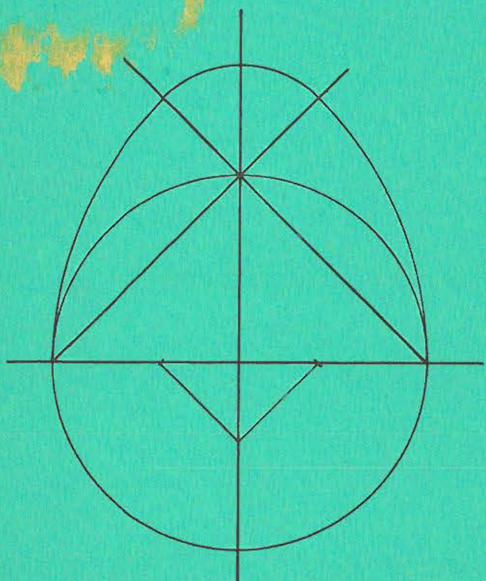
ISSN 0291-5709

Activités mathématiques premier cycle -1986-

Représentations graphiques



Publication de l'A.P.M.E.P.
(Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) - N° 63 - 1986

Si vous voulez savoir ce qu'est

l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

voyez page 2.

Si vous voulez adhérer à l'A.P.M.E.P., lui commander des brochures, écrivez à :

Secrétariat de l'A.P.M.E.P.
26 rue Duméril, 75013 PARIS

Sommaire

SOMMAIRE

QU'EST-CE QUE L'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe près de 13 000 enseignants concernés par les mathématiques (''de la Maternelle à l'Université'').

Les maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux, ''de la Maternelle à l'Université'', mettent en commun leurs expériences pédagagiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique. Ils ont défini leurs objectifs dans la Charte de Caen*, en particulier sur les finalités de l'enseignement, l'expérimentation pédagogique, la formation des maîtres. En s'appuyant sur les idées contenues dans cette Charte*, ils conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies, (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : Fin de 3^{e}, Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

---

* et dans le Texte d'Orientation 1978.

Avant propos

De nouveaux programmes sont entrés en vigueur en sixième à la rentrée 86.

Quelle que soit l'opinion de chacun sur les changements de contenus et sur le peu d'expérimentation de cette réforme, les membres de la Commission 1^er^ cycle de l'A.P.M.E.P. ne peuvent qu'être favorables aux instructions concernant les méthodes. Depuis de nombreuses années, des collègues ont essayé de développer l'activité de leurs élèves, de les habituer à chercher, déjà bien conscients qu'"il est indispensable que les connaissances aient pris du sens pour l'élève à partir des questions qu'il s'est posées et qu'il sache les mobiliser pour résoudre des problèmes."

Mais bien souvent nous en restons au stade de l'envie de changement, notre imagination nous faisant défaut et les livres ne nous aidant que peu dans ce sens.

De nombreuses équipes ont déjà fait paraître les travaux qu'elles avaient effectués dans ce sens dans le cadre de l'A.P.M.E.P. et de l'IREM. Mais pour nous l'A.P.M.E.P. doit être un lieu de communication, d'information entre les collègues. La mise en place d'un centre serveur télématique a bien été créé avec ce souci.

Les brochures gardent leur place dans cette perspective en nous présentant des séquences de travail, longues parfois, accompagnées de leur déroulement dans la classe. C'est pourquoi la Commission 1^er^ cycle A.P.M.E.P. consacre une partie de son travail à rassembler les documents que les collègues acceptent de lui faire parvenir.

Mais pour que l'information circule, il faut la recevoir. Nous espérons, donc, que tous ceux qui ont tenté ou qui vont tenter de transformer leurs méthodes d'enseignement nous feront partager leur expérience.

G. LEVEILLÉ
Responsable Commission 1^er^ cycle

Représentations graphiques 1er cycle

par Yves Joyeux

Avertissement

Les statistiques sont source d'activités pluridisciplinaires qui permettent d'aborder les contenus mathématiques suivants :

- réinvestissement de la proportionnalité,
- approche de représentations graphiques différentes,
- révisions de géométrie plane,
- calculs dans **D**.

De nombreux travaux ont été publiés sur ce sujet par des IREM (Bordeaux, Rennes,...). Citons également la brochure I.N.R.P. n° 101 "Mathématique au quotidien dans les collèges."

Ces exemples peuvent être adaptés en fonction des centres d'intérêt locaux ; voici l'un d'entre eux.

Les crues de la Charente

Pour plusieurs agglomérations arrosées par la Charente, la fin de l'année 1982 fut catastrophique. En effet, à la suite de pluies diluviennes, la Charente, à Saintes et en amont de Saintes, a atteint des niveaux records.

La documentation suivante a été établie d'après des documents originaux de la Direction Départementale de l'Equipement.

Toutes les hauteurs des crues ont été ramenées, pour des raisons de commodité, au Nivellement Général de la France (N.G.F.).

Les travaux ont été menés selon les idées directrices suivantes :

- Lecture d'un tableau numérique. Utilisation de ce tableau pour en donner une représentation graphique.

• Etablir un tableau numérique à partir d'une représentation graphique. Donner plusieurs représentations graphiques d'une même situation.

• Exercice ouvert de représentation graphique (libre choix des unités et des modalités de représentation).

• Exploitations possibles (non présentées ici) :
— Evaluation quantitative de l'eau tombée.
— Problèmes posés par l'évacuation de cette eau (débit de la Charente au Pont Palissy de Saintes).

Activités proposées aux élèves

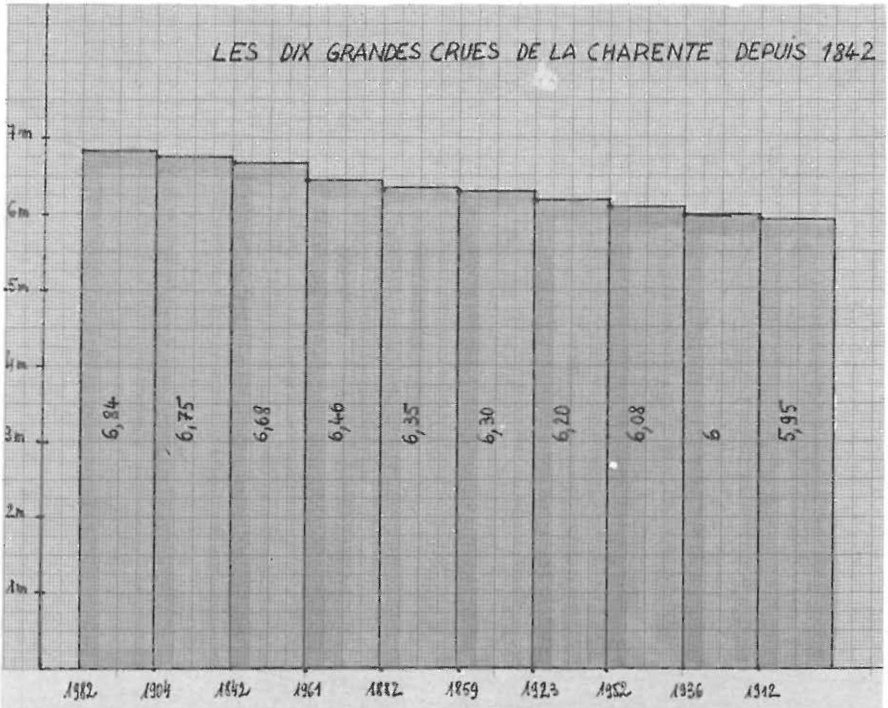
Activité I

Le tableau suivant représente les crues de la Charente de 1842 à 1983. Seules sont mentionnées les crues les plus importantes.

Les colonnes de gauche indiquent les années, les colonnes de droite les hauteurs d'eau mesurées en mètres au pont Palissy, à Saintes.

1842	6,68	1913	5,25	1952	6,08
1859	6,30	1914	5,74	1955	5,93
1882	6,35	1915	5,01	1957	5,18
1886	5,20	1916	4,70	1958	5,02
1887	5	1917	5,60	1960	5,38
1888	4,80	1919	5,25	1961	6,46
1889	4,40	1920	5,30	1962	5,76
1890	4,75	1922	5,60	1963	4,48
1895	3,75	1923	6,20	1965	4,80
1896	4,70	1927	5,09	1966	5,36
1897	5,30	1934	5,57	1967	4,80
1899	4,60	1935	5,42	1968	3,94
1900	4,45	1936	6	1969	4,42
1902	3,90	1937	5,04	1970	5,56
1903	4,20	1939	5,84	1974	4,98
1904	6,75	1941	5,26	1976	5,66
1906	4,75	1943	4,78	1977	5,68
1907	5,60	1944	5,90	1978	5,14
1908	4,50	1945	5,04	1979	5,08
1909	4	1948	4,02	1980	4,52
1910	5,15	1950	4,32	1981	5,58
1911	5,85	1951	4,98	1982	6,84
1912	5,95				

1. Parmi toutes les crues, relève les 10 plus importantes. Classe-les par hauteurs décroissantes (de la plus importante à la plus faible).
2. Sur une feuille de papier millimétré, représente ces 10 crues en commençant par la plus importante.

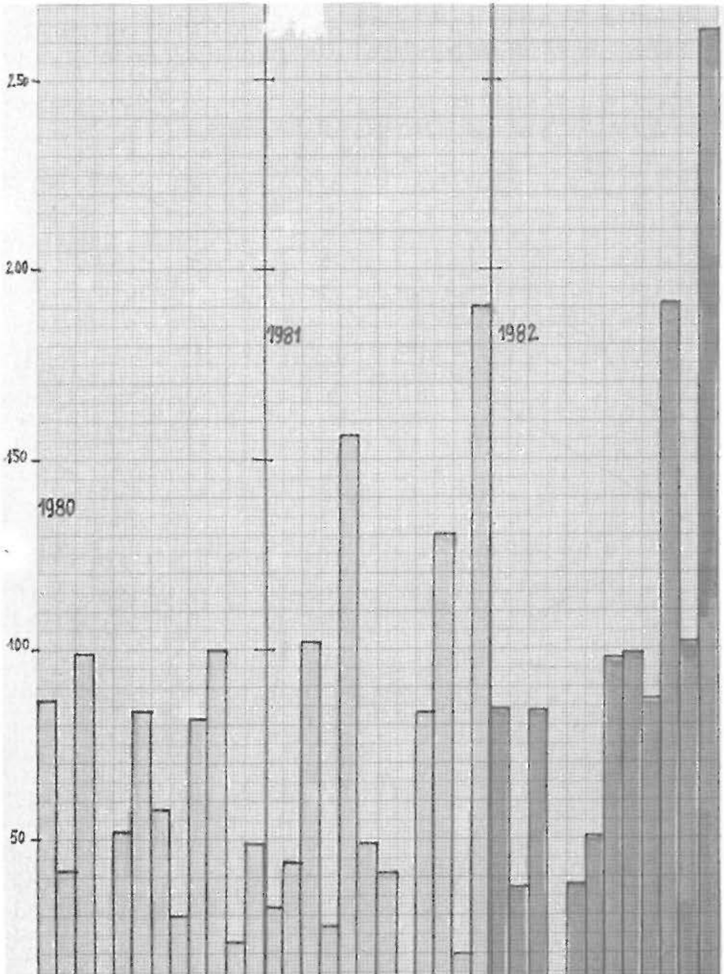


Activité II

Le dessin ci-dessous représente les quantités d'eau tombées au lieudit "La Baine", sur la Charente, entre Cognac et Saintes, près de Chaniers, pour les années 1980, 1981 et 1982.

La hauteur d'eau tombée est exprimée en millimètres.

Pour chaque année les mois sont représentés par leur première lettre : J pour janvier, F pour février, etc...

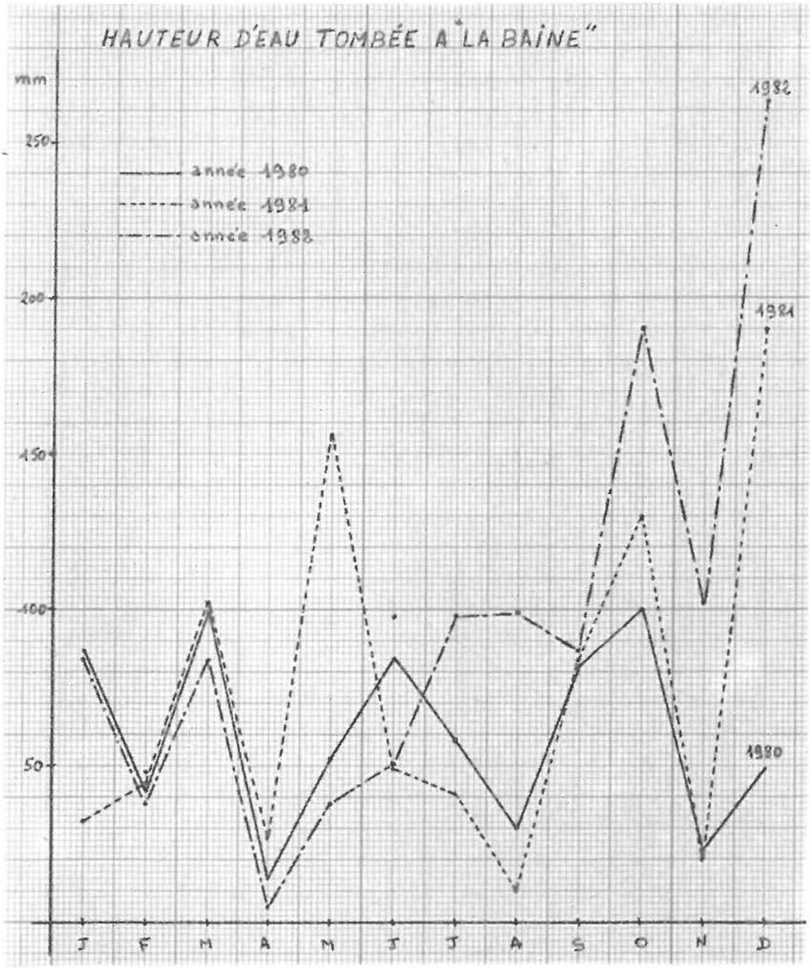


1. **Sur les 3 ans :**

Quel a été le mois le plus sec ?
Quel a été le mois le plus humide ?
Les 3 mois consécutifs les plus secs ?
Les 3 mois consécutifs les plus humides ?

2. En calculant la somme des hauteurs d'eau tombée chaque mois, quelle est la hauteur d'eau totale tombée pour chaque année ?

3. Sur une feuille de papier millimétré, porte les hauteurs d'eau tombée en superposant les 3 années mais en utilisant des encres de couleurs différentes : bleu pour 1980, rouge pour 1981, vert pour 1982, exemple ci-dessous.



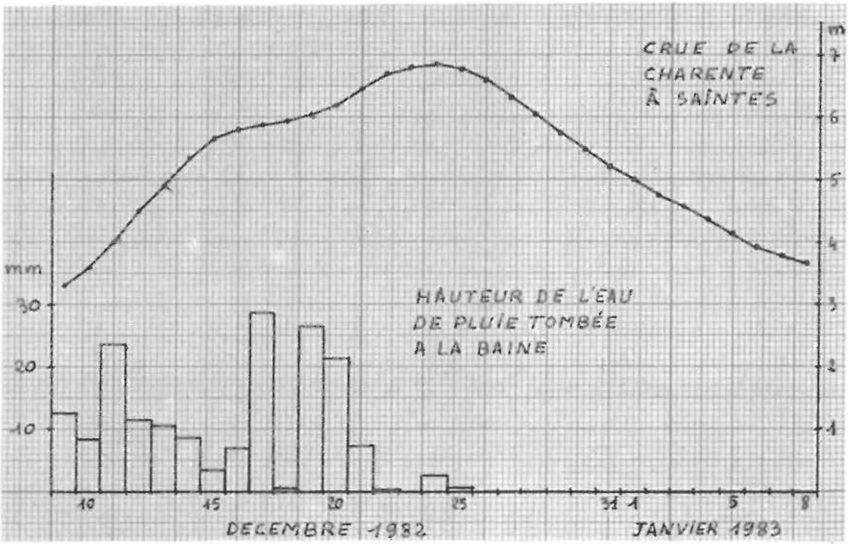
Activité III

CRUE DE LA CHARENTE 1982-1983

Dates	Charente	Pluie	Dates	Charente	Pluie
9	3,28	12,5	24	6,84	2,4
10	3,60	8,6	25	6,77	0,9
11	4,01	23,7	26	6,60	—
12	4,48	11,5	27	6,32	
13	4,90	10,5	28	6,04	
14	5,34	8,6	29	5,76	
15	5,67	3,2	30	5,48	
16	5,80	7	31	5,22	
17	5,89	28,8	1	5	
18	5,95	0,7	2	4,75	
19	6,04	26,3	3	4,56	
20	6,20	21,2	4	4,35	
21	6,47	7,2	5	4,13	
22	6,71	0,1	6	3,91	
23	6,80	—	7	3,66	
			8	3,56	

- La colonne de gauche indique les dates : du 9 décembre 1982 au 8 janvier 1983
- La colonne du milieu indique la hauteur de la Charente mesurée en mètres au pont Palissy, à Saintes.
- La colonne de droite indique la hauteur mesurée en millimètres d'eau de pluie tombée à la Baine, entre Chaniers et Beillant.

Représenter graphiquement ces données.
Choisir une représentation qui fasse apparaître la liaison entre les deux phénomènes, exemple ci-dessous.



Les trains

Yves Joyeux

Yves Joyeux

Documentation initiale :

Une fiche horaire de la S.N.C.F.
Ici BORDEAUX ⟷ SAINTES, la gare de Pons étant la plus proche de GEMOZAC.

Objectifs des activités :

— Savoir lire un tableau de données.
A partir des données initiales, établir des tableaux complémentaires.
— Savoir utiliser les données de ces tableaux en vue d'une représentation graphique (utilisation de papier millimètré).
— Savoir manipuler les nombres sexagésimaux.
— Savoir transformer un nombre sexagésimal en nombre décimal et inversement (utilisation éventuelle de calculatrices).
— Savoir manipuler des suites proportionnelles (le mouvement des trains est supposé uniforme entre 2 stations et donné comme un exemple de proportionnalité).
— Réinvestir des notions précédemment étudiées ou, au contraire, partir des situations présentées pour introduire des notions nouvelles.

Méthodologie :

— Examen par les élèves de la fiche horaire réelle.
Commentaire de cette fiche : rapidité des trains, existence des trains suivant la date, obligation de changement de trains...
— Recherche sur une carte au 1/100 000^{e} (carte touristique de l'I.G.N.) du tracé de la voie ferrée.
Repérage des gares.
Mesure au curvimètre des distances entre les stations.
— Rédaction par le professeur d'un extrait de la fiche horaire avec proposition d'une partie des travaux prévus.
— Compléter par des travaux selon objectifs et niveaux choisis.

S.N.C.F. : Ligne BORDEAUX - SAINTES

Horaires de quelques trains

Saintes	D 18.20	A 20.15	A 20.51	
Pons	18.47	19.54	20.35	24
Jonsac	19.11	19.35	20.20	19
Montendre	19.33	19.16	20.05	20
Bussac	19.41	19.07	↑	7
St Mariens	19.50	18.59	19.53	8
Cavignac	19.56	18.53		3
St André de		↑	↑	
Cubzac	20.12	18.35	19.40	14
Ste Eulalie		↑		
Carbon-Blanc	↓	18.19		11
Bordeaux Benauge	20.31	18.10	↑	7
Bordeaux St Jean	A:20.35	D:18.06	D:19.23	1,5
	(1)	(2)	(3)	(4)

(1) Les temps indiqués (heure, minute) sont les heures d'arrivée (sauf pour Saintes).

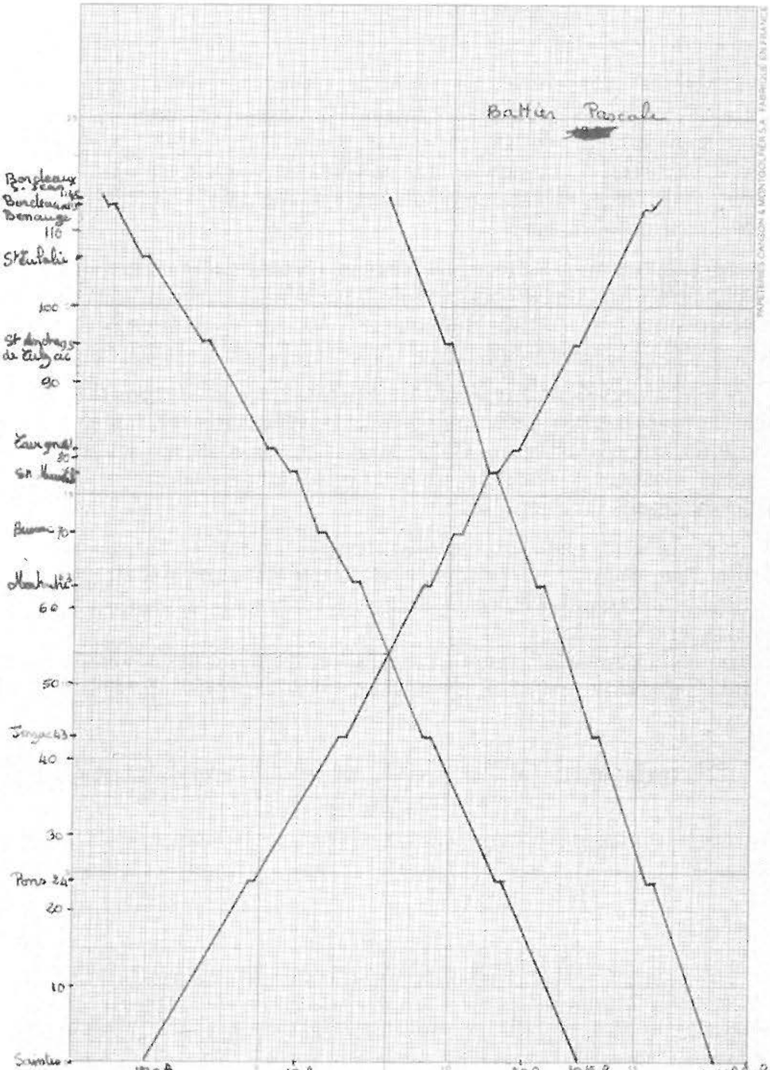
(2) Les temps indiqués sont les heures de départ (sauf pour Saintes).

(3) Mêmes remarques que pour 2.

(4) Cette colonne indique les distances entre les gares (en km).

- A partir de ces données, refaire les tableaux de marche des trains en portant, pour les stations intermédiaires, les heures de départ et d'arrivée (on supposera que les trains restent 2 min. en gare).
- Elaborer des tableaux qui indiqueront les distances intermédiaires et cumulées, ainsi que les distances d'une gare à toutes les autres.

- Sur du papier millimétré, représenter graphiquement la marche de chaque train (distances en ordonnées, temps en abscisses, unités à déterminer).



Activité géométrique en sixième

par Jean Fromentin

L'activité présentée ici entrait dans le cadre d'un P.A.E. (Math - E.M.T. - Histoire) au niveau d'une classe de sixième, P.A.E. qui débouchait sur la réalisation d'une exposition : "JEUX D'HIER... AUJOURD'HUI", présentée au collège, aux Journées du "jouet de pointe" à Poitiers et aux Journées nationales de l'A.P.M.E.P. à Port-Barcarès en octobre 1985.

Les puzzles que les élèves ont réalisés en classe de mathématiques, sur bristol, étaient à usage personnel. Les puzzles servant de matériel à l'exposition ont été réalisés en classe d'E.M.T. ; les panneaux de l'exposition ont été réalisés au club "jeu", par les élèves de la classe.

Il est bien évident que l'activité faite en classe **n'est pas d'ordre ludique.** Par contre, elle est l'occasion d'un **travail motivant**, par le prolongement ludique qui en résulte. C'est dans ce but que des planches de figures à réaliser avec ces puzzles ont été distribuées aux élèves au fur et à mesure du déroulement de l'activité.

Les objectifs généraux liés à cette activité étaient les suivants :
- faire fonctionner divers savoirs et savoir-faire mathématiques,
- faire prendre conscience de leur utilité par la réalisation d'objets à caractère ludique
- donner le goût d'un travail bien fait et donc inciter l'élève à faire un travail précis et propre pour que le produit soit présentable et utilisable.

Déroulement de l'activité, objectifs mathématiques et commentaires

(Les fiches-élèves dont il est question dans cet article sont reproduites en annexes).

1re séance :

Les trois premières fiches de travail (puzzle de Sam Loyd, Tangram et Œuf magique) sont présentées à l'ensemble de la classe à l'aide du rétroprojecteur. Les jeux du commerce correspondants circulent dans la classe ; les formes géométriques ou figuratives réalisables avec le Tangram et l'Œuf magique sont présentées au rétroprojecteur. Il s'agit ici d'informer les élèves sur le déroulement de l'activité, de les sensibiliser sur le prolongement ludique de cette activité et en définitive de les motiver pour ce travail. La première fiche (annexe 1) est alors distribuée.

Le puzzle de SAM LOYD ***(activité de repérage sur quadrillage)***

Deux dessins du même puzzle sont proposés sur cette fiche.

1re phase : *observation de ces deux dessins*

La reconnaissance de la même pièce sur les deux dessins est loin d'être évidente pour un certain nombre d'élèves ; aussi un coloriage s'est avéré nécessaire : la même pièce sur les deux dessins reçoit la même couleur ; deux pièces différentes sont de couleurs différentes. Les pièces du deuxième dessin étant plus petites, les élèves pensent que le quadrillage est plus petit.
Autre problème soulevé : pourquoi le deuxième dessin comporte-t-il des traits en pointillé ? pour rendre le travail plus difficile !!! pensent certains.

2e phase : *agrandissement des deux dessins*

Une feuille de bristol format 21×15 est distribuée à chaque élève. Cette feuille est suffisante pour réaliser les agrandissements des deux dessins. Le problème du coût de fabrication d'un produit est évoqué à cette occasion ; il s'agit donc de s'organiser et de s'appliquer pour ne pas avoir à recommencer. Faut-il tracer le quadrillage ? demandent certains élèves ; à eux de décider ! les élèves ont en effet trop l'habitude d'être guidés pas à pas. Les six élèves n'ayant pas tracé le quadrillage (carreaux de 2 cm) se sont tous trompés dès le premier dessin ; ils ont recommencé sans protester ; c'était normal, le dessin doit être fait correctement.

Les élèves qui, à la fin de la séance, n'avaient pas terminé ont poursuivi le travail chez eux. Tous devaient chercher les assemblages correspondant aux cinq figures proposées.

2e et 3e séances

3e phase : *réalisation des cinq figures géométriques, et dessin, sur quadrillage, des solutions trouvées :*

La réalisation des cinq figures géométriques, avec les pièces du puzzle, n'a pas posé de problème. Le dessin des solutions avec le premier découpage n'a pas posé non plus trop de problèmes, les sommets des polygones étant des nœuds du quadrillage.

Par contre, les dessins des solutions avec le deuxième découpage se sont avérés très difficiles. Plusieurs raisons à cela :

1° - les élèves avaient colorié chaque puzzle de deux couleurs différentes pour ne pas mélanger les deux jeux ; de ce fait, le quadrillage sur les pièces avait disparu ;

2° - les sommets des pièces ne sont pas tous des nœuds du quadrillage ; difficulté de placer ces sommets en se repérant à partir d'autres nœuds du quadrillage (prolongement par les traits en pointillé).

Cette difficulté a été en partie levée par la projection, à l'aide du rétroprojecteur, d'un quadrillage et des pièces du puzzle. Les élèves ont alors dessiné uniquement la croix grecque par observation de la solution sur quadrillage. Les autres dessins n'ont pas été exigés car l'activité aurait été trop longue. Quatre élèves, cependant, les ont faits chez eux, de leur propre initiative.

4e séance

Le TANGRAM (Annexe 2) ***(constructions géométriques classiques)***

Ce puzzle aurait pû être présenté sur quadrillage, comme le précédent. Mais l'objectif, ici, était la mise en œuvre des constructions classiques à la règle et au compas, à partir des renseignements donnés. Les élèves ont réalisé ce puzzle sur des feuilles de carton unies (sans quadrillage), format 15×20, qui leur avaient été distribuées.

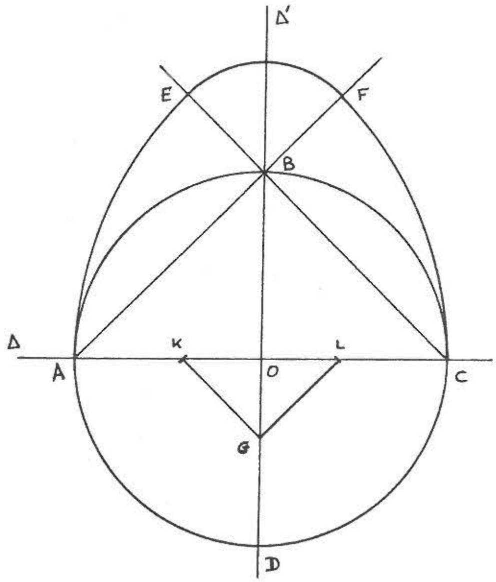
Pas de difficulté majeure pour ce travail, seulement un manque de précision dû à des traits trop gros, des compas défectueux, des tracés imprécis. Les élèves les plus rapides ont pu commencer à réaliser des figures.

5e séance

L'ŒUF MAGIQUE (Annexe 3) ***(suivre un programme de construction)***

Le dessin de ce puzzle est plus complexe ; aussi il se prête tout à fait à l'activité proposée. L'objectif ici est de respecter une suite d'instructions très précises : problèmes de méthode, de lecture et de vocabulaire.

Dans l'ensemble, l'activité a été bien réussie ; la plus sérieuse difficulté rencontrée est le manque de précision ; mais ici les conséquences étaient plus "graves" que pour le TANGRAM.



1° les droites Δ et Δ' n'étaient pas "suffisamment" perpendiculaires ; de ce fait, l'arc de cercle de centre B et de rayon BE ne passait pas par le point F ;

2° le report au compas de la longueur BE en DG puis en GK et GL était bien sûr une source d'imprécision. Les segments [GD], [GK] et [GL] ont bien évidemment même mesure ; mais ils ont aussi même mesure que les segments [AK] et [LC]. Le triangle GKL est rectangle-isocèle en G. Ces deux résultats peuvent se démontrer en troisième (Pythagore et racines carrées) ; ils sont en tout cas un moyen rapide de contrôler la précision de la construction. C'est à ce niveau-là que de nombreux élèves ont dû reprendre leur dessin.

6e, 7e et 8e séances

Le COEUR BRISÉ - le BRISE CROIX (d'une part) (Annexe 4)
Le CERCLE PROBLÉMATIQUE - le PYTHAGORE (d'autre part) (Annexe 5)

(Dessins "téléphonés')

Pour cette dernière activité, la classe a été partagée en deux groupes, l'un recevant la fiche contenant le COEUR BRISÉ et le BRISE CROIX, l'autre le CERCLE PROBLÉMATIQUE et le PYTHAGORE. La règle du jeu a été expliquée avant la séparation en deux groupes.

1re phase : *établir un programme de construction permettant de réaliser un dessin donné* (6e et 7e séances)

Chaque groupe était partagé en 3 équipes de 4 élèves. Il s'agissait donc pour chaque équipe, à la vue des deux dessins proposés, de rédiger une suite d'instructions permettant à l'équipe associée de l'autre groupe de dessiner les deux puzzles. Les deux groupes ont travaillé dans des salles voisines ; il n'y a pas eu de communication d'informations entre les deux séances. Les élèves ont bien joué le jeu.

Principales difficultés rencontrées :

1° **L'insuffisance des informations.**
Ayant le dessin sous les yeux, les élèves ont du mal à se mettre à la place de leurs camarades qui recevront les instructions ; ils ne conçoivent pas que les informations qu'ils donnent puissent être interprétées autrement. Pour le BRISE-CROIX par exemple, l'instruction : "tracer un rectangle ABCD de 4 et 5 carreaux de côtés" donne deux rectangles possibles.

2° **Le manque de rigueur dans le langage.**
"Aller de O à F et prolonger vers le demi-cercle en K" ; "rejoindre AB, IJ,"... A signaler aussi l'utilisation des mots : gauche, droite, haut, bas, pour les dessins sur quadrillage, qui ne correspondent à rien, si, au départ, les sommets du rectangle ou du carré sont placés différemment.
Le travail est fait en équipe, ce qui a donné lieu à des scènes très animées !. Chaque élève a recopié le travail de l'équipe ce qui a facilité les échanges de documents entre les deux groupes, et a permis à chaque élève d'avoir un dossier complet.

2e phase : *réalisation des dessins par l'autre groupe* (8e séance)

Après échange des programmes de construction, il s'agissait pour chaque élève de réaliser les dessins de l'autre groupe. Les difficultés rencontrées ont été décrites précédemment ; à signaler que les imprécisions de langage et les erreurs de notation ne les ont pas du tout gênés !

A la fin de cette séance, chaque élève a reçu les fiches qui avaient été distribuées à l'autre groupe, ainsi que les planches de figures à réaliser avec chacun des quatre puzzles.

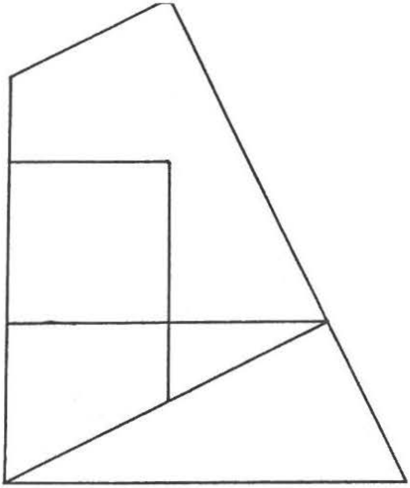
Bibliographie :

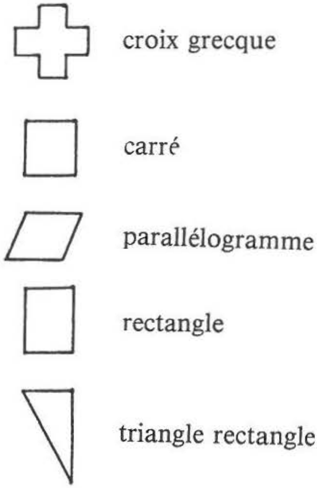
- Brochure "JEUX 1" de l'A.P.M.E.P.
- "Mille casse-tête du monde entier" [éditions du CHÊNE]
- "TANGRAM, le vieux jeu de formes chinois" [éditions du CHÊNE]

ANNEXE 1

LE PUZZLE DE SAM LOYD :

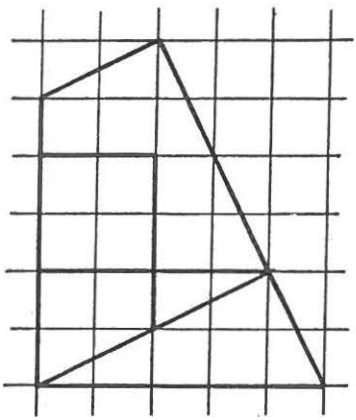
"La voie royale des mathématiques"

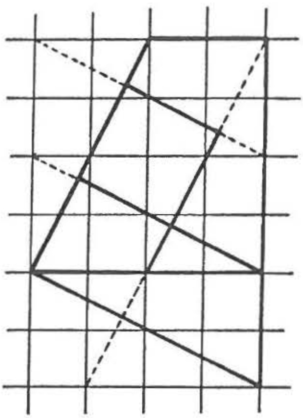




Ce puzzle de 5 pièces, présenté ci-dessus sous la forme d'un quadrilatère, permet de réaliser la croix grecque et quatre autres figures très connues en géométrie : le triangle rectangle, le rectangle, le parallélogramme, le carré.

Pour réaliser ce puzzle, reproduire les deux dessins ci-dessous sur papier quadrillé en doublant les dimensions.





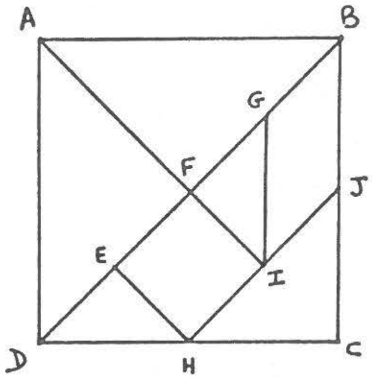
Les deux dessins étant réalisés, découper soigneusement les 5 pièces de chaque puzzle, et trouver l'assemblage qui permet d'obtenir chacune des cinq figures proposées.

Pour chaque figure, présenter la solution trouvée en faisant deux dessins (les deux types ci-dessus) sur papier quadrillé. Prendre des carrés de 1 cm de côté.

ANNEXE 2

LE TANGRAM

(Le plus célèbre des puzzles géométriques)



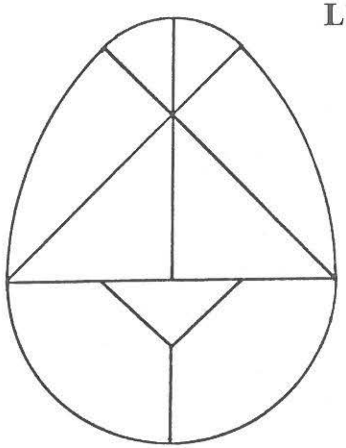
Reproduire ci-dessous ce puzzle, uniquement à la règle et au compas.

Quelques renseignements :

ABCD est un carré
DE = EF = FG = GB
H est le milieu de [CD]
J est le milieu de [BC]

ANNEXE 3

L'ŒUF MAGIQUE



Les oiseaux sortent de l'œuf ; c'est bien connu. Rien de suprenant, donc, qu'une fois brisé, cet œuf donne naissance à toute une famille d'oiseaux

Aussi vous ne manquerez pas d'utiliser votre temps libre pour réaliser les oiseaux de la feuille ci-jointe

Mais avant, il vous faut fabriquer ce puzzle. Pour cela, suivez attentivement les instructions ci-dessous.

Instructions

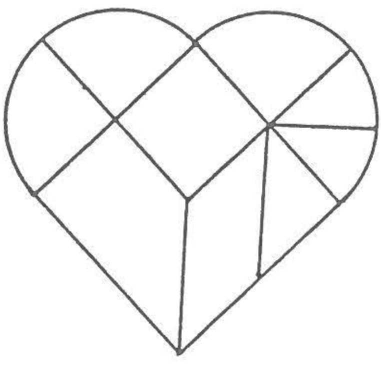
1° Tracer deux droites perpendiculaires Δ et Δ' ; elles se coupent en un point O.
2° Tracer un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
3° Ce cercle coupe la droite Δ en A et C, et la droite Δ' en B et D.
4° Tracer les demi-droites [AB) et [CB)
5° Le cercle de centre A et de rayon AC coupe la demi-droite [AB) en F. Tracer le petit arc $\overset{\frown}{FC}$
6° Le cercle de centre C et de rayon AC coupe la demi-droite [CB) en E. Tracer le petit arc $\overset{\frown}{AE}$.
7° Tracer le petit arc $\overset{\frown}{EF}$ du cercle de centre B et de rayon BE.
8° Le cercle de centre D et de rayon BE coupe le segment [BD] en G.
9° Tracer le cercle de centre G et de rayon BE. Ce cercle coupe le segment [AC] en K et L.
10° Tracer alors à l'encre les traits correspondant aux contours des pièces du puzzle.
11° Effacer les traits de construction.

ANNEXE 4

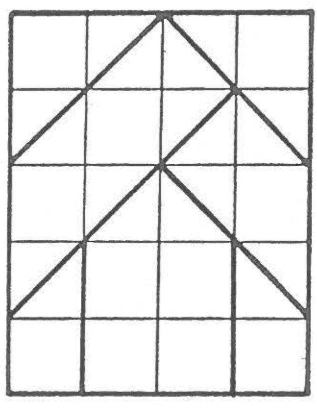
A VOUS DE JOUER... (si l'on peut dire !)

Pour chacun des deux puzzles ci-dessous, établir une suite d'instructions (comme pour l'œuf magique) que vos camarades de l'autre groupe devront suivre pour réaliser ces puzzles.
ATTENTION : vos camarades n'auront pas les dessins sous les yeux. Soyez donc très précis.

Le cœur brisé



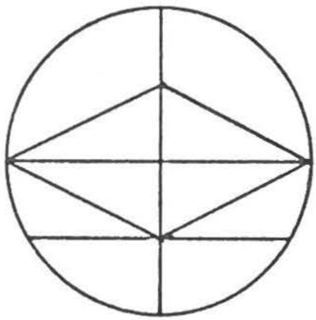
Le brise-croix



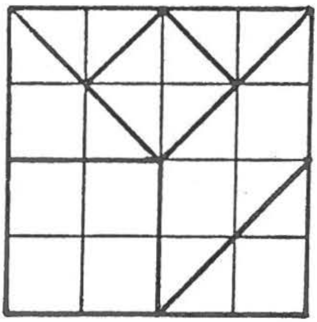
ANNEXE 5

A VOUS DE JOUER... (si l'on peut dire !)

Pour chacun des deux puzzles ci-dessous, établir une suite d'instructions (comme pour l'œuf magique) que vos camarades de l'autre groupe devront suivre pour réaliser ces puzzles.
ATTENTION : vos camarades n'auront pas les dessins sous les yeux. Soyez donc très précis.

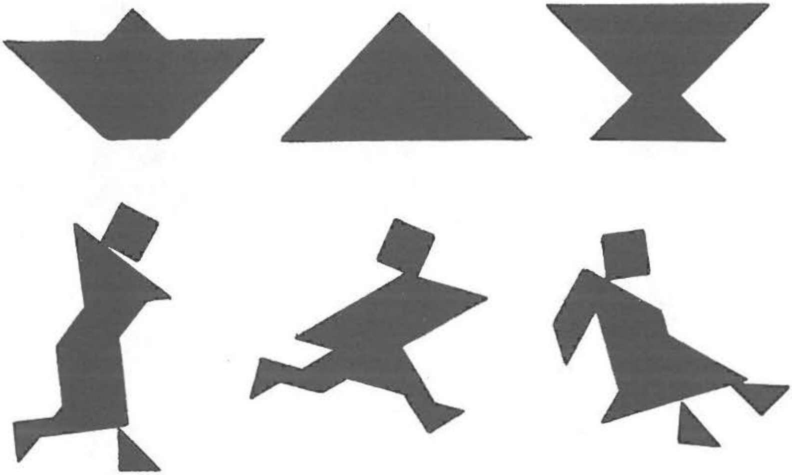


Le cercle problématique

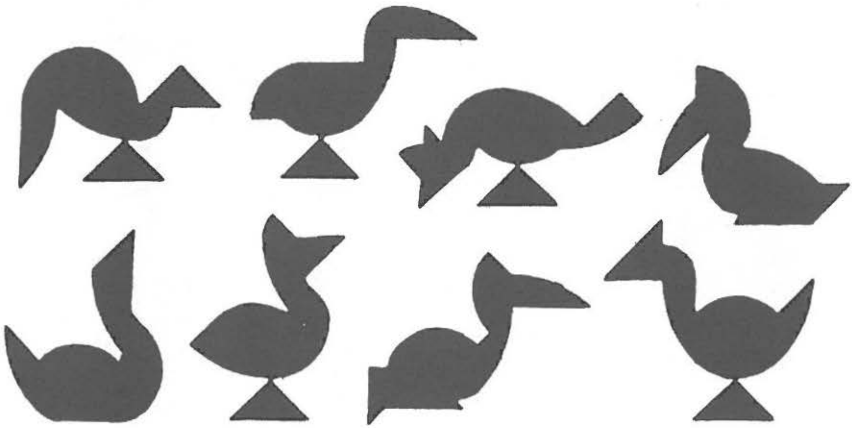


Le Pythagore

LE TANGRAM



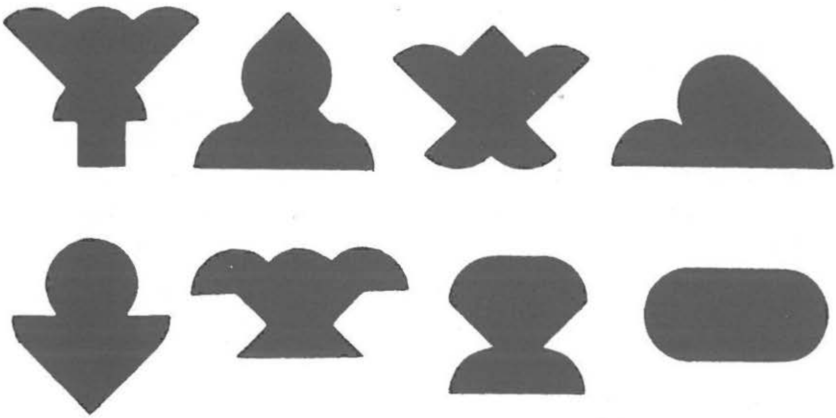
L'OEUF MAGIQUE



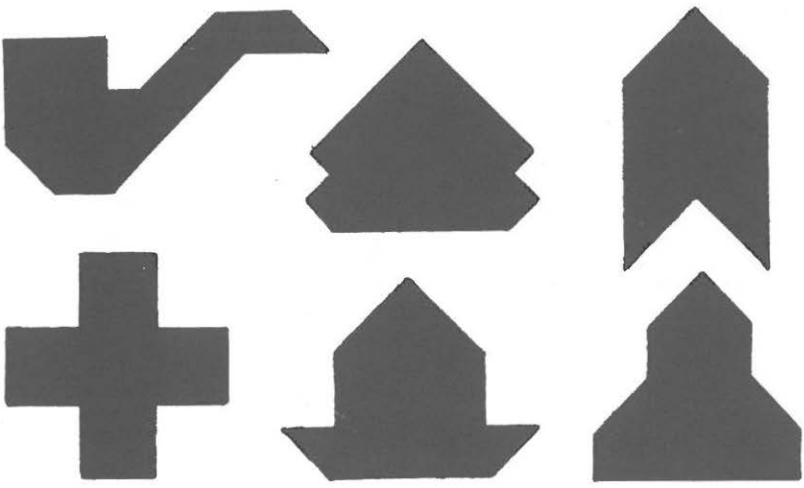
LE CERCLE PROBLÉMATIQUE

LE PYTHAGORE

LE COEUR BRISÉ



LE BRISE-CROIX



Améliorons nos pratiques

par Dominique Gaud et Jean Fromentin

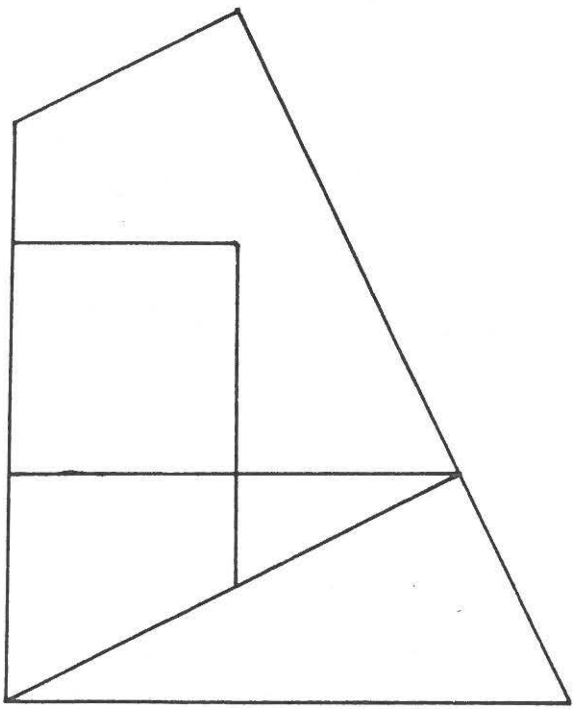
L'article précédent nous propose plusieurs types d'activités à partir d'une même idée : les puzzles.

Le texte qui suit, prenant comme support l'un de ces puzzles, nous amène à réfléchir sur la formulation des exercices proposés aux élèves, formulation sous-tendant des objectifs différents.

A quel type d'activité se réfèrent nos pratiques pédagogiques ? quels sont nos objectifs ?

QUELQUES RÉFLEXIONS SUR LES FORMULATIONS DIVERSES D'UN EXERCICE A PARTIR D'UNE MÊME IDÉE.

L'idée : la construction du puzzle de SAM LOYD suivant.

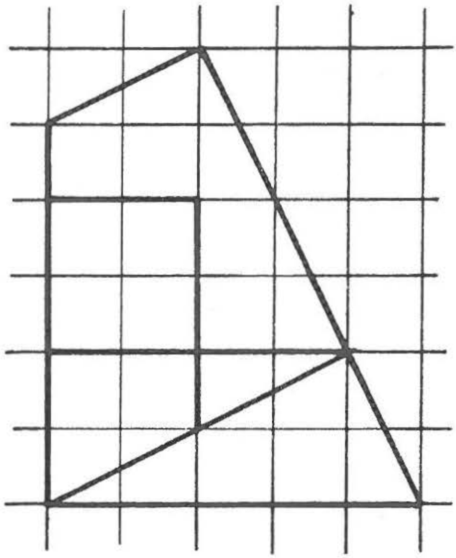


Première formulation

Le plan est muni d'un repère (orthonormé). Place des points : O (0,0), L (5,0), Y (0,5), D (2,6), S (2,4), A (2,2), M (2,1), I (4,2), J (0,2), K (0,4). Trace les quadrilatères LOYD, SAJK ; trace le triangle JOI et le segment [AM].

Deuxième formulation

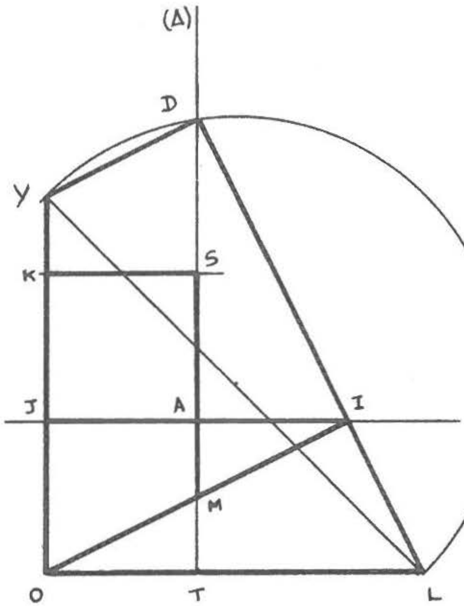
Observe la figure ci-contre et donne un programme de construction.

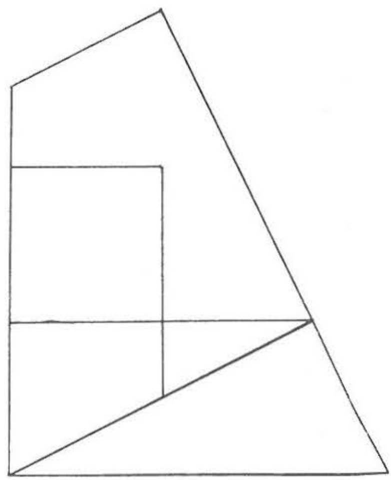


Troisième formulation

— trace un triangle isocèle LOY rectangle en O et tel que OL = 5 cm.
— Trace le demi-cercle de diamètre [LY] contenu dans le demi-plan de frontière (LY) ne contenant pas O.
— Place le point T élément du segment [LO] à 2 cm de O.
— La perpendiculaire (Δ) en T à (OL) coupe le demi-cercle en D. Trace [DY] et [DL].
— Place le point J élément du segment [OY] à 2 cm de O.
— La parallèle à (LO) passant par J coupe (Δ) en A et (DL) en I.

— (OI) coupe (△) en M.
— Place K sur [OY] à 1 cm de Y.
— La parallèle à (OL) passant par K coupe (△) en S.
— Trace à l'encre les segments suivants : [OL], [LD], [DY], [YO], [IJ], [OI], [KS] et [SM].





Quatrième formulation

Observe la figure ci-contre et donne un programme de construction.

Remarque

Les programmes de construction peuvent être du type "3e formulation", mais aussi de type "LOGO" suivant les possibilités de l'établissement.

Ces quatre formulations nous renvoient à quatre activités. Laquelle nous semble la plus riche ? Laquelle nous semble la plus formatrice ? Ne sont-elles pas, les unes et les autres, complémentaires et indispensables ? Propose-t-on aux élèves un éventail suffisamment large d'activités en variant les types d'exercices ?

Analyse des objectifs spécifiques et généraux dans les quatre formulations.

	Objectifs spécifiques	Objectifs généraux
1re formulation	- savoir placer un point dans un plan quadrillé. - savoir utiliser des instruments pour construire.	- savoir lire un texte. - savoir passer d'un texte au dessin géométrique.
2e formulation	- savoir retrouver les coordonnées d'un point. - savoir réinvestir le vocabulaire de la géométrie. - savoir utiliser des instruments pour vérifier, par exemple, si un angle est droit.	- savoir analyser une figure, reconnaître des éléments connus. - prendre conscience de la nécessité de coder (points remarquables) et de se repérer. - savoir passer du dessin géométrique au langage courant en utilisant le vocabulaire adéquat. - savoir conjecturer.
3e formulation	- savoir utiliser des instruments pour construire. - connaître les tracés usuels (parallèles, perpendiculaires, triangles,...)	- savoir lire un texte. - savoir passer du texte au dessin géométrique.
4e formulation	- savoir utiliser les instruments pour vérifier, mesurer et construire. - savoir utiliser le vocabulaire de la géométrie.	- savoir analyser et coder une figure. - savoir conjecturer, douter, bricoler. - savoir passer du dessin géométrique au langage courant, (ou au langage LOGO).

Un point de vue

Trop souvent, les manuels (et donc nous-mêmes !!!) donnons des exercices d'exposition ou didactiques (cf. grille de l'IREM de Strasbourg, Livre du problème n° 1). Or ces types d'exercices privilégient les contenus, ceux-ci n'étant pas suffisamment réinvestis dans des situations variées.

Quelle part reste-t-il dans notre enseignement pour les capacités à faire acquérir aux élèves ? Plus précisément, a-t-on formulé les OBJECTIFS GÉNÉRAUX que l'on assigne à l'enseignement des mathématiques ?

"Formuler des objectifs généraux est une pratique recommandable parce que c'est à ce niveau que les concepteurs de formation, enseignants, animateurs, etc... peuvent infléchir leur attitude, et, à propos d'une action de formation ou de la préparation d'un programme d'enseignement, se centrer résolument sur les apprenants et leur capacité à développer, et non plus sur les contenus et leur exposition à assurer."

HAMELINE : Les objectifs pédagogiques p. 99

Quels sont nos objectifs généraux ? les a-t-on formulés ? En voici une liste possible non hiérarchisée :
être capable

- de lire un texte, de passer d'un langage à un autre
- d'observer (reconnaître des éléments connus), de classer
- de se repérer (coder, classer)
- de prouver (mais auparavant ressentir la nécessité d'une preuve), et de douter
- d'analyser, de synthétiser
- de conjecturer
- de travailler avec soin
- d'organiser l'information, de s'organiser dans son travail
- d'évaluer une démarche, son travail,...
- (cf. bibliographie).

Peut-on tenir compte de ces objectifs généraux dans notre pratique quotidienne ? Comme le montre le début de l'article, on peut, en modifiant la rédaction d'un exercice transformer un exercice didactique (formulations 1 et 3) en une activité plus ouverte pour les élèves. Encore faudrait-il que nous fassions l'effort de rechercher quel type d'élèves nous voulons former.

Bibliographie :

- BLOOM : "Taxonomie".
- DE LANSHEERE : "Définir les objectifs pédagogiques".
- W. SERVAIS dans Math-Ecole n° 1.
- Supplément n° 345 A.P.M.E.P. (spécial Collège).
- Travaux de Régis GRAS (IREM de Rennes).

Les Pamplemousses

Groupe IREM de Besançon

Avant propos

Cette activité a été conçue pour être utilisée en classe de cinquième.

Pour l'instant il s'agit d'un prototype qui a été passé dans trop peu de classes pour qu'une réelle évaluation puisse en être faite. Cette activité nous a paru cependant suffisamment riche pour que nous décidions de la publier.

Il s'agit en effet de résoudre un problème de l'espace développant les capacités d'imagination de l'élève.

Il mobilise un certain nombre de connaissances mathématiques en particulier la proportionnalité et la fonction affine même si de toute évidence ce concept n'a pas à être formalisé à ce niveau.

Remarque :

Pour la dernière disposition, il semble indispensable que le professeur amène des dessins ou des pamplemousses pour aider les élèves à s'approprier le problème.

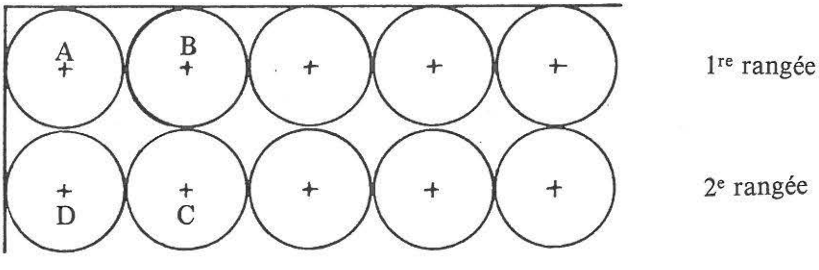
***

Activité proposée

On veut ranger des pamplemousses dans un coffre cubique de 100 cm de côté.
Supposons que tous les pamplemousses sont bien sphériques et qu'ils ont tous 12 cm de diamètre.
Plusieurs modes de rangement sont envisagés.

1er mode de rangement

Les pamplemousses sont disposés de façon à obtenir des rangées identiques (A B C D doit être un carré).



Combien, au maximum, une rangée contiendra-t-elle de pamplemousses ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, une couche contiendra-t-elle de rangées ?
Justifier la réponse proposée.

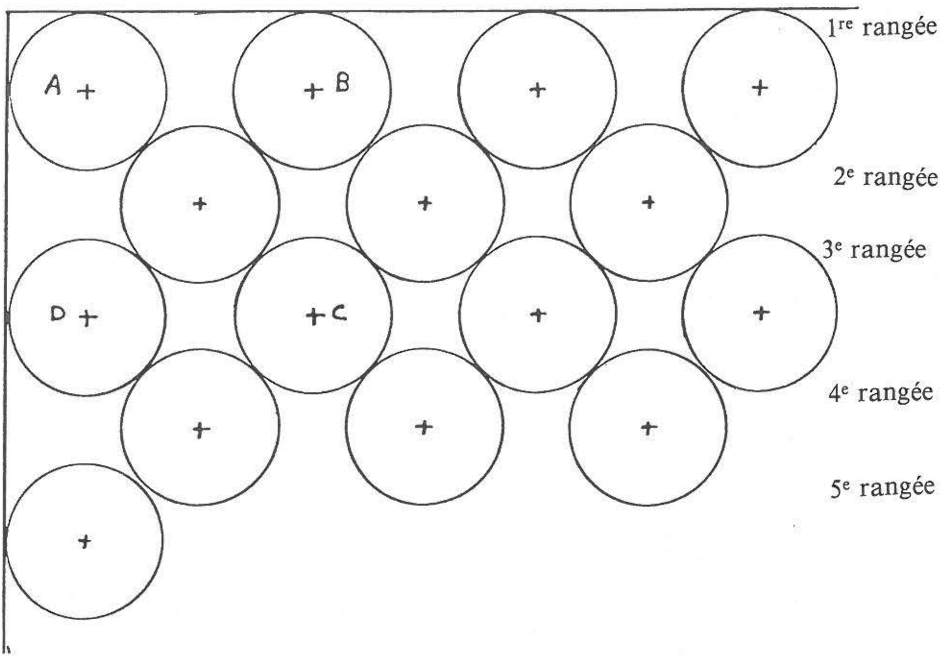
Combien, au maximum, pourra-t-on ranger de pamplemousses dans une seule couche ?
Justifier la réponse proposée.

Toutes les couches étant identiques, combien, au maximum, pourra-t-on disposer de couches ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, avec cette disposition, pourra-t-on au maximum ranger de pamplemousses dans le coffre ?
Justifier la réponse proposée.

2e mode de rangement

Les pamplemousses sont disposés en "quinconce" comme l'indique le dessin, les points A, B, C et D étant les sommets d'un carré.
Continuer le dessin en représentant les 5e et 6e rangées.



Sur le dessin, les pamplemousses sont représentés par des cercles de 2 cm de diamètre ; ce dessin est une représentation de la situation à l'échelle 1/6.

Effectuer sur le dessin les mesures nécessaires et compléter le tableau suivant :

Nb de rangées consécutives	1	2	3	4	5	6
Largeur occupée par ces rangées sur le dessin	2 cm	3,5 cm				
Largeur occupée par ces rangées dans la réalité	12 cm	2,1 cm				

Quelle sera, dans la réalité, la largeur de 8 rangées ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de rangées ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de pamplemousses sur la 1re rangée ?
Justifier la réponse proposée.

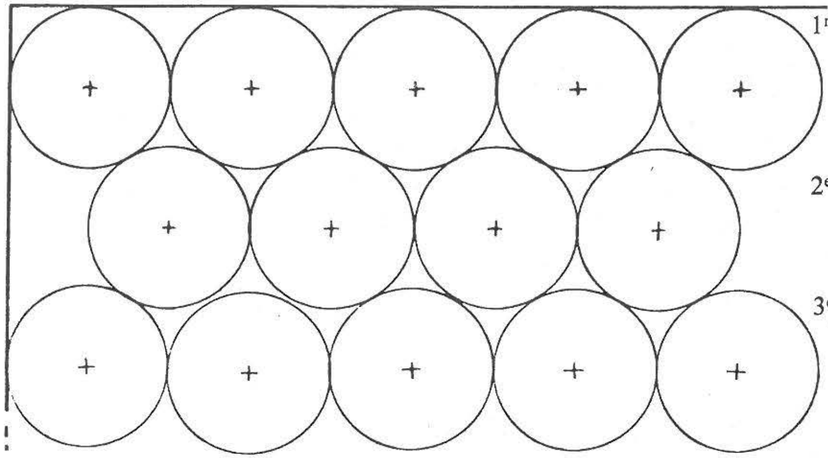
Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de pamplemousses sur la 2e rangée ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de pamplemousses dans une seule couche ?
Justifier la réponse proposée.

Toutes les couches étant disposées de la même façon, combien, au maximum, pourra-t-on ranger de pamplemousses dans le coffre ?
Justifier la réponse proposée.

3e mode de rangement

Les pamplemousses sont encore disposés en "quinconce", mais de la façon suivante :



Sur le dessin les pamplemousses sont représentés par des cercles de 2 cm de diamètre ; ce dessin est une représentation de la situation à l'échelle 1/6.

Effectuer sur le dessin les mesures nécessaires et compléter le tableau suivant :

Nb de rangées consécutives	1	2	3
Largeur occupée par ces rangées sur le dessin	2 cm		
Largeur occupée par ces rangées dans la réalité	12 cm		

Quelle sera, dans la réalité, la largeur de 5 rangées ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de rangées ?
Justifier la réponse proposée.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de pamplemousses sur la 1re rangée ? sur la 2^{e} rangée ?
Justifier les réponses proposées.

Combien, au maximum, pourra-t-on disposer de pamplemousses dans une seule couche ?
Justifier la réponse proposée.

Toutes les couches étant disposées de la même façon, combien, au maximum, pourra-t-on ranger de pamplemousses dans le coffre ?
Justifier la réponse proposée.

4^{e} mode de rangement

La 1re couche est conforme au premier mode de rangement mais ensuite on place chaque pamplemousse de la 2^{e} couche de façon qu'il repose sur 4 pamplemousses de la 1re ; la 3^{e} couche est analogue à la 1re...
On obtient ainsi 11 couches.
Combien, au maximum, pourra-t-on ranger de pamplemousses dans le coffre ?
Justifier la réponse proposée.

Une histoire de cocottes

par G. Borger

Le texte initial a été conçu par Michel MANIVEL qui l'a utilisé dans ses classes de 2T. A l'époque, nous étions tous deux membres de la Commission Troisième/après Troisième et notre souci était d'élaborer des thèmes exploitables aussi bien dans le premier cycle que dans le deuxième.

Après quelques modifications mineures du texte initial, j'ai proposé ces activités à toutes les classes de la sixième à la troisième incluse, avec bien sûr des exigences adaptées aux niveaux.

Pour maintenir la motivation des élèves et éviter la lassitude devant les calculs, il est nécessaire à un certain moment de faire appel à la calculette et de s'initier aux rudiments de la programmation.

Objectifs

- Compréhension et utilisation du langage mathématique
- Calcul numérique
- Repérage
- Précision des tracés géométriques
- Etude des isométries
- Auto-contrôle : une malformation de la cocotte amène l'élève à contrôler ses résultats
- Utilisation de la calculatrice et initiation à la programmation

Remarques

En sixième, cinquième et quatrième nous pouvons nous limiter à constater que les applications f_1 à f_7 sont ou ne sont pas des isométries et à décrire chacune d'elles.

Les élèves de quatrième et de troisième peuvent chercher l'ensemble des points invariants des applications f_1 à f_7. Cela les entraînera à la résolution d'équations et de systèmes d'équations du 1er degré.

Enfin, les élèves de troisième, après avoir vu le théorème de Pythagore, peuvent prouver que ces applications sont ou ne sont pas des isométries.

Déroulement des activités

Ces activités se sont étalées sur deux mois à raison d'une heure par semaine en moyenne. Les élèves ont été répartis par groupes de trois ou quatre. En plus du matériel propre aux élèves, chaque groupe a disposé d'une calculatrice programmable (matériel du CDI).

Une rédaction soignée de l'ensemble des activités a été rendue par chaque groupe à la fin de la dernière séance.

En classe de quatrième, la restitution a été complétée par des panneaux d'affichage réalisés par les groupes les plus rapides.

Evaluation

Aucune évaluation systématique sur les savoirs et savoir-faire mathématiques n'a été faite.

Par contre, il faut dire que chaque groupe m'a rendu un travail très soigné et même agréable à regarder.

D'autre part, les élèves ont appris à travailler en groupe et ont gagné en autonomie. Dans la classe de quatrième, il arrivait souvent que les élèves soient au travail avant mon arrivée dans la salle.

Une histoire de cocottes

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points A (1;3), B (1;5), C (2;6), D (1;7), E (3;7), F (3;5), G (5;3), H (3;3), I (2;4). Place ces points et relie-les dans l'ordre alphabétique. On obtient une cocotte W_0.

1. On considère l'application

$f_1 : M(x;y) \rightarrow M_1(x_1;y_1)$ avec $x_1 = x + 5$ et $y_1 = y - 6$

par f_1 W_0 a pour image W_1

a) Dessine W_1

b) Décris l'application f_1. Est-elle une isométrie ?

2. Mêmes questions pour les applications suivantes.

$f_2 : M(x;y) \rightarrow M_2(x_2;y_2)$ avec $x_2 = -x - 2$ et $y_2 = y$

par f_2 W_0 a pour image W_2

$f_3 : M(x;y) \rightarrow M_3(x_3;y_3)$ avec $x_3 = x$ et $y_3 = -y + 16$

par f_3 W_0 a pour image W_3

$f_4 : M(x;y) \rightarrow M_4(x_4;y_4)$ avec $x_4 = 0{,}6x + 0{,}8y$ et $y_4 = -0{,}8x + 0{,}6y$

par f_4 W_0 a pour image W_4

$f_5 : M(x;y) \rightarrow M_5(x_5;y_5)$ avec $x_5 = 0{,}6x + 0{,}8y$ $y_5 = 0{,}8x - 0{,}6y$

par f_5 W_0 a pour image W_5

$f_6 : M(x;y) \rightarrow M_6(x_6;y_6)$ avec $x_6 = -0{,}6x - 0{,}8y$ $y_6 = 0{,}8x - 0{,}6y$

par f_6 W_0 a pour image W_6

$f_7 : M(x;y) \rightarrow M_7(x_7;y_7)$ avec $x_7 = -x$ et $y_7 = -y$

par f_7 W_0 a pour image W_7

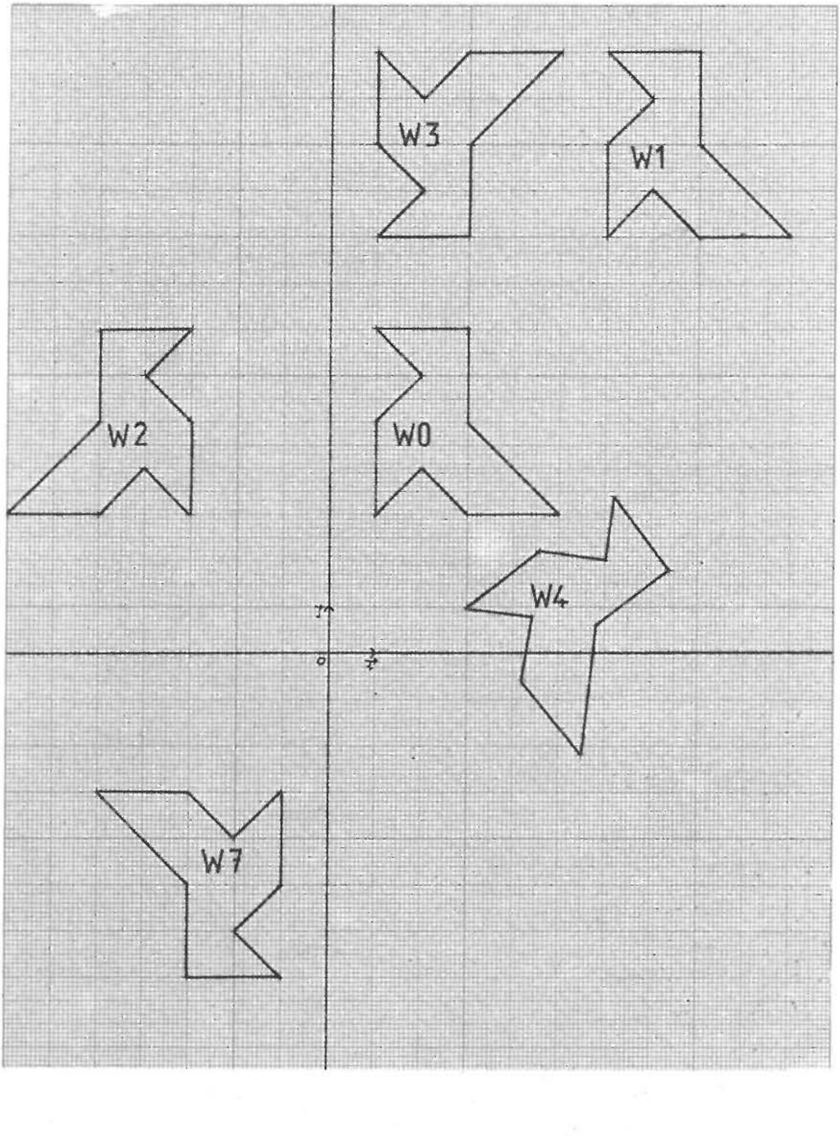
3. *Quand la cocotte devient colombe*

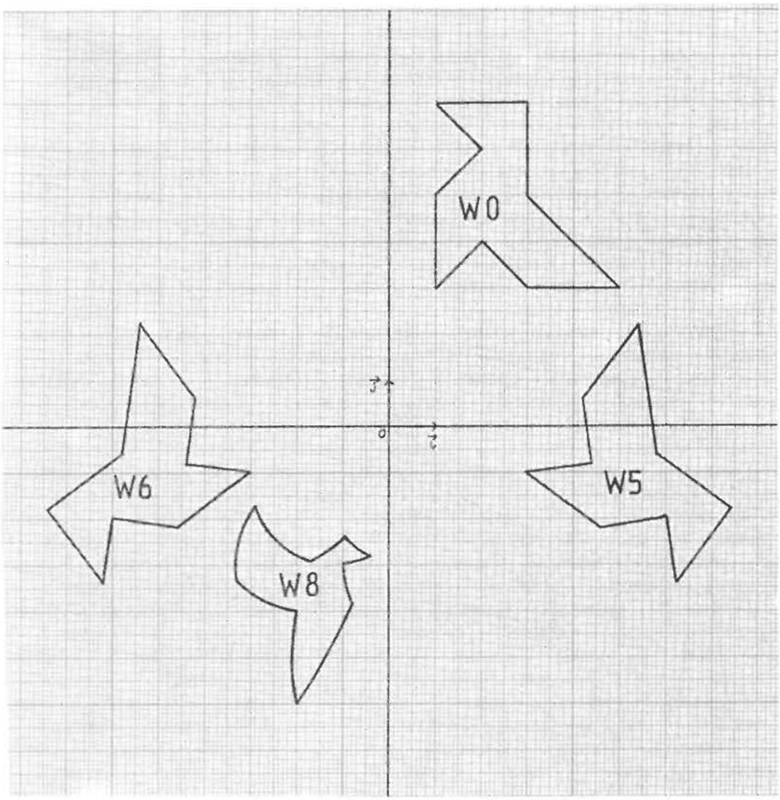
Soit l'application :

$f_8 : M(x;y) \rightarrow M_8(x_8;y_8)$ avec $x_8 = -20x/(x^2 + y^2)$ et $y_8 = -20y/(x^2 + y^2)$

par f_8 W_0 a pour image W_8

Dessine W_0. (On peut faire constater à l'aide d'un exemple qu'un segment se transforme en arc de cercle).


W3
W1
W2
W0
W4
W7
y
0
x



IGR Imprimerie Lyon - Photocomposition: Marie-Paule COMPO - Montage: Atelier M. MICHAUD
Façonnage ALAIN.

N° d'édition 29386 - Dépôt légal Février 1987 - ISBN 2-902680-39-2