Issue de textes rassemblés lors des réunions interacadémiques de présentation des programmes de Seconde, et publiés avec l'accord de l'Inspection Générale, voici la dernière-née des brochures qu'édite l'A.P.M.E.P.

PREFACE

Paris, le 17 mars 1990

Un nouveau programme de mathématiques a été proposé pour être enseigné dans les classes de Seconde à la rentrée prochaine . A la différence de ce qui a eu lieu en 1968 et en 1981, ce ne sera pas là une rupture brutale avec le passé, mais un infléchissement. Le texte de ce programme a d'autre part fait l'objet d'une concertation longue et minutieuse. Il est donc raisonnable d'espérer que les choses se passeront en douceur, puisqu'après tout nous en avons vu d'autres !

Une âme candide pourrait dans ces conditions se demander pourquoi l'A.P.M.E.P. estime nécessaire d'accompagner un changement somme toute modeste du copieux mode d'emploi que constitue cette brochure. C'est que, malheureusement, la situation n'est ni aussi simple ni aussi rose que la description précédente pourrait le faire penser.

Depuis quelques années, un nombre croissant d'enseignants et de responsables de l'Education Nationale prennent conscience du fait que la classe de Seconde est une étape cruciale du développement des élèves. Plus qu'une étape, d'ailleurs, c'est une croisée de chemins, un lieu où les adolescents doivent s'adapter à un cadre nouveau, à des méthodes en partie nouvelles, à un rythme de travail plus rapide, en même temps qu'ils doivent élaborer un projet d'orientation. Les aider dans cette évolution est d'autant plus important que la croissance des effectifs de l'enseignement long, qui ont triplé en trente ans, amène en Seconde des jeunes parfois un peu lents, un peu fragiles, qui jadis n'auraient pas eu leur chance. Veiller à ce qu'ils se développent harmonieusement et trouvent une voie qui leur convienne est l'affaire de tous les enseignants, mais peut-être nous, mathématiciens, avons-nous à réfléchir plus que bien d'autres, étant donné le rôle joué par notre discipline dans le processus d'orientation (et plus encore le rôle que lui attribuent élèves, parents et media).

Les textes que nous propose ici l'A.P.M.E.P. n'apportent pas de solution miracle aux problèmes dont je viens de parler, heureusement, d'ailleurs, car une solution miracle a bien des chances d'être une solution fausse. Mais ils donnent quelque chose de mieux : une information et une réflexion issues directement du contact avec la réalité des classes.

Pierre LEGRAND Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques.

PREAMBULE

Le programme de Seconde qui sera en application à la rentrée 1990 a été l'objet d'une concertation approfondie avec l'A.P.M.E.P. qui s'est traduite par la remise à l'Inspection Générale de deux analyses très fournies, à l'issue d'un travail collectif conduit notamment par Alain Soléan, Noëlle Vigier, Michel Bardy, Jean Gourmelen, Michel Magnenet, Henri Bareil et moi-même.

Par la suite, des représentants de l'A.P.M.E.P. ont participé aux réunions interacadémiques organisées de Novembre 1989 à Janvier 1990 par l'Inspection Générale pour la mise en place de ces programmes. De nombreux documents ont été distribués dans ces réunions et collectés par l'A.P.M.E.P. Considérant qu'il s'agissait d'un matériau riche susceptible d'aider à une évolution de l'enseignement, les Commissions Collèges et Lycées de l'A.P.M.E.P. réunies le 14/01/1990 ont souhaité que ces réflexions et ces textes soient mis à la portée de tous les enseignants.
Notre Présidente, Elisabeth BUSSER, et le Bureau national ont aussitôt soutenu ce projet.

Un groupe A.P.M.E.P. ad hoc s'est créé autour d'une équipe Nice-Toulouse essentiellement constituée par Alain Soléan, Pichèle Pécal, Henri Bareil et moi-même. Il a travaillé :

- à trier les documents collectés,
- à les mettre en forme : qu'Alain SOLEAN, Michèle PECAL - et Françoise BACHELARD - soient très particulièrement remerciés pour leur travail de maquettage,
- à tenter de combler des manques par des textes spécifiques.

Il avait pour objectif une publication RAPIDE pour être efficace en vue de la rentrée, et d'un volume, donc d'un coût, raisonnables.

Une première édition a été réalisée par l'IREM de Toulouse, en étroite collaboration avec Henri BAREIL, responsable de cette brochure. Elle a été rapidement épuisée.
De là une deuxième édition, mise à jour, que voici.

Nous remercions vivement tous les auteurs, dont certains sont restés anonymes, pour l'abondance et la qualité de leur travail, qu'il soit individuel ou qu'il provienne d'une équipe IREM. Les textes non retenus pour cette première brochure pourront éventuellement faire l'objet d'une publication dans le bulletin de l'APMEP ou dans un deuxième tome.

Enfin l'Inspection Générale, qui a accepté la présence de représentants APMEP dans les regroupements interacadémiques et la collecte de documents publiés ici, essentiellement dans les rubriques "Interrogeons-nous" et "Activités pour la classe", a été consultée et nous a encouragés dans notre entreprise.

* * * *

Une concertation avec Monsieur Pierre LEGRAND, Doyen de l'Inspection Générale de Mathématiques, et Madame Françoise VIRTEL, Inspecteur Général de Mathématiques, a permis aux textes spécifiquement écrits pour cette brochure de s'inscrire dans une démarche cohérente.

Dans l'esprit des nouveaux programmes, comme nous l'avions déjà préconisé lors de leur discussion, nous avons en effet voulu :

- *insister sur la continuité Collège-Lycée*
- *encourager une réflexion sur les méthodes et leur apprentissage par les élèves*
- *aider à une mise en oeuvre d'activités faisant agir simultanémant divers secteurs du programme.*

../...

Nous espérons ainsi avoir contribué à montrer qu'on peut organiser un enseignement tel que les élèves "fassent beaucoup de mathématiques", des mathématiques toujours à leur portée, allant à l'essentiel : une formation en profondeur riche de possibilités quelles que soient les orientations ultérieures.

Puissent les énergies ainsi mobilisées contribuer à un enseignement des Mathématiques toujours plus fécond !

Paris, le 18 mars 1990

Christiane ZEHREN

Secrétaire nationale "Lycées" de l'A.P.M.E.P.

... Nous rappelons qu'il est possible d'utiliser les crédits d'enseignement pour que notre "OUTIL POUR UN CHANGEMENT" soit mis à la portée de tous les collègues ...

SOMMAIRE au verso

LE FIL D'ARIANE

de notre brochure

"CLASSE DE SECONDE : UN OUTIL POUR DES CHANGEMENTS"

Après avoir proposé (Ch. I) des "textes de référence" : le programme et des explicitations, nous vous demandons, au Ch.II, de réfléchir à la continuité avec le Collège en prenant conscience de ce qui s'y pratique.

Dès lors, Ch. III, interrogeons-nous sur les traductions du programme en progressions et sur une centaine d'exercices qui pourraient -ou non- le mettre en oeuvre. Un test en T.C. nous y aidera aussi. Il sera aussi question de nos méthodes pédagogiques.

Le Ch. IV vous proposera :
- deux moissons d'exercices ou problèmes regroupés pour quelques commentaires,
- de nombreuses activités pour la classe, visant pour la plupart à mettre en pratique l'interpénétration des divers secteurs du programme

Résoudre des problèmes, ce n'est pas seulement appliquer des théorèmes, c'est aussi et d'abord dégager et mettre en oeuvre des méthodes générales allant bien au-delà. En Seconde, le champ de ces méthodes est déjà riche de possibilités. Notre chapitre V voudrait l'explorer avec vous.

Enfin une dernière rubrique vous fournira des renseignements divers(bibliographie, ... avec le voeu que, rejoignant l'APMEP si ce n'est déjà fait, vous tiriez parti de toutes ses productions et que vous lui apportiez votre concours).

SOMMAIRE

"CLASSE DE SECONDE : UN OUTIL POUR DES CHANGEMENTS"

I. TEXTES DE REFERENCE

LE PROGRAMME DE SECONDE
(mars 1990)

BREVES NOTES POUR ESSAYER D'ECLAIRER QUELQUES LOCUTIONS OU CONSIGNES DU PROGRAMME
Texte définitif établi après concertation avec l'Inspection Générale de Mathématiques :
Mme VIRTEL et M. LEGRAND, Doyen

A PROPOS DU CALCUL LITTERAL
Extrait d'un texte du G.R.E.M. (Groupe de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques - Commission ministérielle auprès de la Direction des Lycées et Collèges de 1987 à 1990)

CALCULATRICES ET ORDINATEURS
Extrait d'un autre texte du G.R.E.M.

A PROPOS DU PROGRAMME DE SECONDE

- par Christiane ZEHREN -

Il fixe des contenus, avec assez de précision ... pour justifier sa longueur.
Mais, pour le professeur dans sa classe, la nécessité de préciser encore peut s'imposer.
Comment faire ? *Il y a deux cas de figure :*

1. Epreuves d'évaluation utilisées comme élément prioritaire dans l'orientation :
"... *en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir"* (Cf. page 8)

2. Activités en classe, recherche de problèmes, devoirs, ... (cf. page 9 : ... le professeur en "*modulera le choix et le niveau d'approfondissement")*

Le critère de choix essentiel réside alors dans l'esprit et les grandes orientations du programme, tels qu'ils sont définis du début à la page 11 et dans les bandeaux des § II, III, IV, V.
C'est à leur lumière qu'il s'agit d'interpréter les contenus proposés.
Ce sont eux qui modèleront leur enseignement.

En résumé, toutes les clés se trouvent dans les pages 7 à 11 et dans les bandeaux.

TEXTES GREM

Ils sont disponibles dans les I.R.E.M.
Le texte "Sur l'introduction du calcul littéral" a été publié dans le n° 41/49, novembre 1989, de "Sans Tambour ni Trompette", Bulletin de la Régionale APMEP et de l'IREM de Lyon

Texte du B.O. n° 20 du 17 mai 1990:

LE PROGRAMME DE SECONDE

PARTIE 1 : EXPOSE DES MOTIFS

1. Pourquoi un nouveau programme ?

Le programme qui suit conserve, pour l'essentiel, les objectifs et la substance du programme précédent, défini par l'arrêté du 14 Mars 1986 et publié au Bulletin Officiel de l'Education Nationale Spécial n°1 du 5 Février 1987. La perspective reste celle d'une *Seconde pour tous les élèves* et *d'une classe d'orientation,* et non d'une classe préparant de manière privilégiée aux filières scientifiques. Cependant il était nécessaire d'infléchir le programme pour assurer une bonne continuité avec les *nouveaux programmes de collège*(mis en vigueur en 1989-1990 au niveau de la classe de Troisième), qui font d'avantage appel à l'activité des élèves et sont plus tournés vers la résolution de problèmes et les applications.

2. Les intentions majeures :

a) On a voulu entraîner les élèves à la *pratique d'une démarche scientifique,* en développant conjointement les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique.

b) On a voulu insister sur l'importance du *travail personnel* des élèves, tant au lycée qu'à la maison, et sur le rôle moteur des activités de *résolution de problèmes.* Dans cette perspective, une rubrique de *travaux pratiques* a été introduite dans chaque chapitre.

c) On a voulu développer les *capacités d'organisation et de communication*, renforcer les objectifs *d'acquisition de méthodes* et promouvoir une meilleure unité de la formation des élèves.

d) On a voulu mieux prendre en compte l'exigence de contenus présentant un intérêt pour la formation de *tous* les élèves. C'est pourquoi on a écarté résolument les sujets présentant de trop grandes difficultés conceptuelles et techniques pour la majorité des élèves ou préparant de façon trop spécifique à certaines sections de Première, au bénéfice d'une *meilleure solidité sur les points essentiels.*

e) On a voulu s'en tenir à *un cadre et un vocabulaire théoriques modestes,* mais suffisamment efficaces pour l'étude des situations usuelles et assez riches pour servir de support à une formation mathématique solide.

f) On a voulu *dégager clairement les objectifs et les contenus du programme* en précisant les capacités requises ou non requises des élèves, dans le double but de mieux éclairer les professeurs et les élèves et de combattre l'inflation. En particulier, on a limité de façon stricte le niveau d'approfondissement à donner aux concepts, ainsi que le degré de technicité exigible des élèves pour certains problèmes.

3. Quelques lignes directrices pour les contenus :

a) *Dans tous les domaines, la résolution de problèmes constitue, comme au collège, l'objectif essentiel.*

b) *Dans le domaine numérique*, l'accent est mis sur la résolution des équations, l'approximation des nombres et les études de fonctions.

c) *En géométrie* , on poursuit conjointement l'étude des configurations usuelles du plan et de l'espace, déjà engagée au collège. Le calcul vectoriel dans le plan est le principal outil nouveau. La notion générale de barycentre et le produit scalaire ont été supprimés et seront étudiés dans les sections de Première où leur utilité apparaît.

d) *En statistique,* le nouveau programme de collège couvrant sensiblement l'ancien programme de Seconde, on aboutit maintenant en Seconde à une vue synthétique des séries statistiques à une variable, ce qui constitue un élément de formation important pour l'ensemble des élèves.

PARTIE 2 : ORGANISATION DE L'ENSEIGNEMENT

1. Le cadre général .

L'horaire de la classe est de quatre heures : 2 h 30 + (1 h 30). Le programme requiert, pour donner prise à un travail efficace à partir des acquis du collège et bien remplir son rôle d'initiation aux enseignements ultérieurs, d'être appliqué avec réalisme et souplesse ; il est essentiel d'assurer un *bon équilibr e entre les différentes parties* et , en particulier, de ne pas bloquer en fin d'année la géométrie. Le texte du programme définit les objectifs, précise les connaissances et savoir-faire que les élèves doivent acquérir et délimite le champ des problèmes à étudier, mais chaque professeur garde toute liberté pour l'organisation de son enseignement. Toutes les indications mentionnées dans le programme *valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation* ; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir.

2. Présentation du texte du programme.

a) Ce texte comporte d'abord un chapitre définissant *les objectifs et les capacités valables pour l'ensemble du programme* .Ensuite, chaque chapitre comporte :
- Un bandeau définissant les objectifs essentiels de ce chapitre et délimitant le cadre général d'étude des notions relatives à ce chapitre.
- Un texte en deux colonnes : *à gauche*, sont fixées les connaissances et savoir-faire de base figurant au programme ; *à droite* , un commentaire précise le sens ou les limites à donner à certaines questions et repère, le cas échéant, l'interaction du sujet étudié avec d'autres figurant au programme.
- Une rubrique de *travaux pratiques* en deux colonnes : *à gauche*, figure le champ des problèmes et des techniques que les élèves ont à étudier ; *à droite*, un commentaire fournit des repères pour le niveau d'approfondissement de cette étude.

b) En ce qui concerne les connaissances et savoir-faire, on a délimité, d'une part, ceux que les élèves *doivent acquérir* et, d'autre part, ceux qui relèvent *d'activités possibles ou souhaitables*. En outre, pour éviter toute ambiguïté sur les limites du programme et lutter contre l'inflation, il est indiqué que certains sujets sont "*hors programme"* (ce qui signifie qu'ils n'ont pas à être abordés au niveau considéré) ou que "*toute virutosité technique est exclue*", ou encore qu'il faut se limiter à des "*exemples simples*".

Pour les *démonstrations*, le professeur est laissé juge de l'opportunité de les faire, d'en donner une esquisse ou d'admettre le résultat, tout en maintenant un bon équilibre entre ces différentes possibilités. La mention "*admis* " signifie que la démonstration est hors programme.

c) Les *travaux pratiques* sont de deux sortes : les uns mettent en œuvre des *techniques classiques et bien délimitées, dont la maîtrise est exigible des élèves*. Les autres, qui portent la mention "*Exemples de* " (ce sont les plus nombreux) visent à développer un savoir-faire ou à illustrer une idée : les élèves devront, au terme de l'année, avoir acquis une certaine familiarité avec le type de problème considéré, mais *aucune connaissance spécifique ne peut être exigée à leur propos et toutes les indications utiles doivent être fournies aux élèves,* notamment lors des épreuves d'évaluation.

3. Articulation avec le collège.

Une bonne articulation entre le collège et la Seconde constitue un enjeu capital. Les objectifs et les grandes lignes des contenus des programmes de Collège sont définis par l'arrêté du 14 Novembre 1985, publié en livre de poche au C.N.D.P. ; l'explicitation de ces objectifs, de ces contenus et des capacités exigibles des élèves a fait l'objet de compléments publiés au Bulletin Officiel dans les suppléments spéciaux du 30 Juillet 1987 pour la Sixième et la Cinquième, 30 Juin 1988 pour la Quatrième et 23 Mars 1989 pour la Troisième. L'ensemble des textes précédents relatifs aux mathématiques a fait l'objet d'une brochure de synthèse, publiée par le CNDP en 1989 et intitulée "*Mathématiques dans les classes de Collège*". L'attention des professeurs de Seconde est attirée sur le fait qu'ils ne peuvent tabler que sur les *capacités mentionnées comme exigibles dans les compléments*, et non sur l'ensemble des activités proposées par les programmes.

En Seconde, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un *champ de fonctionnement* pour les capacités acquises au Collège et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis ; *on évitera en revanche les révisions systématiques.*

Pour faciliter cette articulation, les différentes rubriques du programme comportent quelques indications sur la continuité des objectifs poursuivis et sur certains points du programme des Collèges.

4. Objectifs et fonctions des différents types d'activité.

a) Organisation du travail de la classe.

Deux objectifs essentiels sont à poursuivre :

- Entraîner les élèves à *l'activité scientifique* et promouvoir *l'acquisition de méthodes* : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de *découverte*, d'*exploitation de situations*, de *réflexion* et de *débat* sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de *synthèse* dégageant clairement *quelques* idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée.

- Développer les *capacités de communication* : qualité d'écoute et d'expression orale, de lecture et d'expression écrite (prise de notes, mise au point de la rédaction d'un énoncé ou d'un raisonnement ...).

Dans cette perspective, la *résolution de problèmes* et *l'étude de situations* occupent une *part importante* du temps de travail, allant bien au-delà de l'horaire de travaux dirigés en effectifs réduits. En particulier, il convient d'articuler la mise en place de contenus nouveaux avec l'étude de situations assez riches qui peuvent, selon les questions étudiées, servir de motivation, fournir des secteurs d'intervention, ou constituer le support même pour cette mise en place. La *synthèse,* qui constitue le cours proprement dit, doit être *brève* ; elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu.

Bien entendu, le choix d'une stratégie pour la mise en place de notions, de résultats et d'outils nouveaux ne saurait être uniforme : l'analyse des concepts à étudier et de leur articulation avec le champ des problèmes à résoudre, les acquis antérieurs des élèves, la simplicité, l'efficacité, ... sont autant de facteurs à prendre en compte.

b) Organisation du travail personnel des élèves.

La résolution d'exercices et de problèmes doit aussi jouer un rôle central dans les travaux effectués en dehors du temps d'enseignement, à la maison ou au Lycée. Ces travaux ont des fonctions diversifiées :

- La résolution *d'exercices d'entraînement* , combinée avec l'étude du cours, permet aux élèves d'affermir leurs *connaissances de base* et d'évaluer leur capacité à les mettre en œuvre sur des exemples simples.

- L'étude de *situations* plus complexes, sous forme de préparation d'activités en classe ou de problèmes à résoudre et à rédiger, alimente le *travail de recherche* , individuel ou en équipe, et permet aux élèves d'évaluer leur capacité à *mobiliser leurs connaissances* dans des secteurs variés.

- Les travaux individuels de *rédaction* (solution d'un problème, mise au point d'exercices étudiés en classe, rapport de synthèse sur un thème d'étude, analyse critique d'un texte ...) visent essentiellement à développer les *capacités de mise au point d'un raisonnement et d'expression écrite* ; vu l'importance de ces objectifs, ces travaux de rédaction doivent être *fréquents* , mais leur *longueur* doit rester *raisonnable.*

- Les *devoirs de contrôle, peu nombreux* , combinent des exercices d'application directe du cours et des problèmes plus synthétiques, comportant des questions enchaînées de difficulté progressive et permettant aux élèves de vérifier leurs résultats. Ils doivent être suffisamment *courts* pour permettre à la grande majorité des élèves d'étudier l'ensemble des questions posées et de *rédiger posément* la solution qu'ils proposent.

- Plus largement, pour le choix des exercices et des problèmes, il est utile de se poser quelques questions. Font-ils appel aux seules capacités requises des élèves ? Sinon, les élèves disposent-ils des indications utiles pour les résoudre ? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de Seconde ? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode ?

5. Evaluation, orientation .

En Seconde de détermination, il convient de *développer les capacités de chaque élève* et de *l'aider à préciser son projet de formation et à le réaliser.* Tout au long de l'année, la *communication des objectifs* à atteindre et la mise en œuvre de *formes diversifiées d'évaluation* peuvent aider efficacement les élèves à progresser, à se situer et à effectuer un choix d'orientation. D'autre part, il est souhaitable que des *mesures d'aide* aux élèves dont le niveau n'est pas en accord avec leur projet d'orientation puissent être mises en place pour leur permettre de réaliser ce projet dans de bonnes conditions. De même, on peut, en fonction de ces projets, *moduler* le choix et le niveau d'approfondissement des activités proposées ; *mais cette diversification ne saurait conduire à supprimer des rubriques du programme ou à détruire son équilibre général.*

PARTIE 3 : PROGRAMME

I - OBJECTIFS ET CAPACITES VALABLES POUR L'ENSEMBLE DU PROGRAMME.

1. REPRESENTATIONS GRAPHIQUES .

Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de *donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques* étudiés dans les différentes parties du programme ; leur mise en œuvre développe aussi les qualités de soin et de précision et met l'accent sur des réalisations combinant une capacité manuelle et une réflexion théorique. Plus largement, on développera une *vision* *géométrique* des problèmes, notamment en analyse, car la géométrie met au service de l'intuition et de l'imagination son langage et ses procédés de représentation.

2. PROBLEMES NUMERIQUES ET ALGORITHMIQUES.

Les *problèmes et méthodes numériques* sont largement exploités, car ils jouent un rôle essentiel dans la compréhension de nombreuses notions mathématiques et dans les différents secteurs d'intervention des mathématiques ; ils permettent aussi d'entraîner les élèves à *combiner l'expérimentation et le raisonnement* en mathématiques et concourent au développement des qualités de soin et de rigueur.

Dans l'ensemble du programme, il convient de mettre en valeur les *aspects algorithmiques* des problèmes étudiés, en particulier à propos de la *gestion de calculs* (description de l'enchaînement des opérations à effectuer pour un calcul numérique ou pour le calcul des valeurs numériques d'une fonction d'une variable réelle). Aucune connaissance spécifique sur les algorithmes n'est exigible des élèves.

3. EMPLOI DES CALCULATRICES ; IMPACT DE L'IN FORMATIQUE

Dans les classes de lycée, l'emploi des calculatrices en mathématiques a pour objectif, non seulement d'effectuer des calculs, mais aussi *de contrôler des résultats, d'alimenter le travail de recherche et de favoriser une bonne approche de l'informatique*. De plus, en analyse, cet usage permet d'*accéder* rapidement *à des fonctions variées* et à leur représentation graphique.

En Seconde, *les élèves doivent être entraînés à utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques* pour effectuer des calculs numériques, pour calculer une moyenne ou un écart-type, et pour programmer, sur quelques exemples simples, le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable.

En cas d'achat de machine en début de Seconde, ou au cours du second cycle, il est conseillé de choisir un modèle dont les caractéristiques répondent aux spécifications et aux objectifs précédents et suffisent pour couvrir l'ensemble de ce cycle. Un modèle bas de gamme suffit (en particulier, les écrans graphiques ne sont pas demandés).

D'autre part, l'emploi des *matériels informatiques* existant dans les établissements est à encourager, notamment à travers l'exploitation de la *lecture graphique sur écran.*

4. UNITE DE LA FORMATION .

Il est important que de nombreux travaux fassent *intervenir simultanément des parties diverses du programme* pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace ...). Dans cette perspective, *l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines* sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines ; organisation concertée des activités d'enseignement. Plus largement, il convient de mettre en valeur *le contenu culturel* des mathématiques ; l'introduction d'une perspective historique peut y contribuer.

5. FORMATION SCIENTIFIQUE .

Les capacités d'expérimentation et de raisonnement, d'imagination et d'analyse critique , loin d'être incompatibles, doivent être développées de pair : formuler un problème, conjecturer un résultat, expérimenter sur des exemples, bâtir une démonstration, mettre en œuvre des outils théoriques, mettre en forme une solution, contrôler les résultats obtenus, évaluer leur pertinence en fonction du problème posé ne sont que des moments différents d'une même activité mathématique. Dans ce contexte, la clarté et la précision des raisonnements, la qualité de l'expression écrite et orale constituent des objectifs importants. Cependant, la maîtrise du raisonnement et du langage mathématique doit être placée dans une perspective de *progression* ; *on se gardera donc de toute exigence prématurée de formulation* , aussi bien pour les énoncés que pour les démonstrations. En particulier, le *vocabulaire* et les *notations* ne son pas imposés a priori ; ils s'introduisent en cours d'étude, selon un critère d'utilité.

6.VOCABULAIRE ET NOTATIONS .

Certaines questions (traitement des équations, emploi de propriétés caractéristiques en géométrie ...) amènent à utiliser des *équivalences logiques*; on observera qu'au collège seule la formulation en deux énoncés séparés est au programme. L'emploi des symboles $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$ n'est pas un objectif du programme. *Tout exposé de logique mathématique est exclu.*

Enfin, on aura souci de se limiter à un petit nombre de notations simples. Certaines auront été introduites au collège : appartenance, égalité et inégalité, égalité approchée $\approx$, racine carrée, cosinus, sinus , tangente, droite (MN), segment [MN], distance MN, parallélisme et orthogonalité. S'ajoutent en Seconde, outre les notations indiquées dans les différents chapitres, l'intersection et la réunion de deux parties, l'inclusion A B et les notations **N , Z , Q , R** ; sur ces différents points, il s'agit d'un simple vocabulaire et *aucun développement n'est au programme* . Pour les fonctions, on utilise les écritures $y = f(x)$ et $x \mapsto f(x)$ mais les symboles f + g, fg, gof, f≤g, ... sont hors programme. Pour l'image M' de M par une transformation f du plan, on utilise l'écriture M' = f(M) ou, de façon plus suggestive et efficace, $M \mapsto M'$. On évitera des écritures telles que $\overrightarrow{f(M)f(N)}$ ou (f(M)f(N)) qui sont à la limite de la lisibilité.

II- PROBLEMES NUMERIQUES ET ALGEBRIQUES

La résolution de problèmes , issus de la géométrie, de l'étude des fonctions, de la gestion de données, des autres disciplines et de la vie courante *constitue l'objectif fondamental* de cette partie du programme. On dégagera sur les exemples étudiés les différentes phases du traitement d'un problème : mise en équation, résolution, contrôle et exploitation des résultats. Dans cette perspective, le programme vise à compléter et à mobiliser les capacités acquises au collège ; les travaux s'articulent suivant deux axes :

- Consolider *la pratique conjointe du calcul littéral et du calcul numérique* , en relation étroite avec l'étude des fonctions.

- Poursuivre l'étude des *équations et inéquations à une inconnue* et des *systèmes d'équations linéaires.*

Dans le cadre de ces travaux, un objectif important est d'amener les élèves à une *meilleure maîtrise de l'emploi des variables* à travers l'étude d'exemples où elles expriment des quantités dont la signification est clairement perçue ; les travaux se développeront dans les directions suivantes : substitution de nombres à des variables (utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques, tableaux de valeurs de fonctions , ...), mise en équation de problèmes et description de phénomènes continus à l'aide de fonctions.

Le traitement des problèmes combine les *calculs de valeurs exactes et de valeurs approchées* : il fait appel aux différentes formes de calcul : mental, à la main et à la machine. Les *interprétations graphiques*, *l'usage des calculatrices* jouent un rôle capital, à la fois comme outils et comme sources de problèmes.

1. CALCUL LITTERAL ET CALCUL NUMERIQUE .

- Dans ce domaine, c'est la maîtrise des mécanismes *élémentaires* indiqués par le programme qui est importante ; *toute virtuosité technique est exclue*, notamment en ce qui concerne les factorisations et les calculs portant sur des fractions ou des radicaux. On tiendra compte du fait que, sur ces différents points, les exigences à l'issue de la classe de Troisième sont modestes. Il convient en outre de ne pas multiplier gratuitement les exercices de pur calcul littéral.

- La résolution de problèmes menant à des *équations à une inconnue* constitue un objectif important. Toute étude introduisant a priori des paramètres est exclue. La technique de résolution de l'équation du second degré est hors programme.

- De nombreuses situations conduisent à des *inégalités* ou des *inéquations.* On se limitera à des exemples très simples et on s'appuiera sur des interprétations graphiques et sur la variation des fonctions, afin d'éviter un formalisme purement algébrique.

- Les résultats d'un calcul numérique peuvent s'exprimer sous différentes formes (valeur exacte, encadrements, approximations décimales ...). On mettra en évidence, sur les exemples étudiés, que le choix d'une telle forme est fonction du problème posé.

a) Calcul sur les puissances.

Formules : $(ab)^m = a^m b^m$ $a^{m+n} = a^m a^n$ et $(a^m)^n = a^{mn}$, où m et n sont des entiers relatifs.	Il s'agit ici de compléter les acquis du collège ; on s'assurera que les élèves maîtrisent bien les puissances de 10 et savent les employer pour lire ou écrire un nombre en notation scientifique et pour évaluer des ordres de grandeur.

b) Opérations sur les inéga lités.

-Signe de ax + b. Signe d'un produit, d'un quotient. -Passage au carré, à l'inverse, à la	Le programme se limite à l'étude d'expressions à coefficients numériques. Ces questions sont à relier à l'étude des

racine carrée dans une inégalité entre deux nombres positifs.
-Position relative de a et a^2 selon que $a \geq 1$ ou $0 \leq a \leq 1$.

fonctions et à leur représentation graphique. On pourra ainsi interpréter le signe de $ax + b$, la comparaison de a et de a^2, pour $a \geq 0$, ou encore les opérations simples sur les imégalités ; par exemple, le fait que, si $0 < a \leq b$, alors $0 < 1/b \leq 1/a$, est à rapprocher de la décroissance de la fonction $x \rightarrow 1/x$ sur $]\, 0\,,\, +\infty\, [$ et de l'allure de sa représentation graphique.

c) Valeur absolue, intervalles, approximations.

-Valeur absolue, distance.
-Inégalité triangulaire: $|a+b| \leq |a|+|b|$
Valeur absolue d'un produit, d'un quotient.
-Intervalles, notations des divers types d'intervalles.

La valeur absolue ne figure pas au programme de Troisième. En Seconde, l'essentiel est de savoir interpréter $|b-a|$ comme étant la distance des points a et b et, dans cette perspective, des relations telles que $|x-2| \leq 1$ ou $|x-2| \leq 1/100$ à l'aide des intervalles de centre 2.

-Pratique, sur des exemples numériques, du vocabulaire concernant les approximations d'un nombre a :
Lorsque $b \leqslant a \leqslant c$, on dit que b et c encadrent a.
Lorsque $|a' - a| \leq k10^{-p}$ où $1 \leqslant k < 10$, on dit que a' est une approximation (ou valeur approchée) de a à la précision $k10^{-p}$ .Approximation décimale par défaut, par excès, à 10^{-p} près Ces nombres sont de la forme $m.10^{-p}$ où m est entier.

Ces notions ne sont pas des objets d'étude en soi : elles interviennent dans les problèmes d'approximation. On pourra évaluer, sur quelques exemples numériques, la précision obtenue pour une somme ou un produit ; mais toute étude générale de calcul des approximations est exclue et aucun énoncé de résultats à ce propos n'est exigible des élèves. La pratique de troncatures et d'arrondis, déjà engagée au Collège, sera poursuivie, sans formalisation de ces notions.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de situations conduisant à une équation ou inéquation à une inconnue à coefficients numériques.

La résolution d'équations telles que $(x - 1)^2 = 2$, $(2x + 1)^2 = (x - 2)^2$, $x(x - 2) = 4 - x^2$ est un objectif raisonnable. Si, lors de l'étude d'une situation, on rencontre une équation telle que $x^2 + x - 6 = 0$ ou $x + 1/x = 3$, des indications doivent être données sur la méthode à suivre ; mais il n'y a pas lieu de multiplier ce type d'exemples ni, a fortiori , d'en systématiser l'étude. De même, pour les inéquations, l'étude d'exemples tels que : $x^2 \leq 2x$, $2 \leq x^2 \leq 4$ constitue un objectif raisonnable.

Exemples simples d'emploi de factorisations pour leur résolution.

L'étude des équations ou inéquations comportant des radicaux est en dehors des objectifs du programme ; il en est de même pour celles qui comportent des valeurs absolues, mis à part les exemples numériques du type $|x - a| = b$ ou $|x - a| \leq b$. Pour les factorisations, on se limitera au cas de produits de deux ou trois facteurs du premier degré, et toutes les indications utiles doivent être fournies.

Pratique des opérations portant sur des nombres (puissances, fractions, radicaux ...).

L'étude d'exemples tels que $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$ ou $\dfrac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 2}$ est envisageable à condition que l'on ait précisé la forme réduite visée. En revanche, la réduction d'expressions telles que $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$ ou a fortiori $\dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2} - 1}$, n'est pas un objectif du programme.

L'encadrement de l'opposé d'un nombre, de la somme de deux nombres, du produit de deux nombres positifs.
Exemples d'approximation d'un nombre au moyen d'encadrements.

Les activités peuvent amener à encadrer une différence, un inverse, une racine carrée ; les élèves n'ont pas à mémoriser les règles correspondantes.

2. SYSTEMES D'EQUATIONS LINEAIRES

Il s'agit de systèmes d'équations linéaires à *coefficients numériques*. L'objectif est non seulement de mettre en œuvre une technique de résolution, mais aussi *d'étudier des problèmes issus d'autres disciplines et de la vie économique et sociale* , en mettant en valeur les phases de mise en équation, de traitement mathématique, de contrôle et d'interprétation des résultats. On évitera les exemples trop techniques, coupés de tout contexte. L'étude d'exemples comportant des paramètres est exclue.

Résolution numérique et étude graphique de systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques. Critère d'existence et d'unicité de la solution

L'objectif est d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique, et non d'apprendre des formules de résolution ; en particulier, la notion de déterminant et les formules de Cramer ne sont pas au programme.

Sur des exemples numériques, les élèves doivent savoir reconnaître et traiter les différents cas qui peuvent se présenter.

Travaux pratiques

Exemples d'étude par interprétation graphique de systèmes d'équations et d'inéquations linéaires à deux inconnues.

Exemples de mise en œuvre de méthodes pour résoudre des systèmes d'équations linéaires à coefficients numériques (substitution, combinaisons linéaires).

La description générale de ces méthodes est hors programme.
On se limitera à des situations ne comportant pas plus de quatre inconnues. L'étude d'exemples où il n'y a pas existence et unicité de la solution est en dehors des objectifs du programme.

III- FONCTIONS

Le programme est organisé autour de deux objectifs principaux :
- Familiariser les élèves avec la *description de phénomènes continus à l'aide de fonctions.*
- Acquérir une *bonne maîtrise des fonctions usuelles* indiquées dans le programme et un certain savoir-faire, toutes les indications utiles étant fournies, pour l'étude de fonctions qui s'en déduisent simplement.

On exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale, en marquant les différentes phases : mise en équation, traitement mathématique, contrôle et exploitation des résultats.

Le programme combine les *études qualitatives* (croissance, allure des représentations graphiques, etc) avec les *études quantitatives* (majorations, recherche de maximums,...).

Il ne porte que sur *l'étude d'exemples* et se place dans le cadre de *fonctions définies sur un intervalle* ; on évitera tout exposé général sur les fonctions (statut mathématique du concept de fonction, notion d'ensemble de définition, opérations algébriques, composition, relation d'ordre, restriction, ...). Le plus souvent, l'intervalle d'étude sera indiqué lors de la définition de la fonction considérée. Dans certains exemples, l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles : on se ramène alors à une étude portant sur chacun de ces intervalles ; on ne multipliera pas de tels exemples.

1. GENERATION ET DESCRIPTION DES FONCTIONS

On exploitera des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithmes de calcul, relations de dépendance issues de la géométrie, de la mécanique, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale.

Exemples de modes de génération de fonctions. Exemples de description d'une situation à l'aide d'une fonction. Représentation graphique d'une fonction dans un repère (orthonormal ou orthogonal).

Dans la plupart des situations étudiées en Seconde, les fonctions sont définies par des formules algébriques simples. Pour que les élèves se forment une idée assez large de la notion de fonction, on donnera *quelques* exemples de situations menant à des fonctions définies différemment.

Parité, périodicité. Maximum, minimum d'une fonction. Fonctions croissantes, fonctions décroissantes.	Ces notions sont mises en place uniquement sur des exemples : on mettra en valeur leur signification graphique. Les notions de taux de variation, de maximum local et de minimum local ne sont pas au programme.

2. FONCTIONS USUELLES

- A travers l'étude de fonctions figurant au programme et de situations menant à des fonctions qui s'en déduisent de façon simple, on mettra en valeur *la diversité de comportement des fonctions* . Dans ce cadre, il est important que les élèves soient entraînés à mieux maîtriser les situations de *proportionnalité* , dont l'étude a été abordée au Collège, en relation avec l'étude des fonctions linéaires et des fonctions affines.

- L'étude générale des fonctions polynômes de degré deux et des fonctions homographiques est hors programme. L'introduction des *fonctions circulaires* constitue une *simple prise de contact de caractère expérimental :* on s'appuiera sur l'étude du cercle trigonométrique (Cf programme de géométrie) et sur l'exploitation des touches de la calculatrice. Tout développement théorique est exclu.

- Le choix de situations issues des sciences physiques contribue à éclairer la signification des changements d'origine ou d'échelle. Tout exposé général sur ces points est exclu ; on se limitera à quelques exemples simples et toutes les indications utiles seront fournies aux élèves.

a) Variation et représentation graphique des fonctions : $x \mapsto ax + b$, $x \mapsto \|x\|$, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$.	On sera amené à effectuer une exploration numérique du conportement de ces fonctions pour les grandes valeurs de x et, dans le cas de $x \mapsto \frac{1}{x}$, pour les petites valeurs de x ; mais toute mise en forme de la notion de limite est hors programme.
b) Etude des fonctions cosinus et sinus : périodicité, symétrie, sens de variation. Courbes représentatives.	On entraînera les élèves à retrouver sur le cercle trigonométrique des propriétés des fonctions cosinus et sinus, notamment des relations telles que : $\cos(\pi + x) = -\cos x$, $\sin(\pi - x) = \sin x$, $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$,.... Les élèves n'ont pas à mémoriser ces formules. L'étude de la fonction tangente et les formules d'addition sont hors programme, ainsi que la résolution des équations trigonométriques, mis à part le cas de la lecture inverse de la mesure principale d'un angle aigu.

Travaux pratiques

Exemples simples d'étude de comportements de fonctions tels que: signe, variation, recherche de maximums et de minimums, représentations graphiques dans un repère (orthonormal ou orthogonal).	On entraînera les élèves à mettre en œuvre les méthodes employées pour les fonctions usuelles pour l'étude de comportements de fonctions telles que : $x \mapsto 2x^2 + 1$, $x \mapsto (x - 1)^2$, $x \mapsto \frac{2}{x+1}$, $x \mapsto \frac{2}{x^2+1}$, $x \mapsto x(1 - x)$, $x \mapsto \sin 2x$, toutes les indications utiles étant fournies. En revanche, l'étude de fonctions faisant intervenir des parties entières ou des valeurs absolues est hors programme, à part le cas des fonctions $x \mapsto \|x - a\|$.
Exemples simples de programmation de valeurs d'une fonction.	
Exemples de lecture de propriétés de fonctions à partir de leur représentation graphique.	
Exemples simples d'étude graphique d'équations de la forme $f(x) = \lambda$, où λ a une valeur numérique donnée.	On s'attachera à mettre en évidence, à travers les exemples étudiés, la signification des propriétés des fonctions concernées (croissance, maximums, minimums, parité ,...). On pourra exploiter quelques exemples simples de problèmes d'optimisation, mais l'étude systématique de tels problèmes n'est pas un objectif du programme.
Exemples d'étude de situations décrites au moyen de fonctions (issues de la géométrie, des sciences physiques et biologiques, de la vie économique et sociale ,...).	

IV - STATISTIQUE

Le chapitre complète les acquis du Collège. Il présente un triple intérêt. D'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est nécessaire à la compréhension des *phénomènes économiques et sociaux*. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des *activités interdisciplinaires* où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir *organiser, représenter et traiter des données* fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur à toute formation scientifique.

On entraînera donc les élèves à la pratique d'une *démarche propre à la statistique :*

- Lecture de données recueillies sur les individus d'une population ;
- Choix des résumés (regroupements en classes, indicateurs, ,... à mettre en œuvre pour décrire cette population ;
- Exécution des calculs à la machine (calculatrice, ordinateur) ;
- Présentation des résultats (histogrammes, graphiques,...) ;
- Contrôle et analyse critique de ces résultats.

Les documents nécessaires seront proposés en liaison avec les enseignements de sciences biologiques, économiques et humaines ou empruntés à l'environnement de l'élève. Il est souhaitable que ces documents soient authentiques et motivants.

Organisation et gestion de données statistiques :

Séries statistiques à une variable : - Répartition d'une population en classes. - Effectifs, fréquences.	Il s'agit ici de s'assurer que les notions déjà étudiées au Collège sont acquises.
Séries statistiques à une variable quantitative : - Effectifs cumulés, fréquences cumulées. - Caractéristiques de position et de dispersion : moyenne, écart-type.	Ces notions ne doivent pas faire l'objet d'un exposé général : leur mise en place s'effectue à travers l'étude, en travaux pratiques, de *quelques* situations propices à leur approche. En particulier, les élèves doivent apprendre à calculer une moyenne et un écart-type ; ces notions étant acquises, ils pourront utiliser les fonctions statistiques de leur calculatrice. L'écriture de formules employant la notation Σ n'est pas un objectif du programme.

Travaux pratiques

-- Exemples d'organisation de données statistiques (calcul d'effectifs, de fréquences, élaboration de tableaux, de diagrammes, regroupement en classes, ...).	Les activités mettront en évidence à partir d'un tableau de fréquences cumulées l'intérêt de notions telles que médiane et quartiles, mais aucune connaissance sur ces notions n'est exigible des élèves.
- Lecture et exploitation de données statistiques mises sous forme de tableaux ou de diagrammes d'effectifs ou de fréquences (calcul et interprétation d'une moyenne, d'un écart-type, emploi de tels indicateurs pour comparer des séries statistiques,...).	Grâce à l'étude d'exemples bien choisis, on montrera l'intérêt d'un regroupement en classes pour le calcul de moyenne et d'écart-type et on mettra en valeur la signification de la moyenne $\overline{x}$ et de l'écart-type σ . On observera par exemple que, pour de nombreux phénomènes, le pourcentage d'éléments n'appartenant pas à l'intervalle $[\overline{x} - 2\sigma , \overline{x} + 2\sigma]$ ou $[\overline{x} - 3\sigma, \overline{x} + 3\sigma]$ est voisin de 5%, ou de 1%.

V - GEOMETRIE

En géométrie plane comme en géométrie dans l'espace, *tout point de vue axiomatique est exclu*. La pratique de figures doit tenir une place centrale, car elle joue un rôle décisif pour la maîtrise des notions mathématiques mises en jeu. De même, l'exploitation des écrans graphiques d'ordinateurs peut aider efficacement les élèves à développer leur perception des objets du plan et de l'espace. Il est rappelé que toute reprise systématique des notions vues au collège est exclue.

Le programme comporte deux objectifs essentiels :

◊ Poursuivre *conjointement* l'étude déjà menée au collège, *des configurations usuelles du plan et de l'espace* .

◊ Mettre en place et exploiter quelques éléments de *calcul vectoriel dans le plan,* en relation avec l'étude des configurations et des transformations et avec l'enseignement de la physique.

1 - GÉOMÉTRIE PLANE

Il s'agit d'entraîner les élèves à résoudre *des problèmes concernant des configurations* : alignement, concours, parallélisme, orthogonalité, calcul de distances, d'angles, d'aires. A cet effet, on utilise les acquis du Collège sur les *configurations de base* et *leur symétries* (Cf capacités exigibles indiquées dans les texte de compléments) et on exploite de nouveaux outils, notamment le *calcul vectoriel* et, sur des exemples très simples, *l'action des transformations*. On pourra aussi étudier *quelques* exemples *très* simples de problèmes de lieux géométriques et de construction, mais l'étude systématique de tels problèmes est en dehors des objectifs du programme.

A. CALCUL VECTORIEL

- Les *vecteurs* ont été introduits au Collège (par direction, sens et longueur) ; on n'y reviendra pas et on conservera le même point de vue pour étudier les opérations sur les vecteurs (le programme de Troisième ne comporte qu'une initiation à la somme).

- *La mise en œuvre des vecteurs sur les configurations et les transformations* joue un rôle essentiel, aussi bien pour la compréhension de la notion de vecteur que pour la résolution des problèmes de géométrie ; le calcul vectoriel ne doit donc pas constituer un terrain d'activités purement algébriques. A travers quelques exemples issus de la *mécanique* et de la *physique*, on soulignera le fait que la notion de vecteur ne se limite pas à la géométrie.

- Le programme comporte la notion de *repère* (quelconque) du plan. Pour certaines questions (tracé de courbes, diagrammes, ...), il peut être commode d'utiliser des repères orthogonaux non nécessairement orthonormaux. Pour la résolution de problèmes de géométrie, on se limitera à l'emploi de repères orthonormaux ; le recours à un tel repère n'est qu'un outil parmi d'autres : il relève de seules considérations de commodité et d'efficacité.

- En relation avec l'introduction des fonctions circulaires, le programme comporte une *initiation à la mesure des angles orientés*. On s'appuiera sur des observations concernant le *cercle trigonométrique* (mesure d'arcs, mouvement circulaire uniforme) . Tout développement théorique est exclu et l'emploi des angles orientés en géométrie plane est hors programme.

a) Opérations sur les vecteurs

- Représentation géométrique d'un vecteur $\vec{u}$; interprétation géométrique de l'égalité $\vec{u} = \vec{v}$. Norme d'un vecteur.	La notation $\vec{u}$ et le vecteur nul n'ont pas été introduits au Collège. Les élèves doivent connaître et savoir utiliser les relations entre le parallélogramme, la translation, l'égalité et
- Addition des vecteurs, opposé d'un vecteur, la relation de Chasles ; représentation géométri que des vecteurs $\vec{u} + \vec{v}$,- $\vec{u}$ et $\vec{u} - \vec{v}$. Pour une translation, relation $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$.	l'addition des vecteurs, entre l'opposé et la symétrie centrale. Le fait que la relation $\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ caractérise les translations est hors programme.
- Multiplication d'un vecteur par un nombre, représentation géométrique de $\lambda\vec{u}$. Vecteurs colinéaires.	Les élèves doivent savoir utiliser la colinéarité pour caractériser le parallélisme de deux droites, l'alignement de trois points, l'appartenance à une droite définie par deux points ou par un point et un vecteur directeur.
- Caractérisation vectorielle du milieu d'un segment, du centre de gravité d'un triangle.	La notion générale de barycentre est hors programme. Dans le cas du triangle, on fera le lien
- Configuration de Thalès : si $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{A'B'}$. Réciproque dans le cas particulier où A' = A.	avec l'énoncé vu en classe de Troisième. Le lien avec les projections n'est pas un objectif du programme.
- Homothétie (définie par $\overrightarrow{OM'} = k\overrightarrow{OM}$); relation $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$, application au triangle.	Pour introduire l'homothétie, on s'appuiera sur des situations portant sur les agrandissements et les réductions, dont l'étude a été engagée en classe de Troisième. L'étude de l'unicité du centre est hors programme. Il en est de même pour le fait que la relation $\overrightarrow{M'N'} = k\overrightarrow{MN}$ caractérise les homothéties.

b) Bases , repères.

- Repères d'une droite du plan ; abscisse d'un point, mesure algébrique.	La mesure algébrique $\overline{AB}$ d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est une notation commode. En dehors de la relation de Chasles, aucun

- Bases, repères du plan ; coordonnées d'un vecteur dans une base, d'un point dans un repère, coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $\lambda\vec{u}$. Condition de colinéarité de deux vecteurs.	usage de cette notion n'est au programme. On indiquera, à ce propos, l'effet d'une projection sur une égalité vectorielle : si A, B, C, D satisfont à la relation $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, alors leurs images A', B', C', D' satisfont à la relation $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'D'}$.
Un repère étant fixé, équation cartésienne $ux + vy + w = 0$ d'une droite	On reliera la notion de coefficient directeur à celle de vecteur directeur ; pour l'équation cartésienne d'une droite, on fera le lien avec les formes $y = ax+b$ et $x = b$ vues au Collège. En vue de l'étude des inéquations à deux inconnues, les élèves doivent connaître le régionnement du plan défini par une droite.

c) Orthogonalité, mesure des angles orientés

- Vecteurs orthogonaux. Bases orthonormales ; repères orthonormaux (ou orthonormés).	Le produit scalaire est hors programme, ainsi que l'étude des propriétés de la norme.
Dans un repère orthonormal, expression de la distance et de la norme ; condition d'orthogonalité de deux vecteurs, de deux droites.	On fera le lien avec la condition d'orthogonalité de deux droites portant sur les coefficients directeurs, vue en Troisième.
- Cercle trigonométrique ; mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, mesure principale.	L'unité d'angle est le radian ; la mesure principale appartient à $]-\pi,\pi]$. On fera le lien avec le degré décimal et les angles aigus non orientés, employés au Collège. On s'assurera que les élèves maîtrisent les relations trigonométriques dans le triangle rectangle.
- Définition du cosinus et du sinus, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$. Définition de la tangente par $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. Valeurs remarquables du cosinus, du sinus et de la tangente.	Aucune connaissance sur les opérations sur les angles orientés (relation de Chasles,...) n'est exigible des élèves.

B - TRANSFORMATIONS ET CONFIGURATIONS

- L'objectif est que les élèves connaissent de façon solide *un petit nombre de propriétés essentielles* et sachent *les mettre en œuvre sur des configurations simples*. L'étude des transformations ne doit donc pas être considérée comme une fin en soi. A travers les activités, on s'assurera que les élèves connaissent les symétries des configurations de base étudiées au Collège (rectangle, losange, parallélogramme,...); l'étude de quelques configurations liées au cercle enrichit les outils disponibles.

- Dans l'esprit des programmes de Collège, on fera d'abord agir les transformations sur des figures, puis on dégagera l'idée essentielle qu'une transformation associe à tout point du plan un point du plan bien déterminé. La bijectivité des transformations, les notions de transformation composée et de transformation réciproque sont en dehors du programme.

a) - Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie sur le parallélisme, l'alignement, les distances, les angles et les aires.	On évitera des reprises systématiques se répétant sur chaque type de transformation. Pour les rotations, on se limitera aux quelques exemples abordés au Collège (quart de tour,...) ; l'étude générale des rotations est hors programme.
- Image d'une droite, d'un segment, d'un cercle. Image du milieu d'un segment, d'un parallélogramme.	
b) - Symétries du cercle : tangente à un cercle de direction donnée ou issues d'un point donné.	On s'assurera que les élèves connaissent et savent utiliser les propriétés de la configuration formée par une droite et un cercle.
- Axes de symétrie d'une bande. Ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite. - Axes de symétrie de la configuration formée par deux droites concourantes. Ensemble des points équidistants de deux droites concourantes.	On reliera ces questions à la recherche des cercles tangents à deux droites parallèles, et des cercles tangents à deux droites sécantes.

2- GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.

Les objets usuels étudiés au Collège (cubes, parallélépipèdes rectangles, prismes droits, pyramides, sphères, cylindres et cônes de révolution) constituent un terrain privilégié pour les activités.

- L'objectif est triple :

◊ A partir de l'étude de ces objets, dégager progressivement *quelques énoncés concernant les droites et les plans de l'espace* et mettre en valeur leur spécificité par rapport au cas de la géométrie plane.

◊ Apprendre aux élèves à *combiner ces énoncés avec des théorèmes de géométrie plane* pour établir des propriétés géométriques des configurations simples de l'espace ou effectuer des calculs portant sur ces configurations.

◊ Mettre en œuvre les outils ainsi construits pour renforcer et élargir l'étude d'objets usuels de l'espace.

- Dans une telle perspective, la géométrie dans l'espace est utilisée durant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane.

- Les activités exploiteront conjointement des *maquettes* des objets étudiés et des *représentations* de ces objets effectuées, selon les problèmes posés, à main levée ou à l'aide des instruments de dessin. Dans l'espace, les notions de vecteur et de repère sont hors programme.

a) Propriétés usuelles (admises) du parallélisme de deux droites, de deux plans, d'une droite à un plan. Projection sur un plan selon une direction de droite. b) Propriétés usuelles (admises) de l'orthogonalité de deux droites, d'une droite et d'un plan. Plan médiateur. Projection orthogonale sur un plan.	C'est à travers l'étude des objets usuels de l'espace que ces propriétés doivent être mises en évidence et mises en œuvre. Elles ne doivent donc pas faire l'objet d'une étude en soi. Le théorème des trois perpendiculaires et la projection d'un angle droit sont hors programme.

Travaux pratiques

Exemples d'étude de configurations planes à l'aide de différents outils (configuration de base, calcul vectoriel, outil numérique, transformations).	Pour ce qui est de l'emploi de transformations, on se limitera à des situations *très* simples et, pour les travaux non encadrés par le professeur, la transformation utilisée sera indiquée.
Exemples d'étude d'un objet usuel de l'espace (parallélisme, alignement, orthogonalité,...).	La recherche de sections planes de solides doit se limiter à des cas très simples.
Exemples de calculs de distances, d'aires et de volumes, dans les configurations usuelles du plan et de l'espace.	On mettra en œuvre les formules vues au Collège concernant les objets usuels du plan et de l'espace. On prendra le plus souvent appui sur des situations concrètes (topographie, objets techniques ...)
Exemples simples de mise en œuvre des propriétés d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie pour la construction d'images de configurations planes.	
Exemples de recherche et d'emploi de réflexions, de symétries centrales et de rotations laissant invariante une configuration plane simple (rectangle, carré, triangle équilatéral, cercle, configuration formée par deux cercles,...).	Il n'y a pas lieu de soulever le problème de l'exhaustivité de la liste des transformations ainsi repérées.

BREVES NOTES POUR ESSAYER D'ECLAIRER QUELQUES LOCUTIONS OU CONSIGNES DU PROGRAMME

par Henri BAREIL et Christiane ZEHREN

"..N'EST PAS UN OBJECTIF DU PROGRAMME.."

Dans le nouveau programme de Seconde , cette expression (ou une expression équivalente) apparaît 8 fois.

Elle doit **être soigneusement distinguée du " hors programme ".**

Une notion ou une activité qui " n'est pas un objectif du programme " peut être proposée dans la mesure où le travail ainsi effectué n'a pas de fin en soi mais sert à **mieux mettre en valeur un concept du programme ou à mieux dégager une méthode.** Mais " ce qui n'est pas un objectif " ne peut donc en aucune façon être exigé des élèves et il conviendrait de ne pas y insister.

PAS DE DETERMINANT ? MAIS ALORS ?...

S'agissant des systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues, la " colonne de droite " du nouveau programme de Seconde prescrit que : **" la notion de déterminant n'est pas au programme ".**

L'exclusion des formules de Cramer antérieurement réalisée ne choque pas, mais celle du déterminant inquiète parfois.

Situons donc le débat :

Soit un système symbolisé par : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

Il est souvent utile de savoir d'emblée s'il existe une solution (au moins une).

En effet il suffit alors de raisonner par conditions nécessaires. Si ce raisonnement ne laisse subsister qu'une possibilité pour le couple (x,y), on est sûr qu'il s'agit là de "la" solution.

Comment s'assurer de cette existence-unicité ?

- Si le système d'équations traduit une situation concrète réelle (non hypothétique), l'existence est assurée.

- Sinon :

  - comme " l'objectif est d'organiser et de conjuguer l'étude numérique et l'étude graphique ", celle-ci décidera immédiatement de l'existence. Il n'est même pas utile, pour cela, de tracer les droites associées aux équations : il suffit d'avoir établi, pour l'intersection, **le critère fondamental relatif à la proportionnalité ou non des coefficients des inconnues.**

  -ce critère peut, en fin de compte, être "institutionnalisé ", la référence graphique étant toujours sous-jacente et explicitable à la demande.

- rappelons qu'**en phase d'apprentissage**, il serait dangereux de masquer par quelque procédé que ce soit l'idée fondamentale (ici la proportionnalité ou non des coefficients des inconnues)

■ **Les remarques faites ici,pour le déterminant, à propos des systèmes d'équations, valent tout autant à propos de l'expression de la colinéarité de deux vecteurs** (colinéarité étroitement liée à l'étude graphique des systèmes) :

on s'attache ici à **l'existence ou non** d'un nombre k tel que :
" $\vec{u} = k.\vec{v}$ ", ou, avec des coordonnées

" $x' = kx$ et $y' = ky$ ".

TRANSFORMATIONS GEOMETRIQUES SANS " BIJECTIVITE "

■ **Pour le Collège** , Cf pages 32-33

■ **Pour la Seconde**, "dans l'esprit des programmes de Collège, on fera d'abord agir les transformations sur des figures ..." , " la bijectivité des transformations ...[est] hors programme "...

■ **Pour les quatre transformations déjà étudiées au Collège précisons ce qu'appelle cette approche** (on adaptera pour l'homothétie) :

1 En institutionnalisant des observations raisonnées on **admet**, au Collège, sans justification théorique que:
Chacune de ces transformations a pour premier effet de changer la position d'une figure (sauf les cas d'invariance, au moins globale)et que **l'image de tout ou partie de la figure est ainsi sa nouvelle position.**

Il s'ensuit que :

- sans avoir besoin de "la bijectivité ", "l'image" d'une droite est une droite, ... et, plus généralement, celle d'une figure est une figure superposable.

- **l'image d'un point** (ou d'une partie de figure : droite,...) **est d'abord caractérisée par la position de ce point dans la figure.**
Ainsi, par exemple, automatiquement :

- le milieu d'un arc a pour image le milieu de l'arc image.
- si M est, sur [AB], tel que AM = 3/5 AB , alors M' est, sur [A'B'], tel que A'M' = 3/5 A'B' (avec des dénominations d'images classiques)
- le centre de gravité d'un triangle a pour image celui du triangle-image.

2 **Dans un deuxième temps, on s'intéresse à l'image d'un point :**

Ainsi, au Collège, apprend-on à **construire l'image d'un point** (en 6ème pour la symétrie axiale, en 5ème et 4ème pour la symétrie centrale, la translation, la rotation). Et il s'agit de capacités exigibles.

En Seconde, le programme précise : " puis on dégagera l'idée essentielle qu'une transformation associe à tout point du plan un point du plan bien déterminé ".

Bien entendu, au Collège et en Seconde, cela permet d'obtenir l'image d'une figure en utilisant les points pertinents

Remarque : La " **réflexion** " s'appelle, au Collège, " symétrie orthogonale par rapport à une droite " ou " **symétrie axiale** ".

VOCABULAIRE CONCERNANT LES APPROXIMATIONS D'UN NOMBRE a :

Le vocabulaire préconisé par le programme de Seconde l'est depuis longtemps par l' A.P.M.E.P.

■ Par exemple, 1,78 est une **approximation** (ou **valeur approchée**) de $\sqrt{3}$ à 10^{-1} près.

En effet : $|1,78 - \sqrt{3}| \leq 1/10$

Il en va de même, autre exemple, de 71/39

■ Par contre aucun des deux nombres (1,78 et 71/39) n'est **une approximation décimale** de $\sqrt{3}$:

- à 10^{-1} près, les approximations décimales de $\sqrt{3}$ sont : 1,7 et 1,8

- à 10^{-2} près , elles sont 1,73 et 1,74

■ Le programme précise qu'il ne sagit pas " d'objets d'étude en soi ". Un tel vocabulaire n'a pas à faire l'objet d'un cours spécifique. Il n'est pas " imposé à priori ; il s'introduit en cours d'étude selon un critère d'utilité "(§ III.I.5). Et chaque situation étudiée sera juge de l'opportunité de préférer telles ou telles approximations.

PAS D'AXIOME D'EUCLIDE ?

Le programme de Seconde prend appui sur celui des Collèges, lequel ne parle jamais de "l'axiome d'Euclide ".

Est-ce à dire que celui ci a été banni...et le demeure ? Sûrement pas !

Il n'a jamais été exclu, au contraire, mais la propriété ainsi énoncée a été jugé élucidée à l'école élémentaire puisqu'on y parle de " LA parallèle à ...". Et il a été jugé inutile de revenir là-dessus.De même d'ailleurs à propos de " LA perpendiculaire à..."

Utilisons donc les propriétés d'unicité, autant que de besoin, au Collège et au Lycée ! Cela n'exige qu'une précaution de langage : les élèves connaissent et pratiquent la propriété dite " axiome d'Euclide " mais ils ont le droit d'ignorer qu'elle porte ce nom ...

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Le programme parle, colonne de gauche, des " propriétés usuelles (admises) du parallélisme de ...., de l'orthogonalité de ... "

■ Quelles sont ces " propriétés usuelles " ?

Le programme ne les précise pas (alors que : " à gauche sont fixés les connaissances et savoir-faire de base "). Mais :
- la colonne de droite fixe quelques exclusions et une phrase-clé du commentaire général initial (§ I.II.1) précise : " Toutes les indications mentionnées dans [le programme] valent pour l'ensemble des épreuves d'évaluation; en cas de doute, l'interprétation minimale doit prévaloir ".

■ Comment "ces propriétés usuelles" interviendront-elles ?

Les précisions de la colonne de droite excluent la donnée préalable d'un catalogue, d'un répertoire de ces propriétés. "C'est à travers l'étude des objets usuels de l'espace que ces propriétés doivent être mises en évidence et mises en oeuvre".
Les "objets usuels de l'espace" auxquels cette colonne fait allusion ne sont pas seulement les "solides usuels". Il peut s'agir aussi, par exemple, pour l'étude de l'orthogonalité droite-plan, de la configuration formée par "le plan de la table" et deux équerres placées de façon adéquate.

Au Collège il était déja question de dégager et de mettre en oeuvre " quelques énoncés courants concernant l'orthogonalité et le parallélisme " mais sans rien d'exigible.

En seconde, un pas de plus est franchi : de tels énoncés sont institués " connaissances et savoir-faire de base".

A PROPOS DU CALCUL LITTERAL

... de l'importance de la résolution de problèmes

D'aprés le texte du GREM "sur l'introduction du calcul littéral" (Décembre 1988):

Dans l'introduction des concepts algébriques une stratégie "consiste à mener de front l'élaboration des concepts, et leur utilisation au sein de problèmes où ils jouent un rôle significatif, sans brûler les étapes, ni du côté de l'abstraction, ni du côté des calculs, ni du côté de la complexité des situations: . . ."

"il s'agit en fait essentiellement, à propos d'activités diverses (numériques ou géométriques), d'installer progressivement l'habitude d'utiliser des lettres comme notations puis comme objets de calculs."

Le calcul littéral est sous tendu par trois problématiques différentes:

- la notion d'inconnue: dans la résolution d'un problème on prend la décision de calculer avec des nombres désignés par des lettres x, y, . . . sans les connaitre . . . là réside une difficulté didactique: "en désignant le nombre inconnu par une lettre, on le manipule de fait comme s'il était connu . . . cette étape est importante . . . "il convient de la considérer à sa juste valeur si l'on veut maitriser l'apprentissage du calcul littéral".

Les lettres sont pensées comme des nombres précis, désignés provisoirement par des lettres de façon que notre ignorance initiale n'empêche pas de les faire participer aux calculs.

- la notion d'indéterminée: à la mise en équation du problème succède une combinatoire beaucoup plus formelle qui nécessite d'enchainer des opérations élémentaires sur les expressions littérales. Les lettres ont ici un autre statut, elles n'ont plus besoin de représenter des nombres particuliers, elles sont devenues désormais "indéterminées". Il s'agit d'établir des "identités", des "formules" dans lesquelles la susbtitution de valeurs numériques constitue une phase secondaire, extérieure en quelque sorte au calcul. Cette phase a pris souvent dans l'enseignement une place excessive, au détriment trop souvent du raisonnement ou de la phase de mise en équation.

- la notion de variable: les valeurs cherchées se trouvent placées dans un trés large éventail de valeurs possibles le calcul littéral n'est plus ici une fin en soi, il est au service d'une fontion.

"Envisageons ces trois aspects du calcul littéral sur un exemple. Supposons qu'un problème aboutisse à l'équation: (E) $x(x+3) = 10$ un peu d'habitude pourra amener à écrire plus ou moins directement $x(x+3) - 10 = x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$ et donc à transformer l'équation (E) pour mettre en évidence les solutions.

Il est clair que cette factorisation n'aurait eu aucun sens si x devait être pensé, d'un bout à l'autre du calcul, comme égal à une des valeurs inconnues puisque l'on aurait alors factorisé un membre null

Nous avons eu recours ici au statut "d'indéterminée".

Cela n'aurait pas été nécessairement le cas si nous avions résolu l'équation (E) en disant:

"Soit x la valeur cherchée. Comme $x(x+3) = 10$, on a $x^2 + 3x + 9/4 = 49/4$ soit $(x + 3/2)^2 = (7/2)^2$ ce qui implique $x+3/2 = -7/2$, etc . . .

C'est l'illustration du statut "d'inconnue".

Enfin, par comparaison, le point de vue des fonctions demandera de prendre en compte l'infinité des valeurs possibles de la "variable" x: on décide alors d'étudier directement la fonction: $y = x(x+3)$ ou, encore, de chercher l'intersection des courbes d'équations $y = x^2$ et $y = 10-3x$."

Quelques "conseils" dont on peut imprégner les élèves à des niveaux divers:

- passer des lettres aux nombres:
  - vérifier un calcul littéral en donnant des valeurs particulières aux lettres;
  - vérifier la solution d'une équation; lorsque deux expressions algébriques sont trouvées égales faire un programme de calcul pour chacune d'elles et vérifier que ces deux programmes donnent les mêmes résultats pour différentes valeurs données aux lettres.

- passer des nombres aux lettres:
  - lorsqu'un même calcul doit être effectué pour différentes valeurs d'une grandeur, repérer où intervient cette grandeur et la remplacer par une lettre;
  - vérifier une conjecture en utilisant des lettres;

- poser des problèmes qui ne peuvent se résoudre facilement par l'arithmétique.

- entrainer les élèves au calcul littéral dans des cas suffisamment simples pour se prêter facilement à des vérifications et qui vont effectivement servir dans des problèmes rencontrés à ce niveau.

Mais, comme pour tous les grands paliers de l'activité mathématique où l'hétérogénéité des modes d'appropriation est considérable, il est essentiel que l'enseignement sache "laisser du temps au temps": c'est une affaire de programmes, c'est aussi une affaire de pratiques.

CALCULATRICES ET ORDINATEURS

DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AU LYCEE

Extraits d'un texte du G.R.E.M.
(Groupe de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques)
Novembre 1988

Il est maintenant banal de dire que l'informatique intervient dans de nombreux secteurs de notre activité. L'enseignement n'échappera pas à ce phénomène. L'ordinateur est dans nos établissements, la calculatrice dans nos classes. Leur utilisation est et sera de plus en plus une part intégrante de la formation, nécessaire pour nos élèves, et sans doute bénéfique pour l'évolution de notre discipline. Plus que d'autres, l'enseignement des mathématiques est sans doute appelé à connaître une évolution très importante sous l'effet de l'informatique et de l'ordinateur.

Evolution des mathématiques et de l'activité mathématique:

Outre le fait que l'ordinateur offre un outil pour calculer plus, plus vite, et mieux, informatique et ordinateur font évoluer certains concepts mathématiques et transforment l'activité mathématique.
Cette évolution est largement commencée chez les mathématiciens. Il est naturel que cette évolution ait des conséquences sur les mathématiques que l'on enseigne, et sur la façon de les enseigner. Il importe de voir cette évolution non pas comme une mode ou un gadget, mais dans le cadre global de la transformation que connaissent les mathématiques.

Ordinateur et enseignement des mathématiques:

Outil pour le mathématicien, l'ordinateur est aussi un outil pédagogique. Il n'y a pas qu'une façon d'utiliser l'ordinateur dans l'enseignement :

L'ordinateur " tableau noir " : Un seul ordinateur dans la classe, utilisé par l'enseignant comme support pour l'activité de la classe pour étudier et montrer aux élèves des phénomènes mathématiques, des images, etc..

La salle d'ordinateurs : Plusieurs ordinateurs permettent aux élèves de travailler en interaction avec la machine (type "nanos-réseaux")

L'ordinateur en libre service : Il s'agit d'un ordinateur accessible librement par l'élève, par exemple au C.D.I. pour des activités individuelles, exercices, entrainement.

Cette diversité d'organisation matérielle et d'utilisation n'est sans doute pas encore une réalité dans les établissements scolaires.

L'ordinateur "tableau noir" n'est pas très répandu, c'est pourtant un type d'utilisation qui devrait se répandre à l'avenir. Il permet une gestion simple, une utilisation ponctuelle lors d'un cours, il est d'un coût moins élevé.

A cette diversité d'utilisations possibles, s'ajoute une **diversité de logiciels** que l'on peut utiliser pour l'enseignement des mathématiques. (Cf liste non exhaustive en annexe)

Le rôle de l'enseignant :

Cette diversité est richesse ; mais elle ne résout pas toutes les questions que l'enseignant doit nécessairement se poser. L'ordinateur et le logiciel ne sont pas tout ; c'est à l'enseignant que revient le travail essentiel de conduite et de choix pédagogique, d'intégration de l'ordinateur dans une stratégie globale, de gestion du temps et de la progression.
Bien des progrès sont encore à faire pour permettre une utilisation facile, courante et large de l'ordinateur. Mais il convient de se préparer aux évolutions futures, notamment en maitrisant l'esprit dans lequel ces évolutions se feront.

Les calculatrices de poche :

Les calculatrices sont là ; leur usage est obligatoire dans certaines sections [voir en annexe les textes officiels]

Sur le fond leur apport à l'enseignement des mathématiques est de même nature que celui des ordinateurs.
Tout comme l'ordinateur, la calculatrice vient en complément, comme un outil, pour l'approche d'un concept, d'un phénomène, pour l'expérimentation, pour des applications.
Les exemples classiques d'utilisation de calculatrices en classe conduisent à quelques exigences élémentaires quant aux caractéristiques techniques des machines. A partir de là les possibilités des machines peuvent être diverses. Une machine rudimentaire doit suffire dans la quasi totalité des cas et seule une telle machine peut être exigée.

Il nous semble donc utile :
- que les élèves aient conscience de la diversité des machines et sachent faire la part de ce qui est universel et de ce qui dépend de leur machine.
- que le professeur et les élèves se soient mis d'accord sur un langage aussi simple que possible pour décrire les algorithmes;
- que chaque élève puisse traduire l'algorithme ainsi décrit pour sa propre machine.

L'IMPACT CHEZ LES ELEVES DE LA PREMIERE ANNEE D'ENSEIGNEMENT DU NOUVEAU PROGRAMME DE QUATRIEME

L'équipe APMEP qui, autour d'Antoine BODIN et Jean-Pierre SICRE, a produit la brochure EVAPM 4 (180 pages, grand format) a testé, en 30 items, environ 87000 élèves (3500 classes, 2800 professeurs) à l'aide de 8 questionnaires: 4 portaient sur les capacités exigibles et 4 sur des compétences complémentaires

Jean Pierre Petit

UNE EVALUATION SEMBLABLE aura lieu :

- en juin 1990 pour la classe de **TROISIEME** (→ brochure en décembre 1990)
- en juin 1991 pour la classe de **SECONDE** (s'informer, fin 1990, sur les conditions de passation : cf. "B.G.V." de l'**A.P.M.E.P**).

EVAPM 4

SOMMAIRE

II. CONTINUITE AVEC LE COLLEGE

A PROPOS DES PROGRAMMES DU COLLEGE

L' "ESPRIT" DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DES COLLEGES

- EN GEOMETRIE
  ET EN "ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES"
- EN TRAVAUX NUMERIQUES

ILS NE SAVENT PLUS ... MAIS ILS SAVENT ...

CONFIGURATIONS ETUDIEES AU COLLEGE

INFORMATIQUE ET CALCULATRICES DANS LES PROGRAMMES OFFICIELS

APPRENTISSAGE DU RAISONNEMENT

A PROPOS DES PROGRAMMES DU COLLEGE

Etablis de façon cohérente pour chacune des 4 années, les programmes des Collèges ont paru en 1985. Ils ont été mis en application générale en 6ème en 1986, en 5ème en 1987, ...

Année après année, les programmes ont été précisés par des Compléments (cités page 8)

RUBRIQUE PAR RUBRIQUE, OU PAR ALINEA DE PROGRAMME, CES COMPLEMENTS FIXENT :
- des objectifs données en bandeau
- puis, sur un texte "deux colonnes" :
  - à gauche des précisions sur le contenu du programme, les méthodes et des orientations pour les activités envisageables,
  - à droite, les "compétences (6è-5è) ou "capacités (4è-3è) "exigibles".

La lecture de ces "Compléments" est indispensable

- une question de terminologie : par Jacques BOUBILA

◇ compétences ou capacités ?

> **Capacité**
> *Ability*
> Syn. : Pouvoir – Skill
>
> Pouvoir d'accomplir un acte, de produire un comportement ou un ensemble de comportements adéquats dans une situation donnée.
>
> La capacité est une actualisation de l'aptitude. Dans la littérature pédagogique, on oppose souvent les capacités ou pouvoirs — dont on souligne le caractère actif — aux savoirs non fonctionnels.
>
> V. *Skill.*

> **Compétence**
> *Competence*
>
> Dans la terminologie de la grammaire générative* fondée et formalisée par Chomsky, la compétence dénote l'aptitude spécifiquement humaine qui rend compte du fait que « tout sujet adulte parlant une langue donnée est, à tout moment, capable d'émettre spontanément, ou de percevoir et de comprendre, un nombre indéfini de phrases que, pour la plupart, il n'a jamais prononcées ou entendues auparavant » (Ruwet).
>
> Dans la perspective générativiste, la compétence s'oppose à la performance qui est l'actualisation de la compétence dans des énoncés effectivement produits.

d'après
de LANDSHEERE
Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en Education.

◇◇ la réponse est apportée dans la fiche Compléments 3ème : " les CAPACITES EXIGIBLES " cad...
" les connaissances et les savoir-faire qu'on demande à l'élève d'avoir assimilés et d'être capable d'exploiter avec ce que cela comporte d'utilisation d'acquis des classes antérieures ".

◇◇◇ Cf aussi l'article de A. BODIN in bulletin APMEP n° 368 " *l'évaluation du savoir mathématique* "

"L'ESPRIT" DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DES COLLEGES EN GEOMETRIE ET EN "ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES"

par Henri BAREIL - le 19/12/89 - Réunion interacadémique de Toulouse.

1. ADEQUATION AUX ELEVES :

- Partir du plus familier (par exemple, en 6ème, le rectangle)
- Eviter les théories générales prématurées (sur les relations, ...)
- Mettre en évidence l'essentiel, à partir d'un tissu plus riche :

> *"Une distinction claire doit être établie entre :*
> - *les activités prescrites par les programmes, qui doivent être aussi riches et diversifiées que possible,*
> - *les connaissances exigibles, qui sont beaucoup plus restreintes que ce qui se fait en classe,*
> - *les activités complémentaires éventuelles sur tel ou tel point"*
>
> *(-page 78 du "Livre de poche des programmes des Collèges"-1985)*

2. PRIORITE AUX NOTIONS FONDAMENTALES :

EN GEOMETRIE :

- Notions de longueur, d'angle, d'aire, de volume.
- (Re)valorisation de la géométrie dans l'espace.

- Extrême attention aux configurations-clés (du plan ou de l'espace)
- Pour les transformations géométriques et l'espace, priorité à l'acquisition d'images mentales, seules capables de rendre ensuite opérationnels les outils en jeu.

POUR "ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES"

- Proportionnalité (dont % , échelles, ...)
- Calculs de longueurs, aires, volumes
- Attention aux méthodes fondamentales plus qu'à des techniques de calcul ...
- Recherche et description de données statistiques ; tableaux et graphiques.

3. COHERENCE PAR NIVEAU

A chaque niveau il y a (dans la mesure du possible, compte tenu de la nécessaire limitation quantitative du programme), mise en association :

- de configurations fondamentales du plan,
- de configurations fondamentales de l'espace,
- de transformations géométriques,
- de calculs sur les grandeurs

Exemple en 6ème : rectangle - parallélépipède rectangle - symétrie orthogonale - calculs sur aires et volumes - graphiques en bâtons, en barre, ...

4. CONTINUITE ET PROGRESSIVITE au long des quatre années des Collèges, à partir de l'école élémentaire

* *Les configurations fondamentales du plan et de l'espace* sont (ré)introduites, niveau après niveau, sans rupture ni discontinuité, des plus familières (rectangle et parallélépipède rectangle en Sixième) jusqu'aux plus difficiles (configuration de Thalès et solides "pointus" en Troisième)

* De même pour *les transformations géométriques* :

  - symétrie "axiale" en Sixième
  - symétrie centrale en Cinquième
  - translation et rotation en Quatrième
  - composition dans des cas simples en Troisième

* *Pratique de la proportionnalité sur les 4 ans :*

- Situations de proportionnalité (et contre-exemples) en 6ème ;
- Etude plus synthétique en 5ème ;
- Emergence, en 4ème, du concept d'application linéaire ;
- grandeurs-produits et grandeurs-quotients ; accroissements pour les fonctions affines ; proportionnalité de longueurs en liaison avec "Thalès-triangle" ; ... en Troisième.

* *Les pourcentages ... sur 4 ans :*

- En 6ème : application d'un taux (en liaison avec la multiplication par a/b)
- En 5ème : calcul d'un taux
- En 4ème : tous calculs ; fréquences ; graphique à indices ("base 100 en ...")
- En 3ème : effets répétitifs ou cumulés.

* *Les "échelles" ... sur 3 ans :*

- En 6ème, quelques situations peuvent les faire intervenir ;
- En 5ème, étude générale ;
- En 3ème, les "capacités exigibles" soulignent l'effet des agrandissements ou réductions sur les aires, les volumes, les angles.

... UNE "PHILOSOPHIE" :

"Chaque sujet mathématique n'est pas un bloc d'un seul tenant, il n'a pas à être présenté de façon exhaustive. Il convient au contraire de faire fonctionner, à propos de nouvelles situations et autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision, les notions et "outils" mathématiques antérieurement étudiés" [Livre de poche ..., page 78]

"L'étude d'une notion à un niveau déterminé implique qu'elle sera désormais, et le plus souvent possible, intégrée systématiquement à l'activité mathématique" [Livre de poche ..., page 79]

"Pour toutes les classes, les connaissances acquises antérieurement sont mobilisées et utilisées le plus souvent possible" [Livre de poche ... , page 83]

. Telle propriété mise en évidence, une année, par les activités prescrites *ne devient souvent exigible que l'année d'après...* Ainsi pour la proportionnalité, de la Sixième à la Cinquième, ... les "effectifs" et "fréquences" de la 4ème à la 3ème,

. Des propriétés difficiles (ainsi à propos du parallélisme et de l'orthogonalité dans l'espace), peu à peu "dégagées et mises en oeuvre" dès la Cinquième, *ne seront même jamais, au Collège, érigées en capacités exigibles.*

. *L'introduction progressive des figures-clés et des transformations géométriques* permet de remettre souvent à l'oeuvre des acquis antérieurs.
Par exemple l'étude en 5ème de la symétrie centrale fait revenir sur l'axiale. Le parallélogramme intervient en 6ème à propos des représentations de solides, il est étudié en 5ème en liaison avec la symétrie centrale et se retrouve en 4ème en liaison avec la translation ...

5. L'ACTIVITE DES ELEVES

5.1 : Une activité "scientifique" complète

En sa page 9, le projet de programme de Seconde rappelle les divers aspects d'une "activité mathématique" :

"- formuler un problème,
- conjecturer un résultat,
- expérimenter sur des exemples,
- bâtir une démonstration,
- mettre en oeuvre des outils théoriques,
- mettre en forme une solution,
- contrôler les résultats obtenus,
- évaluer leur pertinence en fonction du problème posé"

Mais tout cela, déjà en germe à l'école élémentaire (en remplaçant "démonstration" par "argumentation") a été poursuivi au Collège ...

5.2 : "Démontrer" ?

. Les nouveaux programmes incitent à bien *distinguer "conjecture" et "propriété démontrée"*, à ne pas les énoncer de la même manière ["Il semble que ...", sans plus, pour toute conjecture]

. *Ils ne séparent plus un "cycle d'observation" (6ème-5ème) où l'on ne démontrait pas, d'un "cycle d'orientation" (4ème-3ème)* où d'emblée il fallait démontrer massivement ...
Ici encore, la continuité et la progressivité prévalent.
Il s'agit essentiellement de :

"ménager des séquences déductives motivantes, de plus en plus prolongées, nombreuses et de difficultés progressives au long des quatre années des Collèges"
[Livre de poche..., page 81]

5.3. Démontrer ... avec quels outils ?

. Les *"cas d'égalité"* ont été expressément EXCLUS par les textes relatifs à la Cinquième ("Compléments")
Les *"cas de similitude"*, disparus en 1971, n'ont point fait retour.
Les excès de *géométrie analytique* calculatoire et stéréotypée, style B.E.P.C. de naguère, ont été bannis.
Le *vectoriel* est désormais réduit à peu de choses ...

. De quoi dispose-t-on ?

En géométrie dans l'espace,
des activités sur des solides élémentaires permettent d'abord, dès la Cinquième, de *"dégager quelques propriétés élémentaires du parallélisme et de l'orthogonalité"*. "Dégagées" expérimentalement, donc d'abord à l'état de conjectures, elles sont institutionnalisées propriétés, et aussitôt mises en oeuvre, pour autant que de besoin, "sur des exemples très simples".

En 4ème, on "revient sur ces propriétés"

En 3ème, ces "énoncés courants" sont à nouveau requis.

[Mais jamais, rappelons-le, ils ne sont "exigibles" : il faut les dégager ou les réactiver chaque fois qu'ils sont nécessaires ou utiles].

.[Surtout, la géométrie dans l'espace est idéale pour susciter ou faire appliquer les outils de la géométrie plane. Leur interaction doit être constante].

En géométrie plane,
les outils disponibles sont essentiellement les aires, les propriétés des configurations-clés et celles des transformations géométriques ...

. Qu'en est-il des transformations géométriques au Collège ?

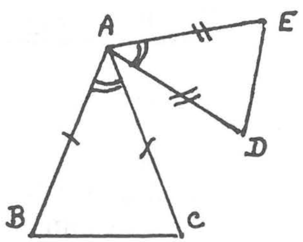
- Elles n'apparaissent pas "comme des applications du plan dans lui-même"

- *Elles apparaissent d'abord dans leur action sur des figures* :

  - De là, d'abord la mise en place expérimentale d'images mentales qui permettent peu à peu de conjecturer à vue l'existence de telle ou telle transformation pour passer d'une figure à une autre (ou de laisser telle figure invariante) et d'anticiper les effets de telle ou telle transformation.
  - De ce fait, il apparaît aussitôt la propriété fondamentale : *"Dans toute symétrie, rotation ou translation, toute figure a pour image une figure superposable"*
  - Ce n'est qu'à partir de là que sont dégagées les classiques *constructions d'images : d'un point, d'une droite, ...* et les diverses *"conservations"*, tout cela devenant peu à peu exigible.

- *Ces bases une fois bien en place, les transformations géométriques peuvent intervenir comme outil.*

Mais il faudra d'abord savoir leur *associer des figures-clés*, par exemple le parallélogramme pour la symétrie centrale et pour la translation. Pour la rotation ce sera, par exemple, le triangle isocèle et la figure dérivée ci-contre :



Pour symétries et rotation, ce sera aussi l'invariance des polygones réguliers (triangle équilatéral, carré, ...) dans telle symétrie ou telle rotation ...

Il faudra aussi *dégager et mettre en oeuvre des propriétés simples tellement "évidentes" qu'on oublie de les signaler* :

- Si un point décrit une figure, alors son image ...
- Si un point est commun à deux lignes, alors son image ...
- Si une figure de départ a une symétrie, celle-ci est-elle préservée par les tracés ultérieurs ?, ou puis-je compléter les tracés pour qu'elle le soit ?.

Tout cela se met peu à peu en place au Collège et ne sera pas nécessairement maîtrisé en fin de Troisième

Aussi, en Troisième, *les capacités exigibles restent-elles modestes*. Il s'agit de :
"Connaître et savoir utiliser la conservation de l'alignement, des distances, des angles dans une transformation d'une figure par une symétrie ou une rotation explicitement donnée".

Mais de telles "capacités exigibles" strictes supposent la possibilité d'aller généralement un peu plus loin dans les activités en laissant plus libre cours à la recherche.

. Les transformations géométriques sont ainsi un outil plus ou moins fécond selon la qualité et l'importance des réflexes et selon le dosage d'éventuels conseils d'utilisation.

Mais l'outil est ainsi peu à peu apprivoisé selon une approche bien étayée, progressive sur 4 ans, qui ouvre de sérieuses possibilités pour les lycées.

. *L'outil des configurations-clés est, lui aussi, renforcé par les nouveaux programmes* :

- propriétés fondamentales déjà peu à peu dégagées et mises en oeuvre dès la Sixième,
- relation de Pythagore et cosinus dès la Quatrième,
- retour, dès la Cinquième puis en 4ème et 3ème, de l'outil des angles (Caractérisations angulaires du parallélisme en Cinquième, ... angle inscrit en Troisième)

En "Organisation et gestion de données. Fonctions", signalons :

- l'application linéaire dès la Quatrième,
- des résolutions d'équations par essais et corrections successifs.

5.4. Démontrer ... avec quelle "rigueur" ?

"Le professeur doit toujours distinguer l'essentiel de l'accessoire [...]. Il lui faut encore prendre la distance nécessaire par rapport à ses propres connaissances car son métier ne consiste pas à amener ses élèves, sur un sujet donné, à un niveau voisin du sien. Il sait identifier et prévoir les subtilités qu'il est préférable de taire, les démarches rigoureuses qui sont à remplacer par des arguments accessibles aux élèves, les exigences prématurées de formulation qui entravent une bonne progression"

[Livre de poche ..., pages 81-82]

5.5. Les sujets d'activités

A côté des sujets classiques proposés par les mathématiques elles-mêmes, signalons les situations issues d'autres disciplines et le travail inter-disciplinaire :
Il se développe de plus en plus au Collège, notamment grâce à la mise surpied et à l'exploitation d'enquêtes statistiques, au rôle des tableaux et graphiques en géographie, biologie, ...
D'ailleurs des THEMES TRANSVERSAUX sont officiellement proposés à toutes les disciplines : consommation ; développement ; environnement et patrimoine ; information ; santé et vie ; sécurité. Ils sont détaillés dans le "Livre de poche" pages 327 à 333.

5.6. Une "pédagogie différenciée" centrée sur l'activité propre de chaque élève

"Seuls ou en groupe, les élèves doivent apprendre à travailler par eux-mêmes, afin d'accéder à l'autonomie et à la responsabilité" ... Ce qui suppose qu'on les apprenne "à apprendre", à travailler, à chercher,... à prendre des initiatives, à

s'interroger, à s'auto-contrôler, ...
et qu'il y ait plaisir à "faire" des mathématiques...

"On devra donc privigégier l'activité de chaque élève. Mais on n'oubliera pas la nécessité d'une pédagogie n'assujettissant pas tous les élèves aux mêmes rythmes, sans que soit délaissé l'objectif d'acquisitions communes"

[Livre de poche ..., pages 21 puis 80]

5.7. Langage et communication

. "Parler en clair" :

Les nouveaux programmes ont abandonné tout le vocabulaire ensembliste et relationnel et son symbolisme.

Ils ne donnent plus les équivalences logiques et les caractérisations en un seul énoncé, mais avec deux "Si ... alors ..."

S'ils ne cherchent pas à donner une définition générale des fonctions, ils insistent par contre sur le sens de "en fonction de", "est fonction de", ...

. "Rédiger" :

Les incitations à rédiger sont constantes, notamment par l'insistance à propos du travail à la maison ("devoirs",...)

Mais :

"Dans le cours du traitement d'une question, vocabulaire et notation s'introduisent selon un critère d'utilité ; ils sont à considérer déjà comme des conquêtes de l'enseignement et non comme des points de départ [...]

Un moyen efficace pour faire admettre la nécessité d'un langage précis, en évitant que cette exigence soit ressentie comme arbitraire par les élèves, est le passage du "faire" au "faire faire". C'est lorsque l'élève écrit des instructions pour l'exécution par autrui (par exemple, décrire pour la faire reproduire une figure un peu complexe) ou lorsqu'il programme un ordinateur pour un traitement voulu que l'obligation de précision doit lui apparaître comme une évidente nécessité" [Livre de poche ..., page 82]

5.8. Le goût des mathématiques

Le conserver ou le (re)donner, tel est à travers tout cela, les exigences et les activités, l'objectif fondamental.

Il demande que l'on donne aux élèves ***deschances et des instruments de réussite,*** ce qui suppose que soit d'abord privilégiée la mise en place de ***notions fondamentales et de méthodes*** pour une mise en oeuvre qui, pour être adaptée aux élèves, n'en est pas moins ambitieuse.

Tel me semble le sens profond de l'enseignement au Collège.

"L'ESPRIT" DES NOUVEAUX PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DES COLLEGES EN TRAVAUX NUMERIQUES

par Jacques BOUBILA - le 19/12/89 - Réunion interacadémique de Toulouse

1 - LES IDEES DE BASE

*** continuité et cohérence :**

◇ continuité avec l'école élémentaire (programme 85 Livre de Poche - Fiche COMPLEMENTS)

Les méthodes privilégiées à l'E.E (mise en situation d'activité et de recherche, enseignement fondé sur le problème, part de la communication,...)anticipent sur celles qui sont recommandées pour le Collège.

◇◇ cohérence verticale et par niveau : à chaque niveau, il y a mise en association :

- de calculs (écrit,mental,approché,machine)surles nombres en écritures décimale / fractionnaire/radicaux
- du calcul sur les relatifs
- de l'approximation des nombres
- de la comparaison des nombres
- de l'initiation puis d'un entraînement prudent au calcul littéral
- de la mise en équation, de la résolution d'équations puis de systèmes et d'inéquations, toutes choses effectuées A PARTIR DE SITUATIONS DONNANT DU SENS AUX CALCULS

**** progressivité des acquis :**

◇ enseignement en spirale : pas d'étude d'un sujet d'un seul bloc, plus d'étude exhaustive, une même notion mise en évidence à un niveau donné ne sera institutionnalisée et considérée comme exigible qu'au niveau suivant voire même après le 1er Cycle (ex : signe du binôme,...). Chaque fois qu'il existe un même contenu à 2 niveaux différents, il faut considérer qu'il s'agit d'une connaissance en cours d'acquisition.

◇◇ priorité accordée au REINVESTISSEMENT des acquis, d'une année sur l'autre.

◇◇◇ plus de table-rase : les élèves ont des connaissances, plus ou moins bien assurées, sur lesquelles le Professeur doit pouvoir compter (en particulier les capacités exigibles) pour les enrichir ou les asseoir si nécessaire. La classe doit s'organiser à partir des connaissances des élèves.

◇◇◇◇ pas de temps perdu à des révisions systématiques ou à démontrer des évidences

*** **prise en compte du caractère d'outil des Mathématiques** :

◇ pas de développement théorique à priori

◇◇ pas d'encombrement langagier inutile

◇◇◇ outil pour

- la formation intellectuelle de l'élève
- la formation du futur citoyen

◇◇◇◇ à travers la résolution de problèmes trouvant leur source dans la Géométrie, les Statistiques, l'environnement social et humain

**** **prise en compte de l'environnement** :

◇ la calculatrice

◇◇ l'ordinateur et son environnement logiciel

◇◇◇ la vie courante

◇◇◇◇ la télématique : serveurs et banques de données : EDUTEL, LAPOSTE, SNCF, HORAVION, METEO, le 11, MIPREGION, **APMEP** (base de données PROBLEMES) mais aussi correspondance télématique inter-classes (problèmes ouverts, liés à l'actualité,...)

***** **mise en situation d'activité de l'élève** :

◇ à partir de situations (et de problèmes) soigneusement organisées, d'enquêtes, mettre l'élève en situation d'agir, de se poser des questions, de communiquer,... bref de mettre en œuvre la démarche scientifique

◇◇ soutenir son activité en le rendant capable d'utiliser son livre

◇◇◇ le libérer des contraintes du vocabulaire et des notations : on ne donne pas le goût d'écrire à un élève du primaire "en ayant l'œil à l'orthographe et à la syntaxe" . On apprend à faire des Maths en en faisant ou en en faisant faire à ses pairs, et non en les contemplant.

****** **prise en compte de la notion de capacité exigible** :

◇ en évitant toute perversion : vouloir réduire les activités à l'exigible serait d'une part contraire à la lettre des Instructions - et à leur esprit -, d'autre part très grave car la complexité et la richesse des situations sont indispensables à des acquisitions solides.On n'apprend pas à nager dans 20 cm d'eau.

********* éviter la rupture 5ème - 4ème en abordant l'apprentissage du raisonnement de manière continue et progressive** (Cf. p. 46)

********** permettre donc aux élèves de FAIRE DES MATHEMATIQUES avec un minimum de connaissances et leur donner donc le goût de la recherche et des Mathématiques .**

2- A PROPOS DES TRAVAUX NUMERIQUES

Calcul numérique

◇ plus de référence explicite aux ensembles de nombres : on se pose pas de question existentielle sur la nature profonde des nombres, aucune stratification : on fait fonctionner.

◇◇ familiarisation avec, dès la $6^{ème}$, l'écriture décimale / fractionnaire
l'arrondi, la troncature

◇◇◇ l'utilisation de la calculatrice, la référence à la droite numérique permettent de légitimer les nombres

◇◇◇◇ plus grand étalement dans les apprentissages (ex multiplication des relatifs en $4^{ème}$)

◇◇◇◇◇ mais on aborde plus tôt la racine carrée : Pythagore et calculatrice en $4^{ème}$

◇◇◇◇◇◇ importance de bien distinguer dans quel domaine on opère : Mathématiques pratiques /théoriques

◇◇◇◇◇◇◇ importance de recourir aux autres rubriques et aux thèmes transversaux

◇◇◇◇◇◇◇◇ utilisation de la calculatrice de plus en plus prégnante : puissances de 10, $\sqrt{\ }$, parenthésage,..

◇◇◇◇◇◇◇◇◇ capacités constamment réinvesties

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ nécessité de bien distinguer valeur exacte /approchée/ ordre de grandeur, notions parfois floues pour l'élève

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇ nécessité de faire fonctionner les puissances autres que 10

Calcul littéral

références intéressantes : *Calcul littéral au Collège* IREM de POITIERS et *Sur l'introduction du cacul littéral* in Sans Tambour ni Trompette 41 / 49 IREM et APMEP de LYON

◇ nécessité d'une progressivité dans le passage calcul numérique ----- calcul littéral

◇◇ outil qui investit tout le programme

◇◇◇ se pose, à propos du calcul littéral, le problème de la perte de sens de la ou des lettre(s) : l'élève n'effectue pas la même lecture de 2(L+1) et de 2 (x + 3) ou de 2 (x + y), cette difficulté étant renforcée par la présence hégémonique de x, tantôt inconnue, tantôt variable, tantôt indéterminée. La rédaction de programmes habitue l'élève à désigner une variable par un identificateur porteur de sens . Cette pratique gagnerait sûrement à être acceptée en calcul littéral, du moins dans une 1ère phase.

◇◇◇◇ en tant qu'OUTIL le calcul littéral intervient dans 3 types de situations :

- type fonctionnel : exprimer une quantité en fonction d'une autre
- type validation : démontrer des résultats en Arithmétique ou Géométrie
- type équation : résoudre des problèmes après mise en équation

◇◇◇◇◇ en tant qu'OBJET D'ETUDE le calcul littéral peut trouver des supports parlants à ses "règles" dans des puzzles; se pose le problème "gam(m)e ou pas gam(m)e ", mais est-il si réel quand on sait que de toute façon, les élèves sauront faire .

◇◇◇◇◇◇ une autre difficulté, sans doute inévitable en 4ème 3ème, mais aussi avant, réside dans le fait que nombre d'élèves ne souhaitent pas surmonter des stratégies déjà anciennes (arithétique, essais,...) pour utiliser un outil nouveau.

équations, inéquations, systèmes

◇ la résolution d'équations, pratiquée dès la 6ème et institutionnalisée en 5ème (a + x = b) puis en 4ème(ax = b) et enfin en 3ème (AB = 0) est elle ausi toujours liée à des situations ayant du sens.Il paraît souhaitable de proposer, en situation de recherche, des problèmes relevant à priori du second degré (aires)

◇◇ les systèmes (3ème) sont résolus par substitution ou combinaison et interprétés graphiquement

◇◇◇ les inéquations, institutionnalisées avec " a > 0" en 4ème le sont avec " a < 0" en 3ème et même si on les lie à des situations, on peut raisonnablement penser que les erreurs classiques se manifesteront parfois encore à l'entrée en Seconde

◇◇◇◇ sont exclus : le signe du binôme, l'écriture de l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle de IR, A(x)/B(x), les systèmes d'inéquations, les inéquations du 1er degré à 2 inconnues, le signe d'un produit ou d'un quotient de 2 expressions du 1er degré.

<u>L'élève connaît et sait utiliser des mots et notations :</u>

◇ $\in$ $\notin$ $\approx$ $\sqrt{}$ Il écrit $\widehat{AOB} = 22,5°$

<u>L'élève ne connaît pas ou n'utilise pas :</u>

◇ la terminologie relative aux qualités des opérations, les PGCD,PPCM,les nombres premiers

$\cup$ $\cap$ $\subset$ $\exists$ $\nexists$ $\forall$ $\Longrightarrow$ $\Longleftrightarrow$ $\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{D}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$ $\emptyset$

◇◇ $|x|$ $[a,b]$ $[a,b[$ $[a,+\infty[$ $g \circ f$ $\overline{AB}$ $\|\overrightarrow{AB}\|$ $\vec{u}$ $\vec{0}$ $S_\Delta \circ S_\partial$

EN GUISE DE CONCLUSION

Remarque préalable : on trouvera dans les publications citées et tout particulièrement dans les documents EVAPM 6/5/4 des indications extrêmement utiles sur les résultats des élèves.

◇ la mise en œuvre de ces nouveaux programmes en est actuellement au niveau dela classe de 3ème : des ajustements ont été déjà - sont et seront- opérés dans le sens d'une application davantage conforme encore à l'esprit de ces Instructions

◇◇ il apparaît, concernant les travaux numériques

- la nécessité de prévoir un programme annuel d'entretien des connaissances (l'exemple des arrondi, troncature, ordre de grandeur, écriture scientifique en 4ème est de ce point de vue significatif)
- la nécessité de continuer à mettre résolument l'accent sur l'étude de situations donnant du sens aux calculs ainsi que sur les images mentales (ex fractions)
- la nécessité de développer la part du problème.Un travail spécifique sur sa méthodologie est absolument indispensable de la 6ème à la 3ème, avec des objectifs gradués. Il s'inscrit d'ailleurs dans la continuité des programmes de l'E.E.
- l'utilisation de la calculatrice paraît en général effective . Elle ne dispenseévidemment pas d'une bonne compréhension des concepts et son utilisation n'influe pas sur des capacités manifestées sans recours à cet outil, à moins que la demande s'accompagne d'une référence à une notion précise(par ex valeur approchée) encore incertaine Elle doit s'accompagner d'une part plus grande accordée au calcul mental pensé, part sans aucun doute actuellement insuffisante.
- le recours à l'informatique et aux ressources des logiciels est par contre nettement insuffisant.

*** il apparaît en outre

- que les attitudes et démarches qui sont installées chez les élèves (se poser des questions, conjecturer, chercher, mettre en équation, démontrer, expliquer pour convaincre, communiquer, douter, s'auto-contrôler,....) ,ne peuvent que développer leur aptitude à faire, avec davantage de plaisir et sans doute d'efficacité , des Mathématiques en 2nd Cycle compte tenu des orientations du nouveau programme de la classe de Seconde
- que les résultats obtenus en 4ème - et avant - montrent que les élèves progressent de manière très significative d'une année sur l'autre dès le moment où les connaissances sont réinvesties et, souvent, qu'ils réussissent mieux qu'avec les anciens programmes
- que la rupture 5ème - 4ème a été considérablement atténuée
- que ces contenus, parce que plus proches des intérêts des élèves, mieux adaptés à leurs possibilités, moins encombrés de complications langagières tout en étantexigeants " passent mieux ". Il y a là, semble-t-il, une réalité incontournable.

DE LA TROISIEME A LA SECONDE : LES MUTATIONS SUR LES CONTENUS DES PROGRAMMES DES COLLEGES

ILS NE SAVENT PLUS ... MAIS ILS SAVENT...!

par Henri BAREIL et Jacques BOUBILA

I - ACTIVITES NUMERIQUES

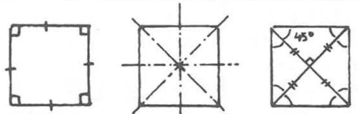
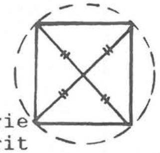
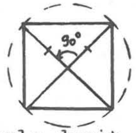
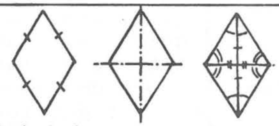
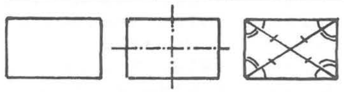
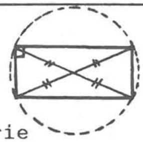
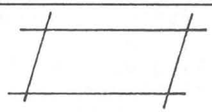
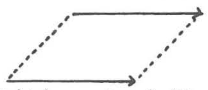
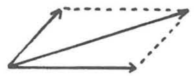
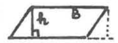
CE QUI A DISPARU	CE QUI A ETE REDUIT	CE QUI A ETE DEVELOPPE	CE QUI EST NOUVEAU
■le langage ensembliste ou relationnel; le vocabulaire relatif aux opérations. ■construction et terminologie des ensembles de nombres ℕ, ℤ, 𝔻, ℚ, ℝ. ■valeur absolue et sa notation ■nombres premiers, décomposition en produit de facteurs premiers PGCD, PPCM. ■puissance de puissance ■rendre rationnel un dénominateur. ■écrire sous forme simplifiée des radicaux du type: $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$ ■terminologie relative aux qualités des opérations. ■notation des intervalles [a;b] [a;+∞[■résolution de A(x)/b(x) = 0 ■étude du signe de binômes du premier degré. ■écriture de l'ensemble des solutions d'une inéquation sous forme d'intervalle. ■résolution d'un système d'inéquations.	■degré de technicité dans le calcul littéral;les factorisations; ■techniques de calcul sur les radicaux.	■images mentales des nombres sous forme d'écritures fractionnaires. ■diverses écritures d'un nombre et choix de l'écriture la plus pertinente dans une situation donnée. ■calcul écrit-mental-approché en écriture décimale ou fractionnaire. ■encadrement,valeur approchée (suite à un arrondi/une troncature) ■ordre de grandeur ■racine carrée (dés la 4ème au moins) ■représentation des solutions d'une inéquation sur un axe. ■interprétations graphiques ■passage du calcul numérique au calcul littéral ■activités des traductions d'un langage en un autre.	■arrondi, troncature notations scientifique surtout, ingénieur. ■utilisation requise de la calculatrice,de l'ordinateur. ■multiplicité des points de vue selon lesquels on considère le calcul littéral (fonctionnel, équation, validation). ■SITUATIONS-PROBLEMES à support géométrique/grandeurs/environnement conduisant à des mises en équation (1er degré ou s'y ramenant). SENS donné aux activités calculatoires. ■résolution par essais et erreur ■initiation à la démarche algorithmiques. ■activités calculatoires considérées comme un terrain sur lequel peut s'exercer la DEMARCHE SCIENTIFIQUE (observer, tâtonner,conjecturer douter,s'auto-contrôler, infirmer,communiquer,valider, DEMONTRER,... continuité dans l'apprentissage du raisonnement)

II - GEOMETRIE ET << ORGANISATION ET GESTION DES DONNEES >> - FONCTIONS -

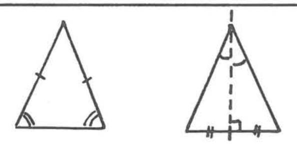
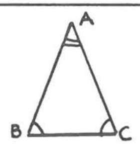
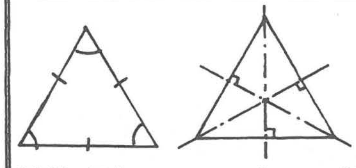
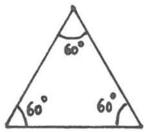
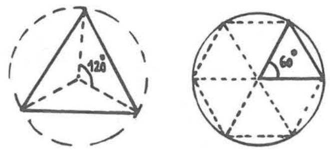
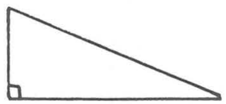
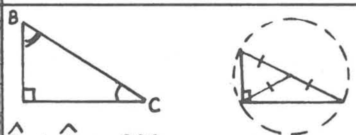
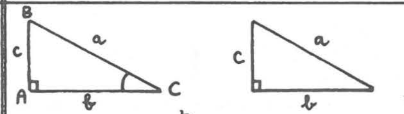
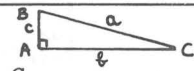
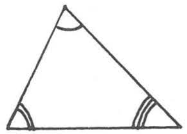
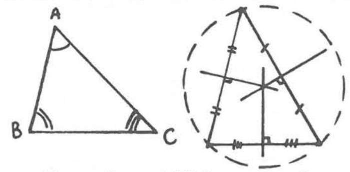
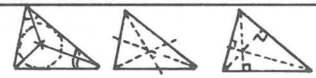
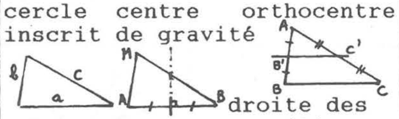
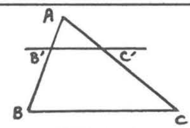
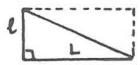
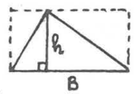
CE QUI A DISPARU	CE QUI A ETE REDUIT	CE QUI A ETE DEVELOPPE	CE QUI EST NOUVEAU
■Les plans tangents aux solides de révolution (ex 5ème) ■La mesure algébrique...et ses diverses interventions... ■L'escorte de la relation de Pythagore ($\overline{BA}^2 = \overline{BA} \times \overline{BH}$; $\overline{AH}^2 = -\overline{HB} \times \overline{HC}$) ■La trigonométrie des angles obtus (et l'usage des tables trigo), le radian. ■Le théorème de Thalès en sa généralité. -Pour les vecteurs - ■leur introduction par bipoints, équipollence,classes d'équivalence; ■la notion de vecteur nul, de vecteur opposé, la soustraction ■la notation $\vec{u}$; le mot norme; ■le produit d'un vecteur par un réel (sauf des cas simples tels que : $2\overrightarrow{B'C'}$ ou $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ à propos des milieux de deux côtés d'un triangle)et tout son cortège pour la colinéarité (...pas de $ux + vy + w = 0$ pour les droites) et l'orthogonalité. -Pour les transformations - ■la définition des symétries et de la translation comme des transformations 'du plan dans lui même ' une définition de même style pour la projection sur une droite ■la notion de bijectivité et de transformation réciproque pour les symétries et translations ■Les notations $\subset$, $\cup$, $\cap$, $\circ$ (on dira ''suivie de '') -Pour les fonctions - ■toute définition de la notion de fonction ou d'application ■la recherche d'intervalles de définition ■les fonctions affines par intervalles (cf: perte de la valeur absolue, et de la simplification de $\sqrt{a^2}$ sauf pour des exemples numériques et avec a positif pour l'éxigible).	■la notation fonctionnelle : en troisième on pourra introduire prudemment la notation f(x) ■la pratique de l'addition vectorielle: elle ne fera l'objet que d'un travail d'initiation (en troisième). ■la partie ''analytique'': on évitera de donner une place excessive au calcul de coordonnées de l'image d'un point par une translation, à celui des coordonnées d'un vecteur ou de la somme de deux vecteurs (classe de troisième) ■les problèmes d'existence: Notamment on demande, en 6ème 5ème de ''reproduire des figures ''.	■Les images mentales, évocation appropriations relatives aux symétries et à la translation à la fois grâce à de nouvelles approches et grâce à un essaimage,avec constantes consolidations,de la 6ème à la 3ème. leur rôle comme outil (sans maîtrise assurée ■les appropriations relatives aux configurations fondamentales du plan et de l'espace, désormais progressivement réparties et avec des rôles dominants. ■les appropriations relatives à la proportionnalité (dont les pourcentages)grâce à une pratique intensive sur les 4 ans (dans les anciens programmes, tout en 6ème rien après..), grâce aussi à une meilleure attention aux apprentissages (lutte contre les produits en croix,et l'excessive mécanisation par des tableaux...); la pratique de l'application linéaire(passée de 3e en 4e). ■les connaissances sur les aggrandissements et réduction à propos des angles,aires,volumes ■la pratique des équations réduites des droites,du coefficient directeur. ■les liens calculatoires (longueurs,aires,volumes)entre la géométrie et le numérique (section de pyramides ou de cônes par des plans parallèles aux bases...). ■la pratique du cosinus (passée de 3e en 4e,pour un angle aigu) et de la relation de Pythagore (passée de 3e en 4e) ■l'appropriation des grandeurs: -notions de longueur,aire,volume d'abord sans mesurage -utilisation des grandeurs comme source de problèmes ou de situations; grandeurs quotients,... -acceptation d'un traitement calculatoire des grandeurs elles-mêmes (au lieu d'une exigence de calcul sur leurs seules mesures).	TOUTE LA PARTIE STATISTIQUE ■les graphiques associés (circulaires ou semi-circulaires, en bâtons, en barres, à indices ''base 100 en ...''). ■les ANGLES comme outil(caractérisation du parallèlisme; angle inscrit, bien que non exigible. ■la ROTATION (dès la 4ème) définie de façon naïve, pratiquée dans des cas simples (et qui intervient d'ailleurs, dés l'école élémentaire, avec les programmations en LOGO). ■l'introduction des VECTEURS comme opérateurs de translation et la définition corrélative de l'égalité vectorielle (par direction,sens, longueur) ■les grandeurs-produits (classe de 3ème). ■la résolution d'équations par essais et corrections successifs (classe de 3ème) ■une initiation à quelques compositions de transformations géométriques. ■TOUTE L'APPROCHE EXPERIMENTALE des transformations géométriques, des solides, des statistiques, et plus généralement, de toutes les notions fondamentales. L'UTILISATION DE L'EXPERIMENTATION pour conjecturer,et pour contrôler affirmations ou résultats. ■L'UTILISATION POSSIBLE DES CALCULATRICES ET DES ORDINATEURS, CELLE DE LOGICIELS ET D'IMAGICIELS de plus en plus performants.

CONFIGURATIONS ETUDIEES AU COLLEGE

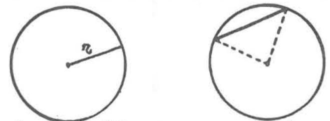
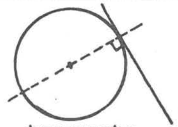
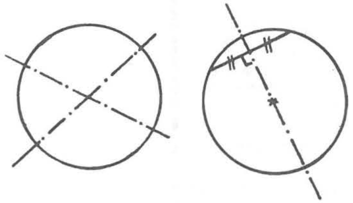
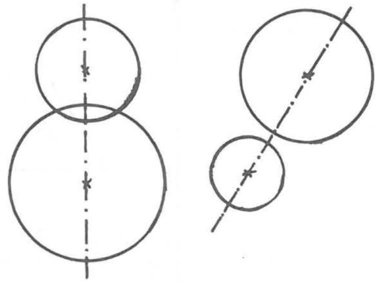
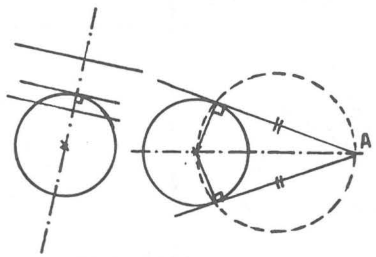
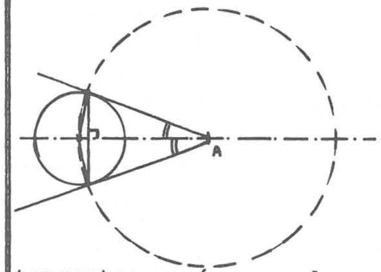
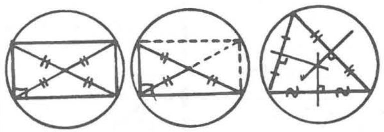
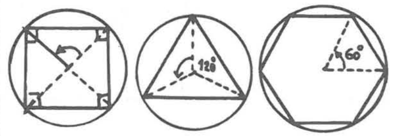
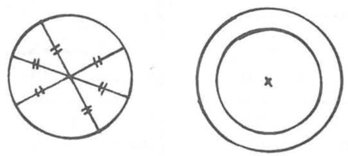
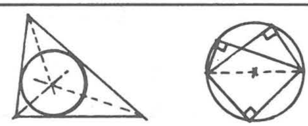
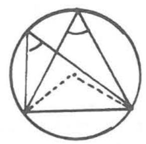
LES QUADRILATERES

	CLASSE DE SIXIEME	CLASSE DE CINQUIEME	CLASSE DE QUATRIEME	CLASSE DE TROISIEME
Carré	 définition axes de symétrie conséquences conséquences réciproques ——→	 centre de symétrie cercle circonscrit	 rotation d'angle droit	
Losange	 définition axes de symétrie conséquences conséquences réciproques ——→			
Rectangle	 définition axes de symétrie conséquences conséquences réciproques ——→	 centre de symétrie cercle circonscrit		
Parallélogramme	 définition conséquences	 symétrie centrale réciproque conséquences côtés angles, diagonales et réciproques ——→	 égalité vectorielle translation	 somme vectorielle
Vocabulaire	quadrilatère-carré-losange rectangle-parallélogramme diagonale côtés consécutifs côtés adjacents	cercle circonscrit au carré au rectangle centre de symétrie angles alternes-internes angles correspondants angles supplémentaires angles opposés par le sommet	translation vecteur	somme de deux vecteurs
Calculs et Mesures	-Aire du carré $S = a \times a = a^2$ -Aire du rectangle $S = L \times l$ -Périmètre du rectangle $p = 2(L+l)$	-Aire du parallélogramme $S = B \times h$  -calculer les angles d'un parallélogramme connaissant l'un d'eux	-calculer la mesure de la diagonale d'un rectangle	
Constructions	-décrire et reproduire ces figures -construire leurs images par symétrie orthogonale	-décrire et reproduire ces figures -construire leurs images par symétrie centrale -construire des figures satisfaisant à des conditi- -ons particulières simples	-construire leurs images par translation ou rotation	

L E S   T R I A N G L E S

	CLASSE DE SIXIEME	CLASSE DE CINQUIEME	CLASSE DE QUATRIEME	CLASSE DE TROISIEME
Triangle isocèle	 définition axe de symétrie conséquences conséquences	 $\widehat{A} + 2x\,\widehat{B} = 180°$		
Triangle équilatéral	 définition axes de symétrie conséquences		 rotation 120° rotation 60°	
Triangle rectangle	 définition	 $\widehat{B} + \widehat{C} = 90°$ cercle circonscrit réciproque ——>	 $\cos \widehat{C} = \dfrac{b}{a}$ $a^2 = b^2 + c^2$ Pythagore et réciproque	 $\sin \widehat{C} = \dfrac{c}{a}$ $\sin \widehat{C} = \cos \widehat{B}$ $\tan \widehat{C} = \dfrac{c}{b}$ $\sin^2\widehat{C} + \cos^2\widehat{C} = 1$
Triangle	 définition	 A + B + C = 180° cercle circonscrit	 cercle inscrit centre de gravité orthocentre  a<b+c MA<MB droite des milieux	 Thalès et réciproque $\dfrac{AB'}{AB} = \dfrac{BC'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$
Vocabulaire	triangles isocéle-rectangle- équilatéral médiatrices- bissectrices-hypoténuse	angles , côtés adjacents angles complémentaires cercle circonscrit	hauteur-orthocentre médiane-centre de gravité cercle inscrit	
Calculs et Mesures	 Aire du triangle rectangle $S = \dfrac{L \times l}{2}$	Aire du triangle  $S = \dfrac{B \times h}{2}$ calculer un des angles connaissant les deux autres	-calculer un côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres - à la calculatrice: angles <——> cosinus	-effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur aires -calcul d'un 4ème côté -à la calculatrice: angles<—>sinus angles<—>tangente formule hauteur tr.équilatér
Constructions	-décrire et représenter ces figures -construire leurs images par symétrie orthogonale	-décrire et représenter ces figures -construire leurs images par symétrie centrale -construire un triangle avec des conditions simples sur ses côtés ou ses angles	-décrire et représenter ces figures -construire leurs images par translation, rotation -construire un triangle avec des conditions simples sur ses côtés ou ses angles	

LES CERCLES

	CLASSE DE SIXIEME	CLASSE DE CINQUIEME	CLASSE DE QUATRIEME	CLASSE DE TROISIEME
Définitions	 tracé OM = r corde		 tangente	
Cercles et symétrie axiale	 axes de symétrie axe de la corde et du cercle	 axe de deux cercles	 axe droite-cercle tangentes menées par A →	 tangentes menées par A (suite)
Cercles circonscrits		 rectangle triangle rectangle triangle	 polygones réguliers rotations	
Autres propriétés		 symétrie centrale	 cercle inscrit angle droit inscrit réciproque →	 angle inscrit angle au centre
Vocabulaire	cercle - disque arc de cercle diamètre - corde	cercle circonscrit cercles concentriques ?	tangente cercle inscrit points cocycliques ?	
Calculs et Mesures	longueur $p = 2\pi R$	Aire $S = \pi R^2$	-longueur d'un arc de cercle -espace: calcul du rayon de la section plane d'une sphère	-espace: calcul du rayon de la section plane orthogonale à l'axe d'un cône de révolution
Descriptions Constructions	-décrire et reproduire cercles et arcs de cercles -construire les images par des symétries axiales	-construire les images par des symétries centrales	-construire les images par rotations ou translations -construire certains polygones réguliers -espace: décrire la section plane d'une sphère	-espace: décrire la section orthogonale à l'axe d'un cône de révolution

INFORMATIQUE ET CALCULATRICES DANS LES PROGRAMMES OFFICIELS

AU COLLEGE :

En sixième et cinquième : Calculatrice 4 opérations

En quatrième et troisième : Calculatrice scientifique

Dès la sixième, on indique dans l'introduction au programme:

" le travail effectué doit permettre à l'élève d'acquérir et de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin, de développer le calcul mental et de façon conjointe, d'utiliser rationnellement les calculatrices de poche..."

En cinquième et quatrième on ajoute : "[l'usage de l'ordinateur] permettra de dégager progressivement les notions de codage et d'algorithme "

En troisième on demande d'utiliser "avec sûreté" des calculatrices de poches, et dans le chapitre " Organisation et gestion des données ", on trouve : " Analyse (et construction) d'algorithmes comme suite aboutissant à la résolution d'un problème donné. Application numérique à l'aide d'un ordinateur "

Il y a peu d'allusions aux calculatrices dans le texte même des programmes :

"usage des opérateurs constants d'une calculatrice (6ème)"

Les commentaires de quatrième apportent quelques précisions:

"les travaux numériques nécessitent l'emploi d'une calculatrice scientifique. L'utilisation de l'ordinateur pourra accompagner utilement les activités géométriques, numériques, et graphiques"

" utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur appochée du cosinus d'un angla aigu donné, de l'angle aigu de cosinus donné "

" Usage des puissances de 10 ... motivé par l'emploi des calculatrices "

" Priorités opératoires; organisation et gestion d'un programme de calcul "

" les travaux de représentation graphique de données numériques pourront faire l'objet d'activités sur ordinateur"

EN SECONDE :

Dans le nouveau programme on relève :

III-I- 3 Emploi des calculatrices ; impact de l'informatique .

En seconde, **les élèves doivent être entrainés à utiliser une calculatrice programmable comportant les fonctions statistiques......** , le calcul de valeurs numériques d'une fonction d'une variable.

D'autre part, l'emploi des **matériels informatiques** existant dans les établissements est à encourager, notamment à travers l'exploration de la **lecture graphique sur écran.**

III - II **Les interprétations graphiques, l'usage des calculatrices** jouent un rôle capital, à la fois comme outils et comme sources de problèmes

III - III - 1 On exploitera des situations variées : tracés graphiques, touches de la calculatrice, algorithme de calcul

III - III - 2 [fonctions circulaires] ... on s'appuiera... sur l'exploitation des touches de la calculatrice.

III - III - Travaux pratiques : Exemples simples de programmation de valeurs dune fonction.

III - V De même, l'exploitation des écrans graphiques d'ordinateurs peut aider efficacement les élèves à développer leur perception des objets.

Annexes :

Nous présentons en annexe :

1 - une liste de logiciels (liste non exhaustive)

2 - la liste des formateurs académiques ayant suivi les stages de formation aux "Applications Pédagogiques de l'Ordinateur en Mathématiques" qui peuvent vous apporter une aide dans le cadre de formations au PAF

3 - Des exemples de travaux pratiques réalisés en Seconde avec l'utilisation d'imagiciels du CNAM

(Travaux réalisés par Alain SOLEAN)

POUR UN APPRENTISSAGE DU RAISONNEMENT AU COLLEGE DE MANIERE CONTINUE ET PROGRESSIVE

par Jacques BOUBILA

01- commencer tôt, cad. dès le CM, en proposant des situations à conjecturer, infirmer, où l'on répondre par épuisement des cas, en développant les capacités fondamentales : observer, essayer, bricoler, tâtonner, conjecturer, infirmer, argumenter pour convaincre, traduire, s'exprimer diverses formes, confronter pour choisir, valider, douter(penser aux illusions d'optique, 64 = 65, triangle de Curry - cf. par ex TERRACHER 2nde p.245,...), s'auto-contrôler et continuer à exercer ces capacités tout au long du 1er Cycle

02- développer la capacité à
- coder une figure à partir d'un texte
- décoder une figure

03- développer la capacité à
- mettre en œuvre un programme de construction (le plus souvent justifié)
- communiquer un programme de construction (FAIRE-FAIRE)
- valider en argumentant une construction effectuée

04- ne pas vouloir démontrer des évidences et donc faire éprouver le BESOIN DE DEMONTRER

05- proposer des séquences déductives motivantes dès la classe de 6ème

06-démanteler les prestidigitations et savoir jusqu'où ne pas aller trop loin

07 - avoir conscience que l'élégance d'une preuve n'est pas toujours naturelle

08- savoir bien choisir les " terrains " de démonstration en Géométrie (triangle, angles, Pythagore, milieux, Thalès, Transformations ...), ménager des aides éventuelles et faire acquérir des " réflexes "

09- proposer des situations de démonstration à support numérique

10- bien distinguer le statut de la démonstration
- en situation de contrôle (pas de capacité exigible en fait)
- en situation de recherche

11- avoir conscience de l'opportunité
- de bien jalonner dans le 1er cas
- de moins jalonner dans le second

12- ménager, parfois, en situation de recherche, 2 phases
- l'une où l'on partira de la conclusion (ascendante)
- l'autre où l'on organisera (rédaction) en respectant les règles de la démonstration (descendante)- mais savoir aussi accepter une rédaction retraçant la démarche de recherche suivie

13- ne pas verrouiller systématiquement les énoncés

14- rendre les élèves capables d'extraire une sous-figure pertinente (plan / espace) d'une figure donnée

15- savoir dégager d'un texte donné hypothèses et conclusions

16- connaître et savoir utiliser un petir nombre d'énoncés opérationnels

17- savoir exprimer sous forme de déductogramme ou par juxtaposition de déductogrammes le texte d'une démonstration

18- savoir mettre en œuvre un raisonnement déductif simple en jouant
- sur le nombre d'énoncés
- sur le nombre d'enchaînements

19- savoir prouver
- par contre-exemple
- par épuisement des cas
- par recours à une figure-puzzle (réaménagement de la figure)

20- sensibiliser avec prudence à d'autres procédures de preuve :
- se ramener à un problème connu ou voisin
- enrichir une situation pour trouver une situation plus familière
- mettre une condition entre parenthèses
- fixer une variable
- raisonner par l'absurde

21- établir, prendre l'habitude d'enrichir et savoir utiliser un fichier-méthodes

22- savoir traduire sous forme de déductogramme une solution rédigée sous forme de texte et inversement

23- savoir compléter un déductogramme / le texte d'une démonstration lacunaire

24- savoir pratiquer une démonstration-puzzle

25- savoir reconnaître si un discours mathématique constitue une argumentation solide

26- savoir, à partir de déductogrammes de théorèmes, reconnaître si une phrase donnée constitue une hypothèse ou une conclusion

27- savoir rédiger un énoncé à partir de phrases et de dessins

28- savoir reconnaître, dans une phrase complexe, la partie qui traduit une relation de cause / de conséquence

29- savoir utiliser à bon escient les conjonctions de coordination / subordination pour traduire une conséquence (reconnaître ou traduire un ordre chronologique)

30- savoir tant dans une démarche de recherche que lors de la rédaction reconnaître et traduire par " de même .... " l'analogie de situations

31- savoir libérer l'élève (fichier, calculatrice, partage des tâches ...) pour qu'il puisse se consacrer entièrement aux tâches de recherche, de démonstration et de rédaction

32- savoir accepter, à quelque niveau que ce soit, la cohabitation dans un même énoncé d'activités de type constat-découverte, mesure-aide à la conjecture et démonstration, la situation étant suffisamment riche pour justifier ces différentes étapes et les règles du jeu ayant été clairement établies (voir / conjecturer / vérifier / prouver)

33- donner une large place aux situations de CONFRONTATION entre élèves / groupes afin de dégager la ou les procédures les plus performantes, habituer les élèves à ARGUMENTER POUR CONVAINCRE (essentiel dès la 6ème et en continu)

34- réaliser un travail d'ordre METHODOLOGIQUE sur l'OBJET DEMONSTRATION

35- faire effectuer des DEVOIRS SUR COPIE A LA MAISON pour APPRENDRE A REDIGER (ESSENTIEL) et à CHERCHER

36- et ..... ne jamais oublier que le Professeur de Mathématiques a été élève , ... que ses élèves ne seront pas tous des Professeurs de Mathématiques et qu'en conséquence il ne peut exiger d'eux le discours formel et rigoureux qui est le sien.

***** **permettre donc aux élèves de FAIRE DES MATHEMATIQUES avec un minimum de connaissances et leur donner donc le goût de la recherche et des Mathématiques .**

III. INTERROGEONS-NOUS

CRITERES POUR JUGER D'UNE PROGRESSION

Annexe : L'enseignement de la statistique

DES PROBLEMES :

Analyse de 46 exercices ou problèmes de Géométrie, commentés, et de 43 d'algébre (conformité aux programmes ?, savoirs ou savoir-faire de base ?, ...)

UN TEST EN TERMINALE C

Test portant sur des execices élémentaires, avec des commentaires concernant directement la Seconde

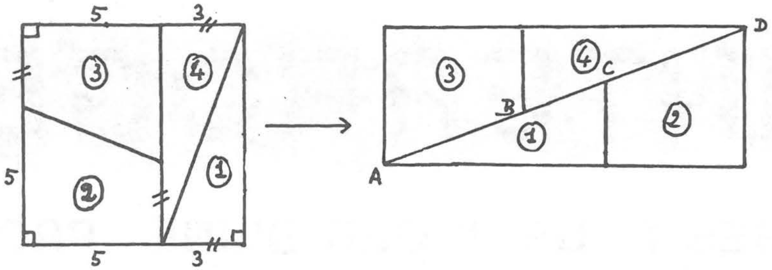
SUSCITER LA CURIOSITE EN MATHEMATIQUES ?

Extraits d'une conférence de Michel HENRY aux Journées Nationales APMEP de 1988

DES CONJECTURES .... INEXACTES

Trois "classiques" :

1) **" 64 = 65 "** ou 169 = 168 ou 441 = 442 ; ...



En réalité A, B, C, D ne sont pas alignés et ABCD est un parallélogramme non aplati d'aire 1.

Au lieu de 3 et 5 on peut prendre deux termes successifs quelconques de la suite de FIBONACCI (1 ; 1 ; ... $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$, ...).

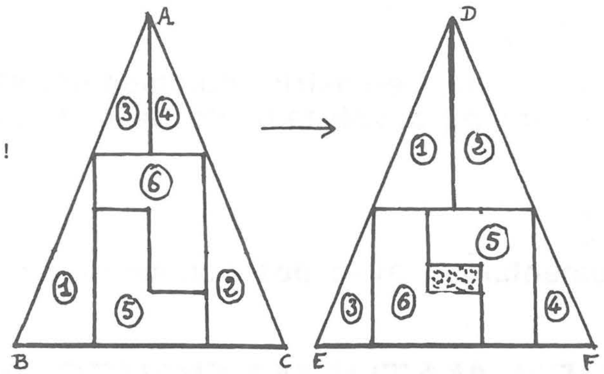
En effet $u_{n-2} \times u_n = u^2_{n-1} + a$ avec, alternativement, $a = 1$ et $a = -1$.

2. Triangles "de CURRY"

(Le "Petit Archimède" n° 95-96)

Il apparaît un "trou" (sablé) !

AB = AC
BC = 10
hauteur AH = 12

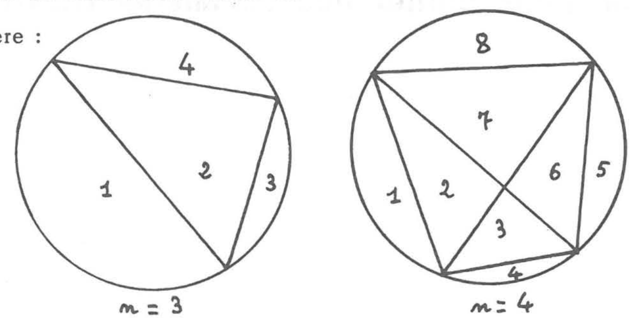


3. Régions d'un disque et 2^n (Cf. brochure A.P.M.E.P. "Activités mathématiques en 4ème-3ème" Tome 1)

Partageons un disque par les cordes joignant n points du cercle frontière :

Valeurs de n :	2	;	3	;	4	;	5
Nombre de régions :	2^1	;	2^2	;	2^3	;	2^4

D'où une conjecture ... qui dérape dès n = 6



CRITERES POUR JUGER D'UNE PROGRESSION

par Henri BAREIL et Christiane ZEHREN

CITATIONS DU PROGRAMME —— CE QUE NOUS EN DEDUISONS

1°) Des méthodes plus que des contenus

"... Entraîner les élèves à l'activité scientifique et promouvoir l'acquisition de méthodes : la classe de mathématiques est d'abord un lieu de découverte, d'exploitation de situations, de réflexion et de débat sur les démarches suivies et les résultats obtenus, de synthèse dégageant clairement quelques idées et méthodes essentielles et mettant en valeur leur portée" [...] "La synthèse, qui constitue le cours proprement dit, doit être brève : elle porte non seulement sur les quelques notions, résultats et outils de base que les élèves doivent connaître et savoir utiliser, mais aussi sur les méthodes de résolution de problèmes qui les mettent en jeu".

De là le refus de toute progression conçue seulement en termes de contenus. Dans le dernier chapitre nous essaierons d'illustrer, à usage des professeurs, ce que l'on peut entendre par "méthodes". Un enseignement des méthodes s'effectue difficilement à travers un cours magistral et sera d'autant plus convaincant et pregnant qu'il interviendra pour débloquer une recherche...

2°) Des activités pour accéder aux méthodes aussi bien qu'aux contenus

"Dans cette perspective, la résolution de problèmes et l'étude de situations occupent une part importante du temps de travail, allant bien au-delà de l'horaire de travaux dirigés en effectif réduit"
..."Dans tous les domaines, la résolution de problèmes constitue, comme au collège, l'objectif essentiel"

Une progression devrait donc essentiellement s'efforcer de répartir des activités.

L'usage d'une grille d'analyse de ces activités (grille portant sur les contenus et les méthodes) devrait permettre aux professeurs de s'assurer d'une bonne "couverture" de ce programme et d'une bonne interprétation des notions entre elles (Cf. infra 5°).

3°) Une bonne continuité avec le collège

... "En Seconde, les activités de résolution d'exercices et de problèmes fourniront un champ de fonctionnement pour les capacités acquises au Collège et permettront, en cas de besoin, de consolider ces acquis : on évitera en revanche les révisions systématiques".

De là le refus d'une progression qui tendrait à laisser penser qu'on ignore les acquis du Collège. Par contre, il y a lieu de rechercher une progression qui vise à les consolider par leur utilisation, en intégrant éventuellement de nouveaux apports.

4°) Bien "lire" le programme

Par exemple, à propos des "Transformations et configurations", la colonne de gauche énoncé "Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie sur le parallisme, l'alignement, ..." puis "Image d'une droite, d'un segment, ..."

*Sous peine d'aboutir à des contresens la lecture des "deux colonnes" doit s'apprécier à la lumière des objectifs généraux et des objectifs définis bandeau par bandeau. Et il y est rappelé que "Toute reprise systématique des notions vues au Collège est exclue" Or, **pour les isométries**, tout ce qui est signalé à gauche y a déjà été retenu comme "capacité exigible". Il ne s'agit donc pas d'en faire table rase en Seconde, (ce serait provoquer chez les élèves ennui ou irritation, gaspiller le temps et dégoûter des mathématiques), mais il s'agit de faire fonctionner le plus possible ces acquis. Une progression qui reprendrait les termes de la colonne de gauche cités ici ou, de même, par exemple, "Coordonnées d'un point" tendrait à faire oublier le contexte et à dénaturer gravement des objectifs fondamentaux du programme.*

Par ailleurs certaines notions ont vu leur importance délibérément minorée : il en est par exemple ainsi de la mesure algébrique -qui se révèlera de peu d'usage dès que le langage vectoriel sera mieux assuré-. Il serait inopportun qu'une progression les mette en valeur.

5°) Interpénétration des notions

"Il est important que de nombreux travaux fassent intervenir simultanément des parties diverses du programme pour en faire ressortir l'unité (activités géométriques et algébriques relatives aux fonctions, articulation entre géométrie du plan et de l'espace...) Dans cette perspective, l'enseignement des mathématiques est aussi à relier à celui des autres disciplines sous deux aspects principaux : étude de situations issues de ces disciplines : organisation concertée des activités d'enseignement".

REPRESENTATIONS GRAPHIQUES :

"Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques étudiés dans les différentes parties du programme [...]. Plus largement, on développera une vision géométrique des problèmes, notamment en analyse, car la géométrie met au service de l'intuition et de l'imagination son langage et ses procédés de représentation"

PROBLEMES NUMERIQUES ET ALGEBRIQUES :

"La résolution de problèmes, issus de la géométrie, de l'étude des fonctions, de la gestion de données, des autres disciplines et de la vie courante constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme"

FONCTIONS :

"On exploitera largement des situations issues de l'algèbre, de la géométrie, des sciences et techniques et de la vie économique et sociale..."

GEOMETRIE DANS L'ESPACE :

"... la géométrie dans l'espace est utilisée durant toute l'année comme terrain pour mobiliser des acquis d'algèbre, d'analyse et de géométrie plane".

Le critère fondamental d'une "bonne" progression nous semble être une heureuse intégration dès le départ des activités géométriques et algébriques. Tout n'est sûrement pas "intégrable". Du moins semble-t-il préférable de ne pas aborder en début de l'année ce qui ne l'est pas.

**Il convient notamment, nous semble-t-il :*

- d'utiliser des activités relatives au programme de Statistique au début de l'année sans pour autant bloquer ce programme en un déroulement continu : ... cela fera fonctionner le calcul numérique, voire littéral, sans "révision systématique" : CF. Annexe ci-après.

- d'utiliser rapidement l'outil "trigonométrie" déjà amplement mis en place au Collège : cela sera très utile pour des relations métriques, pour des formulations d'aires (sinus) ...

- de multiplier, tout au long de l'année, les situations géométriques (plan ou espace) capables, tout en consolidant et en enrichissant les acquis de géométrie du Collège, de provoquer des mises en équation et résolutions d'équations, des expressions de fonctions et leur étude. Le calcul numérique et littéral s'y insèrera naturellement, sans besoin de "révision systématique"

Il en est ainsi naturellement, à propos des calculs d'aires et de volumes, notamment de ceux provoqués par une variable telle que la distance, au sommet d'une pyramide, d'un plan qui la coupe parallèlement à la base. De là des interventions de "Pythagore", "Thalès", des effets d'une proportionnalité de longueurs sur les aires et volumes, des fonctions du 2ème ou 3ème degré et des équations associées à résoudre par approximations, ... avec quelques fonctions et équations du 1er degré.

Nous y reviendrons dans de nombreuses activités de notre 4ème partie.

** De tels choix peuvent permettre de couvrir tout le programme de Seconde en fait d'équations et de fonctions.*

ANNEXE

A PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA STATISTIQUE

La situation est désormais radicalement modifiée.
En effet les nouveaux programmes du Collège développent un enseignement des statistiques qui, sauf pour les quartiles et l'écart-type, couvre tout le programme de statistique de Seconde.
Celui-ci pourra donc être le lieu d'une réflexion accrue et des plus motivées : "d'abord la lecture pertinente de tableaux statistiques est nécessaire à la compréhension des phénomènes économiques et sociaux. Ensuite, c'est un excellent terrain pour des activités interdisciplinaires où les élèves peuvent faire preuve d'initiative et développer leurs méthodes de travail. En outre, savoir organiser, représenter et traiter des données fournies à l'état brut, savoir apprécier l'intérêt et les limites d'un processus de mathématisation d'une situation est un élément majeur de toute formation scientifique."

* Nous insisterons, de plus, sur tous les réinvestissements naturellement introduits ainsi dès le début de l'année, notamment à propos de la **proportionnalité**, des **pourcentages**, des **échelles**, avec les divers calculs, tracés et diagrammes d'effectifs ou de fréquences :

- diagrammes circulaires ou semi, en bâtons, en barres, sur triangles équilatéraux (dans le cas de trois pourcentages couvrant à eux trois une même grandeur), ... , graphiques "à indice base 100 en ..." si courants dans la vie économique et sociale et qui, sans avoir été "capacité exigible", ont fait l'objet d'activités en Quatrième.

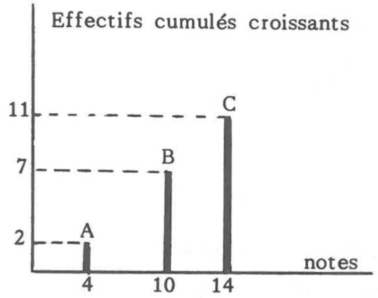
- réflexions critiques sur les pourcentages, les interpolations, ... les effets des choix d'unités pour les axes (un même graphique peut ainsi être utilisé poue effectifs et pour fréquences)..., réflexions critiques aussi sur la pertinence plus ou moins grande des indices (de position ou de dispersion) en fonction du but fixé à l'étude des données et de leur structure...

*** Dans le cas de gros effectifs répartis en classes,** on obtient les classiques "polygones" des effectifs cumulés ou des fréquences cumulées. Les tracés des segments ont un sens dans la mesure où l'on peut admettre une répartition régulière à l'intérieur de chaque classe.
On retrouve là les fonctions affines avec la proportionnalité des accroissements.
De tels graphiques permettent une claire et simple intervention de la médiane et des quartiles. Excellente occasion pour entraîner au travail sur graphique et le valoriser !

*** Par contre, attention au cas d'effectifs trop petits:**

Exemple :

Notes	4	10	14
Effectifs	2	5	4
Effectifs cumulés croissants	2	7	11



Au Collège, pour mieux visualiser les variations des effectifs cumulés il a pu se faire qu'on joigne, par des segments, les points A, B, C. Mais cela ne correspond à rien de réel, sauf pour les points A, B, C eux-mêmes. Pour peu que l'on envisage alors une exploitation du graphique (médiane, ...) le risque est grand !

On pourrait, par contre, prendre toutes les notes possibles (en nombres pairs, par exemple, pour simplifier) et s'interroger, pour chacune, sur l'effectif des notes au plus égales à celle-là.
Ici cela se traduirait par :

Notes	0	2	4	6	8	10	12	14	..		
Effectifs cumulés croissants	0	0	2	2	2	7	7	11	...		

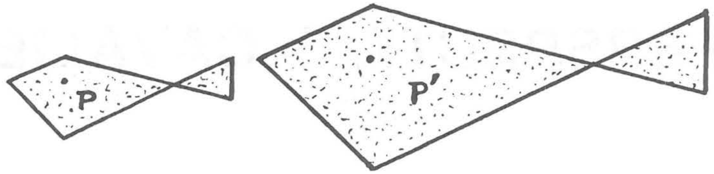
De là un graphique de points discontinus "en escalier".
Pour mieux visualiser, on pourrait joindre "horizontalement"
Cela reviendrait à inclure l'échelonnement discret des notes dans une variation continue dans l'intervalle [0;20]. [On introduit donc cette notion].
On peut alors se poser la question :
"Pour tout nombre x de cet intervalle, quel est l'ensemble des notes $\leqslant$ x ? "
Et on peut dessiner le graphique en escalier de ce modèle mathématique d'une situation.

Ainsi, apparait-il, de façon "naturelle", et en restant "à ras de terre", une initiation "concrète" aux fonctions en escalier.

– Les comparaisons d'effectifs ou de fréquences par des aires ou des dessins de maquettes permettent de revenir sur une capacité exigible de Troisième tout à fait fondamentale :

"[...] dans un agrandissement ou une réduction [...] si les longueurs sont multipliées par k, alors les aires le sont par k^2, les volumes par k^3, [...]"

Exemple : Symbolisons comme ci-dessous, une quantité de poissons par le dessin P et une pêche double par le dessin P'.
Nous commettons alors un délit de publicité mensongère en faveur de P' :



En effet, ce sont les aires que l'on perçoit et, alors que, de P à P' les longueurs ont été multipliées par 2, aire de P' = aire de P x 4
Avec des maquettes ou des objets de l'espace dessinés en perspective, on aurait la pregnance des volumes et on percevrait un produit **par 8.**

– Avant de s'en tenir à l'**écart-type** on peut, le temps d'une incidente, signaler qu'on aurait pu mesurer la dispersion avec "l'écart-moyen".
Celui-ci fait intervenir des valeurs absolues, distances à la moyenne. Ce sera une bonne occasion de parler de la valeur absolue, et d'en parler ainsi.
Quant à l'écart-type, il fait revoir carrés, quotients et radicaux, notamment l'égalité des carrés d'opposés, le radical d'un quotient, ...

UNE BROCHURE A.P.M.E.P. DE Gérard AUDIBERT

LA PERSPECTIVE CAVALIERE

PRESENTATION

Bien que rédigé et signé par une seule personne, ce fascicule est en fait l'émanation d'une collectivité.
Il est dû pour l'essentiel aux recherches sur l'enseignement de la géométrie réalisées depuis 1976 à l'IREM de Montpellier par une équipe que dirige l'auteur.

Le texte lui-même est divisé en trois parties et en 16 chapitres, accompagnés d'un lexique. Chaque chapitre est précédé d'un résumé de quelques lignes.

La première partie est surtout utile à l'enseignement du premier cycle. Les parties deux et trois sont plus proches de l'enseignement du second cycle.

Ce fascicule s'adresse à tous les scientifiques ; tout d'abord aux enseignants de l'enseignement secondaire et technique dans les disciplines telles que technologie, mathématique, physique, chimie, sciences naturelles, géographie ; ensuite aux étudiants ; enfin à tous les techniciens ayant affaire à l'espace à trois dimensions et ne maîtrisant aucun dessin technique.

Son objectif est de présenter une technique de dessin, la perspective cavalière, qui n'a fait l'objet d'aucun traité à notre connaissance jusqu'à ce jour, d'examiner ses règles de traçages, les concepts qui la fondent. Ce fascicule veut accroître ainsi les connaissances nécessaires à la maîtrise de l'espace par un usage réfléchi d'un dessin technique qui peut être abordé très tôt dans m'enseignement (Le chapitre 1 est directement utilisable en classe de 6ème et 5ème) et qui fait souvent défaut à un niveau relativement élevé des études scientifiques (licence de mathématique ou de physique par exemple)

Certaines parties du texte ont été utilisées en formation des maîtres. C'est le cas notamment des chapitres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 11, 13, 15, 16.

SOMMAIRE

HENRI BAREIL : Toulouse 19/12/1989 - Stage interacadémique -

DES PROBLEMES :

A PROPOS DE CHACUN DES EXERCICES OU PROBLEMES DE GEOMETRIE SUIVANTS, les groupes de Toulouse ont proposé ceci :

Conformité aux programmes :

C1 : Il relève des '' capacités exigibles '' au collège
C2 : Il ne relève pas de l'éxigible, mais constitue une activité souhaitable au collège
C3 : Il constitue une activité '' possible '' au collège lors de travaux encadrés par le professeur
C4 : Il est hors programme au collège

L1 : Il relève des '' capacités de base '' en seconde
L2 : Il constitue une activité '' souhaitable '' (et évaluable ?) en seconde
L3 : Il constitue une activité '' possible '' en seconde lors de travaux encadrés par le professeur
L4 : Il est hors programme en seconde

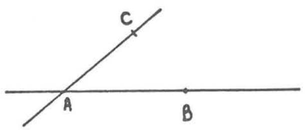
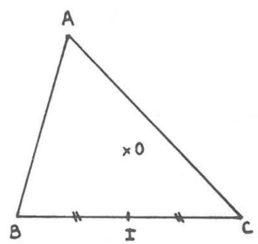
les indications données n'ont rien de normatif.

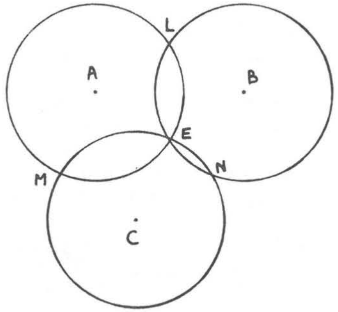
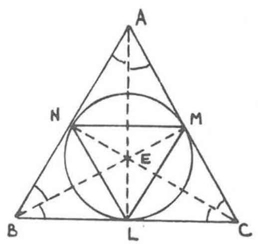
Objectifs et remarques:

Quels pourraient être les objectifs assignés à ce type d'exercice ou problème ?

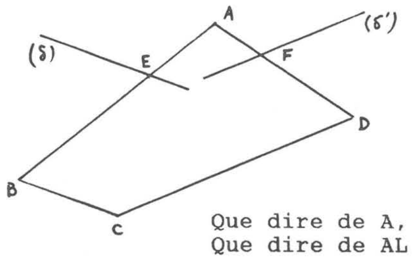
A-t-il valeur de méthode ? Permet-il de mobiliser et de consolider les acquis d'années précédentes ?
Permet-il de revenir sur des activités des années précédentes ?
Permet-il de préparer à de nouveaux concepts
Permet-il d'appliquer des concepts qu'on vient de proposer ?

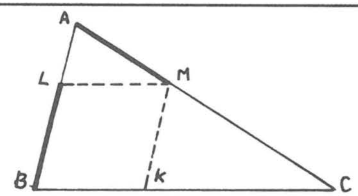
Quels objectifs pourrait-on atteindre en Seconde en modifiant l'énoncé (et comment ?) ?

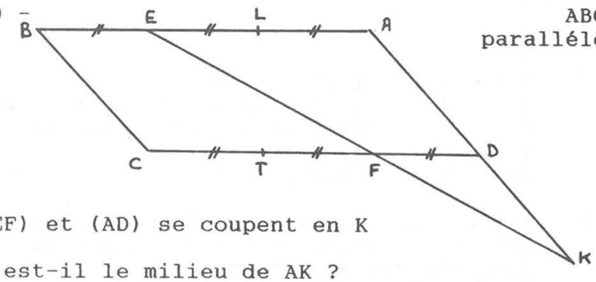
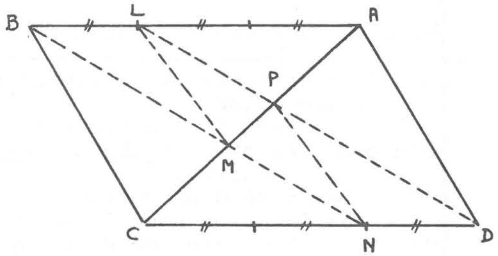
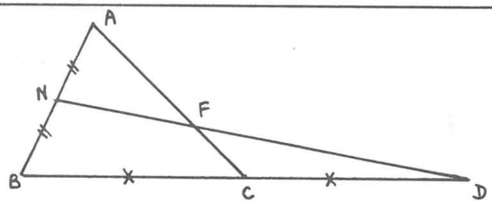
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
1 - Construire M sur (AB) tel que $a\vec{MA} + b\vec{MB} = \vec{0}$				x		x			Travail sur les propriétés de $a\vec{V}$
2 -  a) construire E tel que $\vec{AE} = a\ \vec{AB} + b\ \vec{AC}$				x		x			L2 avec habitude d'un dessin où a et b ne sont pas numériquement donnés
b) (AE) coupe (BC) en K Quelle relation existe-il entre $\vec{KB}$ et $\vec{KC}$? et entre $\vec{AE}$ et $\vec{AK}$?				x			x		Méthode intéressante pour réduire le nombre de variables ($\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ remplacés par un seul vecteur)
3 -  O centre du cercle ABC H orthocentre du triangle ABC									OBJECTIF ESSENTIEL : TRAVAIL SUR $\vec{U}+\vec{V}$ ET $k\vec{V}$
a) Exprimer $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$ en fonction de $\vec{OA}$ et $\vec{OI}$			x		x				C3: Les écritures $2\vec{OI}$, ½ $\vec{NP}$ sont autorisées en raison des configurations des milieux. L1: méthode de réduction des variables
b) Soit E tel que $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OE}$ Construire E en utilisant $\vec{OA}$ et $\vec{OI}$		x			x				C2: en 3ème '' initiation à la somme '' L1: méthode de réduction des variables
E est-il sur (AH) ?			x		x				
c) Situer E par rapport à H			x			x			C3: difficile, bien encadrer. Initiation à méthode utile L2: méthode à souligner
d) Soit G le centre de gravité du triangle ABC									
Exprimer $\vec{OE}$ en fonction de $\vec{OG}$				x	x				L1: méthode de réduction des variables
e) Qu'en déduire pour O, G ,H ?				x	x				

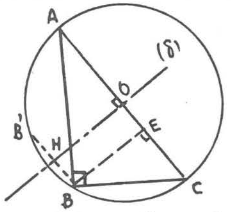
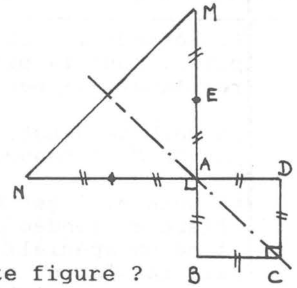
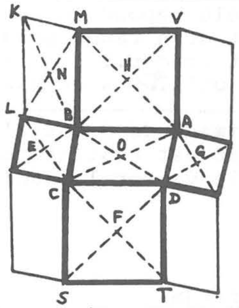
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
4 - (Géométrie plane) A, B, C, D : 4 points quelconques									OBJECTIF ESSENTIEL: TRAVAIL SUR $\vec{U} + \vec{V} + \vec{W}$ et $k\vec{V}$
1°) En faisant intervenir des milieux (de [AB]... ou des centres de gravité (de ABC....) Construire de plusieurs façons G tel que : $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$				x	x				Autres points de méthode: 1) Réduction du nombre de variables
Qu'en déduire ?				x		x			2) Travailler sur une somme de diverses façons
2°) Soit M quelconque Exprimer $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ en fonction de $\vec{MG}$				x	x				3) Savoir conclure, L et N donnés lorsque $a\vec{ML} + b\vec{MN} = \vec{0}$
3°) Désormais A, B, C, D, sont sur un même cercle de centre M Soit I le milieu de [AB] et J celui de [CD] puis E tel que $\vec{ME} = \vec{MI} + \vec{MJ}$		x			x				4) Savoir étendre un résultat : '' De même..........''
E est-il sur la droite tracée par J perpendiculairement à (AB)?			x		x				Restriction au plan puisque les vecteurs ne sont étudiés dans l'espace
Il existe 4 telles droites pour ABCD, sont-elles concourantes?			x			x			
5 -  (Rayons égaux)									OBJECTIF ESSENTIEL : Savoir découvrir, puis utiliser, losanges et autres parallélogrammes. Les résultats attendus seraient tous exigibles si et seulement si la découverte était orientée.
I- 1°) Citer des losanges		x				x			
2°) Nature de ALNC ?		x				x			
3°) Les droites (LC) (MB) (NA) sont-elles concourantes ?		x				x			
II- Centre du cercle ABC ?	x				x				
III- Orthocentre de LMN ?			x			x			
6 - Le triangle ABC est équilatéral 									
1°) Que représente L pour [BC]?	x				x				C1: Mais la justification sera plus ou moins précise
2°) Que dire de [LN] et [CA]?		x			x				C2: devient C1 si L et N milieux justifiés
3°) Que dire de LN et CA ?			x		x				C3: Cf remarque exercice n° 3
4°) LMN est-il une réduction du triangle ABC ?	x				x				
Quel est le rapport de leurs aires ?	x				x				

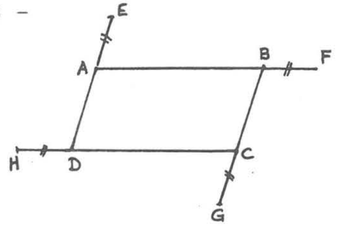
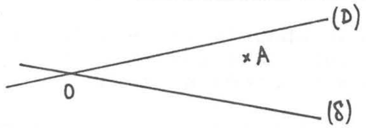
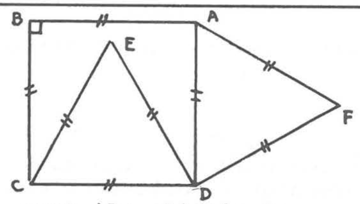
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES

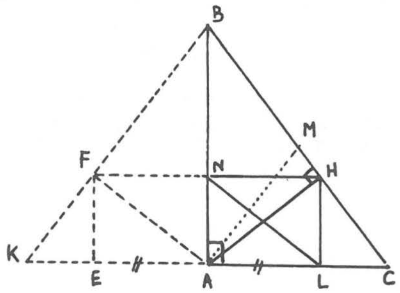
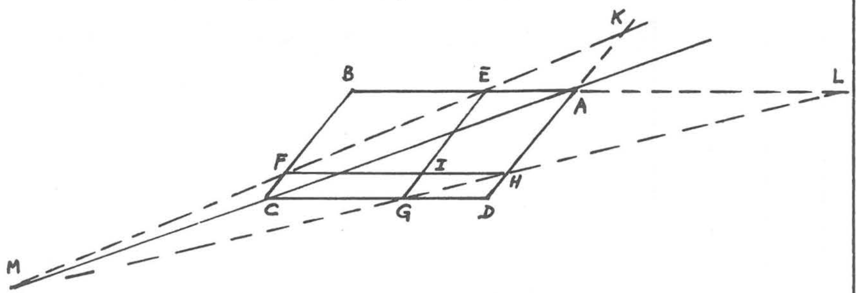
7 - 
$\overrightarrow{AE} = k\ \overrightarrow{AB}$
$\overrightarrow{AF} = k\ \overrightarrow{AD}$
(δ)//(BC)
(δ')//(CD)
L commun à (δ)et(δ')
									EN LYCEE : Tout devient '' exigible '' si et seulement si on précise une utilisation d'homothétie
									
									METHODE INTERESSANTE :

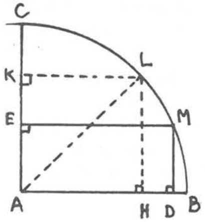
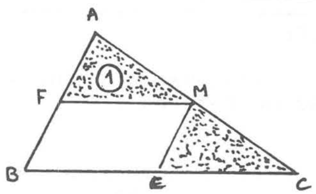
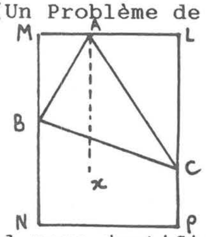
Que dire de A, L, C ? Que dire de AL et AC ?				x x			x x		Si un point appartient à deux lignes, alors son image dans une transformation géométrique appartient....
7'- Même figure que l'exercice 7 E et F définis par : E sur [AB] et F sur [AD] et $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AD}$ L défini comme à l'exercice 7 A, L, C sont-ils alignés ?			x				x		<u>COLLEGE ET MEME LYCEE</u>: Solution difficile sans homothétie. On prend l'intersection de (δ) et de [AC], celle de (δ') et de [AC] et on établit leur coïncidence. Cela suppose d'abord que l'on sache isoler et exploiter une partie de la figure Méthode intéressante, mais difficile.
8 - Triangle ABC et construction (classique) d'un carré LMNP ''inscrit '' dans ce triangle, par exemple L sur (AB), M et N sur (BC), P sur (AC)				x			x		L3: devient L1 si et seulement si on préconise : - le tracé d'un carré avec abandon d'une contrainte (<u>méthode à souligner</u>) et qui ensuite.... - le tracé d'un rectangle et une mise en équation pour le rendre carré.. C4: devient C3 avec méthode suggérée
9 -  A, B, C donnés Construire L sur [AB] M sur [AC] tels que : AM = BL et (LM)//(BC)									Souligner l'intérêt de la méthode d'abandon d'une contrainte (essayer d'abandonner telle ou telle...) l'abandon de (LM)//(BC) semble difficile à récupérer, sinon par essais et corrections successifs
<u>Méthode 1</u> : Homothétie (par abandon d'une contrainte ensuite récupérée par homothétie)				x			x		L1: si et seulement si méthode suggérée
<u>Méthode 2</u> : K sur (BC) tel que (MK) // (AB) Si les conditions imposées à L et M sont remplies									
- comparer MK et AM	x				x				
- comparer $\widehat{BAK}$ et $\widehat{KAM}$		x				x			C1 et L1 avec une étape indiquée
En déduire une construction de K puis de M et L			x			x			attention aux conditions nécessaires et suffisantes
<u>Méthode 3</u> : AL = x , équation puis x en fonction de AB et AC	x				x				
<u>Méthode 4</u> : Rotation qui envoie [AC] sur [BA]...				x				x	L4: sauf pour élèves forts.....

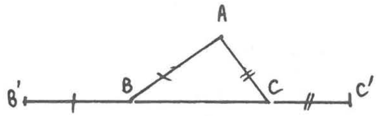
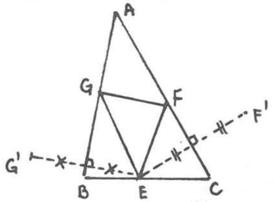
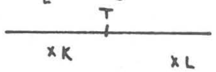
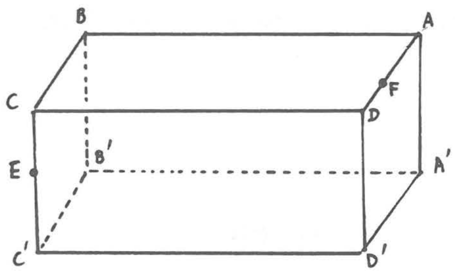
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
10 -  ABCD est un parallélogramme									Ces exercices qui relèvent en seconde au moins, de nombreuses méthodes sont très intéressants, pour des travaux par groupes notamment, en laissant découvrir, ou en laissant la liberté d'utiliser telle ou telle méthode.....
(EF) et (AD) se coupent en K									Alors ils sont exigibles en seconde par UNE méthode à découvrir par l'élève
D est-il le milieu de AK ? -méthode 1 : Homothétie transformant AE en DF				x				x	Méthodes 2 et 3 Il vaut mieux avoir eu l'occasion d'utiliser une telle méthode mais elle est difficile
-méthode 2: Homothétie (K, ½)et méthode de coïncidence				x			x		
-méthode 3: Milieux de [AK] et [EK] et coïncidence			x				x		C3: devient C1 avec une étape indiquée idem pour L3
-méthode 4: fondée sur LEFD et (LD) // (EF)		x				x			
-autres méthodes:			x			x			Autres méthodes avec [ET],[DK] et[ET],[AD] avec [LF] et [AK]
11 - 									La figure présente un centre de symétrie Cela est exploitable et de bonne méthode
ABCD parallélogramme, puis L et N, puis M et P									
1°) Nature de L M N P ?			x			x			
2°) Exprimer MN en fonction de LD			x			x			
3°) A, B sont donnés et on impose AD = 3 cm. Comment choisir LD pour que LMNP soit un losange ?			x			x			
12 - 									
1°) Qu'est F pour le triangle ABD ?	x				x				
2°) Soit L le centre de gravité du triangle ABC									
$\overrightarrow{FL}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont-ils colinéaires ?				x		x			
$\overrightarrow{FL}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont-ils colinéaires ?				x		x			

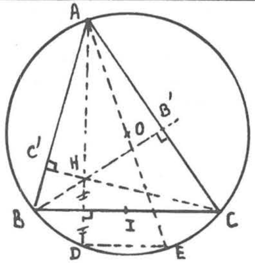
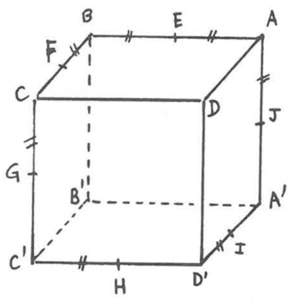
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
13 -  B et B' sont symétriques par rapport à (δ) Lorsque BC = a et AB = a $\sqrt{2}$									
1°) Exprimer AC en fonction de a	x				x				
2°) A l'aide de deux triangles rectangles, exprimer $\cos \widehat{C}$ de deux façons	x				x				
En déduire CE, puis OE en fonction de a	x				x				
Comparer CE et CA	x				x				
3°) Quelle est la nature du quadrilatère BCEB' ?		x			x				
14 - 									EXPLOITER LA SYMETRIE AXIALE Remarque : Pour aboutir au résultat du 5°) point n'est besoin de toutes les hypothèses indiquées ici... On pourrait s'intéresser à l'évacuation d'hypothèses superflues ....?
1°) Qu'est (AC) pour cette figure ?	x				x				
2°) A-t-on (AC) // (DE) ?	x				x				
(AC) ⊥ (MN) ?	x				x				
3°) Quel est l'orthocentre du triangle MND ?		x			x				
4°) On termine le rectangle BANL a-t-on (AL)//(NE) ?	x				x				
5°) La médiane issue de A du triangle ABN est-elle la hauteur du triangle ADM ?			x		x				
15 -  Début d'un pavage du plan avec des parallélogrammes et des carrés									OBJECTIFS : Utiliser la symétrie centrale au 1°) Utiliser la rotation au 2°) Faire travailler des configurations classiques On connait l'image d'un parallélogramme et de son centre * Au collège : Au 2°) C1: pour conjecturer à vue sans argumenter (modifier l'énoncé: Que semblent être les images... C3: Pour une argumentation demandée Insister sur le fait de savoir conjecturer à vue l'existence de telle ou telle transformation géométrique et ce qu'est l'image de telle ou telle figure Un débat oral peut faire préciser des arguments
1°) E F G H est-il un parallélogramme ?									
2°) Dans la rotation (E , C ⟼ B) quelles sont les images de B, [CB] , ABCD, CDTS , F , [CA] ?	*		*		x				
3°) Quelle est la nature (la plus précise) de E F G H ?		x			x				
4°) Où l'on retrouve le résultat du 5°) de l'exercice 14 avec moins d'hypothèses (On retrouve (BN) ⊥ (AC) Et de plus BN = ½ AC)			x			x			

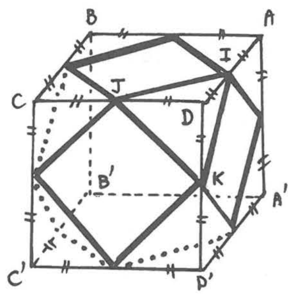
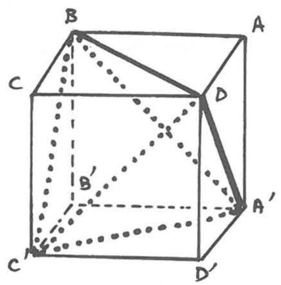
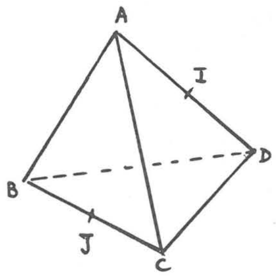
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
16 -  ABCD Parallélogramme on a prolongé les côtés Quelle est la nature de EFGH ?			x			x			La figure, de par sa construction, présente une symétrie centrale à exploiter C3 et L2 deviennent C1 et L1 avec symétrie indiquée
17 - Même problème avec ABCD carré [Indique-t-on ou non une rotation ....?]			x			x			C3 et L2 deviennent C1 et L1 avec rotation indiquée
18 -  1°) Construire un segment [BC] de milieu A tel que B soit sur (δ) et C sur (D) Méthode 1 : B étant sur (δ), où est son symétrique par rapport à A ? Méthode 2 : Compléter la figure pour que A soit centre de symétrie Méthode 3 : Ajoindre au point A les milieux de [OB] et de [OC] Méthode 4 : Voir Page 133		x x	x		x x	x			La méthode 1 (abandon d'une contrainte, puis...)est la plus générale : on peut remplacer (δ) par n'importe quelle ligne La méthode 2 est, elle aussi de grande portée dans beaucoup de problèmes La méthode 3 est beaucoup plus particu- -lière et fondée sur un principe social..: là où un spécialiste doit agir (mais ne sait pas faire) en appeler d'autres à la rescousse : ici les spécialistes sont les milieux !
19 - Même problème que le 18 en remplaçant l'une des droites (δ) ou (D) ou les deux par : - des cercles									Les méthodes 1 et 2 subsistent, y compris avec des tracés de lignes images point par point (possible aussi au collège)
20 - Parallélogramme ABCD, de centre O, un point E intérieur. Tracer, par E une droite (δ) partageant ABCD en deux aires égales			x			x			Prendre (OE) cela répond à la question L'exercice peut être rendu plus difficile par : ''Comment tracer...'': Il faudrait alors préciser qu'il n'y a qu'une solution
21 -  B , E , F sont-ils alignés ? Méthode 1: Coordonnées avec repère et coefficients directeurs Méthode 2: Colinéarité de BE et BF ? Méthode 3: EBA = ... , FBA = ... Méthode 4: Rotation (D, F $\longmapsto$ A) Méthode 5: Soit B' le symétrique de B par rapport à C - Nature de EBB' ? - Image de (B'E) par la rotation (D,C $\longmapsto$ A)?	x		x x x	x	x x	x x x			Méthode 4 : L'image de B est B' tel que B'BD est équilatéral. D'où B',C,A alignés sur la médiatrice de [BD] EXERCICE INTERESSANT : - par ses diverses méthodes (angulaires,.....) - en laissant le libre choix de la méthode

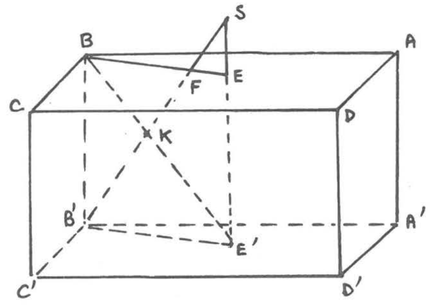
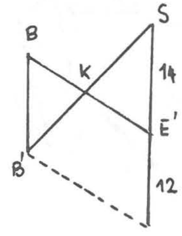
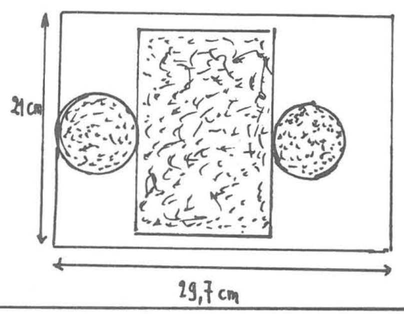
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
22 -  MB = MC Conjecture (NL) ⊥ (AM) **Une méthode de démonstration:**									**Méthode** : il y a souvent intérêt à symétriser un triangle rectangle en: - un triangle isocèle - un rectangle On peut, bien sûr, s'en passer, mais parfois (souvent?) de façon plus compliquée. **Méthode par les angles :** $\widehat{NHA} = \widehat{HBA} = \widehat{BAM}$ et $\widehat{NHA} = \widehat{NLA}$ or $\widehat{NLA}$ et $\widehat{LNA}$ complémentaires donc ....
1°) (On a symétrisé par rapport à (BA)) Nature de A L N F ?	x				x				
2°) (AM) // (BK) ?	x				x				
3°) (AF) ⊥ (BK) ?	x				x				
4°) Conclure	x				x				
Autres méthodes : par les angles ou analytique...			x		x				
23 - ABCD parallélogramme. (EG) // (BC) ; (FH)//(AB) (AC) et (EF) se coupent en M  1°) Comparer $\frac{MC}{MA}$ à $\frac{CF}{AK}$ et $\frac{AK}{BF}$ à $\frac{EA}{EB}$ Exprimer $\frac{MC}{MA}$ en fonction de CF,BF,EA et EB 2°) (AC) et (GH) se coupent en N Comparer $\frac{NC}{NA}$ à $\frac{CG}{AL}$ et $\frac{AL}{GD}$ à $\frac{HA}{HD}$ 3°) (AC), (EF), (GH) concourantes ?									COLLEGE ET LYCEE: Possible mais fastidieux (d'autant qu'il y a plusieurs cas de figures) En donnant des valeurs numériques à BA, BE, BC, BF on peut alléger (un seul cas de figure) Ce problème se traite de façon très simple avec des produits d'homothéties alors pourquoi ne pas attendre....

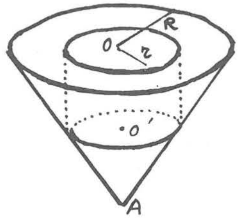
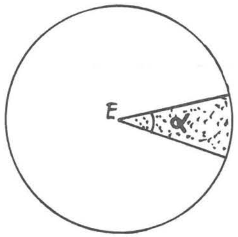
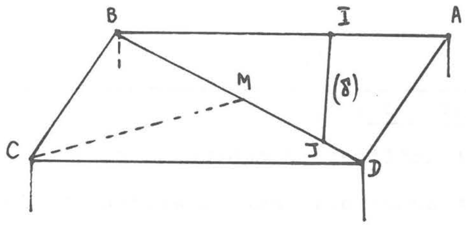
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
24 -  Comment choisir M sur [BC] pour que l'aire MEAD soit maximale ?									Méthode 1: On compare au champion présumé! (c'est une méthode générale : la dégager, y penser) Ici la justification est délicate. Mieux vaudrait préciser une intervention: celle de la tangente en L (qui coupe (EM) en S , avec LT = ST et M sur [TS]
Méthode 1: Conjecture M en L et on compare les aires M E A D et L K A H			x				x		Maximum de ab avec a + b = c avec c constant
Méthode 2: Soit AB = R et AD = x 1°)Exprimer MD en fonction de R et de x	x				x				on compare au champion présumé (pour a = b = c/2)
2°)Exprimer l'aire MEAD en fonction de R et x	x				x				
3°)Son maximum est-il celui de son carré ?		x			x				ab = (c/2 - x)(c/2 + x) = $c^2/4 - x^2$ D'où..
4°)Si a + b est constant, quand ab est-il maximal ? Conclure pour M			x			x			
Méthode 3: Voir rubrique ''Méthodes de recherche'' p.129; ...; ...									
25 -  MEBF parallélogramme Comment choisir M sur [AC] pour avoir l'aire MEBF maximale ?									Méthode: Formation ''canonique '' d'une somme d'aires en une aire d'un seul tenant. Autres méthodes : algébrique, voir page 135 géométrique, voir pages. 94 ; 126
Méthode: Rapprocher les aires sablées ''disjointes'' pour les comparer à celle de MFBE Pour cela symétriser (1), par exemple par rapport à M			x			x			
26 - (Un Problème de Jean Houdebine)  rectangle LMNP donné Comment choisir A,B,C pour que l'aire ABC soit maximale ? Conseil pour justifier la conjecture: partager ABC par (Ax) parallèle à (MN), ...et justifier l'intérêt de cette méthode ! Autre méthode, page 130			x				x		Méthode: Etablir l'aire du triangle en fonction d'une seule variable: Soit E commun à (Ax) et [BC] Aire ABC = Aire ABE + Aire ACE = AE x h + AE x h' = AE x (h + h') Or h + h' = ML On ne peut accepter C3 et L3 qu'à condition de bien encadrer la recherche sinon cela serait fastidieux!

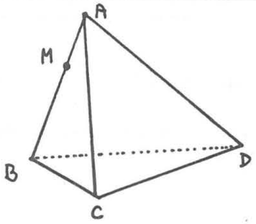
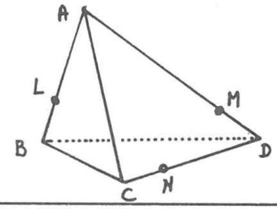
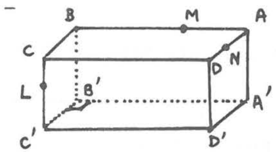
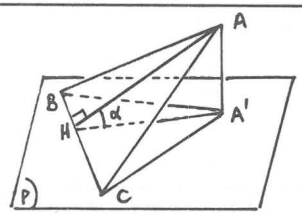
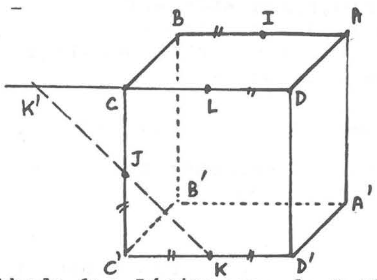
ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
27 -  Construire ABC avec $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ imposés ainsi que AB + BC + CA									
Méthode 1: ''Déployer '' AB + BC +CA en B'C' Construire d'abord B'C'			x			x			Méthode 1 : Formation '' canonique '' d'une somme de longueurs en longueur unique. Méthode 2 : Dessins à '' l'échelle ''
Méthode 2: Construire abc tel $\widehat{b} = \widehat{B}$ et $\widehat{c} = \widehat{C}$ Passer ensuite de abc à ABC			x			x			
28 - (D)//(D') A ''entre'' (D) et (D') Construire un cercle tangent à (D) et (D') et passant par A			x			x			
Même problème avec (D) et (D') sécantes				x		x			L1 avec l'homothétie indiquée
29 - (Triangle orthique)  A, B, C aigus Placer E sur [BC] F sur [AC] et G sur [AB] pour que EF + FG + GE soit minimale									Il y a ici l'application de nombreuses méthodes générales: - 3 variables : en fixer une, puis.... - '' déployer '' une ligne fermée, ici en symétrisant - utiliser l'exercice initial - ....
Faire d'abord  KT + TL minimale		x				x			
1°) Fixer E Lui associer G' et F' Placer F et G pour avoir EF + FG + GE minimale			x			x			
2°) Etudier la façon dont AF'G' varie avec AE E se déplaçant sur [BC]				x		x			
3°) Conclure									
30 -  Une araignée en E ; une mouche en F Plus court chemin de E en F : Problème avec des valeurs numériques, l'araignée se déplaçant ''sur'' le parallélépipède rectangle Peut-on travailler sur patrons ?			x			x			Méthode d'utilisation de patrons comme outils. Mais attention : il faut envisager plusieurs patrons. Tant pis, au Collège, si on en oublie un, serait-ce le meilleur ! .... On le retrouvera lors de la synthèse des recherches
Variantes avec le cylindre, avec l'escargot qui passe une murette, ...									

ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
31 -  $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ aigus Relation entre									L'angle inscrit fait partie des activités de 3°) sans exigibilité.
$\widehat{A}$ et $\widehat{B'HC'}$?	x				x				De là, si (AH) recoupe le cercle en D', le fait que : $\widehat{BD'C} = 180° - \widehat{A}$
$\widehat{A}$ et $\widehat{BDC}$?	x				x				$= \widehat{BDC}$
1°) Peut-on en déduire que D est sur $\overset{\frown}{BC}$?			x				x		D'où D' = D
2°) O est le centre du cercle , et I le milieu de [BC], [AE] diamètre.									Mais cela est difficile
Nature de CEA , de BEA ?	x				x				Il existe d'autres méthodes pour établir D' = D
de BHCE ?	x				x				
Qu'est I pour [HE] ?	x				x				
3°) Comparer AH et OI			x		x				C3: voir exercice 3
ou 3°)bis Comparer $\overrightarrow{AH}$ et $\overrightarrow{OI}$	x				x				
Comparer (AH) et (OI)	x				x				
4°) Le cercle est fixe. B et C aussi. Peut-on en déduire la ligne décrite par H :									
- directement ?			x			x			Tout cela devient C1 et L1 si on précise la transformation géométrique à utiliser
- par l'intermédiaire de D ?			x			x			Réclamer alors ce qu'est la ligne sur
- par l'intermédiaire de H ?			x			x			laquelle se déplace H
32 - Construire un triangle ABC lorsqu'on connaît son aire S, le rayon R du cercle circonscrit, et BC De plus on sait que BC < 2R et que S est inférieure à l'aire du plus grand triangle isocèle de base [BC] inscrit dans le cercle ABC			x			x			''Construire'' exige des conditions nécessaires et suffisantes. Les restrictions introduites ici visent à réduire le problème de l'existence et le nombre de solutions.
33 -  ABCDA'B'C'D' est un cube. 1°)Comparer les distances de E à D et à B'	x				x				3°) Il y d'autres méthodes que celle du plan médiateur, mais elles sont assez délicates,trop pour le Collège si on n'aide pas. Pas de plan médiateur au collège.
2°)Idem en remplaçant E par F, puis par G,H,I,J	x				x				
3°)Les points E,F,G,H,I,J sont-ils coplanaires ?			x		x				L1 : Cf plan médiateur
4°) Quelle est la nature du polygone EFGHIJ ?									
Méthode 1 : Etude d'un triangle tel que EFJ (côtés et angles) D'où							x		
Méthode 2 : E,F,G,H,I,J sont-ils communs à une sphère et à un plan ?						x			Section sphère-plan : Cf exigible
Et a-t-on EF = FG = ... ?						x			classes de 4ème et 3ème
Conclure					x				

ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
34 - Cuboctaèdre (Cube ABCDA'B'C'D')									
 (Le cuboctaèdre n'est qu'esquissé)									
Etudier ses arêtes et ses faces	x				x				
Soit AB = 2a									
Exprimer en fonction de a									
- Le volume du cube	x				x				
- Le volume d'une pyramide telle que DIJK		x			x				
- Le volume du cuboctaèdre		x			x				
35 -									
 1°)Quelle est la nature du solide DBC'A'		x			x				
2°)On pose AB = 2a									
Exprimer en fonction de a le volume du solide DBC'A'			x		x				
Quelle fraction du volume du cube représente-t-il ?			x		x				
36 -									
 ABCD est un tétraèdre régulier									
I le milieu de [AD] J celui de [BC]									
1°) (IJ) est-elle perpendiculaire à (AD)et (BC) ?			x		x				
2°) Exprimer IJ en fonction de AI		x			x				

ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
37 - Parallélépipède rectangle.... 									C3: au 1°): l'argumentation pourra manquer de ''rigueur'', l'essentiel est qu'elle soit convaincante. C3: au 3°) plutôt qu'avec des calculs procéder par: 
A'A = 12 cm (SE) // (A'A) et ES = 2 cm S est hors du parallélépipède, E est dans la face ABCD									(Si on n'aide pas c'est fastidieux) UN OBJECTIF:
1°) Lieu de S ?			x		x				
2°) Quelle est la nature du quadrilatère B'BSE' ?		x			x				Faire dessiner et utiliser des coupes de géométrie plane
3°) Quand S varie, $\frac{B'K}{B'S}$ varie-t-il ?			x			x			
4°) Dans le plan BB'S on projette orthogonalement K en K' et S en S' sur (BB') Quand S varie , K' varie-t-il ?			x						
5°) Sur quelle ligne fixe choisir K pour avoir (B'S) $\perp$ (BE') ?				x			x		Section sphère-plan
6°) [B'S] est-il alors sur un cone de révolution ?						x			
Quel serait alors le volume de celui-ci ?							x		
38 -  Comment obtenir ainsi le cylindre de volume maximal									Avec l'utilisation de la feuille imposée par ce dessin se méfier des diverses contraintes ! (Cela a été expérimenté avec bonheur au collège).Mais on peut envisager d'autres patrons, d'autres dispositions

ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
39 - (D'après Math.en pratique, 3ème CRDP Lille)  Cône de révolution hauteur 15 cm R = 8 cm Cylindre intérieur (de révolution) de volume V									OBJECTIF: Motiver des calculs de géométrie plane Obtenir une courbe du 3ème degré, donc à tracer point par point
1°) Dessiner une coupe de ce solide par un plan contenant l'axe (OO'A)	x				x				
2°) Exprimer AO' puis OO' en fonction de r		x			x				
3°) Exprimer V en fonction de r	x				x				
4°) Tracer sa courbe représentative	x				x				
5°) Déterminer r à 1 mm près pour avoir V maximum		x			x				Détermination par essais et corrections successifs
40 -  On enlève le secteur circulaire sablé Choisir α pour que le reste du disque soit le patron d'un cône de révolution de plus grand volume			x				x		C3: à condition de préciser un plan d'étude. Sinon fastidieux. Idem d'ailleurs pour L3
41 - (D'après Jean Marie Bouscasse)  ABCD est la face supérieure d'un cube. Peut-on tracer arbitrairement une droite (de cette face) perpendiculaire à (δ) ? [Conseil: Soit M le milieu de [BD] , et le triangle BIJ . Connaît-on deux hauteurs de ce triangle ?]							x		OBJECTIF : Dans les représentations en perspective il y a des contraintes.Dès que certaines sont fixées, elles en entrainent d'autres ! Ici le parallélogramme ABCD est arbitraire. Mais son dessin va déterminer tout dessin d'orthogonalité de droites dans son plan... Pour le collège c'est trop fastidieux L3 si l'on fait s'interroger sur (CM) et (BD) sinon c'est un exercice trop difficile Voir texte sur les erreurs classiques pour les dessins de l'espace, page...

ENONCES OU SITUATIONS PROPOSES (en abrégé !)	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	L4	OBJECTIFS ET REMARQUES
42 -  Comment obtenir par M, si possible, un plan parallèle à la fois à (AC) et à (BD)?			x		x				
Quelle est la section du tétraèdre par ce plan ?			x		x				
43 -  Quelle est la section du tétraèdre ABCD par le plan LM] la			x			x			
44 -  Pavé droit Section de ce pavé par le plan LMN ?			x			x			
45 -  (AA') est perpendiculaire au plan P 1°) Est-elle perpendiculaire à (BC)?			x		x				
2°) (BC) est-elle perpendiculaire au plan HAA'? à (HA')?			x		x				
3°) Quelle relation existe-t-il entre aire ABC, aire A'BC et α ?		x			x				
46 -  BI = IA = a Cube ABCDA'B'C'D' Le triangle IJK est-il rectangle ?	x				x				Méthode(s) 4 : On peut utiliser le centre du cube On peut aussi utiliser le milieu de [AA']. Pour la méthode 3, étudier par exemple le triangle IK'K en introduisant un cube (ILK'....) dont une face a pour diagonale [K'K]
Méthode 1 : Réciproque de Pythagore									
Méthode 2 : (JK) ⊥ (JL) ? (JK) ⊥ (IL) ?...		x			x				
Méthode 3 : Etude de IK'K		x			x				
Méthode 4 : ...									

JOURNEES INTERACADEMIQUES DE STRASBOURG

ENCORE ... DES PROBLEMES :

Les exercices proposés ci-dessous ont été ''classés '' en 4 groupes :

- L1 : Sa résolution au cours de problèmes est " fondamentale " en seconde
- L2 : La donnée de problèmes demandant sa résolution est ''souhaitable '' en seconde
- L3 : Sa résolution constitue une activité '' possible '' en seconde dans le cadre de travaux dirigés
- L4 : Résolution hors programme en seconde (ou seulement à l'aide d'indications dans un problème hors évaluation)

Il s'agit de ''savoir-faire''. L'objectif n'est pas de savoir résoudre ces exercices en dehors de tout contexte, mais de pouvoir se servir du résultat si on en a besoin......

> Les indications L_i n'ont rien de normatif.
> Elles ne sont qu'indicatives.

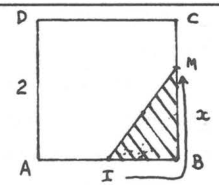
Bien entendu la forme visée est précisée

ENONCES D'EXERCICES	CAT
1 - Donner les valeurs exactes sous la forme la plus simple possible :	
a) $\left(\dfrac{2^{-2}}{3^{-3}}\right)^{-1}$	a) L1 ou L2
b) $\dfrac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}$	b) L3
c) $\dfrac{(1+\sqrt{3})^2}{2+\sqrt{3}}$	c) L1
d) $\dfrac{3-\sqrt{5-2\sqrt{6}}}{2}$	d) L4
e) $2+\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}$	e) L1
f) $\left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^2$	f) L2
g) $\sqrt{14^{-4}}$	g) L1
h) $(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)^2$	h) L2
i) $\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$	i) L1
j) $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$	j) L4
2 - Simplifier - Réduire :	
a) $\dfrac{a^3bc}{ab^2}$	a) L1
b) $\sqrt{a^2b^3}$ $a > 0$, $b > 0$	b) L1
c) $\dfrac{a^3bc^2}{(ab^{-2}c)^{-2}}$	c) L3
d) $\sqrt{(1-a)^2}$ avec $a > 1$	d) L1
3 - Développer :	
a) $(x+1)^2(x+2)$	a) L1
b) $(x+2)^3$	b) L1
c) $(x^2+x+1)^2$	c) L1
d) $(x+1/3)(x+2/3)(x+1)$	d) L2 ou L3
e) $(x+y+z)^2$	e) L3
f) $(a^2-3)^2$	f) L1
g) $(a^2-2)^3$	g) L3

ENONCES D'EXERCICES	CAT
4 - Vérifier l'égalité $x^6 - 1 = (x-1)(x^5 + ... + 1)$	L2 ou L3
et en déduire le calcul de : $A = 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32$	L3
5 - En utilisant le développement de $(x-8)^2$ **Factoriser :** $x^2 - 16x + 48$	L4
6 - Si n est un naturel, montrer que : $n^2 + (n+1)^2 + n^2(n+1)^2$ est un carré parfait	L4
7 - Factoriser :	
a) $(x-1)^2 - (x-1)(3x+2)$	a) L1
b) $(2x-1)^2 - (7x-2)^2$	b) L1
c) $1 - a - b + ba$	c) L2
d) $(a+2)^2 - 4(5a-3)^2$	d) L1
e) $(9x^2-1)(x-2) - (1-3x)(4-x^2)$	e) L4
f) $(2x-1)^3 - (x+1)^3$	f) L4
8 - Résoudre (dans ℝ ?)	
a) $2x - 1 = 2x + 1$	a) L1
b) $x^2 + 2x - 3 = 0$	b) L3
c) $(2x+3)^2 - 4x^2 + 9 = 0$	c) L2
d) $(x-2)^2 - 2 = 0$	d) L1
e) $\lvert x+3 \rvert = 4$	e) L1
f) $\lvert 2x+3 \rvert = 1$	f) L3
g) $\lvert x-2 \rvert + \lvert x-4 \rvert = 2$	g) L4
h) $\lvert x+4 \rvert = \lvert x-2 \rvert$	h) L2
g) et h) à interpréter avec des distances	
9 - Résoudre (dans ℝ ?)	
a) $2x - 1 < 2x + 1$	a) L1
b) $4 < x^2 < 5$	b) L1
c) $2x \le x^2 \le 3x$	c) L2
d) $(x-2)(x+3) \ge 0$	d) L1
e) $\lvert x-2 \rvert \ge 5$	e) L1
f) $\lvert 2x-3 \rvert \le 2$	f) L3

ENONCES D'EXERCICES	CAT
10 - Résoudre (dans $\mathbb{R}$?): a) $\dfrac{(2x+1)(x-3)}{4+2x} \geq 0$ b) $(5x+1)^2 \leq 5x+1$ c) $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} \leq 0$ d) $3 < \dfrac{1}{x} < 4$ e) $\dfrac{2x-1}{x+2} > 2$	a) L2 b) L1 c) L2 d) L2 e) L2
11 - Sachant que $1,85 < a < 1,86$ $-1,5 < b < -1,49$ et $0,2 < c < 0,5$ trouver des encadrements de : a) $a+b$ b) $a+b+c$ c) ab d) a/c	a) L1 b) L1 c) L3 d) L2
12 - Déterminer les encadrements des coordonnées du point d'intersection des 2 droites (D1) et (D2) (D1) $y = 2x + a$ (D2) $y = -x + b$ avec $5,12 < a < 5,13$ et $-6,14 < b < -6,13$	L2
13 - Justifier sans calculatrice $33 < \sqrt{1117} < 34$	L1
14 - Par quelles valeurs de x peut-on remplacer $(3 + 2x)^2$ par $9 + 12x$ en commettant une erreur inférieure à 10^{-8}	L3
15 - Sachant que $\|2x - 3\| \leq 2$ encadrer $-3x + 4$	L4
16 - Résoudre (dans R ?) a) $2 < \sqrt{x} < 4$ b) $\sqrt{x-2} > 4000$ c) $\|x - 2\| < 10^{-2}$ d) $\|x\| > \|x + 1\|$ e) $\|x\|+\|x + 1\| < 2$ c) d) e) à interpréter avec des distances pour les 5 inéquations précédentes : méthode graphique f) $\dfrac{1}{x+2} = 4$ g) $\dfrac{2x+1}{x-1} = 2$ h) $x + \dfrac{1}{x} = 2$ i) $\dfrac{1}{x+2} < 3$ j) $\dfrac{1}{x^2} < 4$	a) L1 b) L2 c) L1 d) L1 e) L3 f) L2 g) L2 h) L2 i) L2 j) L3
17 - Donner une valeur approchée décimale à 10^{-2} près par défaut de : $A = \dfrac{2\sqrt{5}+1}{3\sqrt{5}-2}$	L1

ENONCES D'EXERCICES	CAT
18 - Résoudre algébriquement ou graphiquement : a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y/2 = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4/x + 1/y = 5 \\ 2/x + 3/y = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} u + v = 10 \\ u^2 - 2uv + v^2 = 9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 30x + 15y \geq 2 \\ x + y = 1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} y = ax + 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y = 1 \\ -x + z = 1 \end{cases}$ g) $\begin{cases} xy = 1 \\ x + y = 2,5 \end{cases}$ h) $\begin{cases} (x-2)(x-1) > 0 \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ i) $\|x\|+\|y\| = 1$ j) $(x - y)(x - y - 2) = 0$	a) L1 b) L3 c) L3 d) L2 e) L4 f) L4 g) L4 h) L4 i) L3 j) L3
19 - A quelle heure les aiguilles d'une montre sont-elles l'une sur l'autre pour la première fois après midi ?	L2
20 - LOI DE MARIOTTE A température constante, le produit de la pression p par le volume v d'une masse gazeuse donnée est constant. a) Représenter graphiquement, en fonction, de sa pression, les variations du volume d'une masse d'air occupant un volume de 30 cm à la pression de 76 cm de mercure à la température de l'expérience b) Déterminer la pression correspondant à un volume de 40 cm puis le volume correspondant à une pression de 144 cm de mercure.	L2
21 - les fonctions $x \longmapsto \sqrt{(x+1)^2}$ et $x \longmapsto x+1$ sont-elles égales ?	L4
22 - Déterminer les ensembles de définitions des fonctions: a) $x \longmapsto \sqrt{x^2 - 1}$ b) $x \longmapsto \dfrac{1}{\|x\| - 1}$ c) $x \longmapsto \dfrac{2x+1}{x-2}$	a) L2 b) L2 c) L2
23 - Après avoir indiqué les ensembles de définition, dire si les fonctions suivantes sont paires ou impaires a) $x \longmapsto x\|x\|$ b) $x \longmapsto -7x^2 + 3$ c) $x \longmapsto x^3 - x$ d) $x \longmapsto x^{16} - x^8$ e) $x \longmapsto \sqrt{x^3 - x}$ f) $x \longmapsto \dfrac{1}{-x^2 - 4}$	a) L2 b) L1 c) L1 d) L2 e) L4 f) L2
24 - Représenter graphiquement : a) $x \longmapsto E(x)$ b) $x \longmapsto \|x - 3\|$ c) $x \longmapsto 2\|x\|+1$ d) $x \longmapsto x^3 + x$ e) $x \longmapsto \dfrac{2x-3}{x+1}$ f) $x \longmapsto x + \dfrac{1}{x}$ g) $\begin{cases} x \longmapsto x \text{ si } x \geq 1 \\ x \longmapsto 2 - x \text{ si } x \leq 1 \end{cases}$ k) $\begin{cases} x \longmapsto \frac{1}{2}x + 3 \text{ si } x \geq 2 \\ x \longmapsto x^2 \text{ si } x < 2 \end{cases}$	a) L4 b) L1 c) L3 d) L4 e) L4 f) L4 g) L1 k) L3
25 - Si f est définie par $f(x) = 2x + 1$ Montrer que f est f est bijective et calculer $f(f(x))$	L4

ENONCES D'EXERCICES	CAT
26 - Donner les algorithmes de calcul des fonctions : a) $x \longmapsto 2x^2 + 3x - 4$ b) $x \longmapsto x^2 + \sin 2x$ c) $x \longmapsto \sqrt{x^2 - 1}$ d) $x \longmapsto x + \ln(1 + x^2)$	a) L1 b) L1 c) L1 d) L1
27 - Trouver un réel A tel que si $x > A$ alors $f(x) > 1000$ a) $x \longmapsto x^2 + 4x + 5$ b) $x \longmapsto \sqrt{x - 5}$ c) $x \longmapsto x^3 - x^2$	a) L2 b) L2 c) L4
28 - Soit $f : x \longmapsto x^2 - 2x + 3$ définie sur $\mathbb{R}$ développer $(x + 1)^2 + 2$ et en déduire que f atteint un minimum en $x = 1$	L1
29 - Soit $f : x \longmapsto -x^2 - 4x + 2$ définie sur $\mathbb{R}$ Faire un changement d'origine O'(-2;6) etc...	L2
30 - Variations de $x \longmapsto x^2 - 6x$ sur $\mathbb{R}$	L4
31 - a) démontrer que la représentation graphique de $x \longmapsto x + 1/x$ admet un centre de symétrie b) Démontrer que les représentations graphiques de $x \longmapsto x^2$ et $x \longmapsto \sqrt{x}$ sont symétriques par rapport la droite $y = x$ (en repère orthonormé) c) Démontrer que l'homothétie de centre O et de rapport ½ transforme la représentation graphique de $x \longmapsto x^2$ en celle de $x \longmapsto 2x^2$	L2 L2 L2
32 - On donne les représentations graphiques de 2 fonctions affines par morceaux f et g a) reconnaitre le minimum et le maximum et donner les variations de f et g b) Représenter graphiquement 3f , - f , f + g c) Représenter graphiquement $\|f\|$	L1 L1 L4
33 - On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 1 - x^2$ et $g(x) = x(1 - x)$ a) Etudier les variations de f et g b) Construire les courbes représentatives c) Utiliser le graphique pour résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$	L1 L1 L1
34 - M se déplace sur le carré ABCD a) exprimer l'aire A(x) du domaine hachuré en fonction de x b) Représenter graphiquement la fonction $x \longmapsto A(x)$ pour $x \in [0;8]$ c) Existe-t-il x pour que l'aire A(x) soit les 2/3 de celle du carré ? 	a) L1 b) L1 c) L1
35 - On donne plusieurs représentations graphiques, en reconnaître une qui satisfait à des conditions fixées	L1

ENONCES D'EXERCICES	CAT
36 - On donne deux points A et B d'abscisses respectives 1 et 3 sur une droite (D) et M d'abscisse x sur (D) a) Exprimer MA + MB en fonction de x et représentation graphique de la fonction de x ainsi définie b) Mêmes questions avec $\overline{MA} + \overline{MB}$	L4 L4
37 - a) Vérifier que π est une période de $x \longmapsto \sin 2x$ b) Vérifier que 6π est une période de $x \longmapsto \cos(x/3)$ c) Déterminer l'ensemble de définition et la période des fonctions : $x \longmapsto \cos x + \tan x$ $x \longmapsto \sin(\pi/3 - 2x)$	L1 L1 L4 L4
38 - Soit β un nombre réel de $[0;\pi/2]$ tel que $\sin\beta = ½$ En utilisant le cercle trigonométrique trouver: $\cos\beta$; $\tan\beta$; $\sin(-\beta)$; $\cos(\pi - \beta)$	L1
39 - Exprimer en fonction de cosx : $\cos(\pi - x) + \sin(3\pi/2 + x) - \cos(x + \pi)$	L1
40 - Résoudre algébriquement OU graphiquement : a) dans $]-\pi;\pi]$ $\sin x = \cos x$ b) dans $[0;2\pi]$ $\cos x = ½$ c) dans $\mathbb{R}$ $\tan x = 1$	L4 L1 L4
41 - Calculer (x - sinx) pour x = 1/10 ; x = 1/100 .... à l'aide de la calculatrice Conclure (ou plutôt conjecturer)	L2
42 - Soit f définie sur [-3;3] par : $f(x) = \dfrac{4x^2 + 8x + 1}{4x^2 + 1}$ a) Programme de calcul des valeurs de f(x) b) Tracé point par point de la courbe représentative c) -1 est-il un minimum ? 3 est-il un maximum ? d) Déterminer les variations de f e) Conjecturer les variations de f	L1 L1 L1 L4 L1
43 - Représenter une fonction dont le tableau de variations est : $\begin{array}{c\|ccccccccc} x & -3 & & 3 & & 4 & & 5 & & 10 \\ \hline f(x) & -1 & \nearrow & 0 & \searrow & -3 & \nearrow & 2 & \searrow & -5 \end{array}$	L1

UN TEST EN TERMINALE C

par Jean Aymès

TEST EN DEBUT D'ANNEE (RENTREE 89) ,
35 élèves de Terminale C.

1)Répondre par Vrai (V) ou Faux (F) en entourant la réponse choisie.
$\sqrt{4} = 2$ V ou F ; $\sqrt{4} = -2$ V ou F ;
$\sqrt{2^2} = 2$ V ou F ; $\sqrt{(-2)^2} = -2$ V ou F.

Les quatre réponses exactes: 28 fois.

Lorsque x et y sont des réels quelconques tels que $x < y$ alors $x^2 < y^2$ V ou F.

V : 5 fois F : 30 fois.

Lorsque x et y sont des réels non nuls tels que $x < y$ alors $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ V ou F.

V : 22 fois F : 13 fois.

Lorsque x et y sont des réels positifs tels que $x < y$ alors $\sqrt{x} < \sqrt{y}$.

V : 33 fois F : 2 fois.

2) Résoudre l'inéquation $x^2 < 4$ (x nombre réel inconnu)

réponse exacte: 20 fois ; "ou": 11 fois

Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} < 4$ (x nombre réel inconnu)

réponse exacte: 7 fois ; $x > 1/4$: 13 fois

Résoudre l'équation $x^2 - 2x - 1 = 0$ (x réel inconnu)

réponse exacte : 33 fois ; fausse : 2 fois

Résoudre l'équation $\sqrt{2x + 1} = x$ (x nombre réel inconnu)

réponse exacte : 9 fois ; deux solutions: 22 fois.

3) Des topazes sont des pierres dont la valeur en F est proportionnelle au carré de leur masse. Un topaze de 20 g tombe et se casse en deux.
Combien pourra-t-on retirer au moins de la vente des deux morceaux? (Source: Petit Archimède n°23 et Dimathème 1ère S)

2x10 ,sans justification: 20 fois; problème posé non résolu: 1 fois.

TEST EN COURS D'ANNEE (88-89)
30 élèves de Terminale C

1) x désigne un réel.
En déterminer la valeur sachant que $(\frac{1}{x} - 1)(14 - x) = -6$

réduction: 4 fois; développement: 26 fois;
égale 0: 20 fois; égale 9: 9 fois; faux: 4 fois.

2) Un bateau fait l'aller-retour entre deux villes A et B.
La distance de A à B est 72 km. En eau calme, le bateau vogue à 15 km/h. Mais il y a du courant dont la vitesse n'est pas connue.
Le bateau met deux heures de plus en remontant le courant qu'en le descendant.
Quelle peut être la vitesse du bateau?

réponse obtenue: 6 fois.

Quelques commentaires sur ces résultats.

Cette prise d'information, pour très rudimentaire qu'elle soit (elle porte en effet sur un effectif réduit), peut quand même permettre de dégager quelques observations:

** * * il reste à ce niveau un petit nombre d'élèves qui hésitent sur la signification de la racine carrée: ainsi 4 élèves s'accordent à affirmer que $\sqrt{(-2)^2} = -2$.*
Cette question déjà posée les années antérieures recueille à peu près toujours la même répartition des réponses.
Puis les réponses aux questions sur l'effet sur l'ordre du carré, de l'inverse, de la racine carrée sont plus contrastés: le carré fait particulièrement problème!
Lors de la correction, le débat montre la presque totale absence d'une représentation par recours au cadre graphique; mais une fois rappelé, celui-ci est reconnu par les élèves comme très efficace pour maîtriser la situation...

* * * La résolution des inéquations est elle aussi très instructive, dans le même sens, tout particulièrement:

- les hésitations sur le "ou" dans la première
- la fréquence de $x > \frac{1}{4}$ dans la deuxième
- l'absence de contrôle de l'élévation au carré dans la quatrième.

Par contre l'algorithme de résolution de l'équation du second degré dans le cas numérique est largement opérationnel... ceci étant confirmé jusque dans la détermination du signe de $x^2 - 2x - 1$, réussie par 33 élèves sur 36 (question non présentée ici).
Ici encore le recours au cadre graphique peut aider, tant pour ancrer les propriétés des fonctions de base que pour mettre en conflit deux démarches à propos du même problème...
En effet la représentation graphique sous-tendue par l'équation $\sqrt{2x + 1} = x$ (intersection d'une courbe et d'une droite) rend évident le nombre de solutions de l'équation.
Ainsi, à propos de situations algébriques il paraît tout à fait utile de renforcer dès la Seconde, comme préconisé par le programme, le passage en aller-retour au cadre graphique. Donne-t-on suffisamment de place, à propos des équations ou des inéquations, à des activités de conjecture graphique sur le nombre ou la forme des solutions? Peut-être y-a-t-il aussi à donner la priorité à des équations ou inéquations pour lesquelles ces représentations sont accessibles. Cela bien souvent au détriment d'exercices souvent bien formels.

* * * Les topazes n'ont pas de succès...La capacité à résoudre des problèmes est ici très modeste: la traduction de la situation dans le langage littéral est-elle le principal obstacle?
Dans ce cas précis, peut-être s'agit-il aussi des perturbations liées à l'insuffisance de données: le coefficient de proportionnalité est littéral lui aussi...

* * * Avec la première des questions posées en cours d'année, on a cherché à repérer les itinéraires suivis par les élèves pour résoudre une équation: prend-on suffisamment en charge au cours du cycle les capacités d'anticipation nécessaires lors de la résolution d'une équation (ou d'une inéquation)?
Ici, c'est percevoir, à un moment ou à un autre, qu'il y a lieu de s'orienter vers une équation du second degré... il s'agit alors de piloter l'action sur l'équation vers cette direction.
Que proposer pour

- aider à reconnaître le point de départ: le genre du problème (équation ou inéquation)?
- aider à imaginer un itinéraire de calcul?
- favoriser à chaque étape du calcul la capacité à contrôler si le choix de l'itinéraire est adéquat?

* * * Enfin le bateau a du mal à remonter le courant: la vitesse n'est trouvée que 6 fois, et se manifestent:

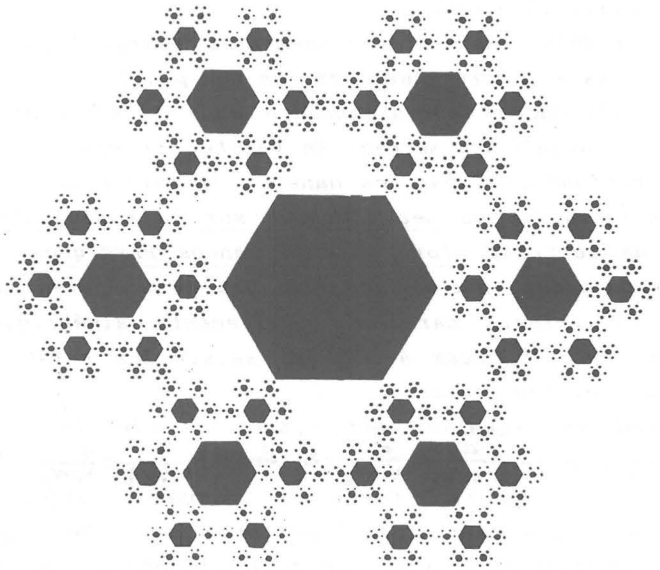
- une insuffisance dans l'exploitation du modèle physique... distance, vitesse, durée n'entretiennent pas toujours les rapports que l'on croit dans l'esprit des élèves... mais les programmes de collège viennent préciser les objectifs là-dessus...
- des résolutions par tâtonnements, pourquoi pas? Mais n'est-on pas en droit d'attendre un peu plus?
- une abondance impressionnante dans l'introduction du littéral: jusqu'à 5 lettres! En vérité, il semble qu'il y ait de profondes disparités dans la formation des élèves: en mathématiques on met l'accent sur la minimisation du nombre de lettres, alors qu'en Sciences Physiques on en utilise beaucoup (une donnée numérique est souvent rendue littérale)...ainsi par un traitement algébrique du problème, on est mieux à même de saisir les relations de dépendance et leur forme.
- quand une équation est posée, de vieilles erreurs renaissent. Ainsi $\frac{d}{v_1+v_2} = \frac{d}{v_1-v_2} - 2$ devient $\frac{1}{v_1+v_2} = \frac{1}{v_1-v_2} - 2$ par simplification par d. C'est un exemple typique d'une production d'erreur par perturbation due à la décontextualisation. Ce qui ne fait que plaider en faveur de la résolution de problèmes... et son rôle dans le renforcement des savoir-faire.
- une seule fois sur trente, un référentiel est proposé, ... la situation a des contraintes qu'il faudrait analyser si possible a priori.

Ce petit bilan souligne tout particulièrement:

- l'importance d'une pratique du calcul littéral en liaison avec l'étude des fonctions et leur représentation graphique.

- la place à donner, dans le 2nd cycle, à des activités de gestion de calcul.

- le rôle de la résolution de problèmes: leur fonction vis-à-vis du renforcement de la signification du calcul; leur importance dans ce qu'ils dévelooppent comme perspectives de formation: expérimentation, raisonnements, imagination et analyse critique à travers la mise en équation, la résolution, le contrôle et l'exploitation des résultats... une véritable démarche scientifique.



SUSCITER LA CURIOSITE EN MATHEMATIQUES ?

par Michel Henry

Extraits d'une intervention lors des Journées Nationales A.P.M.E.P. de 1988, publiée par le Bulletin A.P.M.E.P. d'avril 1989.

Ce constat conduit à s'interroger sur les conditions dans lesquelles les enfants et les adolescents développent actuellement leurs apprentissages, et (j'annonce la couleur !) construisent leur savoir.

Du point de vue des méthodes, quel décalage par rapport aux objectifs éducatifs nécessaires au monde moderne ! Développement de l'autonomie (le travail répétitif, crédo du taylorisme ne satisfait plus les besoins de la production), adaptabilité (on dit parfois flexibilité), exercice de la liberté par la prise de responsabilités, toutes ces catégories interrogent sur les pratiques traditionnelles où être curieux est souvent synonyme de prendre des risques.

Susciter la curiosité en mathématiques ? Oui bien sûr ; est-ce possible réellement dans le cadre d'une pédagogie fondée sur le principe du "j'apprends, j'applique", en décalage par rapport à la culture télévisuelle de nos chers petits. Sur ce point particulier de la pédagogie, je voudrais faire quelques remarques.

N'avez-vous jamais ressenti ce plaisir de la découverte, de votre propre découverte, lorsque vous apportez réponse ou nouveaux questionnements à une interrogation qui est la vôtre ? Si, bien sûr, puisque vous êtes enseignants de mathématiques.

On ne peut contester, auprès de vous, l'effet stimulant d'une telle expérience, qui s'intègre alors profondément dans la mémoire. Alors, à l'école, au collège ou au lycée, et encore plus à l'université, pourquoi refuser aux jeunes ces plaisirs générateurs de curiosité ? Mais nous dit-on, comment éviter le "j'apprends, j'applique" avec les horaires et les programmes impartis ? Nous voilà donc ramenés à la question du savoir enseigné, trop tourné vers l'accumulation, en définitive relativement stérile, de savoirs élémentaires et désincarnés,

Autant le travail en groupe ne s'oppose pas aux phases nécessaires de recherche individuelle, autant la reconstruction d'un savoir pour les élèves implique ce que les didacticiens appellent l'institutionnalisation des connaissances ainsi appropriées. Le savoir créé doit de toute manière être confronté au savoir de la communauté, avec ses signifiants, ses symboles et ses points forts. Le rôle du professeur est ici irremplaçable en tant que détenteur de ce savoir social, référence pour l'élève dans l'organisation et la structuration de sa pensée. Les enfants ne peuvent développer leur curiosité, en mathématiques comme ailleurs, que sur la base de connaissances solides pouvant opérer dans des cadres variés disponibles au sein d'une communauté dans un langage commun. Mais l'enjeu de cette institutionnalisation en somme l'enjeu de l'effort de mémoire pour apprendre le cours, est radicalement différent. Il pose d'une autre manière la question d'une évaluation qui ne serait plus celle, pesante et permanente, que connaissent les élèves actuellement. Ainsi on vient finalement à s'interroger sur le rôle du professeur de mathématiques dans ce contexte. Avant tout, détenteur d'une parcelle de savoir historiquement constitué, mais digéré, transposé, il est alors moins un enseignant-gardien de musée ou lecteur de manuel, qu'un incitateur à la curiosité, un détenteur des clés de l'accès à la découverte, un animateur de la recherche, un initiateur aux démarches scientifiques, un éducateur de la pensée rationnelle.

IV. ACTIVITES POUR LA CLASSE

TIGES, FEUILLES ET BOITES
De nouvelles représentations graphiques en statistique

IRRIGATION ET STATISTIQUES

QUELQUES ENONCES, COMMENTES, DE PROBLEMES
classés en 6 rubriques, proposés pour des mises en équation(s)

LE NIVEAU MONTE !
48 énoncés, avec critique éventuelle sommaire, de problèmes de géométrie, dont 23 rendus envisageables par les nouveaux programmes.

FONCTIONS ISSUES DE PROBLEMES DE GEOMETRIE
En prime : des solutions géométriques pour des maximums ou des minimums

TROIS PROBLEMES D'AIRES ..., EQUATIONS ...
avec mise en parallèle de méthodes géométriques et algébriques

PARALLELOGRAMMES ET TRIANGLES, ... FONCTIONS, ...
à propos d'un minimum d'aire

.../... Suite au verso

TANGENTES A UN CERCLE

... issues d'un point donné, 3 méthodes : classique, d'Euclide, ou d'Archimède

REPRESENTATIONS PLANES DE SOLIDES

LA FOURME D'AMBERT

... du bon usage de représentations d'un cylindre de révolution

UNE SECTION D'UN CUBE

... avec des prolongements éventuels de calculs de volumes
Extrait de la brochure APMEP n° 43 "Mathématique active en Seconde"

PLAN, PLAN, PLAN ET RANTANPLAN

Problèmes d'intersection de plans ...
Extrait de la brochure APMEP n° 27 "Pour une mathématique vivante en Seconde"

GENERATIONS D'AIRES ET DE VOLUMES

Fonctions, équations, ... à partir de révolutions

A PROPOS DE LA GEOMETRIE DANS L'ESPACE

... pour son utilisation intensive

FONCTIONS $x \mapsto |x - a|$

D'AUTRES EXEMPLES, VOISINS, A PARTIR DE SITUATIONS GEOMETRIQUES

à traiter "à ras de terre", sans théorie !

REFERENTIELS ET PARALLELISME DANS L'ESPACE

... à titre d'exemple

TRAVAUX PRATIQUES UTILISANT L'ORDINATEUR

TIGES, FEUILLES ET BOITES

par Paul-Louis HENNEQUIN

Depuis quelques années, les statisticiens anglo-saxons ont popularisé deux procédés de représentation d'une série statistique : la première est dite "Tige et feuilles" (en anglais "Stem and leaf plot"), la seconde par boîte. Ces représentations ont envahi les manuels élémentaires.

1. Tige et Feuilles

Cette représentation est intermédiaire entre le tableau de nombres et le diagramme en bâtons. Pour la définir, supposons par exemple que les nombres de la série soient des nombres décimaux d'ordre un compris entre n et m+1. On partage la page en deux par un trait "vertical" : à gauche du trait on écrit dans l'ordre tous les entiers compris entre n et m, à droite, dans la ligne p, on écrit dans l'ordre croissant les chiffres décimaux de tous les nombres de la série de partie entière p.

Exemple d'école : série 19,7 - 20,4 - 18,3 - 18,5 - 21,4 - 19,1.

18	3 5
19	1 7
20	4
21	4

Exemple : pourcentage d'élèves du second degré qui, dans chaque académie, étaient dans établissements publics en 87-88 (Source : "Repères et références statistiques sur les enseignements et la formation" M.E.N. - Edition 1989 - p. 123.)

Aix-Marseille	79	Lille	79	Poitiers	83
Besançon	85	Limoges	89	Reims	86
Bordeaux	81	Lyon	73	Rennes	57
Caen	77	Montpellier	82	Rouen	85
Clermont	75	Nancy-Metz	84	Strasbourg	87
Corse	92	Nantes	60	Toulouse	79
Créteil	88	Nice	85	Versailles	85
Dijon	87	Orléans	85	Antilles	91
Grenoble	79	Paris	64	Réunion	95

Nous reportons le long de la tige les 5 valeurs prises par le chiffre des dizaines et prenons pour feuilles les chiffres des unités ; nous obtenons :

5	7
6	4
7	3579999
8	12345555567789
9	125

Posons-nous les questions suivantes :

Quelles sont les trois académies où le taux est le plus faible ? le plus fort ?
Quels sont les quartiles ? la médiane ?

Pour répondre à la première question, il faut revenir au tableau des données ou utiliser la variante suivante : représenter chaque académie par un code de deux lettres et prendre ce code comme feuille. On obtient alors le diagramme :

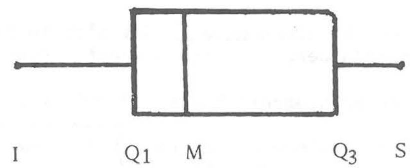
5	RN
6	NT PA
7	LY CF CA AM GR LL TS
8	BX MR PO NY BN NI OR RO VS RM DN SG
9	AS CE RE

2. Boites

Le diagramme en tige et feuilles ne perd pas d'information du moins quand les termes de la série ont 2 ou 3 chiffres; le diagramme en boîte que nous allons utiliser maintenant permet de résumer graphiquement une série et donc de comparer à vue plusieurs séries.

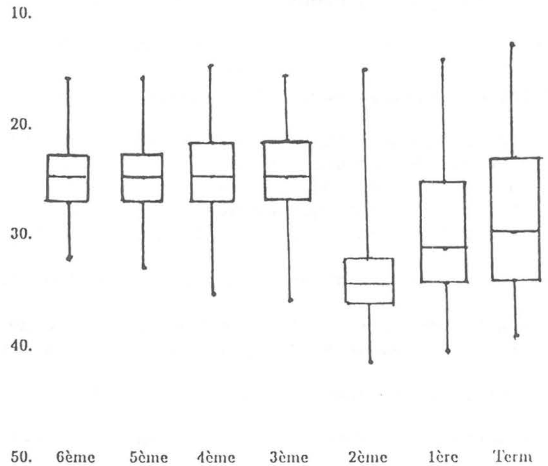
Soit une série statistique de nombres réels. En rangeant ces nombres dans l'ordre croissant on obtient le minimum ou borne inférieure i, le premier quartile q_1, la médiane m, (ou 2ème quartile), le 3ème quartile q_3 et le maximum ou borne supérieure s.

On représente alors la série par la boîte :



où les cinq points I, Q_1, M, Q_3, S ont pour abscisse i, q_1, m, q_3, s et où l'épaisseur de la boîte est arbitraire.

Représentons par exemple le nombre d'élèves par divisions dans le second degré public en France métropolitaine (même source, p. 53)



Pour en savoir plus sur les boîtes (largeur variable, "taille de guêpe" autour de la moyenne): Cf. aperçus sur "Mathematics teacher", dans la bibliographie du Bulletin A.P.M.E.P. de septembre 1990.

IRRIGATION ET STATISTIQUES

Superficie irrigable par canton de Midi-Pyrénées

=-=-=-=-=

B.Destainville

Sur la carte jointe , pour chaque canton l'aire A du disque est proportionnelle à la surface S irrigable (en hectares) .

I) <u>Etude de correspondances :</u> Calculer le rapport entre les diamètres des deux grands cercles correspondant à 9000 et 4500 hectares .

Y a-t-il proportionnalité entre diamètre D et superficie S ?

Compléter le tableau ci-contre en prenant le cercle de 9000 ha comme référence .

Exprimer algèbriquement :
A en fonction de D
S en fonction de A
S en fonction de D
D en fonction de S

D (en mm)	A (en mm²)	S (en ha)
		9000
5,5		
	20	
		4500
1		
		500
		1000

Représenter graphiquement la fonction $f : D \rightarrow S$.

Peut-on en déduire la représentation de $g : S \rightarrow D$?

II) <u>Travail statistique :</u> *(en utilisant des travaux par groupes d'élèves)* :

1) Pour chaque intervalle de valeurs de D , donner l'intervalle correspondant de valeurs pour S :
$0 \leqslant D < 1$ est équivalent à $0 \leqslant S <$ ___ ;
$1 \leqslant D < 2$ est équivalent à ___ $\leqslant S <$ ___ ;
$2 \leqslant D < 3$ est équivalent à ___ $\leqslant S <$ ___ ; ... etc ...

(Il est impossible d'éviter des approximations).

2) A l'aide de la carte , compter le nombre de cantons de chacune des classes précédentes (Il y a 283 cantons en tout) .

3) Estimer la superficie totale irrigable .

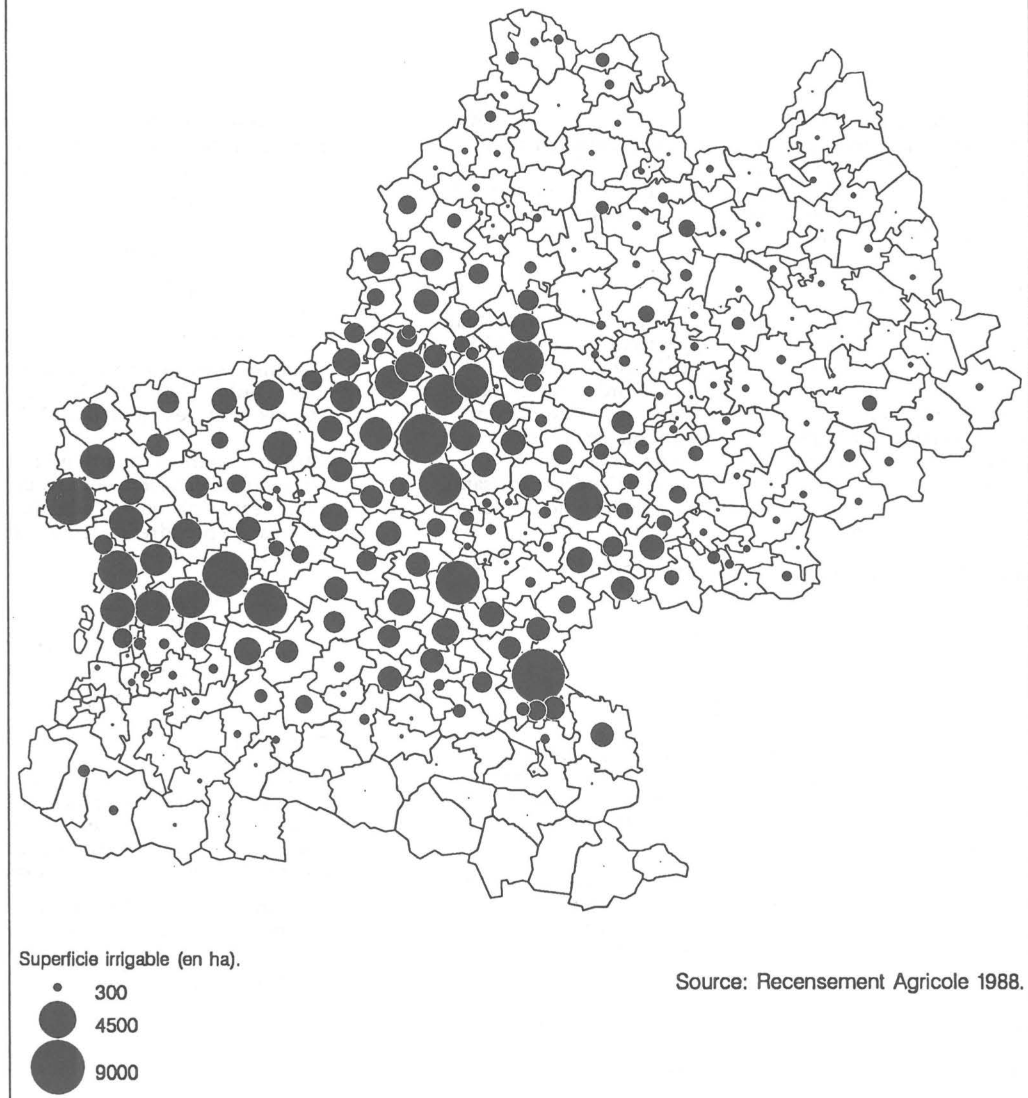
4) Estimer le nombre de cantons dont la superficie irrigable est supérieure à 1000 ha .

5) Estimer le nombre de cantons dont la superficie irrigable est inférieure à 500 ha .

6) Quelle est la moyenne de surface irrigable par canton ?

Prolongements : Calculs de pourcentages ...

Superficie irrigable (en hectare)
par canton de Midi-Pyrénées
au Recensement Agricole de 1988.



Source: Recensement Agricole 1988.

Ministère de l'Agriculture et de la Forêt SCEES - SDI

QUELQUES ENONCES, COMMENTÉS, DE PROBLEMES

par Jean Aymes

A l'entrée en seconde, on ne saurait considérer comme maîtrisée la capacité à mettre un problème en équation...C'est un apprentissage commencé au Collège qui va être progressivement poursuivi au Lycée: on ne peut pas mésestimer la difficulté du franchissement de l'obstacle se présentant à l'élève...même au lycée.

La résolution de problèmes est ici au service de la formation de l'élève. Il s'agit d'abord de préciser les objectifs que l'on cherche à atteindre; il y a:

- d'une part des objectifs liés à un contenu: "poursuite de l'étude des équations et inéquations à une inconnue et des systèmes d'équations linéaires".

- et d'autre part un certain nombre de démarches et de comportements, plus difficiles à circonscrire, liés à l'activité de résolution elle-même... qu'on peut résumer par: "entraîner les élèves à la pratique d'une démarche scientifique".

Des choix, pour ces problèmes, s'imposent alors; ils semblent devoir être guidés par quelques questions: "Font-ils appel aux seules capacités requises des élèves? Sinon, les élèves disposent-ils des indications utiles pour les résoudre? Leur contexte mathématique est-il compréhensible par un élève de Seconde? Leur résolution a-t-elle valeur de méthode?".

Quelques énoncés sont proposés, on peut commencer par les examiner sous ce questionnement.

On peut aussi repérer l'usage qui peut en être fait: l'élève peut-il les traiter de façon autonome? préfère-t-on les donner en activité en classe avec l'aide éventuelle du professeur?

VERS DES PROBLEMES DU PREMIER DEGRE

1 - de Newton dans son "Arithmétique universelle": un marchand possède une certaine somme d'argent. La première année il dépense cent livres, il augmente ce qui lui reste d'un tiers. La seconde année, il dépense encore cent livres, il augmente ce qui lui reste d'un tiers, la troisième année, il dépense encore cent livres, il augmente ce qui lui reste d'un tiers. Il se trouve alors deux fois plus riche qu'au commencement de la première année. Quel était son capital initial? (Perelman)

2 - La dame et les trois mendiants:
Une dame charitable rencontre un premier mendiant auquel elle donne la moitié de l'argent qu'elle a dans son porte-monnaie, plus un franc. Au deuxième mendiant elle donne la moitié de ce qui lui reste, plus un franc. Elle donne enfin au troisième mendiant la moitié de ce qui lui reste plus un franc. Il lui reste alors un seul franc. Quelle somme avait-elle au début de sa promenade?

3 - *L'équation pense pour nous*:
Un père a 32 ans; son fils 5 ans. Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à 10 fois l'âge du fils?

(Perelman)

4 - a) Trouver un nombre de deux chiffres possédant les propriétés suivantes: le chiffre des dizaines est inférieur de 4 à celui des unités. Si d'un nombre formé des mêmes chiffres mais dans l'ordre inverse on retranche le nombre cherché, on obtient 27.

b) Reprendre le même problème en supposant, toutes choses égales d'ailleurs, que le chiffre des dizaines est inférieur à celui des unités non de 4, mais de 3. Quel est ce nombre? (Perelman)

5 - Un jardin carré a été entouré d'un mur de 40 cm d'épaisseur. Il en a résulté une diminution de superficie de 84 mètres carrés. Combien mesure le côté du carré, à l'intérieur puis à l'extérieur du mur?

6 - Soit un rectangle ABCD tel que AB = 5 et AD = 3. On place M sur [AB] et N sur [CD] tels que AM = CN. Il est clair que le quadrilatère DMBN est un parallélogramme. Y-a-t-il des positions de M et de N pour lesquelles DMBN est un losange?

7 - Un segment [AB] a pour longueur 4 cm. On construit un point C tel que l'angle $\widehat{CAB}$ mesure 45° et l'angle $\widehat{CBA}$ mesure 120°. Calculer AC.

8 - Quatre frères ont 45 roubles. Si l'on augmente la somme du premier de deux roubles, si l'on réduit celle du deuxième de deux roubles, si l'on double celle du troisième et si l'on diminue de moitié celle du quatrième, chacun d'eux aura la même somme. Combien d'argent a chaque frère?

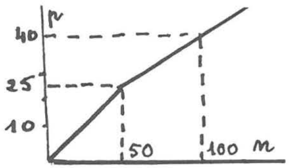
(Perelman)

L'exercice numéro 1 est bien souvent mal résolu...Les élèves n'arrivent pas à traduire dans le langage algébrique le texte proposé...On retrouve ici les suggestions du collège: nécessité d'une progression dans le passage du numérique au littéral, problème de la perte du sens des lettres. Ici on pourrait commencer par un identificateur, à la manière informatique (ici "somme"), puis peu à peu on passe à la lettre...
Cet énoncé étant assez lourd...on peut décomposer un peu.
Le numéro 2 peut être abordé sur le même mode, ici une résolution à "rebours" donne aussi une solution rapide... il se trouve des élèves pour y penser... on peut parfois se passer de l'algèbre.
Le numéro 3 va exiger une interprétation de la solution...négative, analyse critique des résultats.
Le poids du contrat didactique a des effets bien connus "le problème est posé donc il doit avoir une solution". Le numéro 4 vise à faire rencontrer des équations sans solution ou en ayant plusieurs... à préciser par rapport à un référentiel à expliciter. L'unicité est ici souvent tacite!
Le numéro 6 peut rester dans son cadre géométrique puisqu'on peut construire la solution grâce à la médiatrice de [BD]; on peut aussi lui donner une réponse algébrique à travers le théorème de Pythagore... Il y a ici le préalable d'un choix de méthode. Un lien entre ces démarches provoque une activité de gestion de calcul.
A l'inverse on peut proposer: "Soit un cercle C de centre O et de rayon OA = 4 cm. Sur la demi-droite [OA) on porte un point B tel que OB = 8 cm. Soit M un point de [AB]. Du point M on trace une tangente à C et on appelle T le point de contact. Comment placer le point M pour que MB = MT ?"
On perçoit bien la différence à faire, à propos de tels exercices, entre des activités de recherche en classe, dont la recherche de méthode, et des énoncés utilisés lors d'une évaluation où il serait mieux venu de suggérer une démarche.
Avec le numéro 7 on reste dans le même cadre: la mise en équation repose sur deux configurations importantes: le demi-carré, le demi-triangle équilatéral.
Généralement le numéro 8 est résolu sous forme de système. En cherchant un autre choix d'inconnue, on peut obtenir une équation à une inconnue...la somme finale. De l'intérêt d'envisager plusieurs traitements algébriques pour le même problème...

PROPORTIONNALITE. FONCTIONS AFFINES.

9 - Lors d'une randonnée de 90 km, un cycliste parcourt 45km à 30 km/h puis le reste à 20 km/h.
On désigne par t, en heures, le temps écoulé depuis le départ et par d la distance parcourue depuis le départ. Le plan est muni d'un repère orthogonal tel que:
- en abscisse, t: 3 cm pour une heure
- en ordonnée, d: 1 cm pour 10 km.

a) Après avoir déterminé la durée de la randonnée, représenter graphiquement la fonction t⟼d.
b) Pour chacune des étapes du voyage, exprimer d en fonction de t.
c) Calculer la vitesse moyenne sur les 90 km. Quelle est la signification graphique de ce résultat?
d) Quelle aurait du être la vitesse dans la deuxième étape du voyage pour que la vitesse moyenne sur les 90 km soit de 25 km/h?



10 - Le graphique ci-contre repré--sente le prix p de photocopies en

fonction du nombre n d'exemplaires tirés.

a) Quel est le prix unitaire d'une photocopie tirée en 30 exemplaires?

b) Combien coûte le tirage de la 51ème photocopie?

c) Quel est le coût moyen d'une photocopie tirée en 70 exemplaires?

d) Donner une interprétation graphique de chacun des résultats ci-dessus.

e) Que peut-on conjecturer du coût moyen d'un grand nombre de photocopies?

11 - Lors d'un rallye de vielles voitures, trois automobilistes partent d'un même lieu sur la même départementale; le premier à 9 h à la vitesse de 40 km/h, le deuxième à 10 h à la vitesse de 30 km/h et le troisième à 11 h à la vitess de 60 km/h.
Utiliser une représentation graphique pour déterminer à quelle heure le troisième automobiliste se trouvera à égale distance des deux premiers. (Terracher 2nde)

12 - Nous avons deux solutions d'eau oxygénée: à 30% et à 3%. Il faut les mélanger de façon à obtenir une solution à 12%. Comment faire? (Perelman)

L'enseignement de la proportionnalité a été profondément remanié au Collège: progressivité sur les quatre ans, liaison faite en quatrième avec la fonction linéaire et son graphique.
C'est, sans contexte, un progrès tant les besoins étaient importants: en Sciences Physiques notamment.
Tout cela se poursuit en Seconde, avec en ce qui concerne les mathématiques, un renforcement du rôle du coefficient directeur derrière lequel se profile l'enseignement de la dérivation en Première.
Le numéro 9 fait revenir sur une conception des rapports entre distance, vitesse, durée qui conduit pas mal d'élèves à affirmer que la vitesse moyenne est la moyenne des vitesses. Ainsi, à la question: "Vous faites 100 km sur une autoroute à 120 km/h puis 100 km sur une route à 60 km/h. Quelle est votre vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet?"
24 élèves de Seconde sur 35 ont répondu 90 km/h et 2 ont répondu 80 km/h (à la rentrée 87).
On utilise ici le support graphique, à travers l'interprétation de ces vitesses comme coefficients directeurs. On espère ainsi donner un appui aux calculs.
Pour ce qui concerne l'enseignement de la proportionnalité, on pourra lire la brochure: "La proportionnalité; le calcul numérique" *par la COPREM publiée par le CNDP de Strabourg.*
Le numéro 10 poursuit avec la même intention: ici la lecture du graphique est le point de départ. On termine par une conjecture qui peut être le fruit de quelques essais numériques ou celui d'une étude graphique...On peut ainsi réfléchir à un comportement asymptotique sans qu'il soit nécessaire d'envisager une étude littérale.
On a vu pour le numéro 11 de multiples traitements:
- une conjecture graphique... par un tâtonnement avec la règle graduée.
- on peut aussi faire agir une symétrie oblique pour construire la solution... avec pour point de départ un abandon de contraintes.
- une résolution algébrique peut être faite.
Dans le numéro 12, on trouve un condensé des problèmes de proportionnalité. Ici pour aider à la résolution, peut-être faudra-t-il un dialogue avec les élèves, les inciter à faire des essais de quantités pour ouvrir la voie de l'algébrisation...

VERS DES SYSTEMES

13 - Quelle est la distance parcourue par une bicyclette sachant que la roue avant, qui a 60 cm de diamètre, a fait 70 tours de plus que la roue arrière qui a 70 cm de diamètre?

14 - Au vélodrome, la longueur de la piste circulaire est de 170 mètres. Deux cyclistes tournent à vitesse constante. Quand ils se déplacent en sens contraire, ils se croisent

toutes les 10 secondes. Quand ils se déplacent dans le même sens, l'un atteint l'autre toutes les 170 secondes. Quelle est la vitesse de chaque cycliste?

15 - On raconte que l'empereur Néron organisait chaque printemps un grand pique-nique dans la campagne romaine; les participants prenaient place dand les chars. Au départ chaque char transportait le même nombre de passagers. Une année 10 chars devinrent inutilisables à mi-chemin, chacun des chars restant dut prendre une personne de plus à son bord. Au retour 15 autres chars tombèrent en panne, il fallut répartir à nouveau équitablement les passagers. A l'arrivée chaque char comprenait 3 personnes de plus qu'au départ. Combien y avait-il de chars au départ et combien de personnes participaient au pique-nique? (Perelman)

16 - Trouver trois nombres de somme 525, sachant que le second est égal aux deux tiers du premier et que le troisième est égal à la demi-somme des deux premiers.

17 - Trois personnes jouent ensemble. A la première partie, le premier perd au profit des deux autres autant d'argent que chacun en possède. A la deuxième partie, le deuxième perd au profit des deux autres autant d'argent que chacun en possède à présent. Enfin, à la troisième partie, c'est le troisième qui perd au profit des deux autres autant d'argent que chacun en possède. Ils ont alors 24 louis chacun. Combien avaient-ils au départ?

VERS LE SECOND DEGRE

17 - Si je prends trois nombres consécutifs:
- vérifier que le carré de celui du milieu est supérieur d'une unité au produit des deux autres.
- vérifier que la différence des carrés des termes extrêmes semble être toujours égale à quatre fois le terme du milieu.

18 - Les nombres 10, 11, 12, 13, 14 possèdent une propriété curieuse: $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$. Y a-t-il d'autres suites de cinq nombres ayant cette propriété? (Perelman)

19 - Un problème hindou: séparés en deux groupes, des singes s'amusaient gaiement. Un huitième d'entre eux au carré jouaient dans un bosquet, et douze autres tout près s'ébattaient dans une clairière. Dis-moi, lecteur, combien y avait-il de singes? (Perelman)

20 - Dans un jardin rectangulaire de 60 mètres sur 30, on trace parallèlement aux côtés deux allées perpendiculaires de même largeur. Quelle est cette largeur pour que la superficie des allées soit égale à celle qui reste libre dans le jardin?

21 - Sur un segment [AB] de longueur 8 cm, on place un point E tel que AE = x. On construit le carré AEFD et le rectangle ABCD.
- Exprimer l'aire de EBCF en fonction de x. On la note f(x) où f désigne une application, préciser avec soin son ensemble de départ.
- Déterminer pour quelle valeur de x l'aire du rectangle EBCF est la plus grande possible. Que vaut cette valeur maximum?

22 - Soit dans l'espace un triangle rectangle BOL tel que OB = OL = 5 cm. Sur la perpendiculaire au plan BOL en O, soit le point E tel que OE = 10 cm. Soit M sur [OB] tel que OM = x. par le point M, on envisage le plan parallèle à (OE) et (BL).
- Construire la section du tétraèdre BOLE par le plan P: c'est un quadrilatère dont on donnera la nature.
- Donner l'ensemble des valeurs possibles de x
- Exprimer, en fonction de x, l'aire du quadrilatère de section obtenu.
- Cette aire varie avec x, pour quelle valeur de x est-elle maximum?

L'équation du second degré n'est pas au programme de Seconde.
Avec le numéro 17, on retrouve un problème de preuve par passage au littéral...Il faut lire les pages remarquables de François Conne dans Petit X n° 10: autour de ces situations, il y développe la prise de conscience algébrique lors d'un dialogue avec un élève.

En précisant le choix de l'inconnue, le numéro 18 produit une équation du second degré facile à résoudre à ce niveau...le nombre central fait bien l'affaire.
Cette étude peut être prolongée... avec un nombre plus important d'entiers consécutifs vers la mise en évidence d'un théorème: (cf. p. 129)
Les numéros 19 et 20 ne sont pas des objectifs du programme même si on peut dès la Seconde organiser quelques activités autour de la forme canonique.
De nombreuses situations géométriques conduisent à des études de fonctions... Les numéros 21 et 22 proposent, par exemple, des problèmes de maximum. On peut les traiter par une conjecture graphique et preuve ultérieure. Soulignons la richesse des situations issues de la géométrie dans l'espace: elles offrent très souvent de très nombreuses occasions de réinvestissement de la plupart des parties du programme.

OÙ LA VARIABLE INTERVIENT EN DENOMINATEUR

23 - Dans le plan, on considère deux points fixes A et B tels que AB = 4; N est un point variable décrivant [AB] tel que BN = x. Sur la perpendiculaire en N à (AB) on porte P tel que NP = 2 (toujours du même côté de (AB)). Soit Q l'intersection de (AB) et de la perpendiculaire en P à (AP).
- Calculer le réel NQ en fonction de x, après avoir précisé l'intervalle I décrit par x. Donner le graphique de la fonction g qui à tout x de I associe le nombre NQ. Donner le graphique de la fonction g.
- Trouver x pour que NB = NQ; trouver x pour que NQ > AN.

24 - Deux ouvriers doivent bâtir un mur de 150 mètres. Le premier en fait la moitié, puis le second fait le reste, le travail est ainsi terminé en 25 jours. Si les deux ouvriers avaient travaillé ensemble, ils auraient fini le mur en 12 jours. Combien chacun d'eux mettrait-il pour bâtir tout le mur?

Pour envisager le numéro 23, il faudrait amener une relation métrique du triangle rectangle, celles-ci ne sont pas au programme.
Le numéro 24 concentre les difficultés de la mise en équation et celles de sa résolution... cet exercice semble dépasser les objectifs du programme.
Par contre la configuration de Thalès (notamment les triangles homothétiques ayant un sommet commun) peut donner des problèmes conduisant à des équations où l'inconnue figure dans un dénominateur...on ne pourra cependant attendre de grandes compétences des élèves au sortir du Collège à ce propos.

D'AUTRES EQUATIONS OU INEQUATIONS

25 - Pour résoudre l'équation $\sqrt{x + 5} = x - 1$ (x inconnu) on envisage deux façons de faire:
- une première façon: donner la variation et une représentation graphique des fonctions u et v telles que $u(x) = \sqrt{x + 5}$ et $v(x) = x - 1$; avec ces résultats, conjecturer le nombre de solutions de l'équation et estimer ces solutions.
-une deuxième façon... copie rédigée par Evariste:
$\sqrt{x + 5} = x - 1$ on élève au carré $(x + 5) = (x - 1)^2$
on développe $x + 5 = x^2 - 2x + 1$
on regroupe les termes dans le même membre $x^2 - 3x - 4 = 0$
d'où $(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4}$ d'où l'ensemble des solutions: -1 et 4
Corriger la copie d'Evariste.

26 - Tracer la représentation graphique de la fonction inverse dans un repère orthonormal.

a) Estimer graphiquement les solutions de l'équation:
$\frac{1}{x} = x + 1$

b) Résoudre l'équation $\frac{1}{x} = x + 1$ (x inconnu)

c) Résoudre l'inéquation $\frac{1}{x} \leq 2$ (x inconnu)

d) Tracer la droite D passant par A (1; 1) et de coefficient directeur -1. Déterminer la position relative de la courbe et de la droite D.

27 - Les croissants réunis.

Pour son dixième anniversaire, la Société des Croissants Réunis a décidé de changer son logo. Le nouveau est constitué de deux cercles identiques qui se coupent, délimitant trois zones. Les aires de ces trois zones sont identiques et les deux zones extrêmes représentent deux croissants réunis par leurs pointes, comme sur le schéma. Le mur du hall d'entrée du siège social sera ainsi orné de ce nouveau sigle. Le peintre qui doit effectuer ce travail a peu d'éléments. Il connait les emplacements sur le mur des deux points A et B, pointes des croissants. Ces deux points sont distants de deux mètres et situés sur une même verticale. Le peintre, perplexe, n'arrive pas à situer les centres des deux cercles de façon que les trois zones aient la même aire. Aidez-le en calculant:

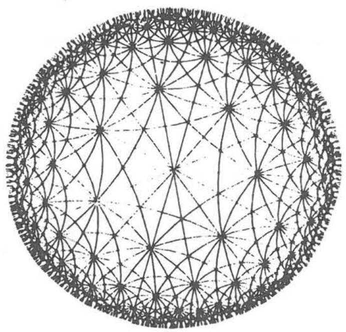
- soit la distance de chacun des centres au milieu du segment [AB];
- Soit la longueur du rayon de chacun des cercles.

(Terracher 2nde Hachette)

Le programme ne prévoit, en travaux pratiques, que "des exemples simples d'étude graphique d'équations de la forme f(x) = a, où "a" a une valeur numérique donnée".
Ces trois énoncés vont au delà de cet objectif: équations de la forme f(x) = g(x).
Avec le numéro 25, on veut faire prendre en charge par l'élève une correction d'erreur,...pour l'impliquer davantage dans la question.
Le numéro 27 met en jeu une fonction trigonométrique et devrait éventuellement se placer dans le cadre d'activités en classe avec l'aide du professeur.

ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

- Texte du GREM, le calcul littéral, décembre 1988.
- Texte de la COPREM , la proportionnalité, le calcul numérique, CNDP de Strasbourg, 1987.
- G.GLAESER, épistémologie des nombres relatifs, recherches en Didactique des Mathématiques, volume 2 n°3, 1981.
- G.VERGNAUD, A.CORTES, P.FAVRE-ARTIGUE, introduction de l'algèbre auprès de débutants faibles, problèmes épistémologiques et didactiques, Recherches en Didactique des Mathématiques, mai 1987.
- L.BOOTH, erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire, Petit X n°5 (spécial calcul algébrique), 1985.
- M.AUBREE, étude de modèles erronés utilisés par les élèves du premier cycle en algèbre, un essai thérapeutique, Petit X n°8, 1985.
- F.CONNE, Mathias ou un moment de compréhension, Petit X n°10, 1986.
- A.SAINFORT, mémoire sur une inconnue, Petit X n°16, 1988.
- M.BRUSTON et C.ROUXEL, obstacles et déblocages, brochure APMEP n°47,1983.
- A.THIEBAULT,la logique des erreurs, brochure de l'IREM de Reims, 1986.
- Y.PERELMAN, l'algèbre récréative, éditions MIR.



LE NIVEAU MONTE !

Enoncés prélevés dans des manuels. Nous ne les proposons pas comme des modèles (y compris pour leur rédaction) mais ils peuvent alimenter notre réflexion. Quelques-uns, très classiques, sont traités plus amplement dans d'autres rubriques de la brochure.

GEOMETRIE PLANE

I - *Exemples d'exercices qui ne pouvaient pas être proposés à ce niveau avec les anciens programmes.*

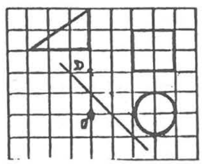
Ce sont des exercices utilisant des rotations ou les propriétés des angles inscrits.

1- Dessiner un carré ABCD. Construire l'image de ce carré, dans un sens à préciser par:

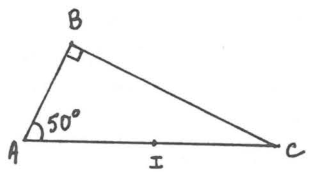
- la rotation de centre un point O et d'angle 90°
- la rotation de centre A et d'angle 80°
- la rotation de centre I milieu de [AB] et d'angle 110°

2 - Les rosaces:
Tracer deux demi-droites Ox et Oy de façon que $\widehat{xOy} = 22{,}5°$
Tracer en couleur à l'intérieur du secteur un motif quelconque.
Construire l'image de cette figure par la rotation de centre O et d'angle 22,5°; recommencer jusqu'à "retomber" sur le motif initial.

3 - Reproduire les figures ci-contre sur du papier quadrillé. En utilisant le quadrillage, construire les transformés du cercle, du carré, de la droite D et du triangle par la rotation de centre O et d'angle 90°



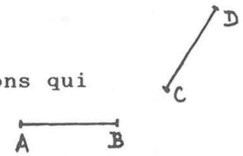
4 - Sachant que I est le milieu de [AC], préciser quel est le transformé de C par la rotation de centre I et d'angle 100°



5 - Le triangle ABC est isocèle de sommet A et $\widehat{A} = 80°$. On désigne par O le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Peut-on trouver une rotation de centre O transformant C en A et A en B?

6 - Etant donnés deux points A et B distants de 4 cm, construire à la règle et au compas:
-le centre du quart de tour qui transforme A en B
-le centre I de la rotation d'angle 60° qui transforme B en A
Quelle est la distance de O à la droite (AB) et celle de I à la droite (AB)?

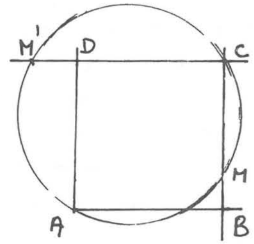
7 - Déterminer par le dessin les rotations qui transforment le segment [AB] en [CD]



8 - Deux triangles AOP et BOQ sont équilatéraux. Comparer les longueurs AQ et BP.

9 - On donne un triangle OAB isocèle en O et un parallélogramme ABCD.
La rotation de centre O qui transforme A en B transforme D en E. Construire E. Que peut-on dire du triangle BCE?

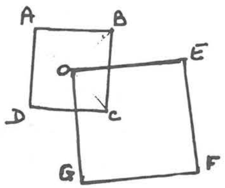
10 - On considère un carré ABCD et M un point de (BC). Le cercle circonscrit au triangle AMC recoupe la droite (CD) en M'.
Examiner la position relative des droites (AM) et (AM').



Soit r la rotation de centre A et d'angle 90°. Après avoir déterminé la transformé de (BC) par r, montrer que M'=r(M).
Comparer AM et AM' puis BM et DM'.

11 - ABCD et AEFG sont des carrés. On considère le quart de tour de centre A. Quelle est l'image de (DE)?
En déduire la position relative de (DE) et (BG) et la comparaison de DB et BG.

13 - On a deux carrés ABCD et OEFG, O étant le centre de ABCD. Les côtés de ABCD ont pour longueur 10 cm, et les côtés de OEFG 20 cm. Calculer l'aire de la partie commune.

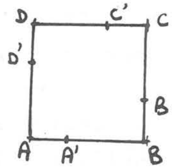


14 - Sur la figure ci-contre, les points A',B',C',D' appartiennent aux côtés du carré ABCD de centre O.

Quelles sont les images des points A,B,C,D dans la rotation de centre O et d'angle 90°?

Quelles sont les images des points A',B',C',D' dans cette rotation?

En déduire que le quadrilatère A',B',C',D' est un carré.



15 - Reproduire la figure, dans laquelle ABC est un triangle rectangle en A, ACDE est un carré et CHKL un rectangle tel que CL = BC.

En mesurant, comparer les aires du carré et du rectangle. Enoncer une conjecture.

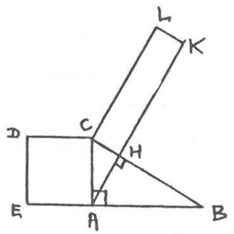
Les triangles CAL et CDB se correspondent par une rotation, préciser le centre et l'angle. Qu'en déduit-on pour les aires de ces triangles?

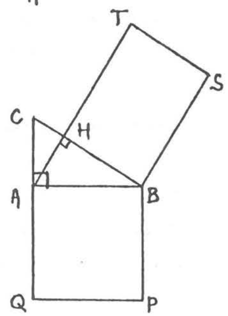
CAL a une aire moitié de celle de CHKL et CDB a une aire moitié de celle de ACDE. Justifier.

Justifier la conjecture.

Refaire une figure représentant le triangle rectangle ABC et construire le carré de côté [AB] et le rectangle de largeur BH et de longueur BS = BC.

Montrer que ces deux figures ont la même aire.



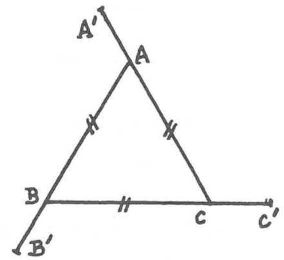


16 - ABC est un triangle équilatéral. On construit A' image de A par la rotation de centre B, d'angle 90°; B'image de B par la rotation de centre C, d'angle 90°, et C' image de C par la rotation de centre A, d'angle 90°.

Montrer que A'B'C' est un triangle équilatéral.

17 - ABC est un triangle équilatéral, [AA'], [BB'], et [CC'] ont la même longueur.

Montrer que la triangle A'B'C' est équilatéral.



18 - Soit ABC un triangle équilatéral et (C) son cercle circonscrit. M est un point du petit arc BC distinct de B et de C.

Mesurer MA, MB, MC. Que peut-on conjecturer?

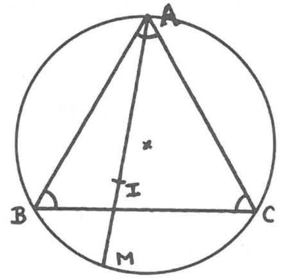
Montrer que (MA) est bissectrice de $\widehat{BMC}$.

Soit I le point de [MA] tel que MI= MB.

Que peut-on dire du triangle BMI?

Les triangles BMC et BIA se correspondent par une rotation; préciser le centre et l'angle de cette rotation.

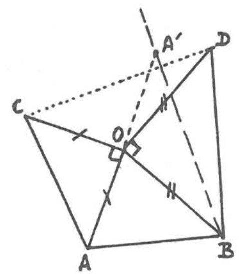
Démontrer la conjecture.



19 - AOB est un triangle quelconque, AOC et BOD sont des triangles rectangles isocèles tels que la rotation de centre O qui amène A en C amène D en B. A' est le symétrique de A par rapport à O (2 cas de figure)

a) Quelle est l'image de C par la rotation de centre O qui amène D en B?

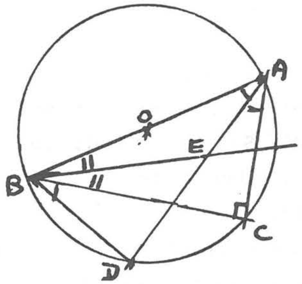
b) Que peut-on dire des droites (A'B) et (CD)?



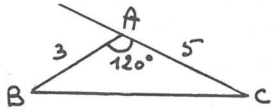
Autre méthode : (voir page 127)

c) Montrer que la hauteur issue de O du triangle (OCD) est aussi une médiane du triangle (OAB)
d) Comparer les aires de (OAB) et (OCD).

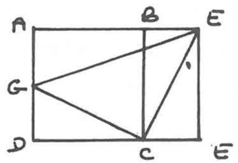
20 - Soit un triangle ABC rectangle en C, et (C) le cercle circonscrit à (ABC), O son centre. La bissectrice de $\widehat{ABC}$ coupe (AD) en E.
a) Montrer que $\widehat{DBC} = \widehat{BAD}$
b) Calculer une mesure de $\widehat{DBE}$ et montrer que le triangle (BDE) est rectangle isocèle.



21 - Avec les données indiquées sur la figure, calculer BC. *(indication: tracer la hauteur issue de B).*



22 - ABCD est un carré, G le milieu de [AD], BEFC un rectangle, BE =1/2 AB

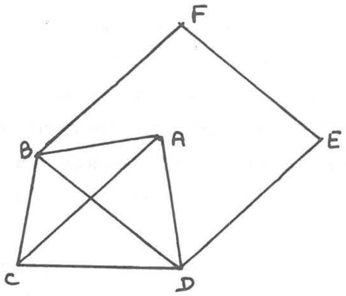


Quelle est la nature du triangle GCE?
diverses méthodes: - rotation de centre C , d'angle 90°
- théorème de Pythagore
- choisir un repère:(C,B,F) et écrire les équations des droites (CE) et (CG).

23 - *Problème de lieu géométrique.*
Soit une droite d et un point A non situé sur d. Un point M étant choisi sur d, on trace les deux cercles de centre A de rayon AM, et de centre M de rayon AM.
Quel est le lieu géométrique des points d'intersection N et P de ces deux cercles lorsque M décrit la droite d?
Demander "sur quelles lignes se déplacent les points N et P", serait plus conforme au programme.

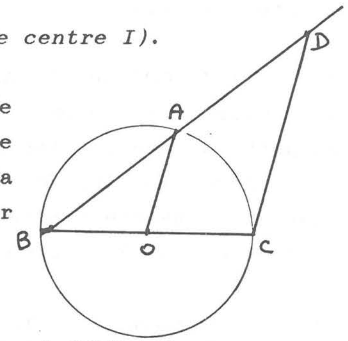
EXERCICES SUR LES TRANSFORMATIONS

24 - Soit un quadrilatère ABCD quelconque et son image par la translation de vecteur CA.
Démontrer que l'aire de BDEF est le double de celle ABCD. *(facile)*



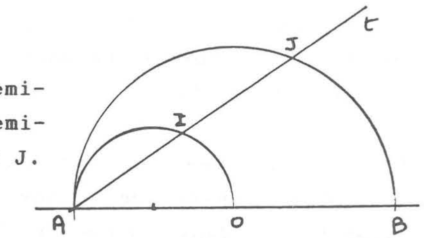
25 - Construire deux cercles (C) et (C') de même rayon, tangents extérieurement en un point I. Mener par I deux droites quelconques qui recoupent (C) et (C') en M,N,M',N'.
Démontrer que le quadrilatère MNM'N' est un parallélogramme.
Que peut-on dire dans le cas où (C) et (C') n'ont pas le même rayon?
(symétrie de centre I, puis homothétie de centre I).

26 - On donne un cercle de centre O, un de ses diamètres [BC], et un point A de ce cercle. La droite (AB) coupe en D la parallèle à (OA) passant par C. Démontrer que le triangle BCD est isocèle.
(réinvestissement troisième)



27 - Soit ABC un triangle. Construire un carré PQRS tel que P et Q soient sur (AB), R sur (BC) et S sur (CA)
Cet exercice est une application très classique, (mais pas facile?) de l'homothétie.

28 - La sécante (At) coupe le demi-cercle de diamètre AO en I, et le demi-cercle de centre O et de rayon OA en J.
Montrer que I est le milieu de [AJ].



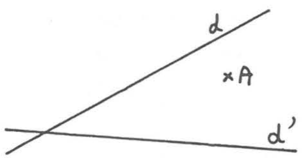
29 - Soit D et D' deux droites se coupant en dehors de la feuille. Construire la droite joignant leur point d'intersection à un point A donné.
Ce problème est bien connu des lecteurs du Bulletin Vert où plus de 16 solutions ont été proposées. (Bulletin vert" ? Cf. p. 148)

30 - Soit (C) un cercle de centre O, [AB] un de ses diamètres, C le milieu de [OB]. Soit M un point quelconque de (C), et M_1 son symétrique par rapport à O. Les droites (AM_1) et (CM) se coupent en M'. Quel est l'ensemble décrit par le point M' lorsque M parcourt (C)?
(indication: homothétie de centre C)

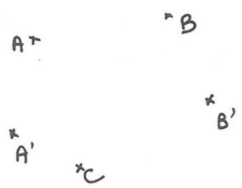
31 - Soit ABC un triangle, O le centre de son cercle circonscrit, H son orthocentre. On note A', B', C' les milieux des côtés [BC], [CA] et [AB].
a) Montrer que A', B', C' sont les homothétiques de A, B, C dans une homothétie que l'on précisera.
b) Montrer que AH = 2 OA', BH = 2 OB' , CH = 2 OC'.
Il n'y a pas plus classique, cette configuration est à connaître. On peut compléter l'exercice pour arriver à la droite d'Euler.

32 - Soit ABC un triangle, O le centre de son cercle circonscrit. On note A_1, B_1, C_1 les symétriques de O par rapport aux droites (BC), (CA) et (AB).
a) Montrer que A_1, B_1, C_1 sont les sym étriques de A,B,C dans une symétrie centrale.
b) Montrer que AH = 2 OA_1, BH = 2 OB_1, CH = 2 OC_1.

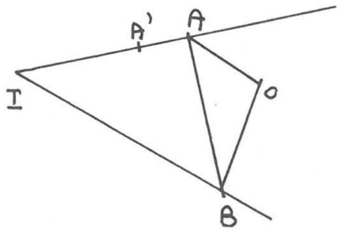
33 - a) On donne une droite d et un point A. Construire un cercle passant par A et tangent à d. En construire plusieurs.
b) On donne deux droites sécantes d et d' et un point A (voir figure). Construire un cercle passant par A et tangent à d et d'.



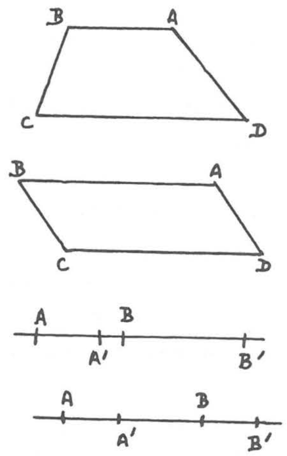
34 - Les droites (AB) et (A'B') sont parallèles. Construire l'image de C par l'homothétie dans laquelle A a pour image A' et B a pour image B'.



35 - A, B, O et I sont quatre points tels que trois quelconques d'entre eux ne sont pas alignés. La parallèle à (AB) menée par un point A' de (IA) coupe (IB) en B'. La parallèle à (AO) menée par A' et la parallèle à (BO) menée par B' se coupent en O'. Montrer que les points I, O, et O' sont alignés.



36 - a) Existe-t-il une ou plusieurs homothéties qui transforment [AB] en [CD]? Si oui, indiquer le rapport et construire le centre de chacune d'elles.
b) Même question pour [AD] et [BC]
Traiter ces questions: 1) dans le cas où ABCD est un trapèze,
2) dans le cas où c'est un parallélogramme (non aplati)
3) dans le cas où les points sont alignés, avec $AB \neq A'B'$
4) Dans le cas où les points sont alignés et AB = A'B'



37 - Les droites D et D' sont parallèles. Déterminer le centre d'une homothétie de rapport 2/3 qui transforme D en D'.
Quel est l'ensemble de tous ces centres?

38 - On considère les deux droites d et d' d'équations :
d : $x + 2y + 1 = 0$; d': $2x + 4y + 5 = 0$
a) montrer que d et d' sont parallèles
b) soit A(3,2). Donner un rapport d'une homothétie de centre A, transformant d en d'

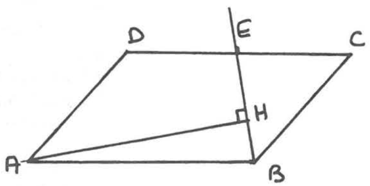
39 - *L'exercice suivant est hors programme de seconde:*
Quelle est la nature des transformations suivantes. Les caractériser.

$\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y + 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x' = -x + 1 \\ y' = -y - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x' = 2y - 1 \\ y' = 2y + 2 \end{cases}$

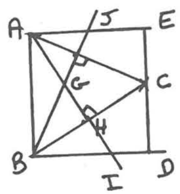
Les formules analytiques des transformations ne sont pas au programme. Il est précisé de ne pas faire un grand nombre d'exercices de géométrie analytique.

40 - *De même il vaut mieux éviter les exercices du type :*
On donne un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et les points A(-3, 1), B(5,-3), C(4,2) et D(5, 4).
a) Déterminer les coordonnées du centre de gravité de ABC
b) Démontrer que (AB) et (CD) sont perpendiculaires
c) Déterminer les coordonnées de l'intersection de (AB) et (CD)
d) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre de ABC
Remarquons de plus qu'en troisième et en début de seconde, les repères sont (O,I,J) et non $(O,\vec{i},\vec{j})$.

QUELQUES AUTRES EXERCICES



41 - ABCD est un parallélogramme, E est le milieu de [CD], H le projeté orthogonal de A sur (BE).
Démontrer que AD = DH.
Indication: La parallèle à (BE) passant par D est une hauteur de ADH, elle passe au milieu de [AB] donc au milieu de [AH].

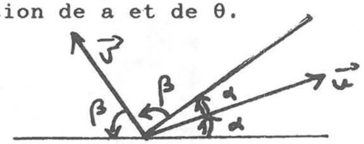


42 - Le triangle ABC est équilatéral.
ABDE est un rectangle.
Quelle est la nature des triangles GCI et GCJ?

ANGLES TRIGONOMETRIE

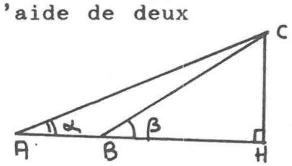
43 - On représente le cercle trigonométrique (C) avec une unité de 5 cm. (C) a pour centre O, $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ est orthonormé direct. Soit $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ tel que $\cos \alpha = 3/5$
a) Placer les points M,N,P tels que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}) = \alpha$, $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{ON}) = \alpha + \pi$, $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OP}) = \alpha - \frac{\pi}{2}$
b) Soit Q le symétrique de M par rapport à (OB). Calculer $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OP})$ en fonction de α.

44 - Le triangle OAB est isocèle OA = OB = a, $\widehat{AOB} = \theta$.
Exprimer l'aire du triangle OAB en fonction de a et de θ.

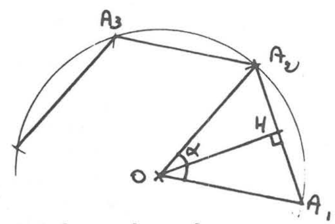


45 - Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{Ou}, \overrightarrow{Ov})$.
<u>*Cette question est hors programme*</u>

46 - Calcul de la hauteur de l'édifice à l'aide de deux visées.
On pose AB = l, CH = x
Déterminer x en fonction de α, β, et l



47 - On donne un polygone régulier à n côtés $A_1 A_2 \ldots A_n$.
a) Quelle est la mesure en radians de l'angle α?
b) Calculer en fonction du rayon R et de n, la longueur c d'un côté.
c) Calculer la longueur a de l'apothème OH.
On peut se passer du mot: "apothème", et demander la longueur de OH.



48 - $(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$.
a) Représenter les vecteurs $-\vec{u}$ et $-\vec{v}$
b) Calculer en fonction de α les angles $(\vec{u}, -\vec{v})$, $(-\vec{u}, \vec{v})$, $(-\vec{u}, -\vec{v})$, $(\widehat{-\vec{v}, \vec{u}})$

<u>*Ces exercices ne sont pas dans le cadre du programme.*</u>

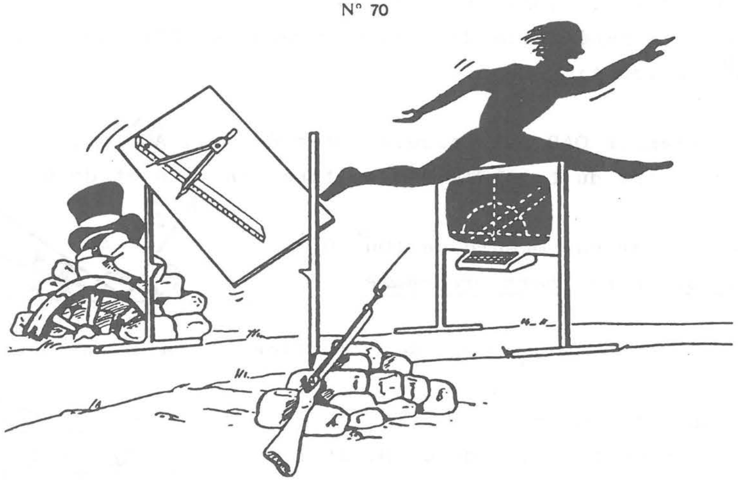
ces problèmes qui font les mathématiques

(la trisection de l'angle)

Jean AYMES

Publication de l'A.P.M.E.P.

N° 70



...ce problème fait partie de ceux qui ne vont pas cesser d'être repris et approfondis durant plus de deux millénaires ; on le retrouve au détour des avancées de la géométrie, de l'algèbre, de l'analyse quand se constituent les concepts de courbes, d'équations algébriques, d'approximations, etc...

En essayant de retracer les efforts faits pour y répondre, on voit naître ces concepts... et la solution n'est pas nécessairement au rendez-vous... d'autres problèmes surgissent : exemple, s'il le fallait de la dialectique problèmes-concepts. C'est ce mouvement continu des mathématiques qu'on cherche à approcher ici.

De son origine géométrique, le problème se déplace lentement vers un contexte algébrique alors même que celui-ci se constitue : la démonstration de l'impossibilité de construction par la règle et le compas intervenue au XIX[e] siècle n'enlève pas, à notre avis, sa sève au sujet, les processus d'approximation, dont certains sont de découverte récente, posent par exemple de nouvelles questions....

Dans ce parcours, la lettre exacte des écrits historiques n'est pas nécessairement respectée. Nous avons préféré adopter parfois des présentations plus contemporaines. Ainsi a-t-on espéré contribuer :

• à rappeler, si besoin est, comment certains concepts mathématiques trouvent leur origine dans les problèmes,
• à la mise en place d'une documentation propre à favoriser l'élaboration d'activités plus signifiantes pour l'enseignement d'aujourd'hui.

POUR TOUTE COMMANDE DE BROCHURES A.P.M.E.P., VOIR LES DERNIERES PAGES

DES ASPECTS ESSENTIELS DU RAISONNEMENT :

ANALYSE ET SYNTHESE

par Georges GLAESER

Une Brochure A.P.M.E.P. à paraître en mai 1990

1re Partie : Ambiguïtés et contradictions

2e Partie : L'envers et l'endroit

(Souscription ouverte jusqu'au 30 mai 1990)
Prix de souscription : 40F (port compris) (Ensuite 50F + port)
BULLETIN DE SOUSCRIPTION : VOIR DERNIERE FEUILLE

FONCTIONS ISSUES DE PROBLEMES DE GEOMETRIE

Les quatre activités suivantes sont extraites d'un ensemble de 9 activités présenté aux Journées inter-académiques de Lille.

Les auteurs sont :

M. LAGACHE Lycée Malraux - Béthune

et M. LOBRY Lycée Watteau - Valenciennes.

Il fallait faire un choix, nous avons retenu celles-ci car elles peuvent être adaptées d'un point de vue géométrique que nous présentons.

L'adaptation est due à H. Bareil.

Nous avons respecté les numéros que portent ces activités dans le document complet.

ACTIVITE 1

Enoncé :

> On donne un triangle isocèle ABC tel que AB = AC = 10 cm .
> La base [BC] est de longueur variable.
> Etudier le comportement de l'aire du triangle ABC lorsque la base varie.

Objectifs :

* mise en oeuvre d'une fonction
* démarche :
  - expérimentation
  - conjecture
  - raisonnement
  - vérification de la conjecture
  - exploitation
* réinvestissements :
  - propriété de la hauteur principale d'un triangle isocèle
  - théorème de Pythagore direct
  - aire d'un triangle
* utilisation de la calculatrice :
  - mode calcul
  - mode programmation pour obtenir un tableau de valeurs
* tracé d'une courbe point par point
* approche des notions
  - de fonction croissante
  - de fonction décroissante
  - de maximum
* encadrement d'un nombre
* étude d'un maximum :

  réinvestissements : expression conjuguée
  $(a - b)^2$
  signe d'un quotient

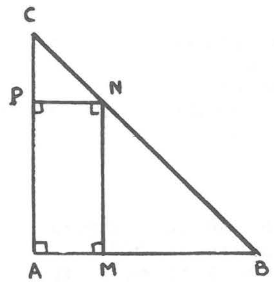
* étude des variations d'une fonction (difficile)

réinvestissements : expression conjuguée $a^2 - b^2$, ordre et carrés, ordre et addition | signe d'un produit, d'un quotient, fonction croissante, décroissante

ACTIVITE 4

Enoncé :

On donne un triangle isocèle ABC rectangle en A tel que AB = 4 cm
M est un point variable sur [AB]
Etudier les vriations de l'aire du rectangle AMNP lorsque M varie entre A et B



Commentaire: L'énoncé dépend des conditions dans lesquelles s'effectue l'étude (T.P. , devoir) et des capacités des élèves

Objectifs : * étude d'une situation géométrique

* amener l'élève à choisir sa stratégie:

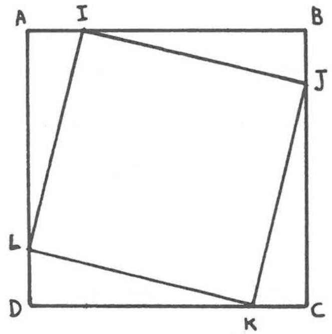
- expérimentation
- tableau de valeurs
- conjecture
- détermination d'un maximum avec ou sans étude des variations.

ACTIVITE 5

Enoncé :

On donne un carré de côté 5 cm . Les points I,J,K,L situés respectivement sur [AB],[BC] [CD],[DA] tels que:

AI = BJ = CK = DL = d



1°) Démontrer que IJKL est un carré

2°) a) Calculer son aire en fonction de d (on la notera a(d))

b) Etablir que : $a(d) = 2 [(d - 5/2)^2 + 25/4]$

3°) Faire une figure et calculer a(d) pour : d = 1 ; d = 4 ; d = 1,5 ; d = 3,5

Que peut-on observer ?

4°) En utilisant le résultat de la question précédente étudier les variations de la fonction a

Tracer la courbe de la fonction a dans un repère orthogonal (Unités 2 cm selon l'axe des abscisses et 1 cm selon l'axe des ordonnées)

5°) Tirer les conclusions de cette étude

Objectifs :

Réinvestissements:

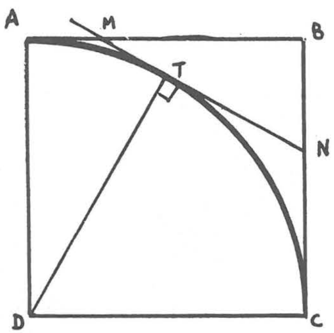
* théorème de Pythagore
* propriétés des angles
* calcul littéral
* ordre et carrés

Observation d'une symétrie en liaison avec l'étude d'une fonction

ACTIVITE 6

Enoncé :

> On donne un carré ABCD de côté 1 et le cercle (C) de centre D et de rayon 1
> A tout point M du segment [AB] distinct de B, on associe le point N du segment [BC] tel que la droite (MN) soit tangente au cercle (C) en T
> Lorsque M est en B on convient que N est en C



Le but de l'étude est de préciser la position de M pour que la distance MN soit minimale.

Pour cela on pose : AM = x et CN = y

1) Vérifier que $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq 1$

2) a) Calculer BM en fonction de x et BN en fonction de y

b) En déduire que $MN^2 = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2$

3) a) Etablir que MN = x + y et en déduire une autre expression de MN^2 en fonction de x et y

b) En utilisant les 2 expressions de MN^2 établir que:

$$x + y = 1 - xy$$

c) En déduire y en fonction de x, puis établir que

$$MN = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

4) On obtient une fonction $f : [0;1] \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto \frac{x^2 + 1}{x + 1}$$

a) Calculer les valeurs de f(x) pour x variant de 0 à 1 avec un pas de 0,05. Les valeurs seront arrondies à 10^{-2} près.

b) Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé (Unité 10 cm)

c) Déterminer un encadrement de la valeur de x pour laquelle MN est minimale (on notera a cette valeur). De quelle nature est la réponse ?

Objectifs : Réinvestissements
* théorème de pythagore
* tangentes à un cercle issues d'un point
* $(a - b)^2$; $(a + b)^2$; calcul littéral
* exprimer une quantité en fonction d'une autre
* calculatrice ; courbe
* conjecture

5) En utilisant votre calculatrice, trouver un encadrement plus fin de la valeur de a et deviner la valeur exacte de a

6) L'objet de cette question est de vérifier le résultat précédent :

a) Calculer f(a) simplifier son écriture

b) Mettre la différence f(x) - f(a) sous la forme d'un quotient.
Développer $[x - (\sqrt{2} - 1)]^2$
En déduire une expression de f(x) - f(a) permettant d'étudier son signe pour x appartenant à [0;1]

c) Interpréter le résultat obtenu

7) Dans cette question, on se place dans le cas où AM = a et AB = 1dm

a) Calculer CN en valeur exacte

b) Faire une figure (expliquer la construction) et faire une interprétation géométrique de la valeur minimale de MN

c) On envisage la région du plan délimité par l'arc de cercle TC et les segments [TN] et [NC]. Calculer son aire en cm^2
Quel pourcentage de l'aire du carré représente l'aire calculée ?

Objectifs :
* Signe d'une expression
* Calcul littéral, $(a - b)^2$; $(a + b)^2$
* Faire une construction exacte
* Aire d'un cercle, d'un carré
* Pourcentages

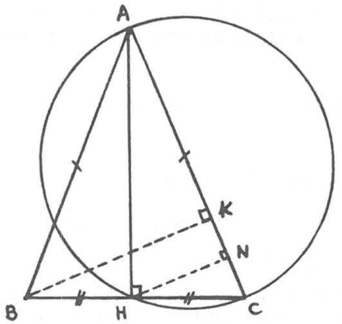
A PROPOS DES ACTIVITES PRECEDENTES

par Henri Bareil

Les études proposées font, chemin faisant ou en conclusion, découvrir un minimum ou un maximum

Nous allons envisager ci-dessous des méthodes de géométrie non analytique réalisant, aisément nous semble-t-il, cette découverte.

ACTIVITE 1



■ Le maximum de l'aire du triangle ABC est le double de celui de l'aire du triangle AHC

AC étant constante, ce maximum se produit pour le maximum de la hauteur HN , donc quand

HN = AC / 2 ($\widehat{HAC}$ = 45° et

$\widehat{BAC}$ = 90 °)

■ Remarque 1 : En utilisant la trigonométrie on obtient:

Aire de ABC = ½ (AC x BK)

= ½ AC^2 x sin ($\widehat{BAC}$) (quel que soit BAC)

d'où le maximum

■ Remarque 2 : L'activité 1 fait intervenir HC $\sqrt{AC^2 - HC^2}$

c'est à dire $\sqrt{HC^2 (AC^2 - HC^2)}$

Pour le maximum, elle ramène au maximum d'un produit de deux facteurs de somme constante, problème déjà rencontré lors des exercices analysés page 60 et page 133

ACTIVITE 4

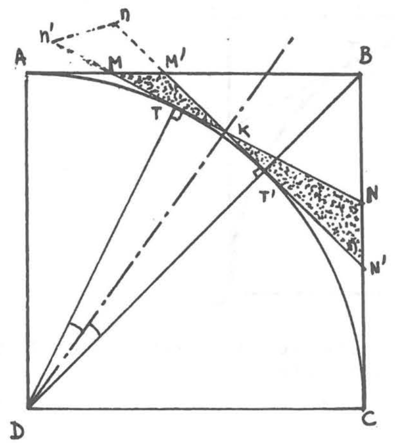
On retrouve le maximum d'un produit de facteurs de somme constante

ACTIVITE 5

■ Géométriquement l'aire du carré est minimale quand la longueur des diagonales l'est, donc quand I, J ,... sont les milieux des côtés.

■ Ce minimum correspond au maximum de l'aire d'un triangle tel que AIL, donc à celui d'un produit de deux facteurs dont la somme est constante ....

ACTIVITE 6



Recherchons le maximum de l'aire du triangle BMN

Conjecture :

elle semble être maximale lorsque T est en T' (sur [BD])

Une méthode de démonstration est la " comparaison au champion présumé " (Cf page 133):

On compare les aires des triangles BMN et BM'N' donc celles des triangles KMM' et KNN'

Pour cela il suffit de remplacer l'un deux, KNN' par exemple, par son symétrique Knn' par rapport à (DK)

On démontre (avec les longueurs de tangentes, ou des angles de sommet D, ou ...) que n' est extérieur au carré. Comme le symétrique B' de B l'est aussi,il en est de même de tout point du segment B'n', donc de n

De là aire Knn' > aire KMM' (avec égalité si T = T')
Etc...

Remarque 1 : L'aire BMN est maximale lorsque l'aire AMNCD est minimale. Or celle-ci est le double de l'aire du triangle DMN.

Nous sommes ainsi ramenés à un problème classique, traité page 133 : minimum de l'aire d'un triangle (abc) de hauteur constante [ah] et d'angle â constant.

Remarque 2 : En complétant la figure par des symétries par rapport à (AD), (AC) et D on obtient un octogone MN... circonscrit à un cercle donc l'aire d'un tel polygone est minimale quand il est régulier.

TROIS PROBLEMES D'AIRES ..., EQUATIONS ...

EQUATIONS ET METHODES GEOMETRIQUES
GENERALISATION DE SITUATIONS

par Bernard Destainville et Henri Bareil

Remarque initiale:

* Soit a,b,c les longueurs des deux côtés consécutifs d'un parallélogramme, et θ l'angle "compris".

Par intervention d'une hauteur on établit aussitôt, quel que soit θ: aire du parallélogramme = a b sin θ

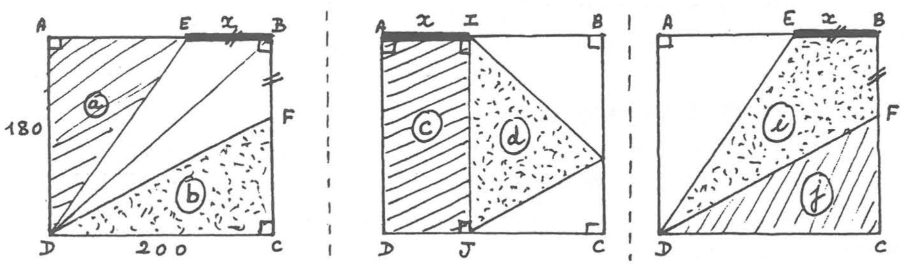
* de même, pour un triangle ABC, aire ABC = AB AC sin$\widehat{A}$

SITUATION 1

(Unité de longueur et unité d'aire correspondante et fixées, dessin "à l'échelle")

I - Dans les trois rectangles de côtés 200 et 180 ci-dessous, a,b,c,d,i,j désignent les aires hachurées ou sablées. Elles sont fonction de la distance x.

Problème α | Problème β | Problème Γ



Déterminer x tel que a = b | Déterminer x tel que c = d | Déterminer x tel que i = j

1°) Chacun des trois problèmes α, β, Γ correspond à l'une des équations suivantes:

19 x =10 (180-x) ;9 (200-x) = 10 (180-x) ; 9 (200-x) =18 x

Laquelle?

Il resterait à résoudre chaque équation (pour 0 ≤ x ≤ 200)

Mais d'abord:

2°) N'y a- t- il pas possibilité d'études géométriques simples?

Problème α: aire ADB = aire CDB et aire DEB < aire DBF (car même "base"x et hauteur DA < hauteur DC)

Donc, par différence: a > b. (Vérifier que l'équation correspondante n'a pas de solution).

Problème β: d = aire BIJC/2

Donc c = d s'écrit c = aire ABCD/2, donc x= 200/3

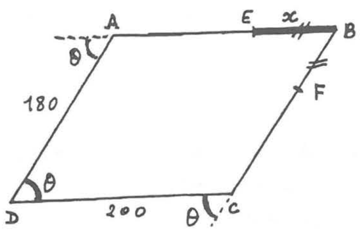
(200/3 est-il bien solution de l'équation correspondante? Est-il la seule solution?)

Problème Γ: Là, pas de méthode géométrique simple en vue.

Vive l'équation à résoudre!

3°) Prolongement: ABCD est un rectangle, or un rectangle est à la fois un parallélogramme et un trapèze isocèle. Envisageons le comportement des trois problèmes lorsque ABCD n'a que l'une des propriétés.

II - ETUDE AVEC ABCD PARALLELOGRAMME



Problème α: Vis à vis de x les hauteurs des triangles DEB et DBF deviennent respectivement 180 sin θ et 200 sin θ.

Et il n'y a rien de changé, ni à la méthode géométrique, ni à l'équation, dès qu'elle est simplifiée, ni donc au résultat.

Problème β: (avec (IJ) // (AD)). Rien de changé non plus.

Problème Γ: Idem. Les interventions de θ ne sont que provisoires.

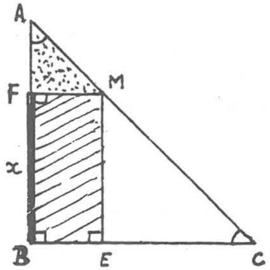
III - ETUDE AVEC ABCD TRAPEZE ISOCELE

On se donne le trapèze isocèle avec les trois longueurs de côtés en jeu ou avec deux longueurs et un angle;

Mais cette fois, il s'agit d'un nouveau problème: les méthodes géométriques disparaissent et les mises en équation cette fois utiles pour les trois problèmes sont à reprendre.

SITUATION 2

cf figure ci-dessous , avec BA = BC = 4.



Déterminer F pour que les aires T du triangle MAF et R du rectangle BEMF soient égales.

1°) Méthode 1 géométrique:

R = 2 aire BMF

donc T = R s'écrit: aire MAF=2 aire BMF c'est à dire la hauteur MF étant commune et pouvant être nulle: MF = 0 $(x = 4)$ ou AF = 2 BF $(x = 4/3)$.

2°) Méthode 2, avec mise en équation:

$x = ME = EC$ et $FA = FM = 4 - x$

Donc $T = (4 - x)^2 / 2$ et $R = x (4 - x)$.

Il s'agit de résoudre $(4 - x)^2 = 2x (4 - x)$ avec $0 \leq x \leq 4$ c'est à dire $4 - x = 0$ ou $4 - x = 2x$ Etc.

3°) Prolongement: Est-il indispensable que BAC soit rectangle et isocèle? (en gardant BFME parallélogramme). Non! Rien n'est changé s'il n'est plus rectangle ou s'il n'est plus isocèle.

SITUATION 3

I - Même figure que ci-dessus avec BAC rectangle isocèle, mais il s'agit maintenant de déterminer x tel que :

aire MEBF = aire MFA + aire MEC

1°) Méthode avec mise en équation :

Posons BE = y. On obtient $xy = x^2/2 + y^2/2$

c'est-à-dire $x^2 - 2xy + y^2 = 0$

ou encore $(x - y)^2 = 0$ D'où...

(des méthodes géométriques seront signalées bientôt)

2°) Prolongement: Envisageons ce qui se passe si $BA \neq BC$ ou si $\widehat{B} \neq 90°$

II - $\widehat{B} = 90°$ mais $BA \neq BC$

Posons BC = a et BA = c. L'égalité imposée s'écrit aussi

(1) $4xy = ac$ Or $\frac{x}{c} = \ldots = \frac{a-y}{a}$

... et on aboutit à $(2y - a)^2 = 0$ soit $y = a/2$

(même conclusion qu'en I)

III - BA = BC mais $\widehat{B} \neq 90°$ Posons $\widehat{B} = \theta$

Alors $x\, y \sin\theta = \frac{x^2}{2}\sin\theta + \frac{y^2}{2}\sin\theta$. Même conclusion.

IV - $BA \neq BC$ et $\widehat{B} \neq 90°$

On retrouve la même conclusion.

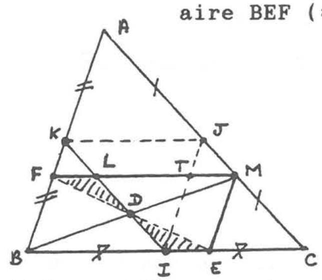
Des méthodes géométriques

Le cas général du IV peut faire l'objet d'un traitement par des méthodes géométriques:

Méthode 1: Celle de l'énoncé 25 page 60

Méthode 2: La condition imposée s'écrit :

aire BEF (= 1/2 aire BEMF)= 1/4 aire BAC



On connait une solution par l'homothétie Hom(B,1/2): E en I, F en K,...En existe-t-il d'autres?

-On peut utiliser la "comparaison au champion" (voir page 133)en comparant les aires de BEMF et BIJK donc cellec de IEMT et FTJK.

Mais voici une autre façon de comparer (BEF et BIK cette fois): d'après Hom(B,1/2) le centre D du parallélogramme BEMF est sur [IK].

Mais alors la symétrie par rapport à D prouve que:

aire DIE ≤ aire DKF donc aire BEF ≤ aire BIK.

L'étude serait la même pour $M \in [AJ]$.

Il n'y a donc pas d'autre solution que E, M, F en I, J, K.

REMARQUE POUR LES SITUATIONS 1, 2, 3:

Des considérations de géométrie affine expliqueraient pourquoi ce qui est ici valable pour rectangle ou triangle rectangle isocèle le reste pour un parallélogramme ou un triangle quelconque. Mais nous serions loin de la classe de seconde!

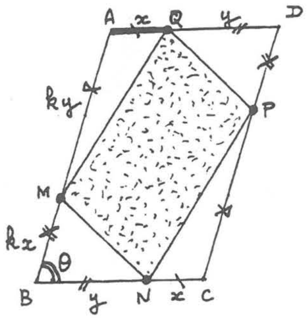
Par contre il peut être intéressant que les élèves aient pu constater, sur des exemples, des possibilités de généraliser.

PARALLELOGRAMMES ET TRIANGLES, ...

AIRES ET SINUS , ... , FONCTIONS.

par Henri Bareil

I — 1°)

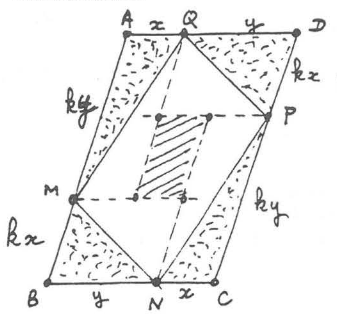


ABCD est un parallélogramme
x varie de zéro à AD et AB = k AD.
Soit I le centre de symétrie du parallélogramme ABCD.
Les dispositions des points M,N,P,Q respectent cette symétrie donc MNPQ est aussi un parallélogramme de centre I.
L'aire $\mathcal{A}$ de ce parallélogramme MNPQ présente, de façon évidente, un maximum (aire de ABCD) pour x = 0 et pour x = AD.

2°) <u>Cette aire $\mathcal{A}$ présente-t-elle un minimum?</u>

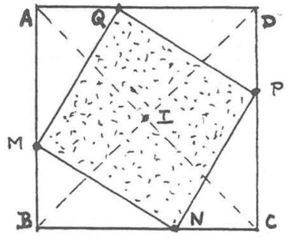
<u>Méthode 1:</u> - L'aire de ABCD est AD AB sin θ (voir aussi page 93).- Celles des triangles AMQ, BMN,... que nous allons lui enlever sont k x y sinθ/2 (voir même page).
Donc aire MNPQ = sinθ (AB.AD - 2 k x y).
Il y a un minimum pour x y maximum:
- on sait conclure dès lors qu'on a la propriété rappelée page 133
- sinon on peut étudier les variations de x y c'est à dire de: x (AD - x) en fonction de x, faire un graphique et conjecturer que le maximum se produit aux alentours de x = AD/2. On peut alors tester la comparaison de x(AD - x) au champion (cf. méthode page 133)
(Il est hors de question en seconde d'utiliser le second degré et de parachuter une forme canonique).

<u>Méthode 2</u>



Il y a un parallélogramme de départ et on lui enlève des triangles pour former un parallélogramme sur lequel on s'interroge.
"Doublons" donc les triangles en parallélogrammes: cf figure ci-contre.
Il reste un "trou", hachuré.
L'aire sablée ôtée est maximale quand ce trou est nul, donc pour M, N, P, Q milieux des côtés et seulement dans ce cas.

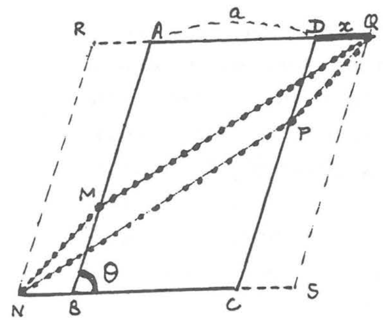
<u>Cas particulier du carré:</u>



Ce qui précède reste évidemment valable.
Mais il s'introduit de nouvelles méthodes:
- Par exemple l'invariance du carré dans des rotations (I, 90°) établit aussitôt que MNPQ est un carré.
- Le minimum de l'aire du carré a lieu pour le minimum de sa diagonale donc pour les segments-diagonales perpendiculaires aux côtés. Etc.
La simplicité de cette méthode disqualifie les autres!

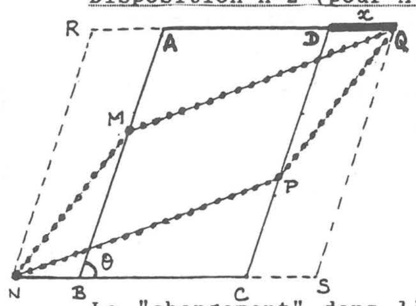
II -ET SI ON DISPOSAIT Q ET N (ou M et P) "A L'EXTERIEUR"?

<u>Disposition n°1 (pour M et P)</u>



(AB = k AD. Posons AD = a)
DQ = BN = x
$\boxed{BM = DP = kx}$
Etudions en fonction de x l'aire $\mathcal{A}$ du parallélogramme MNPQ. A partir de l'aire du parallélogramme RNSQ, et par soustraction d'aires, on obtient:
$\mathcal{A} = 2k \sin\theta \, x^2$, pour $0 \leq x \leq a$
(graphique, variation, minimum)

<u>Disposition n°2 (pour M et P)</u>

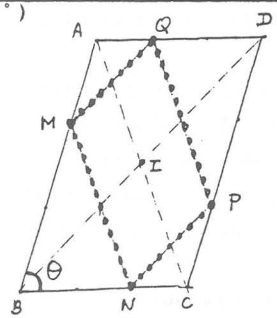


(AB = k AD. Posons AD = a)
DQ = BN = x (et $x \leq a$)
$\boxed{AM = CP = k\,x}$. Dans ce cas:
-lorsque A et M sont d'un même côté de (NQ): $\mathcal{A} = k \sin\theta \, (a^2 - 2x^2)$
-lorsque A et M sont de part et d'autre: $\mathcal{A} = k \sin\theta \, (2x^2 - a^2)$
(graphique, variation, minimum)
Le "changement" dans l'expression de a se produit pour M, N, P, Q alignés. On peut retrouver la valeur correspondante de x en appliquant l'énoncé de Thalès ou l'homothétie (par

exemple en l'appliquant aux triangles MAQ et MBN. On a aussitôt $a^2 - x^2 = x^2$)

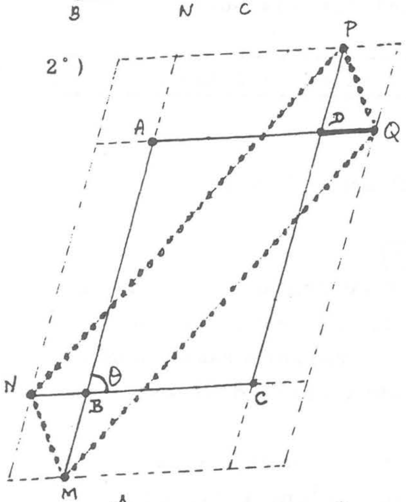
III — L'ETUDE PEUT SE PROLONGER EN UTILISANT D'AUTRES DISPOSITIONS DES POINTS M, N, P, Q, par exemple:

1°)



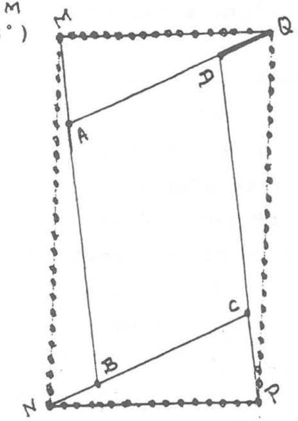
Ici AQ = CN = x et $\boxed{AM = CP = kx}$
et $\mathcal{A} = k \sin\theta \, (x^2 + y^2)$
(avec $y = a - x$)
Nous retrouvons, à un facteur constant près, l'étude de la "situation 3" page 94
(Cela s'explique avec l'énoncé de Thalès et un triangle tel que IAD).(Ici (MQ)//(BD)//(NP))

2°)



Ici DQ = BN = x et $\boxed{BM = DP = kx}$
On obtient, avec $x \geq 0$
$\mathcal{A} = 2 k \sin\theta \, (x^2 + ax)$
(graphique, variation, minimum)
(Le minimum est certes évident, de même le fait que la fonction est croissante... sans avoir besoin de calculer $\mathcal{A}$.) Ici aussi comme AP/AQ = AB/AM,... les côtés de MNPQ sont respectivement parallèles aux diagonales de ABCD.

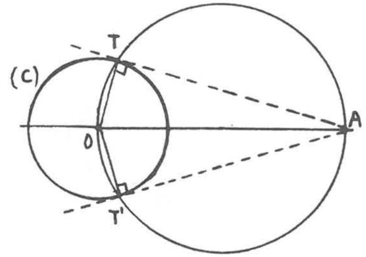
3°)



Ici DQ = BN = x et $\boxed{AM = CP = kx}$
avec $x \geq 0$.
Géométriquement l'aire $\mathcal{A}$ est toujours croissante.
Par le calcul,
$\mathcal{A}' = k \sin\theta \, (2 x^2 + 2 a x + a^2)$.

TANGENTES A UN CERCLE
... issues d'un point donné,

On appelle (C) le cercle donné de centre O et A le point donné extérieur au disque



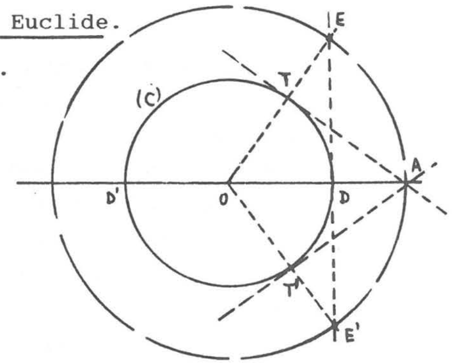
1 - Construction proposée par Euclide.

On construit le cercle de diamètre [OA], ce cercle coupe le cercle donné en deux points T et T'
Les droites (AT) et (AT') sont tangentes au cercle (C)

Outils utilisés :

- Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit (4ème).
- Positions relatives de deux cercles (?)
- Tracer, reconnaître la tangente à un cercle en l'un de ses points (4ème)

2 - Autre construction proposée par Euclide.



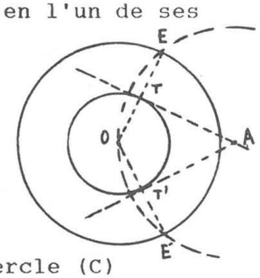
La droite (OA) coupe (C) en D et D'.
Soit D le point appartenant à (OA)

On trace la perpendiculaire à (OA) passant par D
Elle coupe le cercle de centre O et de rayon OA en E et E'.
(OE) et (OE') coupent le cercle en T et T'
Les droites (AT) et (AT') sont tangentes au cercle (C)

Outils utilisés:

- Conservation des angles par réflexion (3ème et 2nde)
- Positions relatives de deux cercles (?)
- Tracer, reconnaître la tangente à un cercle en l'un de ses points (4ème)

3 - Construction proposée par Archimède.



On trace le cercle (C') de centre O de rayon double
On trace le cercle de centre A et de rayon OA qui coupe (C') en E et E'
Les droites (OE) et (OE') coupent (C) en T et T'
Les droites (AT) et (AT') sont tangentes au cercle (C)

Outils utilisés:

- Médiane dans un triangle isocèle (4ème)
- Positions relatives de deux cercles (?)
- Tracer, reconnaître la tangente à un cercle en l'un de ses points (4ème)

REPRESENTATIONS PLANES DE SOLIDES

par Henri Bareil

- Quelques aperçus ... "ponctuels" ...
- Nous renvoyons, pour des études approfondies, à la brochure APMEP annoncée p. 52

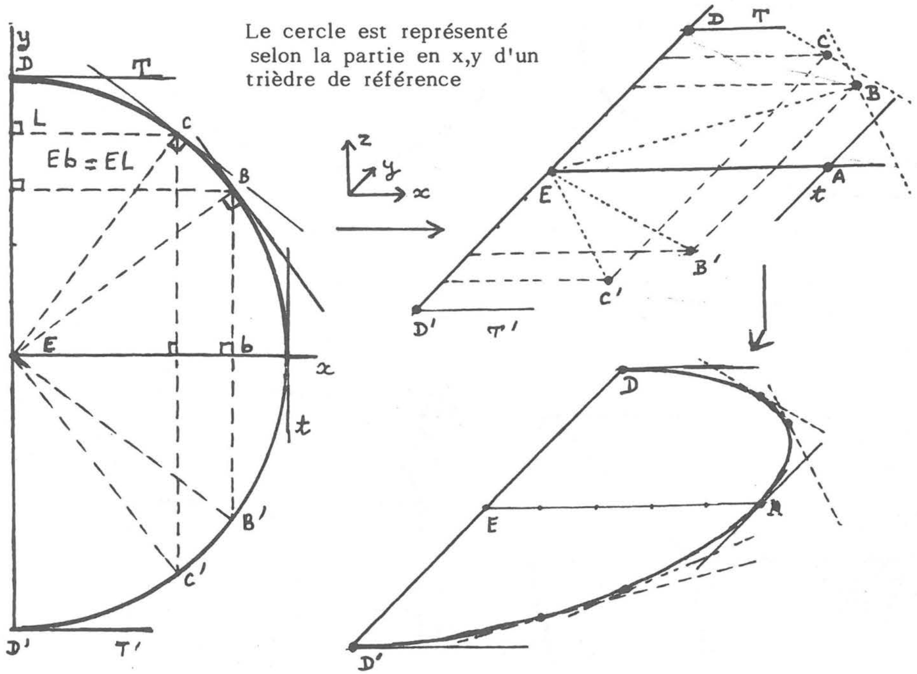
1. LE CYLINDRE DE REVOLUTION (en perspective cavalière)

1. Les bases sont représentables par des disques

Cette possibilité est souvent négligée. Or elle peut faciliter des constructions ou des résolutions graphiques de problèmes (Cf. page suivante).

2. Bases représentées par des ellipses

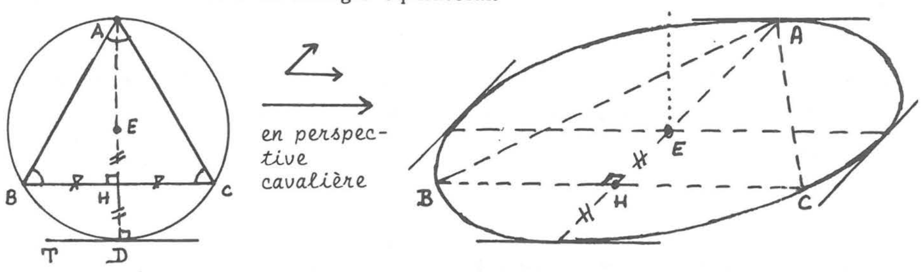
Les tracés d'ellipses sont amplement abordés dans la "brochure AUDIBERT"
Les dessins de Charles PEROL, page suivante, utilisent un tracé "par 12 points" auquel se prêtent admirablement les dimensions du problème traité :



La tangente au cercle en C est parallèle à (EB') (Bon exercice)
Cette propriété se conserve pour l'ellipse qui représente le cercle. De même pour les autres points. D'où les tangentes à l'ellipse en C, B, B', C', A, B, ...
Nous obtenons ainsi un tracé de l'ellipse par "points et tangentes" (12 points et les tangentes à l'ellipse en ces points.)
Deux diamètres perpendiculaires du cercle, tels (EB') et (EC) donnent deux diamètres conjugués de l'ellipse.

2. PYRAMIDE REGULIERE A BASE TRIANGULAIRE

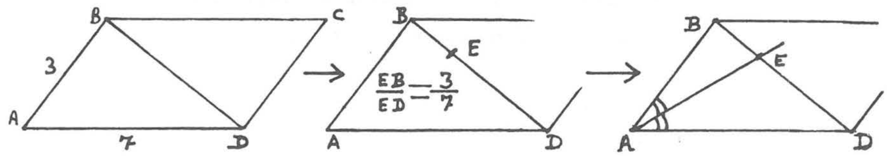
Cette base est alors un triangle équilatéral:



3. A PROPOS DE L'ORTHOGONALITE : Cf. problème n° 41 p. 65

4. A PROPOS DES BISSECTRICES (Cf. propriété démontrée p. 128)

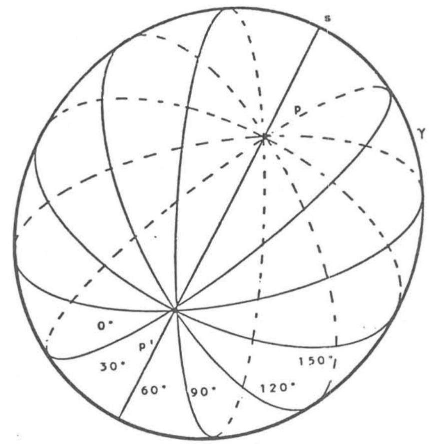
ABCD est, par exemple, la face supérieure d'un pavé droit de dimensions connues. Il s'agit de tracer la bissectrice de $\hat{A}$.



(Le rapport EB/ED est conservé en perspective cavalière)

5. LA SPHERE - TERRE

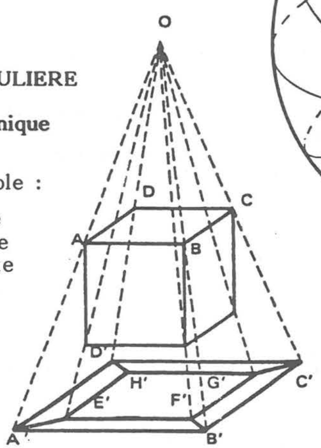
Si l'équateur est représenté par une ellipse, les pôles ne sont pas sur le "contour apparent". Cf. dessin ci-contre de la brochure AUDIBERT, avec les méridiens,(ou les images de la Terre vue des satellites...).



6. PYRAMIDE REGULIERE à base carrée, et projection conique d'un cube.

Un dessin possible :

On suppose la pyramide transparente ...



LA FOURME DE LOZERE

"Une fourme de Lozère, cylindrique, a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 8 cm. On peut repérer le centre de la face supérieure. Nous l'appellerons c. On partage cette fourme en deux par un coup de couteau vertical.

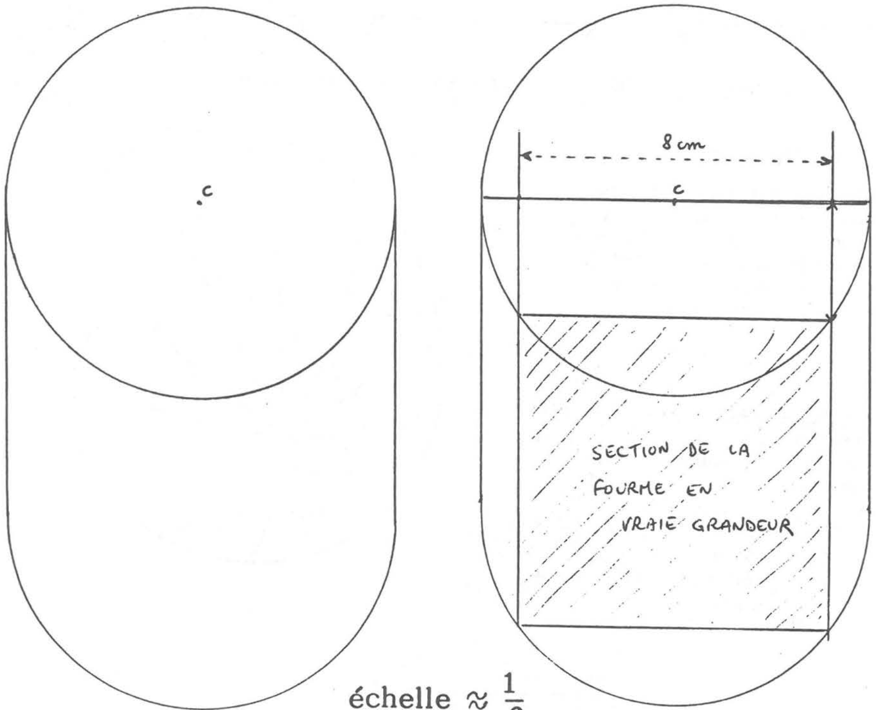
A quelle distance de c faut-il couper pour que la section soit carrée ?"

(Problème proposé au sein de l'équipe de Gérard AUDIBERT)

Vivent, ici, les solutions graphiques !

Solution graphique de Bernard PARZYSZ

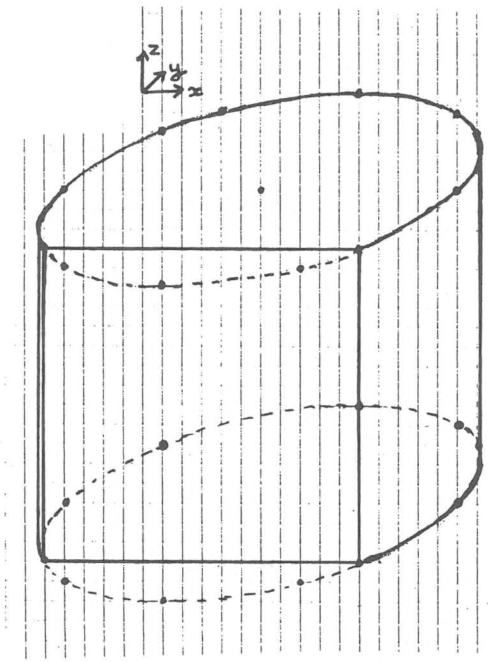
... où les bases sont représentées par des disques.

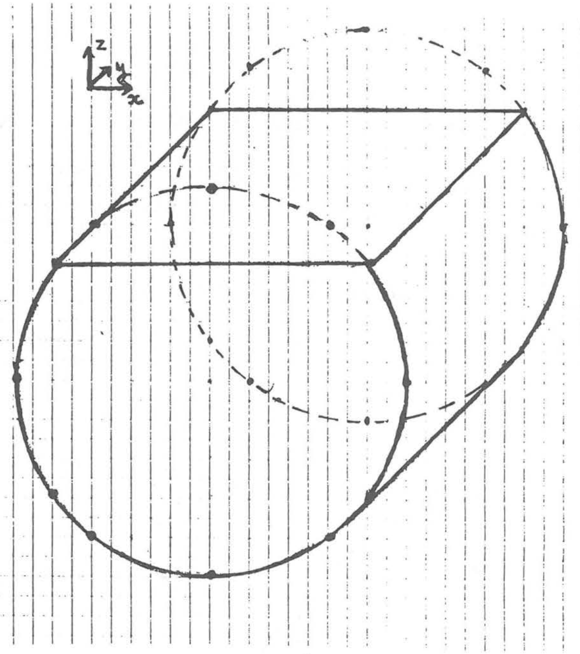


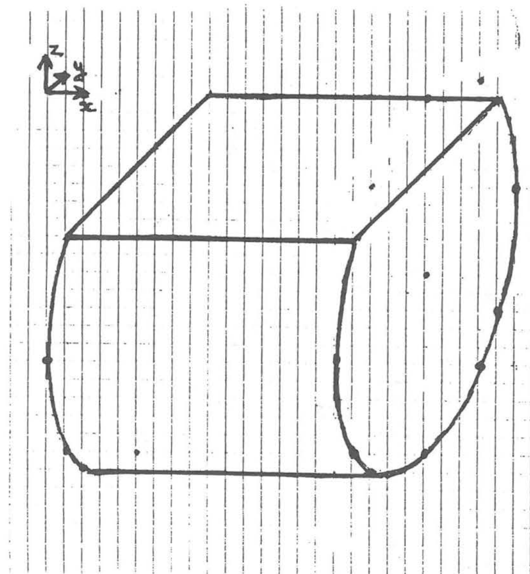
échelle $\approx \frac{1}{2}$

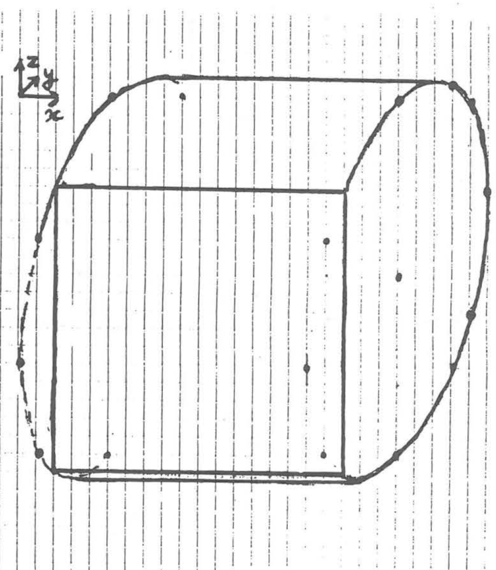
Solutions graphiques de Charles PEROL

... dans l'une, les bases sont aussi représentées par des disques.
Pour les tracés d'ellipses utilisés ici, voir pages précédentes









UNE SECTION D'UN CUBE

par **Charles PEROL** (Extrait de la brochure APMEP n° 43 - Un texte toujours d'actualité !, avec quelques légers débordements éventuels du programme de Seconde, cependant que la pratique actuelle des solides au Collège doit faciliter les choses -.)

Il s'agit avec un groupe de travail d'enseignants d'étudier l'exploitation en Seconde d'une tâche technique précise dont l'énoncé ne comporte pas de difficulté de compréhension. Ce thème peut être utilisé dès le début de l'étude de l'espace et même dès le début de l'étude de la géométrie en Seconde.

Les élèves reçoivent dès l'abord du travail l'énoncé ci-dessous :

Le cube coupé en deux

ABCD est un carré de 10 cm de côté ; AA', BB', CC', DD' sont les 4 arêtes, perpendiculaires au plan ABCD, d'un cube ABCDA'B'C'D'.

Le point P est situé sur l'arête AB à 8 cm de A
Le point Q est situé sur l'arête A'B' à 2 cm de A'
Le point R est situé sur l'arête D'C' à 8 cm de D'

Le plan PQR coupe le cube en deux morceaux. On se propose de réaliser des maquettes (grandeur réelle) de ces 2 morceaux :

a) en carton mince
b) en polystyrène expansé.

Question subsidiaire : volume des morceaux.*

Pour les élèves il s'agit d'un thème très fermé ; les seules libertés qui leur sont laissées sont :

a) pousser plus ou moins loin la réalisation,
b) choisir des méthodes de réalisation et d'étude.

En développant ce thème, j'essayais d'apporter une réponse à une question posée à Clermont-Ferrand en juin par Michel Manivel : "Comment peut-on traiter un thème spatial sans avoir acquis préalablement un minimum de connaissances théoriques ? Quel est le minimum indispensable ?"

Je me proposais de persuader les participants du groupe qu'il est possible de commencer par un thème et de l'utiliser pour motiver les études théoriques qui conduisent aux résultats fondamentaux.

Le travail sur ce thème durera dans la classe pendant au moins 4 heures, probablement 6 heures, peut-être plus. Il importe qu'à chaque séance :

— la tâche technique progresse,
— des résultats généraux soient acquis et notés.

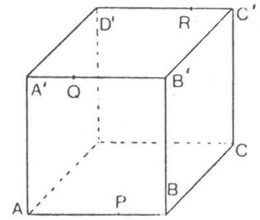
Dans ce que je vais écrire ici, il est difficile de discerner ce que j'avais prévu avant la séance, ce qui a été apporté par les participants et ce que j'ai modifié depuis la séance sous l'influence de ce qui a été dit.

Le découpage que je propose est seulement indicatif. Le maître doit être prêt à l'ajuster constamment suivant les réactions de la classe.

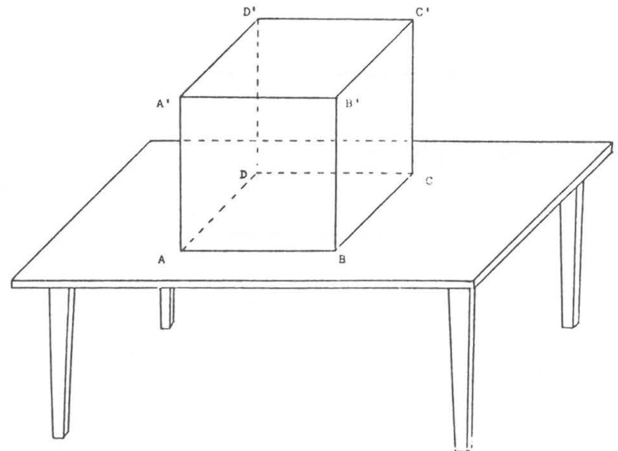
Première séquence : (les séquences ne sont pas d'égales durées, celle-ci est courte).

Faire dessiner une figuration plane de la situation. Je pense que la grande majorité des élèves, à cause de leur vécu, donneront la représentation ci-dessous.

Un petit débat aura lieu dans le groupe sur cette question. Je crois que la plupart des participants ont été d'accord sur ce point.



Je crois qu'il y a même intérêt à représenter le cube posé sur une table :



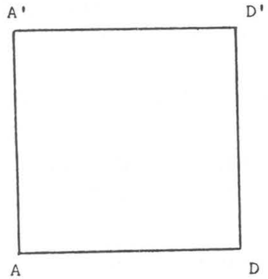
Contenus à dégager :

— par 3 points non alignés il passe un plan et un seulement,
— si une droite (PQ) a deux points dans un plan, elle y est contenue toute entière.

Deuxième séquence (plus longue)

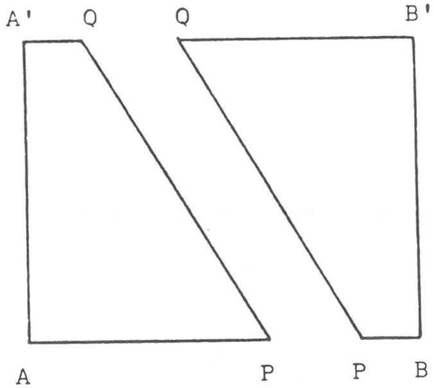
Faire amorcer la construction en papier.

Face de "gauche" du morceau de gauche

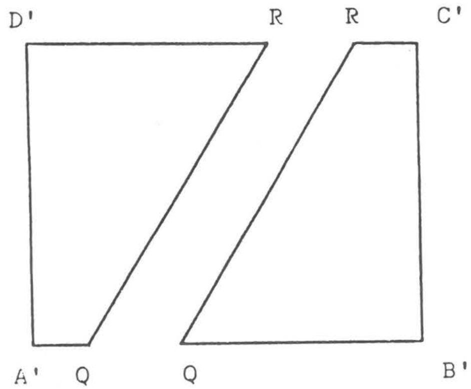


Le carré ADD'A' n'est pas coupé par le plan PQR. Je crois que pour les élèves aucun problème ne se pose. Il ne serait pas opportun de couper les cheveux en quatre.

Faces avant : pas de problème

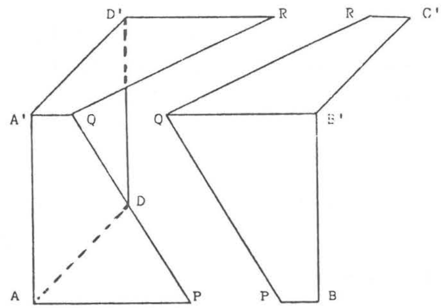


Faces supérieures : pas de problème



Faire réaliser les morceaux ci-dessus en vraie grandeur dans le carton prévu par l'énoncé et les assembler par exemple en scotchant. Faire dessiner ce que nous avons obtenu.

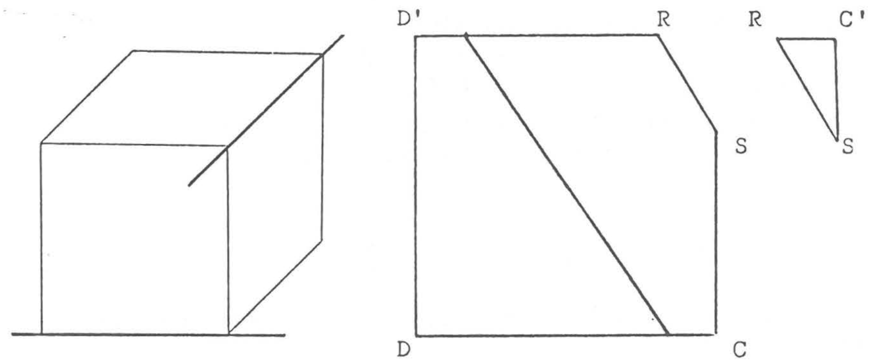
Contenus à dégager : (?)

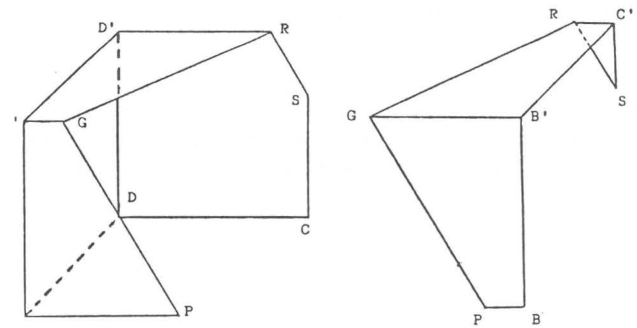


Troisième séquence

Poursuite de la construction en papier. Face arrière : il faut reconnaître que le plan PQR coupe les faces arrière et avant suivant des droites parallèles.

A cette occasion on discutera les positions relatives de 2 droites dans l'espace et on exhibera, sur le cube c'est facile, des droites qui n'ont aucun point commun sans être parallèles.



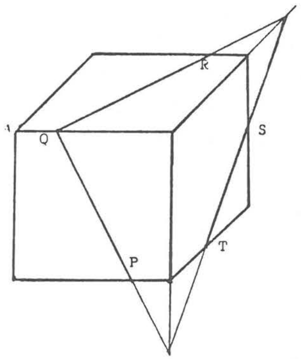


Contenus à dégager dans la synthèse :

— si 2 plans distincts ont 1 point commun alors ils ont une droite commune,
— positions relatives de 2 droites dans l'espace,
— notion de plans parallèles,
— positions relatives de 2 plans,
— sections par un plan (Π) de deux plans parallèles (Π′) et (Π″).

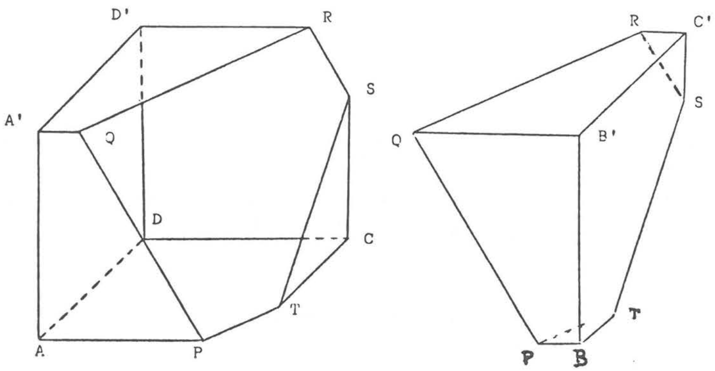
Et aussi figuration des droites parallèles en perspective cavalière.

Remarque : quelques participants ont pensé que des élèves pourraient préalablement chercher l'intersection avec la face de droite de la manière suggérée par le croquis ci-dessous et en déduire les intersections avec la face arrière et la face inférieure.



Quatrième séquence :

Réinvestissement de ce qui précède pour déterminer les faces inférieures (pas de nouvelle difficulté) et détermination des faces de droite. Assembler.



Cinquième séquence :

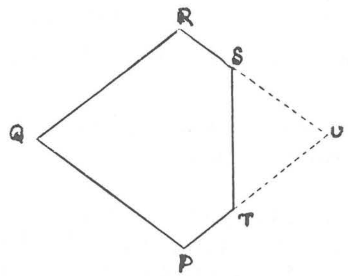
Etude de la face PQR.

Cette séquence est difficile.

Il nous a semblé que dans un premier temps, les élèves verraient bien :

a) que la face a 5 côtés,

b) que PQ et RS sont parallèles ainsi que QR et PT.



Nous avons aussi pensé qu'en tenant compte des particularités de dimension AP = DR, les élèves trouveraient vite que PQ = QR et qu'ils trouveraient ces longueurs sur les figures déjà dessinées.

Nous avons pensé qu'ils auraient de la même manière PT = RS et la longueur commune est construite.

La difficulté provient de la détermination de "l'aplatissement" du losange PQRU.

Les méthodes envisageables sont variées. Il serait bien que les diverses équipes dans la classe trouvent des méthodes diverses. La synthèse serait riche.

Il a semblé au groupe qu'il ne serait pas mauvais d'exploiter les particularités dimensionnelles déjà signalées pour obtenir $\vec{PR} = \vec{BC'}$ et $PR = 10\sqrt{2}$ cm.

La construction en résulte.

Avec un énoncé modifié, pour éviter cette particularité, que peut-on faire ?

a) En coupant par 2 plans passant par P et R parallèles à ADD′A′, on isole un pavé sur lequel PR est une diagonale. La longueur PR en résulte d'après le programme de 3ᵉ.

b) En coupant par le plan perpendiculaire au plan ABCD et passant par P et R, on obtiendra graphiquement le même renseignement.
Ce sera l'occasion d'introduire la notion de plans perpendiculaires...

c) En choisissant un repère orthonormé (la situation s'y prête), on pourrait grâce au produit $\overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{QR}$ calculer l'angle Q.
Mais cela relèvera de la 1ère S.

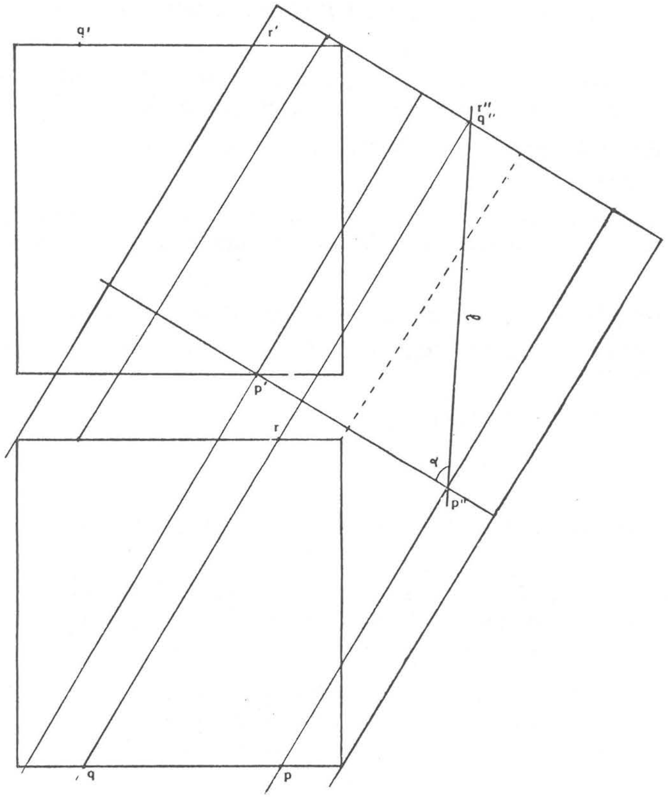
d) En coupant par un plan perpendiculaire à la direction QR, on obtiendra la distance ℓ des parallèles PT et QR. On obtiendra en même temps la mesure ou la construction du rectiligne α des dièdres d'arête PT et QR.

Ce renseignement permettra à la fois d'achever les constructions en carton et de régler le fil-coupeur pour la seconde réalisation demandée.

La voie d permet et demande de préciser les contenus apparentés aux notions de :

— droite perpendiculaire à un plan,
— plans perpendiculaires,
— dièdre.

Pour toute cette partie la figuration en perspective cavalière est inadéquate. C'est une occasion d'introduire la figuration de Monge et de pratiquer un changement du plan frontal de projection (ou de le choisir d'emblée de manière pertinente). Voyez la figure :



Objectifs poursuivis

A) *En groupes d'enseignants :*

— persuader les participants qu'on peut partir d'un problème et, chemin faisant, dégager une bonne partie des résultats théoriques qu'on souhaite obtenir dans la classe.

— persuader les participants que cette méthode conduit les élèves à une bonne attitude vis-à-vis de la géométrie et plus généralement des maths.

— persuader les participants que sans partir d'une axiomatique on peut néanmoins raisonner et déduire.

B) Dans la classe de Seconde

— donner aux élèves la bonne attitude mentionnée ci-dessus,

— contribuer à former la vision de l'espace,

— faire acquérir quelques résultats théoriques.

La tâche technique (couper le cube) est un thème. Pour les élèves elle apparaît comme le but et il est bien qu'il en soit ainsi. Elle apporte la motivation et l'encouragement. Elle ne doit pas être dévalorisée aux yeux des élèves.

Elle est le moyen de validation des connaissances et des méthodes de travail acquises.

Prolongement possible pour les plus rapides

Problème analogue mais avec 3 points choisis de manière plus vicieuse, ce qui exigera de faire intervenir des points extérieurs.

P sur le segment AB
Q sur le segment A'D'
R sur le segment CC'

Remarques diverses :

— Je considère comme essentiel que le thème concerne une figure "épaisse". Je crois satisfaire ainsi une exigence formulée par Rudolph Bkouche.
— Il me semble intéressant que le thème soit fermé. Il ne s'agit pas d'étudier dans l'abstrait et le vague "les" sections planes du cube.
— Peut-être pourra-t-on dans les diverses équipes de la classe varier les données, mais pour chacune d'elles le problème sera fermé.

---

*N.D.L.R : Le calcul des "volumes des morceaux" (cf. p. 99) n'est pas immédiat ...

PLAN, PLAN, PLAN ET RANTANPLAN

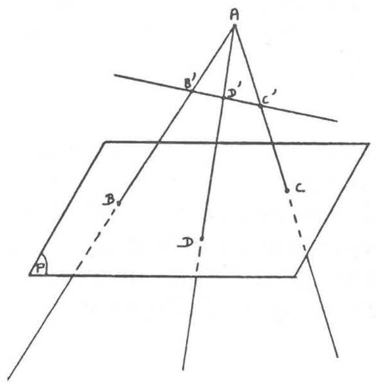
Extrait de la brochure n° 27, due à Michel de COINTET et à son équipe d'alors, brochure toujours d'actualité !

Pour comprendre la géométrie de l'espace, il est nécessaire de manipuler des solides. Cependant cela ne suffit pas pour bien appréhender les diverses règles d'incidence. La contemplation de représentations erronées de figures de l'espace permet de dégager, en corrigeant les erreurs constatées, les diverses règles d'incidence et en facilite le mode d'emploi.

Cette fiche est composée de deux parties :

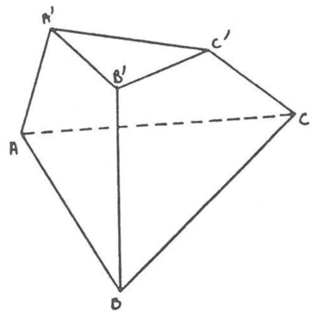
1) Dans la première, on demande d'analyser et de critiquer un dessin d'une figure de l'espace.
2) Dans la deuxième, on demande de reconnaître si un dessin en perspective cavalière représente une figure de l'espace ou non.

I - 1) On considère un plan P, deux points distincts B et C de ce plan, et A un point qui n'appartient pas à ce plan.



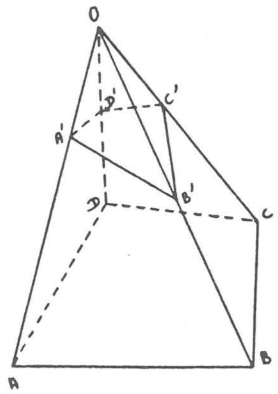
Soit B' un point de (AB) et C' un point de (AC). Une droite passant par A coupe (B'C') en un point D' et le plan P en un point D.
Le dessin est faux. Pourquoi ?
Faire un dessin exact.

2) On a voulu représenter sur le dessin suivant un tétraèdre ABCD tronqué.



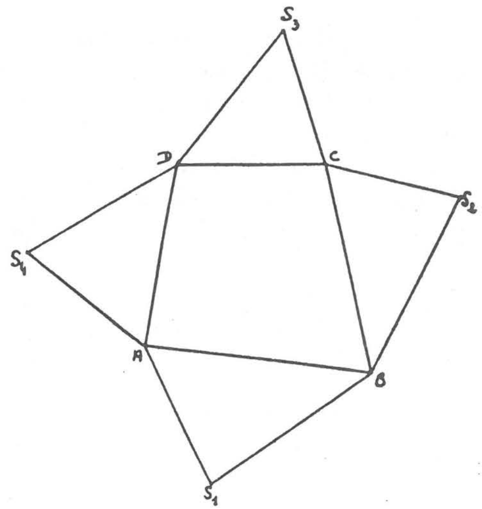
Mais ce dessin est faux. Pourquoi ?
Faire un dessin exact.

3) On considère une pyramide OABCD. L'intersection de cette pyramide et du plan (A'B'C') est un quadrilatère A'B'C'D'.

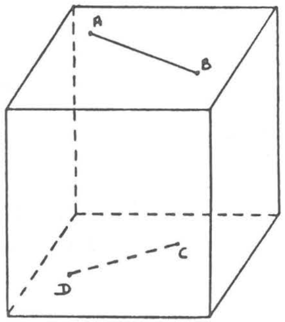


Ce dessin est faux. Pourquoi ?
Faire un dessin exact.

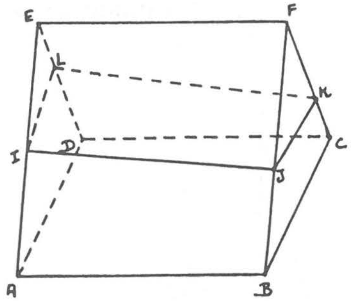
4) Voici un « patron ». Permet-il d'obtenir une pyramide de sommet S et de base ABCD ?
Réaliser le patron d'une pyramide.



II - 1) Les segments [AB] et [CD] appartiennent à deux faces opposées du cube. Le quadrilatère ABCD est-il un quadrilatère plan ?

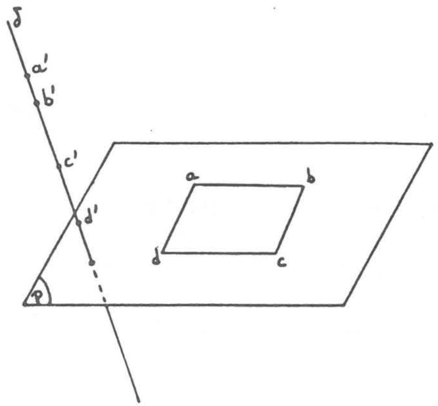


2) ABCDEF est un prisme, les quadrilatères ABCD, ABFE et CDEF étant des parallélogrammes. Le quadrilatère IJKL est-il un quadrilatère plan ?

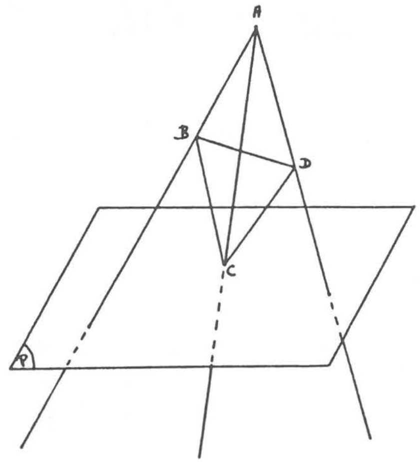


3) a, b, c, d sont les projections sur P parallèlement à δ de quatre points, A, B, C, D de l'espace et a', b', c', d' sont les projections sur δ parallèlement à P de ces mêmes points.

abcd est un parallélogramme ; ABCD est-il un quadrilatère plan ?



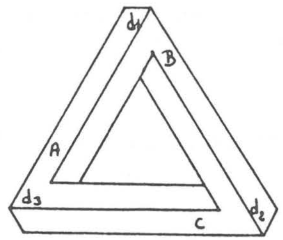
4) Sur le dessin ci-contre, le quadrilatère ABCD est-il un quadrilatère plan ?



III

A titre de curiosité

Voici un dessin du triangle de Penrose. Il n'existe pas d'objet de l'espace dont il soit la représentation plane si l'on donne comme hypothèses :



1. Les lignes droites du dessin sont des lignes droites dans le modèle réel.
2. Les parties A, B et C sont des surfaces planes.
3. Les plans A et B se coupent selon la droite d_1, les plans B et C selon la droite d_2, les plans C et A selon la droite d_3.

Démonstration :

Trois plans dont aucun n'est parallèle à l'un des deux autres doivent avoir leurs droites d'intersection soit parallèles, soit concourantes en un point P. Les plans A, B et C sont dans la situation décrite ci-dessus. Cependant les droites d_1, d_2 et d_3 ne sont ni parallèles ni concourantes. Ce dessin n'est donc pas la représentation plane d'une figure de l'espace.

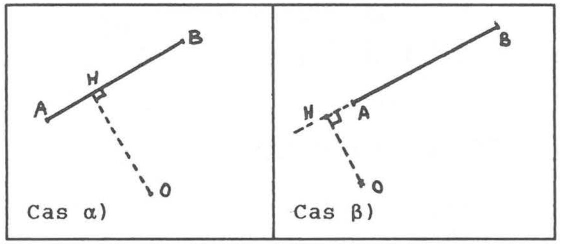
GENERATIONS D'AIRES ET DE VOLUMES

EQUATIONS, FONCTIONS ET GRAPHIQUES ....

par Henri Bareil

PREMIERE PARTIE : DANS LE PLAN

1 - Couronne circulaire ?



Cas α)   Cas β)

Quand [AB] tourne d'un tour complet autour de O Quelle surface [AB] engendre-t-il ?

Désignons par y l'aire de cette surface

Peut-on calculer y avec les seules données numériques de OA et OB ? ou celles de OA et OH ? ou celles de OB et OH ?

[Il y a plusieurs cas de figure (On peut, à cette occasion, définir la distance d'un point à une figure à propos de la distance de O à [AB]) Il y a là un bon exercice simple de régionnement du plan]

Peut-on avoir y = 0 ?

2 - Avec un alignement ...

OE = AB = 2

On pose OA = x (avec $x \geq 2$)

Faisons tourner d'un tour complet autour de O

1°) Exprimer en fonction de x

- le périmètre p de la couronne circulaire Γ engendrée par [AB]
- la différence d entre les longueurs des deux cercles frontières de Γ. [dépend-elle de x ? Ce résultat fait souvent l'objet d'un habillage ... avec, par exemple, OA rayon d'un orange, puis OA rayon de l'Equateur de la Terre]
- l'aire y de Γ
- l'aire z de la couronne circulaire engendrée par [EB]

2°) Représenter graphiquement les variations de p, d, y, z lorsque x varie de 2 à 12

3°) Calculer x pour avoir $z = y + 5\pi$; puis pour avoir $z = y + 7\pi$
Evaluer graphiquement x pour avoir $z = 3y$

4°) Lorsque A est le milieu de [EB] , [EA] et [AB] engendrent-ils des aires égales ?
Lorsque A =E , quel est le rapport de l'aire Γ à celle engendrée par [OE]?

DEUXIEME PARTIE : DANS L'ESPACE

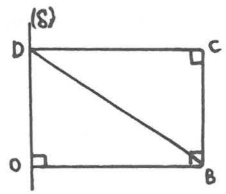
Nous considèrerons des figures planes F tournant d'un tour complet (révolution) autour d'un droite (δ) de leur plan.

I - 1°) Quels solides obtient-on lorsque F est :

- un rectangle dont un côté est sur (δ) ?
- un triangle rectangle dont un coté est sur (δ)?
- un demi-disque dont le diamètre-frontière est sur (δ)?

2°) Semble-t-il que deux aires égales engendrent deux volumes égaux ?

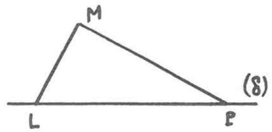
II - 1°)



Que dire des aires OBD et BCD ?

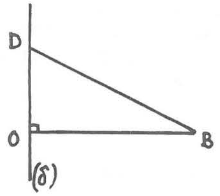
Calculer le rapport des volumes engendrés par OBCD et par OBD puis celui des volumes engendrés par OBD et BCD

2°)



Soit (V) le volume engendré par la rotation de MLP autour de (δ). Que devient (V) lorsque [LP], de longueur invariable, glisse sur (δ) ?

3°)



On impose OB + OD = l longueur donnée

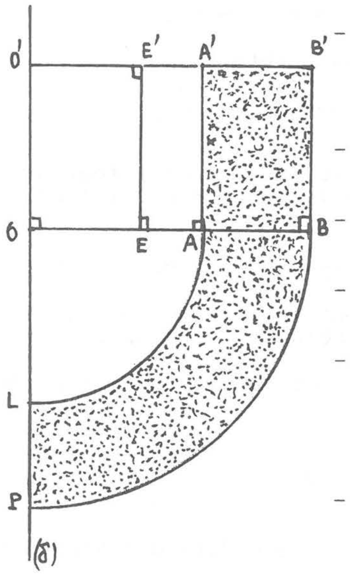
Exprimer en fonction de OB le volume V' engendré par OBD dans sa révolution autour de (δ)

Représenter graphiquement la variation de V' lorsque OB varie de 0 à l avec l = 10

En déduire une évaluation de OB lorsque V' est maximum.

4°) Même figure qu'au 3°) et même étude mais DB = l, constante (et non plus OB + OD = l)

III - Désormais OE = AB = 2 , OO' = 3 et on pose OA = x (avec $x \geq 2$)



1°) Exprimer en fonction de x :

- l'aire S du "manchon cylindrique" obtenu par la révolution de ABB'A' autour de (δ)
- le volume V de ce manchon.
- le volume v engendré par le triangle O'EB
- le volume v' engendré par le triangle OA B
- le volume V' engendré par le quart de couronne circulaire formée par les quarts de cercle de la figure
- le volume W engendré par l'aire sablée
  Calculer W pour x = 3

2°) En changeant l'unité de l'axe des ordonnées, peut-on utiliser les représentations graphiques de la première partie ("Dans le plan") pour obtenir, ici, celles de V, v , v' lorsque x varie de 2 à 12 ?

A PROPOS DE LA GEOMETRIE DANS L'ESPACE

par Pierre DESSEIN

L'utilisation fréquente, voire permanente, de la géométrie dans l'espace (et a fortiori de la géométrie plane incluse) pourrait permettre:

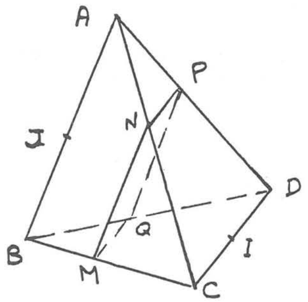
- L'implantation d'images mentales, garde-fous sécurisants pour les abstractions futures.
- La disparition des phénomènes de rejet chez les élèves ayant peu de dispositions initiales pour l'abstrait.
- La disparition de cloisonnements artificiels entre les différents types d'activités mathématiques.
- Le traitement plus rapide et plus souple de la plupart des requis exigibles dans la cadre d'un cours "anti-magistral".
- Un apprentissage privilégié du raisonnement.

L'optique et les axes d'un tel travail pourraient se résumer dans le tableau joint.
Je suis bien évidemment conscient des difficultés et des critiques nombreuses et légitimes que ces quelques suggestions pourront engendrer.

Phases de l'étude		Avantages d'ordre pédagogique
1 Description Compréhension de l'objet		Réactivation des connaissances du collège
2 Conjectures ou Problématiques spontanées ou à faire naître...(discrètement...)		Apprentissage du processus d'ANALYSE
3 L'outillage disponible est-il suffisant?	COURS	- Les situations génèrent le cours (et non le contraire!) - Processus plus naturel et moins ennuyeux. -Plus de question classique "A quoi ça sert?", l'utilité étant en amont. - Besoin (irrépressible?) de colmater les lacunes.
4 SYNTHESE RESOLUTION + DISCUSSION (des questions isolées, au choix, non limitatives)		Fonctions, étude qualitative ou quantitative Mises en équation Approximation, intervalles Discussion (en particulier avec données littérales si le niveau le permet)

EXEMPLE I

SECTION D'UN TETRAEDRE REGULIER PAR UN PLAN PARALLELE A DEUX ARETES



ABCD est un tétraèdre régulier (a = 10).

1) Observation du tétraèdre: angles des faces, directions relatives des arêtes, de (CD) et (ABI).

Section par un plan parallèle à (AB) et (CD).

Nature de MNPQ ? Choix de M pour que MNPQ soit un carré ?

2) On pose BM = x. Ecrire l'aire A(x) de MNPQ en fonction de x. Etude de la fonction A: $x \mapsto A(x)$.

Encadrement de A(x) pour $4 \leq x \leq 5$.

3) Lieu du centre G de MNPQ quand M décrit [BC].

4) Comparer $\vec{GC} + \vec{GD}$ et $\vec{GI}$, $\vec{GA} + \vec{GB}$ et $\vec{GJ}$.

Si x = 5, calculer $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD}$.

5) Dans le plan (BCD), on condidère le repère $(B,\vec{i},\vec{j})$ tel que C(10, 0) et D(5, $5\sqrt{3}$).

- Faire la figure en vraie grandeur.
- Démontrer que pour x = 5, (AG) est orthogonale à (BCD)
- Déterminer le point $\mathcal{G}$ intersection de (AG) et (BCD).
- Quel est le lieu de $\mathcal{G}$ si $x \in [0,10]$?

<u>Notions de cours rencontrées:</u>

- *mise en place de notions de géométrie dans l'espace*
- *rappels de géométrie plane*
- *exemple de fonction*
- *repérage dans le plan*
- *calcul de radicaux, encadrements.*

EXEMPLE II

AIRE D'UN PARALLELEPIPEDE RECTANGLE

1) Un pavé droit a pour base un carré de côté 5 cm et a une hauteur de 2 cm.

On le peint à l'aide de deux peintures de qualités différentes:

4 centimes le cm² pour le fond et le couvercle,

2 centimes le cm² pour les faces latérales.

Calculer le coût de ce travail

2) Démontrer que, si pour un volume fixe de 128 cm³, la base mesure x (en cm) et la hauteur h (en cm) alors le coût p(x) est :

$$p(x) = 8\,x^2 + \frac{1024}{x}$$

3) Représenter graphiquement les fonctions :

$$f : x \mapsto 8\,x^2 \quad \text{et} \quad g : x \mapsto \frac{1024}{x}$$

En deduire la courbe représentative de p et déterminer ainsi les dimensions à choisir pour que la dépense soit minimum.

<u>Notions rencontrées</u>

- *volume d'un parallélépipède.*
- *fonctions "carré" et "inverse".*
- *représentation graphique d'une somme de fonctions.*

EXEMPLE III

UNE PYRAMIDE A BASE CARREE

SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un carré de centre O, (SO) est la hauteur de la pyramide (O est le centre du carré), I le milieu de [AB], avec SO = h, et aire de SAB = h².

On appelle x la mesure de l'angle de (SO) avec (SI).

Montrer que tan x = cos x.

Calculer alors sin x, cos x, tan x.

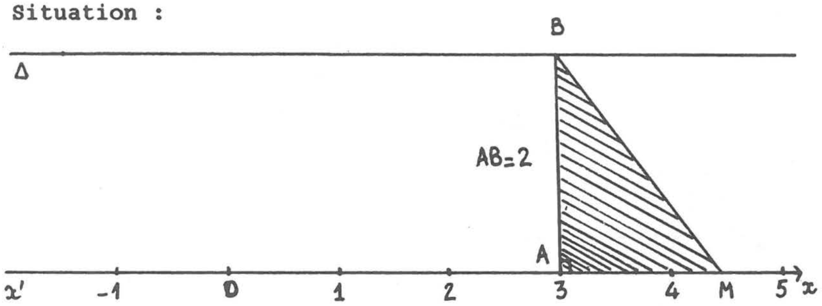
C'est là une application de la trigonométrie à une situation issue de la géométrie dans l'espace.

FONCTIONS $x \mapsto |x - a|$

et graphique

Par Irneh LIERAB

Situation :



Un point M décrit l'axe x'x . On pose OM = x

1°) Le dessin ci-dessus correspond à $\underline{x \geq 3}$
<u>Dans ce cas</u> et sans utiliser de valeur numérique de x (sinon à titre de contrôle) :

- exprimer en fonction de x la distance AM

- l'aire S du triangle ABM est ½ x AB x AM et AB = 2
exprimer S en fonction de x

2°) Refaire un dessin pour $\underline{x \leq 3}$
Répondre ensuite, <u>dans ce cas</u>, aux mêmes questions que ci-dessus

3°) Prendre deux axes de coordonnées rectangulaires et représenter graphiquement S en fonction de x (ce qui comprend les deux cas précédents).

4°) La distance AM peut s'exprimer, en fonction de x, par une valeur absolue. Laquelle ?

5°) Exprimer S en utilisant la notation valeur absolue. Lorsque x varie, quelle est la représentation graphique de la variation de S ?

6°) Reprendre les 4° et 5° précédents lorsque A est le point d'abscisse 5

7°) Reprendre les 4° et 5° précédents lorsque A est le point d'abscisse -2

D'AUTRES EXEMPLES, VOISINS,

A PARTIR DE SITUATIONS GEOMETRIQUES

Les exemples présentés ici conduisent à l'étude de fonctions affines par intervalles.

Le programme précise que les exemples de fonctions définies sur une réunion d'intervalles ne doivent pas être multipliés.

D'autre part l'étude de telles fonctions hors de contexte (définies par valeurs absolues)est <u>**" hors programme "**</u> (sauf $x \longmapsto |x - a|$)

Nous présentons néanmoins ces activités car :

1 - elles sont issues de problèmes de géométrie du plan ou de l'espace

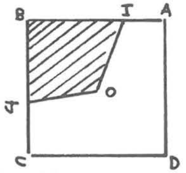
2 - les deux premières sont illustrables à l'aide du logiciel AIRECT faisant partie des "IMAGICIELS POUR LA CLASSE DE SECONDE" réalisés par le C.R.E.E.M. C.N.A.M.

Nous pensons qu'il ne serait pas souhaitable de multiplier ce genre d'études, mais il n'y a pas non plus de raison de les fuir lorsqu' on les rencontre au cours de la résolution d'un problème.

DECOUPAGE D'UNE PLAQUE CARREE

par Bernard DESTAINVILLE

Une plaque carrée ABCD de centre O a pour côté 24 cm .
I est le point du segment [AB] tel que AI = 6 cm
J est un point quelconque de la frontière du carré.



1) On découpe le carré en suivant les segments [OI] et [OJ]
On obtient ainsi deux polygones.

Comment calculer l'aire de chacun des deux polygones obtenus, en fonction de la place de J sur [BC] ?

2) Comment partager le carré en six polygones de même aire et admettant tous le point O comme sommet ?

Faire le travail à partir du segment [OI] et dessiner une figure à l'échelle.

Reprendre cette question avec 5 polygones de même aire.

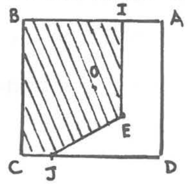
3) Comment choisir J pour que l'aire de OIBJ soit:
les 2/5 de l'aire totale ? les 5/6 de l'aire totale ? les 5/7 de l'aire totale ?
pour que cette aire soit 200 cm^2 ? 500 cm^2 ?

Faire chaque fois une figure à l'échelle, toujours à partir de [OI]

4) On tourne sur la frontière du carré à partir de I, dans le sens trigonométrique. Soit x la distance parcourue de I à J et S l'aire "balayée" correspondante (aire du polygone) ($0 \leq x \leq 96$)

a) Dresser un tableau de correspondance entre x et S pour les différents résultats précédemment obtenus et, dans un repère du plan placer les points N(x,S) correspondants.

b) Exprimer l'aire du polygone en fonction de x



5) E est le milieu de [OD] ;, I est toujours le même point.
Reprendre l'étude pour l'aire S' du polygone délimité par [EI] et[EJ] lorsque x varie de 0 à 96

Représenter graphiquement S' en fonction de x

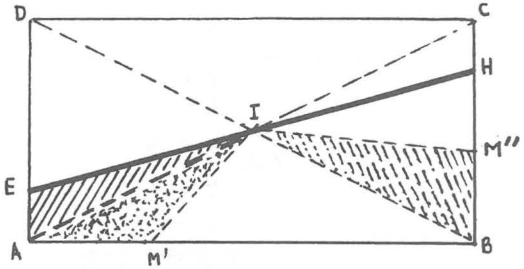
Remarque : Voir logiciel AIRECT dans les "Imagiciels pour la classe de seconde" (CREEM CNAM)

ET SI... LE CARRE DEVENAIT RECTANGLE....

par Irneh LIERAB d'après l'idée précédente

ABCD est un rectangle de centre I
AD = 8 ; AB = 18 ; AE = 2
Un point M se déplace de A en B puis de B en H

On désigne par x la distance parcourue par M , à partir de A



1°) ■ Calculer l'aire du triangle IAE

■ M' est une position possible de M (alors x est AM')

Exprimer en fonction de x l'aire du triangle IAM'
Lorsque $0 \leq x \leq 18$ désignons par S l'aire IEAM
Exprimer S en fonction de x

2°) ■ Calculer l'aire du triangle IAB puis celle de IEAB

3°) ■ M" est une position possible de M (x est alors AB + BM")

Exprimer en fonction de x :
- la distance BM"
-l'aire du triangle IBM"
Lorsque $18 \leq x \leq 24$ (pour x = 24 où est M ?) désignons par S l'aire du polygone IEABM

Exprimer S en fonction de x (vérifier pour x = 18 et pour x = 24)

4°) ■ Représenter graphiquement avec les mêmes axes de coordonnées, les variations de S en fonction de x lorsque $0 \leq x \leq 18$ et lorsque $18 \leq x \leq 24$

Remarque : Voir logiciel AIRECT dans les "Imagiciels pour la classe de seconde" (CREEM CNAM)
Ce logiciel permet de "visualiser" la représentation graphique de S pour diverses positions de I

PROPORTIONNALITE, VOLUMES, PERSPECTIVE, FONCTIONS....

par Bernard DESTAINVILLE avec une étude préliminaire de Jean-François CAILLAUD

Texte présenté au Journées inter-académiques de Marseille

I - ACTIVITE PREPARATOIRE

1°) Dessiner les patrons et construire les pavés droits tels que:

- pour le premier L = 4cm ;l = 4cm ;h = 1,5cm
- pour le deuxième L = 6cm ;l = 6cm ;h = 2,5cm
- pour le troisième L = 4cm ;l = 4cm ;h = 1cm

2°) Préciser l'axe "vertical" de chacun de ces trois pavés.

3°) Disposer ces pavés en les superposant de façon qu'ils aient le même axe "vertical" et que les plans des faces latérales d'un pavé soient parallèles aux plans des faces latérales des deux autres.

4°) Dessiner la vue en coupe "verticale" de ces trois pavés par un plan "frontal" contenant l'axe "vertical" du solide réalisé et parallèle à deux faces latérales de chacun des pavés.

II - PROBLEME 1 :

Une cuve est composée de 3 parallélépipèdes rectangles à bases carrées disposés comme dans l'activité précédente.

La figure 1 est une coupe par un plan "frontal" contenant l'axe de ce solide. Elle indique les dimensions en mètres.

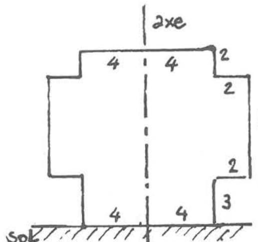


figure 1

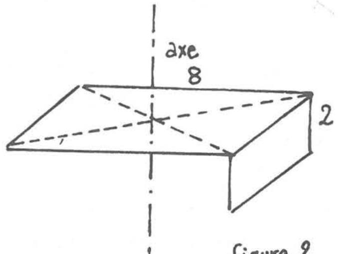


figure 2

1°) Donner une représentation en perspective cavalière de ce solide en respectant le début de figure (figure 2) que l'on commencera par reproduire.

2°) a) Calculer le volume d'eau contenu dans la cuve lorsque la hauteur d'eau est 1 m , 3 m , 6 m , 8 m , 9 m , 10 m

b) Calculer la hauteur d'eau lorsque la cuve contient 600 m^3 ; 800 m^3 ; 1000 m^3

3°) Pour chaque hauteur d'eau h , calculer le volume d'eau V(h) correspondant et vérifier les calculs précédents.

4°) Représenter graphiquement la variation de V en fonction de celle de h, avec le choix suivant :

pour h 1cm correspond à 1m
pour V 1cm correspond à 50 m^3

5°) A l'aide du graphique précédent, construire une jauge pour cette cuve : représenter la jauge verticale par un segment de 10 cm et graduer tous les 50 m^3

III - REPRENDRE LE PROBLEME 1

lorsque les trois parties sont des prismes à base hexagonale régulière de côté 4 m et 6 m , et de même axe (les hauteurs restent 3m , 5m , 2m).

Il n'est pas nécessaire de recommencer tous les calculs si l'on remarque une proportionnalité avec les résultats du II

IV - REPRENDRE LE PROBLEME 1

lorsque les trois parties sont des cylindres à base circulaire de diamètre 8m et 12 m, et de même axe (il est conseillé de faire tous les calculs exacts en mettant π en facteur).

REFERENTIELS ET PARALLELISME DANS L'ESPACE

Les "référentiels", qu'est-ce au juste ?
Le chapitre VI vous fournira une liste de "personnes-ressources" capables de vous informer.
D'autre part, il y a déjà eu des exemples dans les publications A.P.M.E.P.
En voici un autre.

UTILISATION DU REFERENTIEL

GEOMETRIE DANS L'ESPACE: PARALLELISME

Dans le "Bulletin Vert" de février 1990, une présentation est proposée pour l'homothétie. D'autre part, la brochure officielle "Objectifs de référence" se trouve dans les lycées. Elle contient la liste des savoir-faire et des situations de référence, liste correspondant à l'ancien programme. Les établissements doivent recevoir la nouvelle liste, modifiée du fait du nouveau programme.
Le thème présenté ici est: Géométrie dans l'espace. Première étape: PARALLELISME. La seconde étape étant l'Orthogonalité.
Les activités et textes de devoirs qui suivent ont été élaborés par Dominique RAULIN. La rédaction qui en est donnée et les commentaires ont été mis au point lors d'une réunion du Groupe Référentiel, en présence de l'auteur.

Les activités présentées constituent un point de départ au cours de géométrie dans l'espace en classe de Seconde.
L'activité de l'élève est une base qui permet de mettre au point les conventions de représentation des figures de l'espace dans un plan, et de dégager les propriétés du parallélisme.

PARALLELISME DANS L'ESPACE

Déroulement: 9 heures (y compris le contrôle)
travail en classe par groupes (trois élèves)
devoir à la maison (délai: 1 semaine)
une rédaction à faire à la maison
un contrôle

Objectifs de formation:

1. Connaissances: Position relative d'une droite et d'un plan; de deux droites; de deux plans.

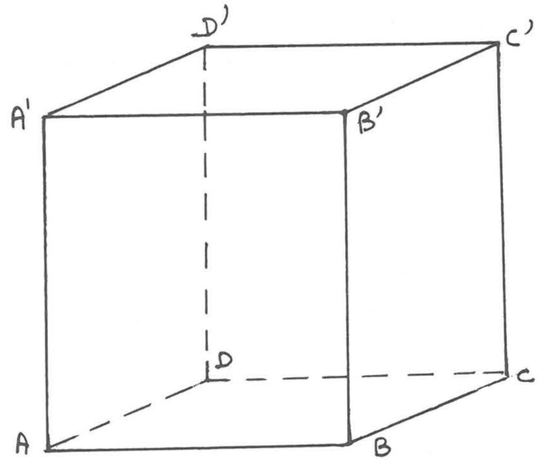
2. Situations de référence:
C1. Un point appartient à un plan
C2. Des points sont alignés
C3. Deux droites sont copplanaires
C4. Deux droites sont parallèles
C5. Une droite est parallèle à un plan
C7. Deux plans sont parallèles

3. Savoir-faire
C10. Représenter l'intersection d'une droite et d'un plan
C18. Représenter l'intersection de deux plans

4. Compétences et capacités
Réaliser (ici:représenter une configuration de l'espace)
Argumenter (on profite de contenus simples pour argumenter; c'est un des rares endroits où l'argumentation peut ne pas passer par une rédaction en français)

PREMIERE ACTIVITE Durée: 1 heure et demie

Voici la représentation d'un cube dans l'espace



1- Citer plusieurs plans auxquels appartient A

Citer plusieurs plans auxquels appartiennent les trois points A, B, C.

Citer plusieurs plans qui contiennent la droite (AB)

2- On considère la plan (BCD')

Le point A' appartient-il à ce plan?

Le point A appartient-il à ce plan?

3- Que peut-on dire des plans (ADB) et (BCD)?, des plans (ADB) et A'D'C')?, de la droite (A'B') et du plan (ABD)?, des droites (AA') et (B'D')?.

4- Les quatre points D', C, B, A sont-ils dans un même plan? Quelle est la nature du quadrilatère D'CBA'?

5- Montrer que le plan (BCD') coupe le plan (ABB') suivant la droite (BA').

6- Quelle est l'intersection du plan (AB'C) avec les faces du cube?

SYNTHESE : - C'est l'occasion de rappeler les règles de base de la représentation en perspective cavalière.

- Les formulations: "On considère...", "Soit un plan ..." ne sont pas forcément fam ilières aux élèves. Une occasion pour les mettre en place éventuellement.

- Le professeur a réalisé une fiche de synthèse des propriétés rencontrées dans l'activité:

Un plan est déterminé par trois points non alignés, ou bien par une droite et un point non situé sur la droite, ou bien par deux droites parallèles, ou bien par deux droites sécantes.

Une droite est incluse dans un plan...

Une droite est parallèle à un plan...

Deux plans sont parallèles... Deux plans sont sécants...

Deux droites dont coplanaires...

Plusieurs exploitations sont possibles:

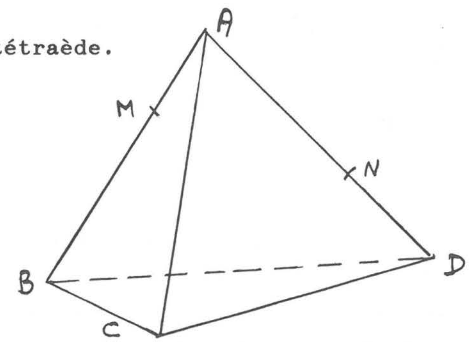
- un bilan avec les élèves au cours duquel on dégage les énoncés

- un questionnaire type QCM permettant aux élèves de mettre en place eux-mêmes les énoncés.

A la fin de cette synthèse les élèves ont la liste des savoir-faire et situations de référence concernés.

DEUXIEME ACTIVITE Durée: deux fois 1 heure

ABCD est un tétraède.



1- M est un point de [AB) et N un point de [AD], distincts des sommets du tétraèdre.

On se propose de construire l'intersection des plans (MNC) et (BCD). On suppose que (MN) et (BD) ne sont pas parallèles.

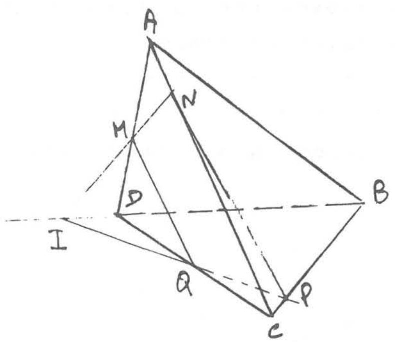
- Montrer que les plans (MNC) et (BCD) sont sécants.
- Quelle est la nature de leur intersection?
- Comment peut-on déterminer une droite de l'espace? Donner au moins deux méthodes.

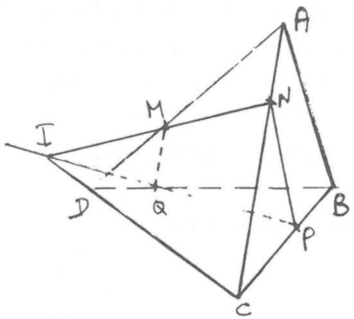
(on peut attendre comme réponses par exemple: deux points; ou un point et la direction; ou l'intersection de deux plans)

- Citer un point de la figure qui appartient à l'intersection.
- Montrer que (MN) et (BD) sont sécantes.
- Répondre à la question posée au début de l'exercice.
- Que se passe-t-il si (MN) et (BD) sont parallèles?

2- M est un point de [AD], N un point de [AC] et P un point de [BC]: on se propose de déterminer l'intersection du plan (MNP) avec le tétraèdre.

- Elaborez une stratégie.
- Voici deux figures réalisées par des élèves. Qu'en pensez-vous?
- Donnez votre plan de construction. Réalisez-le.



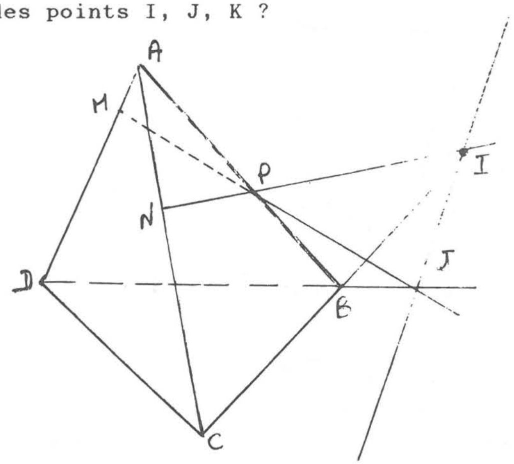


SYNTHESE: *- Construction de l'intersection de deux plans en utilisant un plan auxiliaire.*

- Construction de l'intersection d'une droite et d'un plan en utilisant deux droites.

3- M est un point de [AD], N un point de [AC] et P un point de [AB], distincts des sommets du tétraèdre.

- Voici la figure réalisée par un élève. Observez-la.
- A quelle question a-t-il répondu?
- Rédigez la démonstration.
- Les droites (MN) et (DC) se coupent en K. Que peut-on dire des points I, J, K ?



SYNTHESE: *- savoir lire une figure*

-savoir rédiger une démonstration. Ici la réalisation exacte de la construction est donnée pour éviter le cumul de difficultés dans une même question. Maintenant on a tous les outils, on va les réinvestir dans l'activité suivante.

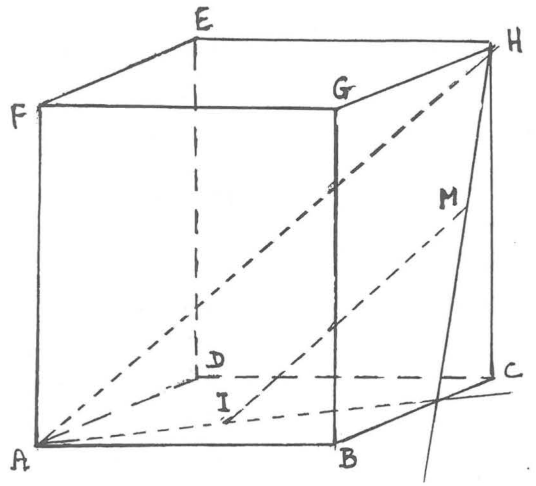
TROISIEME ACTIVITE:

ABCDEFGH est un cube.

1- M est un point de la face BCHG. On se propose de trouver l'intersection du plan (ABC) et de la parallèle menée par M à la diagonale (AH).

- Observer la figure réalisée par un élève (Cf. p. 115)
- Rédiger la démonstration.

SYNTHESE: *C'est un réinvestissement de la troisième question de la deuxième activité: intersection d'une droite et d'un plan à l'aide d'un plan auxiliaire.*



POUR EN FAIRE PLUS:

2- M est un point de [FG], N un point de [HC] et P un point de [AD]. On se propose de construire l'intersection du plan (MNP) avec les faces du cube.

En utilisant des propriétés de parallélisme, montrer que ce plan coupe les faces du cube:

1ère méthode: Déterminer l'intersection du plan (MNP) avec la face (EFGH). - Que peut-on dire tout de suite?

- Déterminer l'intersection de la droite (PN) avrc le plan (EFGH) en utilisant comme plan auxiliaire le plan parallèle à (AB) qui contient (PN). On obtient un point K. Expliquer pourquoi la droite (MK) est l'intersection de (MNP) avec (EFGH).

- Terminer la construction

2ème méthode: - Reprendre la construction en commençant par construire l'intersection du plan (MNP) avec la face (BCHG)

3ème méthode: Expliciter la stratégie en commençant par l'intersection de (MNP) avec (ABC).

DEVOIR A LA MAISON

On donne la figure suivante:

ABCDEFGH est un cube.

Les points M,N,I,J,et L sont les milieux des arêtes [FA], [AB], [BC], [CH], [HE].

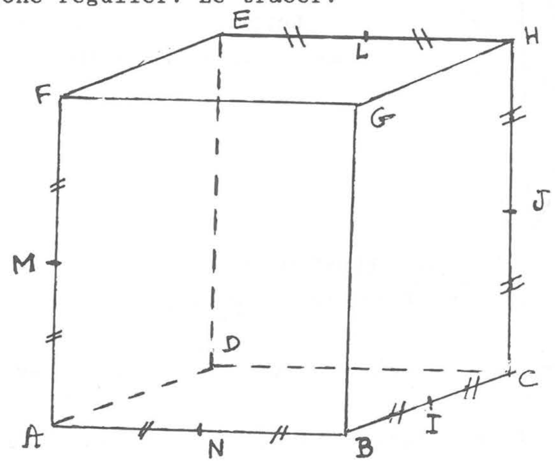
1- Montrer que les droites (LN) et (IJ) sont parallèles.

2- Montrer que les quatre points M,N,J et L sont coplanaires.

3- Montrer que les cinq points I, J, L, M et N sont coplanaires.

Démontrer qu'ils sont situés sur un même cercle.

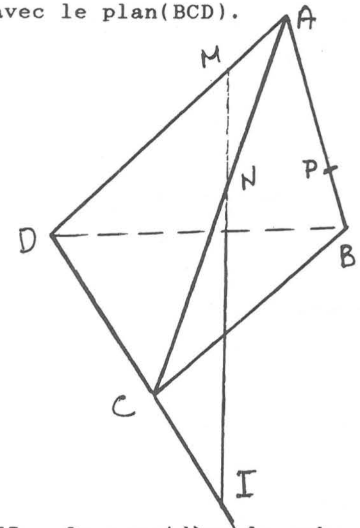
4- Démontrer que la section de ce plan avec le cube est un hexagone régulier. Le tracer.



Remarque: il n'est pas donné de grille de correction pour les devoirs à la maison.

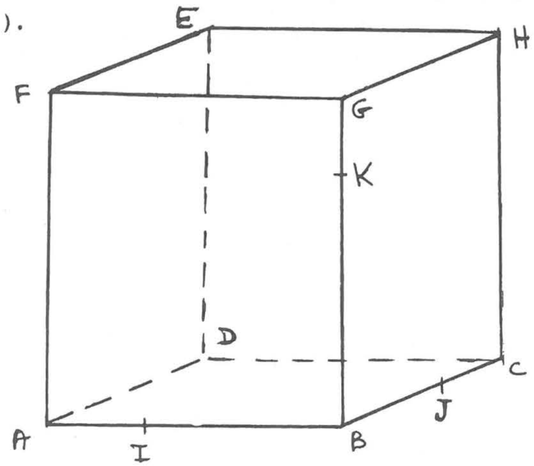
CONTROLE ECRIT durée 1 heure 30

I - On donne le tétraèdre ABCD. M est un point de [AD], N est un point de [AC] et P est un pôint de [AB], distincts des sommets du tétraèdre.
On se propose de construire l'intersection du plan (MNP) avec le plan(BCD).



1- Quel est le point d'intersection de (MN) avec (DBC)? Justifier.
2- Les plans (MNP) et (DBC) sont-ils sécants? Si oui quelle est la nature de l'intersection?
3- Répondre à la question posée. Faire le dessin.

II - On considère le cube ABCDEFGH. I est un point de [AB], J un point de [BC], et K un point de [GB], distincts des sommets du cube.
 1- Construire l'intersection du plan (IJK) avec le plan(EFG).
 2- Construire l'intersection du plan (IJK) avec le plan (ADE).



LA GRILLE DE CORRECTION

NOM CLASSE
PRENOM DEVOIR

I - Connaître les résultats figurant au programme.
II - Elaborer un plan de solution, une stratégie.
III - Argumenter.
IV - Réaliser.

QUESTIONS	I	II	III	IV
I 1 (MN) ∩ (DBC)	x x x	x x x		
2 Plans (MNP) et (DBC)		x x x	x x x	x x x
3 Construction	x x x		x x x	
II 1 (IJK)∩(EFG)	x x x		x x x	
2 (IJK)∩(ADE)	x x x		x x x	

BILAN				

S'EXPRIMER		PRESENTER	

Remarques: Il y a des croix dans les cases qui ne sont pas évaluées. Notre avis est que toutes les indications doivent être données dans l'énoncé, l'élève ne doit pas avoir à se reporter à la grille pour savoir, par exemple, si on lui demande uniquement un dessin ou aussi la justification de sa construction. La grille double les indications de l'énoncé. Il n'est pas toujours facile de décider ce qui est "élaboration du plan", ce qui est "argumentation", ...

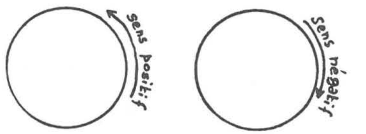
TRAVAUX PRATIQUES UTILISANT L'ORDINATEUR

par Alain SOLEAN

Mesure des angles sur le cercle trigonométrique

Définitions :Orientation du cercle et cercle trigonométrique

Sur un cercle , il y a 2 sens possibles de parcours.

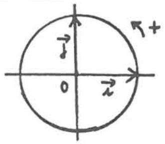


Orienter un cercle, c'est choisir un de ces sens qu'on appellera SENS DIRECT, SENS POSITIF ou SENS TRIGONOMETRIQUE

En général on choisit le sens contraire du sens des aiguilles d'une montre.

L'autre sens est appelé SENS INDIRECT, SENS NEGATIF, ou SENS RETROGRADE

Cercle trigonométrique : Un cercle TRIGONOMETRIQUE est un cercle de rayon 1, orienté dans le sens direct, de centre O origine du repère orthonormé (O, $\vec{I}$, $\vec{J}$)

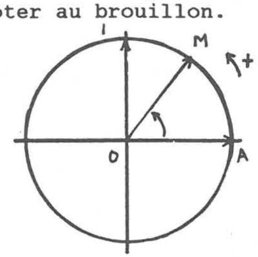


ACTIVITE N°1:

UTILISATION DES IMAGICIELS (SINCOS et TRIGO)

Mode d'emploi : Nanoréseau :Allumer, Taper A, Choisir l'Option 2 demander les consignes, les noter au brouillon.

Principe et Cours:



A partir du point A, un point M
se déplace sur le cercle trigonométrique
et à l'écran s'affiche x =
-cette valeur x correspond au repérage
du point M sur le cercle
-cette valeur est appelée abscisse
curviligne de M
-cette valeur est aussi une mesure de l'angle
formé par les vecteurs $\vec{OA}$ et $\vec{OM}$

on note ($\vec{OA}$, $\vec{OM}$) = x

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE : Taper U pour obtenir l'unité le DEGRE

I-)Déplacer le point M dans le sens positif.

1 - Que vaut x lorque M :
fait un quart de tour ? un demi tour ? 1 tour complet ?
faire une figure pour chaque cas

2 - Que se passe-t-il lorsque M continue à se déplacer après un tour ?

3 - Donner les valeurs de x obtenues correspondant à la même position de M sur le cercle

II-)Déplacer le point M dans le sens négatif (Taper 0 puis T)

répondre aux mêmes questions

CONCLUSIONS : Combien de nombres distincts peut-on associer à un point du cercle ?
Quelles remarques pouvez-vous faire concernant ces nombres ?

ACTIVITE N°2:

Taper U pour obtenir l'unité LE RADIAN

I -) Deplacer le point M dans le sens positif

1 - Que vaut x lorsque M a fait :
un quart de tour ? un demi tour ? trois quart de tour
un tour complet ?
faire une figure pour chaque cas
comparer les valeurs obtenues avec celle de π

2 - Expliquer quelle est la règle qui permet de repérer M avec cette unité

3 - Reprendre ensuite les questions de l'Activité n°1 y compris les conclusions

QUESTIONS SUPPLEMENTAIRES:

Quelle relation peut-on écrire entre les valeurs obtenues en degré et celles obtenues en radians ?

ACTIVITE N°3:

Sortir de l'option précédente puis Choisir l'option 1 puis arcs
Demander les consignes, les noter au brouillon
Demander le découpage du cercle
Demander les valeurs particulières
Faire varier M dans le sens positif arrêter après un demi tour

Reproduire le dessin obtenu sur une feuille, puis sur votre dessin traduire les valeurs des angles indiqués en degré.

Déplacer le point dans l'autre sens
compléter votre dessin et traduire les valeurs en degré

ACTIVITE N°4:

Avec la même option que précédemment
decoupage du cercle, valeurs particulières
Faire varier M dans le sens positif

Quelles sont les valeurs indiquées pour x après un tour ? après 2 tours?

Faire varier M dans le sens négatif

Même question

Dessiner un cercle trigonométrique, placer sur votre cercle les points correspondant aux valeurs :

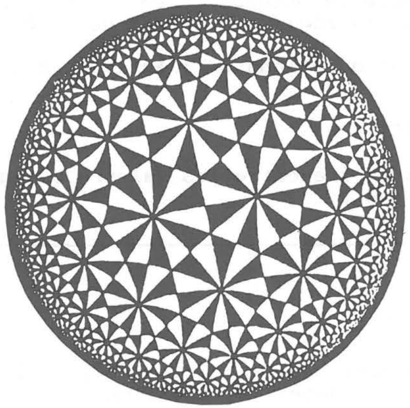
π ; 3π/4 ; 2π/3 ; 5π/6 ; -2π/3 ; -3π/4 ; -5π/6 ; π/12 ; π/8

Vérifier votre dessin en utilisant le logiciel
(Demander valeurs particulières, puis taper X , puis votre valeur
π s'obtient en tapant P et la barre de fraction est /)

Même travail avec :

2π ; 9π/4 ; 13π/4 ; 3π/2 ; 5π/4 ; 7π/6 ; - 4π/3 ; - 3π ; - 7π/12

Noter les valeurs indiquées par le logiciel.



Tracé et étude des fonctions trigonométriques

ACTIVITE N° 1

UTILISATION DES IMAGICIELS (SINCOS ET TRIGO)

Mode d'emploi : Nanoréseau : Allumer, Taper A, Choisir l'option 2
demander les consignes, les noter au brouillon

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE

CHOISIR l'UNITE : LE DEGRE
AFFICHER SIN(X) COS(X)
FAIRE VARIER M AVEC UN PAS FAIBLE

a) Que représente cos(x) pour le point M ?

b) Que représente sin(x) pour le point M ?

c) Préparer un tableau comme ci-dessous sur une feuille :

Valeur de x	Valeur de sin(x)	Valeur de cos(x)

Faire varier M, noter dans le tableau les valeurs de x, sin(x), cos(x) cela pour M variant sur un tour

TRAVAILLEZ EN EQUIPE C'EST PLUS FACILE !

Faire ensuite varier le point M dans le sens négatif et noter les valeurs

ACTIVITE N° 2

Sur une feuille de papier millimétré , placer les points de coordonnées (x , sin(x)) . Tracer la courbe obtenue (on placera bien les valeurs de sin(90°) sin(180°) sin(270°) sin(-90°) sin(-270°))

Etablir le tableau de variations de cette fonction

Faire le même travail sur une autre feuille de papier millimétré pour les points de coordonnées (x , cos(x))

(on placera bien les valeurs de cos(90°) cos(180°) cos(270°) cos(-90°) cos(-180°) cos(-270°))

Déterminer les propriétés géométriques de ces 2 courbes, en déduire des propriétés pour les fonctions sinus et cosinus

Valeurs particulières - Angles associés

ACTIVITE N° 1

UTILISATION DES IMAGICIELS (SINCOS ET ANGLAS)

Mode d'emploi : Nanoréseau : Allumer, Taper A, Choisir l'option 1
demander les consignes, les noter au brouillon

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE

CHOISIR SINUS
DEMANDER LE DECOUPAGE DU CERCLE

Compléter le tableau suivant

CHOISIR COSINUS

Compléter la deuxième ligne

x en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin(x)					
cos(x)					

ACTIVITE N° 2

CHOISIR L'OPTION ANGLAS

Sous module 1

En faisant varier X conjecturer les relations que l'on peut écrire

entre cos(-x) et cos(x) d'une part et sin(-x) et sin(x) d'autre part

Faire une figure illustrant la situation

Donner une démonstration de ces relations à l'aide des propriétés de

symétrie de la figure

Sous modules 2, 3, 4

Faire un travail analogue

enfin compléter :

sin(-x) = ; sin(x+π) = ; sin(π-x) = ;sin(π/2 -x) =

cos(-x) = ; cos(x+π) = ; cos(π-x) = ;cos(π/2 -x) =

Compléments sur les fonctions

BUT DU T.P.: A l'aide des fonctions de référence et de transformations géométriques simples, construire les courbes et dresser les tableaux de variations d'autres fonctions

PREREQUIS : Connaître sans hésitation les courbes et les tableaux de variations des fonctions de référence :

f(x) = x ; f(x) = 1/x ; f(x) = x ; f(x) = x ; f(x) = sin(x) ; f(x) = cos(x)

ACTIVITE N° 1

UTILISATION DES IMAGICIELS

Mode d'emploi : Nanoréseau : Allumer, Taper A, Choisir l'option FA, puis le module imagiciel

Tracer y = x*x

Choisir l'option "f(x) + k"

Prendre k = 2 : Observer la construction

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE

1) Soit g la fonction qui vient d'être tracée, comment exprimer

g(x) en fonction de f(x) ? g(x) en fonction de x ?

2) Par quelle transformation géométrique passe-t-on de la courbe de f à la courbe de g ?

3) Sur une feuille tracer soigneusement les deux courbes dans le même repère (avec des couleurs différentes)
et dresser les tableaux de variations de f et de g

4) Recommencer le travail précédent avec :

f(x) = x*x et k = -4
f(x) = 1/x et k = -1
f(x) = 1/x et k = 3

f(x) = $\sqrt{x}$ et k = -3
f(x) = cos(x) et k = -1

ACTIVITE N° 2

Tracer y = x*x

Choisir l'option " kf(x) "
Prendre k = 2 : Observer la construction

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE

1) Soit g la fonction qui vient d'être tracée, comment exprimer g(x) en fonction de f(x) ? g(x) en fonction de x ?

2) Expliquer comment on peut construire la courbe de g à partir de celle de f (Attention ce n'est pas une transformation géométrique connue)

3) Sur une feuille tracer soigneusement les deux courbes dans le même repère (avec des couleurs différentes)
et dresser les tableaux de variations de f et de g

4) Recommencer le travail précédent avec :

f(x) = x*x avec k = -1
f(x) = x*x avec k = 0.5
f(x) = x*x avec k = -2
f(x) = 1/x avec k = 2

$f(x) = \sqrt{x}$ avec k = -3
f(x) = sin(x) avec k = 2

ACTIVITE N° 3

UTILISATION DES IMAGICIELS

Mode d'emploi : Nanoréseau : Allumer, Taper A, Choisir l'option FA, puis le module imagiciel

Tracer y = x*x

Choisir l'option " f(x + k) "

Prendre k = 2 : Observer la construction

QUESTIONS - TRAVAIL A FAIRE

1) Soit g la fonction qui vient d'être tracée, comment exprimer

g(x) en fonction de f(x) ? g(x) en fonction de x ?

2) Par quelle transformation géométrique passe-t-on de la courbe de f à la courbe de g ?

3) Sur une feuille tracer soigneusement les deux courbes dans le même repère (avec des couleurs différentes)
et dresser les tableaux de variations de f et de g

4) Recommencer le travail précédent avec :

f(x) = x*x et k = -3
f(x) = 1/x et k = 1
f(x) = 1/x et k = -4

$f(x) = \sqrt{x}$ et k = -2

f(x) = cos(x) et k = $\pi/2 \approx 1.57$

Quelques logiciels

Dans le cadre du plan " Informatique pour tous ", de nombreux logiciels ont été diffusés dans les établissements scolaires. C'est à chaque enseignant de les tester et d'apprécier comment il peut les utiliser dans son enseignement .

Plusieurs éditeurs diffusent également des produits pédagogiques pour les mathématiques

Parmi les produits les plus intéressants on peut citer:

IMAGICIELS : Enseignement des mathématiques illustré par ordinateur. Rencontres pédagogiques n°1 I.N.R.P. 1983

IMAGICIELS : Mathématiques et Physique A.C.L. Editions

IMAGICIELS : Constructions géométriques (C.N.D.P., Collection Micro-Savoir)

IMAGICIELS POUR LA CLASSE DE SECONDE :(C.R.E.E.M. C.N.A.M)

EUCLIDE et EUCLIDE ESPACE : (IREM de GRENOBLE , CEDIC NATHAN) : Un langage issu du LOGO pour la géométrie plane. Ce logiciel permet de tracer des figures, de faire des constructions géométriques, de faire agir des transformations. Aux objets géométriques sont associés des algorithmes et des procédures.

CABRI - GEOMETRE (CNRS , IMAG Universite de Grenoble, NATHAN) : Cahier de Brouillon Interactif. Un outil pour dessiner très facilement des figures géométriques et pour les "animer"

GRAPHIX : Un outil pour tracer des graphes de fonctions facilement et rapidement.

CALQUES GRAPHIQUES (IREM de LORRAINE - Editions Topiques P. Bernat) Outil permettant de tracer des figures géométriques, de la modifier, de fabriquer une série de "transparents" sur des feuilles auxiliaires.

DESSINES (IREM de LORRAINE - Editions Topiques, P. Bernat)

Outil pour la géométrie de l'espace.

GEOMETRIE - GEOMETRIE DANS L'ESPACE - FONCTIONS

(Editions Pilat Informatique)

GRAPH IN THE BOX (AB Soft): Permet de tracer très facilement Histogrammes, Diagrammes circulaires , etc..

(Cette liste ne se prétend en aucune manière exhaustive...)

V. METHODES GENERALES POUR RESOUDRE DES PROBLEMES

par Henri BAREIL et Christiane ZEHREN

1ère PARTIE : NOS OBJECTIFS

I. LES DIVERS MOMENTS D'UNE MEME ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

Le programme de Seconde les précise ainsi :

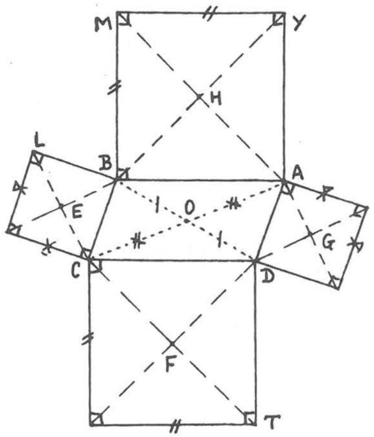
1) - formuler un problème,
2) - conjecturer un résultat,
3) - expérimenter sur des exemples,
4) - bâtir une démonstration,
5) - mettre en oeuvre des outils théoriques,
6) - mettre en forme une solution,
7) - contrôler les résultats obtenus,
8) - évaluer leur pertinence en fonction du problème posé

Il s'agit de les atteindre à travers des problèmes.

II. DES FORMULATIONS PLUS OU MOINS DIRECTIVES

1. "DEMONTRER QUE ..." OU ...

La figure ci-contre est formée par un parallélogramme bordé de carrés.



* *Voici trois formulations d'un même problème :*

a) "Montrer que EFGH est un carré"
b) "Démontrer (ou prouver) que EFGH est un carré"
c) "Etudier la nature du quadrilatère EFGH"

* La formulation (a) ne saurait être préconisée : "montrer" est-ce "observer", expérimentalement, ou "démontrer" ?

* *Les formulations (b) et (c) ne se distinguent pas tellement par des niveaux de difficulté différents qu'elles induiraient,* au moins au Collège ou au Lycée, pour peu que la formulation (c) soit étayée par un minimum de pratique réfléchie des phases (2) et(3),puis (7) et (8),de l'activité mathématique.

A l'inverse la formulation (b) supprime toutes ces phases et centre sur la seule démonstration.

2. FERMONS ...

Le problème ci-dessus est proposé, énoncé 15 page 57, avec une démarche d'immersion de cette figure dans un pavage du plan puis des étapes pour résoudre.
Il va alors de soi que l'activité sollicitée ne porte que sur les phases (5) et (6).

Mais l'énoncé peut n'être proposé qu'après une activité de recherche, qui peut s'exercer notamment sur les phases (1) à (4), sous des conditions sur lesquelles nous reviendrons.

3. OUVRONS ...

Une nouvelle formulation du problème serait la suivante : "*A partir de la figure donnée, quels problèmes peut-on se poser ?*"
Il y aura alors d'autres conjectures possibles : triangle ETY rectangle isocèle, (ML) $\perp$ (BD) , ML = BD , ... et cela répond à la phase "formuler un problème" citée d'abord parmi les divers "moments d'une même activité mathématique" Cf. colonne précédente (programme §III.I.5 ; page 14).

4. DES CRITERES DE CHOIX

- de quel temps dispose-t-on ?
- à quels élèves s'adresse-t-on ?
- la situation-problème peut-elle être donnée en classe avec des temps de recherche libre (mais ... "encadrés" ? et préparée ?)
- donnée à la maison ? (peut-être avec un calendrier et des indications "par étapes" pour couvrir diverses phases les unes après les autres ? ou d'une seule coulée ?)

Il n'est pas nécessaire de solliciter simultanément les diverses phases de l'activité mathématique.
Ce qui légitime des *formulations de problèmes très diversifiées ...* pourvu qu'on ne privilégie pas abusivement les phases (5) et (6) traditionnellement couvertes et que, *sensibles aux recommandations officielles, on mette le plus possible les élèves en situation de recherche.*

III. UNE RECHERCHE RÉELLE ?

Voilà donc nos élèves en situation de "recherche", avec une indispensable marge de liberté pour prendre des initiatives.
Encore faut-il que cela ne se fasse pas sur fond d'ignorance et d'absence de méthodes.

Prétendre mettre des élèves en situation de recherche sans s'assurer qu'ils disposent d'un minimum de moyens intellectuels adéquats (qui se consolideront alors en boule de neige) **serait lourd de conséquences pour ces élèves quant :**

- **au gaspillage en temps,**
- **à l'ancrage dans l'atonie intellectuelle,**
- **au découragement et à l'attitude en face des maths.**

IV. NOS ÉLEVES FACE AUX PROBLEMES
(non encore pré-digérés)

De quels outils disposent-ils donc ?
On leur apprend peu à peu, au fil des ans, et ce sont de nécessaires fondations :

- *à s'approprier situation ou énoncé (mots-clés, configurations-clés, évocations correspondantes, tri des données, ...),*
- *en géométrie, à utiliser à bon escient figures soignées ou à main levée,*
- *à se référer, de façon autonome, à un répertoire* **mental** *ou écrit :*
  - *des propriétés des configurations reconnues dans le problème,*
  - *des théorèmes indiquant "Comment démontrer que ..."*

Mais cela, qui suffit dans les exercices d'application ou les problèmes pré-digérés, peut laisser nos élèves désemparés face à un problème plus consistant.

Allons-nous alors ou bien les exaspérer par une demande excessive ou bien les cantonner dans des tâches d'exécutants ?
Nous échapperons à ce dilemme en leur faisant **peu à peu** *connaître, reconnaître et utiliser des méthodes générales capables de dynamiser leurs connaissances et de susciter des associations d'idées ou d'actions offrant de solides approches des problèmes posés.*

De là l'effort méthodologique que nous tentons ici -et qui n'a rien d'exhaustif-.

Bien entendu, il ne saurait être question de transformer notre travail en un "cours sur les méthodes ..." proposé aux élèves.

Ces méthodes doivent être dégagées et mises en oeuvre peu à peu, en une consolidation boule de neige qui ne saurait se satisfaire que d'un long terme.

Du moins une prise de conscience et une familiarisation progressive contribueront-elles à rendre plus *plénière, autonome, efficace et heureuse* l'activité mathématique des élèves.

N.B. 1) Les problèmes envisagés dans notre travail relèvent parfois de plusieurs méthodes générales :
- soit selon leurs étapes,
- soit en fonction de diverses possibilités de les aborder.

2) Nos classifications des méthodes n'ont rien de décisif !

3) Des ouvrages particulièrement conseillés :
- ceux de G. POLYA
- le Bulletin de l'A.P.M.E.P.
- les ouvrages cités page 138.

2ème PARTIE : METHODES GENERALES D'APPROCHE ET DE RESOLUTION

Qu'est-ce qu'une "méthode" ? Citons G. POLYA :
"C'est un truc qui a réussi au moins deux fois" !

MISE EN ROUTE

1. Un bagage nécessaire

- *Il y a les "capacités exigibles" définies au Collège et les savoirs et savoir-faire "de base" qui s'y ajouteront en Seconde.*

- Une **"configuration-clé"**, (algèbre ou géométrie, qu'il s'agisse, par exemple, de $(a+b)^2$ ou des milieux de deux segments d'extrémité commune) *doit être aussitôt reconnue, et toutes ses propriétés classiques évoquées, quel que soit son environnement ... ou sa disposition en géométrie, son aspect en algèbre.*

- Les liens entre des **configurations-clés** et **les transformations géométriques** du programme sont de puissants moyens de résolution des problèmes. Il importe donc de bien les connaître.
On n'oubliera pas notamment l'intérêt de mettre en évidence et d'utiliser au maximum les **éléments de symétrie** ainsi que les invariances dans des rotations très simples.
Insistons sur tout le paragraphe 5.3. pages 31-33.

- Et tout cela devrait avoir déjà suffisamment **"fonctionné"** pour être perçu comme familier.

2. Les premières étapes (Cf. aussi page 46)

ETAPE 1 : *APPROPRIATION DE LA SITUATION*

ETAPE 2 : *VERS DES CONJECTURES*

C'est fondamental, mais bien connu. Soulignons l'intérêt des ordinateurs et des calculatrices pour les visualisations graphiques et pour les capacités d'explorations numériques.

ETAPE 3 : *CHOIX D'UN POINT DE DEPART ?*

Hypothèses ? Conclusions (conjecturées ou reçues) ?. Cela ne peut que dépendre de l'interaction des unes et des autres avec les connaissances déjà mobilisées et de leur aptitude à enclencher ainsi des processus déductifs ...

I. DECENTRALISATION

... L'art de concéder ou de susciter des autonomies pour conjuguer ensuite, ou l'art de transférer des compétences pour se décharger d'un problème ..., ou celui de multiplier "à l'identique" ...

1. CONCÉDER DES AUTONOMIES ...

Cette méthode est bien connue. Nous n'insisterons donc pas. Elle réussit toutes les fois qu'une **traduction immédiate des hypothèses permet des avancées suffisantes.**

ETAPE 1 :

* *Si la situation est donnée par une figure ou une expression complète, il s'agit de les analyser région par région, de façon d'abord autonome, pour* ***en extraire des configurations-clés et les exploiter.***
* *Si la situation est donnée par un énoncé on fait la même chose en analysant les phrases.*

ETAPE 2 :

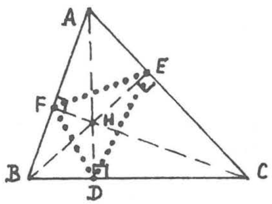
On conjugue les résultats obtenus à partir des diverses configurations-clés "régionales".

EXEMPLES :

1) Signe d'un produit, d'un quotient tels que $(4x-5)(8-3x)$ ou $(4x-5)/(8x-3)$.

2) Factorisation de $(x^2-9)-(7x-21)$

3)



La figure ci-contre associe au triangle ABC son "triangle orthique", formé par les pieds des hauteurs.

Conjecture : les hauteurs de ABC semblent être les bissectrices de DEF.

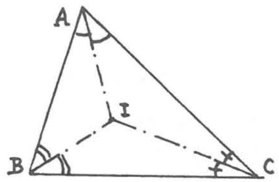
Une méthode de démonstration :

On discerne dans la figure six ilôts formés (chacun) de deux triangles rectangles de même hypoténuse.

D'où des cercles circonscrits, des angles inscrits égaux (au moins dans le cas de figure $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ aigus !). Par exemple :

$\widehat{HDF} = \widehat{HBF}$ (cercle BDHF) et $\widehat{ABE} = \widehat{ADE}$ (cercle ABDE) etc ...

4)

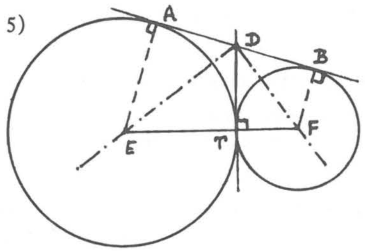


L'ilôt IBC donne $\widehat{BIC}$ en fonction de $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

L'ilôt ABC donne $\widehat{A}$ en fonction de $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$.

On conjugue les deux résultats : $\widehat{BIC} = 90° + \frac{\widehat{A}}{2}$

5)



Il y a ici deux ilôts : chacun des cercles avec D.
Chacun présente une configuration-clé.
D'où ...

REMARQUE : *La mise en jeu de cette méthode est importante. Elle est efficace dans la mesure où les élèves disposent de réflexes immédiats sur des configurations-clés.*

Par exemple, en présence de deux segments [MA] et [MB] de milieux respectifs I et J, le réflexe d'appel au "théorème des milieux" doit aussitôt fonctionner !

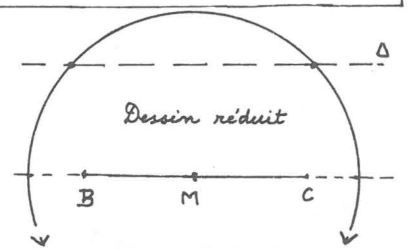
2. EN SUSCITER

Parfois sous le nom de "Méthode de disjonction des lieux" c'est le pain quotidien des problèmes de construction.

EXEMPLE 1 :

Construire un triangle ABC, de hauteur AH et de médiane AM telles que BC = 4 cm, AH = 2 cm, AM = 3 cm.

Si l'on trace d'abord [BC], on détermine A en traitant d'abord de façon disjointe les deux conditions qui le concernent.

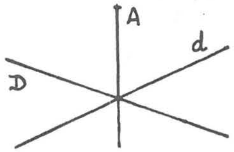


EXEMPLE 2 : *Détermination de l'image d'un point par une transformation géométrique* :

Il y a lieu d'insister encore, en Seconde, sur le fait que *si un point est sur deux lignes son image est sur les deux lignes-images.*

EXEMPLE 3 : *Retrouver les sommets B et C d'un triangle ABC dont il ne subsiste que A et les trois droites-bissectrices (Forme réduite du problème : "Construire un triangle connaissant ses bissectrices")*

Voici une méthode relevant de notre rubrique :



Les bissectrices sont axes de symétrie de leurs angles. On fait jouer cela, à partir de A, pour d ($A \longmapsto E$), pour D ($A \longmapsto F$). D'où deux points E et F de (BC)... Etc...

(Il y a encore lieu, en Seconde, d'entraîner au réflexe : si un point est sur une ligne, son image par ... est sur la ligne-image).

Remarque 1 : Penser les bissectrices comme axes de symétrie est essentiel.

Remarque 2 : On pourrait appliquer une méthode analogue pour *construire un triangle connaissant ses trois droites-médiatrices* (en se donnant d'abord une droite-côté).

Nous verrons d'autres méthodes pour ce dernier problème : Cf. §IV.3. Exemple 2, §V.3. Exemple 1 et V.4. Exemple 1 (et il y en a bien d'autres ...) - pages 131 et 133 -

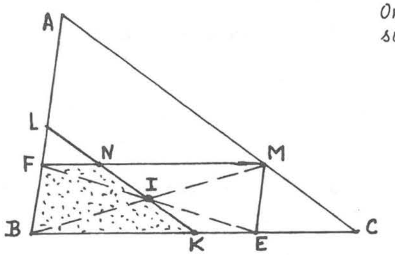
3. TRANSFÉRER DES COMPÉTENCES

Cela suppose quelque esprit d'initiative. On y est aidé par le désir de compléter la situation pour faire apparaître des configurations-clés déjà esquissées ou faire essaimer une propriété remarquable.

EXEMPLE 1 : Enoncé 18 - Méthode 3 - page 58 (avec l'idée d'exploiter la "conservation du milieu" par projection parallèle).

EXEMPLE 2 : Enoncé 9 - Méthode 2 - page 55 , avec le tracé de (MK) pour terminer un parallélogramme (afin de pouvoir rapprocher les deux longueurs en jeu).

EXEMPLE 3 : Enoncé 25 - page 60 - *Voici une autre méthode :*



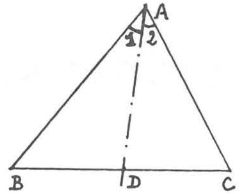
On transfère la question du choix de M sur I, point éminent du parallélogramme !

Dès lors, il faut s'intéresser à I. Or I varie sur (LK), L milieu de [AB] et K de [BC]

Et (LK) fait apparaître avec l'aire FBKN la moitié de celle du parallélogramme, tandis que : aire FBKN < aire BKL. D'où ...

Remarque : Nous avons ici une méthode de *"changement d'inconnue(s)"*, méthode plus tard largement pratiquée en algèbre.

EXEMPLE 4 : Supposons qu'on ait conjecturé que DB/DC = AB/AC.



Pour le vérifier, projetons D, B, C sur l'une des droites (AB) ou (AC), par exemple sur (AB) *(pour y transférer DB/DC)* :

- soit parallèlement à (AD), et nous continuerons cette étude au §III, exemple 2 , page 128
- soit parallèlement à (AC) (et on aurait une étude analogue).

Autre méthode : Cf. exemple 3 du §III ,page 128

4. RAISONNER PAR ANALOGIE

Extrêmement simplificateur, mais probablement encore peu familier à l'entrée en Seconde, soit qu'on n'y pense pas, soit qu'on l'applique indûment.

Son usage est très fréquent.

Les énoncés 3 et 4 p. 53-54 donnent des exemples concernant le calcul vectoriel et des figures de géométrie.

II. ENRICHISSEMENTS ...

ou : *l'art de s'agréger à plus vaste ou mieux organisé que soi pour régler ses problèmes !*

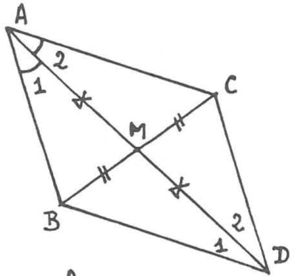
On immerge, on plonge la configuration étudiée dans une configuration-clé A CREER au lieu, comme précédemment, d'en chercher à l'intérieur.

En géométrie, on utilise beaucoup l'immersion dans une figure globalement invariante par réflexion ou rotation ou liée à l'action d'une transformation géométrique.

Et partout, en algèbre ou en géométrie, on utilise évidemment l'immersion dans une chaîne de problèmes (nous traiterons cela plus loin) ou dans une configuration plus malléable ...

EXEMPLE 1 : Triangle dont une médiane est aussi bissectrice.

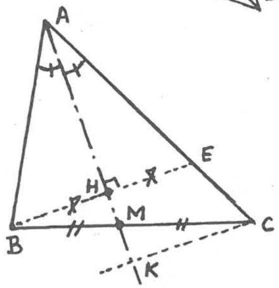
Pour éviter de prendre la conclusion envisagée, (le triangle est isocèle), faisons une figure-schéma avec ABC non isocèle.



Méthode 1 : Privilégions l'hypothèse M milieu de [BC]

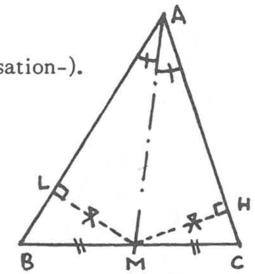
En l'associant aux liens triangle-parallélogramme, souvent pratiqués (et d'abord pour leurs aires), cela peut inciter à faire la symétrie de A par rapport à M, afin de plonger ABC dans une figure "symétrique".

Dès lors, $\widehat{A_2} = \widehat{D_1}$ et $\widehat{A_1} = \widehat{D_2}$. Or $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$, ...
Il s'ensuit que (AD) est axe de symétrie. D'où ...



Méthode 2 : Privilégions l'hypothèse (AM) bissectrice, donc axe de symétrie de l'angle.

Symétrisons donc B (en E) et C (en F).
Supposons AB $\neq$ AC.
Alors E $\neq$ C et F $\neq$ B.
Or H, M, K sont des milieux ...
de là une fin de démonstration, "par l'absurde", qui établit la coïncidence de E et C, F et B. D'où ...



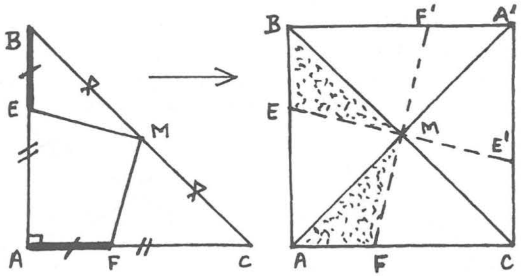
Remarque : *autre méthode* (qui relèverait du §I -Décentralisation-).

On exprime (AM) bissectrice par MH = ML et on s'intéresse aux triangles LBM et HCM, par exemple, faute des cas d'égalité, avec sin $\widehat{B}$ et sin $\widehat{C}$.
D'où ... $\widehat{B} = \widehat{C}$?

EXEMPLE 2 :

Figure du triangle isocèle rectangle ABC, avec une interrogation à propos de $\widehat{EMF}$.

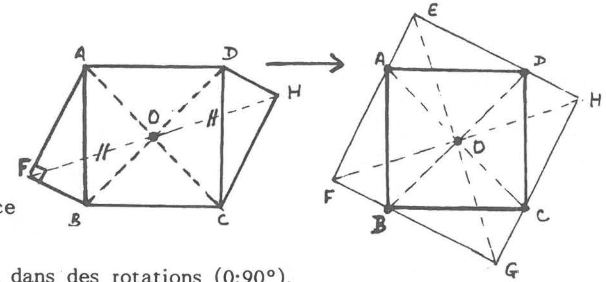
Si l'on plonge cette figure dans le carré associé, carré invariant dans les rotations (M;90°) on a aussitôt la conclusion.



EXEMPLE 3 :

ABCD est un carré de centre O.
H est le symétrique de F par rapport à O.

Conjecture : (FH) bissectrice de $\widehat{AFB}$ (?)



Le carré ABCD est invariant dans des rotations (0;90°).
L'une d'elles envoie F sur E (dans le prolongement de [FA] puisque (AE) $\perp$ (BF))
et H sur G.
De là un nouveau carré EFGH. Donc ...

Remarque : Cet exemple et le précédent proposent, dans un ordre d'intervention différent, "la même figure" : deux carrés dont l'un est inscrit dans l'autre.

(*Autre méthode :* utiliser les points cocycliques B, F, A, O et les propriétés de l'angle inscrit).

EXEMPLE 4 : Problème associé à la figure de la page 123.

On peut le résoudre en plongeant la figure dans un pavage invariant dans toute rotation de 90° dont le centre est celui de l'un (quelconque) des carrés.
Cf. solution proposée pour le problème 15 page 57.

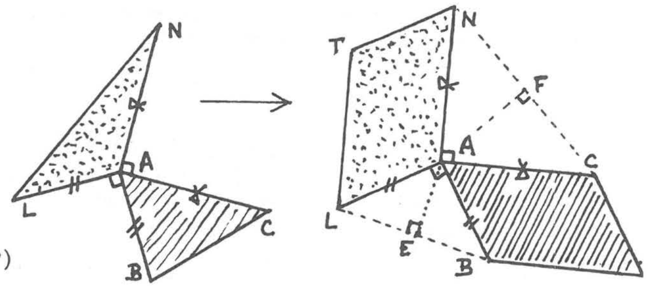
N.B. : *Charles PEROL est l'initiateur de cette utilisation des pavages.*

EXEMPLE 4' (Cf. FIGURE PAGE IV de couverture).

Bordons extérieurement un triangle ABC par trois triangles équilatéraux. Leurs trois "centres" forment un triangle équilatéral dit "de Napoléon".
Démontrons-le en utilisant le pavage associé, globalement invariant dans des rotations (E;120°), (F,120°), ... : D'où EGFH losange formé de deux triangles équilatéraux ... (et pas besoin de composer des rotations !).

EXEMPLE 5 :

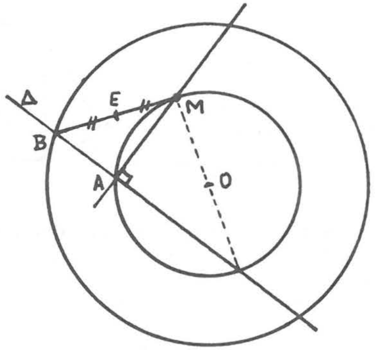
En plongeant les triangles ALN et ABC dans les parallélogrammes indiqués, nous avons une figure où apparaît nettement l'intérêt d'une rotation (E;90°)ou (F;90°)



Il s'ensuit aussitôt que les deux triangles initiaux sont tels que la médiane de chacun issue de A est aussi hauteur de l'autre.

Remarque : Nous reparlerons de cet exemple à propos des chaînes de figures.

EXEMPLE 6 : Figure ci-contre. On demande sur quelle ligne fixe se déplace E quand B varie sur son cercle (ou M sur le sien).



Complétez la figure pour que la médiatrice de [AM] déjà partiellement axe de symétrie le soit totalement.

Soit alors B' le symétrique de B :
- AMB'B est un rectangle
- donc E est aussi le milieu de [AB'] et, comme on passe de B' à A par l'homothétie (A;1/2) ...

EXEMPLE 7 : Problème 46, par les méthodes 3 ou 4 (page 66)

EXEMPLE 8 : Problème 32, page 62

EXEMPLE 9 : Problème 18, page 58 , méthode 2.

EXEMPLE 10 : Enoncé 22, page 59

EXEMPLES 11 et 12 d'intervention d'une "inconnue ou variable ... auxiliaire" :

Exemple 11 : On peut résoudre « x /a = y /b = z /c = ... » en introduisant la valeur commune de ces rapports.

Exemple 12 : Intervention de plans auxiliaires : voir page 135 exemple 2.

Voici maintenant trois exemples où l'enrichissement de la situation, qui la rend exploitable, est dû à un don ... provisoire !

EXEMPLE 13 : Pour factoriser x^4+16, qui ressemble à la forme a^2+b^2, donnons-lui le "2ab", pour le reprendre aussitôt après : $x^4+16 = x^4 + 8x^2 + 16 - 8x^2$
$= (x^2+4)^2 - 8x^2$
$= ...$

EXEMPLE 14 : Pour mettre $\frac{3}{7}$ en facteur commun dans $\frac{3}{7}x^2 - \frac{2}{5}x - \frac{4}{11}$ faisons apparaître le facteur $\frac{3}{7}$ dans chaque terme, avec neutralisation immédiate.

$$\frac{3}{7}x^2 - \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{2}{5}x - \frac{3}{7} \times \frac{7}{3} \times \frac{4}{11} \text{ . Etc ...}$$

EXEMPLE 15 : Rappelons pour mémoire le célèbre partage de 17 chameaux pour en avoir la moitié, le tiers et le neuvième :
Il suffit de bénéficier du don d'un chameau supplémentaire (d'où les parts avec 18 chameaux) que l'on restitue ensuite !

III. JANUS BIFRONS ...

ou : plusieurs aspects d'une même configuration

Une configuration donnée peut offrir plusieurs visages, plusieurs caractérisations, modes d'intervention ...
Il est intéressant de les dégager pour pouvoir :
- *substituer les uns aux autres*
- *en conjuguer les effets*
- *obtenir plusieurs modes de résolution d'un problème*
- *échanger les rôles d'éléments de la configuration*

1. DES UTILISATIONS ÉLÉMENTAIRES ...

EXEMPLE 1 : Utilisations classiques du visage "produit" que peut prendre un polynome.

EXEMPLE 2 :

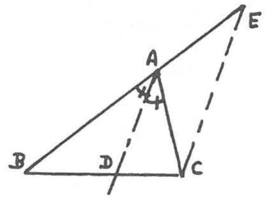
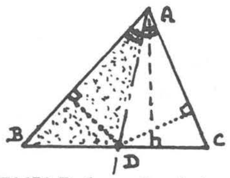


Figure ci-contre, avec, par hypothèse, (AD) // (CE).
(suite de l'exemple 4, §3, II page 126)

On caractérise le parallélisme :
- par des angles ... D'où ...
- par "Thalès-Triangle"

On conjugue.

EXEMPLE 3 :

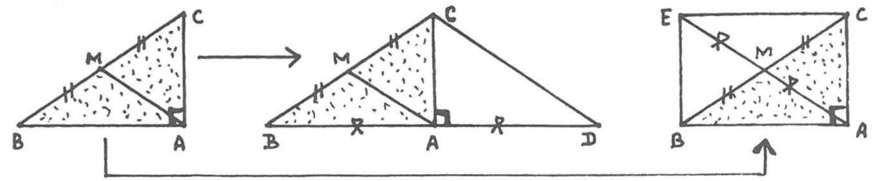


Le rapport des aires de ABD et ADC peut se caractériser par :
- le rapport DB/DC
- le rapport AB/AC

D'où, en conjuguant, le même résultat qu'à l'exemple ci-dessus.

EXEMPLE 4 : *Un triangle rectangle peut se caractériser comme un "demi-triangle isocèle" ou comme un "demi-rectangle"* (En ne "chipotant" pas sur le vocabulaire : Cf. le célèbre "verre à demi vide" = "verre à demi plein" qui, en « multipliant par 2 »...)

Cela a pu être utilisé en Quatrième, par exemple, pour démontrer de deux façons différentes le "théorème de "la" médiane" :



Cela nous fournira deux méthodes différentes pour résoudre l'énoncé 46 page 66.

Remarque : Cet exemple relève des chaines de figures ; nous reparlerons de cela.

EXEMPLE 5 : Des équations telles que $|x-3| + |4+x| = 0$; $(x-3)^2 + (4+x)^2 = 0$; $\sqrt{x-3} + \sqrt{4+x} = 0$ ne sont que trois visages différents de la même configuration-clé : « positif + positif = 0 » (ce qui ne serait possible que si ...)

EXEMPLE 6 : *Dans un repère orthonormal, quel est l'ensemble des points M tels que $|x| + |y|$ = constante ?*

Il y a invariance quand on remplace x et y par des opposés. D'où la restriction de la recherche à un quart de plan. Puis ...

EXEMPLES analogues à propos des fonctions paires, impaires, périodiques.

2. DÉTERMINATION "PAR COÏNCIDENCE"

EXEMPLE 1 : Exercice 7' page 55

EXEMPLES 2 ; 3 ; 4 :
. Exercice 10 - méthode 2 - page 56
. Exemple 1, méthode 2, du §II page 127
. Exercice 31 - méthode 1 - page 62 (en utilisant de préférence une figure-schéma où, initialement, D n'est pas placé sur le cercle).

Ces trois exemples établissent la coïncidence grâce à une démonstration par l'absurde. (Pour l'exercice 31, ce serait plus facile avec "l'arc capable" ... - hors programme !-).

Remarque : Autre méthode pour cet exercice 31 : considérer BHCE puis (D'E) // (BC). Etc...

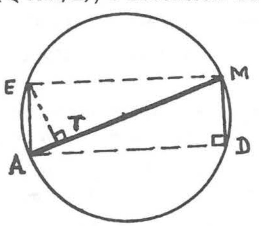
3. UN NOUVEAU REGARD

EXEMPLE Problème 24 page 60

Voici une nouvelle méthode (la plus simple peut-être !)

Au lieu de nous intéresser au point M et à ce qui varie avec, intéressons-nous au fait que AM est constante.

De là, et c'est pareil, soit en parlant du cercle circonscrit au rectangle ABME, soit en parlant de la hauteur issue de E du triangle AEM ($\leqslant$ AM/2), l'obtention du maximum de l'aire du rectangle (quand il est un carré).



IV. UNE DEMOGRAPHIE SURVEILLEE

ou l'art de traiter une population d'indéterminées, inconnues et variables, ... et un ensemble de contraintes.

1. MISE EN ÉQUATION ; FONCTIONS ET GRAPHIQUES ; GEOMETRIE ANALYTIQUE.

Il s'agit de méthodes classiques sur lesquelles nous n'insisterons pas, sauf pour quelques aspects particuliers.

D'autant qu'il y a, déjà, dans cette brochure, de nombreux exemples (problèmes 21 ; 22 (méthode suggérée) ; 24 (méthode 2) ; 39, des pages 58 - 65 ; études des pages 89 - 96 , 105 - 111 , etc ...

La restriction de la géométrie analytique au cas d'un repère orthonormal diminue beaucoup, en Seconde, ses offres d'emploi.

Le problème 23, page 59 , en relèverait dans le cas particulier où ABCD est un rectangle. Et on peut le rendre "vivable" et motivant à partir de valeurs numériques de AB, AE, BC, BF [Cf. "Méthodes en pratique" - Mathématiques - 3ème]

2. LES MEILLEURS CHOIX ... ?

EXEMPLE 1 : *Problème 26 page 60 où l'on a établi l'aire en fonction d'une seule variable.* D'où un traitement rapide. Mais il fallait penser à décomposer l'aire du triangle selon une *direction privilégiée par le rectangle.*
Ce problème sera repris au §4.1 ci-après (autre méthode)

EXEMPLE 2 : *On sait que $3^2 + 4^2 = 5^2$ (Cf. triangles « 3 ; 4; 5 »)*
Existerait-il des entiers consécutifs tels que, plus généralement :

$$\square^2 + \square^2 + \square^2 = \square^2 + \square^2$$

puis $\square^2 + \square^2 + \square^2 + \square^2 = \square^2 + \square^2 + \square^2$ ..., etc, ...

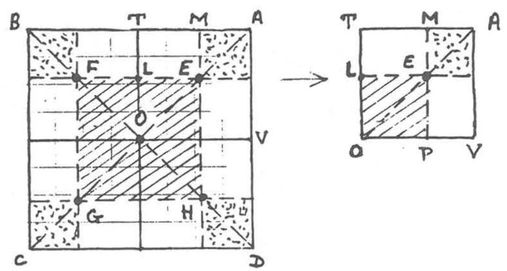
En choisissant comme inconnue l'entier "médian" on voit apparaître immédiatement simplifications et regroupements ainsi qu'une loi générale d'obtention de cet entier n :

Pour 5 entiers, n = 4 + 8
7 entiers, n = 4 + 8 + 12
9 entiers, n = 4 + 8 + 12 + 16 ..., etc, ...

En choisissant comme inconnue un nombre autre que l'entier médian, on obtient non plus une équation $n^2+kn = 0$ mais une équation hors programme $n^2+pn+q = 0$ (Et quant à la loi générale ...)

EXEMPLE 3 : (Traité autrement dans le "Suivi Scientifique de 3ème")

ABCD est un carré.
Il s'agit de choisir AM pour que la somme des aires sablées soit égale à celle du carré EFGH.

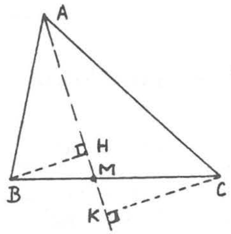


Les symétries des carrés par rapport aux médiatrices des côtés conduisent à s'intéresser seulement au "quart" dessiné à droite.
La réponse est alors immédiate ...

EXEMPLE 4 : *(ou : Se désintéresser d'une variable !)*

Figure ci-contre, avec M tel que MB/MC = k, k donné.
On cherche la valeur de BH/CK.

On peut faire intervenir le point A, mais cette intervention est inutile et masque le fait que la configuration en jeu est celle des triangles homothétiques MBH et MCK.

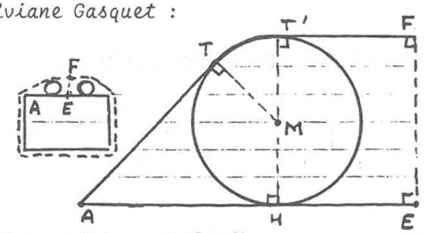


EXEMPLE 5 : Cf. §V.5.1. page 133

EXEMPLE 6 : (ou : bien cerner ce qui varie !)

"Problème des bouchons" emprunté à Sylviane Gasquet :

Il s'agit de tendre une ficelle autour d'un cadre rectangulaire. On y parvient en glissant deux bouchons, vers E, entre cadre et ficelle et en les écartant. Mais pourquoi ? (La figure de droite est un zoom d'une partie de celle de gauche).

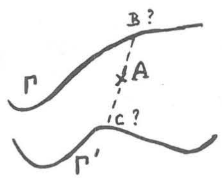


AT + T'F = AH + HE = Constante (quand M s'éloigne de [EF]).
Il suffit donc de s'intéresser à la variation de l'arc $\widehat{TT'}$ et, de là, à celle de $\widehat{T'MT}$ puis de $\widehat{A}$. D'où ...

3. DÉTERMINATION ... PAR ABANDON D'UNE CONTRAINTE

Cette méthode est très fréquente dans les problèmes de construction : il s'agit d'abandonner une contrainte pour la récupérer ensuite grâce à une transformation géométrique ou à une intersection de lieux géométriques.

EXEMPLE 1



Construire un segment [BC] de milieu A, tel que B soit sur Γ et C sur Γ' :

On abandonne l'une des deux contraintes analogues, par exemple celle relative à C.

Dès lors : B étant sur Γ, son symétrique C par rapport à A se trouve sur la ligne symétrique ...
Or C doit être sur Γ'.
Etc ...

Voir exercices 18 et 19 page 58.

Remarque : Nous parlerons :

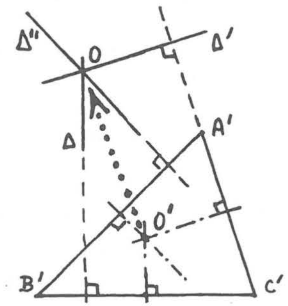
- d'homothétiques en remplaçant $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BA}$ par $\overrightarrow{BC} = k\,\overrightarrow{BA}$
- d'images par rotation en remplaçant A milieu de [BC] par ABC isocèle de sommet A et d'angle en A imposé.

(La symétrie centrale n'est-elle pas à la fois une homothétie et une rotation ?)

EXEMPLE 2 : *Construire un triangle ABC connaissant ses trois médiatrices Δ, Δ', Δ" :*

Ces médiatrices fournissent les directions des côtés.

En abandonnant la contrainte d'un concours des médiatrices en O,
on construit A'B'C' dont les médiatrices ont les directions imposées.
On récupère la contrainte de O par la translation de vecteur $\overrightarrow{O'O}$.



Remarque : Il y a de nombreuses façons de résoudre ce problème, entre autres celle déjà suggérée à l'exemple 3 du §I.2 page 126 et celles indiquées ci-après pages 132 et 133.

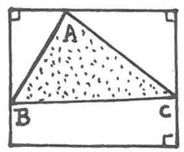
EXEMPLES 3, 4 et 5 *(avec des homothéties)*:
Cf. énoncés 8 ; 9 ; 28 pages 55 - 61.

4. RÉDUCTION DU NOMBRE DE VARIABLES, INDETERMINEES OU INCONNUES

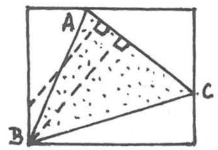
C'est très classique pour les systèmes d'équations. Nous allons voir ci-après d'autres exemples regroupés selon trois façons de faire.

4.1. LA MÉTHODE DES "PETITS PAS" ...

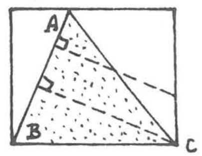
EXEMPLE 1 : *Problème 26 page 60, déjà évoqué ci-dessus en exemple 1 du §2. Voici une autre méthode :*



→ Un pas pour augmenter l'aire en gardant A et C



→ Un second pas, tout pareil, en gardant A et B



Cela revient à n'avoir **qu'une variable par pas.**

EXEMPLE 2 : (Triangle orthique comme triangle de périmètre minimum).
Problème n° 29 page 61.

Le périmètre est fonction de trois points E, G, F : on en fixe d'abord un, d'où un pas vers le périmètre minimum. Ensuite on libère le point préalablement fixé. D'où un nouveau pas ...

4.2. RÉDUCTION D'EMBLÉE À UNE INCONNUE

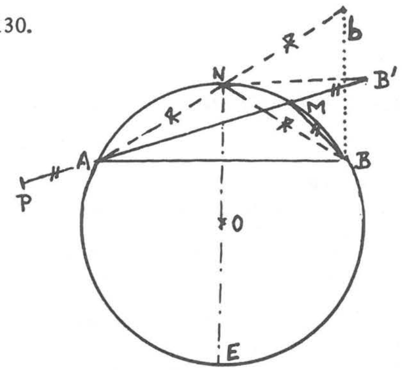
EXEMPLE 1 : Partages proportionnels avec la méthode d'une inconnue auxiliaire.

EXEMPLES 2;3;4;5 : Réduction de nombre de variables ... dans une **fonction vectorielle** ou une **équation vectorielle** liées à la variation ou à la détermination d'un point qui apparaît par l'intermédiaire de plusieurs vecteurs : Cf. énoncés 1 ; 2 ; 3 ; 4 pages 53-54.

4.3. REPRÉSENTATIONS "CANONIQUES" DE SOMMES, différences, ... de longueurs, aires, ...

Il est souvent très utile, s'il intervient une somme de longueurs, d'en disposer comme longueur d'un seul segment... etc pour différence, produit par un nombre, ..., ou angles, aires, ...

EXEMPLE 1 : Enoncé 27 (méthode 1) page 130.



EXEMPLE 2 : Le cercle et A, B sont fixes.
N est le milieu de l'arc $\widehat{AB}$,
et [NE] diamètre.

Lorsque M varie sur l'arc $\widehat{ANB}$, la somme MA+MB présente-t-elle un maximum ?

Méthode 1: Rabattons MB en MB' sur le prolongement de [AM] en M.
Suite : Voir §V.5. Exemple 6 page 134

Méthode 2: La rotation de centre E qui envoie B sur A envoie M en P (et on démontre que P est sur (AM)).
Le triangle EMP est isocèle d'angles constants.
Le maximum de MP (= MA+MB) correspond à celui de EM. D'où ...

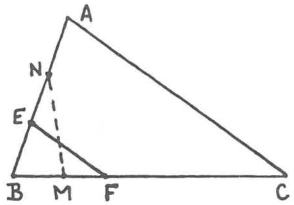
(Autres méthodes :
- Il y a d'autres formations canoniques de MA+MB
- on peut utiliser une symétrie par rapport à (ME)
- et, au-delà de la Seconde:
  - prolonger la méthode 1 en utilisant l'arc capable
  - ou bien former la somme des mesures de MB et MC en fonction de cosinus ou de sinus d'angles,
  - ou bien utiliser des propriétés des ellipses,
  - ...)

EXEMPLE 3 : L'énoncé 29, page 61 , déjà cité, utilise aussi *"le déploiement de 3 longueurs selon une seule"*

EXEMPLE 4 : Enoncé 27, page 61 où le déploiement du périmètre met entre parenthèses les trois inconnues que sont les longueurs des côtés : elles n'interviennent provisoirement plus.

EXEMPLE 5 : (pour des aires) Enoncé 25 page 60

EXEMPLE 6 : *Figure ci-contre, N est donné sur [AB]. Comment choisir M, sur la demi-droite BC d'origine B, tel que aire BMN = k aire BAC avec k donné et k < 1.*



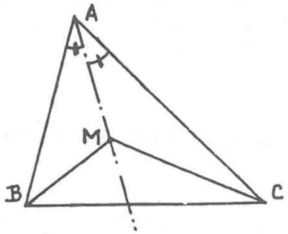
La figure est faite avec k = 1/9.
Le problème est accessible avec le seul programme de 4ème par la méthode 2.

Osons "visualiser" cette aire «k aire ABC». Pour cela :

Méthode 1 : Traçons la parallèle (EF) à (AC) telle que aire BEF = k aire ABC.
Dès la fin de la Troisième, les élèves doivent savoir que :
aire BEF/aire BAC = $(BE/BA)^2$
d'où les choix de E et F, tandis que N et M doivent être de part et d'autre de (EF) (Cf. figure d'analyse ci-dessus).
On établit ensuite, par diverses méthodes, que l'égalité des aires BEF et BNM équivaut à (ME) // (NF).

Méthode 2 : Tracer E tel que BE/BA = k.
Dès lors, le rôle du F précédent est dévolu à C. Le rôle ainsi privilégié de C (mais on peut permuter les utilisations de A et de C) conduit d'ailleurs à tracer (NC).
Suite comme pour la méthode 1.

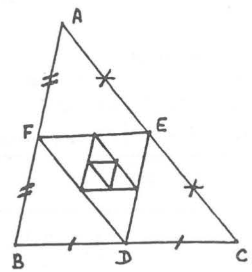
EXEMPLE 7 : *Figure ci-contre, avec AC > AB et MC > MB.*



Il s'agit de comparer AC-AB et MC-MB (ce qui est d'ailleurs un certain piège à propos de différences membre à membre d'inégalités de même sens)

Il suffit de former "canoniquement" l'une des différences par une symétrie par rapport à (AM). Et l'inégalité triangulaire peut jouer.

EXEMPLE 8 :



Soit un triangle ABC de périmètre p et les triangles des milieux successifs. Que dire de la somme de leurs périmètres $p + p_1 + p_2 + p_3 + \dots$?

Déployons-la. En réduction, avec K milieu de [JT] :

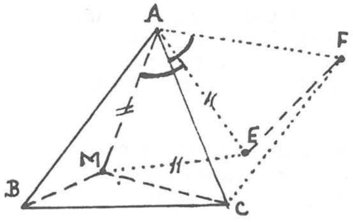
Chaque avancée divise par 2 la distance qui sépare de T. Donc ...

EXEMPLE 9 (très classique)

Cas où $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ sont inférieurs à 120°.

On cherche à placer M tel que MA + MB + MC soit minimale.

Une rotation (A; 60°) permet de déployer MB + MA + MC selon BM + ME + EF.
D'où ... , Etc ...



V. QUE CHOISIR ?

Nous avons regroupé ici diverses situations-problèmes où il s'agit de choisir des positions que l'on attribue à des points variables, et de raisonner à partir de divers types de position possibles.

1. RAISONNEMENT PAR L'ABSURDE

(pour mémoire)

S'il faut choisir entre deux qualités, valeurs, positions contradictoires on examine d'abord les conséquences de celles dont on ne voudrait pas ... Et si ces conséquences entraînent des contradictions ...

2. CHOIX PAR ÉPUISEMENT DES CAS

EXEMPLE 1 : Recherche du chiffre des unités de 3^{1990}

On "épuise" toutes les puissances de 3, à partir de 3 en utilisant l'apparition rapide d'une période dans la succession des chiffres des unités (cycle : 3 ; 9 ; 7 ; 1)

EXEMPLE 2 : Problème 30, page 61 . Il faut envisager *les divers patrons possibles*: celui où [EF] coupe [CD], celui où [EF] coupe [DD'], etc ...

EXEMPLE 3 :

...		8		...				...

La bande est infinie.

Le nombre 7 est dans une autre case que 8 et l'on veut placer des nombres dans les autres cases pour que la somme de trois nombres consécutifs soit toujours 18.

Envisageons les divers cas possibles à partir de 8 et 7 consécutifs puis en les écartant:

Cas n°1

	8	7			

(D'où ici le triplet 8 ; 7 ; 3 indéfiniment répété par translation)

Cas n°2

	8		7	

d'où..

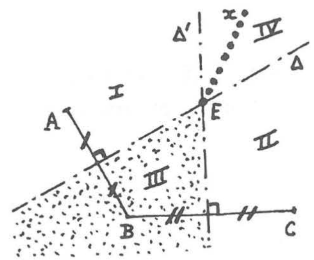
Cas n°3

	8	x	y	7	

d'où ...

Et on retombe sur les cas traités.

EXEMPLE 4 : *Soit trois points fixes A, B, C. Définissons, pour un point M :*
- sa distance d à la paire de points A,B comme la plus courte des distances MA, MB
- de façon analogue, sa distance d' à la paire de points B,C.
Quel est l'ensemble des points M tels que d = d' ?



C'est un bon réinvestissement du régionnement du plan par la médiatrice d'un segment !
Il oblige à considérer 4 types de position de M :
- dans les régions I ou II
- dans la région III
- dans la région IV

Et on trouve un ensemble (qui n'est pas une ligne !) formé par toute la région III et la demi-droite Ex portée par la médiatrice de [AC]!

3. DÉTERMINATION PAR ESSAIS-RECTIFICATIONS

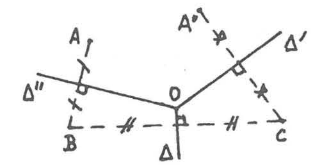
Cette méthode est "autorisée" dès lors qu'on n'a pas d'autres moyens, théoriques, de résoudre des équations.

Le programme de Troisième la prévoit, déjà, en raison des équations du second degré ou du troisième degré que peuvent susciter des études d'aires et de volumes (Cf. énoncé 39 page 65) et des équations de type exponentiel comme celle de l'exemple 3 ci-dessous.

L'usage des calculatrices surtout programmables donne beaucoup de portée pratique à cette méthode. Or, elle a très mauvaise presse en géométrie : de nombreux élèves s'en sont souvent servis pour tracer avec la seule règle graduée un triangle dont les longueurs des côtés sont connues. Depuis, il s'en garderaient bien !

Pourtant quand on ne sait pas "Construire..." cette méthode permettrait au moins une réponse pratique, et sa discussion peut être des plus utiles.

EXEMPLE 1 : Problème de l'exemple 2 du §IV.3, p. 130 en haut, à droite.



Prenons A arbitrairement.
Il s'ensuit un point A' qui devrait être confondu avec A et, sauf miracle, ne l'est pas !
Eh bien, pourquoi ne pas pousser A vers A', en faisant par exemple la moitié du chemin ?
Alors, ô surprise, cela semble aller, aux imprécisions des dessins près ...

Oui, cela va bien. On peut le justifier :
- En Seconde par la "méthode du Sherpa" expliquée peu après
- plus tard par le fait que la composée de trois réflexions d'axes concourants en O est une réflexion autour d'un axe d passant par O, et d est la médiatrice de [AA'].
Donc pour avoir un point invariant dans la réflexion d'axe d ...

EXEMPLE 2 Problème 18 page 58 ou § IV -3. Exemple 1 page 130.
Les essais-rectifications pourront donner l'idée de l'intervention de lignes symétriques...

EXEMPLE 3 Au bout de combien d'années une inflation de 5% par an aura-t-elle doublé les prix ?

Il s'agit de résoudre l'équation en x : $1{,}05^x = 2$.

EXEMPLE 4, avec l'aide de calculatrices programmables :

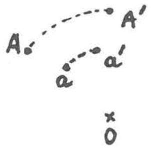
On peut (curieusement ?) résoudre $x^2 + 3x - 5 = 0$ (par exemple) en bouclant sur $x = \frac{-3x+5}{x}$ (issu de $x^2 = -3x+5$) et sur $x = \frac{5}{x+3}$ (issu de $x(x+3) = 5$) !

La justification dépasse le niveau de la Seconde. Elle pourrait s'illustrer, sur écran graphique éventuellement, par une convergence très apparente autour de l'un des points communs à la droite d'équation $y = x$ et, soit à l'hyperbole d'équation $y = \frac{-3x+5}{x}$, soit à celle d'équation $y = \frac{5}{x+3}$

4. LA MÉTHODE DU SHERPA

Elle améliore la méthode des essais-rectifications, au moins en géométrie.

EXEMPLE 1 Reprenons l'exemple 1 précédent.
Escortons maintenant A par un autre point a.
D'où, par les réflexions successives, b, c, a'.



On sait que Aa = A'a'
Donc pour avoir A = A' il faut et il suffit que A soit sur la médiatrice (qui passe par O) de [aa']

EXEMPLE 2 *Construction d'un polygone quelconque connaissant les milieux des côtés (et leur ordre).*

On fait, comme ci-dessus, **les essais avec deux points. L'un aidera l'autre à se placer**

EXEMPLE 3 Pour aider à une mise en équation d'un problème, on soumet aux conditions de l'énoncé une réponse numérique arbitraire. Elle prépare les opérations à indiquer avec l'inconnue (Communiqué par M. GROS)

5. LA RÉFÉRENCE AU CHAMPION PRÉSUMÉ

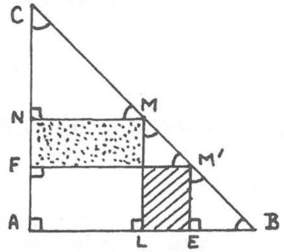
Cette méthode concerne la justification éventuelle d'une conjecture sur un maximum ou un minimum.

EXEMPLE 1 Maximum de xy lorsque x+y est constant

Très classique, et à la source d'une nombreuse famille dont nous reparlerons plus en détail.
Elle intervient dans de nombreuses situations, y compris de la vie pratique.

Avec $x+y = n$, n constant, nous pouvons, à partir d'exemples, conjecturer un maximum de xy lorsque $x = y = a/2$.
Référons xy au champion présumé, en posant $x = (n/2)-d$.
D'où ... $xy = (n/2)^2 - d^2$. Etc...

Autre méthode : recours à un graphique pour la comparaison au champion (avec x et y positifs)



AB = AC = n ; ALMN est un carré.
Posons AE = x et AF = y.
La comparaison des aires sablée et hachurée est immédiate. D'où ...

Remarque 1 : Nous retrouverons ce maximum avec l'étude de la **fonction du programme** $\mathbf{x \mapsto x(1-x)}$

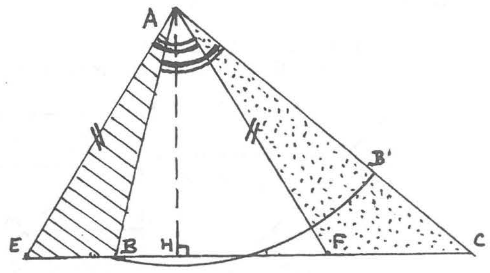
Remarque 2 : Comme $4xy = (x+y)^2 - (x-y)^2$ on a là une autre méthode ..., moins naturelle semble-t-il.

EXEMPLE 2 : Méthode 1 du problème 24 page 60

EXEMPLE 3 : Dernière méthode indiquée dans "Trois problèmes d'aires" (page 94)

EXEMPLE 4 : Solution géométrique donnée "à propos" de l'activité 6 proposée à Lille (page 92)

EXEMPLE 5 : *Triangle ABC de hauteur AH constante et d'angle $\widehat{A}$ constant.*

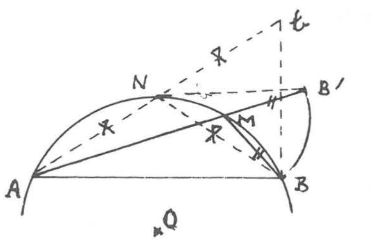


On peut conjecturer un minimum de BC (et de l'aire ABC) lorsque AB = AC.

Soit donc le champion présumé AEF.

Il suffit de comparer les aires hachurée et sablée, par exemple, avec B et C sur la demi-droite EF d'origine E, à l'aide de la rotation de centre A qui envoie E sur F. Alors B vient en B' sur [AC]. Etc...

EXEMPLE 6 Reprenons l'exemple 2 du §IV.4.3., et sa méthode 1, page 131



On compare AB' à NA + NB'
(inégalité triangulaire)

ou AB' à Ab.

Dans les deux cas il y a lieu de démontrer que (MN) est bissectrice de $\widehat{BMB'}$ donc médiatrice de BB'.
La seconde comparaison utilise alors le fait que le triangle AB'b est rectangle.

VI. LES GRANDES FAMILLES

ou " D'UN PROBLEME A UN AUTRE "

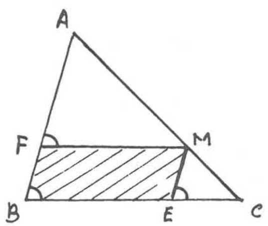
1. RECOURS À UNE VERSION SIMPLIFIÉE

• Exemple 1 : Pour comparer un angle inscrit dans un cercle à l'angle au centre qui intercepte le même arc, je traiterai d'abord le cas où un côté de l'angle inscrit passe par le centre du cercle, puis je m'y ramènerai.

• Exemple 2 : Problème 29 page 61 qui se fonde sur un premier problème (posé avec K,T,L)

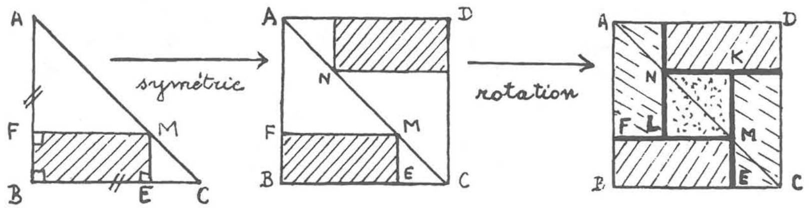
• Exemple 3 :

Voici un problème que nous avons déjà résolu de bien des façons dans cette brochure (et d'abord page 60) : il s'agit de placer M sur [AC] pour que l'aire du parallélogramme BEMF soit maximale.



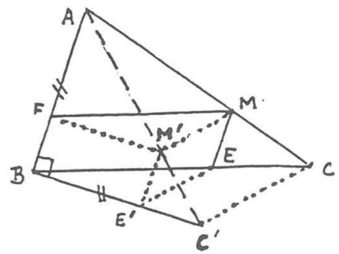
Voici encore une autre méthode :

ETAPE 1. Traitons d'abord le cas particulier où BAC est isocèle et rectangle en B (Cf. aussi page 133) :



Le maximum est atteint quand l'aire sablée est nulle. D'où ...

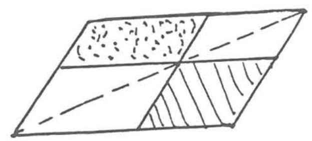
ETAPE 2. On se ramène au cas précédent.



Méthode 1 : On se ramène à la figure initiale de l'étape 1.
Cf. figure ci-contre
On y trouve de belle applications de "Thalès-triangle" ou de l'homothétie.
Et c'est aussi une belle figure de l'espace (pyramide et "prisme inscrit")

Méthode 2 : On garde ABC mais on essaie de retrouver, avec la "déformation" en parallélogrammes, la figure finale de l'étape 1. :

Cette méthode se déroule bien, surtout si l'on sait que les aires sablée et hachurée ci-contre sont égales (Cf. différences d'aires égales). (Cette figure est une partie de la figure générale et ce résultat est utile).



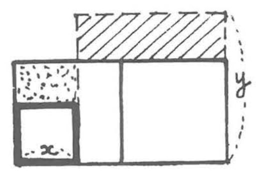
On rapprochera le problème ainsi traité de celui de la page 95 !

2. RECOURS À UN PROBLEME PRÉCÉDENT

C'est l'une des clés fondamentales de la recherche en mathématiques. Cf. le célèbre problème de l'eau à faire bouillir, cité par Paul Poinlevé, mais bien enrichi depuis ! - Cf. page 150 -

• EXEMPLE 1 *Quelques descendants du « Avec x+y constant (=n), xy est maximum quand x = y »*(Cf. p. 133) :

. L'aîné (un ingrat) : Que se passe-t-il alors pour x^2+y^2 ?
$x^2+y^2 = (x+y)^2 - 2xy = n^2 - 2xy$. Donc ...



Remarque : Le minimum peut s'établir directement, par exemple par un graphique référant au "champion...".

. Des cadets : $x(a-x)$; $x^2(a-x^2)$; $x^3(a-x^3)$; ... les deux facteurs ont une somme constante. DONC ...

. Un autre de ses enfants : Si $P = (7-3x)(4+5x)$, $P = 15(\frac{7}{3} - x)(\frac{4}{5} + x)$. Donc ...

Et encore ... Si $J = 8x(4+x)$, $J = -8(-x)(4+x)$. Donc ...

Si $T = (3x-7)(4+5x)$, $T = -15$ (...)(...). Donc ...

J et T sont aussi des ingrats ! Ils proposent un minimum !

Des investissements en géométrie : (L'aire d'un rectangle de périmètre constant est maximale quand ...)

Exemple 1 : Problème 24 page 60.

Exemple 2 : Problème 25 - page 60 - : c'est encore le même théorème !

Posons BE = x , BF = y, EC = z (E est sur [BC]).
L'aire du parallélogramme est xy sin $\hat{B}$, ce qui peut s'écrire sous la forme kxz, avec k constant. Or x + z = BC. Donc ...

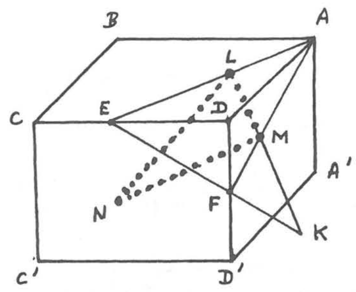
Autre méthode : Aire AFM + aire CEM

$= \text{Aire ABC} \times AM^2/AC^2 + \text{Aire ABC} \times CM^2/CA^2$

$= \text{constante} \times (AM^2 + CM^2)$

Or, Cf. le "fils aîné" précédemment étudié, $AM^2 + CM^2$ est minimum quand M est le milieu de [AC]. Donc ...

Autre exemple : « Situation 3 » page 94



EXEMPLE 2 : *L, M, N sont respectivement des points de 3 faces d'un pavé droit . On cherche la section du pavé droit par le plan LMN.*

Occupons-nous, par exemple, d'abord de la section de DCC'D' par LMN.

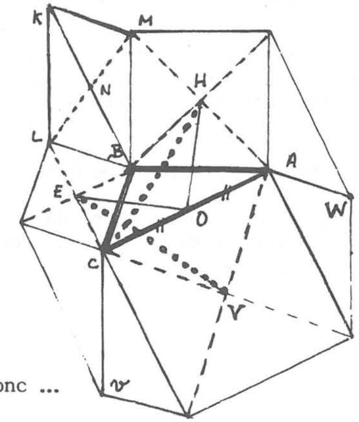
PRINCIPE : On se ramène à une recherche plus facile d'intersection de deux plans. Pour cela, on prend un plan auxiliaire, par exemple ALM, qui coupe LMN et DCC'D' selon deux droites qu'il est aisé de préciser.

D'où K second point commun (connu) de LMN et DCC'D'. Etc...

EXEMPLE 3 Le problème 15, page 57 fait démontrer :
- EFGH carré
- (BK) ⊥ (AC)
- BK = AC

Considérons cela comme acquis pour la suite de cet EXEMPLE 3

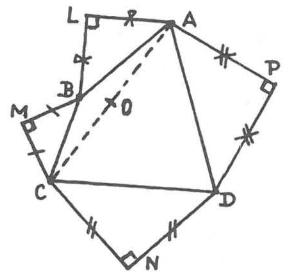
1°) *Soit maintenant (figure ci-contre) un triangle ABC bordé par des carrés, avec des parallélogrammes "entre" ces carrés.*
Il semble que : (HC) ⊥ (EV)
HC = EV
(BK) hauteur de ABC.
Or cette figure se ramène à celle du problème 15 puisque le triangle ABC est, de trois façons différentes, un "demi-parallélogramme"
D'où, aussitôt, (BK) ⊥ (AC).
Et les trois droites (BK), (Cv), (AW) sont les trois hauteurs de ABC. Donc ...



De plus, le triangle OCV est rectangle isocèle.
Donc la rotation (0;90°) qui envoie C sur V envoie aussi H sur E, donc [HC] sur [EV], d'où ...

2°) *En isolant la partie de la figure ici au-dessus de (AC)* on obtient deux triangles BAC et BLM tels que la médiane issue de B de chacun est hauteur pour l'autre (on le sait pour (BN) et il y a réciprocité dans la situation des deux triangles) (Cf. exemple 5 page 127)

3°) *Bordons maintenant avec des carrés (ou des triangles rectangles isocèles) non plus un parallélogramme mais un quadrilatère convexe ABCD. (cf. figure ci-contre)*



Conjecture : (LN) ⊥ (MP)
et LN = MP

Méthode de démonstration :

Couper le quadrilatère ABCD en deux "demi-parallélogrammes", par [AC] ou [BD] et se ramener aux acquis du problème 15 initialement cité.

Dès lors, par exemple, la rotation (0,90°) qui envoie L sur M envoie aussi N sur P. D'où ...

On peut aussi, bien sûr, utiliser la diagonale [BD] ...

Remarque 1 : Une telle méthode évite des méthodes classiques d'accès plus difficile comme la composition des rotations

Remarque 2 : Ce problème du 3° est résolu par utilisation du cas particulier ABCD parallélogramme, ou du cas particulier ABCD réduit à un triangle.

4°) A partir des acquis initiaux, on peut passer directement au 3° et, de là, obtenir les résultats du 1° par PASSAGE A LA LIMITE : il suffit, par exemple, que, sur la figure du 3°, D vienne en C.

5°) Mais, aussi, on aurait pu accéder aux figures du 1°, du 3° et du problème 15 en traitant d'abord la situation du 2°.

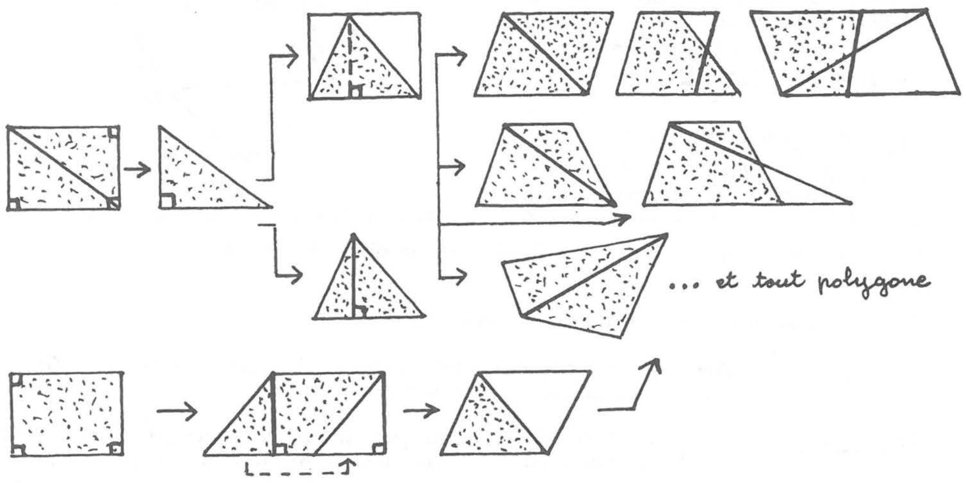
6°) *Nous voyons ainsi apparaître une chaîne de figures (parallélogramme, triangle, quadrilatère, segment par passage à la limite du triangle, ...) telle qu'il suffit d'y pénétrer à un endroit pour saisir par le fait même, avec des résultats analogues, toutes les autres figures de la chaîne.*

3. DES CHAINES DE FIGURES

IL EXISTE DES LIENS DE FILIATION ETROITS ET FECONDS ENTRE LES DIVERS POLYGONES :

. Ils sont relativement bien dégagés (et utilisés) pour la famille des parallélogrammes. On s'y limite trop souvent :
Nous venons de mettre en évidence un (début) de chaîne de polygones tout à fait remarquable.
Or cela est accessible à nos élèves de Seconde.
Jugeons-en par des activités de 6°, 5°, 4° conduisant :

- à des cascades de formules d'aires à partir de celle du rectangle :



- à des cascades de formules sur la somme des angles,
- aux liens : triangle rectangle-triangle isocèle-rectangle

. Par confusion éventuelle de sommets, nous pouvons aussi "descendre", en adaptant ses propriétés (Voir le §2), d'un polygone de n sommets à un polygone de (n-p) sommets, notamment pour p = 1.

.Nos élèves peuvent donc déjà comprendre qu'il existe ainsi DES ENCHAINEMENTS DE FIGURES, faciles à envisager, tels que, DANS CHAQUE CHAINE, UNE CONFIGURATION PEUT CONFERER DES PROPRIETES A TELLE AUTRE OU LUI EN ACQUERIR.

Joignons-y l'intérêt accordé aux figures liées aux cinq transformations du programme, et nos élèves pourront envisager plus facilement des traitements "naturels" de problèmes de géométrie liés à des méthodes générales telles que celles que nous avons essayé de dégager et de mettre en oeuvre.

VII. UNE EVOLUTION DES PREUVES

"A chacun sa vérité" [L. Pirandello]

A chacun son "niveau de rigueur" selon ses connaissances, ses possibilités et les objectifs impartis.
Ce qui n'empêche pas, au regard de critères peu à peu affinés et plus exigeants, de rechercher un "plus vrai" ou un "plus rigoureux".

EXEMPLE 1 : Problème 30, page 61.

En 6ème-5ème, on fait les patrons et on **mesure**, à la règle graduée, les longueurs des divers chemins possibles :

- celui où, sur le patron, le segment [EF] coupe [CD[,
- celui où le segment [EF] coupe [DD']
- etc...

Si les différences de ces mesures sont significatives (supérieures au degré d'imprécision), nous pouvons décider ... en toute rigueur.

A partir de la 4ème, et des patrons, on **calcule** les longueurs à l'aide de la relation de Pythagore. De là un choix précis.

[Mais que penserait l'araignée de ces divers critères ?]

EXEMPLE 2 : problème 15 page 57

En 4ème-3ème, une observation raisonnée, avec un calque, de rotations telles que R(E;90°) fera constater l'invariance globale du pavage. Quelques élèves pourront aller plus loin dans l'argumentation : Il suffirait, par exemple, de prouver que, [BC] envoyé sur [LB], [CD] l'est sur [BM].

En Seconde un plus grand nombre d'élèves pourraient franchir un tel pas.

EXEMPLE 3 : Exemple 2 du §IV.2. page 129

Le calcul même, par son principe de réduction, justifie la loi de formation du terme médian, et cela quel que soit le nombre (impair) de termes proposé. Sera-t-il utile, bien après la Seconde, d'envisager une formalisation de l'expression du terme médian et une démonstration par récurrence ?

CONCLUONS AVEC LE PROGRAMME (§III.5)

"La maîtrise du raisonnement et du langage mathématique doit être placée dans une perspective de progression ; *on se gardera donc de toute exigence prématurée de formulation,* aussi bien pour les énoncés que pour les démonstrations".

RENSEIGNEMENTS DIVERS

BIBLIOGRAPHIE

"PERSONNES-RESSOURCES" EN INFORMATIQUE

Liste par académies

"PERSONNES-RESSOURCES" A PROPOS DES REFERENTIELS

Liste par académies

L'A.P.M.E.P.

Qu'est-ce que l'A.P.M.E.P. ?
Bureau national, ...
Brochures de l'A.P.M.E.P.
Conditions d'adhésion et d'abonnement
Bulletin d'adhésion-abonnement. Commande de brochures.
Informations diverses
Pour notre bulletin

BULLETIN DE SOUSCRIPTION

BIBLIOGRAPHIE

. A L'INVERSE DE LA PUBLICATION INTER-IREM ANNONCEE PAGE 51 , A PARAITRE EN SEPTEMBRE-OCTOBRE 1990, si les ouvrages cités ici concernent la classe de Seconde, ils correspondent au programme qui va être périmé.
Mais ces ouvrages sont largement utilisables dans la mesure où leur esprit est déjà celui du nouveau programme.

. LES BROCHURES DE L'A.P.M.E.P. peuvent être commandées au siège national : cf. pages 144-147 , ou aux Régionales A.P.M.E.P. (souvent dans les I.R.E.M.)

LES OUVRAGES DES I.R.E.M., infiniment plus nombreux que ceux cités ici, sont répertoriés dans un "Nouveau catalogue des Publications des I.R.E.M." disponible dans chaque I.R.E.M. Sauf pour les PUBLICATIONS INTER-IREM, EN VENTE DANS CHAQUE IREM, chaque IREM assure seul la vente de ses productions.

LES PUBLICATIONS DU C.N.D.P. ou des C.R.D.P. sont en principe disponibles et vendues dans chaque C.R.D.P. ou C.D.D.P.

La Bibliographie ci-après est complétée, en page intérieure de la couverture qui clôt la brochure, par des renseignements sur divers PERIODIQUES DE MATHEMATIQUES de régionales A.P.M.E.P.; autres périodiques : voir page 150.

1. QUELQUES DOCUMENTS HAUTEMENT SOUHAITABLES

Textes officiels complets des "PROGRAMMES ET COMPLEMENTS *(= Commentaires)* DE MATHEMATIQUES DU COLLEGE", disponibles à partir des B.O. cités page 8 §3 ou par achat d'une brochure spécifique du CNDP (40F) ou, parfois, dans les IREM.

Deux textes de la C.O.P.R.E.M. (édités par le CRDP de Strasbourg) : la proportionnalité. Le calcul numérique.

Deux textes du G.R.E.M. (Cf. pages 6 ; 22-23) :
- Sur l'introduction du calcul littéral
- Calculatrices et ordinateurs dans l'enseignement des mathématiques au Lycée

AUDI-MATH 1 (Que chaque professeur a dû recevoir ...)

2. OUVRAGES SPECIFIQUES POUR LA SECONDE

"Ancien programme" (Cf. plus haut) :

A.P.M.E.P. "Pour une mathématique vivante en Seconde"
"Mathématique active en Seconde"

IREM de NANCY : "Dessiner l'espace" (Très intéressant pour la Seconde, avec des passerelles pour la 1°S)

CRDP de GRENOBLE : "Un capitaine, 35 moussaillons", de Sylviane GASQUET, ouvrage recommandé qui insiste sur les méthodes d'enseignement.

CRDP de Poitiers : "Faire des mathématiques en Seconde" (Méthodes en pratique"

Ministère E.N. - D.L.C. - "Utiliser des objectifs de référence en Seconde (maths"

Nouveau programme

CRDP de LILLE : "Mathématiques en Seconde" ("Méthodes en pratique")

3. OUVRAGES POUR PLUSIEURS NIVEAUX

3.1. NOUVEAUX PROGRAMMES COLLEGE :

. EVALUATIONS A.P.M.E.P. (Epreuves, résultats, analyses). Une par niveau : 6ème ; 5ème ; 4ème (Cf. page 24). Pour la TROISIEME : PASSATION DES EPREUVES EN JUIN 1990, BROCHURE EN DECEMBRE 1990.

. BULLETINS INTER-IREM "SUIVI SCIENTIFIQUE" : un par niveau, de la Sixième à la Troisième.

3.2. ANCIENS PROGRAMMES DE COLLEGE

. A.P.M.E.P. : "Activités mathématiques en 4°-3°, Tomes 1 et 2. (très utilisables en Seconde !)

3.3. PLUSIEURS CLASSES (dont la Seconde)

. "APPRIVOISER LES MATHS" par Sylviane GASQUET, éditions SYROS - - L'Ecole des Parents -, particulièrement recommandé !

. CRDP d'ORLEANS : "Enseigner les mathématiques" 3ème édition, enrichie, d'un très bon ouvrage pour la formation initiale et continue des enseignants.

. A.P.M.E.P. : "Second cycle : Seconde ; Première ; Terminales" : de riches sujets d'activités : cf. page 21.

. IREM de GRENOBLE : "Apprentissage du raisonnement"

. IREM de LYON : "La pratique du problème ouvert"
"Situations-problèmes : erreurs, obstacles, ..."
"Travaux didactiques"

. IREM de PARIS-NORD : "Des exercices à support concret, technologique, physique, pour Seconde, Première, toutes Terminales"

. IREM de POITIERS : "La géométrie au Lycée" (2nde, 1°S, T.C.)

. IREM de RENNES : "Faire de la géométrie" (4°, 3°, 2nde, 1°)

CRDP de GRENOBLE : Homéopathie math. (aide individualisée aux élèves en difficulté) par Sylviane GASQUET.

3.4. OUVRAGES GENERAUX

."Différenciation de la pédagogie" Numéros spéciaux des "Cahiers pédagogiques"

. "Différencier la pédagogie" "Pourquoi ? Comment ?" et "Math-Français". CRDP de LYON.

. "Aide à la construction des savoirs". CRDP de GRENOBLE

. "Des outils pour agir : travailler en équipe pédagogique" . Ministère de l'Education Nationale. Direction des Lycées et Collèges.

3.5. TROIS OUVRAGES BELGES :

. "Olympiades mathématiques belges" par S.B.P.M. : cf page 148

.. "L"archipel des isométries" et "Contremanuel de Statistique et de Probabilité". Editions du GEM. Chemin du Cyclotron, 2. — B 1348 Louvain-la-Neuve — Belgique.

"PERSONNES-RESSOURCES" POUR LES APPLICATIONS PEDAGOGIQUES DE L'INFORMATIQUE

Liste des participants au stage national "APPLICATIONS PEDAGOGIQUES DE L'INFORMATIQUE A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES", placé sous la responsabilité

de Monsieur DABLANC Inspecteur Général de Mathématiques

et de Madame VIRTEL Inspectrice Générale de Mathématiques.

ACADEMIE	NOM	ETABLISSEMENT
AIX-MARSEILLE	Mme CAILLEAUX	Lycée Thiers 5 Place du Lycée 13232 MARSEILLE CEDEX
AMIENS	M. MOLIN	Collège Etouvie Avenue du Languedoc 80000 AMIENS CEDEX
ANTILLES GUYANE	M.CYRILLE	Lycée Schoelcher BP 636 Bd.Attuly 97200 FORT DE FRANCE
BESANCON	M.MOULIGNEAU	Lycée Jean Michel 400 Rue du Dr.Jean Michel 39015 LONS LE SAUNIER
BORDEAUX	M.LANNEAU	Lycée François Mauriac 1 Rue H.Dunant 33072 BORDEAUX CEDEX
CAEN	M.VAUTTIER	Lycée Le Verrier 7,Rue Le Verrier 50000 SAINT-LO
CLERMONT-FERRAND	M.DEVAUX	Lycée Lafayette Plateau St-Laurent 43100 BRIOUDE
CORSE	M.CARTAL	Collège de Porticcio 20166 PORTICCIO
CRETEIL	M.BLEVOT	Collège J.J.Rousseau 24-26 Rue E.Augier 93310 LE PRE ST GERVAIS
DIJON	Mme ROBBE	Collège Les Lentilières 18 Bd Robert Schuman 21000 DIJON
GRENOBLE	M.ROZENKNOP	Lycée G.Faure 2 Ave du Rhône 74000 ANNECY
LILLE	M.BAILLEUX	Collège Place de la Mairie 62860 MARQUION
LIMOGES	M.CITRON	Collège Jean Zay 23170 CHAMBON SUR VOUEIZE
LYON	M.RICHARD	Lycée Claude Lebois 8 Bd Alamaguy BP 128 42403 St CHAMOND CEDEX
MONTPELLIER	M.CREPE	Collège Le Bastion 24 Bd de Varsovie 11012 CARCASSONNE CEDEX
NANCY-METZ	Mme JEAN	Lycée L.Bertrand 27 Ave Albert de Briey 54150 BRIEY
NANTES	M.KELHETTER	Collège Chevrerul 4 Rue Prébaudelle 49100 ANGERS
NICE	M.SOLEAN	Lycée d'Estienne d'Orves 13 Ave d'Estienne d'Orves 06050 NICE CEDEX
ORLEANS-TOURS	M.DESNOYER	Collège Rollinat Rue du lycée BP 18 36200 ARGENTON SUR CREUSE
PARIS	Mme.BORDE	Collège C.FRANCK 5Rue de la Jussienne 75002 PARIS
POITIERS	M.SERRES	Lycée E.Branly 86106 CHATELLERAULT CEDEX
REIMS	M.CHEVIN	Collège Colbert 51096 REIMS CEDEX

RENNES	M.CHOIRAL	Lycée Beaumont Rue du Lycée 35605 REDON CEDEX
LA REUNION	M.LAURET	Rectorat CFAIR 1 Rue de la Compagnie 97405 ST DENIS CEDEX
ROUEN	M.WEILL	Lycée G. le Conquérant Allée de la Côte Blanche 76170 LILLEBONNE
STRASGOURG	M.DEMARS	Lycée 123 Rte de Strasbourg BP 123 67504 HAGUENAU CEDEX
TOULOUSE	M.FAGES	Collège Mermoz Rue Ginestet 31700 BLAGNAC
VERSAILLES	Melle LABAT	Collège Henri IV Route de Pontoise 78250 MEULAN

PERSONNES-RESSOURCES A PROPOS DES "OBJECTIFS DE REFERENCE".

Liste des participants au stage national intitulé:

Utilisation des référentiels en classe de seconde

AIX-MARSEILLE		
M.AUDIBERT	Lycée St Charles	MARSEILLE
M.OLIVE	Lycée Genevoix	MARIGNANE
AMIENS		
M.GIBAUD	Lycée J.Hachette	BEAUVAIS
M.DHERMY	Lycée H.Martin	St QUENTIN
BESANCON		
M.MAGNENET	Lycée V.Hugo	BESANCON
M.FORNALLAZ	Lycée Cournot	GRAY
BORDEAUX		
MmeLOUSTAU	Lycée Pape Clément	PESSAC
M.PUYOU	Lycée B.Palissy	AGEN
CAEN		
Mme GRANVAL	Lycée Fresnel	CAEN
M.VALLEE	Lycée Allende	HEROUVILLE
CLERMONT-FERRAND		
Mme LOPITAUX	Lycée Virlogeux	RIOM
Mme PORTE	Lycée Mme de Stael	Montlucon
CORSE		
Mme MORACCHINI	Lycée Giocante	BASTIA
Mme PAOLETTI	Lycée Fesch	AJACCIO
CRETEIL		
M.CLADIERE	Lycée J.Brel	LA COURNEUVE
M.PHILBERT	Lycée L.Armand	NOGENT/MARNE
DIJON		
M.BRIDENNE	Lycée Eiffel	DIJON
M.COUGNOT	Lycée S.Liégeard	BROCHON

GRENOBLE		
M.CHUZEVILLE	Lycée L.de Vinci	VILLEFONTAINE
M.LAUR	Lycée Mounier	GRENOBLE
LILLE		
M.LOBRY	Lycée Watteau	VALENCIENNES
Mme PREVOST	Lycée Condorcet	LENS
LIMOGES		
M.CANAL	Lycée Gay Lussac	LIMOGES
Mme FANNECHERE	Lycée R. Dautry	LIMOGES
LYON		
M.AULAGNIER	Lycée du Forez	FEURS
M.BETTON	Lycée J.Moulin	LYON
MONTPELLIER		
M.SECO	Lycée Loubatières	AGDE
M.TROUCHE	Lycée Joffre	MONTPELLIER
NANCY-METZ		
M.CLUSAZ	Lycée P.et M.Curie	NEUFCHATEAU
Mle FABREGAS	Lycée Schuman	METZ
NANTES		
M.DELORME	Lycée Garnier	LA FERTE BD
Mme DENMAT	Lycée Monge	NANTES
NICE		
Mme PECAL	Lycée Audiberti	ANTIBES
Mme BARRET	Lycée du Parc Imp.	NICE
ORLEANS-TOURS		
M.DUPIRE	Lycée J.Zay	ORLEANS
M.MARCHAND	Lycée Rollinat	ARGENTON/CREUSE
POITIERS		
M.BONNEVAL	Lycée V.Hugo	POITIERS
M.SICRE	Lycée J.Macé	NIORT
REIMS		
M.FANT	Lycée Bouchardon	CHAUMONT
M.THIEBAULT	Lycée Bourgeois	EPERNAY
RENNES		
M.MARMORET	Lycée Colbert	LORIENT
M.RUELLAN	Lycée de Guer	COET-QUIDAN

ROUEN		
M.LE HIR	Lycée	PONT AUDEMER
M.VASSELIN	Lycée Flaubert	BIHOREL
STRASBOURG		
Mme BUSSER	Lycée Bartholdi	COLMAR
M.KEYLING	Lycée Fustel de C	STRASBOURG
TOULOUSE		
M.AYMES	Lycée Michelet	MONTAUBAN
M.JOUANANRD	Lycée M.Curie	TARBES
VERSAILLES		
Mme PRIA	Lycée G.Sand	RUEIL-MALMAISON
M.TORRES	Lycée Jean Jaurès	ARGENTEUIL

Prix de la jeunesse

au Festival du

Film scientifique

Palaiseau 1989

LES COMPTES DE BASTET

(Mathématiques Egyptiennes)

Film Vidéo 18 mn - Format VHS

livré avec un document d'accompagnement

(Scénario ; piste d'activités)

Objectifs

A partir des lieux et des objets des Musées Labit (Toulouse), et Champollion (Figeac), il s'agit de découvrir progressivement des éléments de mathématiques égyptiennes. A travers eux, ce sont la pensée et la civilisation de l'ancienne Egypte qui sont évoquées.

Ce document peut avoir une utilisation pédagogique aussi bien en mathématiques qu'en histoire ;de plus un public non averti mais curieux doit pouvoir en retirer plaisir et connaissances.

BON DE COMMANDE

à retourner à l'IREM de Toulouse

NOM : ______________________

____

____

PRIX : 180 Fr TTC (Brochure d'accompagnement comprise)

(+ 10 Fr. pour frais de port)

Siège social - Secrétariat :
26, rue Duméril - 75013 Paris.

• Qu'est-ce que l'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe près de 8 000 enseignants concernés par les mathématiques (« de la Maternelle à l'Université »).

Les maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux, « de la Maternelle à l'Université », mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique. Ils ont défini leurs objectifs dans la Charte de Caen et dans le Texte d'Orientation 1978, en particulier sur les finalités de l'enseignement, l'expérimentation pédagogique, la formation des maîtres. En s'appuyant sur les idées contenues dans ces textes, ils conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec des Associations de Professeurs de mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies, (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association, ainsi qu'un journal d'actualité, « Le B.G.V. » (5 numéros par an).

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation concernant tous les niveaux d'enseignement et qui ne sont ni des manuels ni des traités.

Depuis 1986, l'A.P.M.E.P. a un service télématique (bases de données d'exercices et d'information sur les logiciels de mathématiques, vie de l'association...).

Modes d'accès : 36 15 + code APMEP - 36 14 sur abonnement (voir page 2).

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
26 rue Duméril, 75013 PARIS
Tél. (1) 43.31.34.05

Présidents d'honneur: G.WALUSINSKI - L.DUVERT

1989 - 1990

BUREAU

Présidente : E.BUSSER

Vice-président : A.BONNET

Secrétaires administratifs : N.TOUSSAINT, A.SOLEAN

Trésorier : M.DAMON

Secrétaires nationaux :
Élémentaire E.N.: A.BOLLOTTE
Collèges : M.-D FONTAINE
Lycées : C ZEHREN
Lycées Professionnels : J.F.NOEL
Université : M.BONN
Vie interne : D.FREDON
Relations extérieures : N.VIGIER

CHARGÉS DE MISSION

Représentants APMEP à l'ADIREM: A.BOLLOTTE, M.BONN
Sujets d'examens : J.CAPRON
Relations internationales : C.ZEHREN, A.MICHEL-PAJUS
Représentants S.C.F.C.I.E.M. : H.BAREIL, P.L.HENNEQUIN A.MICHEL-PAJUS, C.ZEHREN
Relations avec l'Union des Professeurs de Spéciales : A.MICHEL-PAJUS
Relations avec la Société Mathématique de France : D.LEHMANN
Organisation Journées Guadeloupe : R.METREGISTE, P.MOLINIER
Trésorerie-Comptabilité : F.MAGNA
Promotion-Prospective : A.VALABREGUE
Evaluation : A.BODIN, J.P.SICRE

COMMISSIONS NATIONALES

Elémentaire - E.N. :M.KERNEIS
1er Cycle : F.AYRAULT
2d Cycle court : J.C.SACHET
2d Cycle long : M.BARDY
Formation des enseignants: C.ANSAS
Evaluation : A.GAGNEUX
Informatique : M.LEENHARDT

COMMISSION DES PUBLICATIONS

Présidente : E.BUSSER
Bulletin : P.L.HENNEQUIN
B.G.V. : A.LAURENT
Brochures : H.BAREIL
Fabrication :
B.G.V. : A.LAURENT
Brochures : J.M.GAUTHIER
Autre membre : M.DAMON

GROUPES DE TRAVAIL

Mots : J.LECOQ
Jeux : F.MINOT
Histoire des mathématiques : J.P.FRIEDELMEYER
Manuels scolaires : M.PECAL
Dictionnaire : J.CHASTENEY DE GERY
Vie des établissements : J.FROMENTIN
Référentiel Seconde : M.MAGNENET

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

BON DE COMMANDE * Cochez les cases de votre choix

*	Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris janvier 90	Prix en francs port non compris
☐	0	**Pour apprendre à conjecturer: initiation au calcul des probabilités** par L. Guerber et P.L. Hennequin, 1968, 232 p. ...	28 33 (cartonné)	
☐	2	**Matériaux pour l'histoire des nombres complexes** par Jean Itard, 1969, 32 p....	6,00	
☐	6	**Charte de Caen**, étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1972, 32 p.	5	
☐	8	**Mots I**, 1974, 100 p.	18,00	10
☐	9	**Elem-Math I**, 1975, 56 p.	8,20	4
☐	11	**Mots II**, 108 p.	18,00	10
☐	13	**Mathématique pour la formation d'adultes** (CUEEP) par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p.	27,50	15
☐	14	**A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième** (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2ᵉ édition, 1976, 220 p.	27,50	15
☐	15	**Mots III**, 1976, 136 p.	20,00	12
☐	17	**Hasardons-nous**, 1976, 220 p.	37,50	25
☐	19	**Elem-Math III, La division à l'école élémentaire**, 1977, 100 p.	18,00	10
☐	20	**Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques**, 1977, 280 p.	37,50	25
☐	21	**Géométrie au premier cycle, tome 1**, 1983, 208 p.	60,50	48
☐	22	**Géométrie au premier cycle, tome 2**, 1978, 328 p.	42,50	30
☐	23	**Pavés et bulles** par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	37,50	25
☐	24	**Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM)**, 1978, 120 p.	28,00	20
☐	25	**Mots IV**, 1978, 152 p.	18,00	10
☐	27	**Pour une mathématique vivante en Seconde**, édition remaniée, 1985, 160 p. .	47,00	39
☐	D1	**La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire de l'A.P.M.E.P.** 1962-1979, 113 notices, 221 fiches	87,50	75
☐	28	**Analyse des données, tome 1**, 1980, 248 p.	42,50	30

A.P.M.E.P. / A.P.M.E.P. / A.P.M.E.P. / A.P.M.E.P. / A.P.M.E.P. / A.P.M

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

BON DE COMMANDE * Cochez les cases de votre choix

☐	29	**Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaire**, 1979, 192 p.	47,50	35
☐	30	**Les manuels scolaires de mathématiques**, 1979, 280 p.	42,50	30
☐	31	**Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle)**, 1983, 200 p.	47,00	39
☐	33	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1**, 1979, 248 p.	47,50	35
☐	35	**Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes**, 1979, 104 p.	28,00	20
☐	36	**Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire**, 1980, 64 p.	13,20	9
☐	37	**Mots V**, 1980, 114 p.	22,00	14
☐	38	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2**, 1981, 140 p.	33,00	25
☐	41	**Fragments d'histoire des mathématiques**, 1983, 176 p.	38,00	30
☐	43	**Mathématique active en Seconde**, 1981, 220 p. environ	50,50	38
☐	44	**Ludofiches 82**, 1982, 13 fiches de jeux cartonnées	28,00	20
☐	46	**Mots VI : Grandeur - Mesure**, 1982, 133 p.	31,00	23
☐	48	**Evariste Galois (1811-1832)**, format 21 × 29,7, 1982, 56 p.	53,00	45
☐	49	**Elem-Math VII, Aides pédagogiques pour le cycle moyen, Géométrie**, 1983, 116 p.	33,00	25
☐	50	**Du matériel pour les mathématiques** (Journées de Poitiers), 1983, 100 p.	48,00	40
☐	51	**Ciel passé présent** par Gilbert Walusinski, 1983, 222 p.	62,50	50
☐	52	**Ludofiches 83**, 1983, 20 fiches de jeux cartonnées	31,00	23
☐	53	**Musique et mathématique** par B. Parzysz suivi de **Gammes naturelles** par Y. Hellegouarch, 1984, 164 p.	59,00	51
☐	54	**Presse écrite et mathématique**, 1984, 120 p.	61,90	51
☐	56	**Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane** par Gérard Audibert, 1984		
		Volume I , 476 p.	77,00	60
		Volume II, 355 p.	62,50	50
☐	57	**Mots VII : Angle, symétrie, orientation, phase, angle-de-couples, repérage**, 1984, 140 p.	37,00	29
☐	58	**Activités mathématiques au Collège**, 1985, 56 p.	32,20	28
☐	59	**Jeux 2 - Jeux et activités numériques**, 1985, 192 p.	58,00	50
☐	60	**Inforama - Panorama du fait informatique**, 1985, 224 p.	62,50	50
☐	61	**Elem-Math VIII - Aides pédagogiques pour le cycle moyen (nombres décimaux)**, 1986, 184 p.	46,00	38
☐	62	**Dictionnaire A.P.M.E.P.**, millésime 1986, 39 fiches	71,50	59
☐	63	**Activités mathématiques Premier Cycle (1986) : représentations graphiques - Activités géométriques**, 40 p.	30,20	26
☐	64	**Elem-Math IX, Aides pédagogiques pour le cycle moyen - Situations - Problèmes**, 1987, 184 p.	72,50	60
☐	65	**Fragments d'histoire des mathématiques**, Tome 2, 1987, 212 p.	67,50	55
☐	66	**Evaluation du programme de mathématiques fin de 6e**, 1987, 120 p., format 21 × 29,7	57,50	45
☐	67	**Mots 8**, 165 p.	63,00	55
☐	68	**Ludofiches 88**, 1988, 21 fiches de jeux cartonnées	48,00	40
☐	69	**Activités Second Cycle**, 1988, 192 p.	87,50	75
☐	70	**Ces problèmes qui font les mathématiques ,la trisection de l'angle**, 1988, 100 p.	68,00	60
☐	72	**Evaluation du programme de mathématiques fin de cinquième**, 1989, 180 p., format 21 × 29,7	92,00	75
☐	74	**1000 classes, 1000 chercheurs**, 1989, 86 p., format 21 × 29,7	62,50	50
☐	77	**Evaluation du programme de mathématiques fin de quatrième**, 1989, 160 p., format 21 × 29,7	102,00	85

Commande à adresser à : A.P.M.E.P. 26 rue Duméril 75013 Paris.
CCP 5708-21 N PARIS.

• **Conditions d'adhésion et d'abonnement**

1. **Vous pouvez faire partie de l'Association si vous êtes membre de l'enseignement public**
   a) soit en adhérant seulement (vous ne recevrez alors que les appels à voter, mais ni bulletin, ni B.G.V.) ;
   b) soit en adhérant et vous abonnant au bulletin et au B.G.V. (abonnements groupés à un tarif spécial), et cela suivant votre catégorie. N.B. Le "Bulletin" (pas le B.G.V.) est souvent appelé "Bulletin vert".
2. **Si vous enseignez dans l'enseignement privé ou si vous êtes un enseignant étranger,** vous pouvez être membre associé (vote du Comité du 3.6.84), participer aux activités de l'Association, bénéficier des mêmes tarifs que les adhérents de l'enseignement public, sans toutefois pouvoir exercer une responsabilité ou prendre part aux divers votes nationaux et régionaux.
3. Il est également possible de s'abonner sans adhérer (c'est le cas des établissements ou des C.D.I.).
4. Si vous êtes un maître polyvalent ou un instituteur, vous avez la possibilité de bénéficier d'un tarif d'adhésions et d'abonnements jumelés à deux associations de professeurs.

ADHÉSION - ABONNEMENT - ANNÉE CIVILE 1990

DIVERSES FORMULES :

I. Tarifs préférentiels pour les membres adhérents ou associés de l'A.P.M.E.P.

TARIF SPÉCIAL PREMIÈRE ADHÉSION		160 F code A1
TARIFS 90 pour les membres adhérents et associés	Adhésion seule	Adhésion et Abonnements groupés
Adhérents sous les drapeaux - Edutiants non salariés		60 F code A2
Instituteurs - Normaliens - Adhérents en disponibilité Adhérents en retraite ou en demi-service	45 F code C1	195 F code A3
Autres membres	125 F code C2	275 F code A4

II. Tarifs spéciaux jumelés pour maîtres polyvalents (uniquement réservé aux enseignants)

Autre discipline	Français (AFEF)	Biologie Géologie (APBG)	Physique collège (APISP)	Physique (U.D.P.) *service complet*	Physique (U.D.P.) *service réduit collège*
	265 F code F	385 F code S	310 F code P	445 F code U	305 F code D

L'abonnement AFEF dans l'abonnement jumelé AFEF/A.P.M.E.P. est de un an à compter de l'inscription.
Pour **l'abonnement A.P.M.E.P./UDP**, à l'étranger, ajouter 100 F pour envoi par voie de surface (tarifs par avion UDP, contacter l'UDP).

III. Abonnement aux publications (tarif général pour les établissements)

Abonnement au bulletin A.P.M.E.P.	280 F	code B1
Abonnement au B.G.V. (feuille d'actualité)	55 F	code B2
Abonnements au bulletin *et* au B.G.V.	335 F	code B3

La facture ne pourra être que datée de 1990.

V. Avantage réservé aux abonnés

Vous pouvez commander des brochures à prix réduit.
Cette réduction n'est valable que pour cette commande, prise dans la liste suivante (un seul exemplaire de chaque).

	Prix réduit (port compris)		Code
– Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane (2 volumes), 831 p., 1984	~~136,30 F~~	70 F	A
– Ces problèmes qui font les mathématiques : la trisection de l'angle, 96 p., 1988	~~65,90 F~~	50 F	B
– Ludofiches 88, 23 fiches, 1988	~~47,40 F~~	35 F	C
– Jeux 2, 192 p., 1985	~~57,40 F~~	45 F	D
– Activités mathématiques au collège, 56 p., 1985	~~31,70 F~~	25 F	E
– Activités mathématiques au collège : représentations graphiques, activités géométriques, 40 p., 1986	~~29,70 F~~	20 F	F
– Histoire des mathématiques, Tome 1, 176 p., 1983	~~37,40 F~~	30 F	G
– Histoire des mathématiques, Tome 2, 212 p., 1987	~~65,90 F~~	50 F	H
– Dictionnaire 1986, 39 fiches	~~69,90 F~~	55 F	I
– Elem-math VIII, nombres décimaux, 184 p., 1986	~~45,40 F~~	35 F	J
– Du matériel pour les mathématiques (Journées de Poitiers), 100 p., 1983	~~47,40 F~~	35 F	K
– Mots VI ; grandeur, mesure..., 133 p., 1983	~~30,40 F~~	20 F	L
– Mots VII ; angle, symétrie..., 140 p., 1984	~~36,40 F~~	25 F	M
– Mots VIII ; invariant, translation..., 148 p., 1988	~~62,40 F~~	50 F	N
– Ciel passé présent, 222 p., 1983	~~60,90 F~~	45 F	O
– Presse écrite et mathématiques, 120 p., 1984 (format A4)	~~61,90 F~~	45 F	P
– Inforama : panorama du fait informatique, 224 p., 1985	~~60,90 F~~	45 F	Q
– Musique et mathématiques, 164 p., 1984	~~58,40 F~~	45 F	R

IV. Abonnement au serveur télématique sur le 36-14

2 heures d'abonnement **50 F**

A.P.M.E.P. A RETOURNER

ADHÉSIONS - ABONNEMENTS - COMMANDES BROCHURES

1990

Partie à retourner à : Secrétariat A.P.M.E.P., 26 rue Duméril, 75013 PARIS
accompagnée de votre règlement.

NOM et Prénom : ____________________
Adresse : ____________________

I - ADHÉSIONS - ABONNEMENTS

Indiquez ci-contre pour la formule que vous avez choisie le code et le montant

Code	Montant de l'adhésion et/ou de l'abonnement (a)
☐☐	F (a)
	Supplément avion éventuel
	F (b)

II - BON DE COMMANDE
A. Brochures

Reportez ci-contre le titre le code et le prix des brochures que vous désirez commander

Titre	Code	Montant

Total à régler pour les brochures , F (c)

B. Serveur télématique - code Z
Nombre de tranches de *2 heures* d'abonnement ——→ ☐ × 50 F

Total à régler pour le serveur , F (d)

III - *Joindre, à l'ordre de l'A.P.M.E.P., un chèque postal* ☐, *bancaire* ☐ *de (a)+(b)+(c)+(d) =* , F

C.C.P. A.P.M.E.P. PARIS 5708-21 N

ATTENTION : Les brochures commandées ne pourront vous être adressées que **dans un certain délai**, après traitement informatique de l'ensemble des commandes.

T.S.V.P.

Renseignements complémentaires, facultatifs pour les futurs adhérents :

- *Numéro de téléphone personnel*

☐☐☐☐☐☐☐☐

- *Fonction (reporter le code dans la colonne de gauche)*

☐
1 Instituteur (trice)
2 Directeur (trice)
3 Professeur
4 Documentaliste
5 Retraité ou en disponibilité
9 Autres (préciser : ....)

- *Dans le cas des professeurs bivalents, préciser quelle autre discipline vous enseignez (reporter le code colonne de gauche)*

☐
1 Physique
2 Biologie
3 Technologie
4 Éd. physique
5 Éd. musicale
6 Informatique
7 Arts plastiques
9 Autres (préciser : ....)

- *Cycle et type d'enseignement (Activité principale)*

☐
A Pré-élémentaire
B Élémentaire
C Premier cycle seulement (enseign. général)
D L.E.P. (B.E.P. et C.A.P. en 2 ans)
E L.E.P. (C.P.P.N., C.P.A., C.A.P. en 3 ans)
F Second cycle seulement (enseign. général)
M C.N.A.M.
Z Autres (préciser : ....)
G Second cycle (enseignement technique théorique)
H Classes préparatoires aux grandes écoles
I Écoles normales d'Instituteurs (trices)
J E.N.N.A.
K Universités (professeurs)
L Universités (assistants, maîtres-assistants)
N En formation ou étudiant)
O Premier et second cycles (enseign. général)
P Premier et second cycles (enseign. technique)

- *Éventuellement, autres activités d'enseignement*

☐
1 Formation d'adultes
2 Recherche
3 (préciser : ....)

- *Activités A.P.M.E.P. :*
  - *Régionales*

☐
- Souhaiteriez-vous faire partie du comité ou du bureau de votre régionale ? si oui, inscrivez 3 ; si non, inscrivez 2
  - *Nationales :*

A Élémentaire - Écoles Normales
B Premier cycle
C L.E.P./E.N.N.A.
F Second cycle Enseignement Général
G Liaison Second cycle/Post. Bac.
H Formation initiale et continue des enseignants
J Informatique
K Évaluation
M Mots
N Dictionnaire
O Manuels scolaires
P Jeux
Q Vie des établissements

☐☐
- Parmi les groupes ci-dessus, en est-il dont les travaux vous intéressent ? Inscrivez alors leurs codes. Sinon, n'inscrivez rien.

Renseignements d'ordre statistique sur la population A.P.M.E.P.

☐☐
- *Année de naissance (2 derniers chiffres)*
- *Catégorie (reportez le code dans la colonne de gauche)*

☐
1 Instituteur
2 P.E.G.C.
3 Certifié
4 A.E.
5 M.A.
6 Agrégé
7 P.E.G., C.E.T.
8 I.D.E.N.
9 Autres (préciser : ....)

Date : *Signature :*

A.P.M.E.P. - INFORMATIONS

Siège Social et Secrétariat :

A.P.M.E.P. 26 rue Duméril; 75013 PARIS
Tél. (1) 43.31.34.05
CCP PARIS 5708 - 21 N

Prix du numéro du Bulletin : 60 F.(*Expédition par avion* : se renseigner au Secrétariat). -. *Il s'agit du "Bulletin vert"* ... -.

ADHÉSIONS NOUVELLES, ABONNEMENTS NOUVEAUX
Demander au Secrétariat (ou à sa Régionale) un formulaire d'adhésion-abonnement ou utiliser le formulaire joint à ce Bulletin.

ADHÉSIONS JUMELÉES
Demander au Secrétariat (ou à sa Régionale) un formulaire d'adhésion-abonnement ou utiliser le formulaire joint à ce Bulletin.

ABONNEMENTS A LA REVUE *"MATHÉMATIQUES ET PÉDAGOGIE"* de la Société Belge des Professeurs de Mathématiques.

Pour la métropole seulement, demander un abonnement complémentaire à la revue au Secrétariat A.P.M.E.P. (tarif 90 : 120 F pour les individuels, 152 F pour les établissements).
La S.B.P.M. propose aussi : *"Nombres Transcendants"* , 24 F . *"Olympiades Math Belges"* Tome 1 : 24 F, Tome 2 : 36 F ; Tomes 1 et 2 : 50 F.

RENOUVELLEMENT : COTISATIONS et ABONNEMENTS
Un appel personnel est envoyé courant décembre. A cette occasion, il est possible de commander des brochures à prix réduit.

CHANGEMENT D'ADRESSE(OU DÉTAT CIVIL)
IMPORTANT : Pour tout changement d'adresse(ou d'état civil), JOINDRE LA DERNIÈRE ÉTIQUETTE DU *BULLETIN*, portant le numéro d'adhérent à l'A.P.M.E.P. et l'ancienne adresse.

SERVEUR TÉLÉMATIQUE: 36-15 + APMEP
Pour obtenir un abonnement de 2 heures sur le 36-14, adresser au Secrétariat un chèque de 50 F à l'ordre de l'A.P.M.E.P. et une enveloppe timbrée à votre adresse. Pour un réabonnement, merci d'indiquer votre code personnel et votre code BAL.

POUR NOTRE BULLETIN

Proposez vos articles, vos suggestions, vos critiques à :
Paul-Louis HENNEQUIN
Université Blaise Pascal
Département de Mathématiques Appliquées
63177 AUBIERE CEDEX

Chaque article est lu attentivement par trois collègues, dont un rapporteur ; celui-ci rend compte de ces lectures à la Commission du Bulletin ; c'est elle qui décide, soit :

d'accepter l'article tel quel
de demander à l'auteur des modifications mineures
de demander à l'auteur une refonte de son article
de confier l'article à un nouveau rapporteur et de nouveaux lecteurs
de refuser l'article.

L'auteur est informé de cette décision, ainsi que du délai de publication qui peut être assez long pour ménager l'équilibre des divers numéros.

Il est expressément demandé aux auteurs

1) de dactylographier leurs articles (double interligne ; recto seulement)
2) de les envoyer en quatre exemplaires dont un original
3) d'exécuter eux-mêmes les dessins à l'encre de Chine noire sur papier blanc dans le format où ils souhaitent les voir reproduits
4) de préciser avec soin leurs vœux relatifs à la composition
5) d'indiquer si l'article a déjà été publié, ou est soumis pour publication dans une autre revue.
6) de fournir un résumé de trois à cinq lignes qui sera publié en tête de l'article.

Il est conseillé aux auteurs de conserver un double de leurs articles ; les manuscrits ne sont pas renvoyés.

La Commission donnera la préférence aux articles *courts* afin de laisser au plus grand nombre d'adhérents la possibilité de s'exprimer.

"1000 CLASSES, 1000 CHERCHEURS"

Brochure A.P.M.E.P. n° 74 parue en novembre 1989.

Compte rendu d'une expérience :

la venue d'un chercheur en mathématiques (un vrai !), dans une classe de 1°S, pour y proposer et y suivre des activités de mathématiques et les mettre en parallèle avec sa propre activité de chercheur discutée avec les élèves.

Un ouvrage de grand intérêt pour une réflexion sur les méthodes d'enseignement et de recherche ... et pour quelques précieux sujets d'activités.

BULLETIN DE SOUSCRIPTION

à retourner à : A.P.M.E.P. ; 26, rue DUMERIL, 75013 - PARIS

VALABLE JUSQU'AU 30 MAI 1990, pour les 3 brochures en cours d'impression :

"LA PERSPECTIVE CAVALIERE" (Cf. page 52)
Prix à l'unité : 65F
Nombre d'exemplaires : ☐ → ☐ F

"ANALYSE - SYNTHESE" (Cf. page 88)
Prix à l'unité : 40F
Nombre d'exemplaires: ☐ ☐ F

"JEUX 3" (Cf. page 140)
Prix à l'unité : 60F
Nombre d'exemplaires : ☐ ☐ F

☐ F

Règlement par chèque pc ☐
- libellé à l'ordre de :"
- A JOINDRE AU BI .IPTION.

Voulez-vous u ☐ ; NON ☐

VOTRE ADRE EN MAJUSCULES TRES LISIBLES)

SOUSCRIPTION TERMINEE LE 30 MAI 1990
(elle était valable pour la 1ère édition)

A L'AVENIR,
POUR BENEFICIER DES PRIX DE SOUSCRIPTION,
ADHEREZ A L'A.P.M.E.P. !

FAISONS BOUILLIR DES OEUFS !

(Pour préciser l'allusion de la page 134)

Situation :
Dans une cuisine, il y a des oeufs près du réchaud à gaz et un évier à eau froide.
Un mathématicien (ou un polytechnicien) doit faire bouillir ces oeufs. Un physicien aussi.

PROBLEME 1.

Une casserole est suspendue à un clou. Il s'agit de décrire tous les gestes élémentaires nécessaires pour obtenir des oeufs bouillis.
Essayez : tout le monde fait à peu près comme vous.

PROBLEME 2.

Maintenant la casserole est pleine d'eau froide, avec dedans les oeufs à faire bouillir, sur l'un des brûleurs du réchaud à gaz non encore allumé.

... Le physicien allume ce brûleur ... etc ...

... Et le mathématicien ? Certainement pas :

- il enlève délicatement les oeufs et les pose près du réchaud,
- il vide la casserole dans l'évier,
- il la suspend au clou et s'écrie triomphalement: *"Je suis ramené au problème précédent !"*

DES REVUES - non A.P.M.E.P. - UTILES POUR LA SECONDE

•• Il y a évidemment les diverses publications périodiques des IREM : renseignez-vous auprès du vôtre.

Nous citerons ici :

"PETIT X", IREM DE GRENOBLE, BP.41,
38402 SAINT MARTIN D'HERES Cedex

Périodique pour les professeurs de mathématiques (surtout) et de physique des collèges. Mais les recherches et réflexions sur les grands problèmes d'enseignement et d'apprentissage peuvent être fort utiles pour la Seconde.

Abonnement : pour 1 an, 130F et pour 2 ans : 230F

•• **TANGENTE** Editions Archimède
76, Bd de Magenta - 75010 PARIS

Abonnement : 1 an, 145F ; 2 ans, 260F
Possibilité d'abonnements couplés avec PLOT (Cf. page suivante) ou "Le jeune Archimède".

Bien présentée, avec des rubriques très variées, cette revue s'adresse essentiellement aux élèves de lycée. Elle devrait intéresser les élèves de Seconde les plus ouverts aux maths.

Demandez un spécimen !

IGR Imprimerie Lyon - Montage : Atelier M. MICHAUD - Façonnage : ALAIN