AIDES PÉDAGOGIQUES POUR LE CYCLE MOYEN

ELEM-MATH IX

SITUATIONS PROBLÈMES

Elem Math IX
Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 64

QU'EST-CE QUE L'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe des enseignants concernés par les mathématiques de la Maternelle à l'Université.

Ces maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux (de la Maternelle à l'Université), mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique et conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association, ainsi qu'un Bulletin Grande Vitesse (BGV) (6 numéros par an) qui est un supplément au bulletin vert, contenant des informations... qui ne peuvent attendre. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : Fin de 3^e^, Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

A.P.M.E.P.
26 rue Duméril, 75013 PARIS
(1) 43.31.34.05

AIDES PÉDAGOGIQUES POUR LE CYCLE MOYEN
ELEM-MATH IX

SITUATIONS PROBLÈMES

Elem Math IX
Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 64

Des aides pédagogiques

Nous n'avons pas dans cette brochure l'ambition de présenter une théorie sur le problème dans l'enseignement des mathématiques, ni d'apporter des réponses à l'ensemble des questions que peut se poser le pédagogue soucieux de mettre en place un apprentissage de la résolution de problème. Plus simplement, les contributions d'équipes d'IREM rassemblées dans cet ouvrage ont pour but de permettre à chaque enseignant d'analyser sa pratique à la lumière d'autres expériences, de donner des idées de situations exploitables au Cours Moyen ou en sixième-cinquième. Chacun pourra ainsi, en fonction de sa personnalité et de sa classe, s'appuyant sur les travaux présentés, construire une démarche pédagogique appropriée aux objectifs qu'il s'est fixés.

Entre le moment où nous avons recueilli certains documents et l'achèvement de cette publication plusieurs années se sont écoulées. Ce délai, la volonté d'assurer une certaine cohérence à cette brochure nous ont conduits à modifier certains travaux, ce dont nous nous excusons auprès des auteurs des documents originaux. Qu'ils soient ici tous remerciés d'avoir permis l'écriture de cette brochure.

Un peu d'humour

Les "problèmes" des mathématiques à l'école élémentaire : un problème !

Dans la classe, il y avait six ordinateurs.
Deux ordinateurs ont été rangé dans le placard.
Combien m'en reste-t-il pour travailler avec les élèves de ma classe ?
Mes élèves pourront-ils encore faire des mathématiques ?

Sommaire

IGR Imprimerie Lyon - Photocomposition : Marie-Paule COMPO - Montage : Atelier M. MICHAUD
Façonnage ALAIN

Avant-propos

Cette brochure d'Aides Pédagogiques pour le Cours Moyen est une œuvre collective d'enseignants de l'Ecole Elémentaire, d'Ecole Nomale et du Supérieur. Elle s'appuie sur des travaux qui ont été faits dans divers IREM.

Le premier tome, portant sur la géométrie, est paru en 1983, le second, relatif aux nombres décimaux en 1986.

La présente brochure comporte :

— quelques réflexions sur l'enseignement des problèmes
— des descriptions détaillées d'activités en classe visant à des pratiques diversifiées de problèmes
— un ensemble de problèmes accompagnés d'indications pédagogiques
— une bibliographie

Toutes remarques, commentaires, suggestions et questions seront les bienvenues. Vous les adresserez à :

COPIRELEM
IREM - Université Paris VII
2, place Jussieu
75251 PARIS Cedex 05

Ont contribué à cette brochure par la production d'articles :
Joël Briand (Bordeaux), François Colmez (Paris), Suzy Gairin-Calvo (Bordeaux), Nicole Gaudelet (Paris), François Huguet (Quimper), Michel Laisne (Lille), Jeanne Rougier (Limoges), Gérard Saguerre (Vannes) ; plusieurs IREM se sont associés au travail de rédaction assuré par Nicole Gaudelet et François Huguet.

CHAPITRE I

ETUDE GÉNÉRALE

1. Evolution de la place du problème dans l'enseignement des mathématiques.
2. Du problème à la situation du problème.
3. Etude d'un problème classique.
4. Problèmes et pratiques pédagogiques.

1. EVOLUTION DE LA PLACE DU PROBLÈME DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Sous l'influence des différents travaux menés par des chercheurs en pédagogie ou en didactique des mathématiques, depuis une vingtaine d'années, la conception du problème et son rôle dans l'enseignement des mathématiques ont profondément évolué.

Nous nous proposons d'illustrer cette évolution par la lecture des programmes et instructions relatifs aux mathématiques dont nous reproduisons in extenso certains passages.

LES PROGRAMMES DE 1945 ET 1956

Dès le Cours Préparatoire, les problèmes sont pour l'élève un moyen de réinvestir des savoirs préalablement construits.

CP : "Exercices et problèmes concrets d'addition, de comparaison et de soustraction..., de multiplication par 2 et 5."

CE : "Usage et pratique de la multiplication et de la division... dans des problèmes simples empruntés à la vie courante."

CM : Usage et pratique des quatre opérations sur les nombres décimaux.
Problèmes de la vie courante, traités oralement ou par écrit avec, éventuellement, usage du calcul mental ou rapide...
Additionner, comparer et soustraire des fractions dans des problèmes très simples...
Problèmes simples sur le mouvement uniforme et les placements à court terme..."

Les instructions font apparaître que :

— le problème est principalement un problème numérique vraisemblable,
— l'enseignement des mathématiques vise à construire les instruments nécessaires à résoudre les problèmes de vie courante, ceux que connaîtront les élèves devenus adultes (problèmes d'héritage, de poids de confiture, de calcul d'intérêt,...),

C M "Les mots de "vie courante", employés dans le programme, marquent la volonté d'une relation étroite entre les mathématiques de l'école et les nécessités de la vie. Des problèmes de la vie courante sont des problèmes vraisemblables, dont l'élève a vu ou verra des exemples autour de lui. Avant de faire traiter un exercice dans la classe, ou de la donner en devoir écrit, le maître se demandera si cet exercice peut se présenter raisonnablement dans la pratique. Pour connaître le diamètre d'une tête de clou, il est plus immédiat, plus commode et plus exact de mesurer directement ce diamètre avec un pied à coulisse. Par contre, il vaut mieux chercher d'abord la circonférence d'un gros arbre, puis calculer son diamètre. Dans le partage d'une succession, le premier nombre connu, sauf circonstances exceptionnelles, est le montant de l'héritage ; on passe de ce montant aux parts et non de ces parts au montant. Par contre, un poids de confiture peut se calculer à l'avance, d'après le poids de jus de fruit, le poids de sucre et la réduction approximative de poids à la cuisson."

— la formulation de questions intermédiaires doit réduire la complexité du problème en évitant des enchaînements d'opérations diverses.

CE : "Problèmes. — En principe, on peut se borner aux problèmes dont la résolution ne nécessite qu'une seule opération, écrite ou mentale. Quand la solution nécessite plusieurs opérations, on peut en faciliter la recherche en demandant les recherches intermédiaires par des questions auxiliaires. Les quelques types simples qui paraissent constituer le maximum de ce que l'on peut demander à des élèves du Cours Elémentaire sont :

1° Une suite d'additions et de soustractions de petits nombres, par exemple, recettes et dépenses avec gain et perte.
2° Une facture simple : une ou deux multiplications et une addition.
3° Une addition ou une soustraction suivie d'une division.
4° Une division suivie d'une multiplication."

LE PROGRAMME DE 1970

Dans les programmes eux-mêmes, le mot problème ne figure plus. Il est utilisé à la fois dans les considérations générales et dans les commentaires des programmes.

Rappelons que ce programme était transitoire, qu'il répondait à une situation qui découlait de l'allongement de la scolarité obligatoire et de l'évolution de la pensée mathématique. Dans ce contexte, il est précisé que l'enseignement à l'école élémentaire n'a pas pour but essentiel de préparer à la vie active et professionnelle, mais doit désormais assurer la formation nécessaire à l'entrée au collège.

C'est pourquoi, il est suggéré de partir de l'observation et de l'analyse de *situations*... familières pour dégager des concepts mathématiques et en assurer la construction. Cette nouvelle approche de la "mathématique" (le terme remplace le vocable "calcul" précédemment utilisé), s'appuie sur les résultats des travaux des psychologues relatifs au développement cognitif de l'enfant.

Les commentaires du programme comportent un paragraphe spécifique consacré à la résolution de problèmes, bien que ceux-ci apparaissent dans d'autres parties.

Les motivations des problèmes sont élargies : l'initiation à la vie courante n'est plus le seul prétexte, les intérêts des enfants sont aussi à prendre en compte.

"La classe avec sa vie propre, l'enseignement que l'on y donne en toutes matières, le monde extérieur fourniront de nombreuses occasions d'exercer, à chaque niveau et selon les possibilités des enfants, cette activité privilégiée qu'est la résolution des problèmes, qu'ils soient numériques ou non numériques.

Les thèmes seront des plus divers. Ils permettront en particulier une certaine initiation des élèves à la vie courante de leur époque, que l'enseignement élémentaire se doit de leur donner. Toutefois, les situations retenues dans ce domaine correspondront aux préoccupations et aux intérêts réels des enfants. Elles seront, suivant le cas, soit des motivations pour l'introduction de notions nouvelles, soit des applications de propriétés ou de relations préalablement étudiées par les élèves.

Il y a problème si, connaissant un certain nombre d'informations concernant la situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicités initialement.

Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés.

Les élèves doivent apprendre à passer d'une situation à un schéma mathématique qui la décrit ; inversement, un bon exercice consiste à imaginer des situations décrites par un schéma donné.

C'est dans de telles activités que s'affermit la pensée mathématique des élèves et qu'il prennent mieux conscience du pouvoir qu'elle leur donne sur le monde extérieur''.

Tout programme nouveau entraîne des dérives. L'une des plus importantes de celui-ci a été le passage obligé par un schéma. Rappelons qu'à cette époque certains auteurs de manuels consacraient une ou plusieurs leçons au diagramme de Venn, au schéma sagittal, au tableau cartésien ou à l'arbre.

Mais une démarche est explicitée. Elle allait être reprise dans les programmes suivants. Il s'agit d'''analyser la situation et les informations données'', de ''dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires'', le problème se complexifie.

Parallèlement le rôle du problème dans l'apprentissage s'élargit : il est aussi ''motivation pour l'introduction de notions nouvelles'', tout en restant bien sûr application de connaissances.

PROGRAMMES 1977 (CP) - 1978 (CE) - 1980 (CM)

La locution ''*situation-problème*'' apparaît dans les instructions relatives au Cours Elémentaire en 1978, elle est reprise dans les objectifs de Cours Moyen en 1980. Elle y est définie comme ''une situation plus ouverte, élaborée par l'enseignant ou par les élèves''. Elle a pour but de développer chez l'élève une attitude de recherche. Les instructions affirment que la pratique du problème en classe ne se réduit pas à la résolution de problèmes dont les données sont rassemblées dans un énoncé et qui fait intervenir des notions.

L'enseignement des mathématiques n'est plus exclusivement utilitaire. Il vise à développer les capacités d'analyse et de raisonnement, ainsi que l'imagination.

CE : ''Au cycle élémentaire encore plus qu'au cycle préparatoire, les activités mathématiques quelles qu'elles soient doivent entre autres choses permettre aux enfants de développer des attitudes de recherche. C'est pourquoi on privilégiera les démarches pédagogiques à travers lesquelles les élèves sont toujours confrontés à des situations qu'ils doivent traiter. Il peut s'agir de situations conçues et proposées par l'enseignant qui exigent, soit l'introduction de nouvelles notions ou de nouvelles techniques, soit le réinvestissement de notions ou de techniques travaillées antérieurement dans des situations différentes. Chaque situation constitue alors un point de départ qui motive psychologiquement et légitime intellectuellement la construction par l'enfant de nouveaux apprentissages et une étape qui permet de vérifier de quels outils les élèves disposent effectivement. Mais il peut également s'agir de ''situations problèmes'' beaucoup plus ouvertes, élaborées par l'enseignant ou par les élèves à propos desquelles la recherche peut s'exercer dans de multiples directions.

Ainsi les apprentissages strictement mathématiques effectués dans la tranche horaire prévue à cet effet doivent permettre aux élèves d'exercer leur imagination et leur raisonnement tout autant que les situations complexes construites dans le cadre d'autres activités, en particulier les activités d'éveil, où l'outil mathématique peut être requis en raison de son efficacité.''

Les considérations s'accompagnent d'indications concernant les démarches pédagogiques. Elles ont pour but de diversifier les pratiques des problèmes. En effet, s'il est légitime d'évaluer des savoirs dans un travail individuel, le travail collectif ou par petit groupe est plus adapté à une recherche. L'importance du choix des modalités de *communication* et de *validation* apparait.

Signalons, enfin, l'accent mis sur la nécessité pour l'enseignant de comprendre l'échec et ses raisons pour réajuster sa démarche.

CE : ''Enfin de telles démarches trouveront tout leur sens dans le travail collectif ou le travail de groupe qui (plus aisément que le travail individuel) contraint les enfants à expliciter leurs objectifs et les étapes de leur recherche, à valider leurs résultats, à communiquer leurs procédures de travail. Ce sera l'occasion pour la classe de s'approprier activement le raisonnement et le langage mathématique, l'occasion pour l'enseignant de percevoir non seulement les réussites et les échecs mais aussi ce qui les produit.''

Les maîtres sont ainsi incités à inventer de nouvelles procédures de travail dans leur classe, en particulier, la rédaction classique de la résolution ''schéma - solution - opération(s)'' destinée à être lu par l'enseignant n'est plus la présentation la plus efficace pour évaluer l'atteinte des nouveaux objectifs assignés au problème.

Les instructions du Cours Elémentaire envisagent trois points de vue selon lesquels diversifier l'utilisation du problème dans l'enseignement des mathématiques :

- Les notions se construisent en réponse à des problèmes. La construction d'une technique opératoire de la multiplication est prise à titre d'exemple :

  ''Ainsi l'ensemble des activités mathématiques auxquelles sont confrontés les enfants au cours des apprentissages peut être considéré comme une suite de ''problèmes'' particuliers, choisis par l'enseignant pour permettre le meilleur accès à la notion ou à l'activité opératoire visée.''

- Le problème permet de réinvestir et d'approfondir des notions étudiées.

  D'autre part, les ''situations-problèmes'' seront le moyen pour les enfants tout au long de l'apprentissage de réinvestir, c'est-à-dire de généraliser et affiner les acquisitions antérieures, pour le maître de contrôler ces acquisitions de savoirs et de savoir-faire.''

• Des problèmes de recherche complexes constituent des situations d'apprentissage méthodologique. On ne parle plus exclusivement de problèmes de vie courante mais de problèmes extraits d'activités concernant d'autres disciplines.

> L'enfant devrait pouvoir y mettre en œuvre son pouvoir créatif en même temps que la rigueur et la sûreté de son raisonnement.
>
> Alors travailler sur un "problème" pourrait être l'occasion pour les enfants :
> De définir dans une situation une ou plusieurs directions de recherche ;
> De compléter éventuellement celles-ci et de s'assurer de la possibilité de répondre à l'ensemble des questions que l'on s'est posées ;
> D'organiser et de traiter ces données pour obtenir les réponses ;
> De valider les réponses ;
> De communiquer les résultats ;
> Et éventuellement de réfléchir sur la démarche suivie en la comparant à celles qui ont été construites à l'occasion d'autres explorations de situations-problèmes.
>
> Outre l'intérêt proprement mathématique de telles activités, celles-ci doivent pouvoir constituer le trait d'union, le plus efficace, avec l'ensemble des activités d'éveil (par l'exploration des divers domaines de la réalité physique ou sociale qu'elles impliquent).

En 1980 dans les objectifs et instructions relatives au Cycle Moyen, le problème devenu "situation-problème" apparaît comme une démarche fondamentale de l'enseignement des mathématiques. Le premier paragraphe des objectifs lui est consacré.

> **Situations-problèmes**
> "Dans des situations, vécues ou décrites, savoir :
> Associer une question qu'on se pose, ou qui est posée, et l'information pertinente qui lui correspond ;
> Organiser et exploiter cette information ;
> Communiquer les résultats obtenus et la démarche suivie, et en établir la validité."

Le premier paragraphe des instructions rappellent les trois points de vue dégagés dans les programmes du Cycle Elémentaire et signale la nécessité d'un apprentissage spécifique d'ordre méthodologique. Chaque objectif est justifié, expliqué. Des démarches sont proposées. Elles s'appuient sur les travaux réalisés par les différentes équipes de recherche. Nous reproduisons, ci-après, intégralement le texte car il nous semble constituer une base de réflexion intéressante qui éclaire et justifie les travaux proposés dans cette brochure.

> "Les problèmes peuvent être envisagés selon trois points de vue :
> Situations-problèmes utilisées pour l'approche et la construction de nouveaux outils mathématiques ;

Situations-problèmes permettant aux enfants de réinvestir des acquis antérieurs, d'en percevoir les limites d'utilisation (situation contre-exemple) et au maître d'en contrôler le degré de maîtrise ;
Situations-problèmes plus complexes, plus globales dans lesquelles l'enfant devrait pouvoir mettre en œuvre son pouvoir créatif et affiner la rigueur et la sûreté de son raisonnement.

Ces trois aspects doivent être exploités pour tous les thèmes du programme. Cependant, le cycle moyen se prête particulièrement à des activités de type "réinvestissement" ou "situations-complexes", la quantité d'outils mathématiques disponibles étant plus étendue qu'au cycle précédent. Ces activités peuvent ou non s'appuyer sur des données numériques.

Il ne suffit pas de demander aux élèves de résoudre des problèmes (même en multipliant les exemples) pour qu'ils progressent dans leur capacité à le faire. *Un apprentissage spécifique, d'ordre méthodologique, est nécessaire.* Les objectifs de cet apprentissage sont le plus souvent présents, simultanément, dans les situations proposées aux enfants. Il y a néanmoins intérêt à travailler plus particulièrement tel ou tel d'entre eux dans certaines séquences, selon les perspectives suggérées ci-dessous.

1.1 *Rechercher, sélectionner et organiser l'information :*

Les enfants éprouvent souvent des difficultés pour analyser une situation où des informations sont données et une question posée (les informations fournies sont-elles toutes nécessaires ? Sont-elles suffisantes ? Comment les coordonner et les réorganiser ? etc). Aussi les maîtres proposeront-ils aux enfants des situations impliquant de leur part la collecte, la constitution et l'organisation des données grâce auxquelles ils pourront répondre à la question. Ce peut être :
Une question posée à partir d'une situation effectivement rencontrée ou en projet (par exemple : *l'organisation d'une sortie ; la construction d'une maquette, etc).* Les enfants doivent réunir et choisir les informations dont ils estiment avoir besoin et rechercher les valeurs numériques correspondantes ;
Une question posée à partir d'une documentation *(textes écrits, dépliants d'information, films, photos, graphiques...)* fournissant en général une information surabondante par rapport à la question. Les enfants doivent alors sélectionner, organiser et exploiter les informations pertinentes.

Dans ces deux cas, le choix des informations se fait, en fonction du type de résolution envisagée, en traduisant la question posée en un ensemble de sous-questions. Les premières informations collectées peuvent se révéler insuffisantes ou non pertinentes au cours de la résolution : une nouvelle collecte ou un nouveau tri sont alors nécessaires.

1.2 *Résoudre des problèmes :*

Dans la résolution d'un problème, un grand nombre d'enfants procèdent au hasard, effectuent n'importe quelle opération, ou choisissent le résultat qui leur semble le mieux adapté après plusieurs essais, ou encore traitent une petite partie du problème sans se préoccuper de l'enchaînement avec le reste.

Le maître favorisera la recherche d'*une démarche raisonnée.* Il pourra, par exemple :

Dissocier, dans certaines activités, les démarches et les calculs : un groupe d'enfants joue le rôle de centre de calcul en effectuant (éventuellement à l'aide d'une calculatrice) tous les calculs demandés par les autres groupes qui se consacrent alors exclusivement à la recherche des procédures de résolution ;

Proposer des problèmes dont le contexte, la formulation, les nombres sont très différents mais qui — sans qu'il s'agisse de familles de problèmes types — relèvent d'une même procédure générale de résolution ; alors celle-ci s'élucidera plus facilement et pourra, éventuellement, se traduire sous la forme d'un organigramme simple, élaboré par les élèves.

Pour un même problème, les procédures de résolution peuvent être diverses, notamment en fonction des outils mathématiques disponibles selon les élèves. On s'appuiera sur cette diversité pour confronter les différentes propositions des enfants : les étapes du raisonnement ; la possibilité d'effectuer mentalement certains calculs ; la technique écrite nécessitée pour d'autres calculs ; le caractère suffisant, dans certains cas, d'une estimation approchée du résultat.

1.3 *Valider les solutions :*

Quand les enfants proposent une solution, ils sont souvent très peu sûrs de sa validité. Il est très important de développer chez eux l'aptitude à prouver ce qu'ils avancent : selon les cas, par une argumentation de type mathématique, par la mise en évidence d'un contre-exemple, ou par la confrontation avec la réalité. On s'efforcera de développer ces différents types de validation, celle-ci devant toujours rester objective, c'est-à-dire ne pas reposer uniquement sur l'approbation ou la parole du maître.

1.4 *Communiquer les démarches et les résultats :*

Dans une activité de résolution de problème, il est important que les enfants s'expriment à différents moments du travail et pas seulement lors de la présentation des résultats.

Le travail par groupes est particulièrement propice aux échanges : à l'intérieur du groupe (recherche des informations, choix de la procédure, de la présentation, etc.) ; entre les groupes (communication de pistes de recherche, demande ou apport d'aide) ; au niveau de la classe (explicitation, confrontation et validation des démarches et des résultats). Ces échanges permettent de faire évoluer l'analyse que les enfants font de la situation et les procédures de résolution qu'ils envisagent de mettre en œuvre. Lors d'un travail individuel, l'échange peut prendre la forme d'un dialogue (entre deux élèves qui confrontent leurs démarches ; entre un élève et le maître, à des fins d'évaluation).

Cette communication (avec ses diverses modalités) est un élément important de l'activité de résolution de problèmes. Elle peut même constituer l'objectif majeur de certaines séquences.

Le maître évitera de stéréotyper la mise en forme de la démarche ou des résultats. La forme doit, au contraire, s'adapter à la situation et à l'interlocuteur, selon les moments ou les activités : part de l'oral et de l'écrit, du langage courant et du langage mathématique ; détail de l'explication ; présentation ; etc''.

Remarquons que les activités géométriques sont signalées ''pouvant servir de support à une situation-problème spécifique (dénombrement des diagonales de polygones, par exemple)''. Elles peuvent aussi permettre d'introduire des notions nouvelles ou utiliser des notions déjà introduites. Se trouve ainsi confirmée la volonté de ne pas réduire des problèmes aux seules activités numériques, ainsi que celle d'associer parfois les nombres et les notions géométriques.

LES PROGRAMMES DE 1985

Les problèmes sont répartis en trois groupes : on retrouve les points de vue déjà explicités dans les précédents programmes.

La construction d'outils méthodologiques de résolution reste un objectif pour :

— organiser les données,
— associer à une question posée les connaissances utiles,
— exprimer les démarches et les résultats en essayant de les justifier.

Résoudre des problèmes est, à la fois, l'occasion pour l'enfant de ''s'approprier un langage mathématique'' et pour le maître ''de constater réussites et échecs en s'efforcant de comprendre ce qui les détermine''. L'élève développera ainsi son aptitude à prouver en mettant en œuvre différentes argumentations dans des situations de communication.

Signalons ici l'importance accordée, à nouveau, à la nécessité pour l'enseignant d'analyser l'échec, de prendre en compte l'erreur souvent révélatrice d'un apprentissage non encore achevé.

Ainsi les programmes actuels s'inscrivent dans la continuité de l'évolution précédemment dégagée.

Les théories psychologiques qui insistent sur le rôle de l'activité mentale du sujet dans l'acquisition de savoirs nouveaux conduisent aujourd'hui les didacticiens à élaborer des situations d'apprentissage dans lesquelles l'outil mathématique dont l'enseignant vise la construction est une réponse aux questions soulevées. Dans cette perspective, un problème judicieusement choisi reste un moyen privilégié pour introduire une ou des notions.

C'est aussi dans des problèmes divers que l'élève aura la possibilité d'élargir le champ de la notion en cours de contruction, de s'entraîner à la mise en œuvre d'un outil, ou à celle d'un modèle.

C'est enfin dans des problèmes dont l'objectif n'est pas l'acquisition du résultat que l'enseignant pourra insister sur l'explicitation et la comparaison des procédures utilisées, sur la validation, le développement de l'aptitude à prouver. Développons ici l'exemple donné sur ce point dans les instructions, à savoir la recherche de tous les patrons de cube. Il est évident que l'objectif d'une telle situation n'est pas la connaissance des onze patrons de cube, mais plutôt le développement d'argumentations utilisées pour justifier qu'un assemblage de six carrés est ou n'est pas un patron de cube. C'est aussi la construction de procédures de recherche permettant de trouver de façon certaine tous les patrons différents.

DÉMARCHE PÉDAGOGIQUE

C'est au maître de construire sa démarche pédagogique. Un texte de problème, la description d'une situation complexe n'est pas une situation d'enseignement. Une fois les objectifs précisés en fonction de la place du problème dans l'apprentissage des notions mises en jeu, le maître prévoit une progression, des conditions de mise en œuvre lui permettant d'atteindre ces objectifs. Certains exemples développés dans cette brochure illustrent des démarches possibles.

QUE DEVIENT LA SITUATION-PROBLÈME ?

Certes, les programmes 1985 ne bouleversent pas l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, bien au contraire.

Toutefois, il nous faut signaler la disparition de la locution "situation-problème" dont l'esprit est encore présent. Nous y voyons deux raisons possibles :

— La première raison est une dérive des instructions, parfois constatée : toute situation complexe, sans intervention du maître, est considérée comme situation-problème et est exploitée avec les élèves dans des directions qu'ils déterminent. Une telle pratique exige la maîtrise par l'enseignant des notions internes à la situation : il doit, en effet, rapidement comprendre ce que font les enfants, extraire des objectifs et aider les élèves. Cette démarche demande à l'enseignant d'être familier avec les mathématiques, et de pouvoir s'appuyer sur une expérience pédagogique importante.

Par ailleurs, il n'y a problème que s'il y a difficulté dans la recherche d'une réponse. Or, il n'est pas certain que tout enfant voie dans une situation de son vécu un ou des problèmes dont la résolution met en œuvre des savoirs mathématiques.

Enfin réduire les situations-problèmes à celles empruntées à la vie de la classe peut être appauvrissant quant à la stimulation de l'imagination. Certaines situations fabriquées en vue d'objectifs mathématiques, introduites volontairement par l'enseignant, même si elles ne font pas référence à la vie de l'enfant, peuvent s'avérer passionnantes.

— La seconde raison est l'apparition dans les écrits des didacticiens en mathématiques de la locution "situation-problème" dans un sens différent de celui développé dans les programmes. Il s'agit dans ce cas d'une situation intégrant des visées didactiques. Citons, à ce propos, Guy Brousseau qui précise : ce sont des situations "dans lesquelles les élèves doivent obtenir un certain résultat et pour cela, ils peuvent mettre en œuvre des choix ou des actions dont ils ont la responsabilité."

LES PROGRAMMES DES COLLÈGES

L'enseignement des mathématiques s'appuie sur une démarche analogue à celle suggérée par les instructions relatives à l'école élémentaire. Il s'agit de "bâtir des mathématiques à partir des problèmes rencontrées dans plusieurs disciplines..."

> "Dès lors, les professeurs vont avoir à choisir des situations créant un problème, dont la solution fera intervenir des "outils", c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles...
>
> Les activités choisies doivent développer la capacité de se poser des problèmes et de progresser vers leur résolution."

Cette conception de l'enseignement mathématique au collège est explicitée, également, dans les commentaires des programmes actuels des collèges publiés dans le cadre de la rénovation des collèges (circulaire n° 85-375 du 25 octobre 1985 - B.O. n° 38 du 31 octobre 1985).

"Rappelons que le choix des situations qui amènent à se poser des problèmes et à les résoudre exige que des contraintes précises soient respectées. Ces situations doivent :

— n'exiger en début d'activité que des connaissances bien acquises par tous les élèves ;
— amener à une production suffisamment riche pour provoquer des conjectures ;
— nécessiter, pour la résolution la mise en œuvre des outils mathématiques visés."

L'enseignement des mathématiques au collège prolonge celui de l'école élémentaire en suivant une démarche analogue s'appuyant sur des situations qui amènent à se poser des problèmes et à les résoudre, démarche qui conduit les enfants à faire des mathématiques.

DES RECHERCHES EN COURS

Les questions que se posent pédagogues et didacticiens relativement aux problèmes sont loin d'être résolues.

Des équipes de recherche tentent de mettre au point des stratégies d'apprentissage à la résolution de problème, d'autres de comprendre les processus mis en œuvre par l'enfant qui résoud un problème. Signalons à ce propos les travaux en cours d'une équipe de l'Institut National de Recherche Pédagogique dont certains travaux sont publiés dans le numéro 4 de la revue Rencontres Pédagogiques 1984 : Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques.

CONCLUSION

"Problème" ou "situation-problème" peut importe. Le problème ne se réduit pas aux exercices d'application de fin de chapitre dont le but est souvent de s'assurer de la maîtrise d'un outil, par exemple d'une technique opératoire. Il est méthode pédagogique et trouve sa place sous des formes variées au Cours Moyen comme à tout niveau, à tous les moments d'un enseignement qui permet à l'élève de faire des mathématiques.

2. DU PROBLÈME A LA SITUATION-PROBLÈME

SITUATIONS, PROBLÈMES ET SITUATIONS-PROBLÈMES

La locution "situation-problème" était le titre du premier paragraphe de chacune des deux parties du texte officiel de juillet 80 (objectifs et instructions pédagogiques). Cette première place indique déjà par elle-même l'importance de ce point ; d'ailleurs les instructions sont claires :

> "D'une façon générale on continuera à privilégier les démarches pédagogiques qui placent les enfants dans des situations où les notions et techniques à introduire ou réinvestir leur apparaissent comme des réponses à des problèmes..."

Dans cette phrase le terme "situation" a un sens très large ; il désigne à la fois le travail à effecuter, le contexte cognitif dans lequel il se place et les conditions de l'activité dans la classe ; le mot "problème", lui, a un sens restreint mais assez fort : il s'agit d'une question ou d'un ensemble de questions dont la réponse n'est pas évidente et nécessite la mise en œuvre de concepts mathématiques importants.

C'est en fait toute une philosophie de l'enseignement des mathématiques qui est évoquée par cette phrase : l'idée que les mathématiques ne sont pas une machine dont il suffirait d'expliquer le mode d'emploi, mais plutôt un savoir qui se construit comme réponses à des questions par la résolution de problèmes, selon un processus itératif, accumulatif et réflexif qu'on peut succintement décrire ainsi.

Certains problèmes conduisent à la création d'outils (concepts et méthodes) ; ces outils sont à leur tour réinvestis et étendus à toute une classe de problèmes et permettent d'aborder et de comprendre de nouveaux problèmes, mais ne permettent pas de les résoudre ; il faut encore inventer de nouveaux outils qui, dans certains cas déjà rencontrés, pourront remplacer avantageusement des anciens, et ainsi de suite.

Cependant, l'expression situation-problème ne désigne pas une synthèse de ces deux termes ; elle désigne plutôt, comme l'indique la suite des instructions, l'ensemble des informations apportées aux élèves, dans un contexte précis, à la fois sur l'objet de l'étude et sur les questions qui sont posées d'emblée ou peuvent émerger de l'étude ; il est indispensable qu'à partir de ces informations les élèves puissent assez rapidement dégager des objectifs de recherche (recherche de réponse ou recherche de données supplémentaires).

Une situation-problème est donc un objet d'étude proposé aux élèves, mais ne comporte pas de précisions sur les conditions dans lesquelles cette étude sera faite dans la classe. C'est dans ce sens que nous entendrons ''situation-problème'' dans la suite et pour distinguer nous appellerons situation-didactique l'ensemble constitué de la situation problème et des conditions de déroulement de la classe (son organisation, les décisions prises par le maître et les élèves, les moyens de validations, etc...).

TROIS ASPECTS DES SITUATIONS-PROBLÈMES

Les instructions envisagent les situations-problèmes selon trois points de vue :

- Situations-problèmes utilisées pour l'approche et la constitution de nouveaux outils mathématiques.
- Situations-problèmes permettant aux enfants de réinvestir des acquis antérieurs, d'en percevoir les limites d'utilisation (situation contre exemple) et au maître d'en contrôler le degré de maîtrise.
- Situations-problèmes plus complexes, plus globales dans lesquelles l'enfant devrait pouvoir mettre en œuvre son pouvoir créatif et affirmer la rigueur et la sureté de son raisonnement.

Le premier aspect évoqué nous a permis d'affirmer que la philosophie qui se dégage de ce texte est celle que l'on peut résumer par : pour apprendre des mathématiques, il faut en faire en résolvant des problèmes. Ceci se trouvait déjà en germe dans les textes de 70.

La suite du paragraphe 1 des instructions ne dit rien de plus sur ce sujet : ceci est normal car c'est thème par thème que l'on peut préciser ce que sont des problèmes ou suites de problèmes propres à faire émerger certains concepts mathématiques. Nous procèderons de même, ici, en renvoyant le lecteur aux chapitres suivants sur ce sujet.

Le deuxième aspect semble apparaître dans deux types de problèmes :

— d'une part ceux qui démontrent les limites d'utilisation d'un outil mathématique mais s'adjoignent aux problèmes précédents, soit pour démarrer la construction de nouveaux concepts, soit pour préciser l'extension d'un concept et son domaine de validité ;
— d'autre part ceux qui permettent au maître et aux élèves de contrôler le degré de maîtrise des acquis : on retrouve, là, la plupart des problèmes au sens plus ancien du terme.

Le troisième aspect constitue en fait la nouveauté sur laquelle s'étendent les instructions, encore que les considérations méthodologiques qu'elles développent soient applicables à tous les types de problèmes, mais, selon les cas, les démarches sont, pour les élèves, plus ou moins immédiates, plus ou moins coûteuses en temps et en réflexion.

Cette classification appelle les remarques suivantes :

1° - Elle porte sur les objectifs que le maître assigne aux différentes activités, car pour l'élève la distinction est beaucoup moins évidente et ce n'est que dans les habitudes de la classe qu'il pourra trouver des points de repère (voir contrat didactique).

2° - Elle n'a pas de signification universelle mais est relative à une classe donnée, à un moment donné.

3° - Elle n'est pas exhaustive, d'autres objectifs peuvent être poursuivis par l'activité de résolution de problèmes cognitifs comme :

apprendre à lire un texte,
apprendre à résoudre,
apprendre à rédiger,
apprendre à communiquer, etc.

ou comportementaux comme :

fixer son attention,
procéder avec soin,
apprendre à dialoguer, à écouter les autres et à s'exprimer,
s'organiser en équipe, etc.

4° - Cette classification peut favoriser des malentendus en faisant penser que les démarches cognitives de l'enfant sont différentes au cours de ces diverses situations.

En particulier, la mise en œuvre d'un pouvoir créatif, la rigueur et la sûreté du raisonnement caractérisent la démarche d'un enfant visant à résoudre réellement toute situation problématique — quelle que soit par ailleurs cette situation.

L'EVOLUTION APPAREMMENT VOULUE A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

On voit par ce qui précède l'élargissement de sens qu'apporte au mot "problème" l'expression "situation-problème."

La complexité peut être très diverse tant en ce qui concerne les informations que les schémas mentaux et le ou les outils mathématiques à mettre en œuvre.

Le mode de présentation peut varier de l'énoncé de style classique avec données et questions, à la fourniture de doucuments, toutes les consignes de travail étant formulées par les élèves eux-mêmes.

Les sujets abordés peuvent être très variés et non plus centrés sur l'économie domestique de l'arpentage comme autrefois ; ils peuvent être :

- tirés des activités d'éveil (par exemple : dépouillement d'une enquête-projet de voyage ou de visite) ;
- tirés des activités scientifiques (par exemple : étude de la variation de température d'un récipient d'eau chauffée, étude d'un cric de voiture) ;
- rattachés à des phénomènes astronomiques (par exemple : le calendrier, les sondes spatiales) ou sportifs (par exemple : course individuelle ou cours de relais) etc...
- ou même purement mathématiques (par exemple : existe-t-il un carré dont l'aire est 24 cm^2).

Rappelons qu'une première ouverture en ce sens avait été envisagée par le texte de 70 qui précisait qu'un problème n'était pas nécessairement numérique.

STATUT D'UNE SITUATION-PROBLÈME - CONTRAT DIDACTIQUE

La même situation-problème peut prendre des statuts différents selon le passé de la classe ; par exemple, un agrandissement de figure peut être le point de départ de l'étude de la multiplication et de la division des décimaux ou au contraire un exercice d'application de la notion d'échelle ou encore un simple problème de géométrie. Mais s'agit-il encore de la même situation-problème ?

La remarque qui précède semble une évidence ; mais dans la pratique il n'est pas toujours facile d'analyser le degré de complexité ou les possibilités de représentation et de compréhension qu'une situation-problème présentera pour des élèves.

Elle met l'accent sur la nécessité de préciser, pour chaque situation-problème, dans quelle situation didactique elle va intervenir, quel est le *contrat didactique* correspondant, c'est-à-dire :

- d'une part, quelle idée les élèves se font de ce que le maître attend d'eux et parallèlement quelle est l'attente du maître (par exemple : doivent-ils savoir résoudre la ou les questions posées, leur tâche n'étant alors que l'établissement et la réalisation d'un programme de calcul, le tracé de quelques traits, le mesurage de certaines longueurs, etc... ou, au contraire doivent-ils réfléchir, tâtonner, formuler des assertions les valider et de quelle manière ?) ;

• d'autre part, quelles décisions les élèves peuvent-ils prendre ? quelle collaboration peuvent-ils ou doivent-ils mettre en œuvre etc.

Ce contrat varie selon les moments, mais reste très souvent implicite, comme allant de soi ; c'est généralement à partir de quelques mots clés (par exemple "prenez vos cahiers" ou "mettez-vous en équipe") que les élèves comprennent (ou devinent) les règles du jeu. Mais bien souvent ils demandent des éclaircissements par des questions du style : "Est-ce qu'on peut...?" "Est-ce qu'il faut...?"

Dans la plupart des cas les élèves se sentent tenus de fournir une réponse à la question posée. C'est un contrat implicite très fortement ressenti. C'est celui du problème considéré comme "contrôle des connaissances."

RÔLE DE L'ÉLÈVE

Un problème est caractérisé par le fait que pendant un moment *chaque enfant a seul en charge* la responsabilité du contrôle d'une situation et des décisions que cela implique — de l'obtention d'un certain résultat — de la réponse à certaines questions. Cela nécessite qu'il soit conduit à faire des anticipations, qu'il ait la possibilité de voir *lui-même* l'effet de ses décisions et qu'*il ait la possibilité de faire plusieurs tentatives*, dans la même situation.

Pour la première fois, les instructions soulignent l'importance de la communication entre les enfants dans l'activité de résolution de problèmes : "ces échanges permettent de faire évoluer l'analyse que les enfants font de la situation et les procédures de résolution qu'ils envisagent de mettre en œuvre."

Pour la première fois aussi, les instructions attirent l'attention des enseignants sur la validation des solutions : "quand les enfants proposent une solution, ils sont souvent très peu sûrs de sa validité. Il est très important de développer chez eux l'aptitude à prouver ce qu'ils avancent : selon les cas par une argumentation de type mathématique, par la mise en évidence d'un *contre-exemple* ou par la *confrontation avec la réalité*. On s'efforcera de développer ces différents types de validation, celle-ci devant toujours rester objective, c'est-à-dire ne pas reposer uniquement sur l'approbation, la parole du maître."

RÔLE DU MAITRE ET STATUT DE LA CONNAISSANCE

Pris en charge du problème par chaque enfant — communication entre les enfants — validation par les enfants eux-mêmes... le rôle du maître en est-il pour autant diminué ? Certainement pas, il s'est seulement déplacé. Il s'agit pour lui :

— d'organiser la situation pour qu'elle ait, pour tous les enfants, un caractère problématique,
— de maintenir ce caractère problématique tout au long de la situation en mobilisant l'attention, l'intérêt pour la connaissance, en faisant ressortir les multiples évènements de la recherche dans les groupes (en particulier ne pas évacuer les difficultés, mais les renvoyer à la classe),
— d'attester que ce que les élèves ont fait est important, que cela constitue un savoir, qu'éventuellement cela a un nom. En effet, même si les élèves ont su résoudre un problème en construisant ou étendant un concept mathématique, s'ils ont su non seulement formuler une solution mais aussi la valider, cela ne suffit pas ; il faut encore donner à cette nouvelle connaissance le caractère institutionnel d'un savoir scientifique reconnu.

Cette démarche ne fait que transposer, au niveau d'une classe, le phénomène, tout à fait général, de la reconnaissance sociale et institutionnelle des idées, des savoirs, des mœurs, etc.

L'attestation par le maître de l'importance d'un savoir est encore plus nécessaire quand l'activité a pu apparaître aux élèves comme un jeu ; car si dans un jeu l'aspect plaisir est tout à fait positif, l'aspect gratuité peut aller à l'encontre de l'apprentissage d'un savoir reconnu.

Il a fallu à l'humanité plusieurs millénaires pour constituer en tant que tel le savoir qui fait l'objet de l'enseignement en CM. Le rôle de l'école est de transmettre ce savoir, c'est-à-dire non pas apporter de l'information mais faire vivre à chaque groupe classe, à son échelle, une histoire qui ressemble, dans sa structure, à celle de l'humanité sans, bien sûr, pouvoir ni vouloir reproduire celle-ci.

Ainsi dans la perspective pédagogique suggérée par les textes officiels et que nous tentons d'illustrer ici, le rôle du maître est moins d'être celui qui apporte un savoir que celui qui donne l'occasion aux enfants de construire ce savoir et garantit le statut social et scientifique de l'activité de la classe.

SAVOIR ET SAVOIR-FAIRE

Une fois opérée cette institutionnalisation du savoir construit par les enfants, des exigences de rapidité, de sûreté, d'économie peuvent nécessiter le recours à des exercices d'entraînement qui n'entrent pas dans la catégorie des situations-problèmes.

3. ETUDE D'UN PROBLÈME CLASSIQUE

"La capacité d'une cuve est de 8960 l. De cette cuve pleine, on a soutiré le contenu de 16 tonneaux de 125 l chacun. Quelle quantité de vin reste-t-il dans la cuve ?"

(1300 problèmes et exercices - CM
de B. GOERGLER, R. ANDRIEU et A. VIALA
collection : "L'univers mathématique" - Edition de l'Ecole -1977).

Le problème est classique :

— d'une part l'énoncé bref, distribuant selon un ordre bien particulier (1° la situation de départ, 2° l'action modifiant la situation, 3° la nouvelle situation) les informations nécessaires et suffisantes à la résolution, peut être considéré comme un modèle du genre ;

— d'autre part il s'agit d'une situation numérique, dont l'habillage accrédite l'utilité du calcul dans la vie courante ; situation qui, comme l'a montré une étude récente de l'INRP ("Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire - II. Opinion des maîtres" ; INRP - Unité de recherche Mathématique élémentaire), est fréquemment présente dans les classes.

Ce type de problème a été largement décrié, les principales critiques étant qu'il constitue un genre littéraire dont la pratique conduit davantage à l'instauration d'automatismes qu'à l'appropriation des structures opératoires et développe davantage la capacité à décoder un texte que l'activité raisonnante.

Encore faudrait-il établir :

1° - que le genre est à ce point monolithique que la répétition de tels problèmes confine au dressage ;

2° - que le décodage d'un texte écrit et l'exercice de l'activité raisonnante s'excluent.

Pour notre part, nous nous livrerons à une critique pondérée, distinguant les propriétés intrinsèques de l'énoncé des conditions habituelles de son exploitation.

PROPRIÉTÉS INTRINSÈQUES DE L'ÉNONCÉ

- *Habillage*

— La situation peut être concrétisée (vider le contenu d'un seau avec des pots de yaourt) ou représentée ;

— elle reste cependant indéfinie (Qui donc peut posséder une cuve de 8960 l ? Qui peut être le "on" qui soutire ?), et c'est presque fortuitement qu'on apprend qu'il s'agit de vin.

- *Forme*

— La syntaxe n'est pas trop enchevêtrée ; l'inversion de la deuxième phrase (complément en tête) ne constitue pas une difficulté majeure ;

— "soutirer" (transverser d'un vase dans un autre de manière à ce que la lie reste dans le premier), terme propre, est sans doute peu connu ;

— toutes les données sont pertinentes.

• *Capacités requises pour la résolution*

— Savoir associer et différencier les notions voisines de "capacité", "contenu", "quantité de liquide" ;

— le modèle mathématique de la situation : équation $x = a - (b \times c)$ est accessible à l'élève du Cycle Moyen.

CONDITIONS HABITUELLES D'EXPLOITATION

Il s'agit essentiellement d'entraîner l'enfant à produire une solution type, en l'occurrence :

Quantité de vin soutiré (en litres) : $125 \times 16 = 2000$

Quantité de vin restant dans la cuve (en litres) : $8960 - 2000 = 6960$

De telles conditions d'exploitation, caractérisées en outre par leur aspect tacite, ne sont pas inhérentes à la situation.

On pourrait s'interroger avec profit sur la vraisemblance des données : peut-il exister des cuves de 8960 l ? quelles seraient les dimensions approximatives d'une telle cuve ? (un cube de 2 m de côté contient 8000 l).

On pourrait aussi, d'autant que la procédure de résolution n'est pas ici imposée (comme c'est le cas dans certaines situations où une séquence de questions structure la résolution), aboutir à différentes formes de solution. Exemples :

• Résolution par soustractions succesives

$$8960 \xrightarrow[\boxed{r\ 1250}]{\boxed{r\ 125 \times 10}} 7710 \xrightarrow[\boxed{r\ 750}]{\boxed{r\ 125 \times 6}} 6960$$

On soutire le contenu de 10 tonneaux, il reste 7710 l.

On soutire encore le contenu de 6 tonneaux, il reste 6960 l.

• Résolution par une méthode d'encadrement

2 tonneaux ont une capacité de 250 l,

4 tonneaux ont une capacité de 500 l,

8 tonneaux ont une capacité de 1000 l,

16 tonneaux ont une capacité de 2000 l.

$$8960 - 2000 = 6960$$

Il reste 6960 l.

Remarque : les nombres utilisés ici favorisent la calcul mental.

Comment prolonger cette analyse au-delà du circonstanciel sans paraître schématique voire tendancieux ? En élargissant notre critique nous n'éviterons sans doute pas ces deux écueils. Nous souhaitons modestement, en examinant au plan général les différents paramètres dégagés, alimenter la réflexion du lecteur.

HABILLAGE

1. Affirmer que "l'appréhension par les enfants d'une situation se rapporte aussi à son thème" est désormais banal, et le principe selon lequel "les situations retenues (...) correspondront aux préoccupations et aux intérêts réels des enfants" (commentaires du programme du 2 janvier 1970), interprété "on proposera aux enfants des situations qui leur sont familières", est généralement admis, même s'il se trouve infirmé.

> *"Nous avons proposé les deux problèmes suivants à deux populations d'élèves bien différentes, l'une rurale en Trégor (pays du chou-fleur), et l'autre urbaine (ZUP de Saint-Brieuc) :*
>
> *a - Dans un immeuble desservi par 3 escaliers, le rez-de-chaussée est occupé par des commerces. Il y a 8 étages d'appartements, et sur chaque palier donnent 6 appartements. Calculer le nombre d'appartements de plusieurs façons différentes.*
>
> *b - Quand on expédie les choux-fleurs, on met 3 palettes dans la remorque. Les choux couronnés sont par caisses de 6, à raison de 8 caisses par palette. Calculer le nombre de choux-fleurs..."*
>
> Les deux situations, tout en relevant "d'une même procédure générale de résolution" (cf 1.2 des instructions pédagogiques 1980 pour le CM), sont radicalement opposées quant au caractère familier de leur thème relativement aux conditions locales. Cependant les résultats obtenus en Trégor et à Saint-Brieuc n'ont pu être discriminés.
>
> (IREM de Rennes)

Une telle expérience, qui demanderait, certes une analyse fouillée, invite d'ores et déjà à la circonspection.

Faut-il limiter les thèmes à l'environnement immédiat des enfants ?

Les élèves ne peuvent-ils éprouver un intérêt réel pour un sujet qui leur est a priori étanger ?

2. La notion d'habillage enveloppe en outre la présentation des situations.

Un même thème peut être présenté par un énoncé concis, ou à l'inverse étoffé, par exemple décrivant un contexte dans lequel le problème se situe.

> — Une voiture consomme 7,5 l aux 100 km, calculer la consommation pour un parcours de 480 km.
>
> — "Comme je pars en vacances demain, je me suis assuré du bon état de ma voiture (pneus, freins, huile,...), et j'ai fait le plein d'essence (réservoir 40 l). J'ai aussi étudié mon itinéraire, j'aurai 480 km à parcourir. Sur long trajet ma voiture consomme 7,5 l aux 100 km. Devrais-je prendre de l'essence pendant le voyage ?"
>
> (Situations-problèmes au Cycle Moyen IREM de Lille - 1980)

D'autres présentations sont avantageuses : documents (ex : facture), dossiers constitués (ex : renseignements tarifaires, extraits d'un annuaire téléphonique) ou à élaborer (ex : recherche d'informations en vue d'évaluer le coût d'une sortie - cf 1.1 des instructions pédagogiques 1980 pour le CM), etc.

FORME

Quelle que soit la présentation, énoncé ou documents, l'appropriation par les enfants d'une situation est liée à sa lisibilité. Explicitons en quoi la lisibilité dépend de l'expression et de la distribution des données.

1. L'expression des données comporte un aspect linguistique (lexical ou grammatical).

> *"...les indices linguistiques tels que somme, dépense, reste, peuvent jouer comme des déclencheur automatique d'activités opératoires (..). Les enseignants savent à quel point les mots-clés, lorsqu'ils se trouvent utilisés pour signifier d'autres structures opératoires, constituent des pièges dont restent prisonniers beaucoup d'enfants."*
>
> (Apprentissage mathématiques à l'école élémentaire CE ERMEL - 1978 - SERMAP)

> *"... on récapitule ou on ajoute des dépenses ou des recettes, on place bout à bout des longueurs ; on parcourt successivement des chemins, on compte des temps qui se suivent ; on allonge, on accroît, on réunit, on assemble,...*
> *A toutes ces combinaisons de grandeurs correspond l'addition (...). La soustraction correspond aussi à la notion de reste qui résulte d'opérations très différentes plus ou moins caractérisées par les verbes : retrancher, diminuer, couper, enlever, détruire, supprimer, tirer, retirer, soutirer, perdre, donner, consommer, dépenser."*
>
> (I.O. 1945 - CE)

Les tournures pseudo-mathématiques du type "sachant que..." "montrer que..", les phrases à tiroir risquent de rendre la lecture du texte trop difficile.

Les deux premiers points qui ne sont contradictoires qu'en surface (la diversification des formulations ne peut que nuire à l'instauration d'automatismes opératoires à partir de mots-clés), marquent la nécessité d'un travail particulier des expressions : différents contextes d'emploi, recherche d'équivalences, etc.

2. Les aspects de la distribution des données, modulation (données incomplètes, nécessaires et suffisantes, redondantes, inutiles, contradictoires) et arrangement (manière d'ordonner) ont donné lieu, jadis, à des prises de position péremptoires, maintenant controversées, qui cependant laissent encore des traces dans la conception de bien des problèmes.

> *"Les problèmes sont des exercices qui obligent les élèves à réfléchir et à raisonner.*
> *D'où cette conséquence : ils doivent être bien conçus, bien composés, énoncés en termes clairs. Les problèmes qui contiennent des données inutiles, incomplètes ou contradictoires sont à écarter ou à modifier."*

(C. CHARRIER, Inspecteur de l'enseignement primaire
Pédagogique vécue - Cours complet et pratique - F. Nathan - 1931)

"Il faut que l'énoncé n'embrouille pas à plaisir les données : au CM et surtout au CM.1 les possibilités de l'enfant se réduisent à concevoir un enchaînement court au surplus. On rédigera donc l'énoncé de telle façon que les données fassent apparaître une à une chaque opération, chaque partie de la solution. Au besoin au CM.1 on posera une série de questions, chacune faisant apparaître une opération."

(L. VERNAY, Inspecteur de l'enseignement primaire
Cahiers de pédagogie moderne - Le Cours Moyen - Bourrelier -1957)

"Il nous semble intéressant d'entraîner les élèves à affronter des problèmes dont les données ne sont pas distribuées dans l'ordre des calculs à effectuer et dont les énoncés fournissent des renseignements superflus (...) exemple (une donnée est inutile) :
Une salle de spectacle présente les caractéristiques suivantes :
- *12 rangées de "balcon" de 15 fauteuils chacune,*
- *25 rangées de "parterre première catégorie" de 22 fauteuils chacune,*
- *10 rangées de "parterre deuxième catégorie" de 20 fauteuils chacune,*
- *la fosse d'orchestre permet de loger 35 musiciens,*
- *chaque rangée compte en outre un strapontin à chaque extrémité.*

Combien de spectateurs peuvent assister à une représentation ?

(J. DANIAU, Inspecteur départemental de l'Education
Bulletin de l'A.P.M.E.P. - n° 301 - décembre 1975)

Force nous est d'ailleurs de constater que d'aucuns documents possèdent un ou plusieurs des caractères évoqués ; témoin ce tableau des distances kilométriques de ville à ville, issu de l'almanach de P.T.T. 1981 (Oberthur) qui présente des données contradictoires :

Distances en km	Bordeaux	Bourges	Brest	Cler.-Fer.	Dijon	Dunkerque	Grenoble	Le Havre	Lille	Limoges	Lyon	Marseille	Montpellier	Mulhouse	Nancy	Nantes	Nice	Orléans	Paris	Perpignan	Rennes	Strasbourg	Toulouse	Tours
Bordeaux	—	388	634	368	613	818	657	617	788	219	549	657	489	830	783	331	824	443	559	488	437	914	250	327
Bourges	388	—	596	183	234	494	388	373	427	188	284	581	536	457	395	349	725	115	220	647	351	542	504	148
Brest	634	596	—	752	812	718	998	468	723	692	890	1286	1048	1024	888	305	1351	539	564	1094	245	1026	884	456
Cler.-Fer.	369	183	752	—	288	656	261	556	613	184	180	431	367	468	472	469	820	294	382	464	507	574	832	296
Dijon	613	234	812	288	—	525	284	520	471	408	197	513	498	216	192	588	877	285	310	651	567	389	662	397
Dunkerque	818	494	718	856	525	—	838	286	79	658	731	1049	1016	632	451	592	1218	400	275	1187	520	571	985	497
Grenoble	857	388	998	261	284	838	—	776	750	472	104	286	298	447	468	711	340	493	576	449	747	505	543	536
Le Havre	817	373	488	556	520	286	776	...	284	503	676	983	950	692	511	374	1137	268	211	1028	279	651	809	290
Lille	788	427	723	613	471	79	750	284	—	599	668	979	958	587	377	593	1148	339	224	1070	515	624	905	456
Limoges	219	188	682	184	408	658	472	503	599	..	384	810	453	809	583	297	778	259	375	516	369	707	306	203
Lyon	549	284	898	180	197	731	104	676	668	384	—	318	293	341	389	607	480	402	472	454	645	434	467	432
Marseille	657	581	1286	431	613	1049	288	983	979	610	318	—	164	656	705	890	198	688	769	325	938	758	408	729
Montpellier	489	538	1048	367	488	1016	288	950	356	453	293	164	..	623	682	750	335	641	724	161	822	727	238	665
Mulhouse	838	457	1024	468	218	832	447	692	567	609	341	858	623	—	178	812	765	490	467	784	779	108	864	611
Nancy	783	385	888	472	192	451	488	511	377	583	389	705	882	178	..	674	906	376	307	843	655	148	854	492
Nantes	331	349	385	469	588	592	711	374	593	297	807	898	758	812	674	—	1068	317	386	769	106	832	559	191
Nice	824	725	1351	820	877	1218	340	1137	1148	778	480	198	335	765	806	1088	-	831	927	486	1106	842	582	877
Orléans	443	115	539	294	285	400	493	268	339	259	402	688	641	490	376	317	831	—	116	752	285	515	565	116
Paris	559	220	584	382	310	275	576	211	224	375	472	769	724	467	307	388	927	116	—	846	348	447	681	227
Perpignan	488	647	1094	464	651	1187	449	1028	1070	516	454	325	161	784	643	769	496	752	846	.	875	888	210	719
Rennes	437	351	245	507	567	520	747	279	515	369	645	938	822	779	655	106	1106	285	348	875	—	798	865	211
Strasbourg	914	542	1026	574	309	571	505	651	524	707	434	758	727	108	140	832	842	515	447	888	799	—	901	632
Toulouse	250	504	884	382	862	965	543	809	905	306	467	400	236	864	854	559	582	565	681	210	665	901	—	509
Tours	327	148	456	296	397	497	536	290	456	203	432	729	565	611	492	191	877	115	227	719	211	632	509	-

On observe que la distance Paris-Bordeaux est supérieure à la somme des distances Paris-Tours et Tours-Bordeaux.

CAPACITÉS REQUISES POUR LA RÉSOLUTION

La résolution d'un problème requiert, outre des capacités afférentes à l'analyse de la situation, subordonnées essentiellement à son habillage et à sa forme, et sur lesquelles nous ne reviendrons pas, des capacités spécifiques : anticipation, créativité, utilisation d'outils et de propriétés mathématiques...

L'accessibilité des modèles, des outils, des propriétés mathématiques est souvent pris en considération de manière implicite pour déterminer si une situation est exploitable. Considérons, par exemple, l'évolution présente de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux.

> Fruit proprable d'une mésestimation des capacités réellement requises pour la résolution, en situation d'apprentissage, d'un problème relevant de la multiplication des nombres décimaux, l'aspect technique de l'opération prenait outrageusement le pas sur l'aspect sémantique (cf commentaires du programme du 2 janvier 1970). Les instructions pédagogiques 1980 pour le CM (paragraphe 4.1.1) préconisent une toute autre attitude, plus conséquente : "L'étude de la multiplication de deux nombres décimaux débutera par la recherche de situations où, a et b étant décimaux, l'expression $a \times b$ ait une signification (la vie courante, les achats de matériaux divers en fournissent à volonté). Ce travail précèdera dans tous les cas l'étude du prolongement de la technique de la multiplication qui en est directement dépendante et ne doit surtout pas se limiter à la mise en place d'un mécanisme aveugle."

CONDITIONS D'EXPLOITATION

Le traitement d'un problème, qui concourt aussi à des buts généraux — développement de l'attitude de recherche, des démarches raisonnées, de l'aptitude à prouver — suppose des conditions d'exploitation appropriées.

Si le procès des conditions sclérosantes — exploration étriquée et dirigée, souvent trop rapide, recours obligatoire à l'enseignant qui informe et valide, accueil mortifiant (ignorance, blâme, raillerie,... des propositions erronées), aboutissement à une solution stéréotypée — n'est plus à faire, la recherche sur les circonstances favorables est encore balbutiante.

Les quelques considérations qui suivent montrent l'importance de la communication dans l'exploitation d'un problème. Elles ne prétendent ni à l'exhaustivité, ni à l'originalité.

1. S'il projette sa propre problématique, le maître risque de tarir la curiosité des enfants, qui peut être éveillée par divers aspects de la situation.

"Entre une pédagogie qui préfabrique à l'avance questions et réponses, et celle qui pense trouver dans la curiosité enfantine toutes les problèmatiques scientifiques à l'état embryonnaire, il y a place pour une pédagogie envisageant le questionnement comme un travail, c'est-à-dire comme un point d'arrivée autant que comme la donnée de départ."

(Apprentissage mathématiques à l'école élémentaire - CE
ERMEL - 1978 - SERMAP)

2. L'explication des procédures de résolution, leur confrontation, et éventuellement la dissociation des démarches et des calculs, permettent de valoriser les démarches raisonnées.

"Pour un même problème, les procédures de résolution peuvent être diverses, notamment en fonction des outils mathématiques disponibles selon les élèves. On s'appuiera sur cette diversité pour confronter les différentes propositions des enfants ; les étapes du raisonnement ; la possibilité d'effectuer mentalement certains calculs ; la technique écrite nécessitée pour d'autres calculs ; le caractère suffisant, dans certains cas, d'une estimation approchée du résultat."

(Instructions pédagogiques 1980 pour le CM - 1.2)

3. Il appartient aux enfants de proposer des solutions et de les valider (vraisemblance des résultats, justification des démarches ou réfutation par un contre-exemple).

"Dans le schéma de validation, si le proposant ou l'opposant est le maître lui-même, il est à craindre que la conviction construite chez l'enfant soit de la même sorte qu'une conviction morale, ou éthique, et ne s'en distingue pas."

Processus de mathématisation - G. BROUSSEAU
Conférence prononcée à Clermont-Ferrand lors des journées
A.P.M.E.P. de mai 1970)

Ici comme dans notre critique préliminaire (cf paragraphe "conditions habituelles d'exploitations"), le caractère classique des situations n'est guère incriminable.

A la suite de J. LECOQ, réaffirmons que la rénovation de l'enseignement des mathématiques appelle essentiellement une réflexion sur les manières d'enseigner.

"Il faut se rendre à l'évidence : nous connaissons tous des classes élémentaires qui pratiquent, et fort bien, de réelles activités mathématiques : mais dans quelle proportion ? Nous savons tous également qu'il existe beaucoup de classes où, sous un langage pompeux et pléthorique, joint à un grand abus de fiches, on vit encore comme a longtemps vécu l'école obligatoire. C'est qu'on a peut-être été trop prompt à introduire des nouveautés alors que des pro-

blèmes anciens, abordés dans un esprit nouveau, auraient été au moins aussi satisfaisants."

(Enseigner : quoi ou comment ? - J. LECOQ
Exposé lors du quatrième séminaire international organisé
par l'équipe GALION à Dubrovnick en avril 1973,
sur l'enseignement élémentaire)

Liste des ouvrages cités :

Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - CE,
Equipe ERMEL, SERMAP, 1978

Bulletin de l'A.P.M.E.P., n° 301, décembre 1975
Réflexions sur le problème à l'école élémentaire - J. Daniau

Cahiers de pédagogie moderne - le Cours Moyen
Bourrelier, 1957

I. O. 1945, CE

Instructions pédagogiques, 1980 pour le CM

Les mathématiques à l'école élémentaire, A.P.M.E.P., 1972

Liaison CM.2-sixième en mathématiques, C. Rimbault, P. Ronceray,
IREM de Rennes, 1975

Pédagogie vécue, cours complet et pratique, Ch. Charrier,
F. Nathan, 1931

Programme du 2 janvier 1970

Rencontre sur l'enseignement élémentaire
Quatrième séminaire, Galion, CEDIC, 1974

Situations-problèmes au cycle moyen, IREM de Lille, 1980

1300 problèmes et exercices - CM
B. Goergler, R. Andrieu et A. Viala, Edition de l'Ecole, 1977

4. PROBLÈMES ET PRATIQUES PÉDAGOGIQUES

REMARQUES GÉNÉRALES

Les programmes du cycle moyen font un large développement du chapitre "situations-problèmes". En fait, il s'agit dans ce chapitre d'une déclaration sur les pratiques dans l'enseignement des mathématiques au cycle moyen.

Un retour sur les programmes du cycle élémentaire de 1978 nous fait reconnaître certaines intentions des rédacteurs des programmes. En effet, nous trouvions déjà dans ces programmes (p. 49 édition du ministère) la phrase suivante :

"Ainsi l'ensemble des activités mathématiques auxquelles sont confrontés les enfants au cours des apprentissages peut être considéré comme une suite de problèmes particuliers choisis par l'enseignant pour permettre le meilleur accès à la notion ou à l'activité opératoire visée."

Il est donc clair que c'est un véritable statut de la connaissance qui est posé dans ce chapitre.

DANS LES PROGRAMMES

Les problèmes peuvent être envisagés selon trois types :

1. approche et construction de nouveaux outils ;
2. réinvestissement ;
3. situations plus complexes, plus globales.

Commentaire : ces trois points de vue sont ceux du maître. Pour un enfant, chaque situation constitue pour lui un problème à résoudre dans lequel il utilise ses connaissances acquises ; donc pour lui, pas de classification possible selon ces trois critères.

DES CONSTATS

Avant d'aller plus loin dans la lecture des programmes résumons quelques constats.

1. Il ne suffit pas de savoir "faire des opérations" pour être capable de résoudre des problèmes.

2. Le mot problème évoque une activité stéréotypée : c'est un texte d'énoncé bref distribuant la situation de départ, l'action, modifiant la situation, puis la nouvelle situation. L'habillage accrédite le rapport à la vie courante.

3. L'objectif habituel des problèmes qui est de vouloir "coller à la réalité" est rarement atteint (à ce sujet voir brochure A.P.M.E.P. sur la division). Dans cette brochure figure une analyse d'un problème de carrelage montrant à quel point le problème, par les objectifs qu'il veut atteindre, s'éloigne complètement des problèmes du carreleur !*

Pour illustrer ces constats évoquons l'enquête dans laquelle des enfants de Cours Elémentaire avaient à résoudre des problèmes du genre suivant :

"Dans une bergerie, il y a 125 moutons et 5 chiens. Quel est l'âge du berger ?"

Les enfants (1/4 en CE, 1/3 en CM) trouvent l'âge du berger (125 : 5). Sont-ils inintelligents ? ou plutôt le contrat que passent implicitement le maître et l'enfant ne serait-il pas du tout celui que pense le maître ?

---

* In *Bulletin* A.P.M.E.P. n° 323

Peut-on soupçonner l'enfant d'inintelligence alors que dans ce problème, il n'a utilisé que l'opération qui donnait un résultat plausible ?

En fait, pas plus que la plupart des leçons de mathématiques habituelles, les problèmes ne permettent à l'enfant une réelle pratique mathématique.

Ces constats obligent à tenter de définir les qualités attendues d'une situation-problème. Essayons d'en dégager quelques unes.

SITUATIONS PROBLÈMES ET PRATIQUE PÉDAGOGIQUE

Il est souvent affirmé que la situation doit être concrète, qu'elle doit avoir un sens.

Ces deux affirmations demanderait à être discutées et approfondies pour savoir ce que veut dire "concret" (abstrait devenu familier disait Alain). D'autre part, que veut dire "avoir du sens".

Souvent c'est l'enseignant qui donne ces étiquettes. Le concret, le sens sont les qualificatifs qui s'adressent à un fonctionnement du rapport élève $\leftrightarrows$ situation. Il faut donc réfléchir plus aux conditions qui permettent le bon fonctionnement de ce rapport.

1. *Un énoncé de problème, seul, ne peut caractériser une situation didactique.*

Par exemple, à partir de l'énoncé :

J'ai 25682 carreaux à mettre par rangées de 125. Combien de rangées puis-je faire ?

bien des activités peuvent être envisagées, parfois diamétralement opposées du point de vue didactique.

Proposée en début de CM.1 et organisée afin que des enfants réalisent effectivement le carrelage et que d'autres effectuent des prévisions sur le résultat escompté, (cf Film RTS Algorithme de la division) cette activité débouche sur des productions très diverses et permet un débat par leur comparaison.

Proposée en début de CM.1 sous la forme d'un texte à des enfants dont le contrat implicite est : résoudre un problème c'est rechercher la bonne opération, la situation conduit les élèves à constater : "il faut faire une division, mais on ne sait pas la faire" et s'arrêter.

Proposé en CM.2, ce texte sera un simple moyen de contrôle des acquis de la division avec le présupposé que la situation a du sens chez un enfant de cet âge et que la seule lecture suffit à imaginer le carreleur, le carrelage, la forme, la dernière rangée incomplète, etc.

2. *Une "situation-problème" ne peut s'analyser, se caractériser indépendamment de la méthodologie qu'utilisera le maître dans sa classe.*

Par exemple, plusieurs travaux de psychologues scolaires à Bordeaux ont montré que la situation "Qui dira vingt*" pouvait avoir des statuts différents, et donc des conséquences très différentes selon les pratiques pédagogiques qui y étaient associées.

Une situation-problème de type approche et construction de nouveaux outils ne doit pas être un "alibi" qui serve de départ à une leçon du maître. Elle constitue une vraie trame des leçons à concevoir en vue de la découverte, de la mise en place, de l'institutionnalisation d'un savoir.
Exemple : les travaux portant sur la mise en place de l'algorithme de la division au CM.

Un problème de type classique ne donne souvent que l'information nécessaire et suffisante. C'est l'auteur de l'énoncé qui le sait, l'enfant comprend, à la longue ce type de contrat. Cela ne favorise pas un rapport naturel aux mathématiques.

C'est pourquoi, les programmes évoquent largement des objectifs méthodologiques tels que "rechercher, sélectionner et organiser l'information".

Une situation-problème de type moyen de contrôle des acquisitions des opérations arithmétiques centre toute l'activité de l'enfant sur le "calcul". Il s'agit là encore de la perception de ce contrat implicite passé entre le maître et l'élève.

Or, organiser l'information suppose que l'on accepte pour un temps de ne plus se centrer sur le "calcul", et pour cela il est possible d'en diminuer son importance, par exemple, en permettant l'usage des calculatrices de poche ou en organisant dans la classe un groupe "centre de calcul".

3. La validation des solutions fait partie intégrante de la situation-problème.

Comment dans les diverses pratiques les enfants acquièrent-ils la conviction de la justesse ou non de la solution qu'ils proposent ?

Etant entendu que le maître peut agir pour modifier le comportement des élèves, examinons les actions qu'il peut avoir :

— la plus fréquente consiste à dire à l'élève qu'il s'est trompé ou qu'il a juste ;
— le maître peut aussi renvoyer l'enfant à une autre activité qui montrera l'erreur commise à la précédente.

Dans ces deux cas, à des degrés différents, il y a gestion par le maître, à la place de l'élève, du cheminement qui aboutira à la "conviction". Dès lors, peut-on s'étonner que l'enfant cherche plutôt à répondre aux attentes du maître qu'à gérer la problématique posée dans la situation ?

Comment une situation-problème peut-elle permettre à l'élève de se rendre compte lui-même des erreurs qu'il commet et donc de les corriger ?

---

* voir la brochure A.P.M.E.P. sur la division

C'est le statut de l'argumentation dans la classe qui est en jeu. ''Valider les solutions'' implique des types de pratiques pédagogiques où la communication d'enfants à enfants entre dans l'activité elle-même et n'est plus seulement l'écoute de la solution d'un tel ou un tel par les autres ou par le maître.

Cette phase importante de la résolution est un moment privilégié du développement de ''l'aptitude des élèves à prouver ce qu'ils avancent'' (voir à ce sujet les instructions 1985).

LA MATURITÉ PSYCHO-GÉNÉTIQUE

Ce point sensibilise plus les enseignants de maternelle et du cycle préparatoire que ceux des classes du cycle moyen. Il n'empêche que très souvent encore des situations-problèmes utilisent des concepts qui à cet âge du cycle moyen, peuvent ne pas être stabilisés (valeurs, masses, vitesse). Il convient donc d'être prudent dans l'interprétation des réussites ou des échecs dans ces domaines.

EN CONCLUSION

Nous avons eu à resituer l'idée de situation-problème par rapport à celle de problème telle qu'on le conçoit habituellement.

L'habillage du problème classique (énoncé) a montré son côté rituel et mécanisant. Les instructions nous invitent à être plus variés dans les présentations et les mises en œuvre pédagogiques.

Un travail de réflexion sur les situations-problèmes suppose un consensus sur ce que doit être la pratique mathématique et c'est peut-être le plus grand intérêt de ce chapitre que de provoquer ce débat.

CHAPITRE II

CHRONIQUES DÉTAILLÉES

1. ANNUAIRE TÉLÉPHONIQUE

PRÉSENTATION

Notre intention est, tout d'abord, de présenter dans ses grandes lignes une expérimentation effectuée dans un CM.2 s'étalant sur une douzaine de séances dont la durée variait entre 1 h et 1 h30. Ce thème a été exploité en Français (travail de lecture) et en mathématiques.

Nous avons choisi d'assortir la synthèse du travail mathématique de commentaires visant à mieux préciser les objectifs réels des I.O. et à donner éventuellement d'autres pistes possibles d'exploitation.

Il nous a semblé important de souligner par exemple la confusion qui peut s'instaurer lorsque l'outil mathématique — ici "représentation graphique" — qui doit être un moyen de mieux comprendre et analyser une situation, devient un objectif gratuit et non soumis à une réelle validation. C'est, en effet, l'orientation donnée par le maître qui détourne le travail des enfants de l'objectif visé — en l'occurrence "savoir calculer avec fiabilité et rapidité le prix d'une communication téléphonique en utilisant l'annuaire" —.

A nos yeux ce thème permet assez bien d'illustrer les I.O. du CM (1980) concernant les "situations-problèmes" :

— rechercher, sélectionner, organiser l'information ;
— une démarche raisonnée et la construction d'outils variés pour la mise en place d'une procédure de résolution etc.

Il permet également d'aborder de nombreux autres thèmes :

— les fonctions numériques,
— l'utilisation des décimaux,
— la numération complexe (sexagésimale),
— le calcul mental et rapide, le calcul approché,
— le repérage,
— les mesures de durées, etc.

Il débouche également sur la proportionnalité et se prolonge de manière originale vers une situation de division euclidienne.

Cette expérimentation nous montre, enfin, à la fois l'importance d'élargir le problème posé et de réinvestir des connaissances dans d'autres situations-problèmes (exemple : prix du stationnement dans un parking).

AUTRES PISTES D'EXPLOITATION DU THÈME "ANNUAIRE TÉLÉPHONIQUE" en activités d'éveil

Analyse du problème de la "numérotation"

1er niveau d'analyse : en France en 1981 nous utilisions 10 chiffres. L'étude se place dans ce contexte. Elle serait à réactualiser.

Exemple :	16	98	95	03 46
	France	Finistère	Quimper	Abonné

Mais on découvre que cette première analyse est trop simpliste et même inexacte. Les P.T.T. utilisent un découpage qui ne suit pas les frontières des départements.

Exemple :	16	74	Bourg-en-Bresse
		85	Mâcon
		07	Lyon
	etc...		

Il n'y a pas nécessairement un central par département.

Exemple : Paris et sa région

16	1	Paris centre
16	4	Oise

Exemple : Pour Beauvais

16	4	445	52 13
		un central de Beauvais	abonné

Mais il existe 3 centraux pour la ville de Beauvais : 445 - 448 - 402

Problème de la couleur de zones

Communication illimitée Communication limitée à des tranches de 72 s. Communication limitée à des tranches de 45 s.	zone noire
Communication limitée à des tranches de 24 s.	zone grise
Communication limitée à des tranches de 12 s.	zone blanche

Bien sûr tous les renseignements sont susceptibles de modifications mais il serait intéressant de connaître et d'analyser les raisons qui ont conduit les P.T.T. à adopter une telle organisation.

SITUATION :
L'ANNUAIRE TÉLÉPHONIQUE, UNE ÉTUDE EN CM.2

Déroulement	*Commentaires*
Première activité	
1. Les enfants parlent librement à propos du téléphone et du prix des communications. A partir de leurs remarques plus ou moins vagues (ex : "plus on téléphone loin, plus les 15 s. coûtent cher"), on fait émerger la nécessité de consulter un annuaire.	Objectif : prise en charge par les enfants du problème "comment calculer le prix d'une communication téléphonique ?"
2. Consultation par deux de l'annuaire (10 mn) : — examen libre, — puis, le maître indique les pages où ils trouveront les renseignements.	Rôle du maître :
3. Discussion collective ; problèmes rencontrés : — lecture de la carte, — partage du département en 2, — pourquoi plusieurs numéros pour certains départements ?, — pourquoi un "trou" pour la région parisienne ?	— à partir des remarques des enfants mettre en évidence le fait que le prix dépend à la fois de la durée et de la distance entre "zones" ; — susciter un débat avec les enfants pour mettre en place les activités qui permettront de

résoudre le problème initial. On décide ensemble d'essayer le lendemain de calculer le prix de certaines communications.

Deuxième activité

1. Les enfants sont par groupe de 3 ou 4. Ils doivent remplir des tableaux construits par le maître :

Communication de Bordeaux à			
Durée de la communicat.		Nb. de taxes de base	Prix de la communicat.
en mn	en s.		
	30		
	45		
1mn	60		
1mn20s	80		

Une autre mise en œuvre consiste à proposer le problème aux enfants "déterminer le prix d'une communication lorsqu'on en connaît la durée" en leur demandant de s'organiser pour le résoudre. Ils peuvent ainsi trouver :

— qu'il est nécessaire de savoir le nombre de taxes de base,
— qu'il peut être utile de convertir les durées en s.

— 2 groupes ont un tableau pour Bombannes,
— 2 groupes ont un tableau pour Angoulême,,
— 3 groupes ont un tableau pour Paris.

2. Discussion collective : inventaires des problèmes rencontrés.

Ici le choix pédagogique consiste en une conduite de classe qui favorise une résolution collective.

3. Travail par groupes : avec des mises au point collectives.

Un autre choix est de laisser les groupes élaborer chacun leur propre stratégie de résolution puis de les comparer pour dégager les caractéristiques de chacune d'elles.

Problèmes rencontrés ; découverte

— si la durée de la communication est inférieure à la durée correspondant à la taxe de base, paie-t-on 0,00 F,
— la taxe de base est la même partout,
— c'est la durée correspondant à la taxe de base qui varie,
— des durées différentes peuvent

conduire au même prix : notion d'intervalle de temps correspondant à un même prix.

Troisième activité

1. Calcul rapide (15 mn)
"partager l'ardoise en deux" :

nb de taxes de base			prix de la communication

"Une taxe de base (50 c) pour 12 s."
Le maître propose successivement les durées : 12 s ; 24 s ; 36 s ; 10 s ; 15 s ; 23 s ; 30 s ; 45 s.
Les enfants proposent : 29 s ; 63 s.
Les enfants ont beaucoup de difficultés pour trouver les prix des communications.

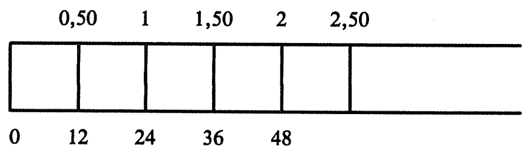
2. *Travail par groupe* portant sur des communications Bordeaux-Paris (durée 12 s) correspondant à la taxe de base. Consigne : "dans chaque groupe, vous imaginez un "outil" permettant de représenter le prix des communications suivant leurs durées.
Essayer de penser à tous les outils qu'on a pu utiliser depuis le début de l'année. Vous avez sur les tables du papier uni, du papier quadrillé. Si vous voulez autre chose, vous me le demanderez."

Cette phrase incite les enfants à reproduire des représentations qu'ils connaissent — indépendamment de leur pertinence dans la situation proposée.

Productions de quelques groupes :

Durée des télé-communications	Prix des télé-communications
12 s	0,50 F
24	1
36	1,50
48	2
156	
1560	

Secondes	Taxes	Prix
1	1	
		0,50 F
12	fin de la 1re	
		1 F
24	fin de la 2e	
36		



Durée	Prix
1 s à 12 s	0,50 c
13 s à 24 s	1 F
25 s à 36 s	1,50 F
37 s à 48 s	2 F
49 s à 60 s	2,50 F

Durée en secondes

Prix en F	0 à 12	13 à 24	25 à 36	37 à 48	49 à 60
0,50	×				
1		×			
1,50			×		
2				×	
2,50					×
3					
3,50					
4					
4,50					

3. Début d'examen collectif des représentations.
Remarque : pour le tableau 2 un enfant propose $1 < 0{,}50 < 12$ pour écrire "de 1 s à 12 s". → Critique des autres. On rectifie par $1 < \quad < 12$.
Le maître propose $0 \leqslant d_S < 12$.

Il est intéressant de mettre à l'épreuve ces représentations pour répondre aux questions rencontrées. La validation du travail des enfants est ainsi plus objective : le meilleur tableau est celui qui permet de répondre facilement et sûrement aux questions.

Quatrième activité

1. Calcul rapide (ardoise).
Le maître rappelle aux enfants le type de question envisagée hier (en calcul rapide) et leur demande "quelle question pourrait-on se poser maintenant ?". Ils proposent de trouver la durée en fonction du prix.

Remarque :
— les enfants rencontreront beaucoup de difficultés à concevoir un intervalle de temps et non pas une durée unique,
— quelques inégalités apparaissent : $12 < d < 24$ mais comment indiquer que 24 aussi convient. C'est pourquoi le maître introduit $12 < d \leqslant 24$.

2. Suite de l'examen collectif des représentations.
Après une longue discussion (1 h), au cours de laquelle les enfants ont apporté des modifications à certains tableaux, le maître propose à tous les enfants d'adopter la représentation du groupe 5.

Le choix de la représentation peut aussi être l'objet d'un débat au sein de la classe.

Cinquième activité

1. Calcul rapide
Les travaux des séances précédentes ont fait apparaître la nécessité d'exercices de conversion mn/s.

— Le maître présuppose, qu'un renforcement des connaissances numériques favorise la résolution du problème,

2. Examen collectif de deux tableaux effectués à partir du travail du groupe 5 (tableau cartésien).

— autre démarche ; motiver l'activité de calcul rapide par les difficultés rencontrées dans la résolution du problème.

	Durée en secondes						
Prix en F	12	24	36	48	60	72	84
0,50	×						
1		×					
1,50			×				
2				×			
2,50					×		
3						×	
3,50							×

	Prix en F						
Durée sec	0,50	1	1,50	2	2,50	3	3,50
12	×						
24		×					
36			×				
48				×			
60					×		
72						×	
84							×

Utilisation du tableau → intersection de bandes.
Le maître : "en utilisant le même système de tableau, pourrait-on trouver plus simple ?".
Le maître conduit ainsi les élèves à remplacer les cases par des points.

La représentation n'est plus un outil, elle devient un objet d'étude.

Sixième activité

1. Calcul rapide (idem 5e séance).
Questions : 63 s ; 74 s ; 89 s ; 96 s ; 112 s (deux réponses 2 mn − 8 s) ; 127 s ; 132 s ; 182 s ; 195 s ; 200 s .
Résultats :

10 justes	13 enfants
9 justes	7 enfants
8 justes	1 enfant
moins de 8 justes	4 enfants

Evaluation des connaissances numériques.

2. Suite de l'examen des tableaux : travail d'analyse et de critique constructive pour améliorer les modes de représentations graphiques suivi d'un premier exercice de réinvestissement individuel.
Construction d'un graphique de type 5 (tableau cartésien) avec de nouvelles données numériques.

Evaluation de la capacité à utiliser une représentation graphique.

Septième activité

Il s'agit de :
— consolider les acquis des séances précédentes ;
— les réinvestir dans des situations différentes en utilisant les décimaux.

Remarque sur les 7e et 8e séances : l'échange des graphiques dans la 8e séance est une mise à l'épreuve des représentations (validation objective du travail). Cet échange peut être préparé

Le maître propose des travaux individuels sur feuille quadrillé 1 cm/1 cm. "Fais le graphique qui permet d'obtenir, de connaître, le prix des communications téléphoniques de France en... selon leur durée".
Six situations au choix sont proposées :

le demandeur est	l'appelé est en	le demandeur paie 1 taxe de base toutes les
en France	Angleterre	11,50 s
	Belgique	11,50 s
	Autriche	7,50 s
	Maroc	5,50 s
	USA	1,90 s
	Japon	1,30 s

dès le début de la 7[e] activité. En effet, on ne rédige pas de la même façon quand l'objectif est d'être compris par un camarade et quand il s'agit d'être lu par le maître.

Huitième activité

— Compte rendu des travaux de la séance précédente,
— Utilisation de ces graphiques comme outils de travail : les groupes échangent leurs graphiques.

A l'aide des graphiques, il faut trouver le prix des communications téléphoniques entre la France et les pays indiqués, la durée des communications étant donnée.

Conclusion

L'élaboration et l'utilisation de représentation diverses occupent une place importante au CM. Celles-ci doivent apparaître, si possible, comme des outils pratiques permettant de mieux résoudre des problèmes. Leur validation est alors la rapidité et la fiabilité de leur utilisation dans la résolution. Une utilisation effective des ces représentations est efficace :

— soit dans une situation d'auto-communication (par exemple pour pouvoir répondre ensuite très vite à un certain type de question),
— soit dans une situation de communication (par exemple pour que d'autres enfants puissent s'en servir pour répondre à certaines questions).

2. LA COURSE AU TRÉSOR

LE PROJET

La situation-problème présentée ci-après — recherche d'un "trésor" enfoui sur la place qui jouxte l'école à partir de renseignements — met les enfants en position de :

1 - décoder un énoncé,
2 - pratiquer des mesurages,
3 - effectuer des passages de la situation réelle à une représentation et réciproquement,
4 - utiliser des instruments (compas, équerre,...),
5 - construire des notions géométriques (distance d'un point par rapport à une droite, ensemble des points équidistants d'une droite donnée).

Elle est en outre l'occasion d'introduire la notion d'échelle.

CHRONIQUE

Etape préalable

Quatre séances ont été consacrées à l'élaboration d'un plan de la place à une échelle convenable. Le plan du cadastre préalablement consulté ne représentait qu'un espace vierge de toute indication et le seul autre plan disponible — plan des houillères au 1/2000 — était incomplet et inexact.

1re activité : étude d'un plan des houillères. L'échelle et son utilisation.

Les enfants ont repéré différents endroits connus tout autour de la place : l'école, le dispensaire, le château, la porte. Ils ont pratiqué des exercices d'entraînement : traduire en grandeur réelle les dimensions relevées sur le plan.

2e activité : agrandissement du plan des houillères.

Les élèves ont cherché une méthode pour élaborer un plan plus lisible qui soit deux fois plus grand. Deux principes ont été dégagés :

— mesurer sur le plan des houillères : multiplier toutes les mesures par deux et construire le nouveau plan,
— utiliser le papier calque pour reproduire tout ce qui n'est pas rectiligne : les angles, les "tournants".

Un travail collectif d'agrandissement du plan a été mis en route mais il n'a pas été convaincant, l'erreur de méthode et les maladresses de tracé se conjugant. Le maître a fourni alors un plan agrandi au 3/2000, échelle un peu insolite mais qui facilite la poursuite du travail (voir plan en fin de paragraphe).

3e activité : sortie sur le terrain, mesurage (utilisation de la chaîne d'arpenteur, d'une corde) afin de positionner sur le plan le chemin allant du dispensaire au château. Exercices d'entraînement : prévoir les dimensions sur le plan, de grandeurs relevées sur le terrain.

4e activité : consolidation de la précédente. Positionner correctement la route reliant la place au centre de la ville.

Bilan :

— ces activités ont été l'occasion de s'exercer à mesurer,
— elles ont permis de vérifier et de compléter les données du plan des houillères, et de prendre conscience de la notion d'échelle.

Le maître en proposant ce travail préalable pensait induire l'utilisation du plan dans la suite de l'activité. Nous verrons que les enfants n'ont pas réinvesti cette démarche pour résoudre le problème qui leur sera proposé.

La course au trésor

1re activité

Le texte suivant est distribué à chaque élève :

A la recherche du "trésor"

Un "trésor" a été enterré sur la place qui se trouve en face de l'école. Si vous voulez le découvrir, il vous suffit de suivre les indications suivantes :
le "trésor" se trouve :

— sur l'axe de la porte donnant sur la place quand on vient du village,
— à 8 mètres de l'axe médian du chemin conduisant du dispensaire au château,
— à 13 mètres et 33 centimètres de la base de l'arbre ayant le tronc le plus épais.

Si vous ne parvenez pas à le découvrir, notez tout ce qui vous dérange dans vos recherches.

La grande précision de la donnée n° 3 était volontaire, afin d'observer les réactions des enfants. Il n'y eut aucun étonnement, aucune remarque.

Les enfants proposent d'expliciter à l'aide d'un dictionnaire les mots axe, médian. La suite prouvera qu'ils n'ont pas compris le sens de ces mots.

Ils décident de se rendre sur la place. Le maître les répartit en trois groupes et leur propose d'emporter ce dont ils pensent avoir besoin pour découvrir le trésor. Aucun élève ne prend d'instruments de mesure ni ne fait référence au travail proposé dans l'étape préalable.

Les trois groupes se dispersent sur la place. Au bout de quelques minutes pendant lesquelles les groupes sont restés autonomes, le maître demande à chacun des groupes pourquoi il est à cet endroit-là. Les réponses sont très confuses. Manifestement les enfants recherchent des indices extérieurs et ne prennent pas en compte toutes les données. Par exemple, un groupe dira : "on a reconnu les traces de votre mobylette (alors qu'il en existe des dizaines sur le terrain) et les empreintes de vos chaussures". Au bout de 20 minutes de vaines recherches, c'est le retour en classe.

Le maître propose alors de relire les deux dernières indications du texte et invite les élèves à noter ce qu'ils n'ont pas compris. Le dépouillement laissera apparaître une incompréhension sur trois points : l'axe, l'axe médian, la base de l'arbre. Oralement les élèves précisent ce qui les a gênés dans leur recherche. Voici quelques réponses :

— il y a des trous de taupes,
— les mots axe et axe médian,
— on a vu des traces de mobylette, on ne sait pas si c'est la vôtre,
— ce qui est gênant c'est 33 centimètres ; d'abord j'ai mesuré 8 mètres et après 13 mètres.

Le maître conduit ensuite les enfants à dégager la nécessité d'utiliser un instrument convenable pour les activités de mesurage, et à renoncer à la recherche d'indices tels que les traces sur le sol.

Les échanges permettent de relever certains points de difficulté :

— la chaîne d'arpenteur permet de mesurer 13 mètres mais pas 33 centimètres,
— il y a une imprécision sur le terme "base" de l'arbre,
— le sens de l'expression "axe médian" n'est pas perçu.

Bilan de cette séquence :

Prise de conscience de la complexité de la situation, de la nécessité de s'interroger sur les données de l'énoncé, d'expliciter et d'interpréter certains termes inhabituels, de trier les informations pertinentes nécessaires à la découverte du trésor.

2e activité : analyse collective de l'expression "axe médian du chemin" et "axe de la la porte".

Les définitions des mots "médian" et "axe" sont relevées dans des dictionnaires. Les enfants proposent : "l'axe médian est une ligne droite qui se trouve au milieu".

Le maître rappelle alors l'énoncé "à 8 mètres de l'axe médian". Les enfants s'accordent pour la formulation suivante "à 8 mètres de l'axe médian, c'est à 8 mètres d'une ligne droite qui se trouve au milieu du chemin qui conduit du dispensaire au château".

Une élève propose le schéma suivant, tracé à main lévée au tableau (figure 1) :

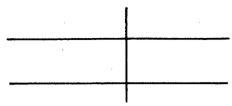


figure 1

Le maître propose alors un chemin borné aux deux extrémités et demande à la même élève de tracer cet axe avec utilisation de la règle plate (figure 2).

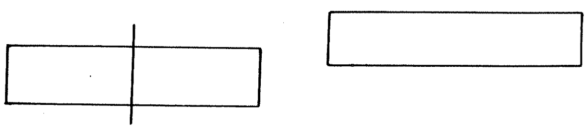


figure 2

Sans hésitation l'élève prend les milieux des deux longueurs du rectangle et trace la droite qui les joint. Le maître trace alors un chemin non borné, traversant le tableau. Il affirme "c'est un morceau de chemin et je prétends que l'on peut tracer son axe médian" (figure 3).

Devant la perplexité des enfants, il les aide en évoquant l'expression "marcher au milieu du chemin". La situation est alors débloquée. Un élève traduit l'expression par le déplacement de son doigt au milieu du chemin. Le maître insiste alors sur la nécessité d'un tracé précis. Un autre élève repère les milieux des segments [AB] et [CD] et les joint (figure 4). La solution trouvée est juste et facilement transposable sur le terrain.

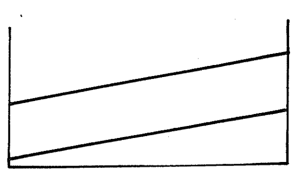


figure 3

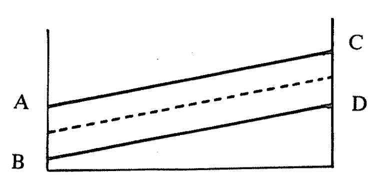


figure 4

Le maître reprend le problème de tracé dans le cas où les segments [AB] et [CD] ne figurent pas. Exploitant la suggestion d'un enfant, il met en place la construction de l'axe médian par tracé de 2 perpendiculaires aux bords du chemin puis de la droite joignant les milieux M et N des segments [AB] et [CD] (figure 5).

Personne n'a eu l'idée d'élever une perpendiculaire à [AB] en son milieu M. Pourtant, immédiatement, après pour tracer l'axe de la porte, les enfants vont construire la médiatrice du segment représentant la porte (figure 6).

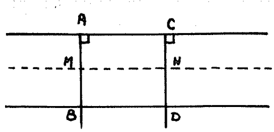


figure 5

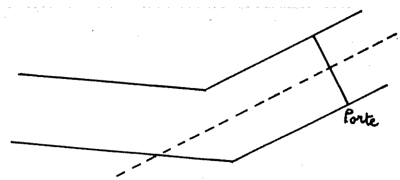


figure 6

Remarque : l'analyse collective de l'énoncé, rendue nécessaire par sa complexité, ne permet pas de s'assurer du niveau de compréhension de chaque enfant. Le maître l'évalue par un exercice individuel de tracé de l'axe médian d'un chemin.

3^e^ activité : repérage sur le terrain.

Il s'agit de concrétiser l'axe médian du chemin et de situer des points qui se trouvent à 8 mètres de cet axe. Matériel mis à disposition : chaîne d'arpenteur, ficelle, règle plate et quelques plots destinés à matérialiser les points obtenus.

Sur le terrain se pose le problème du transfert du procédé de construction mis en place sur papier. Les bords du chemin ne sont pas nettement déterminés, les enfants ne disposent pas d'équerre pour placer la ficelle perpendiculairement aux bords. L'accord se fait sur une position approximative de la ficelle acceptable à l'œil.

Pour trouver le milieu certains enfants pensent à plier la ficelle en deux, d'autres utilisent la chaîne d'arpenteur.

Les enfants découvrent la nécessité de placer deux plots suffisamment éloignés pour concrétiser l'axe médian.

Nouvelle difficulté : comment trouver des points situés à 8 mètres de l'axe médian ? (voir figure 7).

Pour résoudre ce problème le maître propose d'abord de trouver un procédé de mesurage de la distance de l'axe médian à certains points choisis sur le terrain puis de trouver des points situés à une même distance de cet axe (voir figure 8).

figure 7

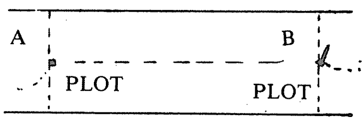
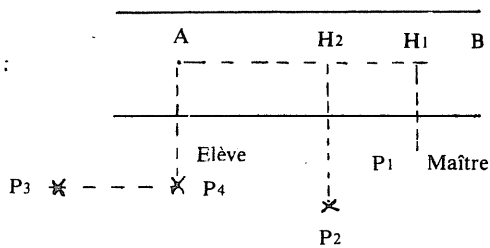


figure 8



Remarque :

Les enfants ressentent le besoin de concrétiser sur le terrain les éléments de construction. Le rôle du maître au cours de l'activité est de susciter les initiatives des enfants, de clarifier les difficultés et faciliter certaines réalisations pour éviter le découragement.

4ᵉ activité : interprétation en classe de la donnée "le trésor est situé à 8 mètres de l'axe médian".

Les enfants découvrent rapidement l'existence de deux droites parallèles satisfaisant à cette condition et les construisent. Ils prévoient ensuite l'exécution sur le terrain.

"On va tracer l'axe médian. Puis on prendra 4 mesures, 2 de chaque côté de l'axe". Sur la place, la classe est partagée en deux groupes. Le tracé est rapidement réalisé.

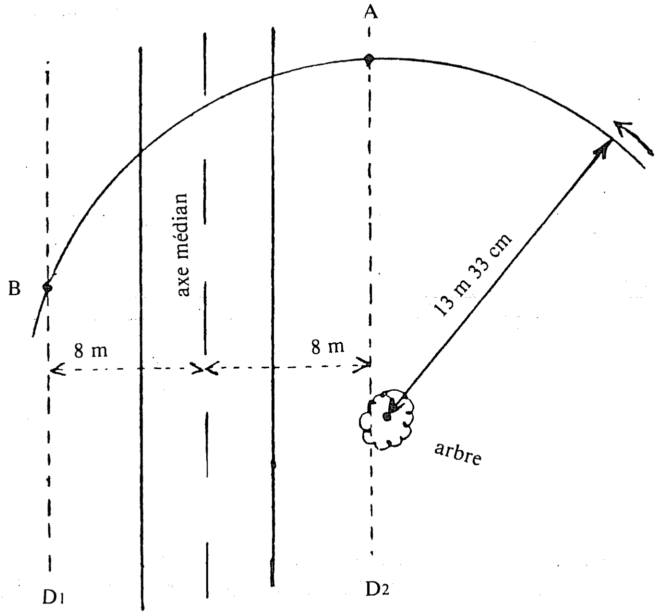
Remarque :

Certains enfants ressentent le besoin de vérifier qu'un point pris n'importe où sur l'une des deux dernières droites tracées est bien à 8 mètres de l'axe médian. Ce travail montre le sens pratique de certains élèves.

On peut s'étonner que les élèves, sachant que le trésor se trouvait sur l'une des parallèles, n'aient pas tenté de le découvrir. Paradoxalement la recherche des tracés corrects fait perdre de vue le but de l'activité.

5ᵉ activité : prise en compte de toutes les données de l'énoncé (à 8 mètres de l'axe médian, à 13,33 mètres de l'arbre, dans l'axe de la porte).

Les enfants font les tracés sur papier. Le dessin ci-dessous prouve qu'ils n'ont pas utilisé d'échelle.



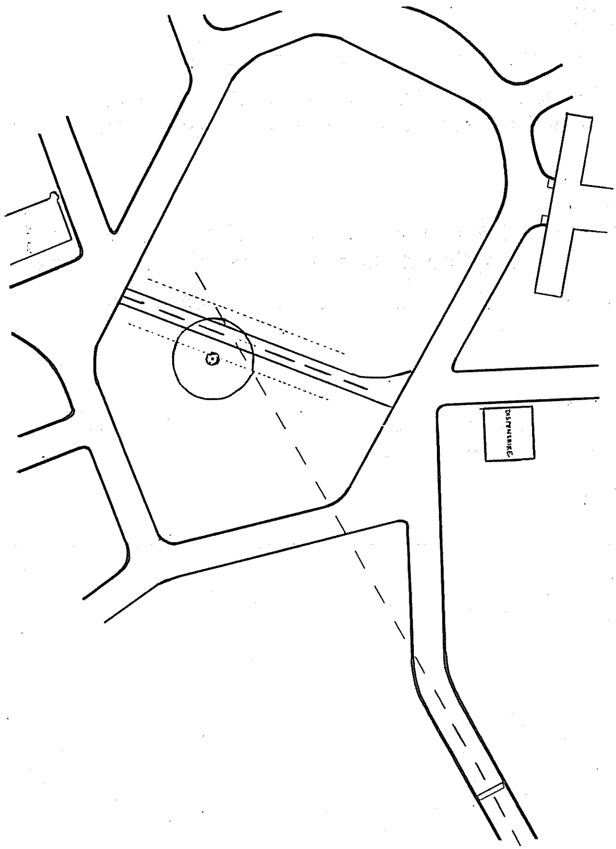
Sur le terrain, l'exécution réalisée facilement, révèle l'inexactitude du dessin. Le point B dans la réalité ne peut exister. Un groupe en se déplaçant rejette l'un des points déterminés car il ne se trouve pas dans l'axe de la porte. Le "trésor" est enfin trouvé.

CONCLUSION

Ce travail contribue à la construction :

— de notions telle que échelle, orthogonalité, distance d'un point à une droite, conservation des distances entre deux parallèles ;
— de techniques de mesurage, utilisation du double décimètre, de la règle plate graduée, de la chaîne d'arpenteur, d'une ficelle pour reporter une distance ou déterminer le milieu d'un segment, adéquation de l'outil à la mesure à prendre ;
— de techniques de tracé, usage de l'équerre, de la règle, des instruments de mesure de longueurs, précision et soin des tracés.

Il apparaît, cependant, que des situations de réinvestissement sont nécessaires : d'autres situations relevant d'une même procédure générale de résolution et qui appelleraient mesurage, reproduction à l'échelle, coordination de différentes données et, alternance de travail sur le terrain et sur des représentations avec des outils adéquats.


DISPENSAIRE

3. INDUSTRIALISATION

PRÉSENTATION

Cette présentation a été proposée dans deux classes :

— une de CM.1, en début d'année,
— l'autre de CM.2.

Le compte rendu montre qu'un tel problème peut être :

— soit un point de départ d'un travail relatif à la distance,
— soit un réinvestissement de connaissances concernant le cercle et le parallélisme.

Remarques :

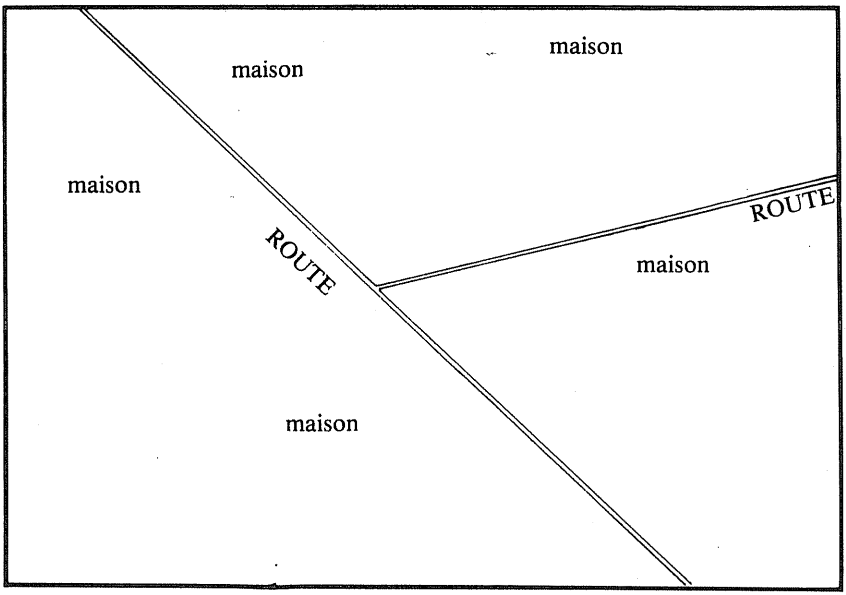
Les distances de 200 m et 600 m ont été choisies pour limiter les problèmes relatifs à l'utilisation de la proportionnalité en début de CM.1.

La distance de 250 m a encore été un obstacle pour un enfant de CM.2.

SITUATION

Une entreprise envisage de créer une usine à la campagne. Voici le plan de la région qui a été choisie :

1 cm pour 200 m



On ne peut pas installer l'usine à moins de 600 m d'une maison et on ne veut pas l'installer à plus de 250 m d'une route (version CM.2), 200 m d'une route (version CM.1).

Trouver, sur le plan, tous les endroits où on peut envisager d'installer cette usine.

ETUDE DANS UNE CLASSE DE CM.1

1re séance :

On propose la situation à l'aide d'une fiche polycopiée :

1. Lecture et recherche individuelle (5 minutes), phase d'appropriation de la situation,

2. Recherche par groupes.

Les enfants traduisent certaines contraintes données par le problème par des constructions empiriques de points.

a. Tracé de zones interdites autour des maisons :

— certains redécouvrent la "notion de cercle" par tâtonnements — suite de points situés à 3 cm de la représentation d'une maison,
— certains dessinent un carré autour de chaque maison en prenant plusieurs points de repère,
— certains s'apercevant que les coins du carré ne répondent pas à la consigne, tracent un hexagone,
— d'autres "arrondissent les angles aux carrés".

b. Tracé de zones de construction de l'usine le long de la route ; les enfants ont du mal à construire les bandes :

— certains font une suite de points se touchant, situés à 1 cm de chaque côté de la représentation de la route,
— d'autres cherchent seulement quelques points mais ne placent pas leur double décimètre perpendiculairement à la route,
— certains, enfin, trouvent les points servant à construire les droites en utilisant des perpendiculaires sans apparemment en prendre conscience.

3. Synthèse collective

Chaque rapporteur de groupe vient expliquer sa construction au tableau. Au cours de la discussion qui s'engage, les enfants comprennent la nécessité de la construction d'un cercle. En ce qui concerne les bandes, les mots "parallèle" et "perpendiculaire" ne sont jamais prononcés ; les élèves se contentent d'une construction approximative :

— il faut bien placer la règle,
— il suffit de 3 ou 4 points pour tracer les droites,
— il faut vérifier que "ça marche".

2ᵉ séance :

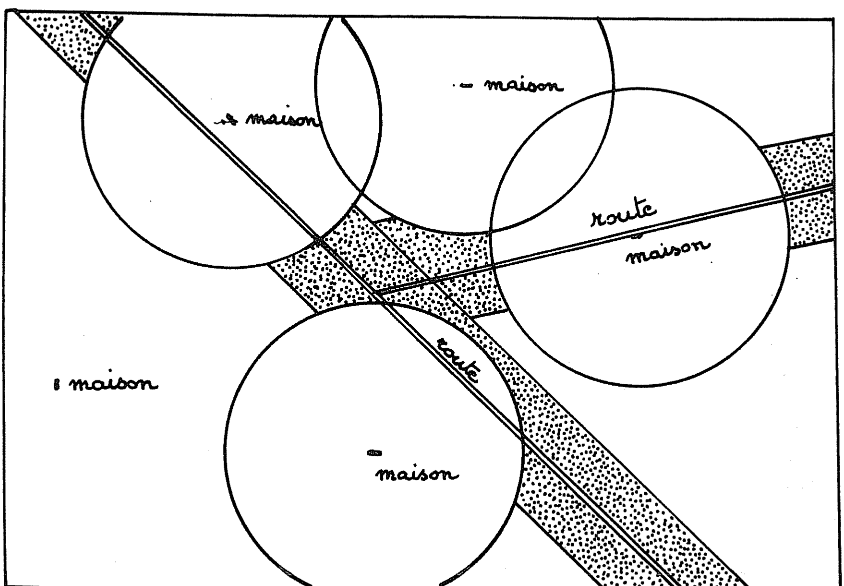
Travail individuel de réinvestissement des conclusions de la 1ʳᵉ séance.

Les réalisations sont satisfaisantes. A la question : "pourquoi avez-vous tracé des cercles ?", il est répondu : "il faut que ce soit à 3 cm des maisons". La notion de cercle reste très intuitive. Les enfants ne peuvent aller plus loin dans leurs explications.

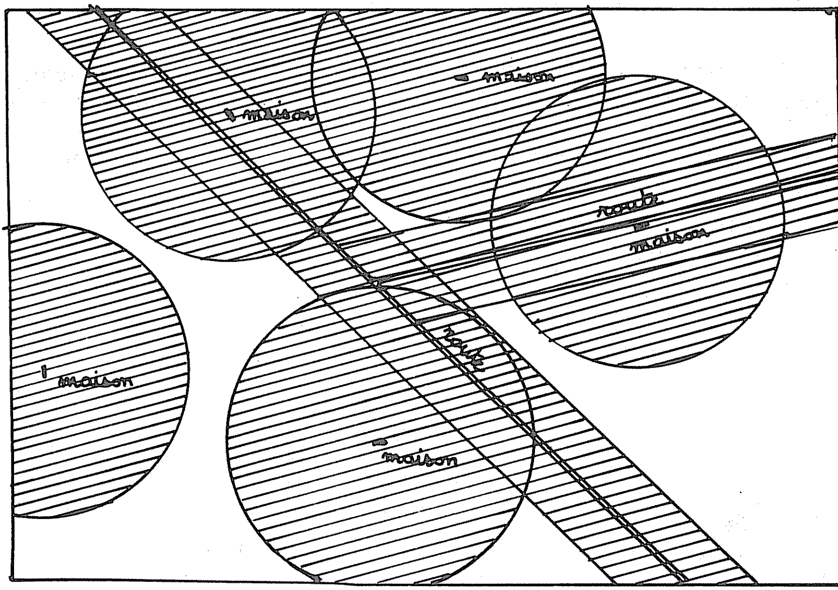
Se pose ensuite le problème de la matérialisation de l'emplacement des usines.

Discussion collective : les enfants proposent de colorier les zones possibles de construction, celles interdites. Ce nouveau travail est réalisé par groupe.

Travaux de groupe : 4 des 6 productions réalisées sont érronées par suite d'une interprétation fausse des expressions du texte "à plus de" ou "à moins de ". La confrontation des solutions permet de comprendre les erreurs. Nous présentons ci-après deux productions :



Les cercles sont formés de points qui sont à la même distance de la maison. Cette distance est de trois centimètres. Ce que j'ai colorié, ce sont les zones possibles pour mettre l'usine. L'intérieur des cercles est interdit pour mettre l'usine.



Nous avons tracés des cercles par ce qu'ils ~~est~~ sont formés de points situés à la même distance de la maison.
Cette distance est de 3 cm.
Nous avons tracé des lignes droites situées à 1 cm de distance de la route.
Les parties blanches sont les zones possibles où l'on peut construire l'usine.

— la première montre la confusion entre "à plus de" et "à moins de",
— la seconde est correcte.

PRÉSENTATION DANS LA CLASSE DE CM.2

Le problème est donné sur feuille polycopiée.

Les élèves travaillent par deux.

Les difficultés rencontrées sont explicitées et surmontées au fur et à mesure du déroulement par une confrontation collective et des exercices de remédiation :

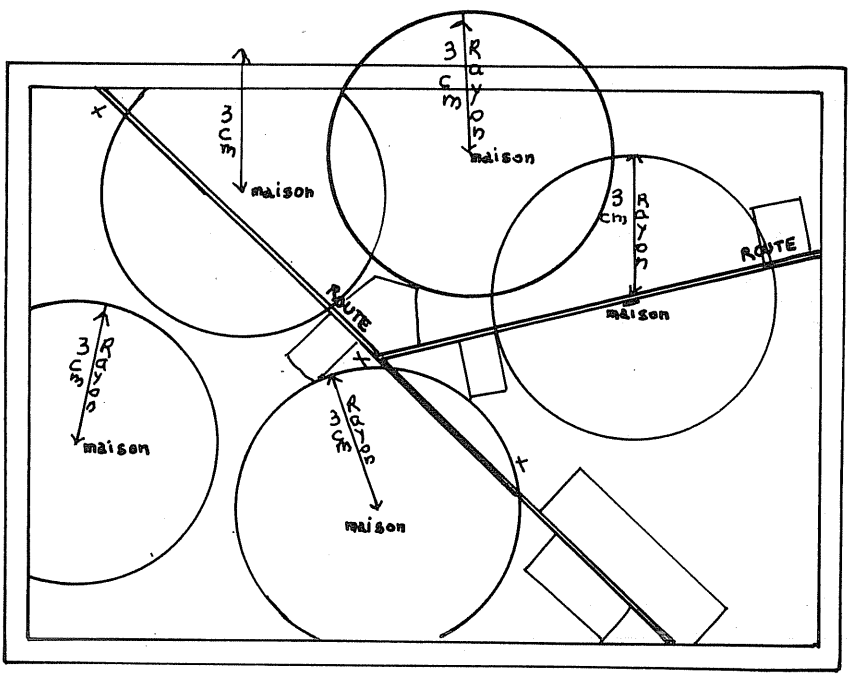
— comment représenter 250 m sur le plan,
— comment interpréter "à plus de 250 m d'une route". Certains dessinent des rectangles, d'autres des bandes,

— comment traduire sur le plan ‘‘à plus de’’, ‘‘à moins de ’’, après le tracé des cercles et droites.

Une aide est apportée par un exercice de simulation. La consigne : ‘‘tu ne dois pas te mettre à moins d’un mètre de la table’’ est interprétée par les enfants par : ‘‘tu dois te mettre à un mètre et plus’’. ‘‘Tu ne peux pas te mettre à plus de 50 cm de Philippe’’ est remplacée par ‘‘tu peux te mettre à 50 cm de Philippe et à moins’’.

Les enfants matérialisent en fin de séance leurs solutions qui s’avèrent satisfaisantes.

Nous présentons ci-après une production intermédiaire erronée.



4. FICHE HORAIRE S.N.C.F.

PRÉSENTATION

La situation a été proposée à trois classes de CM.2 de la manière suivante :

1re séquence : une ou deux fiches horaires sont distribuées par groupe de 4 enfants (annexe 1). Le maître note (ou enregistre) les réactions, questions, problèmes posés par les groupes. Nous sommes dans le cas d'énoncés, d'informations proposées sans question. Le maître peut répondre à certaines demandes d'éclaicissements. Enfin, certains problèmes posés par les enfants ou le maître sont résolus par groupe.

2e séquence (quelques jours plus tard) : les enfants reçoivent le questionnaire (annexe 2) et y répondent individuellement. Une possibilité d'échanges entre enfants (travail par petits groupes ou collectif) modifierait sans doute les réponses.

CHRONIQUE

Première séquence

Dans une classe :

Questions d'enfants.

— Que signifient les lettres A et D ? (arrivée, départ) ;
— que signifie "l'étandard" ? "l'aquitaine" ?

L'analyse est guidée par des questions de la maîtresse :

— quels sont les renseignements fournis sur le train 4001 ?
— il part de Paris à 16 h 45,
— il passe...
— il arrive à...

Remarque :

Pour la mise en œuvre de la 1re séquence, il peut être intéressant de préciser l'utilisation habituelle d'une fiche horaire par un voyageur, de proposer aux enfants d'analyser ce document pour préparer la résolution de problèmes pratiques de voyages avec des contraintes horaires.

Dans une autre classe :

La remise des fiches horaires aux élèves a provoqué de très nombreuses réflexions du type :

— "je n'y comprends rien",
— "qu'est-ce que c'est que ça ?",
— "est-ce que c'est un problème ?"

Enfin l'un deux :

— "ce sont des horaires (heures) de trains",
alors : "que faut-il en faire ?",

— à quoi sert "les lettres et ce qui est écrit à droite ?",
— signification de "11.15",
— signification de "Paris-Austerlitz ?",
— que signifie la lettre R en haut des colonnes ?,
— pourquoi des numéros aux trains ?,
— que signifie "les trous" (blancs) dans les colonnes ? (faut-il mettre quelque "chose").

Pour vérifier la compréhension, le maître propose quelques exercices de recherche :

1^er^ exemple :

Départ Poitiers. Je veux aller à Paris demain et arriver à 10 heures.

Questions :

— à quelle heure vais-je partir ?
— quel train dois-je prendre ?
— heure d'arrivée à Paris ?

Constatation :

Beaucoup d'élèves cherchent alors dans le mauvais tableau (ligne Paris-Poitiers), d'où nouvelles explications nécessaires pour distinguer :

— "ligne montante",
— "ligne descendante".

2^e^ séquence :

Analyse générale : voir annexe 2

Ce type de situations renvoie à un réel travail de lecture. Il permet en outre une approche de ce qu'est une information "pertinente", "précise", "suffisante" et "nécessaire" : certaines réponses, bien que donnant des informations justes, restent non pertinentes ; par exemple le numéro du train à la place de l'heure de départ, ou encore une heure de départ trop en avance ; pour la deuxième question, on décrit ce qui pourrait se passer mais on n'écrit pas les renseignements nécessaires à l'ami de Chatellerault, en particulier l'heure à laquelle il devra se trouver à la gare de Chatellerault.

Analyse plus précise :

Question n° 1

classe	2 réponses justes	1 réponse juste	réponses fausses (ou sans)
1	3	17	4
2	10	10	8
3	4	18	8

Dans la deuxième colonne, nous avons accepté comme convenable les réponses n'indiquant que le n° du train, bien qu'on demande d'écrire "l'heure" ; mais pour les enfants, cela ne signifie pas nécessairement "heure de départ".

Dans la troisième colonne, les erreurs résultent de mauvaises lectures :

— confusion des tableaux sens Paris-Angoulême et sens Angoulême-Paris.

On donne alors : heure de départ de Poitiers 13.48
heure d'arrivée à Paris 11.45

ou encore : heure de départ de Poitiers 9.22
heure d'arrivée à Paris 14.13

(fusion des deux tableaux).

— relevé d'une heure dans une colonne et de l'autre dans une autre colonne ou dans la même ligne — mauvais fonctionnement du tableau,
— confusion de l'heure d'arrivée et de départ.

Exemple : "je pars de Poitiers à ..." et en fait ils écrivent l'heure d'arrivée à Paris, ou encore, il y a une bonne lecture mais qui ne satisfait pas aux contraintes.

Question n° 2

classe	bonne réponse	bonne lecture réponse non appropriée	réponse fausse	sans réponse
1	11	1	1	11
2	14	2	11	1
3	15	2	3	10

Les mauvaises lectures de la question n° 1 sont confirmées ici.

Question n° 3

classe	une ou plusieurs bonnes réponses	2 réponses convenables dont le 18.16	seul 18.16	bonne lecture mais inadéquate	erreur	sans réponse
1	6	6	6	1	2	3
2	21	0	1	0	6	0
3	7	1	8	2	9	3

n'ont pas lu le renvoi

savent lire le tableau

— remarque sur la lecture du renvoi : certains enfants ''justifient'' le supplément par la présence, ou l'absence de restauration. Certains donnent le prix du supplément ! (d'où vient-il ?),
— certains se trompent de tableau (sens Poitiers-Paris), cherchent alors 21 dans la ligne Poitiers et font partir à l'heure la plus proche précédant 21 heures soit 20.09. Ou encore, cherchent 21 heures dans la ligne Paris et font alors partir à 19.23.

Question n° 4

classe	bonne réponse	bonne lecture mais par le 18.16	erreur	sans réponse
1	5	7	1	11
2	3	2	13	0
3	5	7	2	6

Des erreurs inexpliquées aux questions 3 et 4 : les enfants se servent du dernier tableau (sens Poitiers-Paris). Une interprétation possible : les enfants sont habitués à associer aux dernières questions, les dernières informations fournies.

Question n° 5

classe	bonne réponse	réponses dont le départ est après 21 heures	erreur ou mauvaise réponse	sans réponse
1	10	3	1	10
2	9	4	14	1
3	5	4	6	15

Les réponses énumérant tous les trains arrivant avant 1.00 sans tenir compte des renvois, sont comptabilisées dans les réponses justes.

Dans les réponses classées ''erreur'' se trouvent celles des enfants qui ont compris trop strictement l'indication 21.00 : c'est-à-dire, pas trop avant ni trop après ; ils proposent alors le ''17.28'' qui permet d'arriver à 20.18 donc bien avant 21.00. L'indication ''tu as été retardé'' n'a pas été ''lue''.

On remarque aussi une augmentation des ''sans réponses'' : question de durée, de lassitude ?

Critique générale de la présentation de cette situation

Le document est très complexe. Sa lecture n'est pas aisée : les indications sont écrites trop petites et la masse d'informations est trop importante.

La présentation sous forme de 4 tableaux successifs pose problème même aux adultes: les deux premiers sont en fait consécutifs et relatifs au sens Paris-Angoulême ; les deux derniers au sens Angoulême-Paris. Les deux blocs ne sont pas assez séparés. Voir annexe 1.

Cependant, le plupart des enfants ont compris le fonctionnement de tels tableaux ; ce travail a permis aussi une réelle activité de lecture.

Des documents du même type mais plus simples faciliteraient le travail : on pourrait utiliser une partie d'une fiche horaire ou en utiliser certaines moins complexes.

ANNEXE 1

ANNEXE 1

PARIS - CHATELLERAULT - POITIERS - ANGOULÊME

n° de train au départ		4001	3	161	14003	4003	4005	4011	4037	4069	4013	4019	4071	4045
renvois		A-R	B-R	O-R	D	R	H	r	H-r	A	N-r	N-r	R	N-r
Paris-Austerliz	D	6.15	7.51	8.04	8.40	9.10	11.15	12.05	13.53	13.59	16.05	16.47	17.28	18.05
Chatellerault	A	9.04		10.30				14.59		16.40	18.44		19.59	
Poitiers	A	9.22	10.01	10.48	11.27	11.50	13.48	15.22	16.23	18.23	19.06	19.34	20.18	20.52
	D									18.19				
Angoulême	A	10.14	10.46	11.42	12.30	12.45	14.42	16.33		20.02	20.06	20.28	21.28	21.54
n° de train au départ		165	167	171	169	4073	4015	4043	10307	307	4357	4025	4359	4027
renvois		Q-F-r	F-R	F-G	F-R	K	I	J	N		K			L
Paris-Austerliz	D	18.16	18.30	18.47	18.50	19.23	21.31	21.43	21.46	21.53	23.41	23.56	23.59	0.11
Châtellerault	A	20.40	20.49			22.42			0.34	0.41	2.44	3.09	5.23	
Poitiers	A	20.58	21.07	21.18	21.23	23.06	0.35	0.47	0.55	1.00	3.05	3.28	3.43	3.47
Angoulême	A			22.10	22.17		1.40	1.51	1.58	2.08	4.16	4.40		4.50

ANGOULÊME - POITIERS - CHATELLERAULT - PARIS

n° de train à l'arrivée		3456	4358	4026	4784	4024	4016	304	4054	4060	4042	4040	2	168
renvois		M		N	O		P		P	r	P	A-R	Q-R	R
Angoulême	D			0.13	0.34	0.44	3.11	3.25			7.01	7.54	8.59	10.13
Poitiers	D	0.26	0.58	1.33	1.44	1.55	4.10	4.27	5.33	7.09	8.04	8.51	9.44	11.05
Châtellerault	D	0.40	1.22	1.59	2.07	2.17		4.50	5.51	7.27		9.10		
Paris-Austerliz	A	3.20	3.56	- 3.47	3.50	6.11	7.20	7.50	8.43	9.57	10.38	11.31	11.58	13.40

n° de train à l'arrivée		3452	4006	4776	4010	310	4044	4084	4088	160	162	180	4036	3450	3450	4002	4000
renvois		R	S-R	T	r	R	U-r	V	A	W-R	F-R	F-R	I-r	Y	Z	N	R
Angoulême	D			14.00	14.15	15.15	15.21					18.08	18.30	18.50		19.06	20.14
Poitiers	A													19.42			
	D	11.34	12.09	15.25	15.34	16.11	16.19	17.10	17.18	17.43	18.51	19.00	18.54	19.52	19.50	20.09	21.05
Châtellerault	D	11.45	12.45	15.44	15.58			17.29	17.56	18.23				20.15	20.15	20.20	
Paris-Austerliz	A	14.13	16.15	16.41	18.55	19.10	19.14	20.31	20.41	21.34	21.51	21.56	22.27	22.53	22.53	23.04	23.35

A. Ne circule pas les dimanches et fêtes.
B. TEE "l'Etendard" 1re classe avec supplément, ne circule pas les dimanches et les 24, 25, 31 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 26 mai.
C. Dessert Angoulême les samedis et les 1er novembre ; 1er et 15 mai (sauf les 3 novembre ; 3 et 17 mai).
D. Circule les 31 octobre ; 15, 20, 21, 22, 23 décemblre ; 9 février ; 29, 30 mars ; 3 avril et 24 mai.
E. Circule les vendredis, les 31 octobre ; 30 avril et 14 mai (sauf les 2 novembre ; 2 et 16 mai).
F. 1re et 2e classes avec supplément.
G. Circule les 31 octobre ; 21, 28 décembre, 8 février ; 20 mars ; 4, 30 avril ; 14 et 23 mai.
H. Ne circule pas les samedis et les 6 avril et 25 mai.
I. Circule les vendredis et dimanches et les 30, 31 octobre ; 15, 20, 22, 25 décembre ; 1er janvier ; 3, 30 avril ; 14 et 26 mai (sauf les 2 novembre ; 23, 30 décembre ; 6 avril ; 2, 16, 25 mai).
J. Circule les 30, 31 octobre ; 20, 21, 22 décembre ; 28 mars ; 4, 30 avril ; 14 et 23 mai.
K. Circule les vendredis et dimanches et les 30, 31 octobre ; 25 décembre ; 1er janvier ; 7, 30 avril ; 14, 26 mai (sauf les 2 novembre ; 23, 30 décembre ; 6 avril ; 2, 16 et 25 mai).
L. Circule les nuits des 30, 31 octobre ; 21, 22 décembre, 28, 29 mars ; 4, 5 avril ; 31 décembre, 1er janvier ; 14, 15 et 23, 24 mai.
M. Circule les nuits des dimanches, lundis et les 25, 26 décembre ; 1er, 2 janvier ; 7, 8 avril ; 26, 27 mai (sauf les 23, 24, 30, 31 décembre ; 6, 7 avril et 25, 26 mai).
O. Circule les 5 novembre ; 26 décembre ; 2 janvier ; 8, 14 avril ; 5, 19 et 27 mai.
P. Circule les lundis et les 26 décembre ; 2 janvier ; 8 avril et 27 mai (sauf les 24, 31 décembre ; 7 avril et 26 mai).
Q. TEE "l'Aquitaine" 1re classe avec supplément, ne circule pas les samedis, dimanches et fêtes et les 24, 31 décembre.
S. Changement à Tours 13 h 49, 14 h 21 et à Saint-Pierre-des-Corps 14 h 26, 14 h30.
T. Circule les 4, 5 novembre ; 2 janvier ; 7, 13 avril ; 4, 18 et 26 mai.
U. Circule les vendredis et dimanches et les 5 novembre ; 20, 22, 25 décembre ; 1er, 2 janvier ; 7, 30 avril ; 14 et 26 mai (sauf les 2 novembre ; 23, 30 décembre ; 6 avril ; 2, 16 et 25 mai).
V. Circule les dimanches et les 25 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 26 mai (sauf les 23, 30 décembre ; 6 avril et 25 mai).
W. Changement à Tours 19 h 28, 19 h 37 et à Saint-Piere-des-Corps 19 h 42, 19 h 47 ; 1re et 2e classes avec supplément de Saint-Pierre-des-Corps à Paris.
X. Circule les dimanches et les 5 novembre ; 25 décembre ; 1er, 2 janvier ; 7 avril et 26 mai (sauf les 23, 30 décembre ; 6 avril et 25 mai).
Y. Circule les dimanches et les 25 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 26 mai (sauf les 23, 30 décembre ; 6 avril et 25 mai).
Z. Circule les vendredis et dimanches et les 31 octobre ; 25 décembre ; 1er janvier ; 7, 30 avril ; 14 et 26 mai (sauf les 2 novembre ; 23, 30 décembre 6 avril ; 2, 16 et 25 mai).

Couchettes : trains n° : 4015 - 14043 - 10307 - 307 - 4025 - 4359 - 4027 - 4026 - 4024 - 4016 - 304 - 4358 - 3456 - 4764.
Voitures-bar : train n° 307 - 4025 - 4024 - 304.

R. Restauration complète.
r. Restauration simplifiée.
Restauration temporaire dans certains trains, se renseigner dans les gares.

DE POITIERS A NIORT, LA ROCHELLE, ROCHEFORT

renvois		L		A	C		C	B		D								
Poitiers	D	3.25	4.02	5.49	9.28	11.01	12.25	15.37		16.34	17.04	20.34	21.17					
St-Maixent	A	4.08	4.48	6.48	10.02	11.37	13.20	16.12		17.09	18.01	21.11	21.53					
Niort	A	4.26	5.06	7.11	10.16	11.52	13.43	16.27		17.24	18.24	21.27	22.08					
Mauze	A	4.45	5.34	7.36				16.43			18.53							
Surgeres	A	4.59	5.51	7.46	10.37	12.15		16.53		17.46	19.05	21.49	22.31					
	A	5.23	6.13	8.10	10.57	12.35		17.17		18.06	19.33	22.10	22.51					
La Rochelle	D			9.07	11.45	12.43		18.24		18.30	19.48		22.56					
Rochefort	A	6.10	7.03	9.27	12.05	13.09		18.53		18.54	20.08		23.20					

DE ROCHEFORT, LA ROCHELLE, NIORT A POITIERS

renvois		E	F	G	H	I		C			J	M	N	C	O	P	Q	
Rochefort	D				6.15	7.03	8.50		13.04	14.30		17.25			18.39	18.44	21.26	21.49
La Rochelle	A				6.45	7.31	9.13		13.29	14.50					18.58	19.04		22.15
	D	5.20	5.55	6.05	7.15	8.08	9.33		13.35	17.07	17.25	17.59		18.33	19.21	←	22.06	22.33
Surgeres	D	5.42	6.26	6.36	7.36	8.29	9.56		14.02	17.29	17.51	18.22		19.03	19.42		22.31	22.59
Mauze	D		6.37	6.47					14.12		18.00			19.13			22.43	23.12
Niort	D	6.02	7.09	7.14	7.56	8.49	10.18	12.24	14.28	17.49	18.20	18.44	18.20	19.36	20.02		23.05	23.36
St-Maixent	D	6.19	7.36	7.46	8.12	9.05	10.36	12.47	14.45	18.06	18.40	19.02	18.45		20.18		23.25	23.57
Poitiers	A	6.57	8.30	8.40	8.45	9.38	11.12	13.39	15.20	18.41	19.23	19.38	19.38		20.51		0.05	0.58

A. Entre La Rochelle et Rochefort circule sauf samedis, dimanches et fêtes.
B. Entre La Rochelle et Rochefort circule sauf les vendredis et sauf 31 octobre ; 30 avril et 14 mai. Circule les 2 novembre ; 2 et 14 mai.
C. Circule sauf dimanches et fêtes.
D. Circule les vendredis sauf les 2 novembre ; 2 et 16 mai. Circule les 31 octobre ; 30 avril ; 14 mai.
E. Circule les lundis sauf les 24, 31 décembre ; 7 avril ; 26 mai. Circule les 26 décembre ; 2 janvier ; 8 avril ; 27 mai.
F. Circule les samedis.
G. Circule tous les jours sauf samedis.
H. Entre Rochefort et La Rochelle sauf les dimanches et fêtes. Entre La Rochelle et Poitiers circule le samedi.
I. Entre Rochefort et La Rochelle sauf dimanches et fêtes. Entre La Rochelle et Poitiers sauf samedis, dimanches et fêtes.
J. Circule les dimanches et fêtes.
L. Circule entre Poitiers et La Rochelle les samedis et lundis sauf les 3 novembre ; 24, 31 décembre ; 7 avril ; 3, 17, 28 mai. Circule en outre les 31 octobre ; 1er novembre ; 25 décembre ; 2 janvier ; 8 avril ; 1er mai ; 15 et 27 mai. Entre la Rochelle et Rochefort circule les lundis sauf les 24, 31 décembre ; 7 avril ; 26 mai. Circule en outre les 26 décembre ; 2 janvier ; 8 avril et 27 mai.
M. Circule les vendredis et dimanches et les 2 novembre ; 23, 30 décembre ; 6 avril ; 2, 16 et 25 mai. Circule en outre les 31 octobre ; 25 décembre ; 1er janvier ; 7, 30 avril ; 14 et 26 mai.
N. Sauf les 1er novembre ; 25 décembre ; 1er janvier ; 7 avril ; 1er, 15, 25 mai. Les vendredis arrivée Poitiers : 20 h 03.
O. Entre Rochefort et La Rochelle sauf vendredis, dimanches et fêtes et sauf 31 octobre ; 3 novembre ; 30 avril ; 3, 14 17 mai. Circule en outre les 2 novembre ; 2, 8, 18 mars.
P. Circule les vendredis sauf les 2 novembre ; 2 et 16 mai. Circule en outre les 31 octobre ; 30 avril et 14 mai.
Q. Circule les dimanches sauf les 23, 30 décembre ; 6 avril et 25 mai. Circule en outre les 25 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 26 mai.
Tout horaire souligné indique un changement de train.

POITIERS A BORDEAUX, DAX, PAU, LOURDES, TARBES

renvois		A	B		A		B	C	D	B				E	E	E		E	F
Poitiers	D	0.38	0.56	1.09	3.12	3.37	5.46	9.24	10.02	10.52	11.53	13.52	15.27	16.25	19.09	19.36	20.31	20.54	21.25
	A	2.53	3.19	3.34	5.43	6.17	9.12	11.26	11.53	12.56	14.00	15.53	18.04	18.16	21.23	21.32	22.30	23.14	23.30
Bordeaux	D					7.05							18.35						
Dax	A	4.18	4.55	5.18		8.22		12.39			15.18		19.58	19.43		22.54			
														←					
	D															23.32			
Pau	A		6.05	6.30		9.33		13.44			16.32		21.13			0.25			
Lourdes	A		6.42	7.12		10.07		14.14			17.01		21.47						
Tarbes	A		7.03	7.33		10.25		14.33			17.22		22.07						

TARBES, LOURDES, PAU, DAX, BORDEAUX A POITIERS

renvois		G	C	H	I		J		K	L			L		L				
Tarbes	D					8.13			13.41			16.02	19.18	18.35	21.56	22.20			
Lourdes	D					8.33			14.02			16.20	19.37	18.54	22.19	22.44			
Pau	D				6.06	9.05			14.35			16.49	20.07	19.26	23.06	23.26			
Dax	D				7.04	10.16	12.34	12.46	15.43	15.53		17.54	21.18	20.30	0.21	0.40			
	A				8.30	11.37								22.05					
Bordeaux	D	5.48	6.45	8.00	9.05	12.53	14.11	14.08	16.58	17.14	17.53	19.10	22.48	22.57	1.58	2.10			
Poitiers	A	8.02	8.49	9.43	11.03	15.23	16.17	16.09	18.58	19.26	20.06	21.03	1.24	1.51	4.07	4.23			

A. Circule les lundis et samedis sauf les 3 novembre ; 24, 31 décembre ; 7 avril ; 3, 17 et 26 mai. Circule en outre les 31 octobre ; 1er novembre ; 10, 21, 23, 26 décembre ; 2 janvier ; 8 avril ; 1er mai ; 15 et 17 mai.
B. Circule les samedis sauf les 3 novembre ; 3 et 17 mai. Circule en outre les 1er novembre ; 1er et 15 mai.
C. Circule sauf dimanches et fêtes.
D. TEE "l'Etendard". Rapide 1re classe avec supplément. Circule sauf dimanches et sauf les 24, 25, 31 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 20 mai.
E. Circule les vendredis sauf le 2 novembre ; 2 et 16 mai. Circule en outre le 31 octobre ; 30 avril et 14 mai.
F. "le Drapeau". Rapide 1re et 2e classe avec supplément.
G. Circule les lundis sauf les 24 et 31 décembre ; 7 avril et 28 mai. Circule en outre les 26 décembre ; 2 janvier ; 8 avril et 27 mai.
H. TEE "l'Aquitaine". Rapide 1re classe avec supplément. Circule sauf samedis, dimanches et fêtes et sauf les 24 et 31 décembre.
I. Entre Pau et Bordeaux sauf dimanches et fêtes. Au départ de Bordeaux circule tous les jours.
J. Circule les vendredis et dimanches sauf les 2 novembre ; 23 et 30 décembre ; 6 avril ; 2, 16 et 25 mai. Circule en outre les 5 novembre ; 20, 22 et 25 décembre ; 1er et 2 janvier ; 7, 30 avril ; 14 et 26 mai.
K. Train rapide 1re et 2e classe avec supplément entre Bordeaux et Poitiers.
L. Circule les dimanches sauf les 23 et 30 décembre ; 6 avril et 25 mai. Circule en outre les 25 décembre ; 1er janvier ; 7 avril et 26 mai.
Tout horaire souligné indique un changement de train.

ANNEXE 2

Reproduction d'un questionnaire complété par un enfant

F Christelle de Lusignan CM.2

Avertissement : pour répondre aux questions tu n'as besoin que de l'indicatif horaire ci-joint où tu trouveras tous les renseignements cherchés.

1. Tu dois aller de Poitiers à Paris vendredi prochain 7 décembre pour consulter un médecin spécialiste qui t'a donné rendez-vous à 14 h 30. Il te faut 15 mn pour aller, par le métro, de la gare d'Austerlitz chez ce médecin. Quels trains peux-tu prendre, au départ de Poitiers pour arriver à l'heure sans trop attendre ? Ecris l'heure du train (ou les heures des trains s'il y a plusieurs possibilités) :

Je pourrai prendre le train 168. Je partirai à 11.05 de Poitiers et j'arriverai à Paris à 13.40 plus les 15 mn de métro j'arriverai chez le médecin à 1355 j'attends 35 mn.

2. Un de tes amis, habitant à Chatellerault va aussi à Paris le même jour. A quelle heure peux-tu partir pour que tu puisses faire avec lui le trajet Chatellerault-Paris ? Tu lui écris pour le retrouver en gare de Chatellerault. Quels renseignements vas-tu lui donner ?

Je vais lui donner comme renseignements de partir pour prendre le train de 9.10 et moi celui de 8.51 comme ça je pourrai faire le trajet avec lui

3. Tu veux être de retour le même jour à Poitiers vers 21 heures. A quelle heure peux-tu partir de Paris. As-tu une remarque à faire sur le prix du billet Paris-Poitiers ?

Je peux prendre le train de Paris à 18.05 et arriver à Poitiers à 20.52.

4. Si ton ami qui habite Chatellerault veut rentrer avec toi. Quels trains peux-tu prendre ? (indique les heures de départ de Paris).

Il prendra le 4040 qui part à 9 h 10 et qui arrive à 11 h 32

5. Tu as été retardé à Paris et tu ne peux prendre le train qui t'amène à Poitiers vers 21 heures. Quelles possibilités te reste-t-il pour pouvoir tout de même être de retour avant une heure du matin ? (écris les heures de départ et d'arrivée).

Il prendra le train de Poitiers à 13 h 48.
Il arrivera à Paris à 14 h 15

Questionnaire-montage de plusieurs réponses avec analyse des erreurs par le maître

Avertissement : pour répondre aux questions tu n'as besoin que de l'indicatif horaire ci-joint où tu trouveras tous les renseignements cherchés.

1. Tu dois aller de Poitiers à Paris vendredi prochain 7 décembre pour consulter un médecin spécialiste qui t'a donné rendez-vous à 14 h 30. Il te faut 15 mn pour aller, par le métro, de la gare d'Austerlitz chez ce médecin. Quels trains peux-tu prendre, au départ de Poitiers pour arriver à l'heure sans trop attendre ? Ecris l'heure du train (ou les heures des trains s'il y a plusieurs possibilités) :

Je peux prendre le train 4073 le départ à 19.23 l'arrivée à 23.06, le train 4015 le départ à 21.31 l'arrivée à 0.35 le train 14043 le départ à 21.43 l'arrivée à 0.42

confusion de tableau, plausibilité de la réponse ?

2. Un de tes amis, habitant à Chatellerault va aussi à Paris le même jour. A quelle heure peux-tu partir pour que tu puisses faire avec lui le trajet Chatellerault-Paris ? Tu lui écris pour le retrouver en gare de Chatellerault. Quels renseignements vas-tu lui donner ?

Il peut prendre le train de Paris à 12.28 et rentrer à Chatellerault à 14.52

réponse juste mais pas la meilleure solution

3. Tu veux être de retour de même jour à Poitiers vers 21 heures. A quelle heure peux-tu partir de Paris. As-tu une remarque à faire sur le prix du billet Paris-Poitiers ?

Je partirai de Paris à 16 H 47
Le billet ne coûte pas trop cher parce que la restauration est simplifiée

bonne lecture mais qui ne correspond pas entièrement aux contraintes

4. Si ton ami qui habite Chatellerault veut rentrer avec toi. Quels trains peux-tu prendre ? (indique les heures de départ de Paris).

il arrive à paris 20.27 il passe à a chatellerault 17.36 il passe à poitiers 17.18

pris dans le mauvais tableau,
a cherché 21 h dans la ligne de Paris puis a relevé le premier train qui arrive avant 21 h à Paris

5. Tu as été retardé à Paris et tu ne peux prendre le train qui t'amène à Poitiers vers 21 heures. Quelles possibilités te reste-t-il pour pouvoir tout de même être de retour avant une heure du matin ? (écris les heures de départ et d'arrivée).

je peut prendre le train n° 4 015 qui part de Paris à 21 h 31 le train 14 043 qui part de Paris à 21 h 43 et arrive à Poitiers à 0 h 47. le train 10307 qui part de Paris à 21 h 46 et qui arrive à Poitiers 0 h 55

n'a pas tenu compte des renvois

5. COMMANDE DE JOUETS

SITUATION PROPOSÉE DANS UNE CLASSE DE CM.2

Ce texte est écrit au tableau :

Madame Dubois a 3 enfants : une fillette de 10 ans,
un garçon de 6 ans,
un bébé de 15 mois.

Elle achète des jouets pour Noël. Elle ne veut pas dépenser plus de 300 francs.
Etablis 3 listes possibles d'achats.

Les enfants ont à leur disposition les catalogues (ou prospectus) de jouets de plusieurs magasins.

Remarque :

Cette situation ne comportant ni difficulté opératoire, ni complexité d'interprétation, peut tout aussi bien être proposée en début de CM.1 pour évaluer les compétences numériques des élèves.

CONDUITE DU TRAVAIL (par groupe de 2)

1er temps : les enfants observent les catalogues, regardent les jouets, lisent les renseignements donnés.

2e temps : les enfants choisissent les jouets à commander suivant divers critères :

— l'âge (renseignements donnés par le catalogue),
— référence au vécu : "mon frère a eu ce jouet à cet âge-là", "j'ai joué avec ce jeu chez un copain",
— désirs propres : "je voulais ce jouet l'an dernier",
— intérêt possible du jeu : "c'est joli, c'est amusant !", "on peut faire beaucoup de choses avec !", "il pourra jouer longtemps avec ce jouet", "elle pourra jouer à la maman", "c'est un jouet solide !".

Ils s'y prennent aussi différemment :

— un groupe recense tous les jouets pour 15 mois, 6 ans, 10 ans et choisit ensuite,
— d'autres choisissent 3 jouets pour que le prix total se rapproche de 300 francs,
— d'autres choisissent 3 jouets sans tenir compte du prix, puis ensuite commandent 2 jouets par enfant — ou un autre jouet pouvant servir aux 3 enfants,
— d'autres font leur commande et ne se préoccupent pas de la contrainte de prix,
— certains ne comprennent pas la possibilité de faire plusieurs choix.

Philippe (avec Etienne)
Nom du magasin : Printemps

pour 10 ans : Europa : machine à écrire véritable machine destinée aux enfants, prix choc 102 F

pour 6 ans : Transport Service : circuit d'engins et, travaux publics : Charge, diverse, transporte. prix 99F

pour 15 mois : NONOSSE : aboie et remue la queue sur un simple coup de sifflet de son maître : prix choc : 99F

$(99 \times 2) + 102 = 300$

La maman reste dans ses prix car elle ne dépense pas plus de 300F.

Isabelle (avec Veronique)

1ère commande

	jouets commandés Nom du jouet	Caractéristiques	Prix
pour 10 ans	métier à tisser la laine	cadre bois	63,00 F
pour 6 ans	playmobil system	boîte orchestre 5 klicky	33,00 F
pour 15 mois	maya, l'abeille	l'amie des petits, petit modèle	56,50 F

2ème commande

	jouet commandés Nom du jouet	Caractéristiques	Prix
pour 10 ans	valise coiffure	avec peigne soufflant à pile PM	55,00 F
pour 6 ans	tambour		37,50 F
pour 15 mois	Ourson hochet	22 cm, souple, lavable, boîte avec fenêtre	46,00 F
			291,00 F

Freddy (avec Laurent)
Nom du magasin
Jouets commandés au Rallye.

	Nom du jouet	Caractéristiques	Prix
Pour 10 ans	Table de Coiffure	table de coiffure roulante et accessoires de toilette éclairage de la glace, alimentation 2 piles 1,5 volt type R6 (non fournies)	109,50F
Pour 6 ans	Camion transport de bois.	article robuste en métal	52F
	Maxi Coffret	avec accessoires, au choix, Steve le cow-boy et Tasko l'indien ou Steve le ~~[illegible]~~ pirate	56,50F
Pour 15 mois	Range Pyjama	en peluche acrylique 4 modèles assortis, mais on le petit mouton.	37F
	Milform	jeu éducatif du 1er âge, avec 1000 possibilités.	49,10F
Pour les 3 enfants	~~[illegible]~~ Minicinéc Couleur	projecteur 8 mm à manivelle livré avec 2 films couleur	L'affaire 7,50F
	Madame Dubois	a dépensé 298,60F.	

6. CENTRE DE CALCUL

Il ne s'agit pas dans ce document de la chronique détaillée d'une seule séquence, mais d'une synthèse faite à la suite de leçons en CM.1 et CM.2

INTÉRÊT DE L'ACTIVITÉ

L'organisation pédagogique décrite dans cette activité permet la séparation de deux tâches intervenant dans la résolution d'un problème :

— la mise en équation (écriture d'un nombre cherché sous une forme non réduite),
— le calcul proprement dit.

Ainsi est diminuée pour le groupe "résolution" l'importance de la maîtrise des techniques opératoires. Le groupe "calcul", lui, met en œuvre des algorithmes de calcul, comme le fait une machine.

Par ailleurs et c'est ce qui est présenté ici, l'attention des enfants est portée sur cette phase essentielle qu'est la mise en équation, ainsi que sur l'importance d'une écriture correcte.

En effet, cette mise en œuvre oblige les élèves à bien analyser le problème pour décider d'emblée de la suite des calculs à faire : elle ne favorise pas une pratique courante qui consiste en :

— faire plusieurs calculs et choisir le résultat le plus plausible,
— utiliser l'ordre de grandeur de résultats partiels pour deviner l'opération suivante.

ORGANISATION DE L'ACTIVITÉ

Les enfants sont répartis en plusieurs groupes. Chaque groupe est scindé en deux sous-groupes :

— l'un R qui résoud le problème, c'est-à-dire fait la mise en équation,
— l'autre C centre de calcul, qui effectue les calculs.

Chaque groupe reçoit un texte de problème comportant une question unique, le même texte est donné à chaque groupe R. Il doit envoyer un message au groupe C associé pour que celui-ci fasse les calculs et lui donne le "résultat" du problème. R ne doit faire aucune opération même mentalement.

Quand tous les groupes ont fini, la synthèse collective permet :

— la confrontation des résultats,
— l'analyse des erreurs (choix des opérations, formulation des messages, compréhension des messages),
— la comparaison de la forme des messages (quel est le plus clair et le plus court ?),

et débouche sur l'adoption par la classe d'une écriture pertinente du nombre cherché.

On reprendra l'activité avec un autre texte en intervertissant les groupes R et C.

UNE PREMIÈRE ACTIVITÉ

Objectif : introduire ou utiliser l'écriture d'un nombre à l'aide de parenthèses ou arbre de calcul.

Déroulement

La consigne est vague quant à la forme du message : ''il ne doit pas y avoir d'autres nombres que ceux qui sont écrits dans l'énoncé, le message doit être clair et le plus court possible''.

L'enseignant n'intervient plus alors que pour transmettre les messages entre les groupes R et C. Il est essentiel alors pour que l'activité garde son sens que ne soit porté aucun jugement sur les productions.

Les groupes échangent leurs remarques et leurs questions par écrit : un échange oral risquerait d'annuler la nécessité d'une écriture correcte.

Remarques

Sur le rôle de l'enseignant :

Il faut noter que la non intervention de l'enseignant pendant cette phase est déterminante. Cependant, les enfants doivent être convaincus qu'il ne ''tranchera'' pas et qu'ils doivent arriver tout seuls à se mettre d'accord. Dans les classes où nous avons travaillé, les élèves étaient en général surpris par cette attitude nouvelle pour eux. Ils demandaient très souvent l'approbation du maître et hésitaient avant de transmettre un message qui n'avait pas été validé. En effet le maître ne disant rien, les élèves sont entièrement responsables de leur production et ils sentent la nécessité d'être plus attentifs. En outre le ''contrat'' didactique n'est pas du tout le même : il ne s'agit pas de deviner ce que le maître voudrait voir écrit, mais d'écrire ce que les camarades peuvent comprendre.

En cas de désaccord entre deux groupes R et C, l'ensemble de la classe est consulté. C'est pourquoi, il est important que le texte soit commun à tous.

Sur l'organisation pédagogique :

Chaque membre du groupe C reçoit un exemplaire du message, fait les calculs. Une confrontation permet aux enfants de s'accorder sur le résultat qui sera communiqué au groupe R.

L'utilisation de machines à calculer peut être intéressante pour l'activité calcul.

Pour faciliter le déroulement de la synthèse, chaque groupe recopie son message sur une grande feuille qui sera affichée. Cela gagne du temps et aide la prise d'information.

Quelques suggestions pour réduire les temps d'attente :

— quand R cherche, C s'entraîne au calcul,
— quand C calcule, R achève la résolution du problème. C'est une vérification supplémentaire et parfois l'occasion de découvrir une erreur.

Textes des problèmes

Ils dépendent essentiellement de ce qui se fait dans la classe au moment où l'on propose cette activité.

On choisira avant tout un texte que tous les enfants peuvent comprendre.

Les textes ne doivent, bien sûr, comporter qu'une question, afin qu'il soit bien clair que le centre de calcul doit renvoyer un nombre unique qui est la réponse du problème.

On tiendra compte dans le choix du texte :

— de la taille des nombres : ils doivent être assez grands pour que les opérations ne puissent pas être effectuées mentalement,
— de la complexité de l'écriture, exemples de formes possibles :

$$\begin{array}{rl} a \times (c \pm d) & \quad a \pm (c \times d) \\ (a \pm b) \times (c \pm d) & \quad (a \times b) \pm (c \times d) \\ (a \pm b) \times (c \pm d) \times (e \pm f) & \quad (a \times b) \pm (c \times d) \pm (e \times f) \end{array}$$

(remarque : il n'est pas exclu de "roder" l'activité avec des textes de problème nécessitant une seule opération ; surtout dans une classe où les enfants n'ont jamais pratiqué d'activité "de communication")

Exemples de problème

Exemple simple pour roder l'activité en CM.1 : le groupe scolaire comprend 152 enfants en primaire et 84 en maternelle. Chaque enfant paie 18 F au début de l'année pour la coopérative. Combien la coopérative du groupe scolaire reçoit-elle d'argent ?

En CM.1 : travailler d'abord la situation de la puce avec les enfants. Une puce se déplace sur une piste numérotée. Elle part de la case 17. Elle avance en faisant des sauts de 28 cases : elle fait ainsi 53 sauts. Elle s'arrête quelques minutes, puis elle recule en faisant maintenant des sauts de 19 cases : elle fait ainsi 46 sauts. Elle s'arrête un moment. Sur quelle case est-elle ?

En CM.2 : les enfants ont déjà rencontré des problèmes avec données surabondantes.
Tous les vendredis, les cuisinières de la cantine font des gâteaux : il en faut 13 pour la maternelle et 18 pour le primaire. Elles utilisent, pour chaque gâteau :

— 4 œufs, ce qui coûte 2,80 F
— 200 g de sucre, ce qui coûte 1,15 F
— 225 g de farine, ce qui coûte 0,95 F

Cette année, il y a eu 13 vendredis "d'école" au premier trimestre, 12 au second et 9 au troisième.

Combien les cusinières ont-elles dépensé cette année pour faire ces gâteaux du vendredi ?

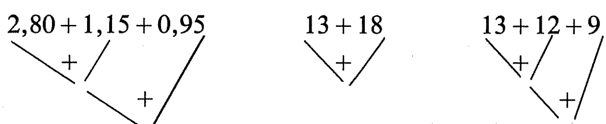
Remarque : ce dernier texte a l'inconvénient de permettre le calcul mental de 2 résultats partiels : 13 + 18 et 13 + 12 + 9. Nous n'avions pas trouvé de situation convenable, avec des nombres plus grands et conduisant à ce type d'écriture (produit de 3 nombres sous forme additive).

Bilan :

Les écritures produites sont très variées, plus ou moins pertinentes, quelquefois longues et confuses. Certaines recopient partiellement le texte initial.

Toutefois, l'écriture avec parenthèses ainsi qu'une disposition en arbre sont apparues.

Par exemple :



L'écriture avec parenthèses est perçue comme étant une façon efficace de communiquer le nombre à calculer.

Prolongement

L'activité est reprise en précisant cette fois que le message doit être écrit sous une forme parenthésée. La confrontation des écritures, pour un même énoncé, permet de découvrir et de valider certaines propriétés des opérations.

Exemple tiré du 1[er] problème cité

$$18 \times (152 + 84)$$
$$(18 \times 152) + (18 \times 84)$$

DEUX AUTRES ACTIVITÉS DE COMMUNICATION

Les enfants ont déjà vu dans l'activité "centre de calcul" qu'à partir de l'énoncé d'un problème on peut écrire le nombre cherché à l'aide des nombres de l'énoncé, de signes opératoires et de parenthèses.

Dans les deux situations ci-dessous, ils devront, outre l'activité ci-dessus, pratiquer l'activité inverse : associer à une écriture un énoncé du problème, c'est-à-dire :

— soit inventer un texte à partir d'une écriture,
— soit retrouver parmi 4 textes celui qui correspond à une écriture donnée.

Première situation

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] \text{écriture} \arrow[r, bend left, "\text{émetteur.voir 1.}"] \arrow[rr, bend right, dash, "\text{confrontation des écritures.voir 3.}"'] & \text{énoncé} \arrow[r, bend left, "\text{récepteur.voir 2.}"] & \text{écriture} \end{tikzcd}$$

1. Les émetteurs reçoivent une écriture, par exemple :

$$256 + (127 \times 3).$$

Ils inventent un texte de problème avec les nombres 256, 127 et 3 et dont le "résultat" serait l'écriture initiale. Ils donnent ce texte aux récepteurs.

2. Les récepteurs cherchent l'écriture qui correspond au texte reçu.

3. Validation : émetteurs et récepteurs examinent ensemble si les deux écritures désignent bien le même nombre. Sinon, ils essaient de trouver d'où vient leur désaccord.

Mise en commun : l'examen collectif de tous les textes serait trop long et fastidieux. Seuls les cas qui posent problème seront exposés à la classe et résolus en commun. L'activité est reprise en changeant les rôles émetteur, récepteur.

Remarques sur cette situation :

— Nous avons fait au moins 2 séances dans chaque classe. La première séance a produit très peu de textes pertinents, certains complètement incohérents. Cependant l'activité de communication et l'échange des rôles émetteur, récepteur permettent aux enfants de progresser :

— Pour ces 2 séances, les enfants sont par groupe de 2 ou 3,

— Dans certaines classes, nous avons refait ensuite une communication individuelle (1 émetteur - 1 récepteur) en proposant un choix entre 4 écritures différentes, ce qui permet de ne mettre aucun enfant en situation d'échec. La validation se fait au niveau de chaque couple émetteur-récepteur. Comme les enfants ont bien compris l'activité, nous avons pu croiser les communications : les 2 enfants sont simultanément émetteurs (2 écritures différentes leur sont données), puis ils échangent leurs textes et deviennent tous les 2 récepteurs ; cette activité de communication individuelle nous a semblé très efficace surtout pour les plus faibles,

— Enfin cette activité peut être l'occasion d'ouvrir une "boîte à problèmes" les enfants sont invités à inventer des textes de problème et rédiger leur solution (sans contrainte cette fois-ci). Ces textes seront déposés dans une boîte qui sera à la disposition de la classe, quand les enfants auront fini un travail, ou quand la classe fonctionne en ateliers.

La validation peut se faire alors par confrontation avec la fiche solution associée au problème.

Deuxième situation

récepteur
émetteur voir 1. choisit parmi
énoncé → écriture → 4 textes voir 2. → énoncé
validation : confrontation des 2 textes. voir 3.

1. Les émetteurs reçoivent un énoncé et cherchent l'écriture de la suite des calculs permettant de résoudre le problème. Ils donnent cette écriture aux récepteurs.

2. Les récepteurs ont 4 énoncés dont celui du groupe émetteur. Ils cherchent celui qui correspond à l'écriture reçue.

3. Validation : confrontation des 2 énoncés.

On fait une 2e communication, avec d'autres textes, en changeant les rôles émetteur-récepteur.

Exemples d'énoncés (en CM.2)

1. Un parking comprend 23 rangées de 28 places. Il ouvre le matin à 6 h. Ce matin entre 6 h et 7 h, 152 voitures sont entrées dans le parking. Entre 7 h et 8 h, 224 se sont garées et 41 sont sorties. Combien y a-t-il de places disponibles à 8 h ?

2. Au mois de novembre, le groupe scolaire est allé au cirque. Tous les enfants de l'école étaient là : ils sont 224. A la maternelle, il en manquait 41, ce qui fait qu'ils n'étaient que 152. Les "grands" devaient payer 28 F et les "petits" de la maternelle 23 F. La coopérative du groupe scolaire a tout payé. Combien cela lui a-t-il coûté ?

3. On a offert à Véronique un magnifique album pour ranger ses timbres. Il comprend 41 pages cartonnées et sur chacune d'elles, on peut coller 28 timbres. Elle va y placer les timbres qu'elle gardait jusque-là dans des enveloppes : dans la grande enveloppe bleue, elle en a 224, dans la grande beige 152 et dans la petite 23. Combien lui restera-t-il de places dans son album quand elle aura collé tous les timbres qu'elle a ?

4. Le stade où va Fabienne est un grand rectangle de 152 m de large sur 224 m de long. Il comprend les terrains de sport et 2 salles de gymnastique, avec vestiaires, qui mesurent toutes les deux, 23 m de largeur. La plus grande mesure 41 m de longueur et l'autre 28 m. Quelle est, en m^2, la mesure de la surface des terrains de sport ?

Remarques :

Les textes sont construits pour que les mêmes nombres figurent dans tous les énoncés :

— il peut, dans cette situation, ne pas y avoir trop de "temps morts" ; comme précédemment, quand les émetteurs travaillent, les récepteurs lisent les textes. Quand les récepteurs travaillent, les émetteurs peuvent

terminer la résolution de leur problème (calcul) : c'est parfois l'occasion de découvrir une erreur dans le message,
— il arrive assez souvent que les récepteurs ne trouvent aucun texte qui correspond à l'écriture (écriture fausse), le message est alors remis à l'émetteur qui essaie de le modifier,
— la validation par confrontation des 2 énoncés n'est pas toujours suffisante : il arrive, en effet, que les textes soient identiques grâce au cumul des erreurs. Il est intéressant de donner le même énoncé initial à tous les groupes, cela permet une validation collective des écritures. La discussion porte alors sur les procédures utilisées pour retrouver le bon texte.

Certains enfants cherchent les 4 écritures correspondant aux énoncés et comparent ces écritures à l'écriture reçue. D'autres confrontent directement l'écriture reçue aux différents énoncés et procèdent par élimination "dans celui-là (le 2.) il n'y a pas de soustraction", "dans celui-là, on n'aura jamais 23×28" etc.

L'objectif n'est pas, bien sûr, d'arriver à une procédure modèle mais de permettre aux enfants de formuler et de valider les méthodes qu'ils utilisent. Il est important que ce débat n'intervienne qu'à l'issue de la 2e communication, afin que tous les enfants aient joué le rôle récepteur et ainsi qu'ils puissent faire référence à leur vécu propre.

PROLONGEMENT

Il ne s'agit plus là d'une situation de communication mais d'une activité qui peut aider les élèves à associer, à un énoncé de problème, une écriture et à réinvestir leur connaissance du sens des opérations.

Déroulement

Un texte de problème est distribué aux élèves. Ils le lisent. Six écritures sont alors proposées. Les élèves doivent déterminer celles qui s'adaptent au texte. Deux écritures du même nombre seront un prétexte à un travail sur les comparaisons d'écritures et les propriétés des opérations.

Exemple d'énoncé

Un cultivateur doit labourer un terrain de $3400\,m^2$. Il laboure d'abord une partie rectangulaire de 27 m de large et 38 m de long. Le lendemain, il laboure une deuxième partie rectangulaire de même largeur et de 43 m de long. Quelle est l'aire du terrain non encore labouré ?

Ecritures proposées :

$3400 - 27 \times 38 + 27 \times 43$
$3400 - (27 \times 38 + 27 \times 43)$
$3400 - 27 \times (38 + 43)$
$3400 - (27 \times 38 + 43)$
$3400 - (27 \times 38 \times 43)$
$[3400 - (27 \times 38)] - (27 \times 43)$

7. AGRANDISSEMENT DE PUZZLE

PRÉSENTATION

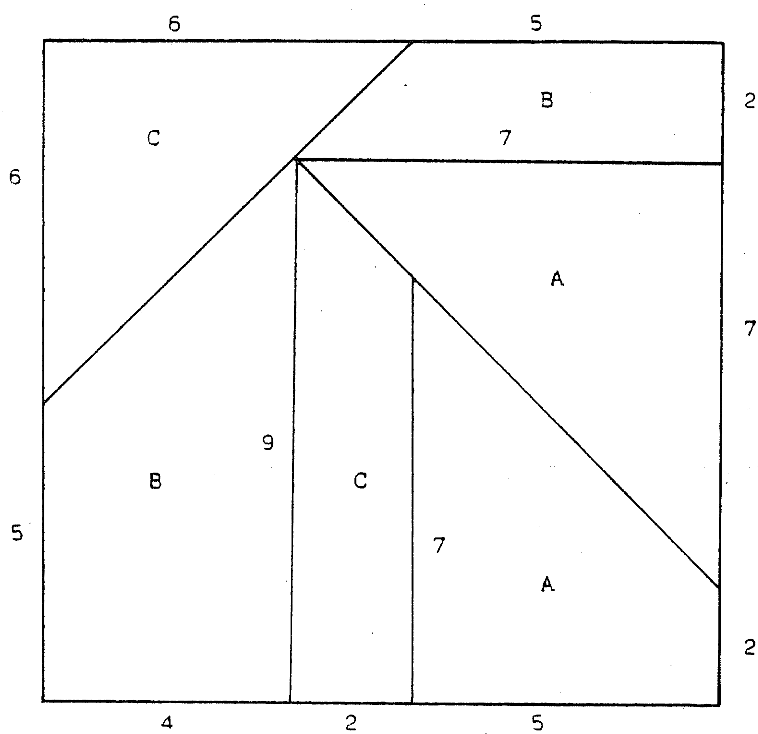
D'après une idée de Guy Brousseau (IREM de Bordeaux) ce thème a été expérimenté dans un CM.2 de l'école Michelet à Talence.

Le travail réalisé a été présenté par les expérimentateurs. Les discussions qui ont suivi font apparaître la grande richesse de cette situation.

Nous avons pensé intéressant d'en rendre compte ici. Dans sa mise en œuvre en CM.2, cette situation est de type "réinvestissement" à propos de la notion de proportionnalité. Elle mérite aussi le qualificatif d'"auto-corrective" car les enfants ont été amenés à constater leurs erreurs sans l'intervention du maître et à modifier leur stratégie pour surmonter les difficultés rencontrées.

SITUATION DE DÉPART

Un puzzle, dont les dimensions en cm sont indiquées, est proposé aux élèves de CM.2 répartis en petits groupes. Il s'agit de "construire" des puzzles de même forme mais agrandis pour les enfants de la maternelle.



Donnée

Ce qui mesure 4 cm devra mesurer 7 cm sur le puzzle agrandi.

Remarque : les angles droits étant évidemment conservés, les enfants vont essayer d'agrandir chaque côté des angles droits.

Organisation

Dans une même équipe, certains enfants seront chargés d'agrandir les pièces notées "A", certains autres, celles notées "B" et d'autres celles notées "C". Cette organisation oblige les élèves à reproduire chaque pièce du puzzle indépendamment du cadre. La donnée, à chaque élève, du puzzle constitué en carré ne permettrait pas la même démarche.

Analyse des moments importants de la phase de recherche

La première stratégie utilisée par les enfants a consisté à ajouter 3 cm à chaque côté d'angles droits.

$$n \rightarrow n+3$$

Lors de l'assemblage des pièces l'erreur a été manifeste :

— le côté gauche du puzzle avait 17 cm de longueur

$$(11+6=17)$$

— le côté droit du puzzle avait 20 cm de longueur

$$(11+9=20)$$

• Cette constatation a conduit les enfants à utiliser une autre stratégie : doubler les dimensions puis enlever 1 cm.

$$n \rightarrow 2n-1$$

L'assemblage des pièces les a conduit vers un nouvel échec mais ils ont eu beaucoup de difficultés à remettre en cause leur stratégie. Certains enfants ont critiqué le travail des autres, les rendant responsables de l'échec collectif. Ils ont alors repris le travail de leurs camarades.

Remarques

• Si l'on se réfère aux instructions officielles de 1985, ce type d'activité "offre au maître les moyens de contrôler un savoir". Cependant ce qui nous paraît particulièrement intéressant ici c'est la "démarche" qu'elle permet de faire vivre aux enfants. Elle les oblige à affiner la rigueur et la sûreté de leur raisonnement.
• Il convient de souligner l'importance :

— des données numériques (4 cm devient 8 cm n'aurait pas été pertinent pour l'objectif visé),
— de la répartition des tâches et de l'organisation pédagogique qui amène chaque équipe à s'organiser collectivement,
— du choix du puzzle.

Dans l'exemple : $4 \rightarrow 7$
mais aucun segment ne mesure ni 8 cm, ni 12 cm... (double de 4, triple de 4...).

De plus il y a 2 "pièces" sur le bord du "haut"
et 2 "pièces" sur le bord de "gauche"
3 "pièces" sur le bord de "droite"
et 3 "pièces" sur le bord du "bas"
Ainsi le modèle additif utilisé tout d'abord par les élèves est immédiatement mis en défaut.

• On aurait pu penser que les enfants utiliseraient par la suite les propriétés de linéarité.

$$\begin{array}{r} 4 \rightarrow 7 \\ 2 \rightarrow \\ 6 \rightarrow \\ 20 \rightarrow \\ 5 \rightarrow \\ \text{etc.} \end{array}$$

En fait d'après l'expérimentatrice, Mme Nadine Brousseau, les enfants ont recherché l'image de 1

$$1 \rightarrow \frac{7}{4} = 1{,}75$$

cela peut s'expliquer par référence à l'important travail effectué l'année précédente au CM.1 sur les nombres fractionnaires et décimaux.

• Il est à noter que, selon le moment où cette situation est proposée (CM.1 ou CM.2), sa place dans un travail sur la proportionnalité, l'approche faite des fractions et des décimaux, les stratégies développées par les élèves ne seront pas semblables.

8. JEU DES GUIDES ET DES VOYAGEURS

PRÉSENTATION

L'activité présentée ci-après est une expérience scientifique réalisée au centre d'observation pour l'enseignement des mathématiques de l'école Michelet de Talence.

Nous reproduisons ci-après la fiche didactique réalisée par l'équipe menée par Guy Brousseau et qui a conduit ce travail.

FICHE DIDACTIQUE

Titre de la leçon : jeu des "guides" et des "voyageurs".

Sommaire

I - Matériel
II - Organisation de la classe
III - Présentation de l'activité aux élèves (5 mn)
IV - Déroulement de l'activité

1. *Première phase :*

a. exploration de la maquette et réalisation du plan
(35 à 40 minutes environ),
b. comportements, difficultés.

2. *Deuxième phase :* chaque équipe éprouve son plan (15 à 20 minutes environ)

a. consigne,
b. déroulement,
c. comportements et difficultés.

3. *Troisième phase :* mise à l'épreuve des plans par les voyageurs d'autres équipes.

Note : cette 3e phase est prévue, mais elle ne sera pas forcément réalisée au cours de cette activité.

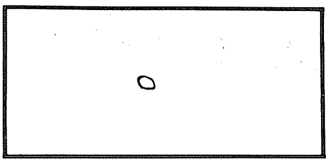
Matériel

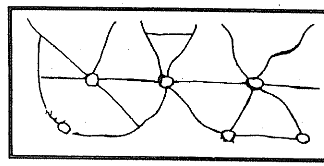
— 6 toiles opaques percées en leur milieu d'un trou rond cerclé d'un anneau (de 4 cm de diamètre environ). Ces toiles recouvrent des maquettes,
— 6 maquettes dessinées sur des feuilles de Canson (format 69 × 49). Ces maquettes sont toutes différentes. Elles représentent des routes et des carrefours auprès desquels sont dessinés des bâtiments ou des sites que l'on trouve habituellement dans une ville (école, mairie, poste à essence, restaurant, poste, jardin public,...). Ces dessins doivent être assez petits pour que l'on puisse les voir entièrement par le trou centré sur un carrefour.

Remarque : il faut que les enfants aient un certain plaisir à découvrir et à observer les dessins qui doivent être faits avec un grand soin.

Chaque feuille de Canson est collée à l'aide de scotch à une table d'élève :

— 3 ou 4 feuilles blanches (30×40) pour chaque équipe,
— 1 feutre pour chaque équipe.





Toile opaque

Organisation de la classe

Les enfants sont partagés en 6 équipes (A, B, C, D, E, F) de 4 ou 5 enfants chacune.

Au début de l'activité, chaque équipe est placée autour d'une table portant la maquette recouverte par le tissu.

équipe A → maquette A
équipe B → maquette B...

Présentation de l'activité aux élèves (5 mn environ)

"Nous allons jouer au jeu des guides et des voyageurs." Nous avons dessiné la maquette d'une ville que nous avons cachée sous ces toiles.

Quand on se promène dans une région, à pied ou en voiture, on ne voit qu'une petite partie du paysage à la fois.

Pour représenter cette petite partie que l'on voit, nous avons fait un trou rond dans la toile qui cache la maquette. Par ce trou et sans soulever la toile, vous pouvez apercevoir un petit morceau de paysage.

Dans un premier temps, vous allez essayer de faire un dessin qui représente cette ville. Pour cela, vous allez déplacer le tissu sans jamais le soulever et en suivant les routes comme le ferait un promeneur.

Dans un deuxième temps, des guides utiliseront le plan qu'ils ont fait pour diriger des voyageurs. Le jeu vous sera expliqué en détail lorsque tout le monde aura terminé le plan.

Déroulement de l'activité

1. *Première phase*

a. *exploration de la maquette et réalisation du plan* (35 - 40 minutes environ). Les enfants commencent à explorer la maquette et à repérer les

endroits signalés par des dessins (SNCF, poste, école, jet d'eau,...). Puis ils tentent de réaliser le plan.
b. *comportements - difficultés* : il arrive souvent que le plan commencé sur une feuille doive se poursuivre sur une autre.

La principale difficulté réside pour les enfants dans le raccordement des deux extrémités d'un circuit et les conduit à faire des plans très déformés.

Un plan topologiquement juste suffirait. Mais il arrive que les déformations trop importantes conduisent à des erreurs de topologie : les comportements des enfants manifestent les conflits qui apparaissent par suite des différences entre leur représentation mentale du paysage et la reproduction qu'ils sont amenés à en faire. Ces "conflits" sont le moteur des découvertes.

2. *Deuxième phase :* chaque équipe éprouve son plan (15 - 20 mn environ)

a. *Consigne :* "Maintenant que vous avez réalisé vos plans, vous allez les éprouver. Pour cela, chaque équipe va se séparer en 2 parties : *des guides* et *des voyageurs*.

Les guides vont utiliser le plan pour diriger les voyageurs. Ceux-ci partent d'un endroit convenu sur la maquette. A chaque carrefour, ils indiquent aux guides le chemin qu'ils choisissent et demandent : "où allons-nous arriver ?"

Les guides font une prévision à l'aide de leur plan. Si cette prévision s'avère juste, le jeu continue. Si les guides et les voyageurs ne sont plus d'accord, alors ils doivent discuter, soit pour s'entendre sur les indications qu'ils se donnent, soit pour arranger le plan".

b. *Déroulement :* les enfants de chaque équipe se séparent eux-mêmes en guides et voyageurs (l'enseignant veille cependant à ce que les groupes soient équilibrés et éventuellement il peut modifier un groupe).

L'enseignant place les guides autour d'un autre bureau de manière à ce qu'ils ne voient plus la maquette des voyageurs et le jeu commence tel qu'il a été prévu.

L'enseignant fait respecter les consignes, encourage les enfants, aide à résoudre les problèmes matériels mais il n'intervient dans l'activité elle-même qu'à la demande des enfants pour écouter des remarques, résoudre des conflits éventuels...

Remarque : il est souhaitable que les guides puissent être voyageurs et vice-versa avant la fin de l'activité.

c. *Comportements et difficultés :* on rencontre deux types de difficultés : celles relatives à l'usage du plan (correspondance entre l'orientation du plan et de la maquette) et celles relatives au choix du vocabulaire pour indiquer les rapports entre les 6 systèmes de référence en présence :

— référence de la maquette,
— système de référence lié au promeneur sur la maquette,
— système de référence lié à l'observateur de la maquette,
— système de référence lié au plan,
— système de référence lié à la représentation du promeneur sur le plan,
— système de référence lié à l'observateur du plan.

Remarque : à la fin de cette partie, guides et voyageurs ont une représentation mentale du même paysage de sorte que les remises en cause du plan sont rares.

3. *Troisième phase :* mise à l'épreuve des plans faits à l'intérieur d'une équipe, par les voyageurs d'une autre équipe.

a. *Consigne :* ''les voyageurs d'une équipe vont aller jouer de la même façon avec les guides d'une autre équipe. Les guides gardent leur plan et dirigeront donc ces nouveaux voyageurs qui ne connaissent pas leur maquette.

Si les guides et les voyageurs arrivent à bien jouer, quels que soient les types de chemins, ils marquent un point chacun.

Si les voyageurs arrivent à montrer qu'à un certain endroit, les prévisions des guides sont régulièrement fausses, c'est que le plan est faux et les guides perdent leur point''.

b. *Déroulement :* le jeu se déroule comme dans la phase précédente mais les enfants marquent des points (ce qui les motive fortement).

c. *Comportements et difficultés :* les difficultés peuvent surgir du fait que les guides et les nouveaux voyageurs n'ont ni une représentation commune du paysage, ni un vocabulaire commun pour se transmettre des renseignements sur la maquette avec laquelle ils jouent.

Résultats

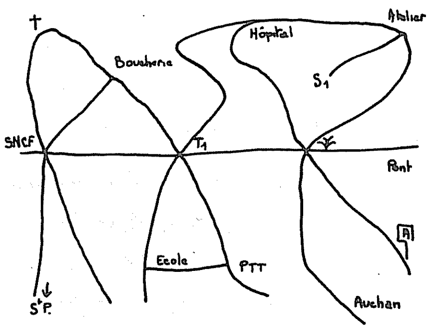
Dans la 1re phase, les enfants doivent construire un modèle implicite d'un graphe à partir d'informations locales. Ce modèle implicite leur sert à contrôler la réalisation du plan.

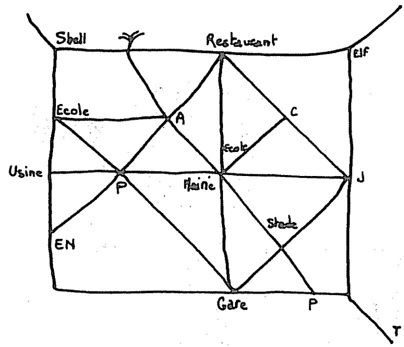
Dans la 2e phase, ils développent un langage pour décrire un trajet le long des rues et en particulier aux carrefours. Ils choisissent des directions (?) privilégiées de référence et un vocabulaire pour les désigner.

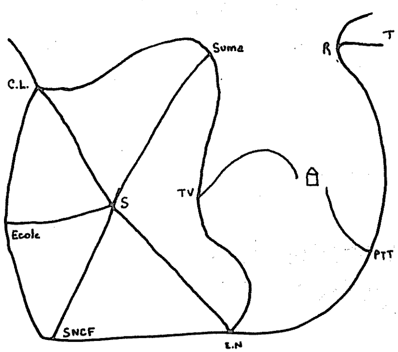
Dans la 3e phase, ils peuvent être conduits à énoncer un minimum de règles topologiques sur ce que doit réaliser un bon plan.

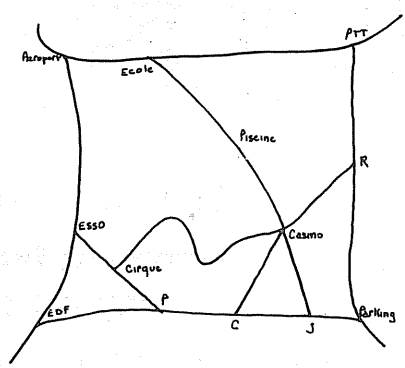
Dans tous les cas, ils ont compris la nécessité de se donner un langage commun pour s'orienter

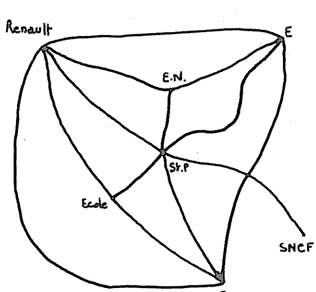
Les maquettes utilisées

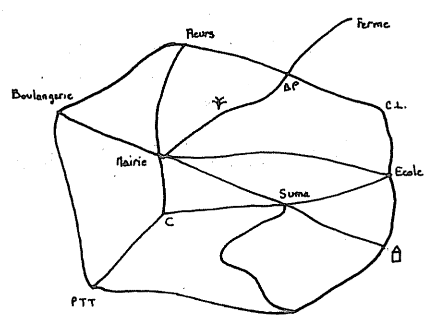












CHAPITRE III

BANQUE D'IDÉES

INTRODUCTION

Les problèmes ne se trouvent pas uniquement dans les ouvrages. Une activité de la classe peut se transformer en situation-problème. Toutefois il peut être intéressant d'imposer, dans un objectif précis, certains problèmes. A cet effet nous vous proposons un dossier de textes de problèmes qui peut vous aider à en trouver d'autres.

Bien sûr un même texte de problème peut être le point de départ de différentes situations-problèmes par le maître en fonction de ses objectifs précis.

Préalablement à la mise en œuvre de l'activité, le maître devra préciser ses buts et, en conséquence, les conditions de mise en œuvre.

1. QUELQUES INDICATIONS POUR PRÉPARER UNE ACTIVITÉ PROBLÈME

Nous récapitulons ci-après des questions qui peuvent aider le maître lors de la préparation de la séquence.

PLACE DU PROBLÈME DANS L'APPRENTISSAGE

S'agit-il d'une situation de découverte, d'exposition, de réinvestissement, d'approfondissement ou de contrôle ? Quels en sont les objectifs ?

MISE EN ŒUVRE PÉDAGOGIQUE

— comment sont données les consignes ?,
— y a-t-il ou non une phase de recherche individuelle ?,
— sous quelle forme des échanges sont-ils prévus ?,
— la résolution comporte-t-elle une phase de travail de groupe ?, quel est son but ?,
— comment l'enfant rend-il compte de son travail ?,
— quels matériels, quels outils sont à la disposition des enfants ?,
— des contraintes de temps sont-elles données ?,

VALIDATION

— comment est-elle prévue ?,
— quel est le rôle du maître, celui des enfants dans cette validation ?

EVALUATION

— quels moyens sont prévus pour l'évaluation des objectifs ?,
— quels moyens sont prévus pour l'évaluation de la démarche pédagogique du maître ?

2. CRÉER UN ENVIRONNEMENT MATHÉMATIQUE DANS L'ÉCOLE

Notre constat est que l'environnement mathématique des enfants dans les classes est relativement pauvre, souvent réduit au manuel scolaire ou à quelques savoirs du domaine numérique (tables de Pythagore).

Il nous semble intéressant, en référence aux pratiques anglo-saxonnes, de créer autour des enfants des pôles d'attraction les incitant à faire des mathématiques. Ce peut être :

— un coin aménagé dans la classe où les enfants peuvent manipuler, construire,... accédant librement à divers objets, instruments, jeux, casse-tête, matériels ;
— un fichier de problèmes permettant des activités autonomes ;
— une exposition sur un sujet ;
— des points de départ de recherches affichés et réactualisés périodiquement (voir quelques suggestions dans ce qui suit) ;
— une boîte à problèmes alimentée par les propositions des enfants ;
— une bibliothèque de livres mathématiques.

Des démarches différentes sont ainsi possibles :

— la situation-problème naît de la vie réelle, de la vie imaginative des élèves, ou tout simplement de l'environnement créé dans leur univers scolaire ;
— la situation est étudiée par un individu, par un petit groupe d'enfants ou pris en charge collectivement par le groupe classe ;
— la recherche est menée par chaque enfant, soit après une différenciation des tâches, soit après un départ commun selon des voies propres ;
— la synthèse est le moment où les apports de chacun sont présentés, confrontés. Elle met en évidence le nouvel état de la situation.

Dans ce type de travail, l'enseignant peut n'être que conseiller, interlocuteur, initiateur.

— il fournit des objets appropriés ou crée si nécessaire des situations où les capacités instrumentales des enfants peuvent s'exercer ;
— il stimule par des encouragements, il relance l'activité (affichage, échanges, synthèses,...) ;
— il intervient, aussi discrètement que possible, dans l'orientation de l'activité pour laisser une grande liberté d'initiative et d'invention aux enfants ;
— il privilégie certaines formes d'activités qui entrent dans son projet.

3. DES IDÉES

Nous proposons ci-après un ensemble de textes de problèmes qui vous aideront sans doute à en construire d'autres en fonction de votre classe. Pour certains, nous donnons quelques indications pédagogiques ou commentaires. Nous vous conseillons d'y ajouter les vôtres, à la lumière de votre propre expérience, dans l'espace ménagé à cet effet.

1. QUEL EST MON PRÉNOM

Ma fête est 185 jours avant Noël.

Indications pédagogiques

Ce texte proposé à une classe de CM.1 permet de dégager des catégories de procédures de résolution :

— la donnée d'un calendrier,
— le choix de la donnée numérique,
— le temps laissé à la recherche,...

sont des paramètres de cette situation. Ils induisent l'utilisation majoritaire de certaines démarches.

Voici un exemple dans un CM.1 de 19 élèves.

Quatre catégories de procédures se dégagent :

— 10 reculent dans le temps et retranchent les 185 jours, mois par mois (9 ont trouvé la bonne réponse, 1 erreur de calcul) ;
— 4 reculent dans le temps jusqu'à juillet puis enlèvent les 8 premiers

jours de juin ;
— 3 reculent et retranchent les 185 jours un à un. Ils trouvent la bonne réponse (démarche rendue possible par la donnée d'un calendrier) ;
— 1 cherche le complément de 185 à 365 et peut ainsi avancer dans le temps. Cependant il est parti du 1^er^ janvier et non de Noël ce qui l'amène à une mauvaise réponse. Cette méthode aurait été encore plus intéressante si le complément à 365 avait été plus petit ; dans le cas présent, c'était 191 donc il n'y avait pas plus d'intérêt à avancer qu'à reculer.

— 1 enfant ne donne pas de réponse.

En conclusion : 12/19 élèves ont donné la réponse exacte.

Exemple de procédure

J'ai compté tous les jours à partir de Noël pour le mois de décembre.
31 - 6 = 24
Ensuite j'ai ajouté le nombre de mois à ce que j'ai trouvé
24+30=54
Il y a 54 jours à partir de noël jusqu'au mois de novembre
54 +31 = 85
Il y a 85 jours à partir de noël jusqu'au mois d'octobre
85+30= 115
Il y a 115 jours à partir de noël jusqu'au mois de septembre
115+ 31= 146
Il y a 146 jours à partir de noël jusqu'au mois d'Août
146+ 31= 177
Il y a 177 jours à partir de noël jusqu'au mois de Juillet.
J'ai compté 8 jours dans le mois de juin et j'ai trouvé le 23 juin st Walter

2. LE SOUS-VERRE

Pour son anniversaire, Germain a reçu une reproduction d'une œuvre du peintre allemand Franz Marc : "Chevreuils dans la neige".

Il désire la mettre sous verre. Aussi il lui faut :

— un verre aux dimensions de la reproduction : 64,3 × 64,3 cm,
— de la bande adhésive pour assembler le sous-verre.

Le verre est vendu 39,20 F le m². La bande adhésive est vendue 5 F la boîte (2,50 m). Quelle dépense occasionnera l'achat des matériaux nécessaires à la fabrication du sous-verre ?

Commentaires :

La multiplication des nombres décimaux intervient ici avec différentes significations :

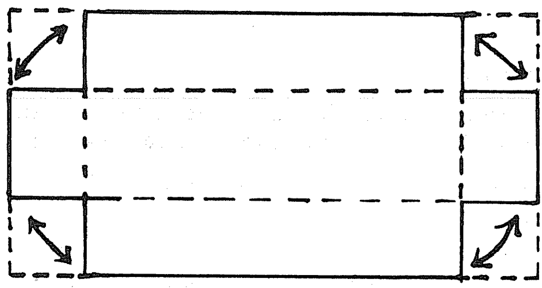
— calcul du périmètre de la reproduction (produit d'un décimal et d'un nombre entier, raccourci d'une somme réitérée) ;
— calcul de l'aire de la reproduction (aire d'un carré, cas particulier du rectangle) ;
— calcul du coût du verre (proportionnalité entre aire et valeur marchande).

Les dimensions et les prix sont exprimés de manière usuelle, ce qui conduit à des nécessaires changements d'unités.

3. LA BOITE

A partir d'un rectangle de carton de dimensions A et B, on peut obtenir une boîte sans couvercle en découpant quatres carrés de même côté aux quatres coins, et en recollant les arêtes indiquées. Il s'agit de trouver le plus grand volume qu'on peut obtenir pour A et B donnés.

(La mathématique vivante I. Perelman CEDIC)



Commentaires

Connaissant le côté des carrés découpés, il est aisé de déterminer le volume de la boîte.

L'étude de la variation de la fonction numérique :

c (dimension du côté) → V (volume de la boîte)

permet d'approcher une solution du problème.

Une organisation de la recherche par groupe permet une validation par confrontation. Quand chaque groupe se sera mis d'accord sur la longueur du carré, on peut leur faire réaliser les boîtes en carton fort et comparer les volumes en les remplissant de sable, par pesée, ou en versant le contenu de l'une dans l'autre. On peut d'ailleurs annoncer, dès le départ,qu'il s'agit de construire une boîte contenant le plus de sable possible, le calcul apparaît alors comme un outil pour résoudre ce problème alors que dans l'autre cas c'est la construction qui apparaît comme un moyen de vérifier le calcul.

Bien sûr la construction des boîtes ne permettra pas de trancher pour des valeurs très proches de la longueur du côté et elle ne dispensera pas de la confrontation des calculs en fin de travail.

4. LA CARTE

Voici une carte marine où les distances entre les différents ports sont exprimés en mile marin (1 mile = 1,852 km). Peux-tu donner ces distances en kilomètres ?

Commentaires

On peut suggérer une validation par confrontation de ces calculs et de ceux que les enfants pourraient faire à partir d'une carte ordinaire à l'aide d'une échelle (en se référant aux km).

5. OÙ LE CAFÉ EST-IL LE PLUS CHER ?

Aux "Nouveaux Magasins" le kilogramme de café "Grand Marc" est vendu 17 centimes plus cher qu'à la superette "Poc" et 33 centimes moins cher qu'à l'épicerie fine "Dupalais". Au supermarché "Aupré", dont la publicité vante : ''Aupré casse les prix'', le même café est vendu 21 centimes moins cher qu'à la superette ''Poc''.

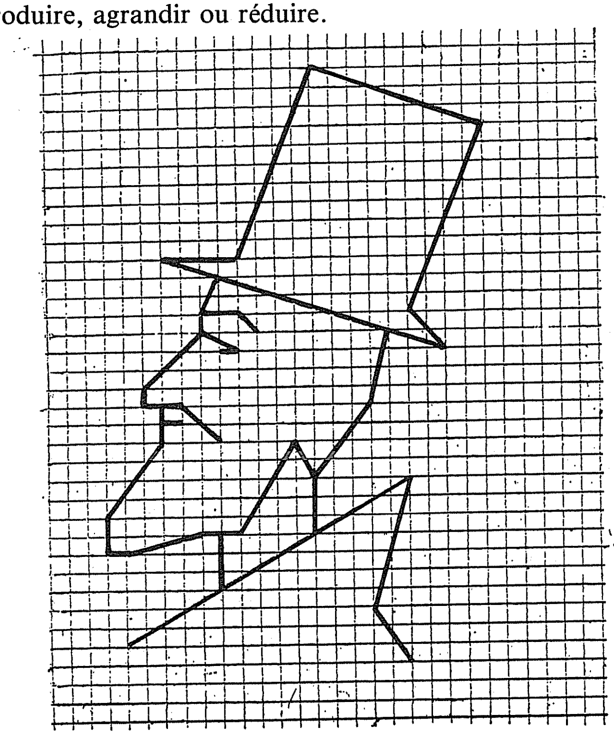
Quant à l'hypermarché ''Croisement'', qui se prétend ''le moins cher'', il affiche le kilogramme de café ''Grand Marc'' 56 centimes moins cher que l'épicier ''Dupalais''.

Commentaires

Problème intéressant pour observer l'organisation des données et leur mise en relation par les élèves.

6. SILHOUETTE

Reproduire, agrandir ou réduire.



Commentaires

Selon le matériel donné, les objectifs sont différents. Sur papier quadrillé, il est probable que les enfants réinvestissent une technique de repérage des points. Sur papier blanc, ils peuvent être amenés à chercher les outils les plus efficaces pour éxecuter le travail (mesures, reconstruction d'un quadrillage,...).

7. LES RECTANGLES

1re version : un berger dispose d'une clôture mesurant 54 m. Il veut la disposer de manière à former un rectangle. Les dimensions devant être des nombres entiers de mètres, quelles sont les dimensions possibles ? Dans quel cas l'espace clôturé est-il le plus grand ?

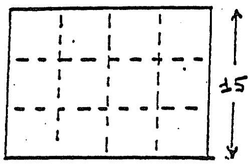
2e version : tu disposes d'une ficelle mesurant 54 cm. Tu l'utilises pour former un rectangle dont les dimensions doivent être des nombres entiers de centimètres. Quelles sont les réalisations possibles ? Dans quel cas l'aire du rectangle est-elle la plus grande ?

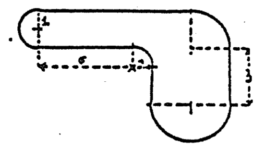
Commentaires

La deuxième situation permet de travailler en grandeur réelle. Les rectangles sont réalisables et comparables par superposition ou calculs.

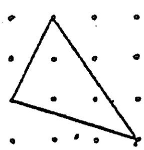
8. AIRES ET PÉRIMÈTRES

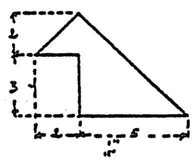
1. Calculer l'aire et le périmètre :

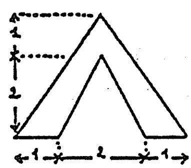


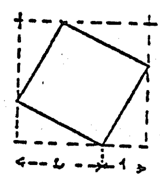


2. Calculer l'aire :

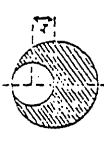


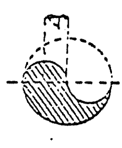


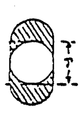


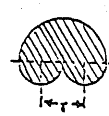


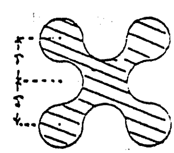
3. Calculer les aires hachurées :

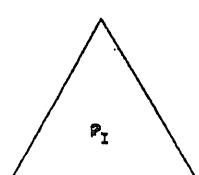


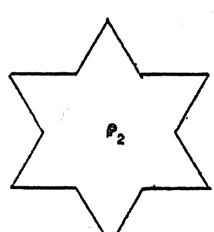


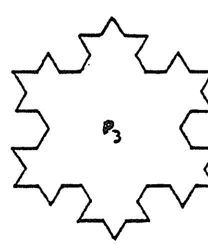










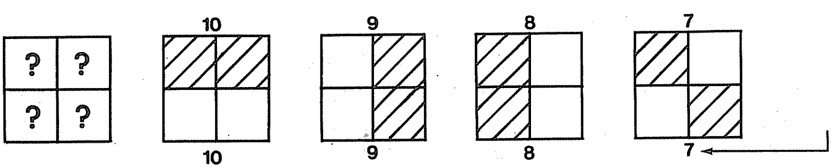


Quelle est la règle de construction de cette suite ? Construire P_4.
Calculer les périmètres P_1, P_2, P_3, P_4.

Commentaires

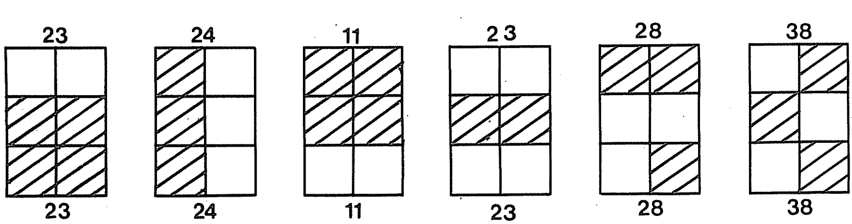
Ces exercices peuvent présenter des difficultés pour des enfants d'école élémentaire. Toutefois, ils se justifient par l'objectif ''utiliser les formulaires'' au cycle moyen. C'est dans la mise en œuvre pédagogique que le maître peut apporter une aide, par exemple par un travail en groupe et un échange de stratégies.

9. SANS PAROLES



sommes des nombres des cases hachurées

Pour les enfants intéressés par ce type d'exercice, en voici un autre plus difficile.



Commentaires

Situation de recherche qui favorise l'apparition de différentes stratégies, en particulier l'émission d'hypothèses qu'il faudra valider, ou l'organisation de données.

10. LA COMMANDE

La soeur de Pierre, qui vient de se marier, décide d'équiper sa cuisine d'un réfrigérateur, d'une cuisinière électrique, d'une machine à laver et d'un lave-vaisselle. Elle consulte, avant d'acheter, différents catalogues et elle hésite entre deux d'entre eux. Peux-tu l'aider à choisir ?

1er catalogue		*2e catalogue*	
Réfrigérateur	1240 F	Réfrigérateur	1430 F
Cuisinière électrique	935 F	Cuisinière électrique	1180 F
Machine à laver	1700 F	Machine à laver	1995 F
Lave-vaisselle	1340 F	Lave-vaisselle	1620 F
Les prix sont hors taxes, il faut ajouter 20 % de TVA.		Les prix sont calculés TVA comprise.	

Commentaires

Les consignes ne sont pas assez précises pour privilégier une solution. Il est intéressant d'expliciter pour chaque proposition les conditions du choix (commande sur un seul catalogue, recherche sur chaque catalogue de l'article le moins cher dans une même catégorie).

11. DÉSHERBAGE

Pour désherber les allées du jardin, Papa utilise une poudre qu'il dissout dans l'eau.

Comme le mode d'emploi du produit indique que 45 g permettent de traiter 10 m², j'ai voulu trouver quelle masse de poudre était nécessaire à un traitement. Il faut pour cela connaître l'aire de la surface à traiter. Avec Papa, on a mesuré des pas et on a trouvé qu'au total il y avait environ 85 m² à traiter. ''Il faut donc environ 400 g de poudre pour un traitement'' a dit Papa. Tu peux vérifier, mon Papa a raison ; mais comment a-t-il pu trouver cela si vite ?

Commentaires

Le problème peut être résolu par approximation. L'utilisation des propriétés liées à la proportionnalité permet une résolution efficace. Il serait ici maladroit d'imposer la solution unique du calcul de masse exacte de poudre nécessaire.

12 LE LAIT

En février, je passe les vacances de mi-trimestre à la campagne, chez grand-mère. Tous les matins, c'est moi qui vais chercher le lait à la ferme. Le samedi grand-mère me donne l'argent pour payer la fermière. Cette année grand-mère m'a demandé de calculer le prix à payer pour la semaine ; c'est compliqué ! Un litre de lait coûte 3,40 F... un bidon contient 75 cl... il faut payer 7 bidons. Je ne vois pas comment faire ! Et toi, saurais-tu calculer le prix à payer à la fermière ?

Commentaires

Exercice classique permettant plusieurs démarches de calcul également acceptables.

13. VOYAGE EN VOITURE

Comme je pars en vacances demain, je me suis assuré du bon état de ma voiture (pneu, freins, huile,...) et j'ai fait le plein d'essence (réservoir 40 l). J'ai aussi étudié mon itinéraire : j'aurai 480 km à parcourir. Sur long trajet ma voiture consomme en moyenne 7,5 l aux 100 km. Devrais-je prendre de l'essence pendant le voyage ?

Commentaires

Pour résoudre ce problème il y a plusieurs démarches possibles, toutes acceptables :

— calcul approché,
— calcul de distances que l'on peut parcourir avec 40 litres,
— calcul de la consommation d'essence nécessaire pour parcourir 480 km.

14. LE CHANGE

Dans un vieux journal, Pierre a vu le tableau suivant, donnant le prix de différents produits en France, en Belgique et en Allemagne :

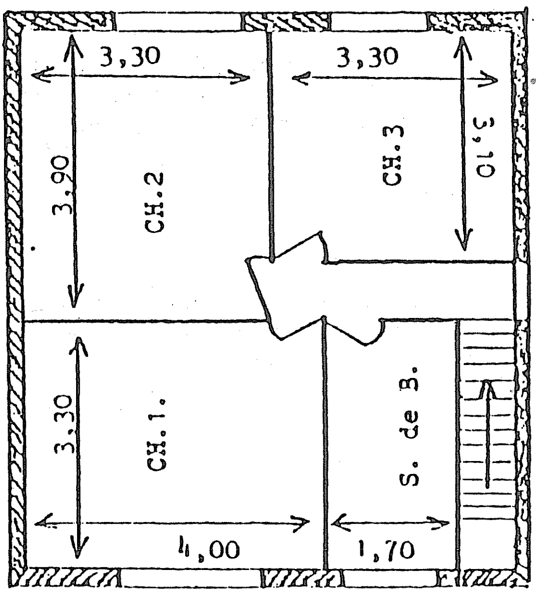
Produit	Prix en France (francs)	Prix en Belgique (francs Belges)	Prix en Allemagne (Marks)
Appareil photo	150	1200	70
1 bouteille de Bordeaux	8	120	4,50
Chocolat	4	25,80	2,50
Chambre d'hôtel	30,50	228	20
Essence	2,35	13	1,05

A la banque pour 1 F (franc français) on a 8 FB (franc Belge) ou bien 0,51 DM (Deutsch Mark).

Commentaires

En l'absence de questions, il faut accepter toute exploration de la situation. On peut concevoir un travail par groupe qui consisterait à bâtir un problème pour le proposer à un autre groupe.

15. LA MOQUETTE



Mr. Lefranc désire faire poser de la moquette dans les chambres de sa maison (voir plan d'étage).
Il a choisi une moquette unie, couleur "havane" vendue 25,40 F le m². Combien doit-il prévoir au moins pour cet achat ?

Commentaires

Le bon sens impose de prévoir une marge de sécurité.

16. JOURNAL DE BIBLIOTHÈQUE

Le 22 septembre 1979

Nous avons découvert la bibliothèque de la classe. Il y a beaucoup de livres mais on voulait tous des bandes dessinées. Comme il n'y en avait pas assez, des enfants n'ont rien pris. En tout 17 livres ont été empruntés.

Pascal

Le 29 septembre 1979

Treize enfants ont rendu leur livre. Puis Isabelle a raconté l'histoire qu'elle avait lue. Cela nous a beaucoup intéressés et du coup tout le monde a décidé de lire le livre. 21 livres ont été empruntés.

Caroline

Le 6 octobre 1979

Aujourd'hui c'est Patrick qui a raconté son livre. On avait vu l'histoire à la télé. Après, Thierry et Laurence se disputaient pour avoir le livre de Patrick. 9 livres étaient sortis. 18 autres livres ont été empruntés.

Marc

— Nombre de livres rendus le 6 octobre ?,
— Nombre de livres sortis le 29 septembre ?.

Commentaires

Les difficultés de ce problème peuvent être dues à l'absence de représentation de la situation. Une simulation est alors certainement une aide conduisant à une meilleure organisation des données.

17. MESURES ANCIENNES

L'arrière grand-père de mon arrière grand-père a vendu un champ rectangulaire de 30 toises, 4 pieds et 2 pouces sur 20 toises, 2 pieds et 6 pouces, à 10 écus la toise carrée. Combien d'écus en a-t-il tiré ?

Anciennes mesures françaises : l'unité de longueur était la toise, qui valait 6 pieds. Le pied valait 12 pouces.

18. MÉTRO

As-tu déjà pris le métro ? Dans certaines stations, il y a des escaliers automatiques ; comme dans les grands magasins. Parfois, il y a aussi des trottoirs roulants. On monte sur le tapis et on avance sans marcher ! L'autre jour en empruntant un trottoir roulant, j'ai regardé la trotteuse de ma montre : le trajet a duré 3 mn 40 s. Tu voudrais savoir quelle distance j'ai ainsi parcourue ? Je ne l'ai pas mesurée. Mais comme je sais que le tapis avance à la vitesse de 4,5 km à l'heure, j'ai pu la calculer. Calcule-la toi aussi !

19. CIBLE

On dispose de pièces de 50 c, de 20 c et de 5 c ; peut-on constituer une somme de 5 F avec exactement 20 pièces ?

Commentaires

Ce problème est impossible. Quelles sont des sommes pour lesquelles le problème est possible (avec les mêmes conditions) ? quelles sont les sommes pour lesquelles le problème est possible (avec les mêmes conditions) ?

20. LA FACTURE DU PLOMBIER

Désignation	Quantité	Prix Unitaire	Montant
Flexibles mazout	2	14,20	
Raccords mazout	2	2,80	
Main d'œuvre	1 h	49,20	
Déplacement			25,00
Total hors taxe			
TVA	17,6		
Net à payer			

Compléter cette facture.

Commentaires

Les nombres peuvent être adaptés aux possibilités des élèves. Il peut être intéressant également de faire établir une facture dont le cadre est donné (travaux effectués) en utilisant un tarif des réparations.

Enfin, on utilisera les chèques postaux junior que l'on peut se procurer dans les bureaux de poste pour faire rédiger le chèque de paiement que devra établir le client.

21. UN BUDGET OUVRIER A LA FIN DE L'ANCIEN RÉGIME

Recettes par semaine

Le mari	6 livres		
La femme	1 livre	10 sols	
	7 livres	10 sols	

Dépenses par semaine

pour le mari : 2 pains de 8 livres à 8 sols 6 deniers		17 sols	
pour la femme : 1 pain		8 sols	6 deniers
pour les enfants : 2 pains		17 sols	
	2 livres	2 sols	6 deniers
2 livres et demi de viande à 5 sols		12 sols	6 deniers
légumes		4 sols	
3 quarts de beurre salé à 12 sols la livre		9 sols	
œufs, fromage, fruits : 1 sol 6 deniers par jour pendant six jours, le 7ᵉ étant réservé à la viande		9 sols	
1 livre 1 once de sel		15 sols	9 deniers
	2 livres	10 sols	3 deniers
loyer (30 livres/an) par semaine		12 sols	
chauffage (30 piles/an à 24 sols la pile) par semaine		14 sols	
1/6 pinte d'huile à brûler		2 sols	6 deniers
	1 livre	8 sols	6 deniers
TOTAL DES DÉPENSES	**6 livres**	**1 sol**	**3 deniers**

reste 1 livre 8 sols 9 deniers pour l'entretien des quatre personnes (budget concerant un ouvrier père de famille ayant deux enfants de 8 et 10 ans - imprimé en 1789).

Commentaires

— découverte de système de numération,
— loi d'échange,

Cet exercice demande recherche et exploration, hypothèse et vérification. Sa présentation complexe en fait un exercice de lecture intéressant.

22. PROPORTIONNALITÉ ?

Des yaourts sont en vente par paquets de 4 ou 6 :

— 1 paquet de 4 coûte 3,20 F,
— 1 paquet de 6 coûte 5,10 F.

Quel genre de paquet a-t-on intérêt à acheter ?

A 10 ans Séverine pesait 25 kg. A 20 ans elle en pesait 50. Combien pèsera-t-elle à 30 ans, à 40 ans ?

A 90 km/h, il m'a fallu 70 mn pour parcourir 105 km, à la même allure combien de temps faudra-t-il pour parcourir 15 km ?

Un carré de 7 m de côté a une aire de 49 m². Quelle serait la mesure du côté d'un carré de 490 m² ?

Commentaires

Autour de la proportionnalité, des exemples et contre-exemples que l'on peut proposer simultanément dans la classe. La comparaison des situations contribue à l'apprentissage de la reconnaissance de la proportionnalité.

23. LA COURSE

Marcel, Pierre, René, Jacques, André et Claude ont participé à un 100 m dans un brouillard si épais qu'il a été impossible de juger de l'ordre d'arrivée. Les concurrents ont juste pu déclarer :

— Marcel : "je suis arrivé après René",
— André : "je suis arrivé après Jacques, Claude et Marcel",
— Jacques : "je suis arrivé après Pierre",
— Claude : "moi aussi",
et tous étaient d'accord pour dire qu'il n'y avait pas eu d'ex-aequo.

Commentaires

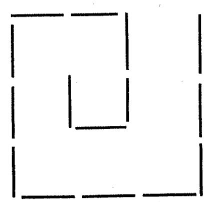
— Peut-on déterminer le dernier de la course ?,
— quels sont les concurrents succeptibles d'avoir été les premiers ?,
— peut-on supprimer un renseignement sans modifier le résultat de la

1re question ?,
— quelles sont les arrivées possibles ?

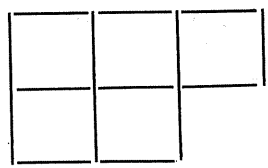
L'organisation des données est une aide à la résolution du problème. On peut chercher quelles représentations sont les plus efficaces.

24. AVEC DES ALLUMETTES

Construire 2 carrés en déplaçant 3 allumettes de la figure suivante :



Quelles sont les 3 allumettes que vous ôterez pour n'avoir plus que 3 carrés au lieu de 6 ?



Commentaires

Situation permettant d'observer le comportement des élèves en situation de recherche dont l'objectif n'est pas de construire une connaissance du programme mais une démarche, de mettre en place une organisation, une méthodologie pour la recherche...

25. SIMULATION DE PESÉES

Voici 9 boules de même grosseur :

Pourtant l'une d'elles est légèrement plus lourde que les autres. Avec une balance Roberval, on peut trouver, en 2 pesées seulement, la boule la plus lourde, Comment ?

Commentaires

Objectifs méthodologiques.

26. COMBINATOIRE

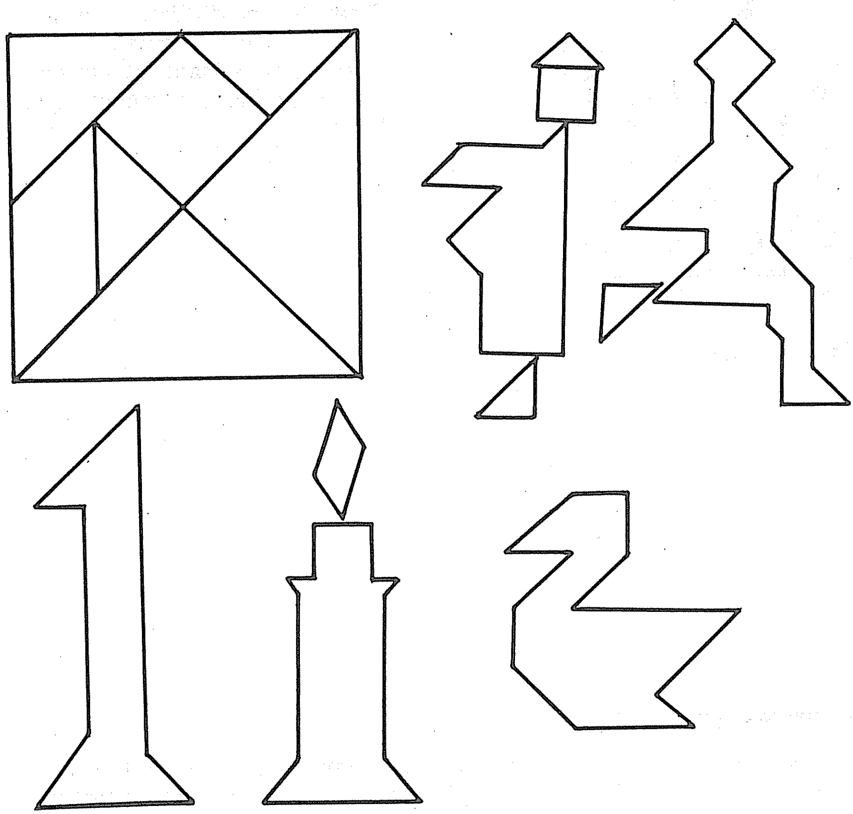
Chez Pascale, ils sont 4 à table : Papa, Maman, Franck et Pascale. Maman ne change jamais de place, mais les autres changent de place à chaque repas.

Commentaires

Un problème de combinatoire qui demande une organisation de la recherche. Objectifs méthologiques.

27. TANGRAM

Avec les 7 pièces du Tangram carré, réaliser les figures suivvantes :



Commentaires

La taille du modèle est une variable de la situation. Un modèle très réduit ne permet pas la même analyse qu'un modèle de la grandeur du jeu utilisé.

28. CODAGE

F	A	B	E	17
B	J	E	D	21
G	J	H	C	19
C	G	D	A	25
11	21	24	25	

Les lettres de A à J, représentant des nombres (de 1 à 9). Deux lettres différentes représentent deux nombres différents. Connaissant les sommes de chaque ligne et sachant que C vaut 3 et E vaut 6, déterminer la valeur des autres lettres.

Commentaires

Bon prétexte pour faire des calculs.

29. PRODUIT

Quel est le plus grand produit de deux nombres que l'on peut faire en utilisant une fois et une seule les chiffres 1, 2, 3,... 9 pour former ces nombres ?

Commentaires

Prétexte pour faire des calculs. On peut, en utilisant les propositions de produits des enfants, répartir les calculs dans la classe.

30. DÉDUCTION

Aline, Brigitte et Catherine font du ski. Chacune a mis le bonnet d'une de ses amies et le rouge à lèvres d'une autre. Celle qui porte le rouge de Catherine a sur la tête le bonnet de Brigitte. Qui a mis le bonnet d'Aline ?

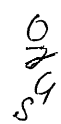
Commentaires

Casse-tête logique prétexte à une organisation des données en tableau.

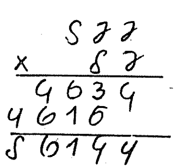
31. DÉCHIFFRAGE (OU CRYPTOGRAMME)

Toto ne forme pas bien ses chiffres, il écrit de la même façon :

0 et 6 :
2 et 7 :
4 et 9 :
5 et 8 :



Il n'y a que les chiffres 1 et 3 qui sont sans ambiguïté. Peux-tu reconstituer la multiplication suivante ?



Commentaires

prétexte à faire des calculs, et des hypothèses.

32. REPEINDRE UNE SALLE DE SÉJOUR

Renseignements :

— surface à peindre : calculs effectués à partir d'une situation réelle ou surface donnée (exemple : 42 m²),
— peinture : cf. dépliants publicitaires.

Exemple : vendue soit en bidons de 5 kg à 49 F le bidon, soit en pots de 3 kg à 31 F le pot, soit en boîtes de 1 kg à 12 F la boîte. Pouvoir couvrant : 5 m² par kg.

Des pistes de recherche :

— établir la relation : masse de la peinture / surface couverte,
— calculer le nombre de bidons ou de pots ou de boîtes,
— calculer le prix de revient dans le cas n° 1 (achat de bidons de 5 kg), ou n° 2 (pots de 3 kg) ou n° 3 (boîte de 1 kg),
— imaginer une solution plus économique encore...

33. LES FEUILLES DE PAPIER

Annonce publicitaire :

500 feuilles de **papier** 21 × 29,7 Spécial machine à écrire et écriture **Qualité :** 64 grammes **PRIX CHOC :** 14,00 F

— que signifie 21 × 29,7 ?
— quel est le prix d'une feuille ?
— que peut bien vouloir dire : "qualité : 64 grammes" ?
— quelle est la qualité des feuilles dont vous disposez ?

Commentaires

Un premier travail de compréhension des informations est nécessaire. Même si la réponse à la troisième question était en définitive donnée aux enfants (64 g au m²), elle devrait amener au questionnement :

— est-ce le poids d'une feuille ?
— est-ce le poids du paquet ?
etc.

Les enfants doivent disposer de feuilles (toutes de même qualité) et de balances (pèse-lettres, Terraillon,...).

La recherche du pavage d'une surface de 1 m², à l'aide de ces feuilles, les approximations nécessaires et le choix de la balance adéquate devraient être très fructueux.

Le rapport qualité-destination devrait être abordé. Si l'on ne disposait que d'un type de balance, la recherche d'une procédure de pesée mènerait elle aussi à des activités intéressantes (pesée de plusieurs feuilles, masse de 10 dm² de papier, etc).

34. SUCRE EN MORCEAUX

1. quels renseignements peut-on lire sur une boîte d'emballage de sucre en morceaux ?
2. pourquoi le fabricant donne-t-il ces renseignements ?
3. si l'on s'amusait à compter le nombre de morceaux de sucre contenus dans une boîte d'emballage de 1 kilo, combien en trouverait-on ? ?
4. ce résultat correspond-t-il aux renseignements donnés par le fabricant ? pourquoi ?

Commentaires

Les questions 1 et 2 constituent une phase de recherche d'informations. Relativement aux problèmes 3 et 4, les renseignements pertinents sont : 1 kg net, poids d'un morceau : 5 g environ.

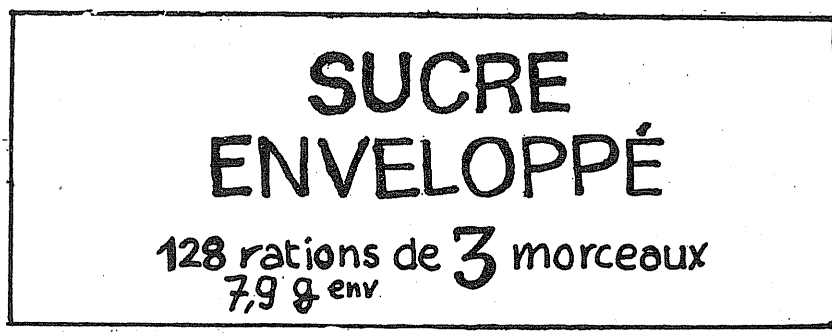
On pourrait comparer les masses de deux morceaux à l'aide d'une balance adéquate, faire des remarques sur la planéité des faces et enquêter sur la fabrication.

$1000 : 5 = 200$, alors que le nombre de morceaux est $4 \times 15 \times 3 = 180$

Question 2 : les renseignements indiqués sont sans doute relatifs aux rations alimentaires.

— dimensions de la boîte : 15,6 × 11,2 × 5,4
— dimensions d'un morceau : 2,8 × 1,7 × 1
— répartition : 3 plaques de 4 rangées de 15 morceaux.

Le "4" en gros caractère indique le calibre (nombre de sucres par rangées). A partir des données ci-dessous (sucre enveloppé) on pourrait proposer d'autres problèmes. Exemple : disposition des rations dans une boîte, représentation schématique, recherche d'autres formes de boîtes, etc.



— dimensions de la boîte : $13{,}2 \times 13{,}2 \times 6{,}60$
— dimensions d'un morceau : $1{,}60 \times 1{,}60 \times 1{,}10$
— dimensions d'une ration : $1{,}65 \times 1{,}65 \times 3{,}30$
— répartition : 4 plaques de 8 rangées de 4 rations.

35. PAVAGES

On désire carreler une cuisine de 2,80 mètres sur 4 mètres avec des carreaux de 10×20 (en centimètres, cela s'entend) ; combien faut-il de carreaux ?

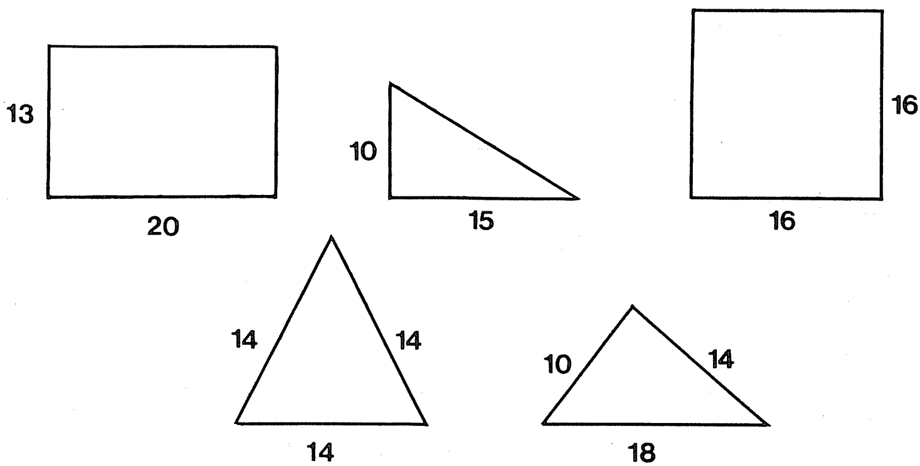
Commentaires

Avec ces nombres il n'y a pas à envisager de chutes ; on peut s'intéresser à la recherche de différents pavages ; en changeant les mesures de la pièce ou celles des carreaux, les objectifs peuvent être différents.

36. REPRODUCTION DE FIGURES

Description de l'activité : certains enfants ("émetteurs") sont en possession de figures géométriques planes et doivent transmettre à d'autres ("récepteurs") des renseignements écrits (message) permettant de reproduire ces figures sans les voir.

Matériel : à titre indicatif, nous donnerons les dimensions (en centimètres) des figures distribuées aux émetteurs. Il est nécessaire de ne pas proposer des figures trop petites afin de faire apparaître la nécessité d'une technique de reproduction de l'angle droit.

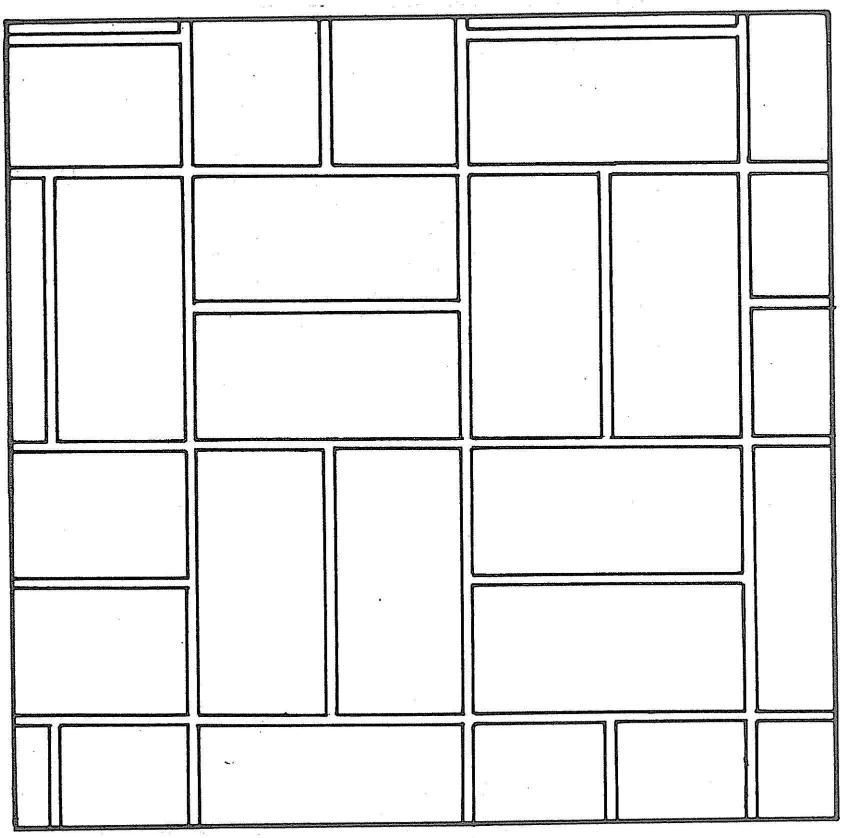


Les enfants ont à leur disposition un double décimètre, un compas, une paire de ciseaux, une équerre (de préférence faite par le pliage d'une feuille de papier) et du papier Canson. On peut également restreindre le matériel en fonction des objectifs visés.

37. CARRELAGES

Extrait du catalogue d'une usine de carrelages : un revêtement de sol en "Brun Flamme" donne de l'élégance à une salle meublée en style campagnard.

Exemple de pose :



La qualité ''Brun Flamme'' est livrable dans les dimensions (en mm) 240×115 ; 194×194 ; 294×294 ; 194×94.

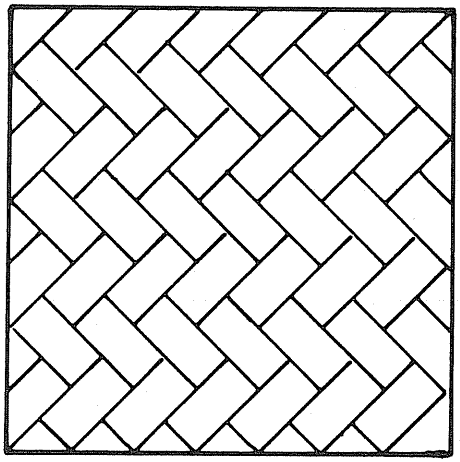
Notice technique :

$240 \times 115 \times 13$	33 carreaux au m²	(joint de ciment 10 mm),
$194 \times 194 \times 15$	25 carreaux au m²	(joint de ciment 6 mm)
$294 \times 194 \times 15$	16,7 carreaux au m²	(joint de ciment 6 mm)
$294 \times 294 \times 15$	11,1 carreaux au m²	(joint de ciment 6 mm)

Des problèmes possibles :

1. quel format faudrait-il choisir pour réaliser le motif donné en exemple ?
2. le fabricant indique : 25 carreaux au m² pour le format $194 \times 194 \times 15$ (joint 6 mm), y a-t-il une erreur ?

3. quel format de carrelage faudrait-il choisir pour réaliser le motif ci-dessous ?

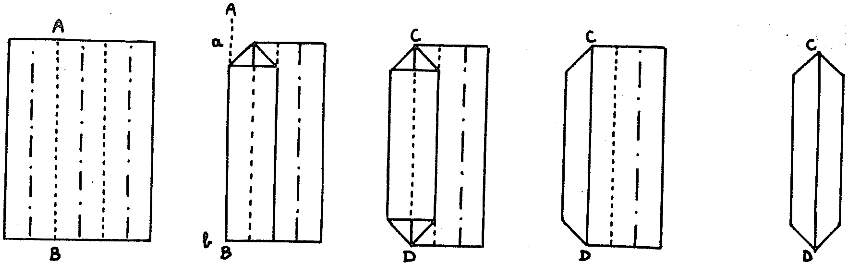


4. imaginer et représenter d'autres motifs conformes à la notice technique.

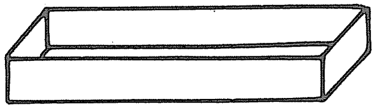
38 . LA BOITE DU PATISSIER

Construire une boîte en suivant les indications ci-dessous :

bords réels de la feuille
pli en creux } par rapport à l'observateur
pli en relief } à chaque étape.



Construire selon le même principe une boîte à fond carré. Construire la plus grande boîte possible dans une feuille de papier $21 \times 29{,}7$ à fond carré.



Indications pédagogiques

Variation d'un des paramètres :

Varation des dimensions de la feuille de papier,
— dimensions pour obtenir une boîte à fond carré de côté donné ?
— une boîte de dimensions quelconques peut-elle être obtenue ?
— peut-on utiliser une feuille quelconque ?
— comparaison des dimensions des boîtes obtenues avec une feuille $21 \times 29{,}7$, une demi-feuille, un quart de feuille.

Variation du pliage,
— boîte à fond sans pli,
— nombre minimal de bandes pour construire une boîte ?
— constructions obtenues avec un nombre impair au départ (5 bandes).

Variation de plusieurs paramètres :

• Forme et pliage,
— peut-on réaliser une boîte plus plate ? quand on diminue de motié la hauteur, de combien augmente la surface du fond ?

• Dimensions et pliage
— relations entre les dimensions de la feuille pour obtenir une boîte à fond carré, de côté a, en fonction du nombre de bandes ?

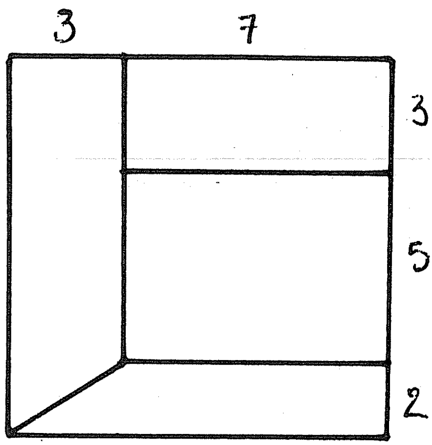
• Forme, dimensions, pliage
— construire une boîte cubique,
— construire une boîte à dimensions données.

Autres pistes :

— constructions de couvercles,
— constructions de boîtes gigognes.

Au cours de toutes ces activités les enfants devraient pouvoir, s'ils le désirent, passer de la boîte construite à son développement plan et vice-versa par démontage ou remontage. C'est ainsi que les prévisions sur les développements peuvent être immédiatement contrôlés par montage. L'identification des éléments de la boîte sur son patron correspond bien aux objectifs du programme du CM. en ce qui concerne la passage de l'espace au plan. Notons que les techniques de pliage relèvent des Travaux Manuels.

39. PUZZLE



Voici un dessin de puzzle avec les mesures de quelques segments. Il faut fabriquer un puzzle qui soit le même que celui-ci, mais agrandi de telle manière que le segment AB de mesure 3 cm, soit, dans le nouveau puzzle, de mesure 5 cm.

Commentaires

On se reportera pour la construction d'une situation d'enseignement au chapitre II paragraphe 7.

40. QUI HABITE LE PLUS LOIN ?

Quatre camarades discutent :

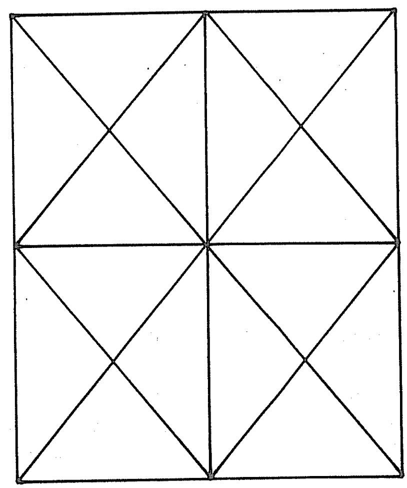
— Vincent dit : "j'habite le plus loin de l'école car, pour venir, j'ai compté 4000 pas. Or la mesure de mes pas est comprise entre 60 et 70 cm",
— Louis répond : "c'est moi qui fais le plus long trajet car, pour venir, je mets 30 minutes ; et en une minute, je parcours entre 60 et 75 mètres",
— Daniel s'écrit : "je crois plutôt que c'est moi, pour venir à l'école, 500 mètres après avoir quitté ma maison, je passe devant un panneau où il est inscrit : Ecole 1,800 km",
— Marcel parle à son tour : "je viens avec ma bicyclette ; il me faut 6 minutes et mon compteur oscille entre 20 et 25 kilomètres par heure. Je suis le plus éloigné".
— Qui a tort ?

Commentaires

Travail sur approximation et ordre de grandeur, on peut imaginer différentes mises en œuvres pédagogiques.

41. DÉNOMBREMENT - TRI

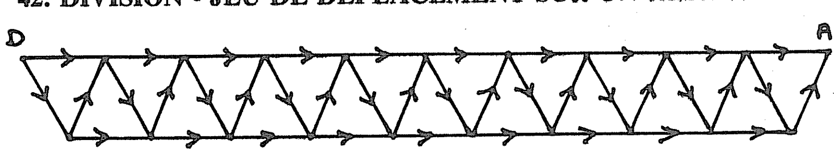
Recherche tous les quadrilatères de cette figure.



Commentaires

La recherche nécessite une organisation. Les échanges que permet un travail de groupe y sont souvent favorables.

42. DIVISION - JEU DE DÉPLACEMENT SUR UN RÉSEAU



— jeu qui se joue à deux,
— D est la case de départ,
— A est la case d'arrivée.

Déroulement :

Au début du jeu placer un jeton sur la case D,
— le premier joueur déplace le jeton d'un "pas" en suivant le sens des flèches (deux possibilités),
— le deuxième joueur continue à déplacer le jeton d'un "pas" en suivant le sens imposé.

Le joueur qui place le jeton sur la case A est le gagnant.

Exploitation du jeu :

On peut coder les cases "adroitement" de 0 à 20 et faire un rapprochement avec la "course à vingt".

43. MESURES DE CAPACITÉS

A Paris, blé, avoine, sel, charbon de bois se mesuraient au même "boisseau" ; mais

le "Minot" d'avoine	vaut 6 boisseaux,
le "Minot" de sel	vaut 4 boisseaux,
le "Minot" de blé	vaut 3 boisseaux,
le "Minot" de charbon de terre	vaut 6 boisseaux,
le "Minot" de charbon de bois	vaut 2 boisseaux,

le "Mine" est toujours de 2 "Minots",
le "Muid" est de 12 "sétiers" ou de 24 "Mines" pour le blé, l'avoine, le sel ;
le "Muid" de charbon est de 20 "Mines" pour le "Bourgeois", et de 16 "Mines" pour le "Marchand",
le "Muid" de charbon de terre est de 15 "Minots",
le "Muid" de plâtre est de 36 sacs de 2 boisseaux,
le "boisseau" est en plus divisé en 4 "Picotins" pour l'avoine.

Commentaires

Différentes questions peuvent être traitées. Combien y a-t-il de boisseaux dans un "Muid" dans le cas :

— de l'avoine,
— du sel,
— du blé,

— du charbon de terre,
— du charbon de bois,
— du plâtre ?

44. DIVISIONS A TROUS

```
7 . 7   | . 7
  7 .   |----
        | 7
      . |
```

```
1 . 3 . 5 |  6 .
  5 6 .   |------
    . 8 . |
      . . |
```

```
5 2 9 5 6 5 |
  2 4 6 6   |------
    2 2 2 5 |
      5 4 3 |
```

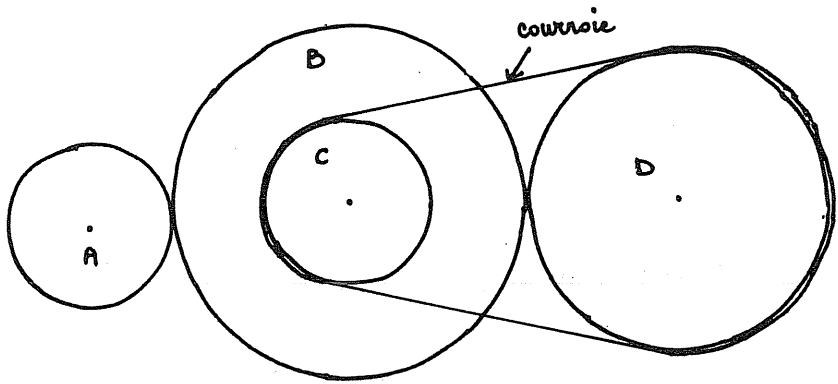
```
8 1 .  |  5 8
. . .  |------
    .  |  . .
```

```
    . 2 . 5 .  |  3 2 5
-   . . .      |--------
-----------    |  1 . .
    . 0 . .    |
-   . 9 . .    |
-----------    |
        . 5 .  |
-       . 5 .  |
-----------    |
            0  |
```

Commentaires

Ces problèmes renforcent la maîtrise de la technique de la division. Ils suscitent la mise en œuvre de raisonnements. On peut aussi demander aux élèves d'inventer de tels problèmes.

45. ENGRENAGES ET PROPORTIONNALITÉ



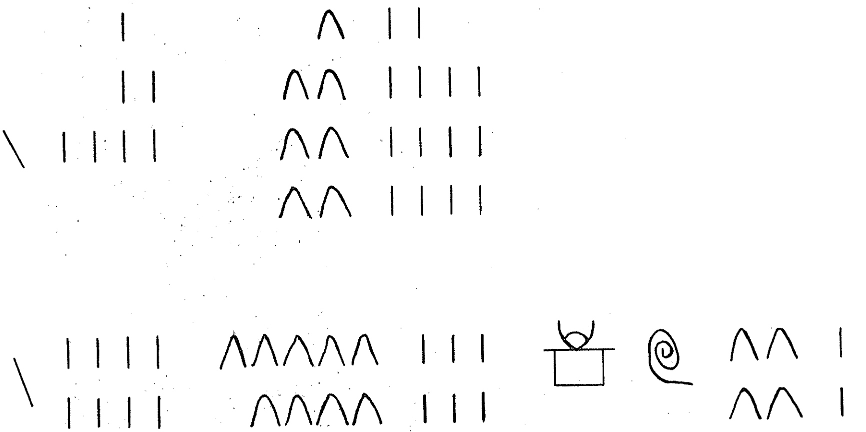
	A	B	C	D
Nombre de dents	12	48	9	18
Nombre de tours				

Commentaires

Il est parfois utile de posséder un engrenage pour que les élèves puissent étudier le fonctionnement.

46. NUMÉRATION ÉGYPTIENNE

Décoder le papyrus.



— l'unité était représentée par
— la dizaine était représentée par 
— la centaine était représentée par 
— le signe = était représenté par 

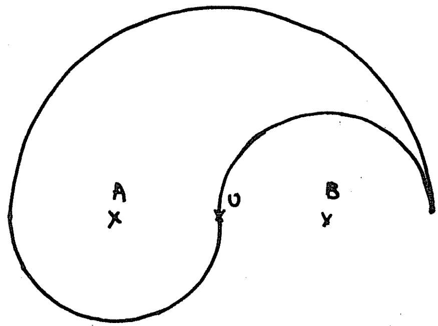
Commentaires

Solution : il s'agit du calcul du carré de 12 par un procédé qui consiste à toujours doubler (procédé de duplication).

	12	1 (fois)
	24	2 (fois)
	48	4 (fois)
144 = 96 + 48	96	8 (fois)
c'est-à-dire	$12 \times 12 = 12 \times (4 + 8)$	

Cette activité peut prolonger une situation-problème concernant l'étude de la numération égyptienne.

47. PROBLÈME DE SURFACE



Avec un compas : 3 demi-cercles respectivement de centre A, B, O. Trouve et dessine la ligne qui partage cette figure en deux parties superposables.

Commentaires

Problème de recherche qui suscite l'imagination. Auto-évaluation immédiate.

48. MESURES DE LONGUEURS

Unité de base : "le pied"

On distinguait les unités suivantes :

— la "perche"	vaut 18 "pieds",
— la "toise"	vaut 6 "pieds",
— le "pied"	vaut 12 "pouces",
— le "pouce"	vaut 12 "lignes",
— la "ligne"	vaut 12 "points".

On mesurait les étoffes en "aunes". L'"aune" vaut 3 "pieds", 7 "pouces", 9 "lignes".
Un point de comparaison : 3 lignes valent environ 7 mm.
La lieue était très mal définie et variait entre 1700 toises et 3000 toises.

Commentaires

Travail sur la lecture et l'organisation des informations.

CHAPITRE IV

EPREUVE D'ÉVALUATION

1. MISE EN GARDE

Tout pédagogue connait l'interprétation, parfois abusive, que l'on fait de certains tests qui peuvent avoir des répercussions redoutables pour l'orientation et même la scolarité de nombreux élèves. C'est donc une véritable mise en garde que nous faisons ici. Il ne s'agit en aucun cas d'encourager une attitude de "bachotage" en vue de réussir des tests.

Il nous semble par contre légitime et même indispensable de pouvoir faire à certains moments le point sur des acquis des élèves dans différents domaines, tout en se donnant les moyens d'évaluer l'efficacité d'un enseignement. C'est dans cet esprit que nous proposons à titre d'exemple une petite batterie d'épreuves proposées en début de CM.1.

En effet, au début d'une année scolaire un contrôle de connaissances vise un double objectif :

— ne pas perdre de temps sur des concepts convenablement assimilés,
— ne pas laisser, au contraire, d'importantes lacunes entraver les progrès de certains enfants.

Certaines des situations proposées peuvent aussi servir d'excellents points de départ pour l'acquisition de notions spécifiques au CM.1.

Quelques écueils à éviter :

— considérer ces épreuves comme un moyen de classer les élèves en forts et en faibles ou juger le travail de l'instituteur de la classe précédente,
— en cas de difficulté, "bachoter" à l'aide de "problèmes-types" pour éliminer, en apparence, les échecs sans s'intéresser aux causes.

Si nous publions l'analyse des réponses de quelques épreuves, c'est avec l'intention bien marquée :

— de jeter un regard critique sur les énoncés en vue de mieux les adapter au contexte d'une classe donnée,
— à la lumière des difficultés constatées de dégager une "méthodologie" du traitement de l'erreur. Il s'agit de déceler les difficultés de chaque enfant pour y remédier !

Pour rechercher les causes d'erreurs, il est très important d'avoir présent à l'esprit les paramètres de chaque situation. Par exemple :

— est-ce la taille des nombres qui est en jeu ?
— est-ce le type de représentation liée à la situation ?
— est-ce le niveau de langage employé dans l'énoncé ou l'intérêt de la situation pour l'enfant...

Connaître tous ces paramètres, c'est donc aussi se donner les moyens de les modifier en vue d'induire chez l'enfant des comportements nouveaux lui permettant de franchir les obstacles.

Une analyse des erreurs en permet le classement. A titre d'exemples, nous vous proposons une liste non exhaustive de critères de classification :

— inattention,
— non compréhension de la situation,
— non adéquation de la structure mathématique choisie à la situation,
— erreur technique dans le traitement mathématique par exemple :
  — méconnaissance des tables,
  — méconnaissance des techniques opératoires,
  — méconnaissance des propriétés des opérations,
  etc.

Le problème pour l'enseignant, une fois le type d'erreurs décelé est de trouver les moyens d'y remédier. L'expérience prouve que ce ne sont pas toujours des lacunes notionnelles qui sont en jeu, mais souvent des comportements ou la richesse de l'environnement. On voit toute l'importance de la conquête de son autonomie par l'enfant qui doit éveiller son esprit critique et apprendre aussi à aller chercher l'information là où elle se trouve, c'est-à-dire pas toujours auprès du maître (signalons ici l'insuffisance de la fréquentation des livres en mathématiques).

Remarques :

La première batterie d'exercices proposée aux élèves au début de CM.1 a été élaborée à partir d'un travail de l'IREM de Lille. Au début de l'année scolaire 1980-81, ils ont été proposé à 1235 enfants répartis entre 55 classes, dispersés dans toutes les régions de France, classes urbaines aussi bien que rurales.

La deuxième batterie d'épreuves, dont nous publions un extrait, a une toute autre origine : un CIO (Centre d'Information et d'Orientation).

La finalité de ce sondage de connaissances en fin de CM.2 est tout à fait différente. Il s'agit de faire un constat sans aborder la question du traitement de l'erreur ni chercher à adopter une pédagogie à des enfants en difficulté.

En conclusion, il nous semble très important que chaque enseignant se donne les moyens d'évaluer des objectifs atteints en vue d'adapter sa pédagogie aux besoins réels des enfants, et pour cela qu'il prévoit une évaluation bien pensée et pas trop pesante pour l'enfant au début du CM.

Il devra prévoir aussi une évalution en fin de CM pour mieux réajuster et mesurer l'efficacité de son enseignement. Cependant, il n'existe pas d'épreuves parfaites, chaque maître, à partir éventuellement de celles existantes, devra se créer son propre outil d'évaluation et le modifier en fonction de l'expérience vécue.

Nous vous invitons donc à un tel travail en gardant toujours un œil très critique vis-à-vis des tests, tout en considérant qu'ils peuvent être un auxiliaire précieux de l'enseignant pour évaluer ses démarches.

2. A TITRE D'EXEMPLE

2.1 TEST DU DÉBUT D'ANNÉE AU CM.1

Exploité dans 55 classes dispersées dans toutes les régions de France en octobre 1980.

Etude de situations : résultats et observations

1. Avec 5 bons points tu obtiens une image, avec 3 images tu as une belle photographie. Un enfant a reçu 20 bons points, que peut-il obtenir ?

Commentaires

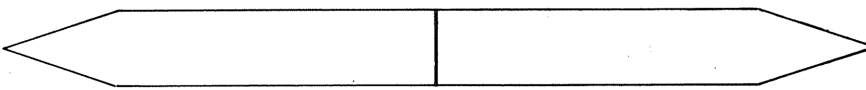
42 % de bonnes réponses même incomplètes.

Exemple : 1 photo et 1 image,
1 photo et 4 images.

11 % se trompent soit dans l'analyse de l'énoncé,
soit dans l'opération
30 % fournissent des réponses paraissant incohérentes,
13 % ne répondent pas.

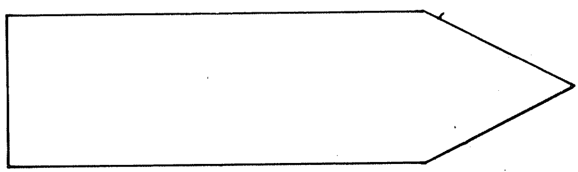
Ces pourcentages diffèrent peu d'une classe à l'autre.

2. Combien de kilomètres de à ?



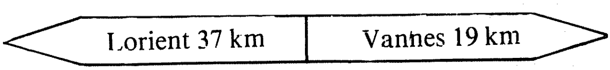
3. Combien de kilomètres de à ?

3

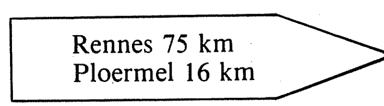


.* Les exercices sont à adapter selon l'endroit ; voici des exemples :

2



3



Combien de kilomètres de Lorient à Vannes ?

Combien de kilomètres de Ploermel à Rennes ?

Commentaires

20,6 % de réponses correctes aux deux exercices.

Donc peu de bonnes réponses avec un pourcentage de réussite très variable suivant les classes (18 % à 30 %).

Ce qui est testé est surtout une aptitude au décodage (lecture des panneaux).

Les différences peuvent provenir :

— de la situation géographique,
— des travaux effectués au CE.2.

Exemple : dans une classe où peu de travail a été effectué sur la droite numérique, on constate 20 % de réussite.

Dans une classe voisine où un tel travail a été effectué de manière assez soutenue au CE.2 : 30 % de réussite.

La proximité des deux questions semble avoir eu un effet inducteur de l'une sur l'autre ; très souvent deux additions, assez souvent deux soustractions !

Il y a eu aussi beaucoup d'erreurs d'opérations. Est-ce dû à un relachement de l'attention des enfants lié aux difficultés de l'analyse de la situation ?

4. Jean a 7 ans - Martine est de 3 ans plus jeune. Que peut-on chercher ?

Commentaires

56 % de bonnes réponses !

Ce résultat brut est sujet à caution. Selon les correcteurs une même réponse a pu être comptée comme correcte ou non.

Des réponses :

— "quel âge aura Jean dans 3 ans ?, dans 10 ans ?
— "quel âge a Martine ?" sans réponse.

La formulation volontairement vague de la question a eu l'inconvénient de permettre à des enfants de poser des questions sans y répondre.

Exemple : quel est l'âge de Martine ? On ne peut donc savoir s'ils répondraient 4 ans ou 10 ans comme de nombreux élèves. Par contre cela a permis de mettre en évidence qu'une situation, aussi simple en apparence, désoriente complètement certains élèves ("quelle différence entre Jean et Martine ?").

A noter dans quelques classes des questions du type "quel sera leur âge dans 5 ans ? dans 8 ans ? ; cela prouve sans doute l'efficacité d'un travail effectué précédemment sur ce thème au CE.2 (75 % de bonnes réponses dans ces classes !).

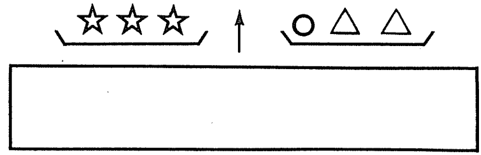
5. Dans une brouette on ne peut mettre que 4 pots de fleurs. Combien faudra-t-il de voyages pour transporter 14 pots au fond du jardin ?

Commentaires

53 % de bonnes réponses,
14 % de réponses qui se contentent de 3 voyages en signalant parfois qu'il reste 2 pots !

Parmi les réponses incohérentes, on trouve fréquemment l'opération "au hasard" 14×4, $14+4$ et assez rarement $14-4$.

6. un objet ☆ pèse 25 g, un objet △ pèse 20 g, combien doit peser ○ pour que la balance soit en équilibre ?



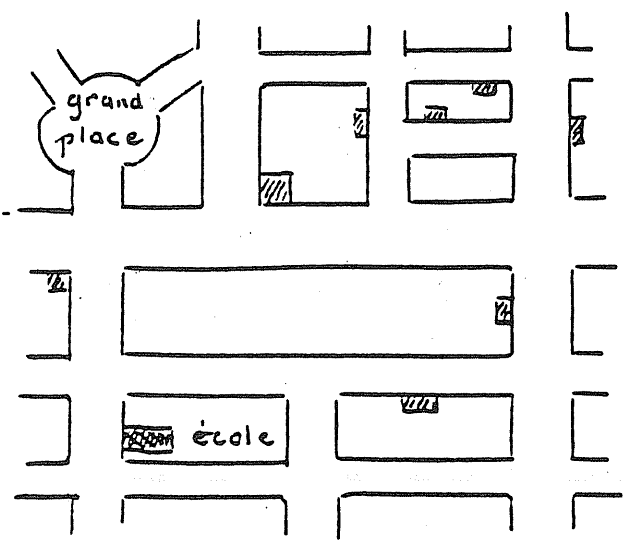
Commentaires

33 % de bonnes réponses, erreur la plus fréquente : 5 g.

Les notions de masse et de pesée ne semblent pas seules en cause :

— le ○ de l'énoncé fait trop penser à un zéro, il faudrait un autre symbole,
— ces "objets" sont vraiment trop bizarres, on pense plutôt à un codage d'objets : que représente la masse d'un codage ?,
— la réponse 5 g provient visiblement du fait que les enfants assimilent plusieurs objets d'une sorte à un seul d'entre eux.

L'exercice est à reformuler, en dessinant en particulier de "vrais objets", ou en donnant une description écrite de l'équilibre.



7. Sur cette partie du plan de la ville, on a indiqué l'école et la maison de Paul, celles de ses amis. En sortant de l'école Paul prend la direction de la grand place. Au 2e croisement il tourne à droite, puis il tourne à gauche à la 3e rue, puis encore à gauche dans la 1re rue. C'est là que se trouve sa maison.

Indique le chemin suivi par Paul.

Commentaires

28 % de réponses exactes. Il y a assez peu d'erreurs dues à une confusion gauche-droite, la plupart proviennent d'une mauvaise lecture ou d'une

mauvaise interprétation de l'énoncé : "prend la direction de la grand place" est traduit par "va jusqu'à la grand place".

Il faudrait préciser, sur le plan, l'endroit de la sortie de l'école.

8. Peux-tu rétablir les signes manquants pour que les 4 nombres soient égaux ?

$$\begin{array}{c} 3\times4 \\ 8\quad4 \\ 16\quad4 \\ 14\quad2 \end{array}$$

Commentaires

74 % de réussite. Parmi les réponses incorrectes, beaucoup de réponses indiquant que l'exercice n'est pas compris : même signe partout, signe égal à la place de signes d'opérations. Dans beaucoup de classes, il semble encore que 3×4, $8+4$, etc... ne soient pas des écritures de nombres, mais des opérations à faire.

9. Le maître dicte le nombre :

Trois cent quatre-vingt-sept

Ecris-le en chiffres.
Un élève a écrit : 3 100 4 20 7.
Peux-tu rétablir les signes et parenthèses qui manquent ?

Commentaires

40 % de réponses exactes. Il y a de fortes différences entre les classes, la réussite varie de 15 % à 85 %. Erreur fréquente $(3\times100)(4\times20)$ 7. Etourderie ?.

Quelques réponses de la forme $3\times100+4\times20+7$ mathématiquement exactes, mais dangeureuses à l'Ecole Elémentaire, car elles supposent acquise la règle de priorité de la multiplication sur l'addition. Que donnerait $3+4\times5$?

10. Un club sportif comprend 148 joueurs. Combien d'équipes de dix joueurs peut-on constituer ?

Complète :
$148=(\quad\times10)+8$

Complète :
$785=(\quad\times100)+(8\times10)+$

Commentaires

50 % de réponses satisfaisantes. Assez comparable au pourcentage de réussite concernant le problème de la brouette et des pots de fleurs, mais la 1re question est un peu moins bien réussie. Est-ce le reflet d'une

étude encore traditionnelle de la division (quotient d'un chiffre) au CE ?

Certains élèves réussissent à écrire $148 = (14 \times 10) + 8$ sans cependant réussir à donner le nombre d'équipes.

$785 = (7 \times 100) + (8 \times 10) + 5$ est mieux réussit que $148 = (14 \times 10) + 8$. Peut-être cette dernière décomposition est-elle moins habituelle ? à rapprocher des difficultés concernant la distinction entre chiffre des dizaines et nombre de dizaines).

11. Ce matin, j'ai perdu 27 billes, cet après-midi j'en ai perdu 25. Combien de billes ai-je perdues dans la journée ?

Commentaires

78 % de réussite, plus 8 % d'erreurs de calcul. Le sens de l'addition paraît bien assimilé, malgré la présence du mot "perdu".

12. Complète les cases vides :

+	68	97	
15			48
		125	61

Commentaires

22 % de réponses exactes, 24 % de réponses correctes mais incomplètes ou présentant une erreur de calcul, 29 % de réponses que l'on ne parvient pas à interpréter.

C'est l'exercice qui fait apparaître le plus de différences entre les classes de 0 % à 80 %, dans certains CE, de tels tableaux n'ont jamais été utilisés.

On voulait tester l'aptitude à comprendre ce qu'est une table de Pythagore, mais l'exercice est rendu plus difficile par la taille des nombres et la nécessitfé d'ordonner la recherche des nombres manquants.

Erreurs les plus fréquentes :

— addition des nombres les plus proches

	68	97
15	83	180

$(180 = 97 + 83)$

— confusion avec tableau "d'opérateurs" successifs

	68	97		
15	83	112	48	+15
13	96	125	61	+13

13. $(3 \times 5) \times 4 =$
    $3 \times (5 \times 4) =$

Commentaires

Objectif : tester la compréhension de l'associativité de la multiplication. 56 % des élèves réussissent, mais il est impossible de savoir ici si le calcul a été fait 2 fois ou si l'associativité a été utilisée (sauf paradoxalement dans le cas d'une erreur d'opération) :

$$(3 \times 5) \times 4 = 50 \text{ et } 3 \times (5 \times 4) = 50$$

Il serait particulièrement intéressant de disposer des brouillons.

Quelques erreurs : $(3 \times 5) + 4$ ou $(3 \times 5) \times 4$ (signes modifiés) ;
Utilisation d'une distributivité : $(3 \times 5) \times 4 = (3 \times 4) + (5 \times 4) = 32$
$(3 \times 5) \times 4 = (3 \times 4) \times (5 \times 4) = 240$

Suggestions :

— prendre des nombres plus grands pour inciter à ne pas faire 2 calculs,
— laisser un emplacement pour le brouillon,
— demander d'expliquer ce qu'on pense de :

$27 \times (13 \times 45) = 15\,795$ et $(27 \times 13) \times 45 = 14\,685$ sans faire de calculs.

14. Calcule l'écart entre 125 et 178.

Commentaires

50 % de réponses exactes (de 0 % à 80 %), 16 % d'erreurs d'opération. Les réponses inexactes proviennent en général du mot "écart" connu dans certaines classes, inconnu dans d'autres. Dans ce dernier cas, les enfants se contentent souvent d'écrire la liste des nombres de 126 à 177.

15. Effectue les opérations :

$3020 - 201$
$9833 - 376$
$98 + 2008 + 903$
921×14

Commentaires

En fonction du nombre de réponses exactes :

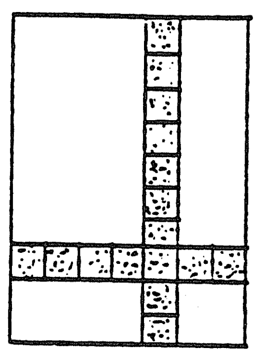
22 % ont 4 réponses exactes,
25 % en ont 3,
21 % en ont 2,
19 % en ont 1,
13 % en ont 0.

En fonction du type d'opération :

68 % réussissent l'addition,
58 % réussissent $3020 - 201$,
55 % réussissent $9833 - 376$,
51 % réussissent 921×14.

Erreurs les plus fréquentes : omission des retenues dans l'addition et les soustractions, erreur dans la technique de la multiplication.

16. Pour fabriquer le dessus d'une table, on a utilisé des carreaux blancs et des carreaux de couleur de même dimension. Voici le dessin constitué par les carreaux de couleur, les carreaux blancs n'ont pas été dessinés. Combien utilise-t-on de carreaux ?



Commentaires

43 % de réponses sont exactes, mais il est très difficile de discerner les résultats obtenus par multiplication (1 seule ou plusieurs après découpage) de ceux qui l'ont été par comptage (des carreaux 1 par 1, 10 par 10, 7 par 7).

Beaucoup d'enfants comprennent mal l'énoncé : ils ne comptent que les carreaux blancs — ou les carreaux déjà dessinés — ou une partie des carreaux blancs. Il faudrait reformuler la question : "combien de carreaux faut-il pour fabriquer entièrement le dessus de la table" et peut-être donner des nombres plus grands pour décourager le dénombrement.

17. On veut caculer : 47×32.

Le résultat est l'un des nombres : 79 1504 1523 9784.

Sans faire le calcul peux-tu entourer le nombre qui convient ? Essaie d'expliquer comment tu l'as trouvé.

Commentaires

Calcul mental et rapide. 43 % de réponses exactes. Il n'y a pratiquement jamais d'explication complète. Quelques enfants prennent en compte le produit des chiffres des unités, d'autres l'ordre de grandeur en se trompant souvent d'ailleurs. Il est probable que beaucoup ont effectué la multiplication (un amusant aveu d'échec : "j'ai cherché 47×32 dans ma tête, mais il n'y était pas").

Il faudrait peut-être dédoubler l'exercice : une première question porterait sur l'ordre de grandeur.

De quel nombre 47×32 est-il le plus voisin : 100 - 1500 - 9000 ou 5000 ?

Une deuxième question porterait sur le chiffre des unités : 47×32 est-il égal à 1503 - 1504 - 1605 ou 1781 ?

18. Voici un nombre : $1247 + 57 + 723 + 2100 - 150$

Sans calculer les opérations, entoure le nombre le plus voisin du résultat :

500 1000 2000 4000 6000

Commentaires

49 % de réussite. Ici encore il est impossible de déceler les élèves qui ont effectué l'opération avant de répondre. Il faudrait pouvoir disposer des brouillons.

19. M. Dupont affiche : 3 kg de pommes de terre pour 6 F,
M. Durand affiche : 6 kg de pommes de terre pour 11 F.

Si l'on désire acheter une grande quantité de pommes de terre vaut-il mieux aller chez Monsieur Dupont ou chez Monsieur Durand pour payer le moins cher ? Explique pourquoi ?

Commentaires

29 % des réponses permettent de se rendre compte que les enfants ont compris et possèdent les moyens de répondre : plus du quart des élèves savent déjà manier la proportionnalité, alors qu'elle n'a certainement pas encore été abordée en cette période de l'année.

La plupart des erreurs proviennent soit de la prise en compte du prix seul : 6 F chez M. Dupont, 11 F chez M. Durand ; ou du poids seul : "M. Dupont ne vend que 3 kg, M. Durand en vend 6". On a ici un exemple assez net du décalage entre problèmes réels et problèmes scolaires faussement concrets : beaucoup d'élèves ne semblent pas s'étonner qu'un marchand ne vende que 3 kg de pommes de terre.

20. Dans le 1er tableau on a placé un signe dans certaines cases. Complète le second tableau :

	3	4	2	1	5
A					0
B					
C				×	
D		•			
E			И		
F					

1er tableau

	1	2	3	4	5
B					
A					
D				•	
C					
E					
F					

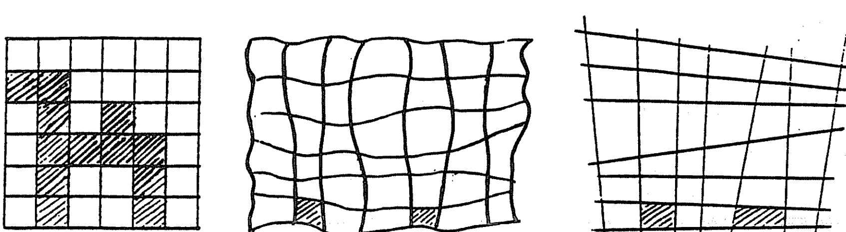
2e tableau

Commentaires

Repérage. 62 % de réponses correctes (de 13 % dans une classe où on a trés peu travaillé sur quadrillage à 80 % dans plusieurs autres).

Il n'y a en moyenne que 14 % de réponses incohérentes. Les principales erreurs : refus de considérer les hachures comme un signe, prise en compte du codage des lignes seulement ou des colonnes seulement.

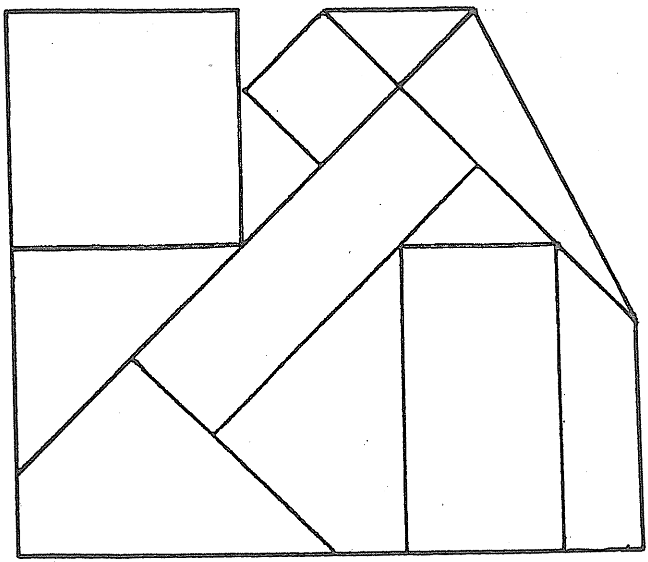
21. Recopie le dessin de gauche sur les deux autres quadrillages (sur chaque quadrillage on a déjà commencé à marquer deux cases).



Commentaires

88 % de réussite. La plupart des erreurs sont visiblement des étourderies. Cet exercice n'apporte rien.

22. Dessine une petite croix à l'intérieur des carrés et un petit rond à l'intérieur des rectangles.



Commentaires

Connaissances de formes géométriques planes. 65 % de réussite. Le carré en position "oblique" n'a pas posé de difficulté. Les erreurs sont variables d'une classe à l'autre : ici c'est le trapèze-rectangle pris comme rectangle, là il est pris plutôt comme triangle, ailleurs, enfin, il y a confusion entre triangle et triangle rectangle.

2.2 TEST DE FIN D'ANNÉE AU CM.2

Ces tests ont été proposés en fin d'année au CM.2 par un Centre d'Information et d'Orientation.

Leur présentation est à retenir. En équipe de maîtres de tels outils peuvent être construits, leur seule élaboration constitue un excellent moyen de formation, car elle conduit à dresser la liste des objectifs de fin de CM.2 et oriente l'analyse des exercices en termes d'objectifs.

Objectifs pédagogiques poursuivis - évaluation

Cette grille d'objectifs n'est pas exhaustive.

4 niveaux d'évaluation :

- niveau A : tous, ou presque tous les résultats sont justes ; la notion paraît solidement acquise.

- niveau B : la plupart des résultats sont justes ; la notion semble acquise, ou en bonne voie d'acquisition, dans ses applications habituelles.
- niveau C : quelques résultats justes ; le niveau d'acquisition reste incertain, même dans les applications courantes.
- niveau D : résultats très faibles ; la notion ne paraît absolument pas acquise.

Normes retenues

La note indiquée dans chaque catégorie est la note minimale.

Exemple :	catégorie A	12 et plus
	catégorie B	10 - 11
	catégorie C	5 - 6 - 7 - 8 - 9
	catégorie D	0 à 4

	A	B	C	D
I. Situations - problèmes				
a. savoir associer une question qu'on se pose, ou qui est posée et l'information pertinente qui lui correspond.	12	10	5	
b. reconnaître, analyser et résoudre des situations relevant des opérations sur les nombres, donner un sens aux opérations.	13	10	6	
II. Ecrire, nommer et comparer				
a. pouvoir transformer en écriture chiffrée des nombres entiers ou décimaux écrits en lettres et inversement.	7	6	3	
b. pouvoir comparer entre eux des nombres entiers et décimaux désignés par différentes écritures.	15	11	7	
c. savoir situer sur une ligne en respectant l'ordre des nombres entiers et décimaux.	6	5	2	

Les énoncés de problème ci-dessous sont incomplets : il manque la ou les questions. Tu n'a pas à effectuer de calculs.

Une bouteille d'eau coûte 1,20 F, un carton en contient 12. Quelle question peux-tu poser ?

Une voiture roule à 80 km/h, elle parcourt 160 km. Quelle question peux-tu poser ?

Une ménagère achète un fromage à 4,50 F, un poulet à 16 F, une salade à 2,60 F, elle les paye avec un billet de 50 F. Quelles questions peux-tu poser ?

Dans les énoncés suivants des nombres inutiles à la solution sont donnés. Encercle-les.

Un camion-citerne qui contient 5 000 l de lait pèse en charge 10 tonnes, un litre pèse 1,03 kg et coûte 1,70 F. Quel est le prix du lait que transporte le camion ?

Un champ rectangulaire dont les côtés mesurent en mètres 70 et 50 est vendu 80 F le m^2, les frais de notaire s'élèvent à 1/3 du prix de vente. Calculez le périmètre et l'aire du terrain.

La route de Quimper à Nantes passe par Quimperlé, Vannes puis la Roche-Bernard. Je veux connaître la distance entre Quimper et Nantes. Pour cela j'ai relevé sur la carte routière Quimper-Vannes : 117 km, Quimperlé-Vannes : 69 km, Vannes-La Roche-Bernard : 41 km, Vannes-Nantes : 109 km.

Dans les énoncés suivants, il manque un renseignement pour trouver la solution. Ecris le renseignement manquant.

Un épicier vend 3 cageots de légumes à 2,40 F le kg. Quelle somme perçoit-il ?

Paul achète un paquet de bonbons 2 F et une pochette-surprise 3 F. Quelle somme lui rendra-t-on ?

Une voiture consomme 8 l d'essence aux 100 km. Quelle est sa consommation d'essence sur le trajet Quimper-Brest ?

Un champ carré mesure 60 m de côté, on le partage en 2 lots d'égale grandeur pour le vendre. Quel sera le prix de chaque lot ?

Vous disposez de l'écriture numérique suivante :

$$85 - (27 + 18)$$

Des trois situations ci-dessous, quelle est celle qui correspond à cette écriture ?

a. Votre maman dispose de 85 F. Elle a acheté pour 18 F de fromage et 27 F de viande. Que lui reste-t-il ?

b. Votre maman dispose de 85 F. Elle achète pour 27 F de viande et pour 18 F de plus de fromage. Que lui reste-t-il ?

c. Votre maman dispose de 85 F. Elle achète pour 27 F de viande et pour 18 F de fromage. Combien a-t-elle dépensé ?

Réponse : écrire la lettre (a, b, c) correspondant à la bonne situation.

Pour les problèmes suivants, posez l'opération qui convient, sans l'effectuer.

Quelle est la superficie de moquette nécessaire pour recouvrir le sol d'une chambre rectangulaire dont les dimensions sont : L = 3,80 m ; l : 2,95 m.

Opération :

Une caissière enregistre les dépenses d'une cliente. Elle frappe trois fois 12,50 F et une fois 7,25 F. Quelle somme va afficher la caisse ?

Opération :

Un agriculteur distribue chaque jour 150 kg d'aliments à ses 30 bovins. Quelle est la ration journalière de chaque bête ?

Opération :

Résolvez chaque problème : posez les opérations, effectuez-les, construisez des phrases pour présenter les résultats.

Pour arroser le jardin, votre père puise l'eau dans un réservoir rempli aux 4/5. La capacité de ce réservoir est de 150 l. Combien d'arrosoirs de 12 l. votre père pourra-t-il remplir ?

Réponse :

Un train doit parcourir 380 km. Il roule à la vitesse moyenne de 110 km/h. Après avoir roulé 2 h 30 mn un incident l'oblige à s'arrêter. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir ?

Réponse :

2.3 AUTRE RÉFÉRENCE

Les épreuves d'évaluation du SPRESE* (ex-SIGES) :

— dans le cadre de l'évaluation du système éducatif, ce service du Ministère de l'Education Nationale a créé en 1981 de nombreuses épreuves, en particulier en mathématiques et en français, concernant l'Ecole Elémentaire,

— en 1983, il s'est intéressé plus spécifiquement à la liaison CM.2 - 6^{e}. L'objectif visé était de mesurer les écarts entre les performances cognitives et les savoir-faire des enfants à l'issue de la scolarité élémentaire et celles obtenues quelques semaines après leur entrée au collège puis de comparer les performances à l'attente des enseignants.

Pour tout renseignement sur ces sujets s'adresser au :

SPRESE 142, rue du Bac 75007 Paris

Au moment où cette brochure est publiée, le SPRESE devient Direction de L'Evaluation et de la prospective.

Les résultats de l'opération "Evaluation à l'Ecole Elémentaire cycle moyen", réalisée en 1983 viennent d'être diffusés. Présentés sous une forme analytique simple, accompagnés de commentaires, ces résultats permettent d'apprécier en fin de CM.2 le niveau de compétence des élèves en mathématiques mais aussi dans les différents domaines d'enseignement.

---

* SPRESE : service de la prévision, des statistiques et de l'évaluation, Ministère de l'Education Nationale,
SIGES : service de l'informatique de gestion et des statistiques.

CHAPITRE V

BIBLIOGRAPHIE ET ANNEXES

1. BIBLIOGRAPHIE

La plupart des ouvrages cités présentant des bibliographies importantes au sujet des problèmes, nous limitons la liste à quelques ouvrages dans lesquels on trouvera une réflexion pédagogique ou des exemples de situations explicitant certains objectifs des instructions officielles.

ERMEL Apprentissage mathématiques à l'école élémentaire - Hatier Cycle moyen - Tome 1

INRP Rencontres pédagogiques n° 4 1984 - Comment font-ils ?

Grand N CRDP de Grenoble - 18, avenue du Général Champon 98031 Grenoble Cedex

- n° 5 Le problème du problème - A. Fabre - M. Ryckbosch
- n° 6 Réflexions sur le problèmes à l'école élémentaire - J. Daniau
- n° 7 Exercices - problèmes - situation - recherche - R, Charnay

n° 18 Combien de grains de riz dans un kilo - C. Paisselle
Activité CM.1 - B. Rey

n° 19 Quel est l'âge du capitaine ? IREM de Grenoble

n° 20 Découpage d'un carré en carrés dans une classe de CM.1
M. Artigue - Problème d'arithmétique, musée pédagogique

n° 23 Evolution de la population - M. Coquand

n° 24 Courses chronométrées - M. Artigue
Enquête sur le prix des yaourts - E. Lavis

n° 25 Qui court le plus vite - IREM de Lyon - E.N. de Bourg

n° 27 Dénombrement et mesure en CE.2 et CM.1
R. Guinet - E. Martinelli

n° 29 Situation problème au CP - M. Coda
Regards sur le problème - J.M. Didry
Place et rôle des problèmes dans l'enseignement mathématique
J. Boet

n° 30 Langage et énoncé de problèmes - G. Record

n° 32 Que choisir et comment ? ou une situation problème en CP
M. Reynaud

n° 35 Situation problème et programmation - R. Neyret

Remarque : on trouve certains de ces articles dans le numéro spécial CM Tome 1 du CRDP de Grenoble.

INRP : enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire Tome 1 et 2 (on y trouve des analyses de problèmes et de l'opinion des maîtres sur ce sujet).

Plusieurs brochures ont été publiées dans les IREM, nous n'en donnons que deux dont nous citons deux extraits :

— IREM Lille situations problèmes,

— IREM Poitiers situations problèmes au cycle moyen.

Signalons, enfin, dans la collection CEDIC qui diffuse de nombreux travaux en mathématiques :

— Banwell - Saunders - Tahta : points de départ - CEDIC,
— Perelman : la mathématique vivante - CEDIC.

où l'on trouvera des idées de situations.

2. ANNEXES

Nous reproduisons ci-après les fiches pédagogiques accompagnant deux films de la série ateliers de pédagogie de la Radio Télévision Scolaire :

— "une boîte à problèmes" qui illustre la mise en œuvre d'une démarche de résolution de problème en CM.1,
— "des angles pas toujours droits" qui relate une situation problème de géométrie.

2.1 UNE BOITE A PROBLÈMES

atelier de pédagogie

préélémentaire et élémentaire - information des maîtres
jeudi 19 mars 1981 ; 17 h - 17 h 45 (T.F. 1)

TELEVISION

Activités mathématiques

UNE BOITE A PROBLÈMES

Cette émission a été tournée dans un CM 1 de 34 élèves, en mai 1980, dans un village de la banlieue lyonnaise : Saint Génis les Ollières. Cette classe, comme les six autres classes de l'école, participe depuis sept ans à une recherche INRP (1). Le travail fait en mathématique correspond donc à ce qu'on trouve dans le livre ERMEL-CM (2), et aux nouveaux programmes et instructions pour le cycle moyen (3) auxquels l'équipe à participé. Le tournage de cette émission a duré deux jours et demi.

Le but de cette émission est, en illustrant les objectifs des problèmes décrits dans les nouvelles instructions

pour le cycle moyen (3), auxquels l'équipe a participé. Le tournage de cette émission a duré deux jours et demi.

Le but de cette émission est, en illustrant les objectifs des problèmes décrits dans les nouvelles instructions

pour le cycle moyen (3), d'apporter aux maîtres une aide quant à la méthodologie des problèmes. Il est donc important, en suivant cette émission, de s'attacher aux différentes étapes suivies plutôt qu'au déroulement par séance qui est nécessairement lié aux conditions de tournage et qui n'apparaît pas après le montage du film.

(1) — Recherche INRP 7 171 223 : *Étude des moyens d'expression dans l'apprentissage des mathématiques à l'école élémentaire*, de 1971 à 1980.

— Recherche INRP 8 003 202 : *Résolution de problèmes dans le cadre des acquisitions mathématiques*, à partir de 1980.

(2) — Ouvrage de l'équipe de Recherche mathématique à l'école élémentaire - *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - CM* -(tomes 1 et 2), éd. SERMAP-OCDL. Parution d'un tome en janvier 81, d'un autre en octobre 81.

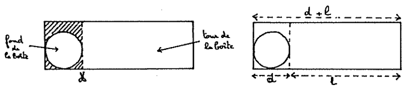
(3) — *Objectifs, programmes et instructions pour le cycle moyen à l'école élémentaire*, arrêté du 18 juillet 1980, *Bulletin officiel* n° 31 du 11-9-80.

LA SITUATION - PROBLÈME

Pour des adultes

On peut formuler le problème ainsi : *Découper dans une feuille de bristol de 10 cm sur 32 cm, le fond et le tour d'une boîte de 10 cm de hauteur et dont le diamètre est le plus grand possible.*

La disposition donnant la solution est la suivante :



On trouve donc sur la plus grande dimension de la feuille (32 cm) le diamètre du fond de la boîte et la longueur l du tour de la boîte.
Le problème, qui est de trouver où couper la feuille de bristol, peut donc se ramener, lorsqu'on connaît la formule :

$$l = \pi d$$

à la résolution de l'équation : $d + \pi d = 32$
dont l'inconnue est le diamètre de la boîte exprimé en cm. En utilisant une approximation de π au centième :

$$3{,}14 < \pi < 3{,}15$$

on obtient un encadrement de d : $7{,}71 < d < 7{,}73$ qui conduit à une précision (2/10 mm) bien suffisante pour un découpage en boîte.

Pour les enfants de CM 1

La formulation du problème évolue au cours de l'émission et la résolution est tout autre puisqu'ils ne connaissent pas le nombre π ni la formule :

$$l = \pi d$$

donnant la longueur d'un cercle en fonction de son diamètre.

Ce qu'ont fait les enfants avant l'émission

Ils ont construit des patrons de solides divers; ils ont reproduit un cylindre et un cône avec des cartons d'après un modèle en bois; ils ont l'habitude, notamment à l'occasion d'activités de reproduction ou de construction de figures, d'utiliser différents instruments : par exemple, ils reportent une longueur à l'aide d'une bande de papier ou du compas, ou du double-décimètre. Ils ont étudié et réalisé diverses représentations de fonctions (histogramme, graphique,...), en particulier ils ont réalisé et utilisé un graphique représentant le temps de parcours en fonction de la distance parcourue par un train. Ils ont étudié des tableaux de nombres correspondant à diverses fonctions mais ils n'ont pas encore étudié plus spécialement la fonction linéaire et n'ont donc abordé la proportionnalité qu'implicitement dans des problèmes. Les décimaux ont été introduits indépendamment de la mesure; l'écriture décimale d'une mesure n'est pas disponible pour tous les enfants.

LES ÉTAPES DE LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

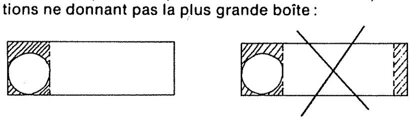
I. - Compréhension et appropriation du problème : premiers tatonnements

La consigne est de fabriquer dans la feuille de bristol de 10 cm sur 32 cm la plus grande boîte cylindrique possible de 10 cm de hauteur (fond et tour de la boîte seulement). Cette consigne est précisée par les enfants et le maître au cours du travail : « *la plus grosse boîte* », « *le plus grand diamètre* », « *le moins de chutes possibles* ».

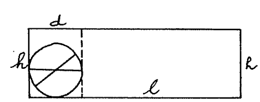
Les découpages des enfants n'aboutissent pas à la boîte demandée. Cette première séance permet aux enfants de s'approprier les consignes et de mesurer la complexité du problème, avant de chercher des outils pour le résoudre.

II. - Recherche d'informations non numériques : disposition du fond et du tour de la boite sur la feuille de bristol

Le maître demande aux enfants de faire un schéma représentant la disposition du fond et du tour de la boîte sur le rectangle de carton pour obtenir la plus grande boîte possible. Les enfants font cette recherche par groupes. Une synthèse collective permet de mettre en évidence la position optimale et d'éliminer les dispositions ne donnant pas la plus grande boîte :

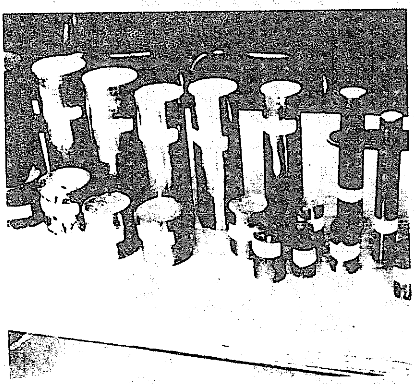


Les enfants précisent cette disposition en indiquant sur le rectangle, à différents endroits, les dimensions de la boîte :



III. - Recherche d'informations numériques : mesurage du diamètre et du tour de différents cylindres

Cette recherche d'informations est imposée par le maître comme un moyen de sortir de la phase de tatonnement. Le matériel :



Ce matériel comprend 32 cylindres métalliques pleins, deux à deux identiques et portant la même lettre; leurs dimensions et leurs noms sont donnés par le tableau suivant :

h \ d	2 cm	2,5 cm	3 cm	4 cm	5 cm	6 cm	10 cm	20 cm
5 cm	a a	b b	c c	i i	e e	f f	g g	j j
15 cm	a' a'	b' b'	c' c'	i' i'	e' e'	f' f'	g' g'	j' j'

On peut également utiliser des boîtes de conserve mais l'avantage du matériel choisi est d'avoir des diamètres simples. Chaque groupe de quatre enfants a quatre cylindres dont il mesure le diamètre et le tour.

	d	l	d+l
A	2cm	6cm4mm	8cm4mm
I	4cm	13,1cm2mm	17cm2mm
f	6cm	19cm	25cm
j	20cm	63cm2	83cm2

	d	l	d+l
F	6 cm	18,8 cm	24,8 cm
A	2 cm	6,3 cm	8,3 cm
C	3 cm	9,6 cm	12,6 cm
J	20cm	63,3cm	83,3 cm

Travaux de groupes

Les résultats des différents groupes sont ensuite reportés sur un grand tableau. Les dimensions de cylindres identiques (à la hauteur près) ayant été mesurées par quatre groupes, on se met d'accord sur les mesures en prenant la valeur trouvée par plusieurs groupes ou une valeur moyenne.

	d	ℓ	d + ℓ
a	2cm	6 cm 3	8cm 3
b	2cm 5	7cm 9	10cm 4
c	3cm	9cm 6	12cm 6
e	5cm	15cm 8	20cm 8
f	6cm	18cm 8	24cm 8
g	10cm	31cm 5	41cm 5
i	4cm	12cm 7	16cm 7
j	20cm	63cm 3	83cm 3

Tableau collectif

La discussion des enfants sur ce tableau met en évidence la proportionnalité de *d*, *l*, *d* + *l*. Ils font les remarques suivantes : en doublant les dimensions de certains cylindres, on obtient celles d'un autre cylindre (exemple : cylindre e et f) ; puis en ajoutant les dimensions de deux cylindres, on obtient celles d'un troisième cylindre (exemple cylindres a, c et e) ; en multipliant par 10 les dimensions du cylindre a, on obtient celles du cylindre j. Puis les enfants proposent d'inventer d'autres dimensions de cylindres en utilisant les remarques précédentes. S'il n'y a pas de problème pour ajouter les diamètres, les mesures retenues pour les longueurs conduisent à des erreurs de quelques millimètres ; les enfants les remarquent et les acceptent bien.

Même au cours de cette phase de recherche d'informations numériques imposée par le maître, les enfants n'ont pas perdu de vue le problème initial : certains enfants remarquent que le cylindre de 40 cm de diamètre imaginé par d'autres ne risque pas d'être une solution de problème. A la fin de cette phase, le maître précise le problème sous la forme : « *Quel est le diamètre de la boîte ?* ». Les enfants sont déjà capables de dire que 32 cm étant entre 24,8 cm et 41,5 cm, le diamètre cherché est entre 6 cm et 10 cm (voir tableau collectif).

IV. - Résolution proprement dite

La tâche étant maintenant réduite à la recherche du diamètre *d*, une discussion collective permet de déterminer trois procédures de résolution. Deux groupes choisiront la procédure de calcul et trois groupes la procédure graphique.

Procédure de découpage et mesurage

Puisque le diamètre cherché est entre 6 cm (cylindres f) et 10 cm (cylindres g), les enfants découpent des disques de diamètres intermédiaires, mesurent *d*, *l*, calculent *d* · *l* et essaient de s'approcher le plus possible de *d* · *l* 32.

	D	L	D+L
S	7,9	24,7	32,6
L	~~3,5~~ 7	24,2	27,7
Z	6,	18,6	24,6
V	7,5	23,9	31,4
W	7,6	25,2	32,8
Y	7	22	29cm

Travail d un [illegible] (d 7.5 cm)

Procédure de calcul

A partir des mesures du tableau, les enfants calculent *l* et $d + l$ pour d'autres diamètres que ceux des cylindres mesurés. Pour cela, ils utilisent les propriétés remarquées collectivement. Certains ont trouvé une méthode astucieuse : ils divisent les dimensions du cylindre *a* par 2 pour obtenir celles d'un cylindre imaginaire *m* de 1 cm de diamètre, puis par 10 pour obtenir celles d'un cylindre qui aurait 1 mm de diamètre. Après avoir trouvé que le diamètre *d* est supérieur à 7,5 (en ajoutant le total $d + l$ des cylindres *e* de 5 cm de diamètre et *b* de 2,5 cm de diamètre, on obtient 31,2 cm qui est inférieur à 32 cm), ils essaient 7,6 cm en ajoutant 1 mm, puis 7,7 cm et enfin 7,8 cm pour obtenir le résultat. Cette procédure demande une planification de la résolution dont tous les enfants ne sont pas capables.

D	L	D+L
1 cm	3,2 cm	4,2 cm
1 mm	0,3 cm	13 cm
6 cm	18,8	24,8
7 cm	21,9	28,9
8 cm	25,4	33,4
7 cm 5	23,7	31,2
7,6 cm	24	31,5
7,7 cm	24,3	32 cm !

Résultat : *d* ... 7,7 cm

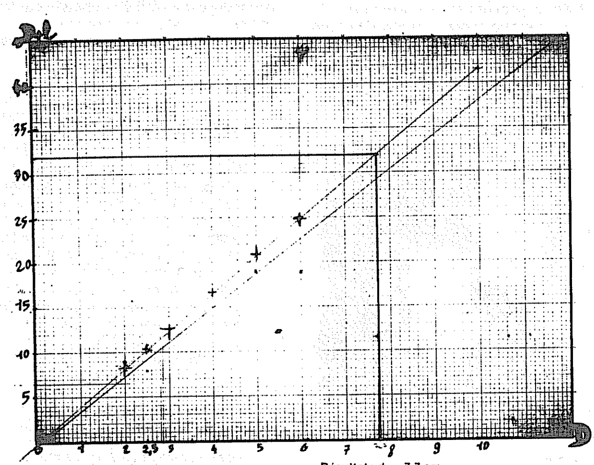
D	L	D + L
1 cm	3 cm 2	4 cm 2
6 cm	18 cm 8	24 cm 8
7 cm	19 cm 8	26 cm
8 cm	20 cm 8	28 cm 8
9 cm	21 cm 8	30 cm 8
10 cm	22 cm 8	32 cm 8

Résultat : *d* entre 9 et 10 cm

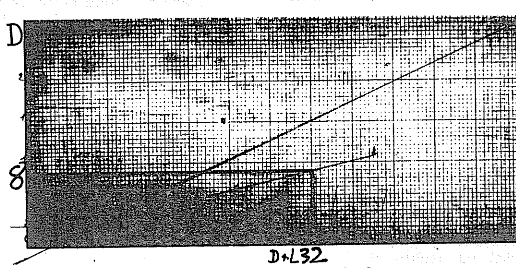
Travaux de deux groupes

Procédure graphique

Les enfants portent sur un axe les diamètres des cylindres métalliques, sur l'autre les valeurs $d + l$ correspondantes, d'où huit points. Ils joignent les huit points sans se poser de question bien qu'ils aient eu l'occasion de représenter des fonctions non linéaires, par exemple des fonctions en escalier (tarifs postaux). Puis ils lisent sur le graphique, pour différents diamètres, la valeur correspondante de $d + l$, jusqu'à ce qu'ils trouvent : $d + l = 32$.



Résultat : $d = 7{,}7$ cm



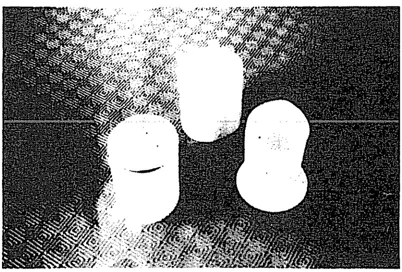
Résultat : $d = 8$ cm

Travaux de deux groupes

Après le travail de groupes, les différents travaux sont présentés à l'ensemble de la classe. Chaque enfant analyse les différentes procédures, découvre la variété des résultats. Au cours d'une discussion sur les productions des différents groupes, les enfants prennent conscience de la nécessité de la validation.

V. - Phase de validation : construction de la boîte

Un des intérêts de la situation choisie est que la construction de la boîte constitue une validation du résultat trouvé et de la procédure de résolution. Au cours de cette phase, chaque enfant construit la boîte avec la valeur de d trouvée par son groupe. Les valeurs qui donnent une boîte dont le fond s'adapte juste au tour sont 7,7 cm et 7,8 cm. La construction de ces boîtes valide les résultats $d = 7{,}7$; $d = 7{,}8$ et la procédure utilisée.



Boîtes réalisées par les enfants

Puis au cours d'une phase collective les enfants recherchent les causes d'erreurs dans la mise en œuvre des procédures : découpage des disques peu soigné et imprécision des mesures pour la procédure de découpage et mesurage ; erreur de calcul d'un groupe pour la procédure de calcul ; échelle mal choisie sur un axe d'où une lecture peu précise de d pour un groupe ayant utilisé la procédure graphique.

Le maître amène les enfants à comparer l'efficacité des différentes procédures en leur demandant quel serait le diamètre de la boîte si la feuille mesurait 35 cm. Certains remarquent que la procédure graphique donne un résultat quasi immédiat par lecture de graphique. Aucune conclusion n'est cependant donnée par le maître pour mettre en valeur une procédure par rapport aux deux autres. En effet certaines procédures ne sont pas accessibles à tous les enfants. Un intérêt de la diversité des procédures est que chacun peut travailler à son niveau de compréhension de la situation. Certains ont besoin d'une procédure très proche du tatonnement de la première séance sans beaucoup de raisonnement, d'autres peuvent aller beaucoup plus loin. Toutes les procédures peuvent mener à un résultat satisfaisant pour le découpage de la boîte. Au CM 2 une quatrième procédure pourrait être choisie par les enfants pouvant utiliser des valeurs approchées de π au dixième et au centième près. (~~texte à décaler du texte qui précède~~).

Les différentes phases de la résolution d'un problème sont abordées dans la situation proposée pour cette émission. Dans un travail de classe, on peut aussi se donner un objectif plus réduit, ne s'intéresser qu'à l'une des phases de la résolution et choisir une situation en conséquence. Ici, dans le cas de l'étude complète d'une situation, les enfants ne peuvent pas prévoir une planification totale de la résolution ; c'est donc au maître de prévoir l'ensemble de la résolution et de susciter leur activité et éventuellement de s'adapter à leurs propositions. Comme dans l'émission, il est alors conduit à ne pas toujours relever les erreurs (ou même les aberrations comme le cercle à quatre côtés) pour ne pas rompre des chaînes de raisonnement déductif échaffaudées par les enfants.

Pour permettre à chaque enfant à la fois d'envisager une solution et de profiter du travail des autres, le maître favorise les échanges collectifs tout au long de la résolution. Dans une telle situation, la communication entre les enfants, entre les groupes d'enfants, entre le maître et les enfants est une condition nécessaire à la résolution du problème.

Fiche rédigée par Bernard BELOUZE
Élisabeth BOUSEY
Bernard CHAZET

2.2 DES ANGLES PAS TOUJOURS DROITS

Des angles pas toujours droits

Préambule

Cette émission a été filmée au cours de cinq séances de travail dans un CM2 de l'école d'application Charlemagne A de Nancy en décembre 1980. Les prises de vues ont donné 4 h 10 de film. Il a fallu réduire cette durée à 27 minutes et cela représente des choix parfois difficiles au montage. Aussi est-il bon de résumer succintement la démarche.

Le titre est assez explicite à cet égard : l'école élémentaire ne proposait guère d'activités mettant en évidence des angles non droits et souvent cela était fait de manière artificielle. L'émission présente de construction d'angles non droits.

Le lecteur (ou le spectateur) trouvera en outre dans ces activités d'autres points figurant dans les instructions officielles du cycle moyen :
— reproduction ou construction d'objets géométriques (solides, surfaces);
— choix et utilisation d'instruments de dessin;
— mise au point de techniques de reproduction.

Démarche employée dans les activités précédant l'émission

Dans les classes de l'école Charlemagne, la géométrie est abordée sous forme de situations-problèmes. La recherche s'effectue en groupes mais aboutit souvent à des réalisations individuelles car il est bon que chaque enfant s'approprie des techniques de construction ou d'emploi d'instruments.

Ces situations-problèmes ont été organisées en un tout cohérent dont voici la trame :
— dans une première recherche, les élèves sont invités à classer des solides divers (boule, cône, tore, pyramides, cube, parallélépipède rectangle, prismes, cylindre). Le classement obtenu est ensuite représenté par un arbre :

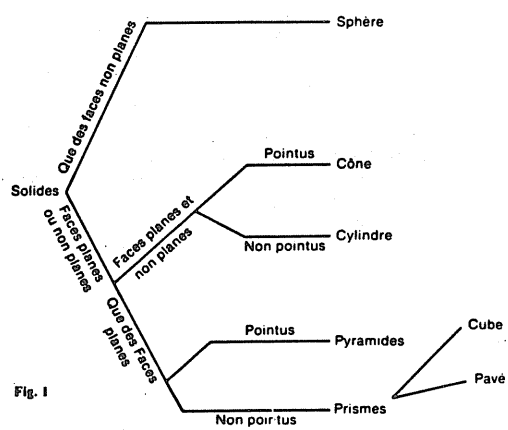


Fig. I

— dans un second temps, le maître choisit deux solides : le cube et le pavé. Il propose la consigne suivante : «*reproduire, avec du carton, un solide identique au modèle en bois fourni*».

La tâche de l'enfant se décompose alors en deux :
- recherche de la forme d'un développement;
- réalisation ensuite d'un patron en carton, aux dimensions nécessaires pour l'obtention d'une copie conforme, et pour cela, recherche de méthodes de constructions des différentes faces.

— le même scénario se répète avec d'autres solides choisis parmi ceux classés dans la première partie de la progression. Le contenu de l'émission correspond aux choix du prisme droit parallélogrammique.

Remarques :

Les recherches de développements (patrons) des solides s'effectuent d'abord sur feuille de papier; cela permet des vérifications plus rapides par pliage et la réalisation de plusieurs projets successifs sans gâcher de carton.

Par ailleurs, elles doivent s'effectuer « sans contournement », autrement dit sans placer le solide sur la feuille de papier et sans prendre ses différentes empreintes. Cette contrainte favorise une représentation mentale de la mise à plat du solide et développe une connaissance, ou une aptitude à la reconnaissance, des positions relatives des différentes faces. Elle permet enfin d'élaborer des méthodes de construction des différentes faces ce qui est un des objectifs recherchés.

Activités ultérieures

Dans la reproduction du prisme droit parallélogrammique, l'un des problèmes essentiels auquels se heurtent les élèves réside dans le report d'un angle.

Aussi propose-t-on ensuite des exercices de comparaison d'angles pour éliminer les leurres qui pourraient encore apparaître (comparaison de la longueur des côtés par exemple).

Puis, ayant vu que le report d'un angle résulte de la construction d'un triangle, les élèves sont invités à rechercher des constructions simples des angles de 60°, 45° et 30°. Ces angles sont appelés « angle de triangle équilatéral », « demi-angle du triangle équilatéral », puisque l'on ne peut, à ce niveau, disposer de la mesure des angles.

La progression ne termine par l'étude de l'aire du parallélogramme. Celui-ci ayant été perçu dans les séances précédentes comme le résultat de la juxtaposition de deux triangles superposables adjacents, on retrouve dans cette séance la détermination des aires du triangle, du rectangle et du carré.

Savoirs ou savoir-faire dévéloppés dans la progression

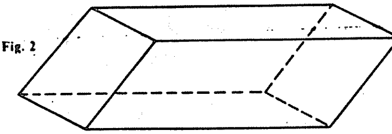
— savoir mettre à plat certains solides et se représenter mentalement cette action;
— savoir reproduire, à la règle, à l'équerre ou au compas, un carré, un rectangle, un triangle, un cercle et un parallélogramme;
— connaître la fonction de chaque instruments de dessin (règle, règle graduée, équerre, compas);
— savoir employer ces instruments à bon escient;
— savoir calculer le périmètre d'un cercle (ceci apparaît dans la reproduction d'un cône);
— savoir reporter un angle à la règle, à l'équerre ou au compas;
— savoir construire un angle de 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 180°;
— savoir calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un parallélogramme.

Contenu de l'émission

Voici comment se décomposent les cinq séances :

~~1re séance : présentation~~ d'~~un~~ prisme droit parallélogrammique

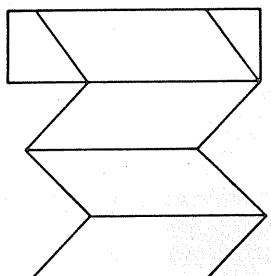
Fig. 2



Il s'agit d'un solide en bois comportant six faces dont deux faces opposées sont des parallélogrammes, les quatre autres étant des rectangles.

Au début, les enfants sont invités à le situer sur l'arbre de classement (*cf.* fig. 1), puis le maître propose le problème suivant : « *reproduire en carton le prisme en bois fourni* » en ajoutant que l'obtention d'un patron par contournement est interdite. Les enfants ont déjà travaillé sur de telles consignes à propos de cubes, pavés, pyramides, cônes... (*cf.* § II).

La recherche, par groupes, se limite d'abord à la forme d'un patron sans préoccupation des dimensions. Les élèves réalisent plusieurs projets successifs en fonction des erreurs qu'ils commettent et rectifient au fur et à mesure. Parmi les premiers projets, en voici deux qui montrent bien la difficulté, pour certains, de percevoir la mise à plat du solide :



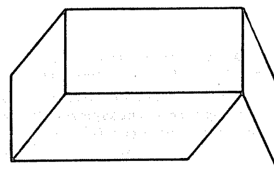
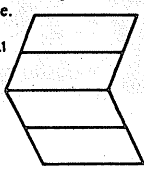


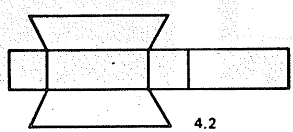
Fig. 3

2e séance :
choix de patrons convenables.

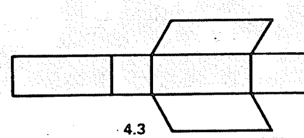
En synthèse de l'activité précédente, chaque groupe classe ses productions en deux catégories, les bonnes et les mauvaises, et justifie ce classement. Une discussion collective suit et parfois amène à rectifier le classement d'un groupe.

4.1





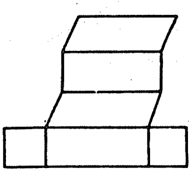
4.2



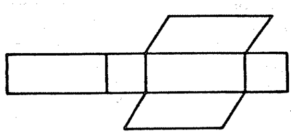
4.3

Fig. 4

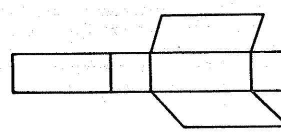
Voici quelques exemples : *projets faux*



4.4



4.5



4.6

Projets justes :

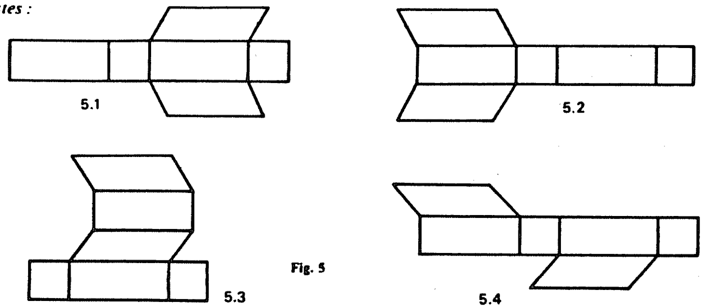
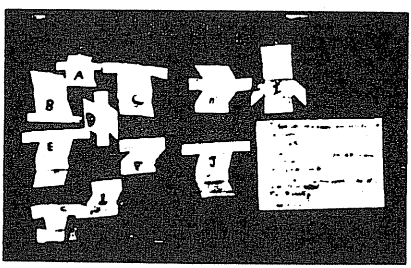
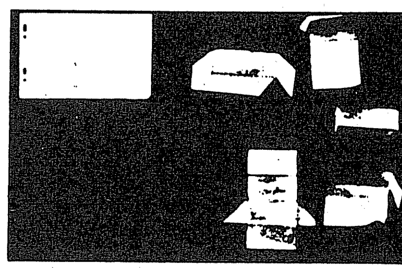


Fig. 5

Les causes d'erreurs sont de natures diverses :
- **nombre de faces insuffisant (4.1);**
- **nature des faces incorrectes (4.1 - 4.2);**
- **faces opposées non superposables (4.3 - 4.5);**
- **non respect des égalités de certaines mesures (4.3);**
- **orientation incorrecte des parallélogrammes (4.4 - 4.6)**





3e séance : construction de prismes en carton.

Après avoir résolu cette première difficulté qu'est la recherche de la forme d'un patron, chaque élève utilise, selon son choix, un des projets retenu à la séance précédente. Il construit un prisme en carton mais tient compte, cette fois, des dimensions réelles du modèle. La réalisation met en évidence une nouvelle difficulté : la juxtaposition des productions fait apparaître des inclinaisons différentes.

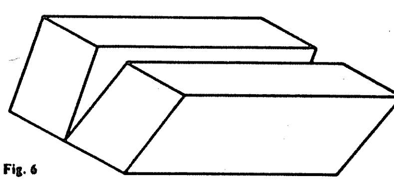


Fig. 6

Cela est dû à l'absence de prise en compte des angles des parallélogrammes. Néanmoins, les parallélogrammes opposés d'un même prisme sont bien superposables l'un et l'autre. Les enfants y sont arrivés en employant le même « déport » ou en réalisant une symétrie entre les parallélogrammes ou encore en employant un angle aigu de leur équerre. Parfois même, ils ont combiné ces méthodes.

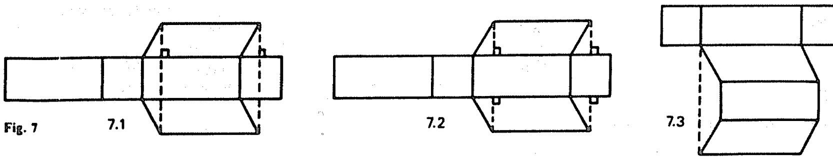
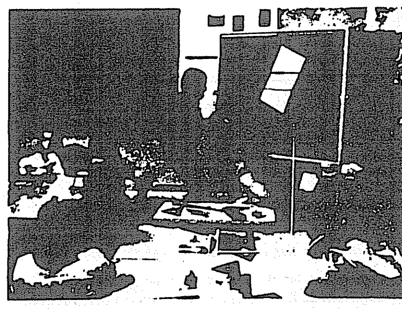


Fig. 7

4e séance : reproduction de parallélogrammes.

Il s'agit maintenant de trouver comment construire des parallélogrammes superposables à ceux du modèle en bois. Plus généralement, il faut donc résoudre le problème de la reproduction d'un parallélogramme. C'est l'occasion, pour le maître, de faire nommer cette figure en rappelant aux enfants qu'elle a été découverte au C.M.1 par l'intersection de bandes.



Il distribue ensuite un parallélogramme polycopié avec la consigne de le reproduire. Les méthodes découvertes sont vérifiées en décalquant le polycopié et en superposant le calque obtenu au parallélogramme produit (* voir note page suivante).

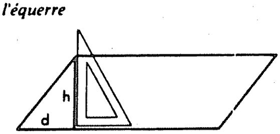
Après vérification, chaque groupe applique ses méthodes pour réaliser, sur une affiche, des figures pouvant être vues par toute la classe et vient les présenter au tableau.

Voici les procédés obtenus :

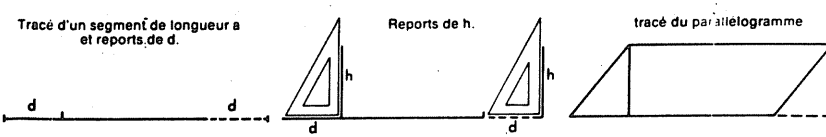
a) *Utilisation de la « hauteur » du parallélogramme et emploi de l'équerre*

Fig. 8

Sur le modèle, les élèves mesurent un grand côté a, une hauteur intérieure h et le déport d.

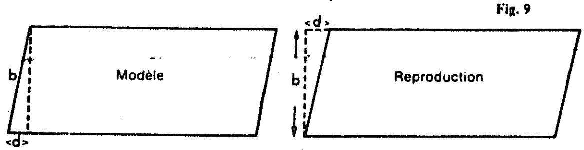


Ils réalisent ensuite les opérations successives suivantes :



(*) Parfois une méthode se trouve validée par l'emploi du calque alors qu'une personne avertie peut se rendre compte qu'elle est fausse. Il en est ainsi du procédé ci-dessous.

Fig. 9

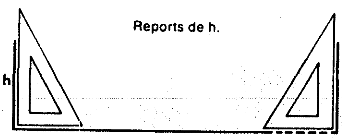


Pour éliminer les méthodes erronées, le maître peut proposer, en application, la reproduction d'autres parallélogrammes aux dimensions et aux angles différents. Avec des figures agrandies, les erreurs sont plus manifestes.

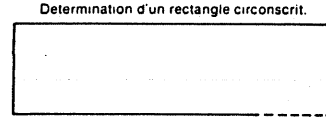
Certains proposent une variante :

Tracé d'un segment de longueur a et report de d.

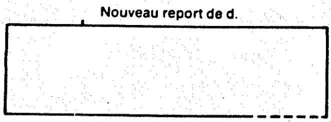
Reports de h.



Determination d'un rectangle circonscrit.



Nouveau report de d.



Tracé du parallelogramme.

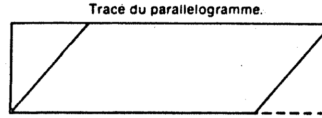
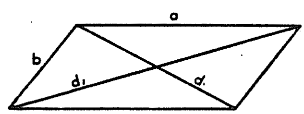


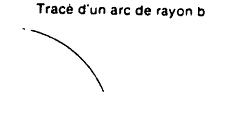
Fig. 10

b) *Utilisation des diagonales et emploi du compas :*

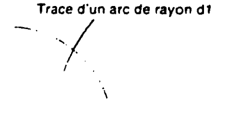
sur le modèle, les élèves mesurent un grand côté, tracent un segment de longueur a et, en prenant des ouvertures b, d1, d2 réalisent les opérations successives ci-dessous :



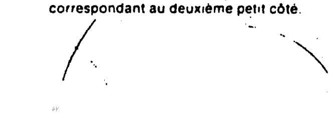
Tracé d'un arc de rayon b



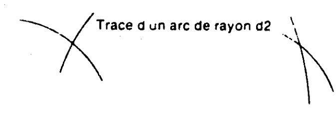
Tracé d'un arc de rayon d1



Tracé d'un arc de rayon b correspondant au deuxième petit côté.



Tracé d un arc de rayon d2



Tracé des côtés

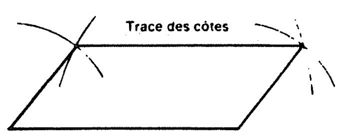
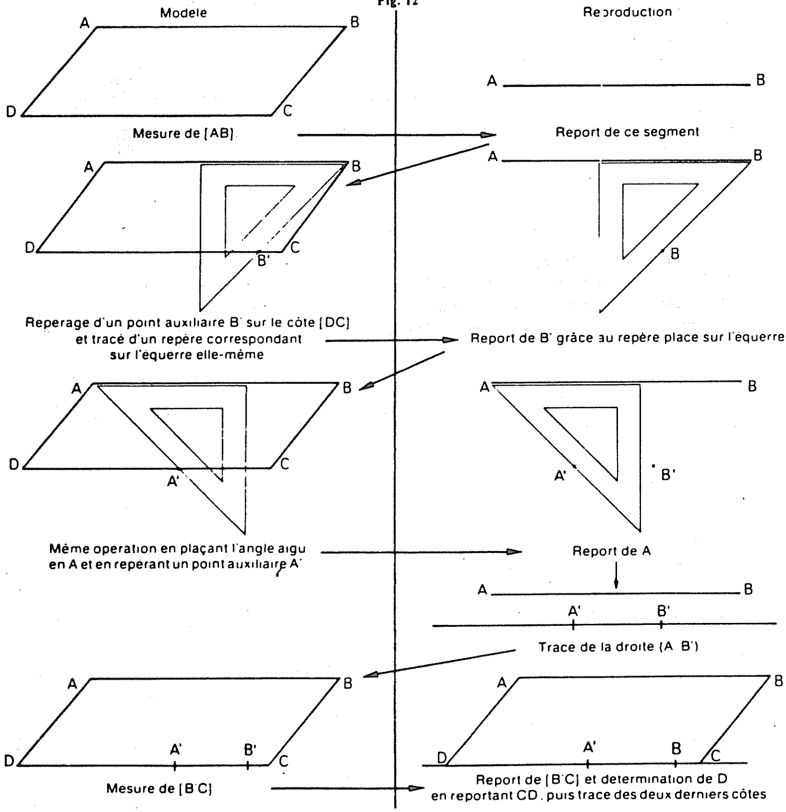


Fig. 11

c) *Une méthode curieuse par utilisation d'un angle aigu de l'équerre :*

Emmanuelle, que l'on voit dans le film, a proposé la démarche suivante en employant une équerre dont les deux angles aigus mesurent 45°.

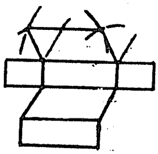
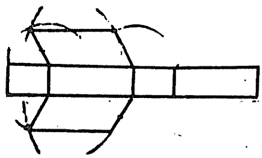
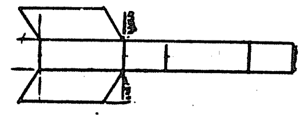
Fig. 12



Cette méthode, quoique tout à fait correcte, peut se révéler délicate et imprécise, voire impossible si les points auxiliaires A' et B' sont trop rapprochés ou confondus. Elle met en évidence l'imagination et les connaissances intuitives de certains enfants.

5e séance : validation

Le maître propose de revenir à la consigne initiale (*cf.* 1er séance). Parmi les patrons et les constructions de parallélogramme retenus, chaque élève effectue son choix et réalise un prisme en carton. A la fin de la séance, on s'aperçoit que toutes les productions sont des copies conformes du modèle en bois.

Annexe : autres constructions du parallélogramme

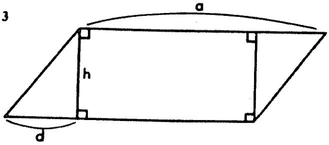
La prise en compte des angles du parallélogramme peut s'effectuer de différentes façons :

1. par la détermination d'un triangle rectangle (méthode des hauteurs intérieures ou extérieures);
2. par la déterminaison d'un triangle quelconque;
3. par la comparaison avec un angle aigu de référence comme celui d'une équerre (méthode d'Emmanuelle).

Voici, sans détailler les étapes intermédiaires, quelques autres possibilités obtenues dans d'autres classes de CM2 :

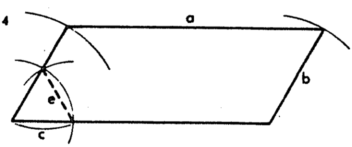
a) *Emploi de deux hauteurs intérieures :*
Le procédé consiste, après avoir mesuré d, h, et a, à tracer deux hauteurs intérieures.

Fig. 13



b) *Détermination d'un triangle isocèle à partir d'une longueur inférieure à celle d'un petit côté :*
Quatre données sont nécessaires : a, b, c et e.

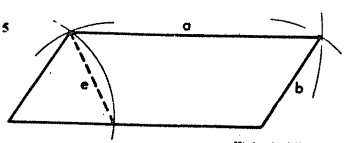
Fig. 14



c) *Détermination d'un triangle isocèle dont deux sommets sont des sommets consécutifs du parallélogramme :*

Trois données sont nécessaires : a, b et e.

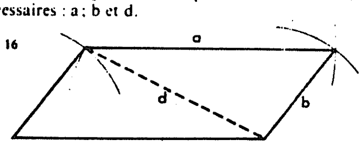
Fig. 15



d) *Utilisation d'une diagonale :*

Ce procédé repose sur le fait qu'un parallélogramme peut être obtenu en juxtaposant, de manière convenable, deux triangles isométriques. Trois données sont nécessaires : a ; b et d.

Fig. 16



Fiche établie par Robert Constant et Michel Sibille.

2.3 L'EVOLUTION D'UN PROBLÈME MATHÉMATIQUE

La réforme sur l'enseignement est loin de faire l'unanimité. Un groupe de pédagogues de très haut niveau s'est penché sur une question qui préoccupe la majorité des futurs instituteurs : "l'évolution d'un problème mathématique". Cette comparaison vous aidera certainement à vous y retrouver.

Enseignement 1960, programme 1945 :

Un paysan vend un sac de pommes de terre pour 100 F, ses frais de production s'élèvent au 4/5 du prix de vente. Quel est son bénéfice ?

Enseignement traditionnel 1970 :

Un paysan vend un sac de pommes de terre pour 100 F, ses frais de production s'élèvent au 4/5 du prix de vente, c'est-à-dire à 80 F. Quel est son bénéfice ?

Enseignement moderne 1970 :

Un paysan échange un ensemble P de pommes de terres contre un ensemble M de pièces de monnaies. Le cardinal de l'ensemble M est égal à 100 et chaque élément $m \in M$ vaut 1 F.

Dessine 100 gros points représentant les éléments de l'ensemble M. Représente l'ensemble B comme un sous-ensemble de M. Donne la réponse à la question suivante : quel est le cardinal de l'ensemble des bénéfices ? (à dessiner en rouge).

Enseignement rénové 1980

Un agriculteur vend un sac de pommes de terre pour 100 F, les frais de production s'élèvent à 80 F et le bénéfice est de 20 F.

Devoir : souligne les mots "pommes de terre" et discutes-en avec ton voisin.

Enseignement réformé 1990

Un péizan kapitalist privilégié sanrichi injustement de 20 F sur un sac de patat, analiz le tekst et recherch les fôte de contenu de gramère d'ortograf de ponctuassion et ensuite di se que tu panse de sète maniaire de sanrichir.

Un groupe de Normaliens de Grenoble - janvier 1985

2.4 LES PROBLÈMES DANS DES LIVRES

ARITHMÉTIQUE SIMPLIFIÉE

— Voyez, achetez les belles pommes bien mûres...

— Elles ne sont pas bien grosses vos pommes.

— Mais pas chères non plus : cinq pour quatre sous !

— Cela fait donc 4 pour 3 sous, 3 pour 2 sous, 2 pour 1 sou et une pour rien. Donnez m'en une !!

IMAGERIE PELLERIN – ÉPINAL

Même Tintin propose des problèmes...

Au cours d'arithmétique : Extrait de la Chronique des Sœurs Missionnaires de N. D. d'Afrique, novembre 1935

Quelques extraits de manuels :

Au cours d'arithmétique

L'enfant noir des bords du Tanganyika — comme beaucoup de ses frères noirs — sait calculer, souvent sans l'avoir appris. Calcul mental et instinctif où la règle d'intérêt... personnel remplace tout barème, supplée au défaut de théories d'arithmétique.

Cette règle très sûre permet d'évaluer, sans erreur possible, la perte et le bénéfice, le dû et l'avoir. L'enfant noir l'applique avec succès dans les menues transactions quotidiennes.

S'il est assez brillant sur ce terrain, il l'est beaucoup moins en classe de calcul.

Nature encore peu cultivée, esprit peu exercé, il répugne à nos procédés laborieux.

A nous, Européens, l'abstraction est familière. Notre écolier, même tout petit, en use inconsciemment lorsqu'il affirme : 2 et 2 font 4.

Pour l'enfant noir, cette abstraction reste d'abord inadmissible. Elle le déconcerte, 2 c'est l'inexistant. Disons-lui : 2 bananes, 2 poissons, 2 chèvres... Voilà du concret, susceptible d'addition et de soustraction, de multiplication, de division. Mais 2 et 2, vraiment ne font rien. Et que signifierait le chiffre 4, aussi vide de valeur à ses yeux que le chiffre 2 ? C'est abstrait, donc ce n'est rien.

Ce trait de mentalité s'observe dans les petites classes, mais aussi dans les grandes.

Tous n'en sont pas pourtant au point de ce tout jeune élève à qui l'on demandait un exemple d'addition. Il trouva ceci : "de la farine avec de l'eau... donnent de la bouillie".

Les fillettes ou grands garçons, habitués de l'école, n'en sont plus à ce tout premier degré. Mais demeure chez eux un dégoût du calcul tel que nous le comprenons, voire même un dédain.

Augustina est une jeune fille très intelligente, très spirituelle et spontanée, ce qui n'enlève rien à ses répugnances pour l'arithmétique.

Dans la classe, où elle est toujours première, on vient d'apprendre — non, il y a longtemps qu'on apprend — on vient de comprendre la multiplication. J'appelle Augustina au tableau noir et lui pose ce problème : "Tu as 6 corbeilles contenant chacune 54 oignons. Combien as-tu d'oignons en tout ?".

A ma grande surprise Augustina répond par cette opération correcte :

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 6 \\ \hline 324 \end{array}$$

Mais elle hésite à énoncer le nombre obtenu.

— "Allons, tu n'as qu'un nombre à lire ; tu ne peux pas te tromper."

— "Ah ! Mama, j'aimerais mieux m'asseoir là, par terre, jusqu'à midi, et compter mes oignons un par un pour être sûre, mais tes chiffres, peuh!..."

L'enseignement du calcul rencontre donc des difficultés. Il convient d'animer la leçon, d'amener l'enfant à vivre son problème. Mais un inconvénient peut se produire : si l'écolier réalise trop le cas proposé, ses solutions risquent d'être inexactes.

C'est que le chiffre, à ses yeux, n'a pas de valeur intrinsèque : seul en possède l'objet qu'on lui associe : ustensile, fruit, animal, etc. Toute l'attention s'y concentre.

Et il diffère, en cela aussi, de l'élève européen, qui discerne dans un problème la partie fictive et accessoire. L'objet proposé lui demeure indifférent ; il s'en désintéresse souvent, le néglige pour s'appliquer à l'exercice de calcul : le point visé, il le sait bien.

Notre écolier des bords du lac n'en est pas là. La "chose" l'intéresse, l'accapare. Il l'apprécie, tient compte de ses particulantes, apporte à l'évaluer sa mentalité de petit indigène. Le barème est imprécis : les usages locaux suggèrent une foule de considérations pratiques qui interviennent et mettent en déroute les données de l'arithmétique. Nos certitudes sont contestées, nos affirmations convaincues d'erreur. Les facteurs de nos 4 opérations n'ont plus rien de stable et l'élève nous présente des solutions concrètement justes, mais dont les quotients laissent rêveur le tableau noir, comme aussi les "restes" inattendus que les chiffres oublient d'indiquer.

Quelques traits :

— Jacqueline, j'ai 9 bananes à partager entre vous 4. Quand j'en aurai donné 2 à chacune de vous, combien en restera-t-il ?

— Zéro, Mama.
— Non... Dis, Anna ?
— Zéro.
— Jeanne ?
— Zéro.
— Non, les enfants, il en restera une.
— Pas chez nous, Mama ; on la partagera et on la mangera.

Un problème :
"J'achète 3 bracelets à 9 pesa chacun. Combien faut-il que je débourse ?"
Une fillette s'informe : "sont-ce des bracelets en ivoire ou bien en imitation ?"

La chose me semble indifférente. Pour donner une réponse, je précise : "en imitation".

La petite calcule : $3 \times 6 = 18$ pesa.
— Mais non... tu te trompes ! 1 bracelet vaut 9 pesa.
— C'est vous qui vous trompez, Mama ; j'en ai acheté un la semaine dernière et je ne l'ai payé que 6 pesa.

J'ai dans ma classe une petite Elisabeth malicieuse, dont les devoirs sont toujours finis très vite parce qu'elle les fait sans soin.

On apprend à multiplier et à diviser par 10, par 100...
"50 bananes pour 10 enfants. Combien pour chacune et combien reste-t-il ?"
Elisabeth trouve tout de suite :
— Pour chacune, 5 : il ne reste qu'un gros tas d'épluchures.

Et difficilement, on admet que "ce gros tas d'épluchures" et autres "restes" semblables soient à négliger dans le calcul. L'invitation à rejeter ce détail de la question laisse un malaise dans l'esprit de l'élève, malaise d'une solution qui n'est pas rigoureusement juste et dont on se méfie un peu.

Ceci se passe dans la classe de garçons. Pour le calcul comme pour l'anglais, je les trouve merveilleux, relativement s'entend. J'excepte Henry qui compte... sur ses doigts de pied.

Ce matin, je dépose sur mon pupitre 3 beaux citrons. Avant de commencer la leçon, je prie mes élèves de vouloir bien m'en débarrasser, la classe finie.
— N'aie pas peur, Mama, nous saurons où les ranger.

Nous en sommes aux fractions et je veux, preuve en mains, leur démontrer d'abord que 10 dixièmes font un entier. Avec mon citron aux 10 tranches, la chose est facile et claire.

— Bon ! Maintenant, ces 10 tranches, ou dixièmes, coupées en deux, me donneront 20 vingtièmes, ce qui est encore un entier. Très clair aussi, n'est-ce pas, enfants ?
— ???

Je suis déçue. Ils ne comprennent pas. Je retourne et renverse l'explication, sans résultat. Les visages noirs s'assombrissent (l'habitude permet de distinguer la nuance) : on chuchote... Pour couper court, j'interroge :
— Pierre, quoi ?
— Mama, si tu coupes nos 10 tranches de citron en 2... le jus qui se perd... ça ne fera plus un entier pour de bon...

Arithmétique (Roger Court) Cours Moyen - Certificat d'études 1925

Comment on résout un problème

PROBLÈME. — *Un ouvrier a économisé 778f dans une année de 365 jours. Il a dépensé en moyenne 2f,80 par jour. Quel était le prix de sa journée de travail, s'il s'est reposé les dimanches et 13 jours de fêtes?* (C.E.P.)

ANALYSE DU PROBLÈME OU RAISONNEMENT. — On demande le gain journalier de l'ouvrier. — Il suffirait de connaître :

1° Le gain annuel; 2° le nombre de jours de travail, car *gain journalier = gain annuel : nombre de jours de travail* (1er problème simple).

A) *Calcul du gain annuel.*

Le gain annuel = les dépenses annuelles (?) + *l'économie annuelle* (778f) (2e problème simple).

Il faut calculer les dépenses annuelles. D'après les données, ces dépenses s'élèvent à 365 fois 2f,80 (3e problème simple).

B) *Calcul du nombre de jours de travail.*

Le nombre de jours de travail = 365 j — le nombre de jours de repos (?) (4e problème simple). Ce dernier comprend les dimanches et les fêtes : 52 j + 13 j (5e problème simple).

Analyser le problème, c'est le décomposer ainsi en une suite de problèmes simples qui permettront d'en calculer la réponse.

SOLUTION DU PROBLÈME :

5° Le nombre des jours de repos est de :

52 j + 13 j = 65 j.

4° Le nombre des jours de travail est de :

365 j — 65 j = 300 j.

3° Les dépenses annuelles s'élèvent à :

2f,80 × 365 = 1 022f.

2° Le gain annuel de l'ouvrier est par suite de :

1 022f + 778f = 1 800f.

1° Et son gain journalier de :

1 800f : 300 = 6f.

OPÉRATIONS :

```
  2,8        1 022
  365          778
 ----       ------
  140        1 800
 168
 84
 -----
 1 022 0
```

Réponse : Cet ouvrier gagnait 6f par jour.

REMARQUE. — Pour résoudre tous les problèmes simples, il a fallu résoudre d'abord le dernier, puis l'avant-dernier, et ainsi de suite, en procédant *dans l'ordre inverse de l'analyse.*

VÉRIFICATION DU RÉSULTAT. — *On s'assurera que le nombre trouvé répond à la question et qu'il n'est point contraire au bon sens. On s'attachera aussi à prévoir, par des opérations mentales faites sur des nombres approchés, quelle peut être environ la réponse.*

1579. — Que coûtent 120 oranges si le marchand en donne 2 pour 0f,25? (C.E.P.)

1580. — 3 ouvriers ont mis 8 jours pour faire un travail. Combien de jours auraient mis, pour faire le même travail, 4 ouvriers; 8 ouvriers?

PROBLÈMES

RÈGLE DE TROIS DIRECTE

1re Série. — 1581. — Un coupon de drap de 12m,80 coûte 153f,60. Combien payera-t on en tout pour deux coupons de la même étoffe ayant l'un 8m,35 et l'autre 9m,55? (C.E.P.)

1582. — Calculer la hauteur d'un poteau dont l'ombre a une longueur de 6m,40, sachant que votre ombre est de 1m,35 et votre taille de 1m,52. (C.E.P.)

1583. — Une servante était louée à l'année, moyennant 450f. Au bout de 7 mois 14 jours, elle cesse son service. Combien lui doit-on? On comptera tous les mois de 30 jours. (C.E.P.)

2e Série. — 1584. — Un terrain de 4a,25 a été vendu 145f. Quelle serait à ce prix la valeur d'un terrain rectangulaire de même qualité, ayant 108m de long sur 82m de large? (C.E.P.)

1585. — Pour 1f, on a 540g d'huile. Combien devra-t-on payer pour une bonbonne de cette huile, sachant que le vase pèse 6kg,23 quand il est vide et 18kg quand il est plein? (C.E.P.)

1586. — Un ouvrier devait faire un travail pour 357f, mais il tombe malade et la besogne est achevée par un autre ouvrier qui reçoit 146f,20 pour 172m. Combien le premier avait-il fait de mètres?

RÈGLE DE TROIS INVERSE

1re Série. — 1587. — 12 maçons ont construit un mur en 5 jours. Combien aurait-il fallu d'ouvriers pour construire ce mur en 3 jours? (C.E.P.)

1588. — Un entrepreneur devait faire paver une route en 14 jours par 44 ouvriers; mais on veut qu'il la fasse paver en 11 jours. Combien devra-t-il prendre d'ouvriers en plus? (C.E.P.)

2e Série. — 1589. — En 20 jours, 15 ouvriers ont fait la moitié d'un ouvrage. A ce moment, 3 d'entre eux quittent l'atelier. Combien les autres mettront-ils de jours pour faire l'autre moitié? (C.E.P.)

1590. — On a employé 34kg de laine pour faire 25m d'un tissu qui a 0m,60 de largeur. Si l'on avait tissé avec cette même quantité de laine un tissu de 0m,75 de largeur, quelle longueur d'étoffe aurait-on obtenue? (C.E.P.)

Calcul mental

EXERCICES

2221. — Dans quelles proportions faut-il mélanger du café à 3f,50 le kilogramme avec du café à 4f,50 pour obtenir du café à 4f le kilogramme?

2222. — Un épicier a du café à 3f,80 le kilogramme et du café à 4f,30 le kilogramme. Dans quelle proportion doit-il les mélanger pour obtenir du café à 4f le kilogramme?

2223. — Un débitant a du vin à 0f,45 le litre et du vin à 0f,65 le litre. Combien de litres de chaque qualité doit-il prendre pour obtenir 200l d'un vin lui revenant à 0f,50 le litre?

2224. — Quelle quantité de riz à 0f,60 le kilogramme faut-il mélanger à 60kg de riz à 0f,80 le kilogramme pour obtenir du riz valant 0f,75 le kilogramme?

PROBLÈMES

2225. — Dans quelles proportions faut-il mélanger de la farine à 38f le quintal et à 29f,50, pour obtenir un mélange qui revienne à 36f le quintal? (C.E.P.)

2226. — Combien faut-il prendre de café à 4f,20 le kilogramme et de café à 3f,50 le kilogramme pour obtenir, en les mélangeant, 210kg de café à 3f,90 le kilogramme? (C.E.P.)

2227. — Combien faut-il ajouter d'huile d'œillette, valant 1f,80 le kilogramme, à 38kg d'huile d'olive valant 2f,50 le kilogramme, pour obtenir une huile valant 2f,30 le kilogramme? (C.E.P.)

2228. — On mélange du nitrate de soude garanti à 15 0/0 d'azote au prix de 25f le quintal avec du sulfate d'ammoniaque garanti à 20 0/0 d'azote au prix de 40f. Comment devra-t-on faire ce mélange pour que le quintal d'engrais revienne à 30f, et quel sera le prix de revient du kilogramme d'azote du mélange? (C.E.P.)

2229. — On a de l'eau-de-vie à 1f,95 le litre et de l'eau-de-vie à 2f,75 le litre. Si l'on prend 72l de la première combien faudra-t-il prendre de litres de la deuxième pour obtenir un mélange revenant à 245f l'hectolitre?

2230. — Un débitant a du vin à 0f,40 et à 0f,60. Il veut faire un mélange pour une barrique de 228l de manière que cette barrique lui revienne à 114f. Combien devra-t-il prendre de litres de chaque espèce? (C.E.P.)

2231. — Un négociant a des vins à 0f,55 et à 0f,75 le litre. Il veut en faire un mélange de 240l de manière qu'en le vendant 0f,70 le litre, il réalise un bénéfice de 12 0/0 sur le prix d'achat. Combien doit-il prendre de litres de chaque sorte? (C.E.P.)

2232. — Avec du café à 4f,50 et du café à 6f le kilogramme, on a fait un mélange de 100kg qui a été vendu 612f et a donné un bénéfice de 20 0/0 sur le prix de revient. Combien y avait-il de kilogrammes de chaque espèce dans le mélange? (C.E.P.)

UN PROBLÈME DU BREVET SUPÉRIEUR MATHÉMATIQUES

Problème — Un cultivateur a vendu, au prix de 25 F le quintal, les $\frac{16}{25}$ du blé contenu, à la hauteur de 1,25 m, dans un grenier à parois verticales, dont la base est un trapèze. Pour le payement, l'acheteur lui a remis un billet à 3 mois 18 jours d'échéance. Ce billet a été aussitôt présenté à un banquier qui a retenu l'escompte commercial au taux de 6 % l'an et versé le surplus.

Si la somme reçue était en monnaie de billon, le cuivre qu'elle contiendrait pourrait être tranformé en un corps rectangulaire de 37 cent. sur 18 cent. et 15 cent.

Calculer les dimensions du font du grenier, sachant que la petite base est les $\frac{2}{3}$ de la grande et que la hauteur est égale aux $\frac{4}{5}$ de la somme des bases que le poids spécifique du cuivre 8,8 ; que l'hectolitre de blé pèse 75 kilog ; que le monnaie de bronze est composée de 95 parties de cuivre pour 4 d'étain et 1 de zinc.

Certificat d'études primaires supérieures — Seine

R — 2,95 m — 1,97 m — 3,94 m ou mieux : 3 m, 2 m et 4 m.

Arithmétique par E. Martin - Inspecteur Primaire livre du maître - Delagrane

NOTE

SUR LA RÉSOLUTION DES PROBLÈMES

Ce qu'on entend par analyse d'un problème. — Un problème est une question d'application relative à une règle mathématique (partages égaux, surfaces) ou à une règle pratique consacrée par l'usage (bénéfice, loyer), question enveloppée ou compliquée par des données accessoires, variables selon les cas multiples de la vie courante.

Résoudre un problème, c'est donc :

1° découvrir la règle, toujours simple à l'école primaire élémentaire, qui en fait le fond;

2° déterminer les nombres que cette règle doit combiner;

3° effectuer les calculs qu'entraîne son application. Ex. :

720. *Un marchand épicier a acheté au prix de 138 fr. une balle de café de 50 kg. La torréfaction de ce café lui coûte 0 fr. 06 par kilog. et en diminue le poids de* $\frac{1}{5}$. *Combien doit-il vendre le kilog. de café torréfié pour réaliser un bénéfice de 15 fr. ?*

1° En considérant l'objet de la réponse demandée, on trouve vite que le prix de vente du kilogramme de café torréfié est égal au quotient du prix total de vente par le nombre de kilogrammes vendus.

2° Ces deux nombres sont inconnus : il faut les déterminer à l'aide des éléments numériques *donnés* dans l'énoncé. Or le prix total de vente est égal au prix d'achat, augmenté du prix de la torréfaction et du montant du bénéfice projeté, tous nombres *connus* ou visiblement faciles à connaître; le nombre de kg. de café vendus vaut les $\frac{4}{5}$ du nombre *donné* de kg. de café vert achetés.

3° Les calculs à faire seront donc les suivants :

138 fr. $+$ 0 fr. 06 $\times$ 50 $+$ 15 fr. $=$ 156 fr. (prix de vente total)

50 kg. $\times \frac{4}{5} =$ 40 kg. (nombre de kg. vendus)

156 fr. : 40 $=$ 3 fr. 90 (prix de vente dû kg.).

Partir ainsi de l'inconnue du problème; examiner les attaches qu'elle présente avec les données de l'énoncé; déterminer, d'après cela, les opérations de calcul nécessaires pour aller de celles-ci à celle-là, c'est faire l'*analyse* ou le *raisonnement* du problème.

Combiner les données numériques de l'énoncé dans l'ordre établi par l'analyse, effectuer les opérations ainsi légitimées, trouver par suite le nombre qui forme la réponse, c'est faire la *synthèse* ou la *solution* du problème.

Le raisonnement et la solution suivent une marche inverse : l'un part de la réponse qu'il lie aux données, l'autre part des données et aboutit à la réponse.

L'explication totale du problème ci-dessus se ferait donc dans la forme suivante.

RAISONNEMENT

Le prix de vente du kilogramme de café grillé est égal au quotient du prix de vente total par le nombre de kg. vendus.

Le prix de vente total équivaut au prix d'achat, plus le prix de la torréfaction, plus le bénéfice à réaliser.

Le prix de la torréfaction est égal au prix par kg. multiplié par le nombre de kg.

Le nombre de kg. de café grillé vendus est les $\frac{4}{5}$ du nombre de kg. de café vert achetés.

SOLUTION

Poids de café torréfié vendu : 50 kg. $\times \frac{4}{5} =$ 40 kg.

Prix de la torréfaction : 0 fr. 06 $\times$ 50 = 3 fr.
Prix de vente total : 138 fr. + 3 fr. + 15 fr. = 156 fr.
Prix de vente du kg. de café torréfié : 156 fr. : 40 = 3 fr. 90.

Rép. : **3 fr. 90.**

But de l'analyse. — L'analyse d'un problème substitue, en général, au problème étudié, un ou plusieurs problèmes élémentaires immédiatement solubles pour l'enfant. Ainsi au problème initial traité plus haut, nous avons substitué deux problèmes plus simples : 1° calcul du prix de vente d'une marchandise dont on donne le prix d'achat, le bénéfice correspondant, le montant des frais de préparation par kg. et le nombre de kg. ; 2° calcul de la valeur que prend un nombre donné quand on le diminue de son $\frac{1}{5}$.

En général, la régression analytique qui défriche et dénoue un problème, révèle que la réponse D, par exemple, nécessite l'emploi de plusieurs nombres C, B, A... donnés ou faciles à déterminer avec les données de l'énoncé. L'enfant qui commence à étudier un genre de problèmes ne peut comprendre d'emblée la série des opérations donnant A, B, C et par suite D. La méthode logique qu'il doive suivre, en général, n'est-elle pas alors de lier sûrement D à C, puis à B et A, de déduire alors la suite des opérations mécaniques à effectuer plutôt que d'aller immédiatement de A vers D par une voie fausse ou tout au moins hasardeuse ? L'analyse du problème n'est-elle pas l'opération raisonnée de l'esprit qui, considérant le but à atteindre, recherche et fixe au préalable les étapes à franchir au lieu de cheminer à l'aventure ou à la remorque d'un guide complaisant ? Elle entraîne donc l'enfant à faire sortir la réponse de la combinaison rationnelle des données du problème ; elle façonne son esprit au raisonnement rigoureux et fécond.

L'analyse écrite dans les problèmes. — Certains maîtres, pour obliger l'enfant à désarticuler et à bien comprendre le mécanisme des problèmes, exigent de lui couramment une *analyse écrite* ou *raisonnement* qui précède et prépare la solution numérique proprement dite. Cette analyse écrite peut revêtir plusieurs formes, qui se ramènent aux trois suivantes, appliquées au problème 720.

I

Le prix de vente du kilogramme de café grillé est égal au quotient du prix de vente total par le nombre de kg. vendus.

Le prix de vente total équivaut au prix d'achat, plus le prix de la torréfaction, plus le bénéfice à réaliser.

Le prix de la torréfaction est égal au prix par kg. multiplié par le nombre de kg.

Le nombre de kg. de café grillé vendus est les $\frac{4}{5}$ du nombre de kg. de café vert achetés.

II

$$\text{Prix de vente du kg.} = \frac{\text{prix de vente total}}{\text{nombre de kg. vendus}}.$$

Prix de vente total
$= \text{prix d'achat} + \text{prix de la torréfaction} + \text{bénéfice}$
$= \text{prix d'achat} + \text{prix de la tor. par kg.} \times \text{nomb. de kg.} + \text{bén.}$

Nombre de kg. vendus $= \frac{4}{5}$ du nombre de kg. de café vert.

III

$$\text{Prix de vente du kg.} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Prix de vente total.} \left\{ \begin{array}{c} \text{Prix d'achat.} \\ + \\ \text{Prix de la torréfaction.} \left\{ \begin{array}{c} \text{Prix par kg.} \\ \times \\ \text{Nombre de kg.} \end{array} \right. \\ + \\ \text{Bénéfice.} \end{array} \right. \\ : \\ \text{Nombre de kg. vendus.} = \text{nombre de kg. achetés} \times \frac{4}{5}. \end{array} \right.$$

Emploi de l'analyse. — L'explication *écrite* de l'analyse d'un problème en allonge parfois singulièrement la solution et exige un temps considérable.

Il est possible de la condenser, de la limiter même à l'énoncé de la règle essentielle qui forme le fond du problème : le devoir écrit, ainsi raccourci, révèle cependant l'effort raisonné et personnel de l'enfant, que le maître tient surtout à constater. Dans le cas particulier qui nous occupe, l'analyse écrite se ramènerait alors simplement à cette phrase :

Le prix de vente du kg. de café est égal au quotient du prix de vente total par le nombre de kg. de café grillé obtenus et vendus.

Il est possible encore assez souvent d'insérer les données numériques dans l'analyse écrite, de manière à écourter ou même à supprimer la solution proprement dite. En procédant ainsi, notre explication écrite du précédent problème se traduirait comme suit :

SOLUTION RAISONNÉE

Le prix de vente du kg. est égal au quotient du prix de vente total par le nombre de kg. vendus. Le prix de vente total se compose

du prix d'achat.		**138 fr.;**
du prix de la torréfaction :	**0 fr. 06 $\times$ 50 $=$**	**3 fr.;**
du bénéfice.		**15 fr.**
	En tout.	**156 fr.**

Le nombre de kg. vendus est : $50 \times \frac{4}{5} = 40$.

Le prix cherché équivaut donc à : 156 fr. : 40 $=$ 3 fr. 90.

Rép. : 3 fr. 90.

Développée tout au long, réduite à sa partie essentielle ou incorporée à la solution proprement dite, l'analyse *écrite* d'un problème, par sa forme rigoureuse, offre une difficulté très réelle aux enfants du cours moyen et ne peut guère être exigée d'eux couramment.

D'ailleurs, pratiquement, l'analyse d'un problème n'est surtout utile que parce qu'elle conduit sûrement à la résolution numérique de celui-ci, à la synthèse de la réponse, pourrait-on dire. Quand un enfant a bien décomposé et bien saisi le mécanisme de deux ou trois problèmes d'une même série, est-il vraiment utile de lui faire analyser par écrit et même oralement tous les autres problèmes de cette même série ? L'idéal, en l'espèce, n'est-il pas de l'amener rapidement à comprendre l'agencement constant des opérations spécial à un problème type, pour l'appliquer sans difficulté aux problèmes dérivés ; de contrôler, de temps en temps, par une question posée à l'improviste, par un problème de revision, qu'il a toujours l'intelligence du petit formulaire arithmétique dont on l'a déjà pourvu ?

Ce qu'il faut surtout éviter de lui laisser croire, c'est que l'analyse est une nouvelle sorte de mécanisme dont la manœuvre régulière et uniforme conduit sans grand effort à la résolution de tous les problèmes. Beaucoup de problèmes, en effet, résistent à cette régression analytique élémentaire et le plus souvent dichotomique, accessible à la généralité des enfants du cours moyen ; leur résolution implique la découverte d'une relation peu apparente entre certaines grandeurs énumérées dans l'énoncé et exige une analyse délicate et difficile. Ils s'expliquent mieux si on les traduit par un exemple concret (partages inégaux, nombres semblables), ou si on donne d'emblée la façon de les résoudre qu'on applique et justifie ensuite (problèmes de substitution, de double achat et de double vente).

Il suffit donc, en somme, à notre avis :

1° d'entraîner souvent les enfants, surtout dans les débuts du cours moyen, à faire l'analyse orale des problèmes : les problèmes sur les quatre opérations se plient, en effet, généralement bien à la méthode d'analyse ;

2° de leur en faire faire l'analyse écrite précédant la solution, de temps à autre seulement et sur l'indication expresse du maître ; celui-ci saura choisir les questions se prêtant à une analyse simple, déterminer le moment opportun pour éprouver le raisonnement de l'enfant et se rendre compte s'il garde son élasticité ou se fige en des formules mécaniques, commodes autant que peu comprises.

Nous donnons ci-après, à titre d'indication, quelques exemples variés de solutions raisonnées par l'analyse.

279. *Dans une famille, le père gagne 5 fr. par jour, la mère 3 fr. et le fils 2 fr. Quel est le gain annuel pour 312 jours de travail?*

RAISONNEMENT

Le gain annuel est égal au gain journalier multiplié par le nombre de jours de travail.

Le gain journalier est la somme des gains journaliers du père, de la mère et du fils.

SOLUTION

Gain journalier de la famille : 5 fr. + 3 fr. + 2 fr. = 10 fr.
Gain annuel : 10 fr. × 312 = 3 120 fr.

Rép. : **3 120** fr.

304. *J'achète 3 m. 80 d'étoffe à 9 fr. 75 le mètre; 3 chemises à 6 fr. 05 l'une et un gilet de flanelle. Je donne 60 fr., sur lesquels on me rend 1 fr. 25. Combien me coûte le gilet de flanelle?*

RAISONNEMENT

Le prix du gilet de flanelle est la différence entre la somme que j'ai payée d'une part et le prix total de l'étoffe des chemises d'autre part.

SOLUTION

Prix de l'étoffe : 9 fr. 75 × 3,8 = 37 fr. 05.
Prix des chemises : 6 fr. 05 × 3 = 18 fr. 15,
soit, en tout : 37 fr. 05 + 18 fr. 15 = 55 fr. 20.
Prix d'achat total : 60 fr. — 1 fr. 25 = 58 fr. 75.
Prix du gilet de flanelle : 58 fr. 75 — 55 fr. 20 = 3 fr. 55.

Rép. : **3** fr. **55**.

341. *Paul et Jean se partagent également l'héritage de leur père. Le premier obtient une somme de 12 600 fr.; le second, une prairie rectangulaire de 90 mètres de large* *sur 400 mètres de long. A combien estime-t-on l'are de cette prairie?*

RAISONNEMENT

Le prix de l'are est le quotient de la valeur totale de la prairie par le nombre d'ares qu'elle contient.

La valeur de la prairie est égale à la somme échue à Paul.

Sa surface en ares s'obtient en divisant par 100 le produit obtenu en multipliant les nombres qui mesurent sa longueur et sa largeur en mètres.

SOLUTION

Surface de la prairie, en mètres carrés : $400 \times 90 = 36\,000$,
soit, en ares : $36\,000 : 100 = 360$.
Valeur de l'are : 12 600 fr. : 360 = 35 fr.

Rép. : **35** fr.

379. *On a acheté 17 pièces de drap d'égale longueur, à 7 fr. 25 le mètre. En revendant ce drap 10 fr. 50 le mètre, on a gagné 497 fr. 25. Quelle était la longueur de chaque pièce?* (*C. E. Nièvre.*)

RAISONNEMENT

La longueur de chaque pièce s'obtient en divisant la longueur totale des pièces par leur nombre, qui est donné.

La longueur totale des pièces, en mètres, est égale au quotient du bénéfice total par le bénéfice sur un mètre.

Le bénéfice sur un mètre est la différence entre son prix d'achat et son prix de vente.

SOLUTION

Bénéfice fait sur un mètre : 10 fr. 50 — 7 fr. 25 = 3 fr. 25.
Nombre de mètres vendus : $497{,}25 : 3{,}25 = 153$.
Longueur de chaque pièce de drap : 153 m : 17 = 9 m.

Rép. : **9** m.

401. *24 hommes peuvent faire un travail en 18 journées de 9 heures de travail; on voudrait que cet ouvrage fût terminé en 8 jours par 36 ouvriers. Combien d'heures doivent-ils travailler par jour?*

(*C. E. Paris.*)

RAISONNEMENT

Le nombre d'heures à faire chaque jour par la 2e équipe s'obtiendra en divisant le nombre total d'heures de travail que nécessite l'ouvrage par le nombre de journées d'ouvriers faites.

Le nombre total d'heures est égal à celui qu'a fait la 1re équipe d'ouvriers.

Le nombre de journées que fera la 2e est le produit du nombre de journées que fera chaque ouvrier par le nombre d'ouvriers.

SOLUTION

Nombre d'heures de travail faites par les 24 ouvriers en une journée : $9 \times 24 = 216$.
Nombre d'heures de travail que nécessite l'ouvrage ;

$$216 \times 18 = 3\,888.$$

36 ouvriers en 8 jours ont fait :

$$8 \text{ journées} \times 36 = 288 \text{ journées.}$$

Pour faire l'ouvrage en question, ils devront travailler chaque jour : $3\,888$ h. : $288 = 13$ h. $\frac{1}{2}$.

Rép. : **13 h. $\frac{1}{2}$.**

454. *J'achète 24 m. de drap pour 378 fr. ; j'en revends 6 m. pour 79 fr. 50. Combien dois-je revendre le mètre de ce qui reste pour faire un bénéfice de 48 fr. ?*

RAISONNEMENT

Le prix du mètre, dans la 2e vente, sera égal au montant de cette vente divisé par le nombre de mètres vendus.

Le nombre de mètres vendus est la différence entre le nombre de mètres achetés et le nombre de mètres écoulés dans la 1re vente.

Le montant de la 2e vente s'obtiendra en retranchant le montant de la 1re vente du prix de vente total du drap, qui est la somme du prix d'achat total et du bénéfice total.

SOLUTION

Prix de vente total : 378 fr. + 48 fr. = 426 fr.
Montant de la 2e vente : 426 fr. — 79 fr. 50 = 346 fr. 50.
Nombre de mètres vendus dans cette 2e vente : $24 - 6 = 18$.
Prix de vente d'un mètre : 346 fr. 50 : 18 = 19 fr. 25.

Rép. : **19 fr. 25.**

431. *Une pièce d'étoffe a 40 m. de long et 0 m. 50 de*

large. On l'avait achetée 3 fr. le mètre courant et on la revend 7 fr. 25 le mètre carré. Combien a-t-on gagné?
(*C. E. Manche.*)

RAISONNEMENT

Le gain est égal à la différence entre le prix de vente et le prix d'achat.

Le prix de vente s'obtient en multipliant le prix du m² par le nombre de m² vendus, c'est-à-dire par le produit des nombres qui mesurent, en mètres, la longueur et la largeur de la pièce.

Le prix d'achat est égal au produit du prix d'achat du mètre par le nombre de mètres de la pièce.

SOLUTION

Prix d'achat de la pièce : 3 fr. $\times$ 40 = 120 fr.
Surface de la pièce, en mètres carrés : 40 $\times$ 0,5 = 20.
Prix de vente : 7 fr. 25 $\times$ 20 = 145 fr.
Bénéfice : 145 fr. — 120 fr. = 25 fr.

Rép. : 25 fr.

513. *Une marchande achète 76 m. de drap à 11 fr. 50 le mètre. Elle en emploie le $\frac{1}{8}$ pour habiller ses enfants. Combien doit-elle vendre le mètre de ce qui lui reste pour rentrer dans ses débours, et, de plus, gagner 190 fr.?*
(*C. E. Loire.*)

RAISONNEMENT

$$\text{Prix de vente du mètre} = \begin{cases} \text{Prix de vente total.} \left\{ \begin{array}{c}\text{Prix d'achat} \left\{\begin{array}{c}\text{Prix d'achat du mètre}\\ \times\\ \text{nombre de m.}\end{array}\right. \\ + \\ \text{bénéfice.}\end{array}\right. \\ : \\ \text{Nombre de mètres vendus.} \left\{ \begin{array}{c}\text{Nombre de mètres achetés}\\ \text{diminué}\\ \text{de son huitième.}\end{array}\right.\end{cases}$$

SOLUTION

Prix d'achat du drap : 11 fr. 50 $\times$ 76 = 874 fr.
Prix de vente total de ce qui lui reste :
874 fr. + 190 fr. = 1 064 fr.
Nombre de mètres utilisés pour habiller les enfants :
76 : 8 = 9,5.

Nombre de mètres vendus : 76 — 9,5 = 66,5.
Prix de vente du mètre : 1 064 fr. : 66,5 = 16 fr.

Rép. : **16** fr.

523. *Un marchand de grains a vendu 9 030 fr. du blé qu'il avait acheté 8 055 fr. Trouver le nombre d'hectolitres vendus, sachant qu'il a gagné 3 fr. 25 par quintal et que l'hectolitre pesait 75 kg.*

(C. E. Oise.)

RAISONNEMENT

Nombre d'hl. vendus $= \dfrac{\text{bénéfice total}}{\text{bénéfice par hl.}}$
Bénéfice total = prix de vente — prix d'achat.
Bénéfice par hl. = bénéfice par kg. × 75.

SOLUTION

Bénéfice sur la vente : 9 030 fr. — 8 055 fr. = 975 fr.
Bénéfice par kg. : 3 fr. 25 : 100 = 0 fr. 0325.
Bénéfice par hectolitre : 0 fr. 0325 × 75 = 2 fr. 4 375.
Nombre d'hectolitres vendus : 975 : 2,4 375 = 400.

Rép. : **400** hl.

583. *Je gagne 180 fr. par mois. Je possède en outre un capital de 18 000 fr. placés à 3 fr. 75 0/0. Sachant que j'économise tous les ans 750 fr., quelle est ma dépense annuelle ?*

SOLUTION RAISONNÉE

Ma dépense annuelle s'obtiendra en retranchant mes économies, soit 750 fr., de mon revenu annuel. Ce revenu se compose
de mon traitement annuel ou : 180 fr. × 12 = 2 160 fr. :
de l'intérêt annuel de mon capital ou : 3 fr. 75 × 180 = 675 fr. ;
en tout . . . . 2 835 fr.
La dépense s'élève donc à : 2 835 fr. — 750 fr. = 2 085 fr.

Rép. : **2 085** fr.

850. *Une propriété est ensemencée, la $\frac{1}{2}$ en blé, le $\frac{1}{3}$ en pommes de terre et le reste en maïs ; il y a 15 ares de plus en blé qu'en pommes de terre. Quel est le rapport* *total de la propriété, sachant que l'are donne en moyenne 1 fr. 35 de revenu net?*

(*C. E. Haute-Vienne*).

SOLUTION RAISONNÉE

Le rapport total de la propriété est le produit du revenu par are, soit 1 fr. 35, par le nombre d'ares qu'elle renferme.

Or ce nombre d'ares est tel que sa $\frac{1}{2}$ diminuée de son $\frac{1}{3}$, ou $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$, vaut 15 a. Il est donc : 15 a. $\times 6 = 90$ a.

Le rapport de la propriété est, par suite : 1 fr. 35 $\times 90 = 121$ fr. 50.

Rép. : 121 fr. 50.

1740. *Une voiture part avec une vitesse de 11 km. par heure. On envoie à sa poursuite un courrier qui fait 300 m. par minute et qui la rejoint au bout de 2 h. 23 m. Quelle était la différence des heures de départ?*

SOLUTION RAISONNÉE

La différence des heures de départ s'obtiendra en retranchant la durée du trajet du courrier, soit 2 h. 23 m., de la durée du trajet de la voiture.

Cette durée s'obtient en divisant par 11 le nombre de km. faits par la voiture, qui égale le nombre de km. parcourus par le courrier et qui est : $0{,}3 \times (60 \times 2 + 23) = 42{,}9$.

Durée cherchée : $42{,}9 : 11 = 3$ h. 54 m.

Le courrier est donc parti :

3 h. 54 m. — 2 h. 23 m. = 1 h. 31 m. après la voiture.

Rép. : 1 h. 31 m.

Le rôle de l'Instituteur dans la société moderne

DISCOURS PRONONCÉ PAR M. BAYET

Directeur de l'enseignement primaire, au banquet de l'Association des anciens élèves de l'Ecole normale d'instituteurs de la Seine

Au dernier banquet de l'Association, des anciens élèves de l'Ecole normale de la Seine, M. Bayet, directeur de l'Enseignement primaire au ministère de l'Instruction publique, a prononcé un très remarquable discours. Nous en extrayons le passage suivant où il a défini avec un rare bonheur d'expression et une grande élévation la mission sociale de l'instituteur.

"Je suis un nouveau venu parmi vous, et je n'ai aucun titre à votre confiance : la plus grande partie de ma carrière s'est faite dans les facultés. Mais, du moins, je puis vous dire que je n'ai jamais eu une conception égoïste et stérile de la science, et que j'ai toujours cru qu'elle devait se proposer, non pas seulement la recherche de la vérité, mais le bien général. Je crois que tous ceux qui sont appelés à enseigner au nom de l'Etat, le stagiaire qui débute et qui apprend à lire aux enfants dans l'humble école du hameau et le savant qui professe à la Sorbonne et au Collège de France, tous contribuent à la grandeur nationale, tous doivent sentir la solidarité qui les unit : comme les soldats qui marchent à la bataille, si vous me permettez cette familière comparaison, ils doivent se sentir les coudes et serrer les rangs.

Dans cette œuvre commune, — et je serais désolé que vous crussiez à une sorte de compliment banal — dans cette œuvre commune, la tâche de l'instituteur m'apparaît comme la plus grande et la plus belle. En effet, c'est lui qui est en contact direct, constant, avec le peuple : c'est donc lui qui doit former notre démocratie, qui doit façonner son âme, qui doit lui donner le sentiment de ses droits et de ses devoirs, et je dirai de ses devoirs encore plus que de ses droits. La démocratie de demain sera ce que l'Instituteur l'aura faite, et c'est un fait digne de remarque qu'à mesure que la République s'est affermie dans notre pays, à mesure qu'elle a poussé dans le sol des racines plus profondes, l'action de l'Instituteur s'est étendue et fortifiée. Toutes les fois qu'il s'agit de bien faire, on se tourne vers l'Instituteur. Nous venons d'en voir un exemple bien instructif. Il y a deux ans, on constatait que l'œuvre scolaire serait irrémédiablement compromise, si elle s'arrêtait aux limites de l'école, si, sorti de l'école à onze, douze ou treize ans, l'enfant, à l'âge où précisément sa formation intellectuelle et morale s'achève, était en quelque sorte intellectuellement et moralement abandonné. On s'est dit que l'école devait se doubler de ce qu'on a appelé, car le mot n'est pas de moi, "l'école prolongée". Et dès qu'il a été question de relever les cours d'adultes, dès qu'un appel a été fait aux Instituteurs, immédiatement, sur tous les points de la France, les bonnes volontés se sont affirmées. L'Instituteur a sacrifié ses loisirs, son repos, à cette tâche nouvelle qui ne lui était pas imposée, mais pour laquelle on faisait simplement appel à son dévouement. Et cela, il l'a fait de lui-même, sans l'espoir d'une amélioration, ni d'une récompense matérielle. Messieurs, je suis fier de l'exemple qu'ont ainsi donné les Instituteurs français, et je suis heureux de saisir cette occasion pour les en remercier tous publiquement. Du reste, en bien des occasions, l'action de l'Instituteur peut encore s'affirmer. Il lui appartient de répandre autour de lui les idées justes, les sentiments généreux, et non pas seulement parmi les enfants et les adultes, mais parmi les hommes. Je voudrais que, dans chaque commune ou fraction de commune, l'Instituteur fût pour tous un ami, un conseiller écouté, respecté et aimé."

D'autres **AIDES PEDAGOGIQUES**
rédigées par la Commission Permanente des IREM pour l'Ecole Elémentaire (COPIRELEM) sont disponibles.

Elem-Math I - 56 pages - 7,50 F

Elem-Math II - 56 pages - 9,50 F

Elem-Math III - 100 pages - 17,10 F
La division à l'école élémentaire

Elem-Math IV - 64 pages - 16,10 F
Aides pédagogiques pour le cours préparatoire

Elem-Math V - 192 pages - 25,10 F
Aides pédagogiques pour le cours élémentaire

Elem-Math VI - 64 pages - 12,50 F
Le triangle à l'école élémentaire

Elem-Math VII - 116 pages - 32,10 F
Aides pédagogiques pour le cycle moyen (1. géométrie)

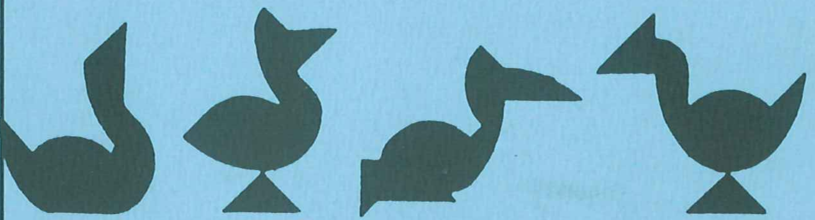
Elem-Math VIII - 184 pages - 45,10 F
Aides pédagogiques pour le cycle moyen (2. nombres décimaux)

"La COPIRELEM a pour objectif de centraliser et coordonner les différentes actions des IREM au niveau de l'Ecole Elémentaire. Elle organise chaque année un colloque ouvert aux différents formateurs des instituteurs. Elle rédige des documents qui s'adressent aux professeurs d'Ecole Normale ou aux instituteurs pour la formation des maîtres ou la formation des élèves".

Pour commander s'adresser à :

A.P.M.E.P.
26, rue Duméril 75013 PARIS
tél. (1) 43.31.34.05

A.P.M.E.P. - BROCHURE - A.P.M.E.P.



Activités Mathématiques au Collège

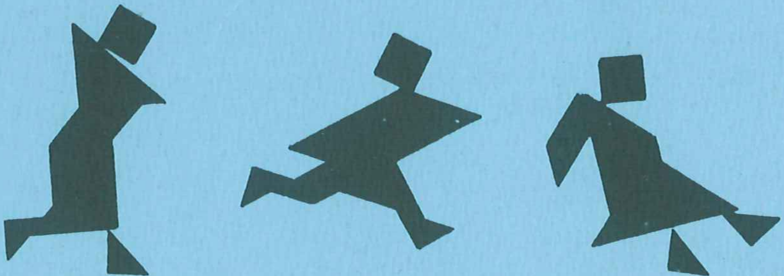
Tome II (1986)

Ce document de 40 pages, publié par la **Commission A.P.M.E.P. 1er cycle,** nous propose des pistes explorées par des collègues qui nous font part de leurs expériences.

Des pistes que nous pourrons reprendre à notre tour car elles tiennent compte de l'esprit des nouveaux programmes.

Sommaire :

- Représentations graphiques au 1er cycle
- Activités géométriques en sixième : le tangram
- Améliorons nos pratiques : quelques réflexions sur les formulations diverses d'un exercice
- Les pamplemousses
- Les cocottes



A.P.M.E.P. - BROCHURE - A.P.M.E.P.

2-902680-40-6