas de Q.C.M. (les résultats observés sont-ils les mêmes que dans les autres?)
- Q.C.M. trop denses, un peu difficiles

#### Codage

- Consignes pénibles
- Prendre en compte le vu et le non vu
- Calque trop exigeant
- Mieux distinguer "démarche" et "résultat"
- Pour les démonstrations, correction manichéenne regrettable
- Donner des exemples quand il y a plusieurs méthodes
- Dire clairement quelle capacité est évaluée à chaque item

\* \*

Pour les Q.C.M., mettre une étape entre 0 et 1 : 3 réponses correctes et 1 JNSP ne sont pas distinguées alors que des enseignants conseillent à leurs élèves de ne rien répondre quand ils ont un doute.

Que dire en conclusion de ce parcours au travers des réponses à ce questionnaire ? En tout premier lieu, adresser de très sincères remerciements à tous ceux qui ont accepté cet effort, et avec autant de soin : avec les passations, les codages et lors d'une fin d'année quelque peu chahutée, ils ont montré là une belle volonté d'aider l'A.P.M.E.P. dans son entreprise. Ensuite, constater que nous sommes devant une mine très riche de laquelle nous avons extrait quelques commentaires encore bien superficiels mais que nous avons bien l'intention d'exploiter en profondeur.

# ANNEXES

Consignes générales (réduction 1/2)	page 136
Consignes de codage questionnaire par questionnaire et item par item (réduction 1/2)	page 139
Documents statistiques	page 151
Questionnaires avec résultats (réduction 1/2)	page 161

*La plupart des résultats statistiques que nous avons calculés ont été utilisés dans le chapitre "la savoir des élèves". Les résultats les plus importants apparaissent aussi sur les questionnaires eux-mêmes (pages 161 et suivantes). Malgré cela, il nous a paru utile de présenter l'ensemble de ces statistiques de façon groupée. La place dont nous disposions nous a contraint à réduire nos tableaux d'une façon qui pourra paraître gênante pour la consultation et nous prions nos lecteurs de bien vouloir nous en excuser.*

**Attention, dans les tableaux statistiques des pages 152 à 156, tous les résultats sont exprimés en taux de pourcentages (nombres entiers).**

S

E

X

E

Z

Z

A

## PRÉSENTATION DE L'ÉVALUATION et CONSIGNES GÉNÉRALES

Cette évaluation est organisée par des enseignants de mathématiques, membres de l'APMEP, pour leurs collègues et leurs élèves. Elle ne revêt donc aucun caractère officiel. En particulier, les opérationnalisations que nous proposons pour les compétences exigibles le sont sous notre seule responsabilité.

De nouveaux programmes de mathématiques ont été appliqués en classe de sixième à la rentrée 1986, puis en classe de cinquième à la rentrée suivante, etc... Dans cette mise en place des nouveaux programmes, de nouveaux contenus ont été abordés, des contenus anciens l'ont été sous des angles nouveaux, de nouvelles méthodes de travail ont été utilisées, des difficultés imprévues, des satisfactions, des inquiétudes ont pu se manifester. L'APMEP a donc estimé qu'il était naturel et important de faire régulièrement le point sur la façon dont ces programmes sont accueillis et appliqués. La place nous manque ici pour argumenter davantage en faveur de cette évaluation. Nous renvoyons le lecteur au chapitre 1 de la brochure "Évaluation du programme de sixième 87" de l'APMEP qui présente et analyse cette évaluation et les résultats obtenus, ainsi qu'aux chapitres introductifs des brochures EVAPM5/88, EVAPM4/89 et EVAPM3/90.

Alors que de nouveaux programmes ont été appliqués cette année en classe de Seconde, dans le but affirmé d'assurer une meilleure continuité avec les programmes du collège, il était assez naturel de penser à prolonger l'évaluation au niveau de la classe de seconde. Une partie de l'équipe qui avait mis en place l'évaluation au collège a accepté de s'investir dans cette tâche, ce qui a permis la mise en route l'opération ; la volonté et le travail des collègues de la commission second cycle de l'APMEP ont fait le reste.

La première évaluation a donc eu lieu en juin 87 et a concerné un millier de classes de sixième. L'opération s'est ensuite régulièrement poursuivie au fil des années, accompagnant la mise en place des nouveaux programmes. Le tableau ci-contre montre l'évolution de la participation des établissements à ces évaluations. Ainsi, en juin 90, c'est environ 7 500 classes, regroupant près de 200 000 élèves, qui ont passé les épreuves de l'APMEP.

Cette année, outre l'évaluation en classe de Seconde, objet du présent fascicule (environ 2 500 classes de seconde inscrites), l'opération se poursuit au Collège avec la reprise et le complément de l'évaluation au niveau Quatrième.

On le voit, l'évaluation que nous proposons ici s'inscrit dans un plan à long terme. Elle est aussi le fruit de collaborations multiples :

**La commissions "Second Cycle" de l'APMEP et les collègues du groupe de travail EVAPM** qui ont mis au point l'ensemble des questionnaires. Dans ce cadre, 30 collègues provenant de 14 académies ont travaillé, par correspondance et au cours des réunions des commissions. La plupart de ces collègues ont consacré plusieurs jours de travail à cette opération.

**Le bureau de l'APMEP** qui soutient et subventionne ce travail.

**Les Régionales de l'association** qui ont fait un travail préparatoire qui a largement alimenté la réflexion du groupe national.

**L'IREM de BESANÇON** qui, de son côté, assure un appui logistique et méthodologique important. La saisie et le traitement des données recueillies lors d'une telle évaluation sont des entreprises longues et délicates qu'il serait difficile de mener dans le seul cadre associatif.

**L'IREM de POITIERS** qui nous a apporté une aide technique importante

**La D.E.P** (Direction de l'Évaluation et de la Prospective du Ministère de l'Éducation Nationale), qui, chargée de l'évaluation institutionnelle du système éducatif nous a aimablement permis de placer dans nos évaluations certaines des questions qu'elle a mises au point et utilise pour ses propres évaluations.

**L'N.R.P** (Institut National de la Recherche Pédagogique)

**Le G.R.** Didactique (Groupement de Recherche Didactique du C.N.R.S)

**La D.L.C 15** (Direction des Collèges et des Lycées - Département de l'Innovation)

De différentes façons, ces trois derniers organismes ont encouragé ce travail, nous ont permis de l'effectuer dans de bonnes conditions et nous ont fait bénéficier de leurs critiques constructives.

Opérations EVAPM Evolution de l'impact			
Année	Niveaux concernés	Nombre de classes	Nombre de collègues
1987	Sixième	900	300
1988	Cinquième	2 000	600
1989	Quatrième	3 500	1 100
	Sixième (bis)	3 500	
1990	Troisième	4 000	1 250
	Cinquième (bis)	3 500	

Les collègues impliqués dans la préparation de cette opération ont fait un travail important pour sa mise en place. Malgré cela, il est vraisemblable que des erreurs auront échappé à leur vigilance. Nous comptons sur la compréhension de nos collègues utilisateurs et leur demandons de corriger eux-mêmes ces erreurs chaque fois que cela sera possible. Nous parlons ici des erreurs techniques telles que fautes d'orthographe, mot oublié, manque de place pour répondre à une question... Pour le reste, c'est à dire l'essentiel, il est tout à fait possible que certains collègues ne soient pas en accord avec tel ou tel point méthodologique ou avec notre conception de l'évaluation ; ces questions demandent à être débattues au sein de l'association et nous demandons à chacun de nous faire part de ses remarques, réticences ou critiques.

Rappelons aussi que nous souhaitons évaluer le programme et non tel élève particulier. Les épreuves ne sont pas conçues pour rendre compte du savoir de chaque élève ; il faudrait donc éviter de tirer des conclusions prématurées d'un éventuel échec à certaines épreuves. Certes, le professeur est libre de faire ce qu'il veut des informations obtenues, par exemple de "faire compter les résultats" ou au contraire de ne pas les "faire compter" (dans la mesure où le dernier conseil de classe n'aurait lieu qu'après la passation des épreuves). "Compter" ne signifiant pas nécessairement "intégrer dans une moyenne", mais simplement que l'information aura été prise en compte d'une façon ou d'une autre. Dans tous les cas, il faudrait préalablement informer les élèves du sort réservé à leurs résultats. Cette variable pouvant avoir une influence sur le comportement des élèves, la fiche de recueil comporte une rubrique réservée à cette question.

Notre évaluation porte en premier lieu sur le savoir des élèves : quel est le pourcentage d'élèves de tel ou tel niveau d'enseignement qui possèdent telle ou telle capacité ? Quel est le pourcentage moyen de réussite des élèves en ce qui concerne l'ensemble des capacités souhaitées ? Quelle est la dispersion des résultats enregistrés ? Elle permet aussi de suivre l'évolution des capacités des élèves au cours de leur scolarité. Les données recueillies alimentent aussi des recherches plus "didactiques" concernant les dépendances entre les compétences manifestées par les élèves.

L'évaluation porte aussi sur les méthodes, les opinions et les représentations : niveau de satisfaction des enseignants en ce qui concerne le programme lui-même, les documents d'accompagnement, la formation, les manuels....

### Organisation de l'évaluation

L'évaluation complète est constituée d'un nombre important de questionnaires, d'épreuves et de situations d'évaluation diverses. Nos évaluations étant organisées pour essayer de répondre aux questions que l'on se pose, ou que l'on nous pose, sur les qualités du programme, son implantation et ses effets, de nouvelles questions surgissent sans cesse qui conduisent à mettre en place de nouvelles procédures de recherche d'informations. La diversification des modes d'évaluation est ainsi inscrite dans la logique même du projet.

On trouvera, dans ce dossier, 14 questionnaires et épreuves. Une 15ème épreuve (modalité U) est centrée sur le calcul rapide et sur les représentations que se font les élèves des concepts sur lesquels ils travaillent. Cette épreuve n'a pu être insérée dans ce dossier par manque de place, mais sera publiée dans le fascicule de résultats.

L'épreuves T est centrée sur le raisonnement et l'expression, tandis que l'épreuve U est centrée sur la recherche de problèmes. Ces deux épreuves figurent dans le dossier, mais non les consignes de codage les concernant.

En fait, les épreuves T, U et V feront l'objet de consignes de passation particulières et les collègues concernés recevront personnellement les informations nécessaires.

Il importe de noter que :

*Chaque élève ne passe que deux questionnaires : un questionnaire "Première passation" et un questionnaire "Seconde passation". Le jeu des modalités (voir "Équipement des classes") fait que, pour un élève, y a 48 possibilités différentes de passation des épreuves.*

*Le fait que deux voisins ne passent jamais la même épreuve fait que, dans chaque classe, il n'y a que quatre épreuves utilisées. Le professeur peut, s'il le veut, ne s'intéresser qu'à ces quatre épreuves.*

### Les questionnaires destinés aux élèves:

- Six questionnaires "Première passation" (A, B, C, D, E, F)

Ces questionnaires sont "composites", c'est à dire qu'ils font voisiner des questions provenant de domaines différents. L'élève doit donc rapidement passer d'un domaine à un autre. L'expérience montre que les réussites sont moindres dans ce contexte que lorsqu'on propose aux élèves des tâches plus homogènes.

En général, les questions présentes dans ces questionnaires sont du type "capacités exigibles" (en fin de seconde, d'après les instructions officielles), mais des exceptions sont signalées dans les consignes de codage.

- Six questionnaires "Seconde passation" (M, N, P, Q, R, S)

Les questionnaires M, N, P, et Q, sont des questionnaires centrés sur des thèmes du programmes. Sur ces thèmes, ils sont destinés à compléter les informations recueillies par les autres questionnaires et épreuves. Une partie des questions qu'ils contiennent sont nettement non exigibles.

Les questionnaires R et S sont des Q.C.M (formés de Questions à Choix Multiples). Ces questionnaires permettent de compléter notre information, ils nous permettent aussi d'étudier le fonctionnement de ce type

d'épreuve, de mieux voir le type d'information qu'ils permettent de recueillir, ainsi que le type d'information qu'ils ne permettent pas de recueillir. Certains collègues pourraient être choqués par l'utilisation de ces questionnaires ; nous leur demandons de bien considérer qu'ils ne constituent que 2 épreuves sur les 15 que comporte notre plan d'évaluation.

Chacun des 12 questionnaires A à S est prévu pour une passation de 60 minutes.

- Trois épreuves "spéciales" (T, U, V)  
qui ne seront passées que dans un nombre restreint de classes et feront l'objet de consignes particulières

Les questions "non exigibles" ont un caractère exploratoire. Nous voulons voir jusqu'où peuvent aller les élèves, certains élèves. Il ne faudrait surtout pas les prendre comme modèles et encore moins exiger des élèves qu'ils soient capables d'en venir à bout.

S'agissant de recueillir de l'information, nous sommes contraints tout à la fois de restreindre (pour des raisons pratiques et économiques) cette information tout en la diversifiant. Il convient d'être prudent lors de l'analyse des questionnaires et des consignes de codage ; cette évaluation forme un tout, et il n'est possible de porter un jugement sur ses qualités qu'à la condition d'avoir à l'esprit l'ensemble des instruments utilisés et non simplement les quatre questionnaires utilisés dans une classe particulière. Si telle compétence ne figure pas dans tel questionnaire, c'est en principe parce qu'elle apparaît dans un autre. Si tel codage paraît trop restrictif (par exemple ne pas prendre en compte telle erreur ou insuffisance, c'est peut être parce que l'information correspondante a été recueillie à partir d'une autre question placée dans un autre questionnaire.

### Questionnaire général destinés aux enseignants (questionnaire à détacher pages centrales I à VIII)

Ce questionnaire est un élément important de notre plan d'évaluation, il porte sur la perception que les enseignants ont du programme, sur leurs appréciations, ainsi que sur les méthodes et les outils qu'ils utilisent : manuels, moyens audio-visuels, informatique.... Ce questionnaire est le complément indispensable de la partie de l'évaluation qui passe par les élèves. Nous nous permettons d'insister pour qu'il soit rempli avec le plus grand soin (pensez aux secrétaires qui doivent effectuer la saisie d'une masse considérable d'informations dans un temps record).

## EQUIPEMENT DES CLASSES

Les questionnaires destinés aux élèves d'une classe sont regroupés dans un même paquet.

Cette évaluation n'étant pas faite pour comparer les classes d'un même établissement, tous les paquets destinés à un même établissement ne sont pas identiques. Les enseignants qui souhaiteraient tout de même faire certaines comparaisons ne manqueraient cependant pas de trouver le moyen de les faire. De telles comparaisons peuvent en effet être souhaitées pour étudier, par exemple, les effets d'une répartition d'élèves, d'une démarche pédagogique, etc... Même dans ce cas, la comparaison à un groupe plus important que celui de l'établissement (celui de la population ayant subi cette évaluation) sera riche d'enseignements.

Cette évaluation n'étant pas faite pour comparer les élèves d'une même classe, tous les élèves d'une même classe ne passent pas les mêmes épreuves. Plus précisément, deux voisins ne devraient jamais passer la même épreuve. Cette façon de procéder peut présenter quelques inconvénients pour nos collègues, mais nous savons tous combien elle augmente l'authenticité des résultats.

Les paquets contiennent 40 questionnaires "Première passation" et 40 questionnaires "Seconde passation". Les questionnaires "Première passation" sont présents sous deux modalités, parmi les modalités A, B, C, D, E et F ; tandis que les "Seconde passation" le sont sous deux des modalités M, N, P, Q, R ET S.

Chaque paquet classe contient aussi une fiche de recueil des résultats.

## Consignes générales - Ordre des opérations

### 1 - Prendre connaissance de l'ensemble des documents

Si notre calendrier est respecté, vous devez avoir reçu l'ensemble des documents nécessaires à l'évaluation quelques jours avant le début de la période de passation qui est prévue entre le 21 mai et le 15 juin, ceci pour vous permettre de prendre connaissance de l'ensemble de l'opération. Toutefois, il n'y a aucune raison de faire des révisions, ou compléments particuliers, pour permettre à vos élèves de mieux réussir les épreuves. Il est tout à fait normal qu'à la fin du mois de mai certaines questions n'aient pas encore été vues. Il est prévisible que toutes les classes n'auront pas été également préparées à telle ou telle question. Ce serait compromettre gravement la réussite de notre évaluation que de se croire obligé de faire une préparation spéciale.

Certains collègues peuvent penser qu'il n'est pas honnête de poser aux élèves des questions auxquelles ils n'ont pas été préparés. Dans la mesure où c'est le programme qui est évalué et où ce qui n'a pas été vu par les uns aura été vu par d'autres, cet argument en partie valable pour des évaluations individuelles, peut sans doute être laissé de côté. D'ailleurs, il est souvent intéressant de voir comment les élèves se "débrouillent" dans des questions qui ne leur ont pas été enseignées.

Il n'y a donc pas lieu de dispenser les élèves des questions qui n'auraient pas "été vues".

A partir de la réception de ces documents, si vous rencontrez des problèmes particuliers concernant l'interprétation des consignes, la passation des épreuves, etc... nous vous prions de bien vouloir étudier la question en premier lieu avec le professeur coordonnateur de votre établissement. Si le problème ne peut pas être réglé localement, vous pouvez alors appeler l'un des membres suivant de l'équipe d'animation :

Jean Pierre SICRE	49 28 39 93
Michel BARDY	29 34 02 10
Gaëlle LEVEILLE	97 40 35 90
Robert ROCHER	77 72 32 61

Il s'agit des numéros personnels, il se peut donc que les collègues concernés ne soient pas toujours là...

### 2 - Prévoir les dates de passation

Pour que les résultats soient utilisables, les deux épreuves doivent être passées dans la période du 21 mai au 15 juin

Ne pas faire passer les deux épreuves au cours de deux heures consécutives.

Le fait que les diverses classes d'un même établissement ne passent pas exactement les mêmes modalités fait qu'il est inutile de chercher à banaliser certaines heures pour permettre une passation collective.

### 3 - Prévenir les élèves

La veille ou quelques jours avant, expliquer aux élèves qu'ils vont participer à une évaluation. Selon votre inspiration vous pourrez leur expliquer l'intérêt que vous trouvez à une telle évaluation. Ce sera l'occasion de leur demander d'avoir le matériel nécessaire pour le jour de l'épreuve. D'une façon ou d'une autre, il faudrait veiller à ce que les élèves disposent du matériel de dessin et de calculatrices.

C'est à ce moment qu'il convient aussi de dire si vous comptez prendre en compte, ou non, leurs résultats pour votre propre évaluation. Il faudrait éviter de donner aux élèves des indications sur la nature des questions ou de les inciter à des révisions particulières. Il suffit de leur dire que l'évaluation portera sur l'ensemble des programmes de mathématiques des niveaux sixième à Seconde.

### 4 - Faire passer les épreuves

Pendant une première heure de cours, les élèves passent le questionnaire "Première passation".

Pendant une autre heure, non consécutive, ils passent le questionnaire "Seconde passation".

Dans une même classe il y a toujours deux modalités simultanées et deux voisins n'ont pas la même modalité.

### Au début de chaque épreuve, DIRE aux élèves:

"Votre classe participe à une étude sur les connaissances en mathématiques des élèves de Seconde, avec plusieurs milliers d'autres classes.

Le matériel habituel est permis: crayon, stylo, règle, rapporteur, équerre, compas, calculatrice.

Vous pouvez répondre directement à certaines questions, mais pour d'autres il vaut mieux préparer vos réponses sur une feuille de brouillon. Ecrivez à l'encre (\*) et, sauf indication contraire, dessinez au crayon. Dans certains cas on demande des explications, il convient alors de veiller à faire des phrases correctes et lisibles. Dans d'autres cas on ne demande que la réponse

Si certaines questions vous paraissent moins faciles que d'autres, laissez-les momentanément ; vous les reprendrez s'il vous reste du temps libre en fin de travail.

Ne vous occupez pas des petits carrés de droite qui sont réservés à la correction."

(\*) (sauf pour les questionnaires R et S (Q.C.M))

Dans le cas des questionnaires A à Q, insister pour que les élèves lisent le chapeau de 8 lignes qui se trouve sur les questionnaires juste avant les premières questions. Pour les questionnaires T et U s'assurer que les élèves aient lu la page de présentation et s'assurer qu'ils aient compris la façon de répondre aux questions.

Laisser 55 à 60 minutes après la fin de cette mise en route.

### 5 - CODER LES QUESTIONNAIRES

de vos élèves et remplir la fiche "recueil des résultats".

Voir le document "codage..." et la fiche de recueil.

### 6- Simultanément, REMPLIR LE QUESTIONNAIRE PROFESSEUR.

Pour être utilisables, les réponses à ce questionnaire doivent être individuelles. Des réponses collectives, outre qu'elles gomment les différences qu'il est intéressant d'étudier au niveau global, supposeraient pour être exploitables

des pondérations difficiles à mettre en oeuvre. Bien entendu, il est possible de se concerter avec les collègues pour telle ou telle question particulière, mais plus encore, il serait intéressant de compléter les questionnaires par une ou plusieurs feuilles annexées, reflétant les positions de l'équipe des professeurs.

**7- RETOUR des RESULTATS**

Si vous n'y voyez pas d'inconvénient, remettez la, ou les, fiches recueil de votre classe au professeur coordonnateur de votre établissement ainsi que votre questionnaire personnel. Ce collègue détient des enveloppes réservées au retour des résultats. Si pour une raison ou une autre cette façon de procéder ne vous convenait pas, vous pouvez adresser directement vos résultats à l'adresse suivante :

Université de Franche Comté IREM  
OPERATION EVAPM 91  
Faculté des sciences- la Bouloie  
25030 Besançon CEDEX

Rappelons que l'APMEP et l'IREM garantissent la confidentialité absolue des informations concernant aussi bien les professeurs que les élèves.

Sauf avis contraire, ne nous envoyez pas de copies d'élèves. Nous avons mis à part un certain nombre de classes qui feront l'objet d'une observation particulière. Ces classes passeront aussi des épreuves thématiques (calcul mental, calcul machine, argumentation...). Nous y relèverons non seulement les questionnaires, mais aussi les brouillons, et ces productions feront l'objet d'études particulières. Les collègues qui sont dans ce cas auront reçu des consignes particulières. Dans le cas général, vous pouvez selon votre souhait conserver les copies de vos élèves ou bien les leur rendre.

**CONSIGNES de CODAGE  
QUESTIONNAIRE PAR QUESTIONNAIRE**

Ces consignes accompagnent les conditions d'attribution des codes que l'on trouvera pages 36 à 55. Ces pages constituent le complément indispensable de la fiche "RECUEIL des RESULTATS".

Les grilles de résultats sont prévues pour des questionnaires totalisant un maximum de 50 items. Toutefois, tous les questionnaires n'atteignent pas ce maximum.

Dans tous les cas,

l'absence totale de réponse à un item du test est codée X (une croix qui remplit la case correspondante). Les cases qui restent vierges correspondent aux numéros des items qui n'existent pas dans le questionnaire.

**Attention :** le code X étant utilisé pour le contrôle de la saisie, il ne peut pas être remplacé par une absence de code. Les fiches qui ne seraient pas conformes à cette demande seront automatiquement éliminées lors de la procédure de contrôle.

**Dès que la question a été abordée par l'élève, de façon visible sur le questionnaire, les seuls codes possibles sont 0 et 1 .**

Les conditions d'attribution du code 1 sont précisées pour chaque questionnaire et chaque item. Dans chaque cas où ces conditions ne seraient pas vérifiées, il conviendrait d'utiliser le code 0.

Rappelons qu'il s'agit de coder l'information et non de mettre des notes. Le mot "item" doit donc être considéré comme signifiant "élément d'information". Le code 0, s'il correspond souvent à "échec" ou "erreur" doit plus généralement être compris comme:

**"l'élève a fait quelque chose et les conditions d'attribution du code 1 ne sont pas réunies".**

Dans tout ce document :

**R.E.** signifie Réponse(s) exacte(s).

**Conforme au calque (des tolérances):** signale que les limites de tolérance sont précisées sur la feuille de calque incluse dans le dossier destiné aux professeurs. Bien sûr, les choix des limites des tolérances sont critiquables, mais il convient de les respecter si l'on veut que les résultats soient exploitables. N'oubliez pas que le questionnaire professeurs vous permet de faire état de vos réserves éventuelles. Sur des points précis, vous pouvez aussi joindre vos remarques à la fiche de recueil.

**A propos du calque :** Pour des raisons de coût, nous avons dû utiliser au maximum l'espace disponible du calque, ce qui peut lui donner un aspect touffu et enchevêtré. Chaque professeur devrait toutefois y retrouver les figures dont il a besoin pour le codage des résultats de ses élèves.

**Utilisation des calques :** Le plus souvent, mais pas toujours, la figure "juste" est tracée en pointillés. Les traits continus limitent un domaine à l'intérieur duquel le tracé de l'élève doit se trouver pour que le code 1 lui soit attribué.

Les consignes de codage traduisent des choix qui ont été faits par l'équipe de préparation. Certaines informations ne sont pas demandées soit parce qu'elles seraient trop difficiles à coder de façon homogène, soit parce qu'elles sont recueillies dans un autre questionnaire. Malgré tout, certains des choix que nous avons faits sembleront discutables. Pour des raisons d'harmonisation il importe cependant de les respecter strictement lorsqu'elles sont suffisamment précises.

Toutefois, dans bien des cas, nous aurions dû ajouter "ou réponse équivalente", à la consigne de codage. La place et le temps nous ont manqué pour le faire systématiquement. En particulier, nous ne préconisons aucun "formatage" particulier des réponses. Les solutions des équations ou inéquations peuvent ainsi être présentées autrement que sous la forme  $S = \{.....\}$  ou  $S = [.....]$ .

Le qualificatif "correct" attribué à un résultat ou à une démarche signifie toujours : "ce que le professeur de la classe accepte habituellement". Nous avons limité au maximum ce type de situation, toutefois, dans quelques cas il nous a semblé intéressant de laisser subsister des questions dont le codage ne pouvait pas être univoque.

**En cas de doute** (manque de précision dans les consignes ou erreur...) : malgré tout le soin que nous avons pris à écrire et à faire contrôler le contenu de ce document, il serait étonnant qu'il n'y subsiste pas d'erreur ou pour le moins de consigne difficile à interpréter. Dans ce cas, considérer comme R.E. ce que vous auriez accepté si vous aviez posé la question vous-même et, si possible, précisez votre interprétation sur une feuille qui sera jointe à la fiche-recueil.

**LIENS AVEC LES EVALUATIONS ANTERIEURES :**

Pour les questions reprises d'évaluations antérieures (et pour lesquelles la formulation était de ce fait figée), nous avons indiqué dans la colonne remarque:

**L'ORIGINE** de la question:

**EVAPM :** Evaluations de l'APMEP

**SPRESE :** Evaluations du Service de la PREvision et de l'Evaluation du Système Educatif du Ministère de l'Education Nationale. (devenu maintenant la D.E.P)

**INRP :** Evaluations de l'Institut National de la Recherche Pédagogique.

**IREM de BESANÇON,**

**IEA** (Seconde étude internationale sur les résultats obtenus, en mathématiques; dans 22 pays, par les élèves de 17 ans se préparant à des études supérieures dans lesquelles les mathématiques jouent un rôle important)

**LE NIVEAU et LA DATE d'utilisation de cette question:**

**EVAPM 6/87,** par exemple, signifie que la question a été utilisée lors de l'évaluation EVAPM, en fin de sixième, en 1987.

**SPRESE 5/82** signale une question posée par le SPRESE lors de son évaluation au niveau 5ème, en 1982.

**Le TAUX DE RÉUSSITE** (ou le pourcentage d'attribution du code 1) obtenu par cette question lors de cette passation antérieure:  $R = \dots\%$

**N° de l'ITEM :** Renvoie aux numéros qui apparaissent dans les marges des questionnaires. Conformément à l'usage, nous appelons ITEM un élément d'évaluation élémentaire (unité d'information), susceptible d'être codé en 0 - 1. Le mot question est utilisé pour désigner les exercices placés dans les questionnaires.

**Exemple:** EVAPM 6/87 - B13 - R-45% désigne l'item 13 du questionnaire B de l'évaluation fin de sixième 1987 de l'APMEP. Le taux de code 1 était alors 45%.

**CODE :** la colonne "code" est la colonne des codes de compétences .

Les codes aux documents "tableaux des compétences exigibles" qui, pour les niveaux 3ème et 5ème se trouvent dans ce fascicule.

Les codes précédés du chiffre 4 ou 3 renvoient à des compétences exigibles des niveaux 4ème ou 3ème (voir brochures EVAPM4/89 et EVAPM3/90).

Par principe et par définition , nous considérons que toute compétence exigible à un niveau antérieur l'est aussi au niveau évalué.

Ce code peut sembler lourd, mais nous avons besoin d'un système de classement à la fois puissant et transparent (les items alimentent une base de données qui contient des milliers d'items et qui sera bientôt à la disposition de nos collègues).

Les croix placées dans les colonnes de droite indiquent dans quelles modalités du questionnaire la compétence indiquée a été opérationnalisée.

# EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE A

16 questions - 49 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
1	Un magasin soldé... Démarche	Mise en équation correcte	EVAPM3/90 - E09 - 77% Il est clair que la démarche algébrique n'est pas la seule possible et n'a pas à être privilégiée.	3A119
2	Résultat	R.E.: prix d'une chemise: 45F et prix d'un pantalon: 85 F, par résolution correcte du système.		
3	Résultat	R.E. quelle que soit la démarche utilisée	EVAPM3/90 - E11 - 42%	
4	2500 élèves Effectifs	Au plus une erreur dans le tableau		3S101
5	Effectifs	Aucune erreur (250 - 575 - 1 125 - 375 - 125 - 50)	Le code 1 à l'item 5 implique le code 1 à l'item 4.	3S105
6	Diagramme	ébauchant correctement le tableau obtenu, avec éventuellement oublié des indications concernant les axes et/ou une erreur de longueur sur un bâton		3S108
7	Diagramme	correct, y compris en ce qui concerne les indications nécessaires à sa lecture	Le code 1 à l'item 7 implique le code 1 à l'item 6.	
8	Représenter graphiquement...	Tracé d'une droite correcte	EVAPM3/90 - F1 - 46%	3F103
9	Calculer : $\frac{4}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3}$	R.E.: $\frac{143}{42}$	EVAPM4/89 - B24 - 40% EVAPM3/90 - A31 - 62%	4N217 2N008
10	Développer et réduire...	A R.E.: $A = 25a^2 + 5a + 1/4$	Question D.E.P 3/90 EVAPM3/90 - F26 - 39%	3A111
11		B R.E.: $B = (x - 2)(x - 4)$	EVAPM3/90 - F27 - 50%	3A102
12		C R.E.: $C = 5x(4x - 3)$ ou réponses équivalentes.	EVAPM3/90 - F28 - 44%	3A103 2A005
13	Compléter le tableau	R.E.: $-3 \leq x < 4$		2N001
14	Ligne 1 - Colonne 2	R.E.: $[-3; 4[$		2N002
15	Ligne 2 - Colonne 1	R.E.: $x > 2$		2N020
16	Ligne 2 - Colonne 3	R.E.: diagramme complété		
17	Ligne 3 - Colonne 2	R.E.: $[-2; 3]$		
18	Ligne 3 - Colonne 3	R.E.: diagramme complété	ou réponses équivalentes	
19	Pour le calcul de B...	R.E.: 0,163 986 143	Question SPRESE2/86 SPRESE 2/86 - 58%	2N028
20	Résultat affiché Valeur approchée	R.E.: 0,164	SPRESE 2/86 - 44%	
21	Résoudre l'équation... Démarche:	factorisation conduisant à : $(-3x - 3)(5x - 1) = 0$ (ou équivalent)		2A008
22	Démarche:	résolution du système : $\{ x - 2 = 4x + 1; x - 2 = -(4x + 1) \}$		
23	Résultat:	au moins une solution exacte		
24	Résultat:	exact : $S = \{-1; 1/5\}$		3A110
25	Equation quotient... Démarche	Résolution de l'équation : $2x + 4 = 3(5x - 2)$		A N.E.
26	Démarche	Référence à la condition : $x \neq 2/5$ , ceci indépendamment du reste de la résolution.		
27	Résultat	R.E.: $S = \{10/13\}$		

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
28	Angle de 20°... Démarche	Mise en évidence d'un triangle rectangle et d'un rapport utile au calcul de $\cos 20^\circ$	Le résultat seul ne présente pas d'intérêt	2C029
29	Démarche	Mise en évidence d'un triangle rectangle et d'un rapport utile au calcul de $\sin 20^\circ$		
30	Soient trois points B, C, D... Démarche	Au moins une utilisation correcte du théorème de la droite des milieux...		2D...
31		Au moins une utilisation correcte du théorème de Thalès		
32		Démonstration correcte de l'alignement.		
33	Transformations... Le triangle EDC...	Le triangle EDC est l'image du triangle ABC par une symétrie centrale		2C021
34		Précision correcte sur le centre de symétrie (point C)		
35	Le triangle GFE...	Le triangle GFE est l'image du triangle CDE par une réflexion (symétrie orthogonale)		2C020
36		Précision correcte sur l'axe de symétrie (médiatrice de [DF])		
37	Le triangle MNP...	Le triangle MNP est l'image du triangle ABC par une translation	Ne pas tenir compte d'éventuels non-report des éléments sur la figure si leur identification verbale est correcte	2C022
38		Précision correcte sur le vecteur définissant la translation ( $\vec{AM}$ )		
39	Homothétie... Démarche	Ebauche correcte montrant que l'élève cherche les images de A et C et utilise le bon rapport (+2 et non -2..)		2C007
40	Résultat	Conforme au calque de codage		
41	Construire les points C, D, N... Point C	conforme au calque de codage		2C014
42	Point D	conforme au calque de codage		2C015
43	Point N	conforme au calque de codage		2C016
44	Construction	Au moins une construction faisant apparaître un parallélogramme utile.		
45	Calcul de normes $\vec{lu}$	R.E.: $\sqrt{13}$		2Y015
46	$\vec{lv}$	R.E.: $\sqrt{13}$		
47	$\vec{lw}$	R.E.: 3		
48	Rotation... Centre	R.E.: point Q		2C...
49	Angle	R.E.: $90^\circ$ ou réponse équivalente	Bien sûr, il convient d'accepter : $\pi/2 ; -\pi/2 ; 3\pi/2...$	

## EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE B

15 questions - 44 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Tracer un représentant... → -u	R.E.(conforme au calque)	Un calque est donné pour faciliter le codage	2C015
02	→ → u + v	R.E.		2C016
03	→ → u - v	R.E.		2C017
04	→ → 3 u - 2 v	R.E.		2C019
05	Construire l'image.. Figure	conforme au calque de codage		2C007
06	Propriétés	Référence au fait que, dans une homothétie, l'image d'une droite est une droite parallèle.		
07	Soit un trapèze Justification	Utilisation correcte du théorème de Thalès.		2D002
08	Réponse	R.E.: $\vec{DF} = 1,2 \vec{DC}$		
09	A l'aide des indications.. Démarche	Ecriture d'au moins un rapport utile, même si résultat faux.	EVAPM3/90 - 227 - 29%	3D106 2D041
10	Calcul intermédiaire	R.E. pour AR(494,54...) ou AS(1020,83...)	EVAPM3/90 - 228 - 20%	
11	Résultat final	R.E.: Toute valeur comprise entre 526 et 527 m.	EVAPM3/90 - 229 - 16%	
12	Déterminer une équation Démarche	correcte, même si erreur de calcul		2Y024
13	Résultat	R.E.: $4x + y - 6 = 0$ ou réponse équivalente		
14	Sur le cercle trigonométrique... Point A	bien placé (Voir calque)		2C031
15	Point B	bien placé (Voir calque)		2C033
16	Point C	bien placé (Voir calque)		2C035
17	Point D	bien placé (Voir calque)		
18	Dans une classe Démarche	Calcul de la moyenne en passant par $40 \times 10,6 + 2$		2S005
19	Démarche	Ajout direct de 2/40 de point		
20	Résultat	Réponse exacte (10,65) quelle que soit la démarche		
21	Soit ABCD une pyramide Démonstration	correcte du parallélisme d'au moins deux droites	Il y a plusieurs façons de faire ces démonstrations.	2E002
22	Démonstration	correcte du parallélisme des deux plans		2E020
23	Soit p le périmètre Encadrement de L	$54,8 \leq L \leq 58,2$		2N025
24	Encadrement de A	$1742,64 \leq A \leq 1885,68$	ou résultat déduit correctement du résultat de l'item 23	2N026

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
25	Dans le plan muni du repère (O ; U ; V)... Maximum de f	R.E.: 3		2F018
26	Minimum de f	R.E.: -2		
27	f(x) = 0	R.E.: -4 ; 1 et 4		2F019
28	f(x) = 2	R.E.: 0 et -3		
29	f(x) ≤ 2	R.E.: $x \in [-5; -3] \cup [0; 5]$	accepter $x \leq -3$ et $x \geq 0$ ou réponses équivalentes	
30	f(x) ∈ [2 ; 3]	R.E.: $x \in [-3; 0]$		
31	Ecris sous la forme... $\sqrt{180}$	R.E.: $6\sqrt{5}$	EVAPM3/90 - 211 - 65%	3N106 3N107 2N010
32	$\sqrt{20}$	R.E.: $2\sqrt{5}$	EVAPM3/90 - 211 - 70%	
33	$\sqrt{125}$	R.E.: $5\sqrt{5}$	EVAPM3/90 - 211 - 71%	
34	Résultat final	R.E.: $9\sqrt{5}$	EVAPM3/90 - 211 - 59%	
35	Résoudre l'équation.. Démarche	Factorisation correcte		2A008
36	Résultat	R.E.: $S = \{5/2\}$	ou réponse équivalente	
37	Résoudre l'équation... Démarche	correcte, même si résultat faux.	EVAPM3/90 - 226 - 59%	3A118
38	Résultat	R.E.: $S = \{-3/2 ; 4\}$	ou réponse équivalente EVAPM3/90 - 227 - 50%	
39	Soit les systèmes.. Critère	A admet une solution unique et B n'admet pas une solution unique AVEC une justification correcte		2A012
40	Solutions	Résultat exact pour le système A : $x = 0,5 ; y = 0$		2A013
41	Compléter le tableau... Signe de (2x - 5)	Ligne correcte		2A015
42	Signe de (-x + 4)	ligne correcte		
43	Signe de (2x - 5)(-x + 4)	ligne correcte		2A018
44	Inéquation	R.E.: $x \in [2,5 ; 4]$ (ou réponse équivalente)		

# EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE C

16 questions - 45 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	La droite (AT) est tangente Démarche	Justification du fait que le triangle OAT est rectangle en T.		2D041
02	Démarche	Utilisation de $\cos \widehat{AOT} = \frac{2}{5}$		
03	Résultat	R.E. : $66^\circ$ ou $67^\circ$ , obtenu par calcul, quelle que soit la démarche. Accepter toute autre valeur qui vous semblera acceptable (par exemple $65,5^\circ \dots$ ); en effet, on ne précise pas que l'on demande une valeur entière.	Coder 1 si le résultat est exact mais si l'élève a transité par l'utilisation de Pythagore et de $\tan \widehat{AOT}$ .	
04	Milieu d'un segment Démarche	correcte		3Y103
05	Résultat	R.E. : M(0 ; 1,5)		2Y050
06	Construis l'image... Démarche	Une droite est tracée et les traits de construction manifestent la mise en oeuvre d'une procédure correcte. Conforme ou non au calque.	EVAPM4/89 - D33 - 17% EVAPM3/90 - E19 - 35%	4C182 2C005
07	Résultat	conforme au calque, quelle que soit la procédure.	EVAPM4/89 - D34 - 13% EVAPM3/90 - E20 - 36%	
08	Soit une pyramide... Tracé	correct : l'élève a identifié l'intersection des droites (PQ) et (BC) comme étant le point cherché.		2E013
09	Justification	correcte : (PQ) et (BC) sont coplanaires...		
10	Tracer les droites... Droite D <sub>1</sub>	bien placée	(*) : EVAPM3/90 : donné avec les coefficients directeurs (et non des vecteurs directeurs) EVAPM3/90(*) - E25 - 35%	2Y022
11	Droite D <sub>2</sub>	bien placée	EVAPM3/90(*) - E26 - 23%	
12	Droite D <sub>3</sub>	bien placée	EVAPM3/90(*) - E27 - 20%	
13	Deux homothéties Tracé	Au moins un centre bien placé quelle que soit la démarche.	Voir calque des tolérances	2C104 2D025
14	Tracé	Les deux centres bien placés quelle que soit la démarche.		
15	Justification	Utilisation d'une construction correcte et justifiée, pour au moins l'un des deux centres.		
16	Rapports	Au moins un rapport exact		
17		Les deux rapports exacts (1,5 et -1,5)		
18	..quatre solides... Cylindre	R.E.: 72 cm <sup>3</sup>	EVAPM3/90 - B12 - 19%	3V104 5V662
19	Pyramide	R.E.: 24 cm <sup>3</sup>	EVAPM3/90 - B13 - 27%	3V103
20	Prisme	R.E.: 72 cm <sup>3</sup> Tolérer l'absence d'unités	EVAPM3/90 - B14 - 25%	5V661

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
21	Signe de (3x - 5)	Ligne correcte		2A015
22	Signe de (2 - x)	ligne correcte		
23	Signe de $\frac{3x-5}{2-x}$	ligne correcte sauf éventuellement oublié ou erreur sur le zéro et (ou) la valeur d'impossibilité.		2A019
24	tableau	complet et correct		
25	Développer et réduire (3x + 2y) <sup>2</sup>	R.E. : 9x <sup>2</sup> + 12xy + 4y <sup>2</sup>		2A004
26	3(x - 2y) - 2x(x <sup>2</sup> - 3y)	Développement correct, même si non réduit		
27		R.E. : -2x <sup>3</sup> + 3x		
28	Une personne a emprunté Démarche	L'élève a posé une équation traduisant correctement l'énoncé, que le résultat final soit exact ou non.	Il est clair que la démarche algébrique n'est pas la seule possible et n'a pas à être privilégiée. EVAPM4/89 - A9 - 25% SPRESE3/84 - 26% EVAPM3/90 - P18 - 47% EVAPM5/88 - Q23 - 04% EVAPM4/89 - M10 - 12% SPRESE3/84 - 23% EVAPM3/90 - P19 - 31%	4A251
29	Résultat	R.E.: 600 F, avec ou sans justification		
30	Faire un gâteau...	R.E. : 192 ≤ q ≤ 304		2N026
31	A : Démarche	correcte, même si erreur de calcul		2N011
32	A : Résultat	R.E. : A = 3√5 - 6	accepter 3(√5 - 2)	
33	B : Démarche	correcte, même si erreur de calcul		
34	B : Résultat	R.E. : B = $\frac{13 + 5\sqrt{5}}{4}$ (ou équivalent,	mais résultat réduit)	
35	Un produit coûtant... Réponse	R.E. éventuellement non réduite	(y = x + 0,08x, ou équivalent)	
36	Réponse	y = 1,08x (ou forme y = ax) Accepter la réponse isolée 1,08x	EVAPM3/90 - D27 - 28%	3F105
37	Le prix de location... Prix en fonction de x	R.E. : 200 + 0,9 x	(ou réponse équivalente)	2F001 2F002
38	Démarche	correcte, même si erreur de calcul		
39	Réponse	R.E.: 425 F		
40	Déterminer la fonction Démarche	Mise en évidence d'un vecteur directeur ou du coefficient directeur		2F004
41	Démarche	correcte, même si erreur de calcul		
42	Réponse	R.E. : $f(x) = \frac{3}{5}x + \frac{13}{5}$	Accepter l'équation de la droite ou réponse équivalente	
43	Répartition des salaires.. Moyenne : Démarche	correcte, même si erreur de calcul		3S104
44	Moyenne : Résultat	R.E.: 9346,... (accepter toute valeur arrondie, si calcul exact)	Ne pas tenir compte d'un oubli éventuel de l'unité.	
45	Salaire médian	Accepter toute réponse montrant que l'élève a compris la notion de médiane. Par exemple : si le salaire de la 51 <sup>ème</sup> personne est 6 000F...	Remarquer qu'il n'est possible que le salaire médian soit égal à 6 000F, ce n'est pas certain. Ne pas tenir compte d'un oubli éventuel de l'unité.	

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE D**  
13 questions - 42 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Le tableau ci-contre... Tableau	complété correctement (1 ; 4 ; 19 ; 24), même si la case de gauche n'est pas ou est mal remplie.	EVAPM4/89 - Q15 - 17% EVAPM3/90 - P10 - 45%	3S101 3S105
02	Démarche	Une échelle apparaît sur les axes, ainsi qu'un diagramme ou un polygone manifestant que l'élève a bien compris la possibilité de traduire par un graphique le tableau de l'item 01.	EVAPM4/89 - Q16 - 11% EVAPM3/90 - P11 - 39%	3S108
03	Polygone	complet et correct.	EVAPM4/89 - Q17 - 07% EVAPM3/90 - P12 - 28%	
04		Autre représentation correcte (en escalier ou autre).	Cet item a été ajouté (par rapport à EVAPM4/89) pour prendre en compte l'aspect assez discutable de l'utilisation d'un polygone pour représenter des effectifs cumulés.	
05	Ecart type	R.E: 0,7... an (accepter tout arrondi ainsi que l'absence d'unité)		2S004
06	Etant donné un rectangle Périmètre : démarche	correcte même si résultat faux ou non conforme à la forme demandée.		2N013
07	Périmètre : résultat	R.E.: $6,05 \times 10^{-3}$	Ne pas tenir compte de l'oubli éventuel de l'unité.	
08	Aire : démarche	correcte même si résultat faux ou non conforme à la forme demandée.		2N015
09	Aire : résultat	R.E.: $7,5 \times 10^{-8}$	Ne pas tenir compte de l'oubli éventuel de l'unité.	
10	Fonctions Représentation de f :	Ebauche correcte d'au moins une branche de la courbe		2F009
11	Représentation de f :	Correcte		
12	Représentation de g :	Ebauche correcte même si peu précise (par exemple point anguleux à l'origine)		
13	Représentation de g :	Correcte		
14	Variation de f	f est décroissante sur [ 0,5 ; 6 ]		2F010
15	Variation de g	g est croissante sur [ 0 ; 5 ]		
16	Grandes et petites valeurs	R.E.: Grandes - petites - grandes		2F007
17	Construis l'image.... Démarche:	Tracé d'une droite manifestant une bonne compréhension de ce qui est attendu, même si hors tolérances.	L'élève a le choix entre deux rotations différentes (cf calque) EVAPM3/90 - F14 - 25%	4C156 2C006
18	Résultat	conforme au calque.	EVAPM4/89 - B9 - 15% EVAPM3/90 - F14 - 19%	
19	Vecteur orthogonal.... Justification	correcte		2Y014
20	Réponse	correcte		

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
21	Quelle est l'équation... Démarche	correcte (résultat exact ou non)		3Y106
22	Réponse	R.E.: $y = -0,5x + 3$ ou réponse équivalente	EVAPM3/90 - D13 - 50% EVAPM3/90 - D14 - 32%	
23	Quatre points A, B, C, D... Démarche	Utilisation des propriétés de l'homothétie ou de Thalès pour démontrer au moins une relation utile (y compris un parallélisme de droites)		2D025 2D011
24	Démonstration	complète et correcte		
25	Le triangle ABC... Point I	bien placé (Cf calque)		2D018
26	Point J	bien placé (Cf calque)		
27	Démonstration	correcte		2D002
28	Soit (C) un cercle... Ensemble décrit	C'est un cercle (justifié par les propriétés de l'homothétie) Centre de l'image précisé Rayon de l'image précisé ( $R' = 1,5R$ )		2D017
29				
30				
31	Résoudre l'équation Démarche	Tentative, réussie ou non, de factorisation, avec mise en évidence du facteur commun ( $x - 2$ ).		2A008
32	Résultat	factorisation exacte R.E.: $S = \{-0,5 ; 2\}$		
33				
34	Résoudre les inéquations $x^2 > 25$	R.E.: $x \in ] -\infty ; -5 [ \cup ] 5 ; +\infty [$		2A017
35	$x^2 < 9$	R.E.: $x \in ] -3 ; 3 [$		
36	$y^2 > -4$	R.E.: $S = \mathbb{R}$		
37	$z^2 < -1$	R.E.: $S = \emptyset$ <i>ou réponses équivalentes</i>		
38	Voici une représentation Démarche	Au moins un demi plan correctement identifié		A030 (N.E.)
39	Résultat	Surface correctement hachurée		
40		Indication sur la nécessité d'intégrer la frontière à l'ensemble des solutions		
41	Une entreprise exporte... Afrique	R.E.: $180 \pm 2$	Il serait trop artificiel de donner des indications sur les angles. Les réponses ne peuvent donc qu'être des valeurs approchées. EVAPM3/90 - B9 - 56% EVAPM3/90 - B10 - 50% EVAPM3/90 - B11 - 49%	3S103
42	Asie	R.E.: $120 \pm 2$		
43	Amérique	R.E.: $420 \pm 2$		

## EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE E

13 questions - 41 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence	
01	Compléter les égalités Case de gauche	R.E.: 5 et 2		2N013	
02		Case du milieu	R.E.: -2 et 1		
03		Case de droite	R.E.: -2 ; 3 et 1		
04	Ecrire l'expression... Démarche	Utilisation de l'identité remarquable, même si erreur de calcul		3A110	
05			Réponse		R.E.: $(3x + 8)(x + 2)$
06	Résoudre l'équation Démarche	début correct, par exemple x en facteur, même si erreur ultérieure		A009 (N.E.)	
07			Réponse		R.E.: $S = \{-0,5 ; 0 ; 0,5\}$
08	Résoudre l'inéquation Démarche	étude correcte du signe d'au moins un facteur, avec ou sans tableau		2A016	
09			Démarche		Utilisation d'un tableau, même si erreur dans le résultat
10			Réponse		R.E.: $S = ] -4 ; 2 [$
11			Fonctions Représentation de f :		Tracé correct : première bissectrice..
12	Représentation de g :	Au moins partiellement correct ; par exemple limité à $\mathbb{R}^+$			
13	Représentation de g :	correcte			
14	Représentation de h :	Ebauche correcte même si peu précise (par exemple point anguleux à l'origine)			
15	Représentation de h :	correcte			
16	Variation de f	Variations bien indiquées	2F009		
17	Variation de g	Variations bien indiquées			
18	Variation de h	Variations bien indiquées			
19	Variation de h	Indication correcte des valeurs aux bornes dans les tableaux de variation			
20	Dans ma ville... Démarche	correcte, même si résultat faux.	Accepter une démarche arithmétique. EVAPM3/90 - C31 - 20%	3P101	
21	Résultat	R.E.: $y = 2,5x + 7$	Accepter la réponse isolée: $2,5x + 7$ EVAPM3/90 - C32 - 12%		
22	Cet histogramme... Réponse	R.E.: 42%		S (N.E.)	

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence	
23	Retrouve, parmi les équations ... Identification correcte	de la droite d'équation $x + 3y - 12 = 0$ (case en haut à gauche)	(*EVAPM3/90 : donné avec les équations sous la forme $y = ax + b$ EVAPM3/90 (*) - Q17 - 56% EVAPM3/90 (*) - Q18 - 54% EVAPM3/90 (*) - Q19 - 70%	3Y104 2Y023	
24		de la droite d'équation $2x - 3y + 12 = 0$ (case en haut à droite)			
25		de la droite d'équation $2x - y - 3 = 0$ (case en bas)			
26		Figure espace Démarche			correcte montrant la prise en compte de la coplanarité de (OA) et de A'
27	Résultat	point B' bien placé.			
28	Tangentes.. Tracé	correct, quel que soit la démarche		2C010	
29		Construction			mettant en évidence l'utilisation d'un cercle de diamètre AO
30		Justification			correcte d'une construction correcte (La méthode utilisée peut ne pas utiliser le cercle de diamètre [AO]. On peut par exemple envisager l'utilisation d'une rotation)
31	Le plan est muni.. Point A	bien placé		2Y005 2Y007 2Y009	
32		Point B			bien placé
33		Point C			bien placé
34		Démarche			Recherche d'une relation de colinéarité (ou de non-colinéarité), même si erreur de calcul
35		Démonstration correcte			de l'alignement des trois points
36	Soit H l'homothétie Tracé	Au moins une droite conforme au calque		2C028 2C008	
37		Tracé			Les deux droites conformes, quelle que soit la démarche.
38	Propriétés	...l'image d'une droite est une droite parallèle...			
39	Propriétés	...conservation des angles...(ou équivalent)			
40	Soit A un point donné Démarche	Recherche d'une relation de colinéarité entre AM et AM' (ou de non-colinéarité), même si erreur de calcul		2D025 2D004	
41		Conclusion			correcte et démontrée ; M' est l'image de M dans l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{4}{3}$

## EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE F

16 questions - 50 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Développe et réduis... Démarche	correcte: développement conduisant au moins à $(2\sqrt{7})^2 + 2 \times 2\sqrt{7} \times 3\sqrt{5} + (3\sqrt{5})^2$	EV/APM3/90 - M14 - 54%	2N010
02	Résultat	R.E.: $73 + 12\sqrt{35}$	EV/APM3/90 - M15 - 33%	
03	Factoriser... 1ère ligne	R.E.: $(3t - 5)^2$	EV/APM3/90 - Q15 - 45%	3A112
04	2ème ligne	R.E.: $(4x + \frac{1}{2})(4x - \frac{1}{2})$ ou $\frac{1}{4}(8x + 1)(8x - 1)$ ou réponse équivalente.	EV/APM3/90 - Q16 - 37%	3A110
05	3ème ligne	R.E.: $(x - \frac{1}{2})^2$ ou $\frac{1}{4}(2x - 1)^2$	EV/APM3/90 - Q17 - 34%	3A112
06	Mettre sous la forme... Démarche	Mise en facteurs correcte de $(x + 1)$		2A006
07	Résultat	R.E.: $(x + 1)(x + 2)(x - 2)$		
08	Compléter le tableau Ligne 1, colonne 1	R.E.: $ x - 7  \leq 3$		2N020 2N030
09	Ligne 1, colonne 3	R.E.: $4 \leq x \leq 10$		
10	Ligne 2, colonne 1	R.E.: $ x  < 2$		
11	Ligne 2, colonne 2	R.E.: $d(x; 0) < 2$		
12	Ligne 3, colonne 2	R.E.: $d(x; -5) \leq 1$		
13	Ligne 3, colonne 3	R.E.: $-6 \leq x \leq -4$		
14	Ecris sous la forme $a^b$ ... 2 premières lignes	R.E.: $3^6$ et $5^3$	EV/APM4/89 - B19 - 53% EV/APM3/90 - E01 - 60%	2N013 4N223
15	Troisième ligne	R.E.: $2^{10}$	EV/APM4/89 - B20 - 48% EV/APM3/90 - E02 - 55%	
16	4ème et 5ème ligne	R.E.: $5^4$ et $2^{-1}$	EV/APM4/89 - B21 - 38% EV/APM3/90 - E03 - 46%	4N224
17	Un cercle a pour rayon Démarche correcte	utilisant la longueur 1 du cercle, y compris si l'élève s'arrête à 1/8 ...		6V511 2D026
18	Valeur exacte	R.E.: $0,75 \pi$		
19	Valeur approchée	R.E.: 2,3 cm ou 2,4 cm		
20	Le cône Démarche	utilisant correctement des relations trigonométriques dans le triangle rectangle, même si erreur ultérieure.		2E005
21	Rayon	R.E.: en cm; $r = 10 \sin(20^\circ)$	Ne pas tenir compte d'un éventuel oubli de l'unité	
22	Hauteur	R.E.: en cm; $h = 10 \cos(20^\circ)$		
23	Valeurs approchées	R.E.: en cm; $r \approx 3,4$ (ou 3,4) ; $h \approx 9,4$ (ou 9,3)		

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
24	Cercles tangents... Ensemble des centres	Au moins une droite conforme au calque de codage		2D020
25		Les deux droites conformes.		
26	Tracé des cercles	Au moins un cercle conforme		
27		Les deux cercles conformes.		
28	Justification	correcte de la construction		
29	Homothétie	Tracé conforme au calque		2C007
30	Centre de gravité	Démonstration correcte utilisant la condition : $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$		2D006
31	On donne les droites Démarche correcte	même si résultat erroné		2Y033
32	Réponse	R.E.: $x = -\frac{19}{7}$ ; $y = -\frac{3}{7}$		
33	Trace, dans le repère... 1)	tracé correct de la droite (d)	EV/APM3/90 - E25 - 35%	3Y105
34	2)	tracé correct de la droite (d')	EV/APM3/90 - E26 - 23%	
35	3)	tracé correct de la droite (d'')	EV/APM3/90 - E27 - 20%	
36	Coordonnées des vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$	R.E.: $(-0,5 ; -2)$		2Y011
37	$\vec{u} - \vec{v}$	R.E.: $(1,5 ; -12)$		2Y012
38	$-\frac{1}{4}\vec{v}$	R.E.: $(0,25 ; -1,25)$ ou équivalents		2Y013
39	Tailles des élèves... Nombre...	R.E.: 15		3S102
40	Médiane	R.E.: Toute valeur appartenant à $[166 ; 168]$		
41	Cercle trigonométrique Point N	bien placé		2C037 F021 (N.E.)
42	$\sin(\pi + \alpha)$	$= -\sin(\alpha)$		
43	Point M	bien placé		
44	$\cos(\pi - \alpha)$	$= -\cos(\alpha)$		
45	Point P	bien placé		
46	$\sin(-\alpha)$	$= -\sin(\alpha)$		
47	Point Q	bien placé		
48	$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)$	$= \sin(\alpha)$		
49	Fonction... Parité	Démonstration correcte		2F012
50	Courbe	complétée correctement		2F013

## EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE M

### Thème ALGÈBRE

7 questions - 30 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Résoudre l'équation Démarche	Tentative, réussie ou non, de factorisation, avec mise en évidence du facteur commun (x-3).		
02		factorisation exacte		2A005
03	Réponse	R.E.: $S = \left\{ 3; \frac{1}{2} \right\}$		
04	Résous le système... Première inéquation	R.E.: $x > \frac{-3}{2}$ ou équivalent	EVAPM3/90 - E05 - 39%	3A115 3A116
05	Deuxième inéquation	R.E.: $x < 5$ ou équivalent	EVAPM3/90 - E06 - 62%	
06	Système	R.E.: $\frac{-3}{2} < x < 5$ ou équivalent	EVAPM3/90 - E07 - 31% Ne pas tenir compte des bornes	
07		Respect des bornes (intervalles ouverts)		
08	Représentation	correcte	EVAPM3/90 - E08 - 34% Ne pas tenir compte des bornes, mais tenir compte de la légende, sauf si les habitudes de la classe sont assez univoques pour que l'élève ait pu juger possible de s'en passer.	
09	n litres d'essence... Equation	mise en équation correcte	d'autres modélisations sont possibles et la mise en équation n'a pas à être particulièrement privilégiée. Nous voulons simplement savoir si les élèves utilisent cette procédure.	4A251
10	Réponse	R.E.: il y avait 27 litres...		
11	Un terrain rectangulaire... a) Inéquations	Ecriture de l'inéquation $(12-x)(30-x) > 280$ ou inéquation équivalente		3A115 3A116 2A024
12		Ecriture de l'inéquation $x \leq 0,8$ ou $0,8 < x < 12$		
13	b)	Transformation de la première inéquation		
14	c)	La démarche de l'élève montre qu'il a compris qu'il convenait de résoudre le système d'inéquations de l'item 13		
15	Inéquation produit	Résolution correcte de l'inéquation produit : $S = \{ x / x \notin [2; 40] \}$		
16	Valeurs possibles	R.E. : x compris entre 0,8 et 2	Ne pas tenir compte des bornes	

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
17	Une usine produit... a) Mise en équation	correcte : $\begin{cases} 2x + 2,5y = 240 \\ 0,6x + 0,4y = 51 \end{cases}$ ou équivalent		3A119
18	Démarche	de résolution correcte, même si erreur de calcul		
19	Réponse	R.E.: 45 réfrigérateurs et 60 machines à laver		
20	b) Réponse OUI	et justification correcte		
21	Calcul et réponse :	On peut achever 25 réfrigérateurs		
22	c) Système	correcte : $\begin{cases} 2x + 2,5y \leq 250 \\ 0,6x + 0,4y \leq 60 \end{cases}$ ou équivalent	Ne pas tenir compte des bornes	3A115
23	d) Représentation	Au moins une droite bien tracée		
24		Les deux droites bien tracées		A025
25		Partie hachurée correcte (quadrilatère...)	Ne pas tenir compte des bornes	(N.E.)
26	Ecris une équation... Démarche	Equation correcte, y compris l'équation du premier degré que l'on peut obtenir directement à partir de la figure (découpée en trois rectangles et un carré).	EVAPM4/89 - P25 - 15% EVAPM3/90 - M16 - 27%	4A251 App
27	Résultat	R.E.: 3,05 cm (ou 3,05) obtenue par résolution correcte d'une équation.	EVAPM4/89 - P26 - 05% EVAPM3/90 - M17 - 18%	
28		R.E.: quelle que soit la démarche.	EVAPM4/89 - P27 - 07% EVAPM3/90 - M18 - 18%	
29	Résoudre le système... Démarche	correcte ; début de résolution, même si résultats faux		2A014
30	Résultat	R.E.: $x = 5$		
31		R.E.: $y = 2$		
32		R.E.: $z = \frac{2}{3}$		

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE N**  
**Thème FONCTIONS**  
 6 questions - 38 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence	
01	Le plan est muni d'un repère... 1°) Image de 4	bien indiquée			
02	Nombre dont l'image est 2°) f(x)	bien indiquée		3P101	
03		Identification de la forme cherchée (f(x) = ax + b)			
04		Démarche correcte, même si erreur de calcul			
05	Réponse	R.E.: $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$			
06	Voici la représentation graphique... 1°) Tableau	correct et complet en ce qui concerne les variations, même s'il manque des éléments (par exemple, valeurs aux bornes...)		F027	
07	Tableau	correct et complet		F028	
08		R.E.: S = { -1 ; 3 }		F029	
09		3°) Signe de h(x)	R.E.: h(x) est négatif (ou nul) pour x appartenant à ] -2 ; -1 ] et est positif (ou nul) pour x appartenant à ] -1 ; 1 ]	Ou toute réponse correcte (un tableau n'est pas indispensable).	
10	4°) h(x) ≥ 3	R.E.: S = { 0 ; 2 }		F030	
11	Fonction ou pas fonction ?	A	R.E.: OUI		
12		B	R.E.: NON		
13		C	R.E.: NON		F014
14		D	R.E.: OUI		
15		E	R.E.: NON		
16		F	R.E.: OUI		
17	Fonction g... 2°) Démarché	Basée sur la comparaison avec des fonctions connues : Dans [0 ; 2], x <sup>2</sup> est croissante, x est croissante, 3x <sup>2</sup> + 1 est croissante et donc, 1 / (3x <sup>2</sup> + 1) est décroissante. Même si incomplet ou erroné.		F032	
18	Démarche	Basée sur la comparaison de g(b) et g(a)... Même si incomplet ou erroné.		F012	
19	Démonstration	correcte et complète de la décroissance...		F032	
20	2°) g est paire	Démonstration correcte			
21	3°) Tableau	correct et complet			
22	4°) a)	$\frac{1}{13} \leq g(x) \leq \frac{1}{4}$		F030	
23	4°) b)	$\frac{1}{13} \leq g(x) \leq 1$			
24	Voici un tableau	1°) f est croissante sur ] -7 ; -3 ]		F025	
25		f est décroissante sur ] -3 ; 1 ]			
26		f est croissante sur ] 1 ; 7 ]			
27		2°) case de gauche	R.E.: f(-6) < f(-4)		
28		case du milieu	R.E.: f(-2) > f(-1)		
29		case du droite	R.E.: f(4) < f(5)		
30		3°) f(-4) < 5	R.E.: VRAI		
31		f(-6) = 2	R.E.: ...ne permet pas de répondre		
32		f(7) = 0	R.E.: VRAI		
33		f(2) = 3	R.E.: FAUX		
34		f(-5) > f(4)	R.E.: VRAI		
35		4°) Maximum	R.E.: 5		
36	Minimum	R.E.: -2			
37	On donne un point O... Définition	La fonction est définie pour r compris entre 2 et 6 (ne pas tenir compte des bornes)		F016	
38	s → r	R.E.: NON, justifiée...			

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE P**  
**Thème ESPACE**  
 6 questions - 26 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Diagonale du pavé. Démarche	L'élève a identifié le triangle AEG comme étant rectangle, ou encore, deux triangles rectangles permettant de résoudre le problème	EV/APM4/89 - P6 - 27% EV/APM3/90 - A5 - 57%	3E01
02	Résultat	Énoncé correct de la relation de Pythagore ou/et application à l'un au moins des triangles rectangles, que le résultat soit exact ou non.	EV/APM4/89 - P7 - 26% EV/APM3/90 - A6 - 60%	
03		R.E.: 13 cm (ou 13), ou nombre voisin qui pourrait être obtenu en utilisant le triangle ABF.	EV/APM4/89 - P8 - 21% EV/APM3/90 - A7 - 48%	
04		Voici un cube. Démarche	Dessin d'un rectangle non carré conforme ou non au calque	EV/APM5/88 - Q14 - 17% EV/APM3/90 - D11 - 42%
05	Résultat	Conforme au calque	EV/APM5/88 - Q15 - 12% EV/APM3/90 - D12 - 40% Attention: 05 implique 04	2E014 (N.E.)
06	Cube tronqué N°1. Tracé	montre une bonne compréhension de ce qu'il faut faire, même si figure très peu précise avec absence de pointillés ou autre erreur secondaire		E015 (N.E.)
07	Segment [IJ] Segment [JK] Segment [KL] Segment [LM] Segment [MI]	bien tracé	Le calque ne comporte pas de tolérances précises. Il y a lieu d'être très "tolérant". En exercice on pourra calculer l'effet final (sur I') d'une erreur de 1/2 degré sur la direction du premier segment tracé	
08		bien tracé		
09		bien tracé		
10		bien tracé		
11		bien tracé		
12	Cube tronqué N°2. 1°) Point I	bien placé (intersection des droites (RP) et (AB))	Question SPRESE2/86 SPRESE 2/86 - 19%	2E013 E015 (N.E.)
13	2°) Intersection de (CPR)	Tracé du quadrilatère CPRH	SPRESE 2/86 - 01%	
14		3°) CR - démarche		
15	démarche	correcte avec énoncé du théorème de Pythagore (ou écriture d'une relation exacte), même si erreur de calcul		E017 (N.E.)
16	Résultat	R.E.: CR = 90 cm	SPRESE 2/86 - 06%	
17	4°) Volume - démarche	Calcul du volume du tétraèdre FRQP en utilisant une arête comme hauteur		
18	Volume du tétraèdre FRQP	Essai ou réussite du calcul de la hauteur issue de F dans le tétraèdre FRQP	(L'expérience prouve que c'est la démarche la plus souvent tentée)	
19		R.E.: 4 500 cm <sup>3</sup>	éventuellement valeur approchée correcte	2E018
20		Volume du cube tronqué	R.E.: 211 500 cm <sup>3</sup> (quelle que soit la démarche)	
21	Pyramide n°1. 1°) (IL)/(BD)	Démonstration correcte		2E001
22		2°) IJKL coplanaires	Démonstration correcte	2E006
23		IJKL est un parallélogramme	Démonstration correcte	E014 (N.E.)
24		3°) (BD) ne coupe pas le plan (IJK)	Démonstration correcte	2E002
25	Pyramide n°2. Réponse	exacte: (IJ)		E012
26		Démonstration	correcte	

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE Q**  
**Thème PLAN MUNI d'un REPÈRE**  
 9 questions - 46 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
01	Sur une droite Distance AB	Démarche correcte faisant intervenir la valeur absolue, même si erreur de calcul ensuite.		5Y613
02		R.E.: 4,5, quelle que soit la démarche		
03	Abscisse de C	Démarche correcte faisant intervenir la relation de Chasles, même si erreur de calcul ensuite.		2Y004
04		R.E.: $-5,4$ (ou $-\frac{27}{5}$ ), quelle que soit la démarche.		
05	Le plan étant muni... ...droite (D)....			3Y107
06	Démarche Résultat	correcte, même si résultat faux. R.E.: $y = -4x + 6$	EVAPM3/90 - F24 - 43% EVAPM3/90 - F25 - 36%	
07	Trace, dans le plan....			3Y104
08	a)	Droite D1 bien tracée.	Ne pas attacher trop d'importance à la précision du tracé.	3Y104ZY023
09	b)	Droite D2 bien tracée.		
10	c)	Droite D3 bien tracée.		
10	d)	Droite D4 bien tracée.		
11	Etude de 5 droites... (d <sub>1</sub> ) et (d <sub>3</sub> ) : réponse	R.E. (d <sub>1</sub> ) et (d <sub>3</sub> ) sont sécantes, quelle que soit la démarche		2Y032
12	Droites parallèles	R.E. (d <sub>2</sub> ) et (d <sub>4</sub> ) sont parallèles, quelle que soit la démarche		
13		R.E. (d <sub>2</sub> ) et (d <sub>3</sub> ) sont perpendiculaires, quelle que soit la démarche		
14	Démarche	Dans au moins un cas, utilisation de vecteurs directeurs dans une démarche correcte		
15		Dans au moins un cas, utilisation de coefficients directeurs dans une démarche correcte		
16		Dans au moins un cas, utilisation implicite (ou éventuellement explicite) de déterminants ou de produits scalaires.		
17	Le plan P est muni.... Coordonnées de B	Démarche correcte même si erreur de calcul		2Y050
18		R.E.: B( 1 ; 3 )		
19	Coordonnées de M	Démarche correcte même si erreur de calcul		2Y010
20		R.E.: M( - 2,75 ; 5,5 ) ou réponse équivalente		

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
21	Le plan est muni 1°) Placer les points...	Points A, B C et D bien placés		2Y025
22	2°) Hauteur ..	Démarche correcte même si erreur de calcul		
23	Réponse	R.E. : $y = 2,5x$		
24	3°) ..passe par le milieu... ..	R.E.: OUI, correctement justifiée.		
25	Dans le plan...	R.E.: NON justifiée par Pythagore	Il y a bien des façons de résoudre cette question, et l'analyse des coordonnées des vecteurs n'est pas la moins intéressante, même si le produit scalaire n'a pas à être mentionné. En tout cas, il n'y a pas à favoriser les autres méthodes. EVAPM3/90 - 9A8 - 37% EVAPM3/90 - 9A9 - 05% EVAPM3/90 - 9A10 - 06% EVAPM3/90 - 9A11 - 03%	3Y103 App
26		R.E.: NON, justifiée par des équations de droites		
27		R.E.: NON, justifiée par le calcul direct des coefficients directeurs (pentes) des droites.		
28		R.E.: NON, justifiée par l'analyse des coordonnées des vecteurs avec référence ou non au quadrillage (orthogonalité de (a;b) et (-b;a)).		
29	Le plan est muni.. 1°) Coordonnées de B	R.E.: B(x ; 3)	Question empruntée à SPRESE2/86(*), mais avec une modification importante de la formulation	2Y009 2Y018
30	Coordonnées de C	R.E.: C(x ; 0)		
31	Coordonnées de D	R.E.: D( x + 2 ; 0)		
32	Coordonnées de E	R.E.: E( x + 2 ; y )		
33	Coordonnées de G	R.E.: G( x + 2 ; 3)		
34	2°) Démarche	Utilisation ou essai d'utilisation des équations des droites (OB) et (FG)		
35	Démarche	Utilisation ou essai d'utilisation directe des coefficients directeurs des droites (OB) et (FG)		
36	Démarche	Utilisation ou essai d'utilisation directe des vecteurs $\vec{OB}$ et $\vec{FG}$ .		
37	Réponse	R.E.: $2x - 3y + 9 = 0$ , quelle que soit la démarche		
38	3°) Démarche	correcte même si erreur de calcul		
39	Réponse	R.E. : $3x + 2y - 32 = 0$		
40	4°) Démarche	correcte même si erreur de calcul		
41	Réponse	R.E. : $x = 6 ; y = 7$		
42	Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ 1°) Démarche	Mise en évidence de la formule, même si résultats faux	SPRESE 2/86(*) - 02%	2Y015
43		R.E. : 5		
44	norme de $\vec{u}$	R.E. : 5		
45	norme de $\vec{v}$	R.E. et justifiée		
46	2°)			
46	3°)	Un troisième vecteur est trouvé qui vérifie les conditions.		

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE R**  
**Portant sur l'ensemble du programme (Q.C.M N°1)**  
 29 questions - 29 items

Seules sont indiquées les réponses OUI. Le code 1 est attribué si les réponses OUI attendues sont entourées ET si les réponses NON sont entourées dans les autres cas.  
 Pour le codage, compter les réponses Insp comme des erreurs, ce qu'il ne conviendrait de faire pour une autre utilisation de ces questionnaires. Pour nos analyses, nous étudierons d'ailleurs, sur échantillon, la distribution du code Insp.

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
<b>Page 2</b>				
01	Milieu d'un segment...	a - - c - d		2D005
02	Symétrie centrale...	a - - c - d		2D014
03	Centre de gravité...	a - b - -		2D006
04	Parallélogramme...	a - b - - d		3D111
05	Parallèles (case de gauche)	- - c - d		2D011
06	La mesure principale...	- b - -		2D028
07	Droite et plan...	a - - - d		2E013
08	Le cube	- b - c -		E014 (N.E.)
<b>Page 3</b>				
09	ABCD est un rectangle...	- b - -		2D021
10	Plan médiateur	- - c -		2E009
11	Droite perpendiculaire à un plan	a - - - d		2E004
12	Longueur PQ...	- - c -	IEA TER/84 - JPN: 72% - USA: 32%	2D029
13	Aire du disque...	a - - -		5V653
14	Mesures algébriques...	- - c - d	La notion de mesure algébrique figure au programme, nous devons donc la prendre en compte dans l'évaluation. Les avis sont partagés sur l'intérêt de cette notion et cette prise en compte ne constitue pas une prise de position sur son intérêt.	2Y001
15	Coefficient directeur...	- b - -		2Y027
16	Vecteurs colinéaires...	- b - -		2Y016
17	Abscisse d'un point...	- b - - d		Y...
<b>Page 4</b>				
18	$5 < a < 7$ ...	a - - c -		2N017
				2N018
19	$ x $ ....	- b - - d		2N031
20	Expression quotient ..	- - c - d		2A001
21	Expression produit...	- - c -		2A003
22	Pour tous réels a, b, c, d.	- - c -	IEA TER/84 - JPN: 93% - USA: 59%	2A002
23	Utilisation calculatrice...	- b - -		2N...
24	Utilisation calculatrice...	- - c -	EVAPM3/90 - Calcul machine - 49%	2N...
25	Moyenne...	- - - d	IEA TER/84 - JPN: 85% - USA: 32%	2S003

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE S**  
**Portant sur l'ensemble du programme (Q.C.M N°2)**  
 31 questions - 31 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
<b>Page 2</b>				
01	N, Z ...	- b - c - d		N...
02	Intervalles de R...	a - - - d		N...
03	$ x $ ....	- b - c - d		2N029
04	a désignant un réel...	- - c -		2N019
05	Factorisation...	- - - d		2A007
06	Expression quotient...	- b - -		2A001
07	Valeur arrondie...	a - - -	EVAPM3/90 - Calcul machine - 27%	2N100
08	$(1 + 3/4)/(1 - 3/4)$	- b - -		2N008
09	Longueur PQ...	- - c -		2D041
10	Condition nécessaire et suffisante...	- - c -		A...
<b>Page 3</b>				
11	Milieu d'un segment...	- - c - d		2D005
12	Norme d'un vecteur...	- - - d		2Y015
13	Translation...	- b - c -		2D015
14	Parallélogramme...	- b - c - d		2D018
15	Vecteurs orthogonaux...	- - - d		2Y018
16	Longueur BM	- b - -	IEA TER/84 - JPN: 74% - USA: 51%	3D103
17	Equation de droites...	a - - -		2Y024
18	Centre de gravité...	a - b - -		2D006
<b>Page 4</b>				
19	ABCD est un rectangle...	- - c -		2D022
20	Cube et droites...	- b - - d		2E001
21	cube, droite et plans...	- b - c -		2E002
22	Radians $\rightarrow$ degrés	- b - -		2D027
23	Coefficient directeur	- b - -		2Y026
24	Mesures algébriques	- b - - d	Voir questionnaire R item 16	Y001 (N.E.)
25	parité fonction f	- b - -		2F011
26	parité fonction g	- - c -		2F011
27	parité fonction h	- - c -		2F011
28	parité fonction k	a - - -		2F011

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE T**  
Epreuve *Argumentation - Raisonnement - Expression*  
6 exercices - 37 items

**REMARQUES GENERALES**

- En géométrie aussi bien qu'en calcul algébrique ou vectoriel, ou qu'en analyse, une rédaction de démonstration peut s'organiser de manière parfaitement licite en partant de la conclusion ou d'une conjecture de celle-ci. On peut rédiger comme on a cherché. La seule chose demandée est que les déductions mises en jeu soient logiques, correctes et bien enchaînées s'il y a lieu.  
Il serait évidemment souhaitable que la rédaction témoigne bien de la démarche suivie et qu'elle évite d'affirmer avant d'avoir démontré (ou sans employer des précautions, ainsi avec des " : " qui annoncent que l'on va motiver). Mais dans cette grille, tout ne peut pas être pris en compte et codé.
- La "correction" d'une démonstration ne saurait exiger la citation de tous les théorèmes utilisés (ou de leur mention par leur nom éventuel). Il y a là une grande part d'arbitraire.  
Il sera souhaitable d'apprécier à la lumière de la tonalité générale de la réponse à la question traitée voire de la tonalité de la copie entière... De même pour les diverses étapes intermédiaires éventuelles et leur justification explicite.
- Il n'est pas prévu de tenir compte de la correction ou non de l'emploi des abréviations de "droite", "segment", "longueur". (Ainsi, pour (BC), [BC], BC )

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
<i>Exercice N°1 : Labyrinthe</i>				
1	Réponses : Phrase 1	Réponse.Exacte.: FAUX		
2	Phrase 2	Réponse.Exacte.: VRAI	<i>IREM BESANCON 2/86 :</i>	
3	Phrase 3	R.E.: On ne peut pas savoir	<i>Réussite conjointe 1, 2 et 3 : 84%</i>	
4	Phrase 4	R.E.: VRAI		
5	Phrase 5	R.E.: VRAI	<i>IREM BESANCON 2/86 :</i>	
6	Phrase 6	R.E.: FAUX	<i>Réussite conjointe 4,5 et 6 : 33%</i>	
7	Phrase 6	Réponse : On ne peut pas savoir		
8	Explications	Réponse fréquente, à relier à une non prise en compte de la globalité de la relation étudiée		
9	Explications	Clares pour les phrases 1 à 3, même si certaines réponses sont fausses Clares pour les phrases 4 à 6, même si certaines réponses sont fausses		
<i>Exercice N°2 Les boîtes Boîtes et boules</i>				
10		Bonne répartition des boules, avec ou sans explications	<i>IREM BESANCON 2/86 : 80%</i>	
11		Bonne répartition, avec des explications, convaincantes ou non		
12		Bonne répartition, avec des explications convaincante		
<i>Exercice N°3</i>				
13	Triangle, puis parallélogrammes	Figure correcte, "particulière" ou non, bien lisible ou non		
14		Une figure avec, par exemple, $AB = AC$ , sera "particulière"		
15		Figure correcte non "particulière", bien lisible ou non Une figure sera "lisible" si elle est assez grande et non écrasée. Tant pis si elle n'est ni codée, ni avec des couleurs Figure correcte non "particulière" et bien lisible Une figure à main levée, <i>expressément déclarée telle</i> , sera considérée comme correcte, surtout si elle est codée pourvu qu'elle ne présente aucune aberration <i>IREM BESANCON 3/90 : 80%</i>		

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
17		Démonstration correcte Si le théorème d'appui n'est pas cité mais est suffisamment implicite (par exemple : "[AC] et [IK] ont le même milieu M donc AICK est un parallélogramme"), ce sera considéré comme correct <i>EVAPM3/90 : 68%</i>		
18	Question 2	Conjecture correcte sur la nature de AKIB		
19		Début de démonstration correcte, avec mise en place des éléments nécessaires à l'application de la propriété caractéristique. Pour AKIB, si l'on utilise "deux côtés à la fois parallèles et de même longueur", tant pis s'il n'est pas fait mention de <u>convexité</u> (de même avec les quaterns côtés deux à deux de même longueur).		
20		Démonstration totalement correcte	<i>EVAPM3/90 : 19%</i>	
21	Question 3	Conjecture ou affirmation correcte pour J	<i>EVAPM3/90 : 41%</i>	
22		Démonstration correcte pour J "N milieu de [AJ]" peut ne pas être très explicitement motivé. Par exemple "AKIB est un parallélogramme donc N est le milieu de [AJ]" suffira <i>EVAPM3/90 : 16%</i>		
23		Démonstration correcte pour l'intersection de (I J) et [A K] <i>EVAPM3/90 : 13%</i>		
<i>Exercice N°4</i>				
24	Parallélogramme, puis points alignés	Figure correcte Figure non "particulière", E et F bien placés		
25		Déclaration d'un objectif exprimant l'alignement Par exemple : "...vouloir établir que deux vecteurs, cités, sont colinéaires c'est-à-dire que..."		
26		Démonstration correcte		
<i>Exercice N°5</i>				
27	Maisons, métiers	Une réponse correcte, avec ou sans explications, et pas d'autre réponse		
28		Les deux réponses correctes, avec ou sans explications		
29		Explications convaincantes pour la réponse correcte, ou les réponses correctes		
<i>Exercice N°6</i>				
30	Tétraèdre	Figure lisible, claire, utilisable		
31	Question 1	Bonne conjecture, avec ou sans démonstration (droite (AM)...) Bonne démonstration		
32				
33	Question 2	(IG) et (DM) sécantes, avec une démonstration convenable utilisant soit un "bon" théorème, soit un théorème réciproque		
34		Démonstration totalement correcte Le pré-test a montré des appels à la "réciproque de Thalès": - parfois bien utilisée - parfois utilisé en lieu et place du théorème direct (utile par sa contraposée, cette dénomination étant loin d'être indispensable)		
35	Question 3	D' sur (GI), avec une bonne démonstration		
36		D' sur (GI), aux "deux tiers...", avec une bonne démonstration		
<i>Ensemble</i>				
37	Capacité générale à bien rédiger	Phrases bien faites, organisées avec cohérence, dans une démarche claire Apprécier sur l'ensemble de la copie		

**EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE U**  
Epreuve *Recherche de Problèmes*  
5 Problèmes - 31 items

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
<i>Exercice N1</i>				
1	Sucettes	Problème traité, bien, sans mise en équation	C'était la méthode la plus simple!	
2				
3				
4				
5				
6				
<i>Exercice N2</i>				
7	Moyennes	Mise en route <u>bien expliquée</u> d'une recherche	Tant pis si la mise en route n'est pas bien expliquée	
8				
9				
10				
11				
<i>Exercice N3</i>				
12	Les trains	Mise en place d'une méthode (avec ou sans graphique), correcte ou non	Certains élèves pourront partir à 0 heure de Detroit en faisant comme si aucun train n'était parti de Chicago avant 0 heure. Ils ne trouveront alors que 6 trains. Ce sera considéré comme correct pourvu que leur hypothèse soit bien précisée.	
13				
14				
15				
15	Réponse	R.E. : 11 trains (quelle que soit la démarche)	<i>REM BESANCON 2/86 :</i> Résultat exact : 04%	

Item N°	Identification	Conditions d'attribution du code 1	Remarques	Code compétence
<i>Exercice N4</i>				
16	Quadrilatère et milieux	Essais suffisamment nombreux et variés (M en A et N en D ou C, M en B et N en D ou C, autres positions de [MN], avec des directions très variées,...) et milieux bien placés sur [MN]		
17				
18				
19				
20				
<i>Exercice N5</i>				
20	Carré qui pivote	Essais, soit par des dessins, soit par découpage d'un carré et expérimentation "réelle" en le faisant tourner...	L'expérimentation par découpage et manipulation d'un carré est plus rapide, plus parlante, plus féconde !	
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				
31				

# Résultats généraux

Taille de l'échantillon classe étudié : 400 classes (totalisant 12 967 élèves)

Taille de l'échantillon élèves étudié : 1 800 élèves (pris dans 1 200 classes différentes)

Nombre moyen d'heures hebdomadaires de Mathématiques : 4,18 (Ecart type : 0,42)

Nombre moyen d'élèves par classe : 32,4 (Ecart type : 3,83)

Pourcentage d'élèves admis en Première : 80%

<b>L E G E N D E</b>	M	Garçons
	F	Filles
	T	Ensemble (Tout)
	G	Domaine Géométrique
	N	Domaine Numérique
	D	Domaine Données - Fonctions

	Répartition selon critères			Moyenne de Mathématiques de l'année (Communiquée par les professeurs)				Résultats EVAPM2/91 : Scores normaux réduits											
	T	M	F	T	M	F	Normée	Tous questionnaires (sauf T, U et V)				Questionnaires A, B, C, D, E, F				Questionnaires M, N, P, Q, R, S			
								T	G	N	D	T	G	N	D	T	G	N	D
<b>Ensemble</b>				<b>10,39</b>			<b>0</b>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Garçons	48%			10,87			0,14	0,21	0,20	0,13	0,18	0,20	0,18	0,13	0,18	0,18	0,21	0,11	0,15
Filles	52%			9,95			-0,13	-0,19	-0,19	-0,12	-0,16	-0,18	-0,17	-0,12	-0,17	-0,16	-0,21	-0,09	-0,13
Nés en 75	55%			10,96	11,41	10,54	0,17	0,20	0,20	0,11	0,12	0,18	0,19	0,10	0,12	0,19	0,20	0,13	0,12
Redoublants en cours	12%			10,18	10,81	9,55	-0,06	-0,20	-0,26	-0,02	-0,07	-0,13	-0,23	0,03	-0,09	-0,25	-0,37	-0,23	-0,01
<b>Selon orientation</b>																			
1ère S	35%	56%	44%	13,17	13,19	13,14	0,84	0,83	0,79	0,64	0,52	0,77	0,73	0,60	0,48	0,75	0,76	0,63	0,56
1ère B	14%	38%	62%	9,65	9,61	9,68	-0,22	-0,27	-0,27	-0,16	-0,13	-0,21	-0,21	-0,15	-0,16	-0,28	-0,36	-0,19	-0,07
1ère A	13%	16%	84%	8,83	8,45	8,89	-0,47	-0,54	-0,53	-0,40	-0,39	-0,52	-0,52	-0,35	-0,36	-0,48	-0,47	-0,40	-0,34
1ère G	10%	35%	65%	8,39	8,55	8,31	-0,61	-0,70	-0,70	-0,47	-0,47	-0,66	-0,62	-0,46	-0,43	-0,65	-0,71	-0,49	-0,56
1ère F...	7%	79%	16%	10,07	10,12	9,67	-0,10	-0,25	-0,24	-0,24	-0,05	-0,20	-0,21	-0,23	-0,01	-0,26	-0,25	-0,24	-0,11
1ère E	3%	95%	5%	13,01	12,98	13,63	0,80	0,74	0,67	0,50	0,50	0,69	0,60	0,51	0,51	0,67	0,70	0,48	0,74
LP	3%	51%	47%	7,17	8,16	5,99	-0,98	-0,80	-0,74	-0,63	-0,49	-0,76	-0,73	-0,59	-0,43	-0,71	-0,74	-0,47	-0,73
Redoublement	13%	48%	52%	7,36	7,40	7,33	-0,92	-0,62	-0,57	-0,56	-0,43	-0,64	-0,56	-0,56	-0,38	-0,51	-0,50	-0,51	-0,43
1ère A1	5%	15%	84%	10,36	9,77	-0,81	-0,01	-0,19	-0,19	-0,10	-0,13	-0,12	-0,18	-0,04	-0,09	-0,23	-0,20	-0,22	-0,32
1ère A2	6%	13%	87%	7,71	6,23	-0,01	-0,81	-0,81	-0,80	-0,63	-0,59	-0,83	-0,78	-0,60	-0,58	-0,67	-0,69	-0,52	-0,43
Compté..	11%			10,09	10,78	9,47	-0,09	0,19	0,12	0,20	0,10	0,12	0,09	0,15	0,07	0,23	0,25	0,22	0,09
Participé à EVAPM3/90	14%			10,75	11,63	9,96	0,11	0,09	0,11	0,07	0,05	0,11	0,14	0,09	0,05	0,05	0,07	-0,02	0,09

En ce qui concerne les variables normées réduites, au seuil de confiance de 0,99, la différence de deux moyennes est significative dès qu'elle est supérieure à 0,12

La différence des résultats EVAPM des Filles et des Garçons admis en 1ère S est significative, mais très faible (0,17)

EVAPM 2/91

## Résultats complets par questionnaires (Questionnaires A, B et C) - Taux de pourcentages

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE A																																																				
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50		
Domaine	A		A	S	S	S	S	F	N	A	A	A	N	N	N	N	N	N	N	N				A	A	A		A	C	C			D	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	Y	Y	Y	C	C
% absolu Code 1	87	61	63	65	63	36	22	66	83	61	68	61	75	89	86	84	83	77	71	58	29	11	30	22	49	13	40	33	32	14	10	17	56	50	42	28	43	22	36	34	85	79	64	28	19	14	23	75	62			
% relatif code 1	97	78	81	80	78	51	32	75	85	65	79	72	81	93	90	89	90	85	74	64	39	18	43	32	72	22	57	67	65	42	27	40	72	65	60	41	65	40	52	50	93	90	71	43	48	36	55	94	80			
% non-réponses	6	12	12	21	21	32	33	13	2	3	8	11	2	1	2	3	4	4	4	10	21	36	23	24	27	46	28	44	44	58	61	51	20	22	27	30	35	40	27	27	8	9	15	28	52	54	54	17	19			
Admis en 1ère S	99	82	86	85	84	50	33	83	87	75	88	81	96	100	96	93	96	92	93	81	55	21	57	45	78	21	65	64	62	35	23	47	82	72	65	46	67	46	66	65	88	90	73	38	43	35	48	94	86			
Redoublement	84	51	58	40	40	23	16	37	77	35	53	42	72	86	81	77	79	67	53	40	5	0	2	2	33	5	16	7	7	7	2	5	40	30	30	21	28	9	12	9	79	74	53	33	7	2	2	65	49			
Garçons	94	72	75	70	69	39	25	69	84	60	77	69	85	94	88	88	85	81	72	63	35	14	37	32	56	12	44	49	47	20	9	23	64	57	50	34	50	28	40	39	85	79	64	31	25	18	27	80	72			
Filles	88	65	67	57	55	30	18	61	83	65	68	59	73	89	88	84	87	80	70	52	26	9	27	16	48	12	38	26	26	15	11	16	51	44	38	24	35	20	36	34	85	84	57	29	21	16	23	74	57			
Compté	96	80	84	72	68	42	22	64	82	80	74	62	86	90	90	86	92	88	72	60	32	18	38	28	52	14	46	40	40	30	10	30	62	58	46	30	46	20	36	36	94	84	72	36	26	18	34	82	66			

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE B																																																		
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Domaine	C	C	C	C	C	C	D	D	D	D	D	Y	Y	C	C	C	C			S	E	E	N	N	F	F	F	F	F	F	N	N	N	N	N	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A					
% absolu Code 1	89	77	73	67	63	43	24	56	49	38	33	31	20	73	70	67	61	58	7	66	47	25	9	34	68	59	59	53	30	30	70	75	76	67	59	41	62	58	22	26	64	53	51	39						
% relatif code 1	90	79	76	72	89	63	38	77	77	56	49	56	35	90	86	86	80	84		91	71	31	8	47	74	64	70	67	38	45	75	82	83	75	71	51	74	75	25	38	79	67	62	55						
% non-réponses	0	1	4	6	27	31	32	29	36	38	42	48	50	20	23	22	23	26		25	33	35	26	32	7	8	16	17	21	29	15	15	15	17	17	24	16	19	34	44	20	20	20	32						
Admis en 1ère S	91	94	93	92	82	65	39	73	84	64	57	49	31	83	82	78	72	79		86	68	32	9	45	78	68	75	76	49	55	80	84	85	79	81	64	79	78	26	38	76	64	63	59						
Redoublement	91	70	60	42	53	30	5	30	44	30	19	9	7	65	58	63	49	60		65	28	16	2	26	72	60	40	23	12	19	49	51	51	47	44	26	49	49	7	9	40	35	35	21						
Garçons	93	87	79	76	67	42	23	53	55	43	37	30	17	73	69	70	67	72		79	48	20	7	41	75	60	61	61	42	44	68	71	71	66	61	45	67	67	16	21	61	53	51	42						
Filles	87	70	68	59	63	44	29	57	43	26	20	28	18	71	64	64	55	52		57	46	21	4	23	63	57	57	51	18	20	59	69	70	59	56	33	59	55	17	21	66	54	48	34						
Compté	94	61	67	61	75	39	19	58	53	36	33	33	22	69	64	67	58	56		69	42	6	8	39	67	64	72	72	33	33	58	69	78	56	56	47	64	64	19	31	78	75	67	47						

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE C																																																		
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Domaine	D	D	D	Y	Y	C	C	E	E	Y	Y	Y	C	C	C	C	C	E	E	E	E	E	E	E	A	A	A	A	A	N	N	N	N	N	N	A	A	A	A	A	F	F	F	S	S	S				
% absolu Code 1	38	53	50	58	51	50	56	30	14	89	55	63	41	20	12	25	9	11	20	8	76	65	61	26	72	75	64	68	58	59	40	30	35	22	53	32	32	34	38	19	15	8	39	35	10					
% relatif code 1	49	64	61	73	67	58	63	45	27	93	53	60	66	38	24	50	21	29	57	19	83	63	62	28	74	83	70	79	66	66	59	51	63	38	60	40	49	56	65	50	43	23	57	52	32					
% non-réponses	28	19	20	19	20	20	18	27	44	4	3	4	42	47	67	61	62	58	63	66	5	5	5	6	3	7	7	17	19	11	38	40	48	49	17	19	37	39	41	64	65	65	34	34	64					
Admis en 1ère S	54	71	69	77	75	65	71	49	29	95	69	75	49	29	14	27	14	19	26	11	92	86	84	37	80	91	76	90	81	70	51	45	45	36	73	55	51	51	55	30	30	19	49	47	15					
Redoublement	22	35	32	57	46	30	38	19	5	84	46	49	30	11	3	19	5	5	19	0	54	43	38	14	62	59	51	49	35	62	19	19	19	8	41	14	16	22	22	11	3	3	43	35	11					
Garçons	37	53	51	63	61	53	59	41	21	91	55	60	47	28	12	26	12	20	22	10	84	66	64	29	77	77	66	71	60	61	34	30	30	20	54	36	36	42	46	23	19	11	43	42	12					
Filles	34	51	46	56	47	39	44	22	8	88	48	54	28	12	4	13	4	4	20	2	75	54	54	23	66	78	66	59	46	57	40	32	35	19	45	29	24	25	30	13	11	6	31	27	12					
Compté	48	61	52	61	52	36	42	27	12	88	48	48	27	9	15	18	9	15	21	12	91	67	67	39	76	85	70	64	55	52	52	45	48	30	58	36	36	42	52	15	18	9	30	30	6					

Résultats complets par questionnaires (Questionnaires D, E et F)

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE D																																													
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	34	
Domaine	S	S			S	N	N	N	N	F	F	F	F	F	F	F	C	C	D	D	Y	Y	D	D	C	C	D	D	D	D	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	S	S	S	S
% absolu Code 1	48	32	16	13	5	79	54	83	67	68	50	61	40	68	70	62	35	27	27	23	62	47	33	17	94	89	33	16	6	6	63	52	41	20	18	17	46	52	34	15	62	57	56	22	
% relatif code 1	65	69	39	28	19	86	59	92	72	82	56	74	44	81	86	64	50	37	46	39	73	56	73	34	98	94	46	46	26	14	64	54	39	18	18	16	52	68	46	24	78	71	70	0	
% non-réponses	43	52	59	67	74	9	10	8	9	15	15	18	18	16	16	8	32	32	52	51	23	25	44	45	5	5	31	65	73	74	8	9	12	9	10	15	16	19	19	31	28	28	28	0	
Admis en 1ère S	43	44	23	8	9	95	74	94	83	90	71	85	59	91	93	76	55	50	36	31	80	69	73	45	98	95	63	38	14	9	85	71	55	25	24	20	63	68	53	24	73	69	69	28	
Redoublement	30	26	18	8	4	80	50	82	64	56	40	48	28	48	56	42	18	12	6	8	38	24	34	4	92	90	20	8	4	2	36	30	8	8	8	10	30	42	26	16	54	52	52	22	
Garçons	39	35	14	9	6	83	60	84	69	73	51	69	42	70	72	65	39	32	23	20	57	43	44	21	92	88	40	17	8	5	63	50	35	17	18	16	44	57	38	16	57	52	50	20	
Filles	37	32	18	9	4	74	48	84	63	66	45	54	30	67	72	54	29	19	21	19	56	40	37	16	93	91	23	15	7	3	56	49	32	16	14	11	43	53	36	18	55	51	51	24	
Compté	27	31	15	0	4	88	69	92	73	58	42	62	31	54	62	58	35	27	27	27	46	38	46	35	96	92	42	19	15	4	54	42	31	8	12	15	46	62	42	12	58	62	62	15	

\* résultats avec omission

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE E																																																		
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Domaine	N	N	N	A	A	A	A	A		A	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	S	Y	Y	Y	E	E	C	C	C	Y	Y	Y	Y	Y	C	C	C	C	D	D						
% absolu Code 1	48	18	19	51	42	38	19	50	32	27	77	73	60	72	58	64	53	59	28	30	19	31	64	53	75	43	33	74	5	6	92	52	87	42	28	41	24	21	21	14	9									
% relatif code 1	65	42	39	54	48	56	29	60	41	32	90	89	70	84	61	75	58	67	36	51	36	45	71	64	83	42	34	82	10	8	96	64	93	64	43	73	43	53	46	28	16									
% non-réponses	28	57	60	9	11	32	35	17	24	21	11	15	16	9	9	11	16	15	24	46	52	27	10	10	7	9	9	11	26	33	5	15	5	37	39	45	47	55	55	58	56									
Admis en 1ère S	57	33	28	64	57	49	30	65	41	39	93	88	71	89	70	81	68	74	34	39	25	45	80	67	87	56	48	78	6	5	94	72	92	58	42	56	36	36	33	17	11									
Redoublement	37	4	4	33	33	26	7	33	19	7	59	59	41	52	37	59	44	41	19	11	4	11	52	59	78	22	22	67	4	4	89	41	85	22	11	41	15	15	26	7	7									
Garçons	51	22	18	50	47	44	24	56	36	27	87	83	64	86	64	75	57	64	31	29	18	43	68	55	79	43	36	75	9	7	89	58	88	44	29	43	29	26	22	15	9									
Filles	44	15	14	48	40	34	15	46	27	24	75	70	55	69	49	60	43	52	24	27	17	24	61	60	75	34	27	71	5	4	94	51	88	38	24	37	17	22	20	9	5									
Compté	50	13	17	47	40	40	17	57	27	33	83	70	67	73	50	70	50	50	33	20	13	23	73	53	80	40	27	73	13	13	87	53	83	47	20	47	30	27	17	17	7									

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE F																																																		
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Domaine	A	N	A	A	A	A	A	N	N	N	N	N	N	N	N	N	D	D	D	E	E	E	E	D	D	D	D	D	C	D	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	S	S	C	F	C	F	C	F	C	F	F	F
% absolu Code 1	62	38	64	57	51	42	31	86	48	28	29	42	29	79	77	71	23	19	21	56	38	36	44	69	21	49	37	15	44	14	56	26	39	34	31	56	52	48	45	20	40	19	30	15	40	18	31	13	30	50
% relatif code 1	67	41	75	70	72	64	47	96	57	47	44	56	40	80	78	73	65	51	60	80	58	56	68	93	32	80	64	23	64	37	81	37	60	55	49	77	79	77	63	70	77	53	55	42	82	54	64	41	57	90
% non-réponses	5	6	10	14	28	38	42	7	13	30	28	11	19	1	1	3	66	67	67	28	31	30	31	24	33	32	36	42	28	50	26	27	27	28	28	24	29	35	26	72	54	67	57	69	55	68	59	71	44	44
Admis en 1ère S	71	49	79	78	61	56	44	93	67	52	50	58	45	88	85	89	35	27	32	80	63	65	69	88	38	73	66	27	54	28	81	46	67	63	55	68	66	66	48	27	45	27	35	24	45	28	36	18	48	62
Redoublement	39	11	44	36	36	22	11	83	36	14	14	47	14	69	61	56	6	6	11	31	17	8	19	44	6	31	22	3	25	6	36	11	33	22	19	36	36	28	33	14	14	8	3	6	19	8	11	6	11	42
Garçons	70	45	66	64	53	43	30	90	54	42	41	54	38	84	80	81	27	21	25	64	45	45	53	77	27	67	52	17	55	23	67	32	57	51	46	63	58	55	56	27	45	23	29	15	44	21	33	17	39	56
Filles	58	34	69	57	50	36	26	88	47	24	24	47	27	75	74	62	18	13	15	53	36	34	42	65	18	45	33	10	38	15	54	24	33	32	26	55	55	46	38	13	28	13	20	12	32	14	21	8	27	46
Compté	74	55	69	62	55	52	45	90	45	36	36	38	24	83	79	76	33	24	31	57	40	36	45	76	19	52	43	17	45	21	67	33	45	48	45	64	67	67	48	19	31	17	14	14	36	12	21	5	36	76



Résultats complets par questionnaires (Questionnaires Q, R et S) - Taux de pourcentages

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE Q																																																		
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	14...16	25..2		
Domaine	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y				Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y					Y	Y	Y	Y	Y				Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
% absolu Code 1	25	49	19	24	57	47	69	71	73	65	50	34	30	16	24	26	45	45	28	16	87	23	18	13	24	4	4	9	34	34	32	30	30	3	3	9	4	9	7	3	1	22	21	23	20	8	0	0		
% relatif code 1	28	55	34	43	77	63	78	74	75	69	68	44	45	23	50	35	62	64	57	31	89	46	33	26	57	14	14	25	40	39	36	36	35	17	26	42	14	45	31	36	13	60	54	64	75	69	51	43		
% non-réponses	11	9	52	51	26	26	6	4	5	7	20	22	33	46	37	43	39	38	55	57	2	48	50	55	44	66	66	60	21	21	22	24	22	85	87	80	80	78	80	94	93	74	73	73	73	88	0	0		
Admis en 1ère S	28	58	32	38	73	61	89	90	91	85	73	54	47	18	42	39	54	62	43	22	87	38	30	27	43	10	9	14	48	52	48	48	43	4	6	18	9	19	14	5	3	34	33	34	42	19	71	61		
Redoublement	27	45	9	14	50	45	45	41	55	41	36	23	18	5	27	0	27	27	9	9	82	5	9	5	18	5	5	14	23	23	18	18	18	0	0	0	0	5	5	0	0	9	9	14	5	5	32	32		
Garçons	27	57	16	25	56	48	80	75	75	68	60	34	38	16	30	22	42	46	27	16	86	25	17	12	36	4	4	8	35	34	33	30	33	2	5	7	2	11	7	2	1	16	16	19	25	12	53	47		
Filles	21	42	16	17	57	43	66	66	67	61	48	34	23	8	34	17	34	33	24	11	89	22	15	11	27	5	5	11	28	27	24	24	21	2	2	10	3	7	4	2	1	14	13	16	15	3	49	40		
Compté	23	49	16	16	67	53	67	65	72	63	56	42	40	14	30	19	37	33	23	7	93	30	14	21	33	14	7	5	35	33	30	28	30	9	5	12	5	12	9	5	2	21	19	23	23	16	47	47		

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE R																																																							
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50					
Domaine	D	D	D	D	D	D	E	E	D	E	E	D	V	Y	Y	Y	Y	N	N	A	A	A	N	N	S																														
% absolu Code 1	77	33	46	32	37	26	21	59	24	23	21	26	68	20	24	43	20	63	20	33	54	73	69	60	33																														
% relatif code 1	75	33	49	34	46	34	19	58	29	27	21	30	72	22	31	47	23	66	20	36	64	77	79	62	40																														
% non-réponses	0	1	3	1	17	14	2	0	4	10	3	6	5	7	19	7	5	1	6	6	7	3	10	9	7																														
Admis en 1ère S	90	55	62	48	66	48	27	62	51	46	28	43	90	32	43	60	44	78	39	52	76	85	82	70	60																														
Redoublement	74	24	36	31	19	17	14	60	21	12	14	24	60	14	12	33	10	50	7	19	50	64	67	55	26																														
Garçons	83	41	54	37	44	36	19	61	35	30	31	30	77	25	29	46	30	73	23	42	63	73	72	60	49																														
Filles	67	26	42	31	32	23	19	54	23	20	11	26	60	17	22	41	14	59	16	27	58	75	72	54	27																														
Compté	77	39	59	48	41	23	18	59	36	32	20	36	68	25	36	48	34	70	25	27	70	77	82	61	39																														

EVAPM2/91 - QUESTIONNAIRE S																																																										
Numéros des Items	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50								
Domaine	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F			F	F	F	F	F	F	F	F	F	F																														
% absolu Code 1	23	46	41	20	20	30	52	85	32	3	36	11	72	26	29	45	23	42	12	40	29	33	34	21	48	28	27	51																														
% relatif code 1	19	44	38	15	19	32	54	85	34	3	39	12	73	26	28	43	28	44	12	43	33	41	36	21	53	29	28	56																														
% non-réponses	3	6	1	1	8	12	5	2	10	7	1	12	1	1	7	5	15	8	5	3	10	16	12	8	8	9	11	10																														
Admis en 1ère S	25	51	55	25	30	35	68	99	53	4	61	16	86	41	42	54	30	60	12	51	40	53	52	30	69	35	36	65																														
Redoublement	13	22	11	9	22	13	28	65	15	2	17	9	59	15	22	30	22	24	9	37	22	24	15	9	28	15	9	35																														
Garçons	19	41	40	18	20	28	55	85	34	2	40	14	78	31	24	45	28	45	13	47	35	37	38	19	51	31	28	55																														
Filles	18	42	36	11	15	27	47	82	29	3	38	8	68	20	27	37	20	36	10	36	24	32	27	20	46	21	22	45																														
Compté	22	56	37	19	22	26	56	85	22	7	41	15	63	41	33	41	33	44	15	37	30	44	44	30	44	30	30	44																														



**Résultats par questionnaires (A à F)**

Questionnaire A											
Taille de l'échantillon : 365											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	43	20	16	1	3	0	18	9	9	1	4
% absolu code 1	53%	42%	48%	17%	19%		66%	78%	54%	66%	47%
% relatif code 1	67%	61%	65%	40%	46%		75%	83%	66%	75%	60%
% non-réponses	21%	31%	26%	51%	53%		10%	4%	16%	13%	27%
Admis en 1ère S	73%	64%	69%	47%	42%		84%	93%	75%	83%	63%
Redoublement	39%	28%	34%	5%	4%		53%	70%	36%	37%	30%
Garçons	59%	48%	54%	23%	23%		72%	82%	61%	69%	50%
Filles	51%	40%	45%	16%	20%		66%	79%	53%	61%	40%
Compté	59%	48%	53%	30%	26%		73%	83%	62%	64%	51%

Questionnaire D											
Taille de l'échantillon : 262											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	42	14	4	8	2	0	14	4	10	7	7
% absolu code 1	44%	37%	61%	20%	55%		46%	71%	36%	60%	39%
% relatif code 1	55%	52%	70%	41%	64%		51%	78%	40%	70%	53%
% non-réponses	26%	40%	18%	54%	24%		13%	9%	15%	15%	36%
Admis en 1ère S	59%	54%	74%	38%	74%		59%	86%	49%	81%	48%
Redoublement	34%	26%	53%	11%	31%		35%	69%	21%	45%	34%
Garçons	45%	38%	63%	22%	50%		46%	74%	35%	63%	37%
Filles	41%	33%	58%	18%	48%		43%	67%	33%	55%	36%
Compté	43%	39%	63%	27%	42%		46%	81%	32%	52%	37%

Questionnaire B											
Taille de l'échantillon : 309											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	42	19	10	5	2	2	16	6	10	6	1
% absolu code 1	52%	53%	68%	40%	25%	36%	50%	55%	47%	50%	66%
% relatif code 1	65%	68%	81%	59%	45%	51%	60%	62%	60%	60%	91%
% non-réponses	24%	26%	16%	36%	49%	34%	23%	20%	25%	16%	25%
Admis en 1ère S	67%	70%	83%	63%	40%	50%	63%	63%	63%	67%	86%
Redoublement	38%	41%	58%	26%	8%	22%	34%	38%	31%	38%	65%
Garçons	54%	55%	72%	42%	24%	34%	51%	54%	48%	57%	79%
Filles	47%	49%	64%	35%	23%	33%	46%	47%	44%	45%	57%
Compté	53%	50%	66%	40%	28%	24%	53%	51%	55%	57%	69%

Questionnaire E											
Taille de l'échantillon : 299											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	40	19	7	2	8	2	9	3	6	11	1
% absolu code 1	43%	41%	27%	12%	62%	38%	35%	28%	38%	54%	31%
% relatif code 1	55%	53%	45%	22%	72%	38%	47%	49%	46%	65%	45%
% non-réponses	26%	28%	39%	57%	16%	9%	30%	48%	21%	20%	27%
Admis en 1ère S	54%	51%	36%	14%	74%	52%	47%	39%	51%	67%	45%
Redoublement	32%	35%	24%	7%	55%	22%	21%	15%	23%	39%	11%
Garçons	47%	44%	30%	12%	64%	40%	38%	30%	41%	60%	43%
Filles	40%	39%	25%	7%	61%	30%	31%	24%	34%	49%	24%
Compté	43%	42%	31%	12%	62%	33%	35%	27%	39%	53%	23%

Questionnaire C											
Taille de l'échantillon : 266											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	45	24	7	3	5	9	15	5	10	3	3
% absolu code 1	40%	41%	30%	47%	63%	35%	47%	37%	52%	14%	28%
% relatif code 1	54%	52%	46%	58%	69%	46%	61%	56%	64%	39%	47%
% non-réponses	32%	30%	45%	22%	10%	31%	26%	37%	21%	64%	44%
Admis en 1ère S	54%	54%	39%	65%	78%	48%	63%	49%	70%	26%	37%
Redoublement	29%	29%	19%	30%	56%	22%	33%	25%	37%	5%	30%
Garçons	43%	44%	34%	47%	66%	40%	49%	35%	56%	18%	32%
Filles	35%	35%	21%	44%	59%	29%	43%	37%	47%	10%	23%
Compté	42%	40%	23%	54%	59%	39%	53%	45%	57%	14%	22%

Questionnaire F											
Taille de l'échantillon : 298											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	50	26	5	9	8	4	20	14	6	2	2
% absolu code 1	40%	37%	37%	30%	43%	44%	45%	42%	51%	40%	33%
% relatif code 1	62%	63%	68%	56%	64%	66%	60%	57%	66%	74%	66%
% non-réponses	35%	39%	50%	46%	28%	30%	27%	28%	23%	44%	49%
Admis en 1ère S	55%	55%	43%	46%	64%	69%	58%	55%	65%	55%	38%
Redoublement	25%	19%	14%	15%	28%	19%	31%	31%	31%	26%	24%
Garçons	47%	45%	41%	37%	54%	52%	50%	49%	54%	47%	42%
Filles	37%	33%	28%	26%	41%	41%	42%	39%	49%	36%	25%
Compté	44%	41%	30%	35%	54%	45%	48%	44%	60%	56%	33%

## EVAPM2/91

## Résultats par questionnaires (M à S)

Questionnaire M		Taille de l'échantillon : 348									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	32	0	0	0	0	0	32	0	32	0	0
% absolu code 1	33%						33%		33%		
% relatif code 1	45%						45%		45%		
% non-réponses	35%						35%		35%		
Admis en 1ère S	46%						46%		46%		
Redoublement	23%						23%		23%		
Garçons	34%						34%		34%		
Filles	30%						30%		30%		
Compté	37%						37%		37%		

Questionnaire N		Taille de l'échantillon : 336									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	36	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0
% absolu code 1	54%									54%	
% relatif code 1	62%									62%	
% non-réponses	14%									14%	
Admis en 1ère S	68%									68%	
Redoublement	49%									49%	
Garçons	59%									59%	
Filles	53%									53%	
Compté	59%									59%	

Questionnaire P		Taille de l'échantillon : 211									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	24	24	0	0	0	24	0	0	0	0	0
% absolu code 1	38%	38%				38%					
% relatif code 1	51%	51%				51%					
% non-réponses	26%	26%				26%					
Admis en 1ère S	56%	56%				56%					
Redoublement	27%	27%				27%					
Garçons	46%	46%				46%					
Filles	34%	34%				34%					
Compté	53%	53%				53%					

Questionnaire Q		Taille de l'échantillon : 245									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	38	38	0	0	38	0	0	0	0	0	0
% absolu code 1	31%	31%			31%						
% relatif code 1	50%	50%			50%						
% non-réponses	40%	40%			40%						
Admis en 1ère S	46%	46%			46%						
Redoublement	22%	22%			22%						
Garçons	34%	34%			34%						
Filles	29%	29%			29%						
Compté	33%	33%			33%						

Questionnaire R		Taille de l'échantillon : 347									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	24	16	0	8	4	4	7	4	3	0	1
% absolu code 1	39%	33%		38%	27%	31%	53%	53%	53%		33%
% relatif code 1	43%	36%		41%	31%	31%	58%	57%	59%		40%
% non-réponses	6%	6%		6%	10%	4%	6%	6%	5%		7%
Admis en 1ère S	56%	50%		58%	45%	41%	69%	67%	71%		60%
Redoublement	31%	26%		31%	17%	25%	45%	45%	44%		26%
Garçons	45%	39%		45%	32%	35%	58%	57%	59%		49%
Filles	36%	29%		34%	24%	26%	51%	50%	53%		27%
Compté	45%	39%		45%	36%	32%	59%	60%	58%		39%

Questionnaire S		Taille de l'échantillon : 311									
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	28	15	0	8	5	2	9	6	3	4	0
% absolu code 1	34%	32%		37%	24%	35%	35%	44%	18%	39%	
% relatif code 1	35%	34%		39%	25%	38%	34%	43%	18%	41%	
% non-réponses	7%	8%		6%	11%	6%	5%	3%	9%	9%	
Admis en 1ère S	46%	45%		52%	34%	45%	44%	54%	23%	51%	
Redoublement	21%	22%		24%	15%	29%	21%	25%	12%	22%	
Garçons	36%	35%		40%	25%	41%	34%	43%	17%	41%	
Filles	30%	29%		34%	20%	30%	31%	39%	15%	34%	
Compté	36%	36%		39%	31%	33%	37%	46%	19%	37%	

<b>Questionnaires Première Passation (A, B, C, D, E, F)</b>											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	262	122	49	28	28	17	92	41	51	30	18
% absolu code 1	<b>45%</b>	43%	51%	28%	38%	44%	50%	49%	39%	49%	35%
% relatif code 1	59%	60%	67%	48%	52%	58%	61%	58%	52%	59%	49%
% non-réponses	27%	31%	25%	46%	24%	26%	20%	18%	28%	18%	28%
Admis en 1ère S	60%	60%	66%	45%	52%	62%	65%	60%	54%	63%	44%
Redoublement	33%	29%	40%	15%	27%	27%	36%	39%	24%	35%	27%
Garçons	49%	46%	56%	32%	41%	47%	54%	52%	42%	54%	37%
Filles	41%	40%	47%	24%	36%	40%	47%	46%	36%	44%	30%
Compté	47%	46%	52%	32%	41%	45%	54%	50%	42%	49%	35%

<b>Questionnaires Deuxième Passation (M, N, P, Q, R, S)</b>											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	182	93	0	16	47	30	48	10	38	40	1
% absolu code 1	<b>38%</b>	33%		38%	30%	37%	37%	48%	34%	53%	33%
% relatif code 1	49%	45%		40%	46%	48%	45%	48%	44%	60%	40%
% non-réponses	23%	25%		6%	35%	22%	25%	4%	31%	14%	7%
Admis en 1ère S	53%	49%		55%	45%	53%	49%	59%	46%	66%	60%
Redoublement	29%	24%		27%	21%	27%	25%	33%	24%	46%	26%
Garçons	42%	38%		43%	33%	44%	37%	49%	34%	57%	49%
Filles	36%	30%		34%	27%	33%	34%	44%	31%	51%	27%
Compté	44%	40%		42%	33%	49%	40%	51%	37%	56%	39%

<b>Résultats Tous Questionnaires</b>											
Domaines	Ensemble	G	C	D	Y	E	N	N	A	F	S
Nbre d'items pris en compte	444	215	49	44	75	47	140	51	89	70	19
% absolu code 1	<b>42%</b>	39%	51%	31%	33%	39%	46%	49%	37%	51%	35%
% relatif code 1	55%	54%	67%	45%	48%	52%	56%	56%	49%	60%	48%
% non-réponses	25%	29%	25%	31%	30%	23%	22%	15%	29%	15%	27%
Admis en 1ère S	57%	55%	66%	49%	48%	56%	59%	60%	50%	65%	45%
Redoublement	31%	27%	40%	20%	23%	27%	33%	38%	24%	42%	27%
Garçons	46%	43%	56%	36%	36%	45%	48%	51%	39%	56%	38%
Filles	39%	36%	47%	27%	31%	36%	42%	46%	34%	48%	30%
Compté	46%	44%	52%	36%	36%	48%	49%	51%	40%	53%	35%

**Légende**

<b>G</b>	<b>Domaine géométrique</b>
C	Tracés - Constructions géométriques
D	Connaissance et utilisation des théorèmes de Géométrie
Y	Géométrie dans le plan muni d'un repère
E	Géométrie de l'Espace
<b>N</b>	<b>Domaine Numérique</b>
N	Connaissance des nombres - Calcul Numérique
A	Calcul littéral - Algèbre
<b>F</b>	<b>Fonctions</b>
<b>S</b>	<b>Gestion de Données Statistiques</b>

# PLAN de L'EVALUATION

## Organisation des questionnaires et épreuves

Le plan d'évaluation des compétences des élèves est constitué de 15 questionnaires et épreuves chaque élève n'ayant passé que deux épreuves.

Sans compter le questionnaire destiné aux enseignants, nous avons posé 210 questions conduisant à 568 items d'évaluation.

160

		Questionnaires composites						Questionnaires Thèmes contenus				Q.C.M.		Questionnaires Thèmes transversaux			TOTAL		
		A	B	C	D	E	F	M	N	P	Q	R	S	T	U	V			
Thèmes																			
C	Tracés...	5	2	2	2	2	2												15
D	Théorèmes...	1	2	1	3	1	2					8	8	2	2	3		33	
Y	Repère...	1	2	2	1	2	3				9	4	5			7		36	
E	Espace		1	2		1	1			6		4	2	1				18	
N	Nombres	3	2	3	1	1	3					4	6		1	10		34	
A	Algèbre	4	4	2	3	3	2	7				3	3			7		38	
F	Fonctions..	1	1	3	1	2	2		6			1	4			6		27	
S	Statistiques	1	1	1	2	1	1					1			1			9	

Ensemble géométrie	7	7	7	6	6	8			6	9	16	15	3	2	10		102
Ensemble numérique	7	6	5	4	4	5	7				7	9		1	17		72
Fonctions-Données	2	2	4	3	3	3		6			2	4		1	6		36

Nombre de questions	16	15	16	13	13	16	7	6	6	9	25	28	3	4	33		210
Nombre d'items	49	44	45	43	41	50	32	38	26	46	25	28	37	31	33		568

- Passation générale**
- ( M = Questionnaire thème Algèbre
  - ( N = Questionnaire thème Fonctions
  - ( P = Questionnaire thème Espace
  - ( Q = Questionnaire thème Géométrie... repère
  - ( R = Q.C.M. N°1
  - ( S = Q.C.M. N°2

- Passation réduite à 20 classes pour chaque questionnaire**
- ( T = Argumentation - déduction - expression
  - ( U = Recherche de Problèmes
  - ( V = calcul rapide et représentations mentales

# Questionnaires avec résultats

*Questionnaires et épreuves présentés en réduction, avec, pour chaque question (épreuves A à U):*

- Les codes des compétences opérationnalisées (voir page 9 et suivantes)*
- Les pourcentages de réussite*
- Les pourcentages de Non-Réponse (N.R.)*
- Les pourcentages de réussite obtenus lors de passations antérieures*

*L'épreuve V, Calcul mental et Représentations mentales, n'est pas reproduite ici. Elle se trouve en effet entièrement intégrée dans le chapitre d'analyse correspondant à ce thème.*

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité A

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Un magasin solde des chemises et des pantalons.  
Toutes les chemises sont vendues au même prix unitaire.  
Tous les pantalons sont vendus au même prix unitaire.  
Jean a payé 570 F pour 7 chemises et 3 pantalons.  
Sophie a payé 730 F pour 3 chemises et 7 pantalons.  
**3 A119**  
CALCULER le prix d'une chemise et le prix d'un pantalon.

Calculs **Mise en équation correcte : 87%** (NR : 06 %)  
EVAPM 3/90 (E9) : 77 % (84%)

**R = 63%** (NR : 12 %)  
EVAPM 3/90 (E11) : 42% (57%)

Réponses Prix d'une chemise: \_\_\_\_\_ F Prix d'un pantalon: \_\_\_\_\_ F

Le tableau ci-contre donne la répartition des 2 500 élèves d'un lycée selon la dimension de leur famille (nombre de personnes vivant sous le même toit).

Nombre de personnes par famille	2	3	4	5	6	7
Fréquence en pourcentage	10%	23%	45%	15%	5%	2%
Effectifs						

a) Compléter la dernière ligne du tableau

**Au plus une erreur : 65%** (NR : 21 %)  
**R = 63%** (NR : 04 %)  
**R = 22%** (NR : 32 %)  
**Ebauche correcte : 36%**

**3 S101**  
**3 S105**  
**3 S108**

01  
02  
03

04  
05  
06  
07

**3 P103**  
Représenter graphiquement la fonction affine par laquelle  $x$  a pour image  $-2x + 3$ .

**R = 66%** (NR : 13 %)  
EVAPM 3/90 (F1) : 46% (58%)

08

Calculer. Ecrire les résultats sous forme de fractions **2 N008**

$\frac{4}{7} + \frac{5}{2} + \frac{1}{3} =$  **R = 83%** (NR : 02 %)  
EVAPM 4/89 (B24) : 40%  
EVAPM 3/90 (A31) : 62% (69%)

09

Développer et réduire l'expression :  $A = (5a + \frac{1}{2})^2$  **3 A11**

$A =$  **R = 61%** (NR : 03 %)  
EVAPM 3/90 (F26) : 39% (48%)

10

**Question DEP 3/90**  
Ecrire sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré, les expressions suivantes :

$B = (x+1)(x-2) - 5(x-2)$  **R = 68%** (NR : 08 %)  
 $B =$  EVAPM 3/90 (F27) : 50% (56%)

$C = (4x-3)^2 + (4x-3)(x+3)$  **R = 61%** (NR : 11 %)  
 $C =$  EVAPM 3/90 (F28) : 44% (54%)

Réussite conjointe B et C : 59% Réussite conjointe A, B et C : 43%

11

12

Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne :

Exemple **Réussite conjointe 6 items : 63%**

	$x < 1$	$] -\infty ; 1[$	
<b>2 N001</b>	<b>R = 75%</b> (NR : 02 %)	<b>R = 89%</b> (NR : 01 %)	
<b>2 N002</b>	<b>R = 86%</b> (NR : 06 %)	$] 2 ; +\infty [$	
<b>2 N020</b>	$-2 \leq x \leq 3$	<b>R = 83%</b> (NR : 04 %)	

**R = 84%** (NR : 03 %)  
**R = 77%** (NR : 04 %)

13

14

15

16

17

18

Pour le calcul de :  $B = \frac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1}$  (2 N028)

Indiquer le résultat affiché sur la calculatrice. (NR : 04 %)

**R = 71%**

Donner avec trois décimales une valeur approchée à  $10^{-3}$  près par excès. (NR : 10 %)

**R = 58%** (SPRESE 2/86 : 58%) (SPRESE 2/86 : 44%)

Résoudre l'équation suivante : (2 A008)  $(x-2)^2 = (4x+1)^2$

Calculs

Factorisation correcte : **29%**

Résolution par un système : **11%**

Au moins une solution exacte : **30%**

Réponse: **R = 22%** (NR : 24%)

Résoudre l'équation suivante : (A N.E)  $\frac{2x+4}{5x-2} = 3$

Calculs

Résolution de  $2x+4 = 3(5x-2)$  : **49%**

Référence à  $x \neq 2/5$  : **13%**

Réponse: **R = 40%** (NR : 28%)

On a tracé un angle de  $20^\circ$ . Trouver des valeurs approchées de  $\cos 20^\circ$  et de  $\sin 20^\circ$ , - sans utiliser les touches sin et cos de la calculatrice - et en effectuant des mesures. (3 A119)

Justifications

Démarche correcte pour  $\cos 20^\circ$  : **33%**

Démarche correcte pour  $\sin 20^\circ$  : **32%**

Réussite conjointe : **31%** (NR : 44%)

Résultats obtenus

$\cos 20^\circ \approx$  .....  $\sin 20^\circ \approx$  .....

Soient trois points B, C, D alignés et un point A non situé sur la droite (BC). On appelle O, O' et O'' les centres des cercles de diamètres respectifs [AB], [AC] et [AD]. (2 D)

Démontrer que les points O, O', O'' sont alignés.

Au moins une utilisation correcte du théorème de la droite des milieux : **14%**

Au moins une utilisation correcte du théorème de Thalès : **10%** (NR : 50%)

**R = 17%**

Reussite conjointe transformations nommées : **27%**

Réussite conjointe éléments placés : **13%**

Le triangle EDC est l'image du triangle ABC par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? (2 C021) (NR : 20%)

Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

Transformation bien nommée : **56%**

Centre de symétrie précisé : **50%** (NR : 22%)

Le triangle GFE est l'image du triangle CDE par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? (2 C020) (NR : 27%)

Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

Transformation bien nommée : **42%**

Axe de symétrie précisé : **28%** (NR : 30%)

Le triangle MNP est l'image du triangle ABC par une transformation du plan. Quelle est cette transformation ? (2 C022) (NR : 35%)

Préciser les éléments permettant de définir cette transformation et indiquer ces éléments sur la figure.

Transformation bien nommée : **43%**

Vecteur de translation précisé : **22%** (NR : 40%)

Construire l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport 2. (2 C007)

Ebauche correcte : **36%**

**R = 34%** (NR : 27%)

Construire les points C, D et N tels que : (NR : 08 %)

$\vec{AC} = \vec{u}$  (2 C014) **R = 85%**

$\vec{BD} = -\vec{v}$  (2 C015) **R = 79%** (NR : 09 %)

$\vec{MN} = \vec{u} + \vec{v}$  (2 C016) **R = 64%** (NR : 15 %)

Réussite conjointe : **53%**

Construction utilisant un parallélogramme : **28%**

Dans la base orthonormale  $(\vec{i}; \vec{j})$ , on donne les vecteurs : (2 Y015)

$\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{v} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

$\vec{w} = -3\vec{i}$

Réussite conjointe : **14%**

Calculer les normes de ces vecteurs :

$\|\vec{u}\| =$  **R = 19%** (NR : 52%)

$\|\vec{v}\| =$  **R = 14%** (NR : 54%)

$\|\vec{w}\| =$  **R = 23%** (NR : 54%)

Le triangle SQR est l'image du triangle PQT par une rotation. (2 C)

Réussite conjointe : **62%** (NR : 17%)

Quel est le CENTRE de cette rotation ? **R = 75%** (NR : 19%)

Quel est l'ANGLE de cette rotation ? **R = 62%**

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité B

Calculatrices autorisées Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_

Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.

Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

**Tracer un représentant d'origine A du vecteur  $-\vec{u}$**   
R = 89% NR : 00% 2 C015

**Tracer un représentant d'origine B du vecteur  $\vec{u} + \vec{v}$**   
R = 77% NR : 01% 2 C016

**Tracer un représentant d'origine C du vecteur  $\vec{u} - \vec{v}$**   
R = 73% NR : 04% 2 C017

**Tracer un représentant d'origine D du vecteur  $3\vec{u} - 2\vec{v}$**   
R = 67% NR : 06% 2 C019

**Réussite conjointe : 50%**

Construire l'image de la droite (d) par l'homothétie de centre I qui transforme le point M en M'.

2 C007

R = 63% NR : 27%

**Indiquer la, ou les, propriété(s) utilisée(s)**

2 C028

**Référence à l'image d'une droite : 43%**  
NR : 31%

Soit un trapèze ABCD tel que les droites (DA) et (CB) soient parallèles.

Soit E le point tel que :  $\vec{AE} = 1,2 \vec{AB}$ .

La parallèle à la droite (BC) passant par E coupe la droite (DC) en F.

2 D002

**Exprimer  $\vec{DF}$  en fonction de  $\vec{DC}$**   
Justifier la réponse

**Justification (théorème de Thalès) : 24%**  
NR : 32%

Réponse : **R = 56%** NR : 29%

A l'aide des indications portées sur le dessin, calculer une valeur approchée de la distance entre les récifs R et S.

Explications et calculs

3 D106

**Ecriture d'un rapport utile : 49%**  
EVAPM 3/90 (N27) : 29% (39%) NR : 36%

**Réponse exacte pour AR ou AS : 38%**  
EVAPM 3/90 (N28) : 20% (28%) NR : 38%

R = 33% NR : 42%

**EVAPM 3/90 (N29) : 16% (21%)**

Réponse: RS = ..... m

Le plan est muni d'un repère (O ;  $\vec{i}$  ;  $\vec{j}$ )

Une droite (D) a pour vecteur directeur  $0,5\vec{i} - 2\vec{j}$  et passe par le point A(1 ; 2).

Déterminer une équation de cette droite.

Calculs 2 Y024

**Demarche correcte : 31%**  
NR : 48%

Réponse : **R = 20%** NR : 50%

Sur le cercle trigonométrique, placer les points A, B, C et D tels que :

- une mesure de l'angle orienté (OI ; OA) soit  $120^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté (OI ; OB) soit  $225^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté (OI ; OC) soit  $330^\circ$ ,
- une mesure de l'angle orienté (OI ; OD) soit  $390^\circ$ .

2 C 035

2 C 033

2 C031

**Point B : 70%** NR : 23%

**Point A : 73%** NR : 20%

**Réussite conjointe : 50%** NR : 22%

**Point C : 67%**

**Point D : 61%** NR : 23%

Dans une classe de 40 élèves, la moyenne d'un devoir était 10,6. En fait, le professeur avait oublié 1 point à 2 élèves.

2 S005

Quelle est, en réalité, la moyenne de la classe? (On demande la valeur exacte)

Calculs

**Calcul moyenne par  $40 \times 10,6 + 2$  : 58%**

**Ajout direct de  $2/40$  : 23%**

**Moyenne de la classe : R = 66%** NR : 25%

01  
02  
03  
04

05  
06

07  
08

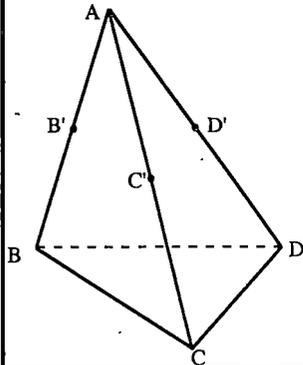
09  
10  
11

12  
13

14  
15  
16  
17

18  
19  
20

Soit ABCD une pyramide.  
On note B', C' et D' les milieux respectifs des segments [AB]; [AC] et [AD].



Démontrer que les plans (BCD) et (B'C'D') sont parallèles.

2 E 020

2 E 002

Démonstration correcte du parallélisme  
d'au moins deux droites : **47%**

NR : 33%

R = 25%

NR : 35%

21  
22

Soit p le périmètre d'un champ rectangulaire (en m).  
Soit l sa largeur (en m).

Sachant que :  $174,4 \leq p \leq 180$  et que :  $31,8 \leq l \leq 32,4$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de sa longueur L (en m).

2 N 025

R = 09%

NR : 26%

$< L <$

Calculer l'encadrement le plus précis possible de son aire A (en m<sup>2</sup>).

2 N 026

Résultat exact ou résultat déduit  
correctement du résultat de  
l'item 23 : **34%**

$< A <$  NR : 32%

23  
24

Dans le plan P muni du repère (O; U; V), on a tracé la représentation graphique d'une fonction f définie dans l'intervalle  $I = [-5; 5]$ .

2 F018

2 F019

Utiliser les informations de ce dessin pour répondre aux questions suivantes :

Sur l'intervalle I,

Quel est le maximum de f ?

R = 68%

NR : 07%

Quel est le minimum de f ?

R = 59%

Pour quelles valeurs de x a-t-on :  $f(x) = 0$  ?

R = 59%

NR : 16%

Pour quelles valeurs de x a-t-on :  $f(x) = 2$  ?

R = 53%

NR : 17%

Pour quelles valeurs de x a-t-on :  $f(x) \leq 2$  ?

R = 30%

NR : 21%

Pour quelles valeurs de x a-t-on :  $f(x) \in [2; 3]$  ?

R = 30%

NR : 29%

Réussite conjointe  
Quatre premiers items : **37%**

Réussite conjointe complète : **15%**

25  
26  
27  
28  
29  
30

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$ ,  
b étant un nombre entier, le plus petit possible.

$$\sqrt{180} - \sqrt{20} + \sqrt{125}$$

$\sqrt{180}$  : 70%

EVAPM3/90 (N14) : 65% (76%)

NR : 15%

$\sqrt{125}$  : 76%

EVAPM3/90 (N14) : 71% (81%)

$\sqrt{20}$  : 75%

EVAPM3/90 (N14) : 70% (80%)

R = 67%

EVAPM3/90 (N14) : 59% (68%)

31  
32  
33  
34

Résoudre l'équation suivante :  $4x^2 - 20x + 25 = 0$

Calculs

2 A008

Factorisation correcte : **59%**

NR : 17%

Réponse : R = 41%

NR : 24%

35  
36

Résoudre l'équation suivante :  $(2x + 3)(x - 4) = 0$

3 A118

Calculs

Démarche correcte : **62%**

NR : 16%

EVAPM 3/90 (B26) : 59% (74%)

R = 58%

NR : 19%

EVAPM 3/90 (B27) : 50% (63%)

37  
38

Soit les systèmes A et B suivants :

$$A \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 1 \end{cases}$$

Dans chaque cas, rayer les  
mentions fausses.

Le système A  
admet - n'admet pas  
une solution unique

Le système B  
admet - n'admet pas  
une solution unique

Justifier les réponses données

2 A012

R = 22%

NR : 34%

Calculer les solutions si elles existent

2 A013

R = 26%

NR : 44%

39  
40

Compléter le tableau de signes ci-dessous :

2 A015

2 A018

x	$-\infty$		$+\infty$
Signe de $(2x - 5)$		R = 64%	NR : 20%
Signe de $(-x + 4)$		R = 53%	NR : 20%
Signe de $(2x - 5)(-x + 4)$		R = 51%	NR : 20%

41  
42  
43

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $(2x - 5)(-x + 4) > 0$

R = 39%

NR : 32%

44

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité C

Calculatrices autorisées Durée : 1 heure.

Nom et prénom :	CLASSE :
Etablissement :	Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ? OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, reisez soigneusement vos réponses.

La droite (AT) est tangente en T au cercle (C) de centre O et de rayon 2 cm.

On donne : OA = 5 cm

Calculer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle AOT.

Justification de OAT rectangle : **38%** (NR : 28%)

Utilisation de cos AOT : **53%** (NR : 19%)

**R = 50%** (NR : 20%)

2 D041

Dans le plan muni d'un repère (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) on donne :

$$\vec{OA} = -1,2\vec{i} + 0,2\vec{j}$$

$$\vec{OB} = 1,2\vec{i} + 2,8\vec{j}$$

Soit M le milieu du segment [AB]

Calculer les coordonnées du point M

Justification des calculs : **2 Y050** **3 Y102**

Demarche correcte : **58%** (NR : 19%)

CONSTRUIRE l'image de la droite D par la translation qui transforme A en B.

**R = 56%** (NR : 18%)

EVAPM 4/89 (D34) : 13%

EVAPM 3/90 (E20) : 36% (45%)

**2 C005**

Mise en oeuvre d'une procédure correcte : **50%** (NR : 20%)

EVAPM 4/89 (D33) : 17%

EVAPM 3/90 (E19) : 35% (47%)

Réponse : **R = 51%** (NR : 20%)

Soit une pyramide ABCD, soit P un point de l'arête [AB], et soit Q un point de l'arête [AC]. On suppose (PQ) non parallèle à (BC). (voir figure)

On demande de tracer l'intersection de la droite (PQ) avec le plan (BCD)

**2 E013**

Dans le plan muni du repère (O,  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ), TRACER :

a) La droite (D<sub>1</sub>) passant par O et de vecteur directeur  $2\vec{i} + \vec{j}$  **R = 89%** (EVAPM 3/90 (E25) : 35% (44%)

b) la droite (D<sub>2</sub>) passant par le point A (2; -1) et de vecteur directeur  $\vec{i} + 2\vec{j}$  **R = 55%** (EVAPM 3/90 (E26) : 23% (37%)

c) la droite (D<sub>3</sub>) passant par le point B (-1; 2) et de vecteur directeur  $\vec{i} - 3\vec{j}$  **R = 63%** (EVAPM 3/90 (E27) : 20% (30%)

Tracé correct : **30%** (NR : 27%)

Justifications

**R = 14%** (NR : 44%)

**2 Y022**

N R : 03%

Réussite conjointe : **45%**

Il existe deux homothéties h<sub>1</sub> et h<sub>2</sub> qui transforment le cercle (C) en le cercle (C').

Construire les centres de ces deux homothéties.

Un centre au moins exact : **41%** (NR : 42%)

Deux centres exacts : **20%**

Justifier les constructions faites. Sachant que les rayons des cercles (C) et (C') sont respectivement 1 cm et 1,5 cm, donner le rapport de chaque homothétie.

Justification pour au moins un centre : **12%**

Un rapport au moins exact : **25%** (NR : 59%)

Deux rapports exacts : **09%**

La figure représente quatre solides : un cône de révolution, un cylindre de révolution, une pyramide régulière et un prisme droit.

Ces quatre solides ont même aire de base et même hauteur h.

Le cône a un volume de 24 cm<sup>3</sup>

Quel est le volume du cylindre ? **R = 11%** (NR : 58%) (EVAPM 3/90 (B12) : 19% (20%)

Quel est le volume de la pyramide ? **R = 20%** (NR : 63%) (EVAPM 3/90 (B13) : 25% (30%)

Quel est le volume du prisme ? **R = 08%** (NR : 66%) (EVAPM 3/90 (B14) : 14% (15%)

**Etudier le signe de**  $\frac{3x-5}{2-x}$  2 A015 +∞

Signe de $(3x-5)$	R = 76%	(NR : 05%)	2 A019
Signe de $(2-x)$	R = 65%	(NR : 05%)	
Signe de $\frac{3x-5}{2-x}$	Exact sauf oubli éventuel ou erreur sur le zéro ou la valeur d'impossibilité : 61%		

ci-contre. (NR : 05%)

**Développer et réduire chacune des expressions suivantes :** 2 A004

$(3x + 2y)^2 =$

R = 72%

(NR : 03%)

$3(x - 2yx) - 2x(x^2 - 3y) =$

Développement correct non réduit : 75%

R = 64%

(NR : 07%)

Une personne a emprunté sans intérêt 1000 F. Elle a déjà remboursé une somme S. Il lui reste à rembourser une somme égale aux  $\frac{2}{3}$  de la somme S déjà rendue. 4 A251

**Calculer S en laissant le détail des calculs.**

*Explications*

Mise en équation correcte : 68% (NR : 17%)

EVAPM 4/89 (M9) : 25%    SPRESE 3/84 : 26%

EVAPM 3/90 (P18) : 47% (60%)

(NR : 19%)

R = 58%

EVAPM 4/89 (M10) : 12%    SPRESE 3/84 : 23%

EVAPM 3/90 (P19) : 31% (48%)

S = ..... F

Ce n'est pas pratique de faire un gâteau sans balance.....Il y a bien la cuiller à soupe, mais si je prends une cuillerée rase de sucre ou une "bonne cuillerée" de gourmand, j'ai entre 12 g et 16 g par cuillerée...

Dans une recette, je lis : 2 N026

" Mettre 16 à 19 cuillerées à soupe de sucre."

Donner l'encadrement le plus précis possible de la quantité q de sucre que je peux mettre.

R = 59% (NR : 11%)

..... < q < .....

Ecire A et B sous la forme  $a + b\sqrt{5}$ , ( a et b réels), en détaillant les calculs. 2 N011

$A = \frac{3}{\sqrt{5} + 2}$

Démarche correcte : 40%

R = 30%

(NR : 40%)

Réponse : .....

$B = \frac{2\sqrt{5} + 3}{\sqrt{5} - 1}$

Démarche correcte : 35%

R = 22%

(NR : 49%)

Réponse : .....

Un produit coûtant x francs augmente de 8%. Quel est, en fonction de x, le nouveau prix y de ce produit ? 3 P105

Réponse exacte éventuellement non réduite : 53%

R = 32%

(NR : 19%)    EVAPM 3/90 (D27) : 28% (32%)

Le prix de location d'une automobile comporte un forfait fixe de 200 F et une somme proportionnelle au kilométrage parcouru. 2 F001

Jean a effectué 50 km de plus que Paul et a payé 45 F de plus. 2 F002

**Quel est le prix d'une location en fonction du nombre x de kilomètres parcourus.**

Démarche correcte : 34%

(NR : 37%)

R = 32%

(NR : 39%)    Réponse : .....

**Quel est le prix de la location de Jean sachant qu'il a parcouru 250 km ?**

R = 38%

(NR : 41%)

Réussite conjointe : 28%

Réponse : .....

A partir des informations données dans les deux dessins ci-dessous, déterminer la fonction affine  $f : x \mapsto ax + b$ , 2 F004

dont une représentation graphique est la droite (D).

Voici un agrandissement du petit rectangle.

*Calculs*

Mise en évidence d'un vecteur directeur ou du coefficient directeur : 19%

(NR : 65%)

Démarche correcte : 15%

(NR : 65%)

Réponse : R = 08%

Dans une entreprise, la répartition des salaires est la suivante :

- salaires compris entre 2 000 F et 6 000 F : 51 personnes
- salaires compris entre 6 000 F et 10 000 F : 5 personnes
- salaires compris entre 10 000 F et 14 000 F : 5 personnes
- salaires compris entre 14 000 F et 18 000 F : 40 personnes

En utilisant les centres des classes, le patron de l'entreprise a calculé une estimation du salaire moyen.

**Combien a-t-il trouvé ?**

*Calculs*

Démarche correcte : 39%

(NR : 34%)

R = 35%

(NR : 34%)    Réponse : .....

Les syndicats disent : " Le salaire médian n'est que de 6 000F". (Salaire médian signifie : médiane de la série statistique des salaires)

Est - ce possible ? (Justifier)

R = 10%

(NR : 64%)

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité D

Calculatrices autorisées Durée : 1 heure.

Nom et prénom :	CLASSE :
Etablissement :	Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ? OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Le tableau ci-contre donne les effectifs, par âge, d'un club du lycée.

Ages des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans
Nombre d'élèves par âge	1	3	15	5

COMPLÉTER ce tableau de façon à obtenir le tableau des effectifs cumulés croissants.

Ages des élèves	14 ans	15 ans	16 ans	17 ans

**Tableau complété : 40%** (NR : 43%) 3 S101

**Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants ou une autre représentation de ces effectifs cumulés croissants.** 3 S105

**Tracé d'une échelle et d'une ébauche de polygone traduisant le tableau précédent : 32%** (NR : 51%) 3 S108

**Polygone correct : 16%**

**Autre représentation correcte : 13%**

**CALCULER l'écart type de la série statistique donnée** 2 S004

Résultat trouvé : **R = 05%** (NR : 74%)

Etant donné un rectangle dont les dimensions  $L$  et  $l$  sont les suivantes : 2 N013 2 N015

$L = 3 \times 10^{-3} \text{ m}$        $l = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}$

Calculer le périmètre du rectangle, et écrire le résultat sous la forme : $a \cdot 10^k$ , avec $a \in [1; 10[$	Calculer l'aire du rectangle, et écrire le résultat sous la forme : $a \cdot 10^k$ , avec $a \in [1; 10[$
---	---

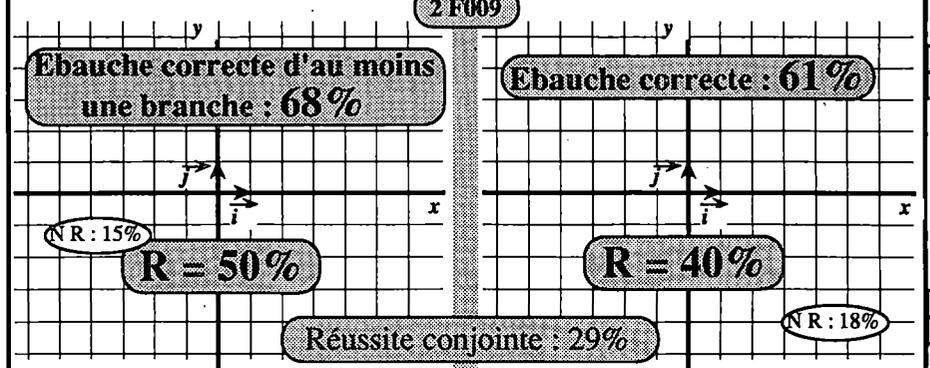
**Démarche correcte : 79%** 2 N013      **Démarche correcte : 83%** 2 N015

**Réussite conjointe : 48%**

Réponse : **R = 54%** (NR : 10%)      Réponse : **R = 67%** (NR : 09%)

Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :

a) la fonction  $f$  définie dans l'ensemble des réels non nuls par :  $f(x) = \frac{1}{x}$  2 F009  
 b) la fonction  $g$  définie dans l'ensemble des réels positifs par :  $g(x) = \sqrt{x}$ .



Donner le sens de variation des fonctions  $f$  et  $g$ , sur les intervalles indiqués, en complétant les phrases suivantes : 2 F010

Sur  $[\frac{1}{2}; 6]$ ,  $f$  est une fonction **R = 68%** (NR : 16%)  
 Sur  $[0, 5]$ ,  $g$  est une fonction **R = 70%** (NR : 16%)

**Réussite conjointe : 66%**

Toujours à propos des fonctions  $f$  et  $g$ , dans chacun des cas ci-dessous, entourer la réponse qui convient et barrer l'autre 2 F007

Pour les petites valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des petites valeurs / grandes valeurs

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $f(x)$  prend des petites valeurs / grandes valeurs **R = 62%**

Pour les grandes valeurs positives de  $x$ ,  $g(x)$  prend des petites valeurs / grandes valeurs (NR : 08%)

Tracer l'image de la droite  $\Delta$  dans une rotation de centre  $O$  et d'angle  $70^\circ$ . 2 C006

**R = 27%** (NR : 32%)

EVAPM 4/89 (B9) : 15%  
 EVAPM 3/90 (F14) : 19% (21%)

Le plan étant muni d'une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ , donner les coordonnées d'un vecteur  $\vec{v}$  orthogonal au vecteur  $\vec{u}(-1; \frac{1}{2})$ . 2 Y014

**R = 27%** (NR : 52%)

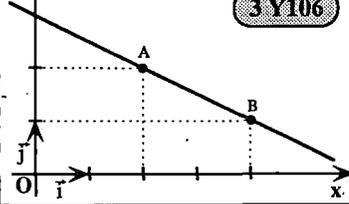
**Tracé d'une droite manifestant une bonne compréhension de ce qui est attendu : 35%**

EVAPM 3/90 (F13) : 25% (30%)

**Réponse : R = 23%** (NR : 51%)

Déterminer une équation de la droite (AB).

3 Y106



Calculs

Démarche correcte : 62% (NR : 23%)

EVAPM 3/90 (D13) : 50% (69%)

R = 47% (NR : 25%)

Réponse: EVAPM 3/90 (14) : 32% (49%)

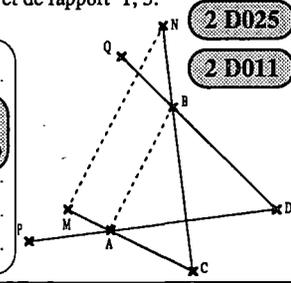
21  
22

Quatre points A, B, C, D étant donnés, soient M, N, P et Q les points tels que :

M et N sont les images de A et B dans l'homothétie de centre C et de rapport 1, 5.  
P et Q sont les images de A et B dans l'homothétie de centre D et de rapport 1, 5.

Démontrer que PMNQ est un parallélogramme.

Voir figure



2 D025

2 D011

23  
24

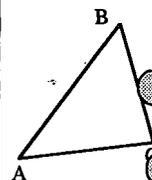
Utilisation de l'homothétie ou de Thalès pour démontrer une relation utile : 33%

R = 17% (NR : 45%)

Le triangle ABC étant donné, placer les points I et J tels que :

$$\vec{AI} = \frac{1}{3} \vec{AB}; \vec{AJ} = 3 \vec{AC}$$

2 C018



Point I bien placé : 94%

NR : 05%

Point J bien placé : 89%

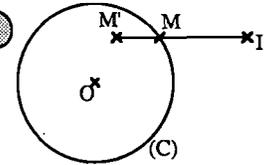
NR : 05%

Démontrer que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

R = 33% (NR : 31%)

Soit (C) un cercle de centre O.  
Soit I un point non situé sur le cercle (C).  
A tout point M du cercle (C) on associe le point M' tel que :  $\vec{IM}' = 1,5 \vec{IM}$

2 D017



25  
26  
27

Quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque le point M décrit le cercle (C) ?

Justifier votre réponse et donner toutes les informations nécessaires pour tracer cet ensemble.

C'est un cercle (justifié) : 16%

NR : 65%

Centre précisé : 06%

NR : 73%

Rayon précisé : 06%

NR : 74%

28  
29  
30

Résoudre l'équation suivante :  $(3x + 5)(x - 2) - (x + 4)(x - 2) = 0$

Calculs

Tentative de factorisation, avec mise en évidence du facteur (x-3) : 63%

NR : 09%

Factorisation exacte : 52%

2 A008

R = 41% (NR : 12%)

Réponse :

31  
32  
33

Résoudre les inéquations suivantes : 2 A017

$$x^2 > 25$$

R = 20% (NR : 09%)

$$x^2 < 9$$

R = 18% (NR : 10%)

Réussite conjointe : 07%

34  
35

$$y^2 > -4$$

R = 17% (NR : 15%)

$$z^2 < -1$$

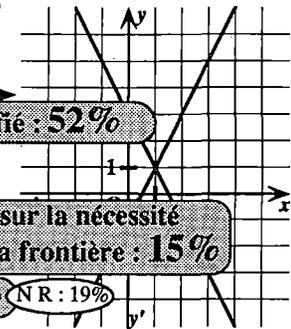
R = 46% (NR : 16%)

36  
37

Voici une représentation graphique du système d'équations :

2 A030 NE

$$\begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$



Au moins un demi plan correctement identifié : 52%

On demande de colorier en rouge l'ensemble des points dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} y \geq -2x + 3 \\ y \leq 2x - 1 \end{cases}$$

Indication sur la nécessité d'intégrer la frontière : 15%

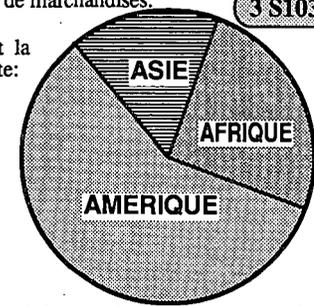
Surface correctement hachurée : 34% (NR : 19%)

38  
39  
40

Une entreprise exporte, hors d'Europe, pour 720 millions de francs de marchandises.

3 S103

Elle le fait suivant la répartition suivante :



Calculs Afrique : 62% (NR : 28%)  
EVAPM 3/90 (B9) : 56% (58%)

Asie : 57% (NR : 28%)

EVAPM 3/90 (B10) : 50% (52%)

Amérique : 56% (NR : 28%)

EVAPM 3/90 (B11) : 49% (51%)

Réponses: Montants des exportations...

en AFRIQUE ?

en ASIE ?

en AMERIQUE ?

Réussite conjointe : 48%

Pour combien de millions de francs, cette entreprise exporte-t-elle dans chacun des trois continents ?

Utiliser un rapporteur et calculer des valeurs approchées aussi précises que le diagramme le permet.

41  
41  
43

**Evaluation en fin de seconde - 1991**

**Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité E**

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
 Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
 OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
 Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
 Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
 Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
 Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

**Compléter les égalités suivantes :** (2 N013)

$2^3 \times 14^2 = 2^{\square} \times 7^{\square}$  **R = 48%** (NR: 28%)  
 $\left(\frac{4}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 2^{\square} \times 3^{\square}$  **R = 18%** (NR: 57%)  
 $\frac{35^3}{21^2} = 3^{\square} \times 5^{\square} \times 7^{\square}$  **R = 19%** (NR: 60%)

**Ecrire l'expression suivante sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré.**  $(2x+5)^2 - (x+3)^2$  (NR: 60%)

**Calculs** (3 A110)

**Utilisation de l'identité remarquable : 51%**

Réponse: **R = 42%** (NR: 09%)

**Résoudre l'équation suivante :**  $4x^3 - x = 0$  (2 A009 NE)

**Calculs**

**Démarche de factorisation : 38%**

Réponse: **R = 19%** (NR: 32%)

**Résoudre l'inéquation suivante :**  $(x+4)(x-2) < 0$  (2 A016)

**Calculs**

**Etude correcte du signe d'au moins un facteur : 50%**

**Utilisation d'un tableau : 32%** (NR: 17%)

Réponse: **R = 27%**

**Utiliser les quadrillages ci-dessous pour représenter graphiquement les fonctions suivantes :**

a) la fonction f définie dans l'ensemble des réels par :  $f(x) = x$  (2 F009)

**R = 77%** (NR: 11%)

b) la fonction g définie dans l'ensemble des réels :  $g(x) = |x|$

**Partiellement correct : 73%** (NR: 15%)

**Réussite conjointe représentations : 41%**  
**Réussite conjointe tableaux : 40%**  
**Réussite conjointe ensemble : 31%**

**R = 60%**

c) la fonction h définie dans l'ensemble des réels par :  $h(x) = x^2$

**Compléter les tableaux** (2 F006) représentant les variations des fonctions f, g et h sur l'intervalle [-5 ; 7].

x	-5	7
f(x)	<b>R = 64%</b> (NR: 11%)	7

Variations de f

x	-5	7
g(x)	<b>R = 53%</b> (NR: 16%)	7

Variations de g

h	-5	7
h(x)	<b>R = 59%</b> (NR: 15%)	7

**Indication correcte des valeurs aux bornes dans les tableaux : 28%**

**Ebauche correcte : 72%** (NR: 09%)

**R = 58%**

Dans ma ville, le prix à payer pour une course de taxi s'obtient en additionnant deux nombres :

- la prise en charge, fixe, qui ne dépend pas du nombre de kilomètres parcourus,
- le prix des kilomètres parcourus, proportionnel au nombre de kilomètres.

J'ai payé 32 F pour une course de 10 km et 47 F pour une course de 16 km.

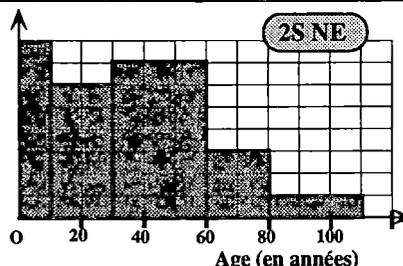
**Exprime le prix y (en francs) d'une course en fonction de la distance x (en kilomètres).**

Ecris tes calculs dans cette case (3 P 101)

**Démarche correcte : 30%** (NR: 46%)  
 EVAPM 3/90 (C31) : 20% (25%)

**R = 19%** (NR: 52%)

Réponse: **EVAPM 3/90 (C32) : 12% (20%)**

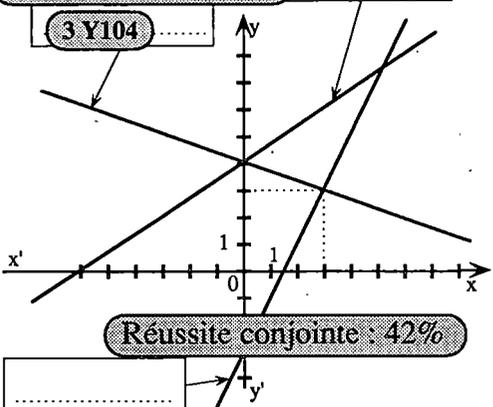


Cet histogramme représente la répartition des âges des habitants d'un quartier

Quel est le pourcentage des habitants de ce quartier dont l'âge est compris entre 30 et 60 ans ?

Réponse: **R = 31%** (NR : 27%)

Dans EVAPM3/90 cette question était posée avec les équations de la forme  $y=ax+b$



Retrouver, parmi les équations ci-dessous, celles qui correspondent aux droites du graphique.

$2x - y - 3 = 0$  ;  $3x - y - 4 = 0$  ;  
 $x - 2y + 8 = 0$  ;  $2x - 3y + 12 = 0$  ;  
 $x + 3y - 12 = 0$

Ecrire ces équations dans les cadres correspondants.

**$x+3y-12=0$  : 64%** (NR : 10%)  
 EVAPM 3/90 (Q17) : 56% (64%)  
 **$2x-3y+12=0$  : 53%** (NR : 10%)  
 EVAPM 3/90 (Q18) : 54% (65%)  
 **$x+3y-12=0$  : 75%** (NR : 07%)  
 EVAPM 3/90 (Q19) : 70% (79%)

Réussite conjointe : 42%

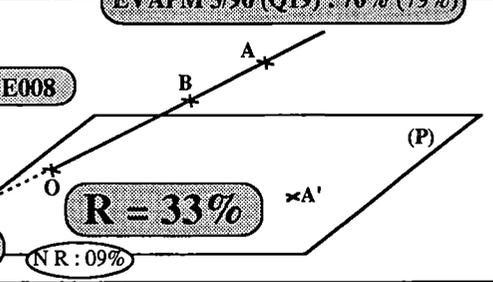
Etant donné cette figure, et sachant que :

- la droite (AB) coupe le plan (P) en O,
- le point A' appartient au plan (P).

Construire le point B', projeté du point B sur le plan (P) suivant la direction (AA').

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

**R = 33%** (NR : 09%)

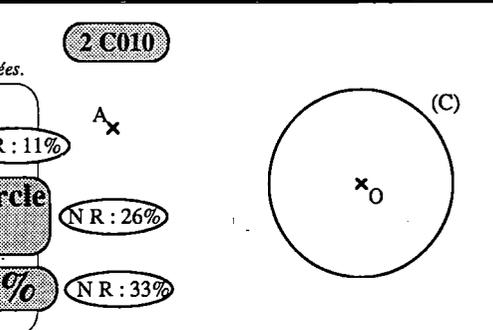


Construire les droites passant par le point A et tangentes au cercle (C).

Laisser apparentes toutes les constructions effectuées.

Justifiez votre construction

**Tracé correct : 74%** (NR : 11%)  
**Construction utilisant le cercle de diamètre AO : 05%** (NR : 26%)  
**Justification correcte : 06%** (NR : 33%)



Dans le plan muni du repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , les points A et C sont repérés par leurs coordonnées :  $A(2; -3)$  ;  $C(-1; \frac{9}{2})$

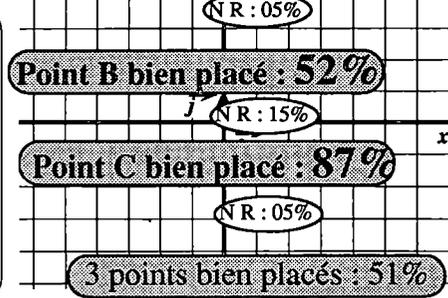
le point B est défini par :  $\vec{AB} = -\vec{i} + \frac{5}{2}\vec{j}$

Placer les points A, B et C.

**Point A bien placé : 92%** (NR : 05%)  
**Point B bien placé : 52%** (NR : 15%)  
**Point C bien placé : 87%** (NR : 05%)  
 3 points bien placés : 51%

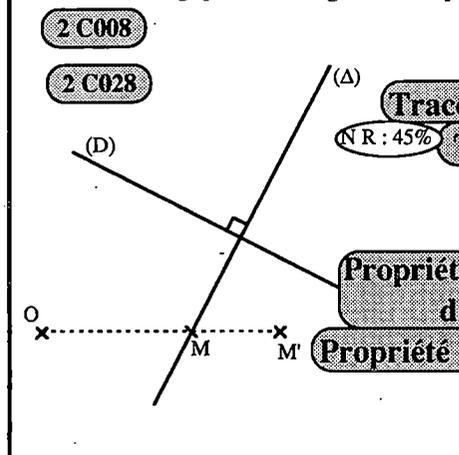
Les points A, B et C sont-ils alignés ? Justifiez votre réponse par un calcul.

**Recherche d'une relation de colinéarité : 42%**  
**R = 28%** (NR : 37%)



Soit  $\mathcal{H}$  l'homothétie de centre O qui transforme le point M en le point M'.

Construire l'image par  $\mathcal{H}$  de la figure formée par les droites (D) et ( $\Delta$ ).



Quelles propriétés avez-vous utilisées ?

**Tracé d'au moins une droite : 41%** (NR : 45%)  
**Tracé des deux droites : 24%**

**Propriété : L'image d'une droite est une droite parallèle : 21%** (NR : 55%)  
**Propriété : conservation des angles : 21%**

Soit A un point donné du plan. A tout point M du plan, on associe le point M' tel que :  $\vec{MM'} = \frac{1}{3}\vec{AM}$

Le point M' est-il l'image du point M par une homothétie de centre A ? Si oui, préciser quel est le rapport d'homothétie.

**Démarche correcte : 14%**  
**R = 09%** (NR : 56%)

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur l'ensemble du programme - Modalité F

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_ Avez-vous passé des épreuves APMEP en fin de troisième ?  
OUI - NON (Entourer la mention utile)

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.

Si vous avez fini avant la fin de l'heure, réalisez soigneusement vos réponses.

**Développer et réduire** (2 N010)

$(2\sqrt{7} + 3\sqrt{5})^2$  Démarche utilisant correctement l'identité : **62%**  
EVAPM 3/90 (M14) : 54% (67%)

**R = 38%** EVAPM 3/90 (M15) : 33% (43%) NR : 05%

**Factoriser....** (3 A112) (3 A110)

$9t^2 - 30t + 25 =$  **R = 64%** EVAPM 3/90 (N15) : 45% (58%) NR : 10%

$16x^2 - \frac{1}{4} =$  **R = 57%** EVAPM 3/90 (N16) : 37% (47%) NR : 14%

$x^2 - x + \frac{1}{4} =$  **R = 51%** EVAPM 3/90 (N17) : 34% (43%) NR : 28%

**Réussite conjointe : 41%**

**Mettre sous la forme d'un produit de 3 facteurs de la forme (ax + b).** (2 A006)

$x^2(x+1) - 4(x+1) =$

Mise en facteur correcte de (x+1) : **42%** NR : 38%

**R = 31%** NR : 42%

**Compléter le tableau suivant conformément à l'exemple de la première ligne.**  
Dans ce tableau,  $d(x;1)$  désigne la distance de  $x$  à 1. (2 N020) (2 N030)

Exemple :	valeur absolue	distance	encadrement
$ x-1  < 3$	$d(x;1) < 3$	$-2 < x < 4$	
<b>R = 86%</b> NR : 07%	$d(x;7) \leq 3$	<b>R = 48%</b> NR : 13%	
<b>R = 28%</b> NR : 30%	$-2 < x < 2$	<b>R = 29%</b> NR : 28%	
$ x+5  \leq 1$	<b>R = 42%</b> NR : 11%	<b>R = 29%</b> NR : 19%	

Un cercle a pour rayon 3 cm. Quelle est la longueur L d'un arc intercepté par un angle au centre dont la mesure est  $\frac{\pi}{4}$  radian. (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)

Écrire sous la forme  $a^b$  : (2 N013)

Réussite conjointe : **61%** (4 N223) (4 N224)

$3^2 \times 3^4 =$  **R = 79%**

$5^5 \times 5^{-2}$  EVAPM 4/89 (B19) : 53% EVAPM 3/90 (E61) : 60% (69%) NR : 01%

$2^2 \times 2^3 \times 2^4 \times 2 =$  **R = 77%** NR : 01%

$(5^0) =$  EVAPM 4/89 (B20) : 48% EVAPM 3/90 (E62) : 55% (64%) NR : 02%

$(5^2) =$  **R = 71%**

$(2^2) =$  EVAPM 4/89 (B21) : 38%

$(2^3) =$  EVAPM 3/90 (E63) : 46% (59%)

Démarche correcte utilisant la longueur du cercle : **23%** NR : 66%

(2 D026) (6 V511)

Réponses : Valeur exacte : L = **R = 19%**

Valeur décimale approchée à 0,1 cm près : L = **R = 21%**

En faisant tourner le triangle AHS, rectangle en H, autour de (SH), on obtient le cône de révolution représenté ci-dessous. On sait que  $AS = 10$  cm et que  $\widehat{ASH} = 20^\circ$  (2 E005)

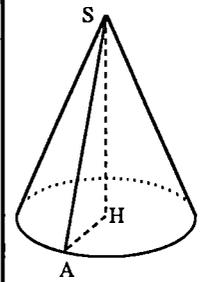
Calculer le rayon r du cercle de base et la hauteur h du cône. (On demande la valeur exacte et une valeur approchée)

Écrire le détail des calculs.

Démarche utilisant correctement des relations trigonométriques : **56%** NR : 28%

Réponses : Valeurs exactes : r = **R = 38%** h = **R = 36%**

Valeurs décimales approchées à 0,1 cm près : r = **R = 31%** h = **R = 44%**



Dans le plan, on donne une droite (D), un point A hors de (D) et un cercle (C) tangent à (D)

1) Tracer l'ensemble des centres des cercles tangents à (D) et de même rayon que (C). (2 D020)

2) Construire les cercles de même rayon que (C), passant par A et tangents à (D).

Justifier la construction.

Au moins une droite exacte : **69%** NR : 24%

Les deux droites exactes : **21%**

Au moins un cercle exact : **49%** NR : 32%

Les deux cercles exacts : **37%**

Justification exacte : **15%** NR : 42%

Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre B et de rapport -2

**R = 44%** (NR: 28%) **2 C007**

ABC est un triangle. O est un point quelconque.  
 D, E, F sont tels que :  $\vec{OD} = \vec{AB}$  ;  $\vec{OE} = \vec{BC}$  ;  $\vec{OF} = \vec{CA}$  **2 D006**  
 Le point O est-il le centre de gravité du triangle DEF ?

Justifications

**R = 14%** (NR: 50%)

On donne les droites d et d' d'équations :  
 (d) :  $2x - y + 5 = 0$  ; (d') :  $3x - 5y + 6 = 0$  **2 Y033**  
 Sachant que ces droites sont sécantes, calculer les coordonnées du point I, intersection de (d) et (d')

Calculs

**Démarche correcte : 56%** (NR: 26%)

Réponse: **R = 26%**

Tracer, dans le repère ci-dessous :

- la droite (d) de coefficient directeur 0,5 passant par le point O, origine du repère.
- la droite (d') de coefficient directeur 2 passant par le point A(2 ; -1).
- la droite (d'') de coefficient directeur -3 passant par le point B(-1 ; 2)

**(d) : 39%** (NR: 27%) **EVAPM 3/90 (E25) : 35% (44%)** **3 Y105**

**(d') : 34%** (NR: 27%) **EVAPM 3/90 (E26) : 23% (37%)**

**Réussite conjointe : 27%** (NR: 28%) **(d'') : 31%** (NR: 28%) **EVAPM 3/90 (E27) : 20% (30%)**

Dans la base  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne les vecteurs :  
 $\vec{u}(\frac{1}{2} ; -7)$  ;  $\vec{v}(-1 ; 5)$

Calculer les coordonnées des vecteurs :

	Calculs :	Réponse:
$\vec{u} + \vec{v}$	<b>2 Y011</b>	<b>R = 56%</b> (NR: 24%) <b>36</b>
$\vec{u} - \vec{v}$	<b>2 Y012</b>	<b>R = 52%</b> (NR: 29%) <b>37</b>
$-\frac{1}{4}\vec{v}$	<b>2 Y013</b>	<b>R = 48%</b> (NR: 35%) <b>38</b>

**Réussite conjointe : 42%**

On a observé la taille des 30 élèves d'une classe.  
 Voici le diagramme des effectifs cumulés correspondant.

**3 S102**

Dans cette classe, quel est le nombre d'élèves dont la taille t vérifie :  
 $166 \text{ cm} < t \leq 170 \text{ cm}$  ?

**R = 45%** (NR: 26%) **39**

Utiliser ce graphique pour donner une valeur de la médiane, estimée à 1 cm près, de la série statistique des tailles des élèves de cette classe.

**R = 20%** (NR: 72%) **40**

Sur le cercle trigonométrique, placer le point N correspondant à  $\pi + \alpha$  **2 C037** **F021** **(NR: 54%)**

**N bien placé : 40%**

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(\pi + \alpha) =$  **R = 19%** (NR: 67%)

Sur le cercle trigonométrique, placer le point M correspondant à  $\pi - \alpha$  **(NR: 57%)**

**M bien placé : 30%**

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\pi - \alpha) =$  **R = 15%** (NR: 69%)

**Réussites conjointes**  
 Points : 19% - Formules : 07% - Ensemble : 06%

Sur le cercle trigonométrique, placer le point P correspondant à  $-\alpha$  **(NR: %)**

**P bien placé : 40%**

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\sin(-\alpha) =$  **R = 18%** (NR: 68%)

Sur le cercle trigonométrique, placer le point Q correspondant à  $\frac{\pi}{2} - \alpha$  **(NR: 59%)**

**N bien placé : 31%**

Compléter, en utilisant les propriétés des fonctions sinus ou cosinus :

$\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) =$  **R = 13%** (NR: 71%)

Soit f la fonction définie sur  $[-4 ; 4]$  par :  $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$

Démontrer que f est une fonction paire.

**R = 30%** (NR: 44%) **2 F012** **2 F013**

On a tracé une partie de la courbe (C), représentation graphique de la fonction f, relativement au repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  orthonormal.

**Courbe complétée : 50%** (NR: 44%) **49** **50**

Compléter ce tracé pour obtenir la représentation graphique de f dans l'intervalle  $[-4 ; 4]$ .

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur le thème ALGÈBRE (Modalité M)

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Résoudre l'équation suivante :  $(5x + 1)(x - 3) - (3 - x)(x + 2) = 0$

2 A005

Calculs

Tentative de factorisation avec mise en évidence du facteur  $(x-3)$  : 55%

Factorisation exacte : 35% (NR : 06%)

Réponse:

R = 26% (NR : 10%)

Résoudre le système d'inéquations suivant:

$$\begin{cases} 3x - 1 < 5x + 2 \\ 4x + 5 < 3x + 10 \end{cases}$$

3 A115

Calculs

Résolution de la première inéquation : 51%

EVAPM 3/90 (E5) : 39% (50%) (NR : 12%)

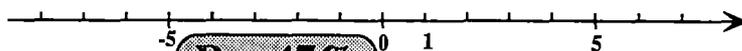
Résolution de la deuxième inéquation : 69%

EVAPM 3/90 (E6) : 62% (68%) (NR : 12%)

Résolution du système (sans tenir compte des bornes) : 41%

Respect des bornes : 44% (EVAPM 3/90 (E7) : 31% (40%) (NR : 14%))

Utiliser l'axe ci-contre pour représenter graphiquement, si cela est possible, l'ensemble des solutions de cette inéquation.



R = 47%

(NR : 18%)

EVAPM 3/90 (E8) : 34% (44%)

Précise comment il convient de lire votre représentation (Légende).

Il y avait n litres d'essence dans le réservoir de ma voiture. J'en ai utilisé le tiers au voyage aller et 8 litres au voyage retour. Il en reste 10 litres.

4 A251

Combien y avait-il d'essence au départ ?

Justifications

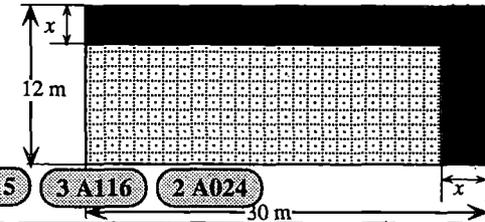
Mise en équation correcte : 62% (NR : 10%)

Réponse

R = 57%

(NR : 16%)

Un terrain rectangulaire, représenté ci-contre, a une longueur de 30 m et une largeur de 12 m.



On veut aménager un chemin de largeur x le long de deux côtés consécutifs.

On souhaite que la partie restante ait une superficie supérieure à 280 m<sup>2</sup> et que la largeur du chemin soit supérieure à 0,8 m.

3 A115

3 A116

2 A024

a) Ecrire les inéquations traduisant ces deux conditions.

Ecriture de  $(12-x)(30-x) > 280$  : 55%

(NR : 22%)

Ecriture de  $x < 0,8$  ou  $0,8 < x < 12$  : 50%

b) Montrer que les conditions trouvées à la question précédente

conduisent au système :  $\begin{cases} x^2 - 42x + 80 > 0 \\ 0,8 < x < 12 \end{cases}$

R = 41%

(NR : 44%)

c) Sachant que :  $x^2 - 42x + 80 = (x - 2)(x - 40)$

trouver les valeurs possibles pour la largeur x de l'allée

L'élève a compris qu'il convenait de résoudre le système précédent : 15%

Résolution correcte de l'inéquation : 08%

R = 07%

(NR : 56%)

Une usine produit des réfrigérateurs et des machines à laver. **3 A119**

La phase finale de fabrication utilise deux ateliers :

- un atelier de montage qui peut fournir, au maximum, 250 heures de travail par jour,
- un atelier de peinture qui peut fournir, au maximum, 60 heures de travail par jour.

Les temps de montage et de peinture sont donnés dans le tableau suivant :

	Réfrigérateur	Machine à laver
Temps de montage (en heures)	2,0	2,5
Temps de peinture (en heures)	0,6	0,4

Par la suite, vous noterez  $x$  le nombre de réfrigérateurs et  $y$  le nombre de machines à laver.

- a) Un certain jour, l'atelier de montage a travaillé 240 heures, tandis que l'atelier de peinture a travaillé 51 heures. Sachant qu'il n'y a pas eu de temps perdu, combien de réfrigérateurs et combien de machines à laver ont été achevés ce jour-là ?

Calculs

Mise en équation correcte : 33%

Démarche de résolution correcte : 27%

Réponse

R = 23%

NR : 34%

- b) Un autre jour, la direction de l'usine souhaite que 80 machines à laver soient achevées dans la journée.

Est-ce réalisable, et si oui, quel est le nombre maximum de réfrigérateurs qu'il sera possible d'achever ce jour-là ?

Réponse OUI et justification correcte : 19%

NR : 52% Nombre de réfrigérateurs exacts : 13%

- c) Ecrire un système d'inéquations traduisant les limitations, imposées par l'énoncé, aux valeurs possibles de  $x$  et de  $y$ .

R = 14%

NR : 70%

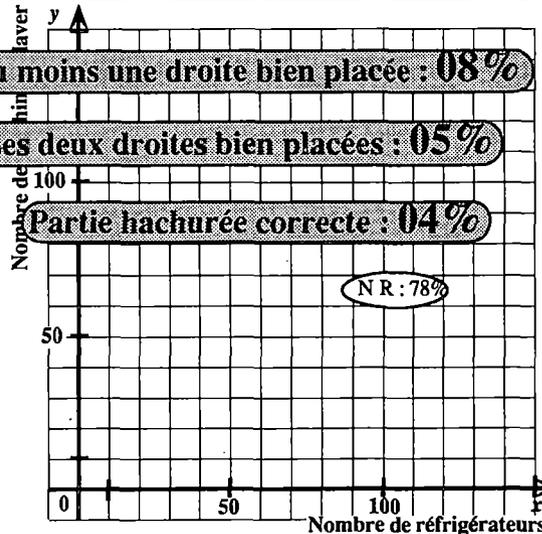
Au moins une droite bien placée : 08%

Les deux droites bien placées : 05%

Partie hachurée correcte : 04%

NR : 78%

- d) Représenter graphiquement l'ensemble de toutes les valeurs possibles pour les couples  $(x ; y)$  correspondant au nombre de réfrigérateurs et au nombre de machines à laver qu'il est possible d'achever au cours d'une même journée.

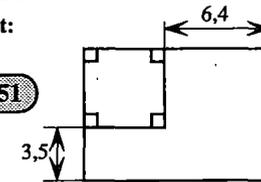


Ecrire une équation qui traduise le problème suivant: **4 A251**

On augmente un côté d'un carré de 6,40 cm et un autre côté de 3,50 cm.

On obtient un rectangle dont l'aire dépasse de 52,595 cm<sup>2</sup> celle du carré.

Trouver la longueur du côté du carré.



Equation traduisant le problème:

R = 43%

NR : 29%

EVAPM 4/89 (P25) : 15%

EVAPM 3/90 (M16) : 27% (35%)

Calculs

Réponse exacte obtenue par résolution de l'équation : 33%

EVAPM 4/89 (P26) : 05%

EVAPM 3/90 (M17) : 18% (25%)

R = 32%

EVAPM 4/89 (P27) : 07%

EVAPM 3/90 (M18) : 17% (24%)

NR : 45%

Résoudre le système d'équations suivant, sachant qu'il admet une solution unique:

$$4x - 2y + 6z = 20$$

$$3x - y + 3z = 15$$

$$2x - 3y = 4$$

**2 A014**

Calculs

Démarche correcte : 59%

NR : 22%

Réussite conjointe : 21%

R = 34%

R = 29%

R = 27%

x =

y =

z =

NR : 35%

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur le thème FONCTIONS (Modalité N)

Calculatrices autorisées

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

**3 P101**

Le plan est muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

La droite (D) est la représentation graphique d'une fonction affine  $f$ .

1°) Mettre en évidence sur le graphique :

- l'image du nombre 4 par la fonction  $f$   
**R = 73%** (NR : 10%)
- le nombre dont l'image, par la fonction  $f$ , est 2.  
**R = 64%** (NR : 11%)

2°) Pour tout nombre  $x$ , écrire  $f(x)$  en fonction de  $x$ .

Calculs

**Identification de la forme  $f(x) = ax + b$  : 45%** (NR : 35%)

**Démarche correcte : 39%** (NR : 36%)

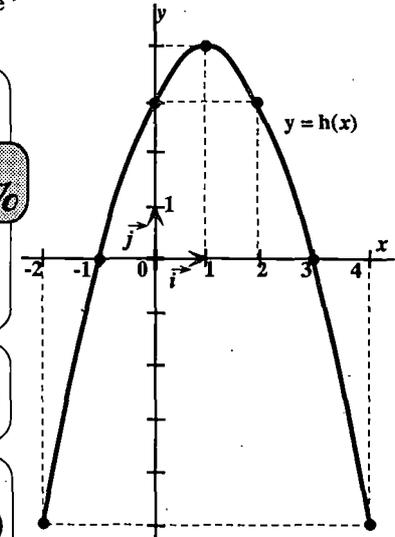
**Réponse :  $f(x) = \dots$  R = 28%** (NR : 37%)

01  
02

03  
04  
05

Voici la représentation graphique d'une fonction  $h$  définie sur l'intervalle  $[-2; 4]$ .

Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes  
On notera que les points marqués "•" sont sur la courbe et ont pour coordonnées des nombres entiers.



1°) Dresser le tableau de variation de  $h$  **F027**  
**Tableau correct et complet en ce qui concerne les variations : 82%**  
**R = 51%** (NR : 05%)

2°) Donner les solutions de l'équation :  $h(x) = 0$  **F029**  
**R = 53%** (NR : 14%)

3°) Etudier le signe de  $h(x)$  sur l'intervalle  $[-2; 1]$ . **F028**  
**R = 24%** (NR : 28%)

4°) Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $h(x) \geq 3$ . **F030**  
**R = 36%** (NR : 21%)

Réussite conjointe : 11%

Dans le plan muni d'un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , on donne six tracés : A, B, C, D, E et F. Certains de ces tracés peuvent être des représentations graphiques de fonctions de la variable  $x$ , d'autres non.

**F014**

**A** **R = 63%** (NR : 02%)

**B** **R = 42%** (NR : 01%)

**C** **R = 50%** (NR : 02%)

**D** **R = 70%** (NR : 02%)

**E** **R = 75%** (NR : 02%)

**F** **R = 62%** (NR : 02%)

Compléter le tableau suivant en écrivant VRAI ou FAUX dans chacune des cases.

Le tracé	A	B	C	D	E	F
peut représenter une fonction de la variable $x$						

Réussite conjointe : 15%

06  
07

08

09

10

11  
12  
13  
14  
15  
16

Les quatre questions suivantes concernent la fonction  $g$  définie sur

l'intervalle  $[-2; 2]$  par :  $g(x) = \frac{1}{3x^2 + 1}$

2°) Démontrer que la fonction  $g$  est décroissante sur l'intervalle  $[0; 2]$ .

F032

Démarche basée sur la comparaison avec des fonctions connues : 12%

NR : 48%

Démarche basée sur la comparaison de  $g(b)$  et  $g(a)$  : 36%

NR : 34%

R = 17%

NR : 30%

1°) Démontrer que  $g$  est une fonction paire.

F012

R = 39%

NR : 29%

3°) Dresser le tableau de variation de  $g$  sur l'intervalle  $[-2; 2]$

F032

en notant les valeurs de  $g(x)$  pour :  $x = -2$  ;  $x = 0$  ;  $x = 2$

R = 45%

NR : 16%

Réussite conjointe 2°) et 3°) : 26%

4°) Ecrire les encadrements les plus précis possibles de  $g(x)$  :

F033

a) pour  $1 < x < 2$

R = 26%

NR : 30%

b) pour  $-1 < x < 2$

R = 06%

NR : 31%

Voici un tableau des variations d'une fonction  $f$ , définie sur l'intervalle  $[-7; 7]$ , dans lequel sont indiquées quelques valeurs de  $f(x)$

$x$	-7	-3	1	7
Variations de $f$	1	5	-2	0

F025

Les quatre questions qui suivent concernent la fonction  $f$  ainsi présentée.

1°) Compléter les phrases suivantes de façon à décrire les variations de la fonction  $f$ .

La fonction  $f$  est  $\dots$  NR : 04%

R = 82%

NR : 04%

R = 81%

NR : 04%

La fonction  $f$  est  $\dots$  sur  $\dots$

R = 81%

R = 81%

La fonction  $f$  est  $\dots$

Réussite conjointe : 80%

2°) Compléter les écritures ci-dessous en utilisant les symboles  $<$  ou  $>$ .

$f(-6) \dots f(-4)$

$f(-2) \dots f(-1)$

$f(4) \dots f(5)$

NR : 03%

R = 87%

R = 67%

NR : 03%

R = 87%

NR : 02%

Réussite conjointe : 7%

3°) Pour chacune des égalités ou inégalités proposées, on demande si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou si le tableau de variation ne permet pas de savoir si elle est VRAIE ou FAUSSE.

Dans chaque cas, entourer l'une des mentions (VRAI - FAUX - le tableau de variation ne permet pas de savoir) et barrer les deux autres.

$f(-4) < 5$

VRAI

FAUX

Le tableau de variation ne permet pas de

R = 73%

NR : 01%

$f(-6) = 2$

VRAI

FAUX

Le tableau de va

R = 66%

NR : 01%

$f(7) = 0$

VRAI

FAUX

Le tableau de va

R = 87%

NR : 01%

$f(2) = 3$

VRAI

FAUX

Le tableau de va

R = 49%

NR : 01%

$f(-5) > f(4)$

VRAI

FAUX

Le tableau de variation ne permet pas de

R = 40%

NR : 02%

4°) Compléter les phrases suivantes :

Dans l'intervalle  $[-7; 7]$ , le maximum de  $f$  est

R = 78%

NR : 03%

Dans l'intervalle  $[-7; 7]$ , le minimum de  $f$  est

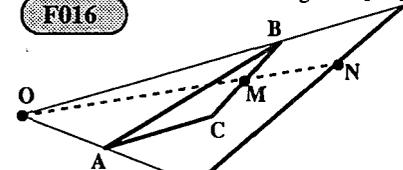
R = 77%

NR : 03%

Réussite conjointe : 76%

On donne un point  $O$ , un triangle  $ABC$ , et un segment  $[DE]$  tels que :

F016



$O, B$  et  $E$  sont alignés,  
 $O, A$  et  $D$  sont alignés.  
 $OA = 2$  cm ;  $OB = 6$  cm ;  $OC = 4$  cm.

A tout point  $M$  appartenant à un côté du triangle  $ABC$ , on associe le point  $N$  du segment  $[DE]$  tel que  $O, M$  et  $N$  soient alignés.

On note  $r$  la distance  $OM$  et  $s$  la distance  $ON$ , en cm ( $OM = r$  ;  $ON = s$ )

Erreur d'énoncé  
Voir analyses

A partir de cette description, on peut définir une fonction qui à  $s$  associe  $r$ .  
Pour quelles valeurs de  $r$  cette fonction est-elle définie ?

NR : 58%

Toujours dans le cas de la situation décrite ci-dessus, est-il possible de définir une fonction qui à  $s$  associe  $r$  ? Justifiez votre réponse.

NR : 71%

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur le thème GÉOMÉTRIE de l'ESPACE (Modalité P)

Calculatrices autorisées

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

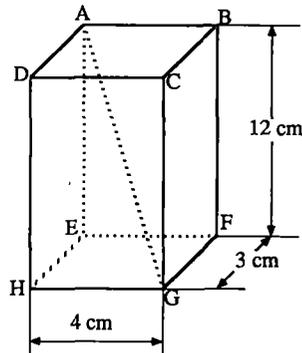
Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.

Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

3 E101

Voici le dessin en perspective d'un pavé droit (ou parallélépipède rectangle) dont les dimensions sont portées sur la figure.



Calculer la longueur de la diagonale [AG].

Donner le détail de tous les calculs et énoncer les propriétés utilisées.

L'élève a identifié le triangle AEG comme étant rectangle ou deux triangles rectangles permettant de résoudre le problème : 82%

EVAPM 4/89 (P6) : 27%

EVAPM 3/90 (A5) : 57%(67%)

NR : 09%

Enoncé correct de la relation de Pythagore ou/et application à l'un au moins des triangles : 84%

EVAPM 4/89 (P7) : 26%

EVAPM 3/90 (A6) : 60%(71%)

R = 74%

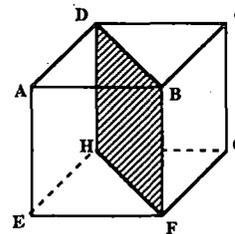
EVAPM 4/89 (P8) : 21%

EVAPM 3/90 (A7) : 48%(61%)

éponse: AG =

01
02
03

E 014 NE



Dessin d'un rectangle non carré : 63%

EVAPM 4/89 (Q14) : 17%

NR : 03%

EVAPM 3/90 (D11) : 47%(47%)

R = 58%

NR : 02%

EVAPM 4/89 (Q15) : 12%

EVAPM 3/90 (D12) : 40%(42%)

Voici un cube dessiné en perspective.

En réalité, ce cube a une arête de 4 cm.

On le découpe en deux prismes droits en le coupant selon le plan DBFH.

Dans le cadre de droite, DESSINER uniquement, avec ses dimensions réelles, la face DBFH commune à ces deux prismes.

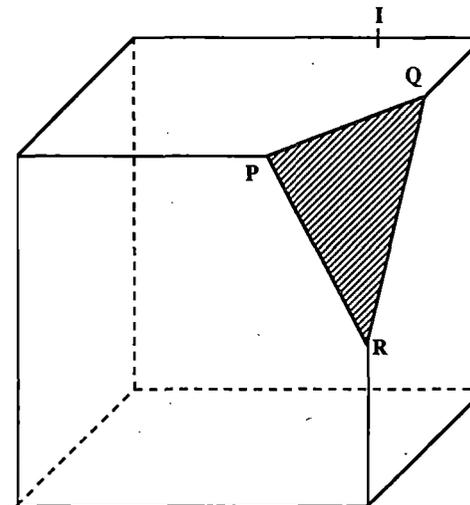
04
05

E 015 NE

Voici une représentation en perspective d'un cube tronqué (on a coupé le cube suivant un plan passant par les points P, Q et R).

On demande de construire l'intersection de ce cube avec le plan passant par le point I et parallèle au plan (PQR).

Le tracé montre une bonne compréhension de ce qu'il faut faire même si la figure n'est pas précise : 30%



Segment IJ : 56%

NR : 18%

Segment JK : 40%

NR : 27%

Segment KL : 14%

NR : 33%

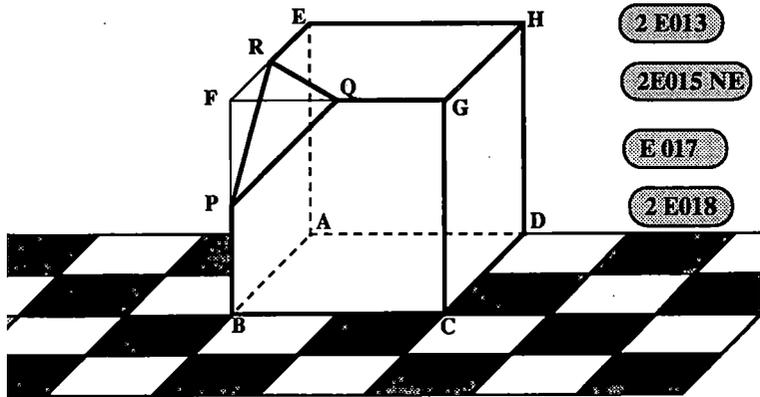
Segment LM : 13%

NR : 33%

Segment MI : 14%

NR : 32%

06
07
08
09
10
11



2 E013

2E015 NE

E 017

2 E018

La figure ci-dessus représente un cube tronqué  $C$  obtenu en ôtant du cube  $ABCDEFGH$  le tétraèdre  $FPQR$ ;

$P, Q$  et  $R$  sont les milieux respectifs des arêtes  $[BF], [GF]$  et  $[EF]$ .

NR : 16%

R = 47%

1°) Placer le point d'intersection  $I$  de la droite  $(RP)$  et du plan  $(ABCD)$ .

SPRESE 2/86 : 19%

2°) Dessiner l'intersection du plan  $(CPR)$  avec les faces du cube tronqué.

NR : 25%

R = 09%

On suppose désormais que la longueur  $AB$  est 60 cm.

3°) Calculer la longueur  $CR$ .

SPRESE 2/86 : 01%

Mise en évidence d'un triangle rectangle utile : 46%

NR : 35%

Démarche correcte : 39%

NR : 35%

R = 32%

NR : 36%

SPRESE 2/86 : 06%

CR = \_\_\_\_\_ cm

4°) Quel est le volume  $V$  du cube tronqué  $C$  ?

Rappel : pour calculer le volume d'un tétraèdre, on peut se servir de la formule donnant le volume d'une pyramide :  $V = \frac{1}{3} Bh$

Calcul du volume en utilisant une arête comme hauteur : 19%

Essai (ou réussite) du calcul de la hauteur issue de  $F$  : 10%

Volume du tétraèdre  $FRQP$  : 12%

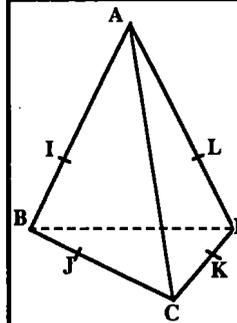
NR : 45%

R = 10%

NR : 50%

SPRESE 2/86 : 01%

V = \_\_\_\_\_



Soit une pyramide  $ABCD$ .

Soient  $I, J, K$  et  $L$  les points définis de la façon suivante :

2 E001

$I$  appartient à l'arête  $[AB]$  et  $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{3}$

2 E006

$J$  appartient à l'arête  $[BC]$  et  $\frac{CJ}{CB} = \frac{2}{3}$

E014

$K$  appartient à l'arête  $[CD]$  et  $\frac{CK}{CD} = \frac{2}{3}$

2 E002

$L$  appartient à l'arête  $[AD]$  et  $\frac{AL}{AD} = \frac{2}{3}$

1°) Démontrer que les droites  $(IL)$  et  $(BD)$  sont parallèles.

R = 62%

NR : 11%

2°) Démontrer que les points  $I, J, K$  et  $L$  appartiennent à un même plan. Quelle est la nature du quadrilatère  $IJKL$  ?

IJKL coplanaires : 32%

NR : 29%

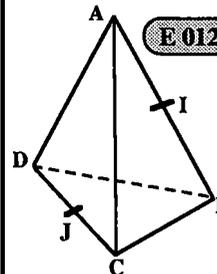
IJKL parallélogramme : 26%

NR : 30%

3°) La droite  $(BD)$  coupe-t-elle le plan  $IJK$  ? Démontrer

R = 17%

NR : 33%



E 012

Soit  $ABCD$  un tétraèdre quelconque (pyramide à base triangulaire).

Soit  $I$  le milieu du segment  $[AB]$  et  $J$  le milieu du segment  $[CD]$ .

Quelle est l'intersection des plans  $(ABJ)$  et  $(CDI)$  ? Démontrer

Démarche correcte : 18%

NR : 35%

R = 26%

NR : 46%

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire portant sur le thème

GÉOMÉTRIE DANS LE PLAN MUNI D'UN REPERE (Modalité Q)

Calculatrices autorisées

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Soignez la présentation et utilisez une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses. Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Sur une droite munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ , on considère les points A et B tels que :

l'abscisse du point A est -2,3 **5 Y163**

l'abscisse du point B est -6,8. **2 Y004**

Calculer la distance AB.

**Démarche faisant intervenir la valeur absolue : 25%**

**NR : 09% R = 49%**

Calculer l'abscisse du point C tel que :  $\vec{BC} = \frac{7}{5} \vec{i}$ .

**Démarche faisant intervenir la relation de Chasles : 19%**

**R = 24% NR : 51%**

Tracer, dans le plan muni du repère ci-contre :

a) la droite  $D_1$  d'équation :  $3x - y + 1 = 0$

**R = 69% NR : 06%**

b) la droite  $D_2$  d'équation :  $2x + y = 0$

**R = 71% NR : 04%**

c) la droite  $D_3$  d'équation :  $y - 2 = 0$

**R = 73% NR : 05%**

d) la droite  $D_4$  d'équation :  $x + 3 = 0$

**R = 65% NR : 07%**

Le plan (P) est muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . La droite (D) a pour coefficient directeur -4 et passe par le point A(1; 2).

Déterminer une équation de cette droite.

Détail des calculs **3 Y107**

**Démarche correcte : 57%**

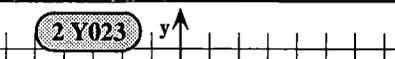
EVAPM 3/90 (F24) : 43% (50%)

**R = 47%**

EVAPM 3/90 (F25) : 36% (44%)

Réponse: **NR : 26%**

**2 Y023**



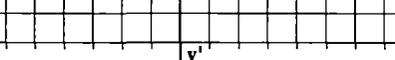
**Réussite conjointe : 47%**



**R = 73% NR : 05%**



**R = 65% NR : 07%**



Le plan étant muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les droites suivantes, données par leurs équations :

**2 Y032**

$(d_1) : 2x + 3y - 1 = 0$

$(d_2) : 2x - 3y + 5 = 0$

$(d_3) : 6x + 4y - 1 = 0$

$(d_4) : -4x + 6y + 1 = 0$

$(d_5) : 7x - 2y + 5 = 0$

Les droites  $(d_1)$  et  $(d_3)$  sont-elles sécantes ? Justifier votre réponse.

**R = 50% NR : 20%**

Deux des droites données sont parallèles. Lesquelles ? Justifier votre réponse.

**R = 34% NR : 22%**

**Réussite conjointe : 18%**

Deux des droites données sont perpendiculaires. Lesquelles ? Justifier votre réponse.

**R = 30% NR : 33%**

Utilisation, au moins dans un cas, de vecteur directeur : **16%**

Utilisation, au moins dans un cas, de coefficient directeur : **24%**

Utilisation, au moins dans un cas, de déterminant ou produit scalaire : **26%**

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

**2 Y010**

Un point A est donné par ses coordonnées : A(-2; 5)

Le point B est défini par :  $\vec{AB} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$

**2 Y050**

1°) Calculer les coordonnées du point B.

Détail des calculs

**Démarche correcte : 45% NR : 39%**

Réponse: **R = 45%**

**NR : 38%**

2°) Calculer les coordonnées du point M tel que :  $\vec{AM} = -\frac{1}{4} \vec{AB}$

Détail des calculs

**Démarche correcte : 28% NR : 55%**

Réponse: **R = 16%**

**NR : 57%**

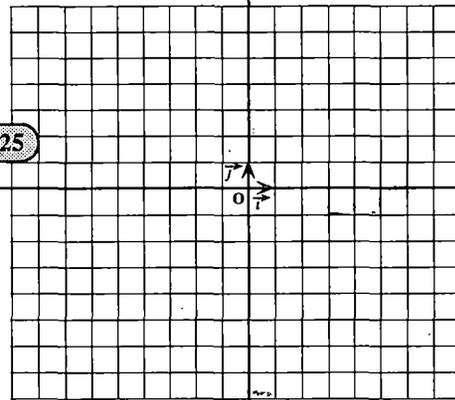
Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

On donne les points :

$A(2; 0)$  ;  $B(0; -3)$  ;  
 $C(0; 5)$  ;  $D(-7,5; 0)$

1°) Placer les points A, B, C et D.

2 Y025



**R = 87%**

(NR : 02%)

2°) Dans le triangle OBD, déterminer l'équation de la hauteur issue de O.

(Perpendiculaire à la droite (BD) passant par O)

**Démarche correcte : 23%** (NR : 48%)

**R = 18%**

Réponse.

(NR : 50%)

3°) La hauteur du triangle OBD issue de O (droite étudiée au 2°) passe-t-elle par le milieu du segment [AC] ? Justifier votre réponse.

**R = 13%**

(NR : 55%)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points :  $A(2; 4)$  ;  $B(8; 3)$  ;  $C(10; 12)$

3 Y103

Le triangle ABC est-il rectangle ?

Détail des calculs et du **Réponse correcte justifiée par Pythagore : 24%**

(EVAPM 3/90 (M8) : 37% (46%))

**Réponse correcte justifiée par des équations de droite : 04%**

(EVAPM 3/90 (M9) : 05% (06%))

**Réponse correcte justifiée par des coefficients directeurs : 04%**

(EVAPM 3/90 (M10) : 06% (09%))

**Réponse correcte justifiée par l'analyse des coordonnées de vecteurs : 09%**

(EVAPM 3/90 (M11) : 03% (05%))

**R = 41%**

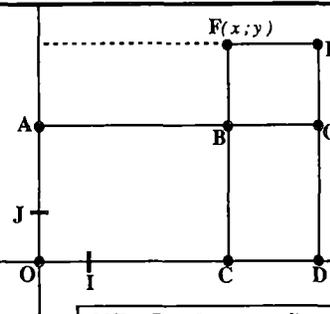
(NR : 10%)

Conclusion : EVAPM3/90 : 41% (66%)

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  
 $O\vec{I} = O\vec{J} = 1$

A est un point fixe du demi axe  $(Ox)$  tel que :  $OA = 3$   
On considère les points B, C, D, E, F, et G, de coordonnées positives, variables dans le plan et vérifiant les conditions suivantes :

- 2 Y009 - les points C et D appartiennent à l'axe  $(OI)$ .
- OAGD est un rectangle,
- 2 Y018 - FEDC est un rectangle,
- B est l'intersection des droites (AG) et (FC),
- Le point C est entre O et D



N.B. : Les deux premières questions sont

**Réussite conjointe : 22%**

1°) On note x et y les coordonnées du point F.

Ecrire les coordonnées des points A, B, C, D, E et G, en fonction de x et de y et des données de l'énoncé.

(compléter le tableau)

	F	A	B	C	D	E	G
Abscisse	x	0	34%	34%	32%	30%	30%
Ordonnée	y	3					

**Réussite conjointe : 22%**

2°) On voudrait que la droite (OB) soit perpendiculaire à la droite (FG).

Trouver une relation traduisant cette condition et liant x et y.

**Utilisation des équations des droites (OB) et (FG) : 03%** **R = 04%**

**Utilisation des coefficients directeurs des droites (OB) et (FG) : 03%**

**Utilisation des vecteurs  $\vec{OB}$  et  $\vec{FG}$  : 03%**

Réponse :

(NR : 80%)

3°) On voudrait que la somme des aires des rectangles OABC et CDEF soit égale à 32.

Trouver une relation traduisant cette condition et liant x et y.

**Démarche correcte : 09%**

**R = 07%**

4°) Calculer x et y pour que les deux relations soient simultanément vérifiées

**Démarche correcte : 03%**

**R = 01%**

(NR : 93%)

Réponse :

x =

y =

Deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont donnés par leurs coordonnées dans une base orthonormée  $(\vec{i}; \vec{j})$  :  $\vec{u}(3; 4)$  ;  $\vec{v}(0; 5)$

2 Y015

1°) Calculer les normes des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

Calculs

**Mise en évidence de la formule : 22%**

norme de  $\vec{u}$  **R = 21%**

(NR : 73%)

norme de  $\vec{v}$

**R = 23%** (NR : 73%)

2°) L'égalité des normes entraîne-t-elle l'égalité des vecteurs ? Justifier votre réponse.

**R = 20%**

(NR : 73%)

3°) Trouver un troisième vecteur  $\vec{w}$  de même norme que  $\vec{u}$  et qui ne soit colinéaire ni à  $\vec{u}$  ni à  $\vec{v}$ .

Calculs

**R = 08%**

(NR : 88%)

Réponse :

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire formé de questions à choix multiples (Q.C.M.N°1)  
portant sur l'ensemble du programme (modalité R)

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom :

CLASSE :

Etablissement :

**ATTENTION**  
NE PAS OUVRIR CE FEUILLET AVANT D'AVOIR LU CETTE PAGE.

Ce questionnaire est un questionnaire à choix multiples.  
Cela signifie que pour chaque question vous avez à décider entre plusieurs réponses.

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.

Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.

Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.

Utilisez, si nécessaire, une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Le questionnaire est assez long, mais il est souvent possible de répondre directement.

Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Munissez-vous d'un crayon gras, de façon à laisser des marques très visibles sur la feuille.

Pour chaque question, il y a quatre réponses proposées. Elles sont appelées a, b, c, et d.

Pour chaque question il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 réponses exactes.

Réponses possibles

Bla bla bla...

a	Réponse A	Oui	Non	Jnsp
b	Réponse B	Oui	Non	Jnsp
c	Réponse C	Oui	Non	Jnsp
d	Réponse D	Oui	Non	Jnsp

Dans chaque ligne, ENTOURER selon le cas l'un des mots Oui, Non ou Jnsp.

Jnsp signifie "Je ne sais Pas" : il est toujours préférable de signaler que l'on ne sais pas répondre à la question plutôt que d'entourer n'importe quelle case.

a, b et c désignant trois nombres réels quelconques,

on peut affirmer que :

a	$a + b = b + a$	Oui	Non	Jnsp
b	$a + b = a - b$	Oui	Non	Jnsp
c	$a > b$	Oui	Non	Jnsp
d	$a + (b + c) = (a + b) + c$	Oui	Non	Jnsp

Faisons un essai

Réservé pour la codage

Voilà ce que vous devez obtenir.

Etes-vous d'accord ?

SI OUI tournez la page et commencez à répondre au questionnaire

SI NON appelez votre professeur.

Utiliser une gomme si vous voulez modifier vos réponses.

Ne pas oublier que, pour chaque question il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 réponses "Oui"

<p><b>2 D005</b> <b>R = 77%</b> (NR : 00%)</p> <p>A, B et I désignent trois points distincts du plan. Si I est le milieu du segment [AB], alors on peut affirmer que :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>IA = IB</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\vec{IA} = \vec{IB}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\vec{AI} = \vec{IB}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$IA = IB$	Oui	Non	Jnsp	b	$\vec{IA} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp	c	$\vec{AI} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp	d	$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp	<p><b>2 D014</b> <b>R = 33%</b> (NR : 01%)</p> <p>A, O et B étant trois points du plan Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire et suffisante pour que le point B soit l'image du point A dans la symétrie de centre O</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>O est le milieu du segment [AB]</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>AO = OB</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\vec{AO} = \vec{OB}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\vec{OA} = -\vec{OB}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	O est le milieu du segment [AB]	Oui	Non	Jnsp	b	$AO = OB$	Oui	Non	Jnsp	c	$\vec{AO} = \vec{OB}$	Oui	Non	Jnsp	d	$\vec{OA} = -\vec{OB}$	Oui	Non	Jnsp
a	$IA = IB$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$\vec{IA} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	$\vec{AI} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp																																					
a	O est le milieu du segment [AB]	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$AO = OB$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	$\vec{AO} = \vec{OB}$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$\vec{OA} = -\vec{OB}$	Oui	Non	Jnsp																																					
<p><b>2 D006</b> <b>R = 46%</b> (NR : 03%)</p> <p>A, B, C et G désignent quatre points distincts du plan. On appelle M le milieu du segment [BC]. On appelle centre de gravité d'un triangle ABC, le point de concours des médianes de ce triangle. Si G est le centre de gravité du triangle ABC, alors on peut affirmer que :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$	Oui	Non	Jnsp	b	$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp	c	$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$	Oui	Non	Jnsp	d	$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}$	Oui	Non	Jnsp	<p><b>3 D111</b> <b>R = 32%</b> (NR : 01%)</p> <p>A, B, C et D désignent quatre points distincts du plan. Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\vec{AB} = \vec{DC}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\vec{AD} = \vec{BC}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$\vec{AB} = \vec{DC}$	Oui	Non	Jnsp	b	$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$	Oui	Non	Jnsp	c	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$	Oui	Non	Jnsp	d	$\vec{AD} = \vec{BC}$	Oui	Non	Jnsp
a	$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}$	Oui	Non	Jnsp																																					
a	$\vec{AB} = \vec{DC}$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$\vec{AD} = \vec{BC}$	Oui	Non	Jnsp																																					
<p><b>2 D011</b> <b>R = 37%</b> (NR : 17%)</p> <p>Les points A, B, C, M, N, P appartiennent à un même plan et vérifient les relations suivantes :</p> <p><math>\vec{AC} = 3 \vec{AB}</math> ; <math>\vec{BM} = -5 \vec{MN}</math> ; <math>\vec{AN} = 4 \vec{MP}</math> ; <math>\vec{CN} = -3 \vec{PQ}</math></p> <p>Trouver, parmi les énoncés proposés, ceux qui sont une conséquence de ces relations</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>(AB) // (MP)</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>(AB) // (BM)</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>(MP) // (AN)</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>(CN) // (PQ)</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	(AB) // (MP)	Oui	Non	Jnsp	b	(AB) // (BM)	Oui	Non	Jnsp	c	(MP) // (AN)	Oui	Non	Jnsp	d	(CN) // (PQ)	Oui	Non	Jnsp	<p><b>2 D028</b> <b>R = 26%</b> (NR : 14%)</p> <p>La mesure principale d'un angle de <math>\frac{77\pi}{12}</math> est :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\frac{\pi}{12}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\frac{5\pi}{12}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\frac{-19\pi}{12}</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>6\pi</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$\frac{\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp	b	$\frac{5\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp	c	$\frac{-19\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp	d	$6\pi$	Oui	Non	Jnsp
a	(AB) // (MP)	Oui	Non	Jnsp																																					
b	(AB) // (BM)	Oui	Non	Jnsp																																					
c	(MP) // (AN)	Oui	Non	Jnsp																																					
d	(CN) // (PQ)	Oui	Non	Jnsp																																					
a	$\frac{\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$\frac{5\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	$\frac{-19\pi}{12}$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$6\pi$	Oui	Non	Jnsp																																					
<p><b>2 E013</b> <b>R = 21%</b> (NR : 02%)</p> <p>Soient un plan P et des points A, B et C tels que : - les points B et C appartiennent au plan P, - le point A n'appartient pas au plan P. Soit I un point quelconque</p> <p>Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire pour que les droites (AI) et (BC) soient sécantes.</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>le point I appartient au plan ABC</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>le point I appartient au plan P</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>La droite (AI) est parallèle au plan P</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>La droite (AI) n'est pas parallèle au plan P</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	le point I appartient au plan ABC	Oui	Non	Jnsp	b	le point I appartient au plan P	Oui	Non	Jnsp	c	La droite (AI) est parallèle au plan P	Oui	Non	Jnsp	d	La droite (AI) n'est pas parallèle au plan P	Oui	Non	Jnsp	<p><b>E014</b> <b>R = 59%</b> (NR : 00%)</p> <p>On considère un cube ABCDEFGH Le point I est le point d'intersection des segments [FC] et [GB]. Le point J est le point d'intersection des segments [HF] et [EG].</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>Le triangle EGB est rectangle en G</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>Le triangle IAJ est isocèle</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>Le triangle AEJ est rectangle en E</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>Le triangle AEJ est isocèle</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Jnsp	b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp	c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Jnsp	d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp
a	le point I appartient au plan ABC	Oui	Non	Jnsp																																					
b	le point I appartient au plan P	Oui	Non	Jnsp																																					
c	La droite (AI) est parallèle au plan P	Oui	Non	Jnsp																																					
d	La droite (AI) n'est pas parallèle au plan P	Oui	Non	Jnsp																																					
a	Le triangle EGB est rectangle en G	Oui	Non	Jnsp																																					
b	Le triangle IAJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp																																					
c	Le triangle AEJ est rectangle en E	Oui	Non	Jnsp																																					
d	Le triangle AEJ est isocèle	Oui	Non	Jnsp																																					

2 D021

**R = 24%**

N R : 04%

ABCD est un rectangle de centre O

L'ensemble des points équidistants des droites (AD) et (BC) est :

a	La médiatrice de [AD]	Oui	Non	Jnsp
b	La médiatrice de [AB]	Oui	Non	Jnsp
c	La réunion des médiatrices de [AD] et [AB]	Oui	Non	Jnsp
d	l'ensemble formé du seul point O	Oui	Non	Jnsp

Pour chaque ligne, dire si la paire d'angles donnés constitue un contre-exemple montrant que la relation :  $\sin(a+b) = \sin a + \sin b$  n'est pas toujours vraie.

N R : 06%

a'	$a = 30^\circ, b = -30^\circ$	Oui	Non	Jnsp
b'	$a = 180^\circ, b = 180^\circ$	Oui	Non	Jnsp
c'	$a = 90^\circ, b = 270^\circ$	Oui	Non	Jnsp
d'	$a = 90^\circ, b = 90^\circ$	Oui	Non	Jnsp

**R = 26%**

IEA TER/84 JPN : 72% USA : 32%

A, B, C et D désignent quatre points d'une droite (d) munie d'un repère (O; i).

Si les points A, B, C et D ont pour abscisses respectives (-75), (+50), (-25) et (+40), alors :

a	$\overline{BC} = 75$	Oui	Non	Jnsp
b	$\overline{AB} = -25$	Oui	Non	Jnsp
c	$\overline{AC} = 50$	Oui	Non	Jnsp
d	$\overline{DC} = -65$	Oui	Non	Jnsp

**R = 20%**

N R : 07%

On donne les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{x}$ , définis par leurs coordonnées dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}; \vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}; \vec{w} \begin{pmatrix} 8 \\ 1,6 \end{pmatrix}; \vec{x} \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,08 \end{pmatrix}$

a	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires	Oui	Non	Jnsp
b	Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont colinéaires	Oui	Non	Jnsp
c	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires	Oui	Non	Jnsp
d	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires	Oui	Non	Jnsp

**R = 43%**

N R : 07%

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, Le plan médiateur du segment [FH] est :

a	Le plan (EFH)	Oui	Non	Jnsp
b	Le plan (GEC)	Oui	Non	Jnsp
c	Le plan (GED)	Oui	Non	Jnsp
d	Le plan (ACG)	Oui	Non	Jnsp

**R = 23%**

N R : 10%

**R = 21%**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?

a	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (BCE)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (AG) est perpendiculaire au plan (ACF)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (HG) est perpendiculaire au plan (BDF)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (ED) est perpendiculaire au plan (HGF)	Oui	Non	Jnsp

**R = 03%**

**R = 21%**

2 E004

Une valeur décimale approchée, à  $10^{-2}$  près par défaut, de l'aire d'un disque de 17 cm de rayon est :

5 V653

a	907,92 cm <sup>2</sup>	Oui	Non	Jnsp
b	106,81 cm <sup>2</sup>	Oui	Non	Jnsp
c	2 852,3 cm <sup>2</sup>	Oui	Non	Jnsp
d	897,76 cm <sup>2</sup>	Oui	Non	Jnsp

**R = 68%**

N R : 05%

Dans le plan muni d'un repère (O, i, j), on considère la droite (d) passant par le point M(-85; 57) et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$ .

Le coefficient directeur de la droite (d) est :

a	1,6	Oui	Non	Jnsp
b	0,625	Oui	Non	Jnsp
c	-1,6	Oui	Non	Jnsp
d	-0,625	Oui	Non	Jnsp

**R = 19%**

**R = 24%**

2 Y027

Sur une droite munie d'un repère (O; i), soit O' le point d'abscisse 3.

Soit M le point d'abscisse 24, dans le repère (O; i).

a	Dans le repère (O; i), l'abscisse du point M est -25	Oui	Non	Jnsp
b	Dans le repère (O; i), l'abscisse du point M est 21	Oui	Non	Jnsp
c	Dans le repère (O; i), l'abscisse du point M est 96	Oui	Non	Jnsp
d	Dans le repère (O; i), l'abscisse du point M est -6	Oui	Non	Jnsp

**R = 20%**

N R : 05%

2 N017 **R = 63%** N R : 01%

2 N018

Sachant que a est un nombre vérifiant :  $5 < a < 7$ , on peut affirmer que :

a	$25 < a^2 < 49$	Oui	Non	Jnsp
b	$-5 < -a < -7$	Oui	Non	Jnsp
c	$\sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{7}$	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{1}{5} < \frac{1}{a} < \frac{1}{7}$	Oui	Non	Jnsp

2 A001 **R = 33%** N R : 06%

L'expression  $\frac{7x^3y^2}{12x^2}$  où x et y désignent des nombres réels (x non nul), peut aussi s'écrire :

a	$-5x^2y^2$	Oui	Non	Jnsp
b	$\frac{7}{12}x^{-1}y$	Oui	Non	Jnsp
c	$\frac{7}{12}xy^2$	Oui	Non	Jnsp
d	$\frac{7}{12x^{-1}y^{-2}}$	Oui	Non	Jnsp

2 A002 **R = 73%** N R : 03%

Pour tous nombres réels a, b, c et d,  $a - (b + (c - d))$  est égal à :

a	$a - b + c - d$	Oui	Non	Jnsp
b	$a - b - c - d$	Oui	Non	Jnsp
c	$a - b - c + d$	Oui	Non	Jnsp
d	$a - b + c + d$	Oui	Non	Jnsp

IEA TER/84 JPN : 93% USA : 59%

2 N... **R = 60%** N R : 09%

Une valeur arrondie à un millième près du nombre suivant :  $(3,11 + \sqrt{24,3} \times 5) \times (7,31 \times 3,14 - 0,17)$

a	632,409	Oui	Non	Jnsp
b	645,427	Oui	Non	Jnsp
c	632,411	Oui	Non	Jnsp
d	632,483	Oui	Non	Jnsp

EVAPM3/90 Calcul Machine : 49%

2 N031 **R = 20%** N R : 06%

x désignant un nombre réel, on note |x| la valeur absolue de x, quels que soient les nombres réels a et b, on peut affirmer :

a	$ a - b  \leq a$	Oui	Non	Jnsp
b	$ a + b  \geq a + b$	Oui	Non	Jnsp
c	$ a + b  \geq  a  +  b $	Oui	Non	Jnsp
d	$ a + b  \leq  a  +  b $	Oui	Non	Jnsp

2 A003 **R = 54%** N R : 07%

L'expression  $(x+2)(x-3)(x+4)$  où x et y désignent un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :

a	$x^2 - 2x - 24$	Oui	Non	Jnsp
b	$x^3 - 2x^2 - 2x - 24$	Oui	Non	Jnsp
c	$x^3 + 3x^2 - 10x - 24$	Oui	Non	Jnsp
d	$x^3 - 24$	Oui	Non	Jnsp

2 N... **R = 69%** N R : 10%

Le nombre  $(5,6 \times 10^8) \times (1,377 \times 10^{-2})$  peut aussi s'écrire :  $(6,12 \times 10^3)$

a	$1,26 \times 10^{-3}$	Oui	Non	Jnsp
b	$1,26 \times 10^3$	Oui	Non	Jnsp
c	$6,12 \times 10^2$	Oui	Non	Jnsp
d	$1,26 \times 10^{-4}$	Oui	Non	Jnsp

Un même test a été donné dans deux classes. La première classe, composée de 20 élèves, a obtenu une moyenne de 12,30. La deuxième classe, composée de 30 élèves, a obtenu une moyenne de 14,80. Quelle est la moyenne du groupe formé par les 50 élèves de ces deux classes ?

2 S003

a	12,55	Oui	Non	Jnsp
b	13,30	Oui	Non	Jnsp
c	13,55	Oui	Non	Jnsp
d	13,80	Oui	Non	Jnsp

**R = 33%**

N R : 07%

IEA TER/84 JPN : 85% USA : 32%

Evaluation en fin de seconde - 1991

Questionnaire formé de questions à choix multiples (Q.C.M. N°2) portant sur l'ensemble du programme (modalité S)

Calculatrices autorisées

Durée : 1 heure.

Nom et prénom : \_\_\_\_\_ CLASSE : \_\_\_\_\_  
Etablissement : \_\_\_\_\_

**ATTENTION**

NE PAS OUVRIR CE FEUILLET AVANT D'AVOIR LU CETTE PAGE.

Ce questionnaire est un questionnaire à choix multiples. Cela signifie que pour chaque question vous avez à décider entre plusieurs réponses.

Cette épreuve est composée de nombreuses questions et fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de seconde.  
Certaines questions vous paraîtront faciles, d'autres sont plus difficiles. Certaines questions ne correspondront peut-être pas à ce que vous avez étudié avec votre professeur; essayez tout de même de les traiter.  
Dans tous les cas, ne vous attardez pas sur une question particulière et commencez par faire celles qui vous conviennent le mieux. Reprenez ensuite depuis le début et essayez de faire toutes les questions.  
Utilisez, si nécessaire, une feuille de brouillon pour préparer certaines de vos réponses.  
Le questionnaire est assez long, mais il est souvent possible de répondre directement.  
Si vous avez fini avant la fin de l'heure, relisez soigneusement vos réponses.

Munissez-vous d'un crayon gras, de façon à laisser des marques très visibles sur la feuille.

Pour chaque question, il y a quatre réponses proposées. Elles sont appelées a, b, c, et d.

Pour chaque question il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 réponses exactes.

Dans chaque ligne, ENTOURER selon le cas l'un des mots **Oui**, **Non** ou **Jnsp**.

**Jnsp** signifie "Je ne sais Pas" : il est toujours préférable de signaler que l'on ne sais pas répondre à la question plutôt que d'entourer n'importe quelle case.

Enoncé de la question

Bla bla bla...

a	Réponse A	Oui	Non	Jnsp
b	Réponse B	Oui	Non	Jnsp
c	Réponse C	Oui	Non	Jnsp
d	Réponse D	Oui	Non	Jnsp

Faisons un essai

a, b et c désignant trois nombres réels quelconques, on peut affirmer que :

a	$a + b = b + a$	Oui	Non	Jnsp
b	$a + b = a - b$	Oui	Non	Jnsp
c	$a > b$	Oui	Non	Jnsp
d	$a + (b + c) = (a + b) + c$	Oui	Non	Jnsp

Voilà ce que vous devez obtenir.

Etes-vous d'accord ?

SI OUI tournez la page et commencez à répondre au questionnaire

SI NON appelez votre professeur.

Utiliser une gomme si vous voulez modifier vos réponses.

Ne pas oublier que, pour chaque question il peut y avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 réponses "Oui"

Réserve pour la codage

<p><math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}</math> et <math>\mathbb{R}</math> étant les symboles habituels désignant les ensembles de</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\sqrt{13} \in \mathbb{Q}</math></td> <td>N.....</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>13 \in \mathbb{R}</math></td> <td>R = 23%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>13 \in \mathbb{N}</math></td> <td>N R : 03%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>13 \in \mathbb{Z}</math></td> <td>N R : 03%</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$\sqrt{13} \in \mathbb{Q}$	N.....	Jnsp	b	$13 \in \mathbb{R}$	R = 23%	Jnsp	c	$13 \in \mathbb{N}$	N R : 03%	Jnsp	d	$13 \in \mathbb{Z}$	N R : 03%	Jnsp	<p>La notations <math>[a; b]</math> désignant un intervalle de <math>\mathbb{R}</math> :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-7; 8]</math></td> <td>N.....</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-7; 8]</math></td> <td>R = 46%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-2; 5]</math></td> <td>N R : 06%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-2; 5]</math></td> <td>Oui</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-7; 8]$	N.....	Jnsp	b	$[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-7; 8]$	R = 46%	Jnsp	c	$[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-2; 5]$	N R : 06%	Jnsp	d	$[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-2; 5]$	Oui	Jnsp								
a	$\sqrt{13} \in \mathbb{Q}$	N.....	Jnsp																																						
b	$13 \in \mathbb{R}$	R = 23%	Jnsp																																						
c	$13 \in \mathbb{N}$	N R : 03%	Jnsp																																						
d	$13 \in \mathbb{Z}$	N R : 03%	Jnsp																																						
a	$[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-7; 8]$	N.....	Jnsp																																						
b	$[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-7; 8]$	R = 46%	Jnsp																																						
c	$[-7; 5] \cup [-2; 8] = [-2; 5]$	N R : 06%	Jnsp																																						
d	$[-7; 5] \cap [-2; 8] = [-2; 5]$	Oui	Jnsp																																						
<p>x désignant un nombre réel, on note <math> x </math> la valeur absolue de x</p> <p>Si : <math>a = -5</math> ; <math>b = 25</math> ; <math>c = -13</math>, alors :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math> a - b  = 20</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math> c  -  b  = -12</math></td> <td>R = 41%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>a +  b - c  = 33</math></td> <td>N R : 01%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math> a - b  -  a + b  = 10</math></td> <td>N R : 01%</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$ a - b  = 20$	Oui	Non	Jnsp	b	$ c  -  b  = -12$	R = 41%	Jnsp	c	$a +  b - c  = 33$	N R : 01%	Jnsp	d	$ a - b  -  a + b  = 10$	N R : 01%	Jnsp	<p>a désignant un nombre réel positif non nul, il est toujours vrai que :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\sqrt{a} &lt; a</math></td> <td>N.....</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>a^2 &gt; a</math></td> <td>R = 20%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>-a &lt; a</math></td> <td>N R : 01%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\frac{1}{a} &lt; a</math></td> <td>N R : 01%</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$\sqrt{a} < a$	N.....	Jnsp	b	$a^2 > a$	R = 20%	Jnsp	c	$-a < a$	N R : 01%	Jnsp	d	$\frac{1}{a} < a$	N R : 01%	Jnsp							
a	$ a - b  = 20$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$ c  -  b  = -12$	R = 41%	Jnsp																																						
c	$a +  b - c  = 33$	N R : 01%	Jnsp																																						
d	$ a - b  -  a + b  = 10$	N R : 01%	Jnsp																																						
a	$\sqrt{a} < a$	N.....	Jnsp																																						
b	$a^2 > a$	R = 20%	Jnsp																																						
c	$-a < a$	N R : 01%	Jnsp																																						
d	$\frac{1}{a} < a$	N R : 01%	Jnsp																																						
<p>L'expression <math>(x+1)^3 + x^2 - 1</math> où x désigne un nombre réel quelconque, peut aussi s'écrire :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>(x+1)(x-1)(x-3)</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>(x+1)^2(x-1)</math></td> <td>R = 20%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>x(x-1)(x-3)</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>x(x+1)(x+3)</math></td> <td>N R : 08%</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp	b	$(x+1)^2(x-1)$	R = 20%	Jnsp	c	$x(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp	d	$x(x+1)(x+3)$	N R : 08%	Jnsp	<p>L'expression <math>\frac{4(x^2y)^3y^2}{x^5y^6}</math> où x et y désignent des nombres réels non nuls, peut aussi s'écrire :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>4xy^2</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>4xy^{-1}</math></td> <td>R = 30%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>4(xy)^2</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td><math>\frac{4}{x^3y}</math></td> <td>N R : 12%</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	$4xy^2$	Oui	Non	Jnsp	b	$4xy^{-1}$	R = 30%	Jnsp	c	$4(xy)^2$	Oui	Non	Jnsp	d	$\frac{4}{x^3y}$	N R : 12%	Jnsp				
a	$(x+1)(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$(x+1)^2(x-1)$	R = 20%	Jnsp																																						
c	$x(x-1)(x-3)$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$x(x+1)(x+3)$	N R : 08%	Jnsp																																						
a	$4xy^2$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$4xy^{-1}$	R = 30%	Jnsp																																						
c	$4(xy)^2$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	$\frac{4}{x^3y}$	N R : 12%	Jnsp																																						
<p>Une valeur arrondie à un millièbre près du nombre suivant :</p> <p><math>172,28 \times (47,55 - \sqrt{23,5})^2</math></p> <p>est :</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>28 225,565</td> <td>R = 52%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>28 225,563</td> <td>N R : 05%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>25 412,564</td> <td>N R : 05%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>28 225,287</td> <td>Oui</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table> <p>EVAPM3/90 Calcul Machine : 27%</p>	a	28 225,565	R = 52%	Jnsp	b	28 225,563	N R : 05%	Jnsp	c	25 412,564	N R : 05%	Jnsp	d	28 225,287	Oui	Jnsp	<p><math>1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}</math></p> <p><math>1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}</math></p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td>R = 85%</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\frac{7}{4}</math></td> <td>Oui</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td><math>\frac{3}{4}</math></td> <td>Oui</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>2,5</td> <td>Oui</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table> <p>N R : 02%</p>	a	$\frac{3}{4}$	R = 85%	Jnsp	b	$\frac{7}{4}$	Oui	Jnsp	c	$\frac{3}{4}$	Oui	Jnsp	d	2,5	Oui	Jnsp								
a	28 225,565	R = 52%	Jnsp																																						
b	28 225,563	N R : 05%	Jnsp																																						
c	25 412,564	N R : 05%	Jnsp																																						
d	28 225,287	Oui	Jnsp																																						
a	$\frac{3}{4}$	R = 85%	Jnsp																																						
b	$\frac{7}{4}$	Oui	Jnsp																																						
c	$\frac{3}{4}$	Oui	Jnsp																																						
d	2,5	Oui	Jnsp																																						
<p>Etant donnée la figure suivante telle que :</p> <p>les droites (PQ) et (RS) sont perpendiculaires à (OO),</p> <p><math>\theta</math> est la mesure de l'angle POQ,</p> <p>OO = 1</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>PQ = sin <math>\theta</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td>PQ = cos <math>\theta</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>PQ = tan <math>\theta</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>PQ = 1 - sin <math>\theta</math></td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table> <p>R = 32%</p> <p>N R : 10%</p> <p>2 DD41</p>	a	PQ = sin $\theta$	Oui	Non	Jnsp	b	PQ = cos $\theta$	Oui	Non	Jnsp	c	PQ = tan $\theta$	Oui	Non	Jnsp	d	PQ = 1 - sin $\theta$	Oui	Non	Jnsp	<p>A.....</p> <p>R = 03%</p> <p>N R : 07%</p> <p>x désigne un nombre réel quelconque.</p> <p>Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre x soit un nombre entier relatif ?</p> <table border="1"> <tr> <td>a</td> <td>2x est un entier relatif</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>b</td> <td><math>\frac{x}{2}</math> est un entier relatif</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>c</td> <td>x - 1 est un entier relatif</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> <tr> <td>d</td> <td>x = 5</td> <td>Oui</td> <td>Non</td> <td>Jnsp</td> </tr> </table>	a	2x est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp	b	$\frac{x}{2}$ est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp	c	x - 1 est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp	d	x = 5	Oui	Non	Jnsp
a	PQ = sin $\theta$	Oui	Non	Jnsp																																					
b	PQ = cos $\theta$	Oui	Non	Jnsp																																					
c	PQ = tan $\theta$	Oui	Non	Jnsp																																					
d	PQ = 1 - sin $\theta$	Oui	Non	Jnsp																																					
a	2x est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp																																					
b	$\frac{x}{2}$ est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp																																					
c	x - 1 est un entier relatif	Oui	Non	Jnsp																																					
d	x = 5	Oui	Non	Jnsp																																					

**2 D005**

A, B et I désignent trois points distincts du plan. Pour chacune des relations ci-dessous, dire si elle permet d'affirmer que le point I est le milieu du segment [AB].

a	$IA = IB$	Oui	Non	Jnsp
b	$\vec{IA} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp
c	$\vec{AI} = \vec{IB}$	Oui	Non	Jnsp
d	$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp

**R = 36%** **N R : 01%**

**2 Y015**

Dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ , on donne :  
 $\vec{u}(3;4)$  ;  $\vec{v}(1;-1)$

Calculer la norme de  $\vec{u} + \vec{v}$

a	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = (4;3)$	Oui	Non	Jnsp
b	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 5\sqrt{2}$	Oui	Non	Jnsp
c	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 7$	Oui	Non	Jnsp
d	$\ \vec{u} + \vec{v}\  = 5$	Oui	Non	Jnsp

**R = 11%**

On donne la figure suivante, formée de parallélogrammes.

Dans la translation de vecteur  $\vec{CL}$  :

**2 D015**

a	L'image du point K est le point B	Oui	Non	Jnsp
b	L'image du triangle EBF est le triangle NKP	Oui	Non	Jnsp
c	L'image du segment [EC] est le segment [NL]	Oui	Non	Jnsp
d	L'image de la droite (CL) est la droite (DL)	Oui	Non	Jnsp

**R = 72%** **N R : 01%**

**2 D018**

A, B, C et D désignent quatre points distincts du plan. Pour chacun des énoncés ci-dessous, dire s'il s'agit d'une condition permettant d'affirmer que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme

a	Les segments [AB] et [DC] ont même longueur	Oui	Non	Jnsp
b	ABCD admet un centre de symétrie	Oui	Non	Jnsp
c	ABCD est un rectangle	Oui	Non	Jnsp
d	Les segments [AC] et [BD] ont même milieu	Oui	Non	Jnsp

**R = 26%** **N R : 01%**

**2 Y018** **R = 29%** **N R : 07%**

On donne les vecteurs  $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{x}$ , définis par leurs coordonnées dans une base orthonormale  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{w} \begin{pmatrix} 8 \\ 1,6 \end{pmatrix}$  ;  $\vec{x} \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,08 \end{pmatrix}$

a	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Jnsp
b	Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{x}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Jnsp
c	Les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Jnsp
d	Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux	Oui	Non	Jnsp

On donne la figure suivante telle que :

les points A, B et M sont alignés, les points A, C et N sont alignés, (BC) // (MN)  
 $BC = 2$  ;  $MN = 3$  ;  $AB = 3$

Calculer la longueur BM

a	$BM = 4,5$	Oui	Non	Jnsp
b	$BM = 1,5$	Oui	Non	Jnsp
c	$BM = 1$	Oui	Non	Jnsp
d	$BM = \frac{2}{3}$	Oui	Non	Jnsp

**R = 45%** **N R : 05%**

IEA TER:84 JPN:74% USA:51%

**2 Y024** **R = 23%** **N R : 15%**

Le plan est muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . La droite (D) est orthogonale au vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ , et passe par le point B(-2; 3).

Une équation de cette droite est :

a	$4x + y + 5 = 0$	Oui	Non	Jnsp
b	$4x - y + 11 = 0$	Oui	Non	Jnsp
c	$x + 4y - 10 = 0$	Oui	Non	Jnsp
d	$x - 4y + 14 = 0$	Oui	Non	Jnsp

A, B, C et G désignent quatre points distincts du plan. On appelle M le milieu du segment [BC]. On appelle centre de gravité d'un triangle ABC, le point de concours des médianes de ce triangle.

Pour chacune des relations ci-dessous, dire si elle permet d'affirmer que le point G est le centre de gravité du triangle ABC.

a	$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$	Oui	Non	Jnsp
b	$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$	Oui	Non	Jnsp
c	$\vec{GA} = \frac{1}{2} (\vec{GB} + \vec{GC})$	Oui	Non	Jnsp
d	$\vec{GA} + \vec{GB} = \vec{GC}$	Oui	Non	Jnsp

**R = 42%** **N R : 08%**

**2 D022**

ABCD est un rectangle de centre O

L'ensemble des points équidistants des droites (AC) et (DB) est :

a	La médiatrice de [AD]	Oui	Non	Jnsp
b	La médiatrice de [AB]	Oui	Non	Jnsp
c	La réunion des médiatrices de [AD] et [AB]	Oui	Non	Jnsp
d	l'ensemble formé du seul point O	Oui	Non	Jnsp

**R = 12%** **N R : 05%**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, est-il vrai que ?

**2 E001**

a	La droite (AG) est parallèle à la droite (BF)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (GH) est orthogonale à la droite (FC)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (GH) coupe la droite (FC)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (CD) est parallèle à la droite (GH)	Oui	Non	Jnsp

**R = 40%** **N R : 03%**

Une mesure, en radians, d'un angle est 0,4. En DEGRÉS, une valeur approchée au centième près de la mesure principale de cet angle est :

a	$0,4 \pi^\circ$	Oui	Non	Jnsp
b	$22,92^\circ$	Oui	Non	Jnsp
c	$11,46^\circ$	Oui	Non	Jnsp
d	$23,05^\circ$	Oui	Non	Jnsp

**R = 33%** **2 D027** **N R : 16%**

Etant donné le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous, La droite (AG) est parallèle au plan (ACE) ?

**2 E002** **R = 29%** **N R : 10%**

a	La droite (AG) est parallèle au plan (ACE)	Oui	Non	Jnsp
b	La droite (HG) est parallèle au plan (ABF)	Oui	Non	Jnsp
c	La droite (HG) est parallèle au plan (ADC)	Oui	Non	Jnsp
d	La droite (HG) est parallèle au plan (BCF)	Oui	Non	Jnsp

Dans le plan muni d'un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on considère la droite (d) dont une équation est  $2x + 5y - 42 = 0$

**2 Y026**

Le coefficient directeur de la droite (d) est :

a	0,4	Oui	Non	Jnsp
b	-0,4	Oui	Non	Jnsp
c	2	Oui	Non	Jnsp
d	-2,5	Oui	Non	Jnsp

**R = 34%** **N R : 12%**

A, B, C et D désignent quatre points d'une droite (d) munie d'un repère  $(O; \vec{i})$ . Quelles que soient les abscisses Y 001 points A, B, C et D, on peut écrire :

**Y 001**

a	$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$	Oui	Non	Jnsp
b	$\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{AD}$	Oui	Non	Jnsp
c	$\vec{DC} = \vec{AC} - \vec{AD}$	Oui	Non	Jnsp
d	$\vec{DC} = \vec{AC} - \vec{AD}$	Oui	Non	Jnsp

**R = 21%** **N R : 05%**

Voici les représentations graphiques de quatre fonctions f, g, h, et k.

**2 F011**

Pour chacune d'elles, nous avons précisé son intervalle de définition ainsi que ses éléments de symétrie.

la fonction f est définie sur [-3; 3] Le point O est centre de symétrie de la courbe

la fonction g est définie sur [-3; 3] La droite (Δ) est axe de symétrie de la courbe

la fonction h est définie sur [-3; 3] Le point A est centre de symétrie de la courbe

la fonction k est définie sur [-3; 3] La droite (O1) est axe de symétrie de la courbe

a la fonction f est paire **R = 48%**

b la fonction f est impaire

c la fonction f n'est ni paire ni impaire **N R : 08%**

d On ne peut pas connaître la parité de f

a la fonction g est paire **R = 28%**

b la fonction g est impaire

c la fonction g n'est ni paire ni impaire **N R : 09%**

d On ne peut pas connaître la parité de g

**Reussite conjointe : 10%**

a la fonction h est paire **R = 27%**

b la fonction h est impaire

c la fonction h n'est ni paire ni impaire **N R : 11%**

d On ne peut pas connaître la parité de h

a la fonction k est paire **R = 51%**

b la fonction k est impaire

c la fonction k n'est ni paire ni impaire **N R : 10%**

d On ne peut pas connaître la parité de k

Evaluation en fin de seconde - 1991

Epreuve portant sur le thème  
**ARGUMENTATION - RAISONNEMENT - EXPRESSION (Modalité T)**  
Durée : 2 heures.

**ATTENTION**

NE PAS OUVRIR CE FEUILLET AVANT D'AVOIR LU CETTE PAGE

*Cette épreuve fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de Seconde.*

*La présente épreuve, composée de plusieurs exercices, est spécialement destinée à observer votre façon de raisonner et la façon dont vous vous exprimez par écrit.*

*Certains exercices vous paraîtront très simples, d'autres pourront vous sembler plus difficiles. Dans les deux cas, il est bien sûr intéressant de trouver les réponses exactes, mais l'essentiel réside dans votre rédaction de la solution.*

*Nous vous demandons donc de préparer vos réponses au brouillon et d'apporter un soin particulier aux points suivants :*

- rédaction soignée de vos réponses,
- justification soignée de chacune de vos réponses avec énoncé des propriétés ou théorèmes utilisés,
- présentation générale de votre copie et lisibilité.

*Nous n'avons pas précisé les endroits où il convenait de faire des figures ou des schémas. Cela peut dépendre de la façon dont vous traitez les questions. Il convient de faire soigneusement toutes les figures ou schémas que vous jugerez nécessaires.*

*Certaines questions pourront vous sembler très différentes de ce que vous faites habituellement avec votre professeur; cela est volontaire et ne doit pas vous inquiéter.*

**Traitez les questions dans l'ordre qui vous convient le mieux**

Rédigez l'ensemble de vos solutions sur une copie normale sur laquelle vous reporterez et complétez le cadre ci-dessous.

Nom de l'élève : _____	Prénom : _____
CLASSE : _____	Etablissement : _____

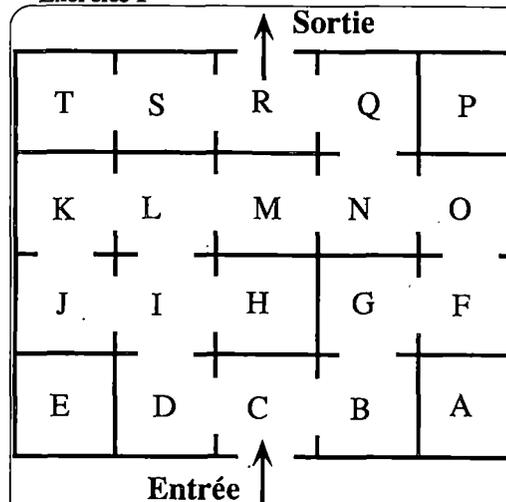
Marquez aussi votre nom sur chacune de vos feuilles de brouillon et remettez vos brouillons en mêmes temps que votre copie.

*Vous participez, avec des milliers d'autres élèves, à une étude destinée à mieux connaître les capacités acquises, en mathématiques, par l'ensemble des élèves de seconde. Le but final de l'opération est l'amélioration des conditions d'enseignement et non l'évaluation des élèves en particulier.*

*De la qualité de votre participation dépendra, pour une bonne part, la qualité de notre étude. Aussi, les organisateurs de cette évaluation vous remercient à l'avance pour votre contribution et pour l'attention que vous ne manquerez pas d'apporter à cette épreuve.*

*De son côté, votre professeur est, bien entendu, libre d'utiliser cette épreuve comme il le souhaite.*

Exercice 1



**Explications claires pour les phrases 1 à 3 : 79%**

**Explications claires pour les phrases 4 à 6 : 54%**

**Voici un labyrinthe**

Lire attentivement les lignes ci-dessous avant de répondre aux questions.

Une personne que nous appellerons X, a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, sans jamais être passée deux fois par la même porte.

Les pièces sont nommées A, B, C... comme il est indiqué sur la figure.

Il est possible d'énoncer des phrases qui aient un sens par rapport à la situation proposée et sur la vérité desquelles on puisse se prononcer (VRAI ou FAUX), ou qui peuvent être telles que les informations que l'on possède ne suffisent pas pour décider si elles sont vraies ou fausses (ON NE PEUT PAS SAVOIR).

Par exemple, la phrase "X est passé par C" est une phrase VRAIE.  
En effet, on affirme que X a traversé le labyrinthe, et C est la seule pièce d'entrée.

Pour chacune des 6 phrases suivantes, dire si elle VRAIE, si elle est FAUSSE ou si ON NE PEUT PAS SAVOIR, et, dans chaque cas, expliquez votre réponse.

- Phrase n°1 : "X est passé par P" **R = 100%**
- Phrase n°2 : "X est passé par N" **R = 96%**
- Phrase n°3 : "X est passé par M" **R = 85%**
- Phrase n°4 : "Si X est passé par O, alors X est passé par F" **R = 93%**
- Phrase n°5 : "Si X est passé par K, alors X est passé par L" **R = 69%**
- Phrase n°6 : "Si X est passé par L, alors X est passé par K" **R = 29%**

Exercice 2

Dans trois boîtes notées A, B et C, on a réparti des boules BLANCHES, des boules NOIRES, et des boules ROUGES.

Il s'agit de trouver, en utilisant les renseignements suivants, combien il y a de boules de chaque couleur dans chacune des boîtes.

- Bonne répartition des boules : 75%** (plus que dans la boîte A.)
- Le nombre de boules noires de la boîte C est égal à celui des boules blanches de la boîte A.
- Bonne répartition, avec des explications : 68%**
- Dans la boîte C, il y a en tout 12 boules.
- Bonne répartition avec des explications convaincantes : 53%**
- Dans la boîte B, il y a autant de boules blanches que dans la boîte C.

Essayez de présenter votre réponse de façon aussi claire que possible et n'oubliez pas d'expliquer et de justifier votre démarche.

### Exercice 3

Soit un triangle ABC, on appelle I le milieu du côté [BC], M le milieu du côté [AC] et K le symétrique du point I par rapport à M.

1°) Trouver et justifier la nature du quadrilatère AICK. **R = 66%**

2°) Trouver et justifier la nature du quadrilatère A K I B. **R = 28%**

3°) La droite (BK) coupe la droite (AI) en N et la droite (AC) en J.  
Que représente le point J pour le triangle AKI ? **R = 35%**

Démontrer que la droite (IJ) coupe le segment [AK] en son milieu. **R = 43%**

### Exercice 4

Etant donné un parallélogramme ABCD, **Figure correcte : 73%**  
on considère les points E et F définis par :

$$\vec{BE} = \frac{1}{2} \vec{AB} \text{ et } \vec{AF} = 3 \vec{AD} \quad \text{Déclaration d'un objectif exprimant l'alignement : 26\%}$$

Démontrer que les points C, E et F sont alignés. **Démonstration correcte : 13%**

### Exercice 5

Trois personnes, de trois nationalités différentes, habitent les trois premières maisons d'une rue : chaque maison a une couleur différente et chaque personne un métier différent.

- A - Le Français habite la maison rouge
- B - L'Allemand est musicien
- C - L'Anglais habite la maison du milieu
- D - La maison rouge est à côté de la verte
- E - L'écrivain habite la première maison à gauche

Quelle est la nationalité de l'écrivain et qui habite la maison jaune ?  
Ne pas oublier d'expliquer votre méthode.

**Une réponse correcte, et pas d'autre réponse : 35%**

**Les deux réponses correctes : 68%**

**Explications convaincantes : 38%**

### Exercice 6

Etant donné un tétraèdre ABCD, on nomme I le milieu du segment [AD] et on nomme M le milieu du segment [BC].

Soit G le centre de gravité du triangle ABC

1°) Quelle est l'intersection des plans (AGI) et (BCD) ? **Bonne conjecture : 22%**

**Bonne démonstration : 08%**

2°) Les droites (IG) et (DM) sont-elles sécantes ? **Bonne démonstration : 04%**

3°) Soit D' le symétrique du point D par rapport au point M

Que peut-on dire de la position du point D' par rapport

à celle du point E ? **D' sur (GI), avec une bonne démonstration : 03%**

Rappels :

On appelle médianes d'un triangle, les droites qui passent par un sommet et par le milieu du côté opposé. **Figure lisible, utilisable : 25%**

Dans tout triangle ABC les médianes sont concourantes en un point G appelé centre de gravité du triangle.

Si l'on appelle M le milieu du segment [BC], chacune des conditions ci-dessous est une condition nécessaire et suffisante pour que G soit le centre de gravité du triangle ABC :

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$$

$$\vec{AG} = \frac{2}{3} \vec{AM}$$

Evaluation en fin de seconde - 1991

Epreuve portant sur le thème  
RECHERCHE de PROBLÈMES (Modalité U)  
Durée : 2 heures.

ATTENTION

NE PAS OUVRIR CE FEUILLET AVANT D'AVOIR LU CETTE PAGE

Cette épreuve fait partie d'un ensemble d'épreuves destinées à étudier les capacités acquises, en mathématiques, par les élèves de Seconde.

La présente épreuve, composée de plusieurs problèmes, est spécialement destinée à observer votre façon de chercher dans des situations de résolution de problèmes.

Certains des problèmes proposés vous paraîtront très simples, d'autres pourront vous sembler plus difficiles. Dans les deux cas, il est bien sûr intéressant de trouver les réponses exactes, mais ce qui nous intéresse surtout est la façon dont vous organisez votre recherche.

Nous vous demandons de présenter votre travail à la manière d'un journal de recherche, ce qui signifie que vous indiquerez, non seulement ce que vous avez trouvé, mais surtout comment vous avez trouvé.

Signalez aussi bien les idées que vous avez eues et qui vous ont permis de trouver la solution, ou de vous en rapprocher, que les idées que vous aurez dû abandonner : fausses pistes, erreurs ...

Faites toutes les figures ou schémas qui vous sembleront nécessaires.

Certains problèmes pourront vous sembler très différents de ce que vous faites habituellement avec votre professeur; cela est volontaire et ne doit pas vous inquiéter.

Traitez les questions dans l'ordre qui vous convient le mieux

Rédigez l'ensemble de vos solutions sur une copie normale sur laquelle vous reporterez et complétez le cadre ci-dessous.

Nom de l'élève :	Prénom :
CLASSE :	Etablissement :

Marquez aussi votre nom sur chacune de vos feuilles de brouillon et remettez vos brouillons en mêmes temps que votre copie.

Vous participez, avec des milliers d'autres élèves, à une étude destinée à mieux connaître les capacités acquises, en mathématiques, par l'ensemble des élèves de seconde. Le but final de l'opération est l'amélioration des conditions d'enseignement et non l'évaluation des élèves en particulier.

De la qualité de votre participation dépendra, pour une bonne part, la qualité de notre étude. Aussi, les organisateurs de cette évaluation vous remercient à l'avance pour votre contribution et pour l'attention que vous ne manquerez pas d'apporter à cette épreuve.

De son côté, votre professeur est, bien entendu, libre d'utiliser cette épreuve comme il le souhaite.

Problème N°1

Un enfant a acheté 10 sucettes, toutes au même prix.  
Si chaque sucette avait coûté 5 centimes de moins, il en aurait eu deux de plus pour le même prix total.  
Quel est le prix d'une sucette ?

Problème bien traité, sans mise en équation : 05%

Bonne mise en équation : 56%

Bonne mise en équation, bien expliquée : 27%

Résolution correcte : 54%

Problème N°2

Dans une classe de seconde de 30 élèves, 12 élèves font l'option latin.  
La moyenne d'un devoir est de 11,19 sur 20.  
La moyenne des élèves qui font l'option latin est de 12,30.

Quelle est la moyenne des élèves qui ne font pas l'option latin ?

Résolution correcte : 50%

Mise en route bien expliquée : 43%

Problème N°3

Un train part de Détroit pour Chicago à chaque heure entière (c'est à dire à 0 heure, 1 heure, 2 heures, etc...), le voyage dure 6 heures.

Dans les mêmes conditions, toutes les heures, un train part de Chicago pour Détroit.

Si vous prenez le train à Détroit pour vous rendre à Chicago, combien de trains venant de Chicago croiserez-vous ?

On ne comptera pas les trains croisés en gare.

Mise en place d'une méthode, correcte ou non : 61%

Résolution en accord avec cette mise en place : 34%

Méthode et résolution correctes : 09%

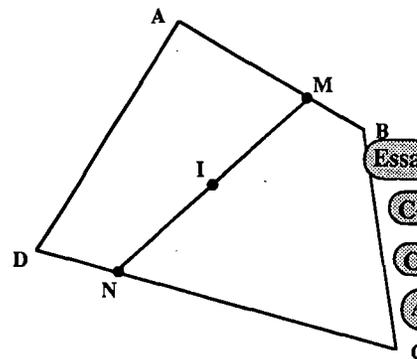
R = 10%

Problème N°4

ABCD est un quadrilatère quelconque.

M est un point du segment [AB] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [AB].

N est un point du segment [CD] qui peut prendre toutes les positions possibles sur [CD].



On note I le milieu du segment [MN].

Il s'agit de rechercher l'ensemble auquel appartient le point I lorsque M prend toutes les positions possibles sur [AB] et N toutes les positions possibles sur [CD].

Essais suffisamment nombreux : 23%

Conjecture approximative : 13%

Conjecture affinée et correcte : 03%

Argumentation convenable esquissée : 01%

**Problème N°5**

abc est un triangle équilatéral de côté 8 cm.

$O O_1 O_2 O_3$  est un carré.

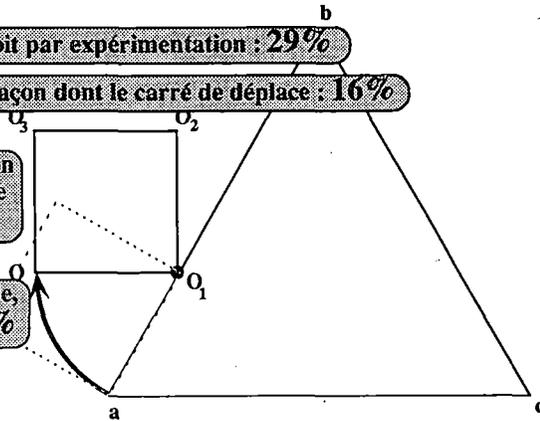
Le carré est posé sur le côté [ab] du triangle équilatéral, le sommet O étant placé en a, et de façon à pouvoir pivoter autour de  $O_1$  comme indiqué sur la figure.

Essais, soit par des dessins, soit par expérimentation : 29%

Bonne compréhension de la façon dont le carré se déplace : 16%

Pour chercher x, considération conjointe de x et du périmètre du triangle : 12%

Exploitation de ce qui précède, compte tenu de  $? < x < 4$  : 10%



Sans jamais pénétrer l'intérieur du triangle abc, le carré devra faire, à l'aide de rotations successives, UNE FOIS le tour complet du triangle, de façon que chacun de ses sommets se retrouve à sa position de départ (O en a ...).

Les centres de rotation seront successivement  $O_1$ , puis les points du bord du carré qui, également placés sur le bord du triangle, permettront de poursuivre le mouvement de rotation.

On note x la mesure, en cm, du côté du carré.

On impose les conditions :  $2x < 8$  et  $3x > 8$

Quelles sont la ou les valeur(s) possibles de x ?

Tracer alors la trajectoire du point O et calculer sa longueur.

Considération du retour, après plusieurs rotations, à la configuration initiale : 05%

Exploitation de cette condition, compte tenu de  $? < x < 4$  : 05%

Expérimentation, contrôle, de la valeur de x retenue : 04%

Nouvelle recherche si le résultat trouvé a été invalidé : 00%

Trajectoire correcte de O pour la valeur de x choisie : 07%

Bonne esquisse, au moins, du calcul de sa longueur : 03%

Trajectoire correcte de O pour  $x=3\text{cm}$  : 02%

Démarche correcte pour le calcul de sa longueur : 00%

# B I B L I O G R A P H I E

## Evaluations antérieures

**I.N.R.P. (COLOMB. J. et all.):** Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. 1978.

**I.N.R.P. (ROBIN C. et all.):** Enquête internationale de l'I.E.A - analyse des résultats français.

**I.N.O.P:** Laboratoire de psychologie différentielle et service de la recherche de l'I.N.O.P - 1975 . (PELNARD CONSIDERE. J. et LEVASSEUR. J.) : Le développement de la pensée mathématique du CE1 à la quatrième.

**IREM de BESANCON:** (BODIN. A. et all), OBJECTIFS et EVALUATION - 1983 (3 fascicules).

**APMEP:**  
EVAPM6/87 : Evaluation du programme de Sixième 1987.  
EVAPM5/88 : Evaluation du programme de Cinquième 1988.  
EVAPM4/89 : Evaluation du programme de Quatrième 1989.  
EVAPM3/90 : Evaluation du programme de Troisième 1990.  
EVAPM4/89 : Evaluation du programme de Seconde 1991.

## Ministère de l'Education Nationale

**Education et formations n°3 - 1983 (SIGES) :**

Evaluation pédagogique dans les écoles et les collèges (CM2/6ème).

**SPRESE:** Evaluation pédagogique dans les collèges.

Fin du cycle d'observation 1982 (Document de travail)

Fin du cycle d'orientation 1984 (Document de travail).

**D.E.P.:** (Direction de l'évaluation et de la prospective - M.E.N.)

Lire, écrire, compter au sortir de l'école élémentaire (VOGLER.J, EDUCATION et FORMATIONS n° 14/1988

Evaluation CE2-6ème 1989 : Résultats nationaux, EDUCATION et FORMATIONS hors série février 1990

Evaluation CE2-6ème 1990 : Résultats nationaux, EDUCATION et FORMATIONS hors série Janvier 1991

Evaluation Pédagogique en fin de Cinquième 1988, Les dossiers EDUCATION et FORMATIONS N°6/1990

## Articles et travaux concernant l'évaluation en mathématiques

**BODIN. A:** L'évaluation du savoir mathématiques Bulletin APMEP N° 368 (avril 1989).

**IREM de LILLE (LESOT . P):** Objectifs, évaluation, groupements d'élèves en mathématiques (1987)

**C.R.D.P de POITIERS:** Essai d'évaluation des acquis des élèves de sixième (resp. de 5ème) en mathématiques (1983).

## Autres documents :

Nous renonçons à établir une bibliographie générale, nous contentant de signaler les ouvrages ou périodiques où l'on pourra trouver des articles intéressant l'enseignement des mathématiques au collège.

**Dans les Bulletins inter - IREM :** SUIVI SCIENTIFIQUE 85-86 - *programme de sixième*, SUIVI SCIENTIFIQUE 86-87 - *programme de cinquième*, SUIVI SCIENTIFIQUE 87-88 - *programme de quatrième*, SUIVI SCIENTIFIQUE 88-89 - *programme de troisième*.

**C.O.P.R.E.M :** La Proportionnalité - Le calcul Numérique. Publié par le CRDP de STRASBOURG (1987)

**PETIT X :** périodique plus particulièrement destiné aux enseignants du premier cycle, publié par l'IREM de GRENOBLE mais dont l'équipe de rédaction est nationale.

**Recherches en didactique des mathématiques (R.D.M):** éditions "la pensée sauvage" BP 141 Grenoble CEDEX

Présentation	p. 1
Avertissement	p. 2
Présentation de l'équipe	p. 3
Remerciements	p. 4
Présentation de la brochure - Proposition de mode d'emploi	p. 5

Le savoir des élèves	p. 11
Présentation analytique de programme	p.11
Tableau des compétences exigibles (officielles) et répartition des questions	p.21

## Analyses par thèmes

### **Domaine géométrique** **P 37**

Thème C : Tracés - Constructions géométriques	p.37
Thème D : Connaissance et utilisation des théorèmes en géométrie	p.45
Thème Y : Géométrie dans le plan muni d'un repère	p.55
Thème E : Géométrie de l'Espace	p.65

### **Domaine numérique** **P 71**

Thème N : Connaissance des nombres - Calcul numérique	p.71
Thème A : Calcul littéral - Algèbre	p.77

### **Domaine gestion de données** **P 87**

Thème F : Fonctions	p.87
Thème S : Gestion de données Statistiques	p.95

### **Etudes particulières** **P 99**

Thème C.M. : gestion mentale d'informations de nature mathématique	p.99
Thème R et PP : Déduction - Argumentation - Expression - Méthodes Recherche de Problèmes	p.107

## Le contexte et l'opinion des professeurs

Présentation des résultats et analyses	p. 123
--	--------

## **ANNEXES** **p. 135**

### **Consignes de codage** (réduction 1/2)

Consigne générales	p.136
Consignes de codage par questionnaire, de A à U	p.139

### **Documents statistiques** **p. 151**

Synthèse générale	p.151
Résultats item par item	p. 152
Résultats d'ensemble et par questionnaire	p. 157
Plan de l'évaluation	p. 160

### **Questionnaires avec résultats** (réduction 1/2 des 16 questionnaires..) **p. 161**

### **Bibliographie** **p. 190**

## **Les ENCARTS**

**15 questionnaires - élèves** utilisés pour l'évaluation proprement dite.

**1 calques de codage** pour les constructions géométriques.

**1 bon de commande EVAPM - information sur l'APMEP - Bulletin d'adhésion**

S O M M A I R E

# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public  
26 RUE DUMÉRIL 75013 PARIS

LES ÉPREUVES  
LES RÉSULTATS  
DES ANALYSES

---

NOUVEAUX PROGRAMMES  
LE SAVOIR DES ÉLÈVES  
L'OPINION DES PROFESSEURS

---

90 000 ÉLÈVES  
2 500 CLASSES  
2 000 PROFESSEURS

Enquête réalisée avec le concours de l'IREM de Poitiers de l'INRP et de

**l'IREM de Besançon**

Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques  
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ - 25030 BESANÇON CEDEX

Dépôt légal Janvier 1992  
ISBN 2.902.680.651  
Bubble Com Tél. 81 699 489 - BBC 952