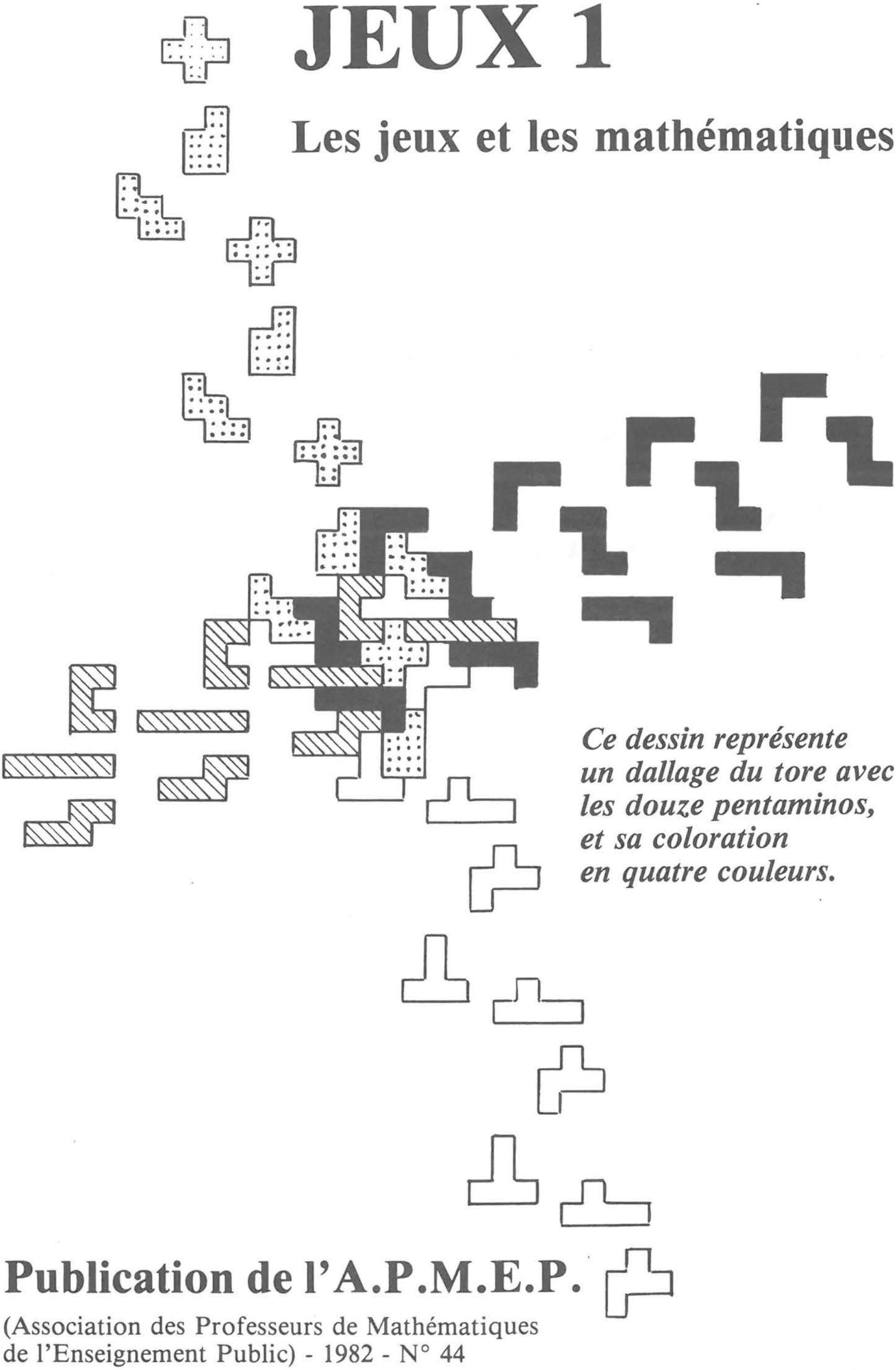
JEUX 1

Les jeux et les mathématiques



Ce dessin représente un dallage du tore avec les douze pentaminos, et sa coloration en quatre couleurs.

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) - 1982 - N° 44

Si vous voulez savoir ce qu'est

l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

voyez page 183

Si vous voulez adhérer à l'A.P.M.E.P., lui commander des brochures, écrivez à :

Secrétariat de l'A.P.M.E.P.
13, rue du Jura, 75013 PARIS

AVERTISSEMENT

Peut-être voudrez-vous faire connaissance immédiatement avec quelques jeux, et reporter ultérieurement la lecture de certains articles. Les fiches cartonnées jointes à cette brochure vous permettent de pratiquer tout de suite quelques jeux simples, et l'index alphabétique vous permettra d'en rechercher d'autres, indépendamment des articles proposés.

Mais peut-être voudrez-vous savoir ce que l'on dit de ces jeux avant de les pratiquer ; alors les articles sont là pour vous aider à mieux les connaître. C'est en tout cas ce que nous souhaitons.

"Faites vos jeux" et amusez-vous bien !!

ADRESSES UTILES

A.P.M.E.P. (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) pour les brochures JEUX
13, rue du Jura 75013 Paris (adresse nationale).

A.D.C.S. (Association pour le Développement de la Culture Scientifique) qui édite la revue "Le Petit Archimède"
61, rue St-Fuscien 80000 Amiens.

Association JEUDI qui édite la revue "Jeu-Tu-Il".
La Blaquière par la Cavalerie, 12230 Aveyron.

Association des Ludothèques Françaises
Hôtel-de-Ville, 28, rue Guérin-Leroux 94120 Fontenay-sous-Bois.

C.E.M.E.A. (Centres d'Entraînement aux Méthodes d'Education Active)
- délégation générale : 55, rue St-Placide 75279 Paris Cedex 06
- délégation de Lyon : 1, rue Marceau 69202 Lyon.

AVANT-PROPOS

Cette brochure est le résultat d'un travail du groupe A.P.M.E.P. "JEUX et MATHS". Ce travail n'est certainement pas parfait ; en tout cas nous y avons mis, avec le plus grand sérieux, tout notre enthousiasme.

Le but de notre travail est d'apporter une aide, dans le domaine des jeux, aux membres de notre association ; aussi nous souhaitons vivement que vous nous fassiez part de vos remarques, de vos sentiments en ce qui concerne cette brochure, et de vos souhaits, pour que notre travail réponde à votre attente.

Les fiches de jeux jointes à cette brochure sont les premières d'un fichier que nous allons réaliser. Elles sont livrées à votre critique et nous comptons sur vos suggestions pour les améliorer, tant sur le fond que sur la forme.

Nous rappelons à cette occasion l'existence de la rubrique "Jeux et Maths" du Bulletin qui est un moyen d'information et de dialogue entre les membres de l'A.P.M.E.P. Vous pouvez envoyer votre courrier soit au responsable de la rubrique (voir le Bulletin), soit au siège de l'A.P.M.E.P. 13 rue du Jura 75013 Paris.

Nous vous remercions d'avance de votre collaboration.

Ont participé à la réalisation de cette brochure :

Daniel BEAUCHENE (Besançon), Georges BORION (Poitiers),
Jean BRETTE (Paris), Robert CATHALIFAUD (Limoges),
François COUTURIER (Besançon), Jean FROMENTIN (Poitiers),
Gilbert GRIBONVAL (Paris), Francis GUTMACHER (Paris),
Claude HAUDECOEUR (Grenoble), Francis et Evelyne MINOT (Reims),
Claude PAGANO (Nice), Paul PERRET (Grenoble),
Michel SOUFFLET (Caen).

Nous remercions

Anne ADAM, Joëlle FLESSELLE, Raymond JEGOU,
François PINGAUD, et André VIRICEL

qui ont collaboré à la réalisation de cette brochure.

SOMMAIRE

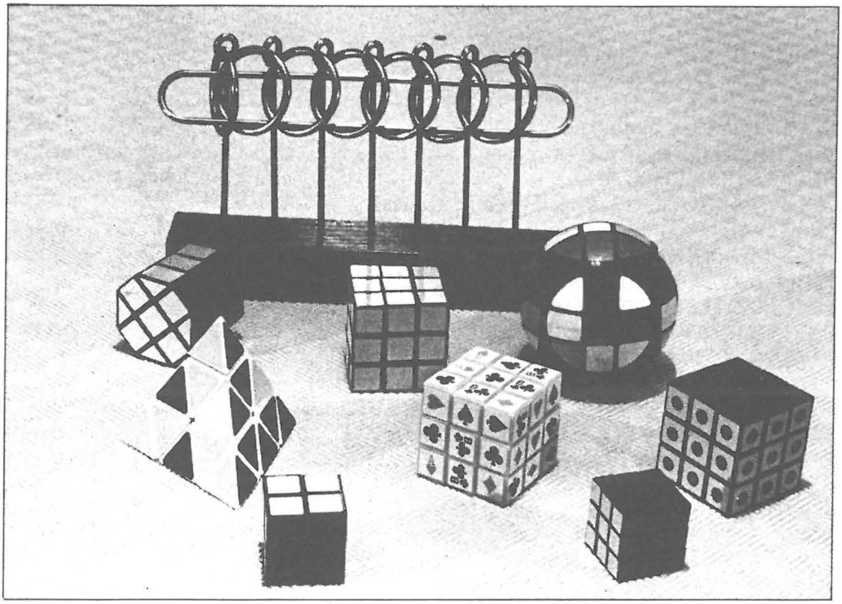
Pour jouer tout de suite, voir fiches cartonnées :

Remarque : Les articles de cette brochure sont le fruit d'un travail collectif : écritures, discussions et apports de l'équipe, ré-écritures, re-discussions et rédactions finales.

Nous indiquons cependant, pour chaque article, les responsables qui, par préférences et connaissances personnelles, se sont chargés de son élaboration et de sa rédaction.

Les textes ont été écrits en 1980 et 1981.

INDEX ALPHABÉTIQUE DES JEUX PRÉSENTÉS



INTRODUCTION

Pourquoi une brochure A.P.M.E.P. sur les jeux ?

De tout temps les professeurs de mathématiques se sont intéressés aux jeux et plus généralement aux recréations mathématiques. F. LAGARRIGUE, dans son livre "curiosités arithmétiques" en 1872, rappelle quelques noms illustres qui se sont penchés sur les jeux. Il cite en particulier un passage d'une lettre adressée par LEIBNIZ à M. de MONTMORT : *"Après les jeux qui dépendent uniquement des nombres, viennent les jeux où entre encore la position, comme dans le Tric-trac, dans les Dames, et surtout dans les Echecs. Le jeu nommé Solitaire m'a plu assez... Mais à quoi bon cela ? dira-t-on ; je réponds : à perfectionner l'art d'inventer..."*. Et F. Lagarrigue poursuit : *"EULER, MOIVRE, MONTUCLA et plusieurs autres mathématiciens célèbres ont attaché leur nom à quelques problèmes purement amusants...* Le savant BACHET écrivit, en 1660, ses *Problèmes plaisants et délectables* ; quelques années plus tard, OZANAM, de l'académie des sciences, publia ses *Récréations de mathématiques et de physique..."*.

Plus récemment, Edouard LUCAS publiait, à partir de 1891, ses *Récréations mathématiques* ; M. KRAITCHICK, agrégé à l'université de Bruxelles, publiait en 1930 *La mathématique des jeux* ; et A. SAINTE-LAGUË publiait en 1937 *"Avec des nombres et des lignes"* où un grand nombre de jeux et de problèmes amusants sont étudiés.

Actuellement, il nous faut constater que dans les établissements scolaires les clubs d'Echecs et les clubs "Jeux" sont en grande partie animés par des professeurs de mathématiques. Heureusement, nous n'en avons pas l'exclusivité ; surtout actuellement où on assiste à un engouement pour les jeux, où la plupart des journaux (et même le Bulletin de l'A.P.M.E.P.) leur consacrent une rubrique, et où apparaissent un grand nombre de revues spécialisées.

Il est donc normal, et même nécessaire, que l'A.P.M.E.P. y apporte sa propre contribution.

Les jeux et les mathématiques

Lors de débats ou au cours de réunions de professeurs de mathématiques, on en vient souvent à essayer de définir le "jeu" ; et il suffit d'aller chercher ce mot dans un dictionnaire pour constater combien il se joue de nous ; il est en effet à mille facettes, jusqu'à celle qui désigne une pièce mal fixée ! C'est peut-être pour cela que nous ne sommes pas trop fixés nous-mêmes. Chacun a une ou plusieurs définitions et tout le monde a raison ! L'idée qui revient tout de même très souvent est celle de divertissement, de récréation ; mais ce qui est divertissement, et donc jeu pour l'un, ne l'est pas nécessairement pour l'autre ! et pour prendre un exemple qui nous concerne, un grand nombre de nos élèves ne voient pas très bien en quoi les mathématiques sont un jeu !

Quand on en vient à se demander si utiliser un jeu en classe c'est jouer ou faire des mathématiques, les esprits s'échauffent et les avis sont très partagés ; mais vient aussitôt l'autre question : Que veut dire alors "faire des mathématiques" ? La réponse que chacun fait à cette question conditionne bien sûr la réponse à la précédente.

C'est pourquoi nous préférons poser cette autre question : les jeux étant ce qu'ils sont, ou ce que chacun veut bien qu'ils soient, en quoi nous intéressent-ils en tant qu'enseignants, et plus particulièrement en tant que professeurs de mathématiques, dans notre pratique pédagogique ? Il est difficile d'y répondre en quelques lignes, et c'est l'objet de cette brochure de tenter de donner quelques éléments de réponses.

On peut tout de même déjà indiquer les principales raisons qui nous ont amenés à nous intéresser aux jeux :

• **innover** dans la pratique pédagogique et dans la vie même de l'école par la création de clubs "Jeux" qui peuvent être aussi "mathématiques".

Notre enseignement, et plus généralement l'école, ne doit pas être en retard sur l'évolution de la société. L'audiovisuel, l'informatique et les jeux sont des domaines auxquels l'école est assez imperméable.

• **rechercher des supports motivants, des situations riches** qui permettent de "faire des mathématiques". Mais il ne faut pas se leurrer sur de telles activités ; l'esprit dans lequel elles sont conduites est très important ; on peut en effet très bien ennuyer nos élèves à propos d'un jeu, et les enthousiasmer à propos d'exercices classiques. C'est pourquoi les motivations de l'enseignant lui-même sont primordiales, et la réussite de telles activités en dépend.

• **permettre la pratique ludique** éventuellement en classe, mais surtout dans le cadre d'un club où elle peut se réaliser pleinement. En classe, en effet, l'enseignant poursuit certains objectifs, et doit les faire atteindre à ses élèves ; le degré de liberté vis-à-vis du jeu est donc moindre ; mais le fait de manipuler réellement des objets, du matériel, peut faciliter le raisonnement des élèves. On constate souvent qu'une formalisation ou une expression déficiente peuvent cacher une réflexion correcte révélée par une bonne manipulation. L'intérêt du club par rapport à la classe est que les élèves sont volontaires, et qu'ils peuvent prendre le temps de réfléchir, chercher, manipuler, expérimenter pour leur propre plaisir, sans aucune sanction ni contrainte. C'est pourquoi l'activité ludique peut utilement compléter l'enseignement des mathématiques, et même s'y intégrer.

Présentation de la brochure

Dans cette brochure, il nous a été bien sûr impossible de traiter tous les jeux. Certains regretteront l'absence des jeux d'Echecs, de Dames, de Go, d'Awélé, qui sont de grands classiques. Des publications très fournies les concernant existent déjà. Mais il n'est pas impossible que dans l'avenir nous y apportions notre propre contribution. Bien d'autres jeux ou casse-tête auraient pu aussi y figurer ; ce sera peut-être l'objet de nouvelles brochures, et en tout cas celui d'un fichier sur les jeux, que nous comptons réaliser.

Cette brochure veut être avant tout une sensibilisation aux jeux ; et dans sa conception, nous y avons porté bien sûr un regard de professeurs de mathématiques, que ce soit à propos de la réalisation du matériel, des études mathématiques d'un certain nombre de jeux, ou de leur utilisation en classe.

Nous n'avons pas voulu donner pour chaque jeu une utilisation possible en classe car elle dépend bien sûr des objectifs que chacun poursuit par (dans) son enseignement, des motivations personnelles de l'enseignant et de celles de ses élèves. De plus, ce serait retirer une dimension essentielle au jeu que de l'envisager uniquement dans l'optique de l'enseignement.

Cependant, à titre seulement d'exemples, nous avons cru bon de présenter quelques activités qui ont été réellement expérimentées en classe. Elles sont bien sûr soumises à votre critique, comme d'ailleurs l'ensemble de cette brochure.

ADCS Le Petit Archimède

MESURE DU TEMPS, CALENDRIERS, CADRANS SOLAIRES, RYTHMES BIOLOGIQUES

L'équipe du Petit Archimède* et de l'A.D.C.S.* engagent leurs forces dans un nouveau** numéro spécial sur le thème du TEMPS. Parce qu'il touche tout à la fois aux sciences (astronomie, physique, géographie, biologie...) et à leur histoire mais aussi à celle des peuples, de leurs croyances, de nos techniques et de leur évolution, ce très beau sujet a retenu notre attention.

L'équipe du PETIT ARCHIMÈDE s'engage ici dans un nouveau travail qui retiendra, j'espère, votre attention.

Ce texte est donc un appel à contributions. Vos idées, suggestions, propositions d'études, éléments de bibliographie, seront pris en compte et pourront fournir des éléments utiles à certains développements. Votre participation peut aussi se concrétiser par l'écriture d'articles divers qui seront étudiés par notre comité de rédaction (sans engagement, toutefois, de les publier).

Merci de nous écrire à :
A.D.C.S. (PAT) 61 rue Saint Fuscien 80000 Amiens

P.A.

---

* L'A.D.C.S. est une association sans but lucratif (loi 1901). Elle est l'auteur et l'éditeur d'une revue scientifique interdisciplinaire : "LE PETIT ARCHIMEDE".

** L'équipe de P.A. vient de publier une étude très complète sur "Le nombre d'Archimède" c'est-à-dire π (300 pages). Ce travail collectif (près de 40 auteurs) a demandé quatre années de travail. Il constitue incontestablement et de très loin une SOMME sur ce sujet.

LE JEU ET L'ÉCOLE
LE JEU A L'ÉCOLE

Nous remercions R. JEGOU de nous autoriser à reproduire de larges extraits des articles parus dans L'ÉCOLE LIBÉRATRICE n° 29 (30-5-80), n° 9 (14-11-80), n° 11 (28-11-80) et n° 16 (23-1-81).

La partie descriptive de présentation des jeux a été condensée. Vous retrouverez certains de ces jeux dans cette brochure ou dans les fiches à venir.

Mathématiques...

Quarante enfants dans une salle,
Un tableau noir et son triangle.
Un grand cercle hésitant et sourd
Son centre bat comme un tambour.

Des lettres sans mots ni patrie
Dans une attente endolorie.

Le parapet dur d'un trapèze,
Une voix s'élève et s'apaise
Et le problème furieux
Se tortille et se mord la queue.

La mâchoire d'un angle s'ouvre
Est-ce une chienne ? Est-ce une louve ?

Et tous les chiffres de la terre,
Tous ces insectes qui défont
Et qui refont leur fourmilière
Sous les yeux fixes des garçons.

de Jules SUPERVIELLE

La mathématique, pas celle évoquée par Supervielle, bien sûr, peut être un instrument privilégié de formation. L'analyse de situations variées que l'on peut faire avec les élèves aide à passer de la pensée égocentrique à la pensée théorique.

Ce passage est la grande aventure de l'école élémentaire et d'une bonne partie de la scolarité au collège.

Ce devrait être un des buts principaux de l'éducation.

Seulement voilà ...

J'ai acquis la certitude qu'on ne tire pas le meilleur parti de cet instrument. On confond calcul et formation logique (car je ne peux pas croire que ce soit délibéré, comme au temps des classes de fin d'études où il fallait surtout savoir lire, écrire et compter — calculer la surface des champs, le volume des tas de fumier ou de betteraves...).

En effet, nous essayons de conduire nos élèves vers la pensée conceptuelle en évoluant dans le domaine des nombres. Par les nombres, nous espérons accéder à la logique. Le raisonnement me paraît erroné ; nous mettons, au sens propre, la charrue devant les bœufs.

Le monde numérique est un monde abstrait qui rebute souvent ; on parle de "l'obstacle calcul" ; on pourrait parler de l'échec par le calcul.

Essayons de renverser la proposition : concevons l'enseignement des mathématiques comme une activité d'éveil et de logique ; travaillons la pensée : formons l'esprit ; lorsque le terrain sera préparé, alors nous pourrons faire l'étude des nombres et du calcul qui deviendra une conséquence et non plus un but.

J'ai trouvé ce genre de préoccupation chez Dieudonné : *"Quel but devrait-on poursuivre dans nos civilisations modernes en enseignant les mathématiques aux enfants ? Certainement pas de leur faire connaître une collection de théorèmes plus ou moins ingénieux sur les bissectrices d'un triangle ou la suite des nombres premiers dont ils ne feront jamais le moindre usage plus tard mais bien de leur enseigner à ordonner et à enchaîner leurs pensées selon la méthode dont se servent les mathématiciens.*

C'est l'essence de la méthode mathématique qui doit faire l'objet de l'enseignement, les matières enseignées ne devant être que des illustrations bien choisies".

Les buts les plus fréquemment recherchés dans la pratique scolaire sont du niveau inférieur de l'activité mentale — ce qu'on nomme dans la classification de Bloom, le niveau de connaissance simple — ces buts concernent essentiellement la mémorisation et la rétention d'informations. On juge souvent le travail scolaire en pourcentage de restitution de l'information.

Or l'activité de l'esprit fait de plus en plus appel à des exercices d'un niveau supérieur à la connaissance simple :

- organisation et interprétation de l'information ;
- analyse d'une situation ; d'un ensemble d'éléments ; de relations entre ces éléments ;
- synthèse d'éléments divers, venant d'ensembles différents dans un un nouvel ensemble structuré qui pourra être communiqué (résumé, plan, schéma...) ;
- probabilités naïves ;
- extrapolation d'une tendance ;
- jugement sur les informations, sur les méthodes proposées par le groupe.

Ces activités sont possibles à l'école élémentaire. Pour qu'elles le soient, pour travailler au développement de la pensée, pour dynamiser cette formation, la rendre vivante et en quelque sorte lui donner un corps, j'ai introduit les jeux dans ma classe.

Quelle révélation !

En plus du dépoussiérage et de la notion de plaisir qui se mêlait à l'enseignement, je découvrais que le jeu contribuait, au-delà de mes espérances, à la formation intellectuelle. En 1978, avec un CM2, j'ai enregistré la conversation suivante :

Moi : Tu joues souvent avec les jeux de la classe. Tu aimes ça ?

Elève : Oui ; c'est marrant et en plus ça me fait réfléchir.

Moi : Qu'est-ce que tu appelles réfléchir ?

Elève : Réfléchir, c'est se demander ce que l'autre va faire et essayer de trouver avant qu'il joue.

"Penser à ce que l'autre va faire", voilà la richesse des jeux de stratégie ! Jouer aide à sortir progressivement de l'égocentrisme natif. L'enfant peut se décentrer dans la situation, prendre du recul pour analyser la conjoncture créée par "l'autre", il envisage les relations et active ainsi sa marche vers l'objectivation et la réversibilité de la pensée — qui sont, on le sait, deux composantes importantes de la formation intellectuelle.

Jouer contribue à élaborer une pensée opératoire en faisant fonctionner des opérations mentales comme la multiplication logique, l'emboîtement des classes, la combinatoire, la réversibilité de la pensée et en allongeant les relations dans un ensemble donné.

De plus, j'ai constaté que des élèves traînant, depuis la maternelle, la réputation d'être réfractaires aux mathématiques, entraient de plain-pied dans ces jeux structurés et y étaient aussi valeureux que les "bons" élèves.

Leurs démarches stratégiques prouvaient un bon équipement mental qui n'était plus inhibé par les nombres et le calcul.

Alors, des jeux, j'en ai cherché.

Nous utilisons des jeux du commerce comme les Echecs, les Dames, le Master-Mind (qui soit dit en passant n'est que le jeu de "plus malin" qu'on trouvait en France il y a une dizaine d'années), le Brain Trainer, le Go, le Compte est bon, le Mot le plus long, etc.

Mais surtout nous fabriquons. Nous traçons les "terrains" sur des plaques de contreplaqué ; comme pions, nous utilisons des graines de haricots, des capsules de bouteilles de bière, des disques en bois découpés dans des manches à balais, comme on coupe un saucisson.

Pour tous ces jeux, nous avons pris l'habitude de nous communiquer nos découvertes, les astuces que nous trouvons, les éléments de stratégie que nous améliorons. Ces éléments sont indispensables. Pour cela, j'ai préparé une grande plaque métallique peinte avec la peinture à tableau et un lot de jetons aimantés. Ceci à l'avantage de permettre l'explication d'un point de la règle ou l'étude d'une stratégie proposée par un élève, devant toute la classe.

Ces jeux sont en permanence à la disposition des utilisateurs. Les règles sont écrites au dos du contreplaqué.

Voici des exemples de jeux. Je les cite dans l'ordre où ils ont démarré en 1978-1979.

• **Des jeux de pions**, tels que les Marelles où il s'agit d'aligner des pions, ou le jeu de HIP pour lequel il ne faut pas construire de carré avec ses pions. Jeux simples grâce auxquels on commence à se repérer dans le plan.

• **Les jeux de traversée**, tel le jeu de Gale (rebaptisé Points-Croix), avec lesquels on peut élaborer de véritables stratégies...

• **Quelques jeux de Nim**, tels la Course à 20 (avec des variantes), le jeu de Marienbad, le Premier arrivé à 34 à l'aide des nombres de 1 à 16 utilisés une fois seulement. Jeux dans lesquels on découvre la notion de position forte et l'analyse rétrograde !

• **De nombreux jeux numériques** : Mathématico, le Compte est bon, Tic tac toe numérique, l'Arithmomachie (simplifiée), Shut the Box, le Rami des nombres, etc. Jeux dans lesquels sont cultivés le sens de l'observation, la sûreté du calcul et les probabilités naïves.

• **Des jeux individuels** où l'on retrouvera des classiques : Réussites de cartes, Taquins, Solitaire, Figures de Trioker, Tours de Hanoï, Tangram, et des moins connus : la Tchouka, Changement de camp, les Cubes Soma, les Cubes diaboliques... Toutes activités qui approfondissent l'apprentissage de l'autonomie, de l'analyse et de la synthèse.

• **Des jeux pour toute la classe** joués en équipe avec discussion tels que Patterns où il s'agit de retrouver une structure logique cachée en posant le moins de questions possible, Trouve mon idée, adaptation du même jeu avec des cartes (il faut trouver le critère de suite de présentation des cartes), la Molécule (adaptation de Black Box) et toute une série de jeux du même type que le Master-Mind visant à accentuer les qualités d'imagination et de recherche chez les enfants.

• **Des jeux de stratégie assez simples** tels Pair ou Impair dans lequel les joueurs A et B inscrivent au choix 1, 2 ou 3 puis montrent leur nombre : si la somme est paire, A gagne et marque ce nombre, si la somme est impaire, B gagne et marque ce nombre. On convient d'un total à atteindre. Ou le classique Jeu de Mains avec la pierre, les ciseaux, le puits et la feuille... Jeux qui font réfléchir sur les probabilités (naïves), l'"équité" d'une situation, sans compter les implications psychologiques !

• **Des jeux de stratégie** tels Synapse, Sim ou quantité de jeux de crayon-papier, **topologiques** ou de réseaux, qui allient les prévisions de "calcul" et la nécessaire étude "géographique" du terrain.

• **D'autres jeux**, enfin, tels l'Awelé, Flèches (adaptation de Tripples), le Jeu Chinois (création de la classe), les Dames Chinoises... demandent un peu plus de matériel (et de temps !) mais, de par leur profondeur, sont de réels jeux de stratégie dans lesquels chaque enfant peut s'épanouir en concrétisant un "style" personnel de jeu.

Voilà donc un certain nombre de jeux qui répondent à ***trois critères*** :

1) ils sont assez variés pour qu'on en trouve qui correspondent aux différents niveaux de nos élèves ;

2) ils permettent des parties rapides (ce qui semble ajouter au plaisir de jouer) et ce qui incite à des analyses abordables par des écoliers ou des collégiens ;

3) ils ont tous été choisis parce qu'ils font appel à des opérations mentales qui aident au développement vers la pensée formelle.

Rappelons en particulier :

• **Réversibilité de la pensée**. Sans cesse, il doit y avoir commerce avec les intentions supposées du joueur d'en face. Que va-t-il faire ? Comment va-t-il s'y prendre ? Si j'étais à sa place... C'est bien là le contraire de la pensée égocentrique.

Dans la mesure où il favorise — et même nécessite — l'échange, le jeu aide l'enfant à situer ses idées par rapport aux autres idées possibles.

• **Analyse des situations créées** à chaque instant et ajustement de sa propre pensée aux conditions nouvelles. Analyse du problème sous le plus grand nombre de points de vue.

• **Synthèse d'éléments divers** que l'on va restructurer dans une vision nouvelle. L'enfant qui joue invente. Il combine et applique immédiatement le résultat de ses combinaisons. L'école ne cherche pas à développer la capacité de produire des formes nouvelles, de conjuguer des éléments que l'on considère d'habitude comme indépendants ou disparates. Le jeu pallie cette carence et permet à l'inverse de restructurer, d'organiser, de produire.

• **Allongement des relations** par la prévision à plus ou moins long terme.

Nous savons tous dans le métier que notre rôle principal est d'aider l'enfant et l'adolescent à se débarrasser de la pensée syncrétique ; cette "pensée par îlots" sans coordinations, sans catégorisations, sans emboîtements.

Eh bien, le jeu, parce qu'il permet de prévoir, est en ce sens un outil de formation.

La démarche se traduit souvent par la connexion fondamentale : Si... alors.

Si mon adversaire fait ceci... ou cela, **alors** moi je peux réagir comme ceci... ou comme cela. Nous essayons de découvrir des relations longues dans un ensemble donné.

*

* *

Quand je pense à la non-réversibilité de la pensée, je pense à ce Français qui débarque à Londres et s'adresse à son ami : *"Waterloo... Trafalgar... ils sont fous ces Anglais ; ils donnent des noms de défaites à leurs rues !"*.

Quand je pense à des relations courtes, je pense à cet élève de CM2 qui — au cours d'un exercice à trou — avait complété une phrase de la façon suivante :

Le ciel qui tout à l'heure était* ☐ *se trouvait envahi par une multitude d'hirondelles.

L'élève propose $\boxed{\text{exacte}}$ et il m'explique pourquoi : l'heure ? l'heure était exacte.

C'est cela qu'on peut appeler la relation courte qui révèle une pensée fonctionnant de proche en proche par cheminements additifs. Le mot inducteur est un des voisins ; ce n'est plus l'ensemble de la phrase qui compte.

Visiblement, ces deux personnes ont besoin d'être aidées dans l'éducation de leur pensée théorique. Les techniques habituelles d'éducation n'y suffisent pas toujours.

Le jeu de réflexion peut être un élément important dans cet apprentissage : n'oublions pas qu'il s'agit d'éveiller et de former.

Quand on demande à un enfant ou à un adolescent d'analyser, il doit s'appuyer sur la conquête mentale de la notion de conservation, de causalité, de l'emboîtement des classes, de la réversibilité.

Quand on lui demande de trouver une solution, il s'appuie sur la multiplication logique et la combinatoire (qu'en d'autres lieux on peut appeler pensée divergente). Il rompt avec sa pensée à circuits courts ; il établit des relations longues et diversifiées, sur un texte ou une situation problématique. Il déduit. Il recourt à l'hypothèse et à la recherche des possibles. Il doit décentrer sa pensée pour se placer à un point de vue qui n'est pas le sien.

Où trouver domaine plus riche que dans les jeux ?

Notre rôle, c'est d'aider enfants et adolescents à conquérir cette pensée nécessaire aux études théoriques.

Certains réussissent seuls, mais les autres ? Les jeux de réflexion constituent un champ privilégié de formation. Ils sont indispensables à l'enfant pour sa propre construction. Ils aident, sans sombrer dans l'intellectualisme raide et desséchant.

Ne négligeons pas cette richesse au nom d'une vieille idée qui veut que l'on joue après le travail ; c'est la notion de "à la sueur de ton front" et "tu enfanteras dans la douleur" ; ou, ce qui est peut-être pis, au nom d'un certain puritanisme pédagogique.

Alors, le jeu à l'école, qu'est-ce que c'est ?

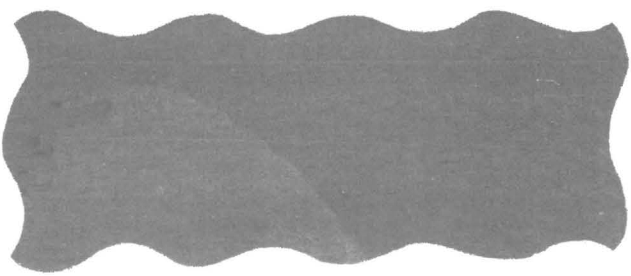
C'est refuser d'opposer :

- le plaisir à l'effort ;
- le jeu au travail ;
- la liberté à la rigueur.

C'est revendiquer :

- le droit au plaisir ;
- le droit à l'erreur ;
- le droit à l'expérimentation, au tâtonnement, au questionnement ;
- la priorité de la formation sur la transmission du savoir.

Raymond JEGOU



Page d'écriture

Deux et deux quatre
Quatre et quatre huit
Huit et huit font seize
Répétez ! dit le maître
Deux et deux quatre
Quatre et quatre huit
Huit et huit font seize
Mais voilà l'oiseau-lyre
Qui passe dans le ciel
L'enfant le voit
L'enfant l'entend
L'enfant l'appelle
Sauve-moi
Oiseau !

Extrait de Jacques PREVERT

JEUX et MATÉRIEL

L'envie de jouer et le plaisir que l'on trouve à jouer peuvent être déterminés par la qualité esthétique du jeu. Notons tout de même que certains jeux ne demandent pas de matériel sophistiqué

- marelles qui peuvent se jouer sur le sable avec pommes de pin, cailloux... ou sur une surface permettant un tracé à la craie.
- jeux de crayon-papier

Un très grand nombre de jeux utilisent des damiers, des réseaux carrés, hexagonaux ou triangulaires, sur lesquels sont disposés ou viennent se placer les éléments du jeu au cours de la partie. Ces éléments de jeu sont très souvent des pions de couleurs différentes. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés plus particulièrement, dans une première partie, à des techniques de fabrication de ce type de matériel, avec pour objectifs :

- une fabrication aisée, possible dans un club jeux
- un coût peu élevé
- des usages multiples, d'où réduction de la quantité de matériel
- une qualité esthétique.

Le choix du matériel peut aussi être guidé par l'usage que l'on fait du jeu, et nous avons considéré, dans une deuxième partie, l'impact, qu'on pourrait qualifier de 'pédagogique'' du matériel.

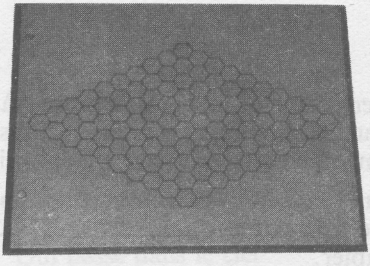
A

I. Damiers, réseaux, quadrillages, dallages sur lesquels sont disposés ou viennent se placer les éléments du jeu au cours de la partie.

1/ MATÉRIAUX

papier on peut y dessiner damiers, réseaux.. mais la durée de vie est faible.

carton on peut y dessiner et la durée de vie est plus grande, surtout si on le recouvre d'un plastique adhésif

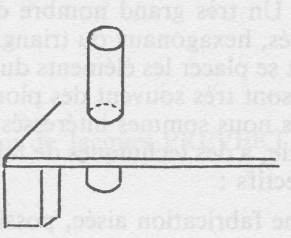


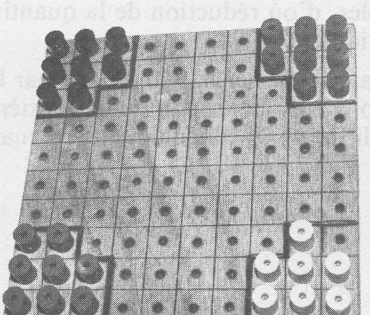
1 HEX

contreplaqué : en épaisseur suffisante (8 à 10 mm par exemple)

• il permet des tracés par pyrogravure, au feutre...

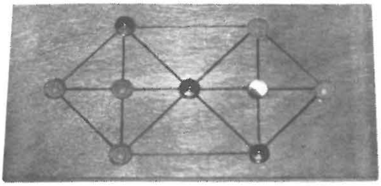
• on peut aussi percer des trous qui recevront des pions. Un choc sur le jeu ne gâche alors pas la partie





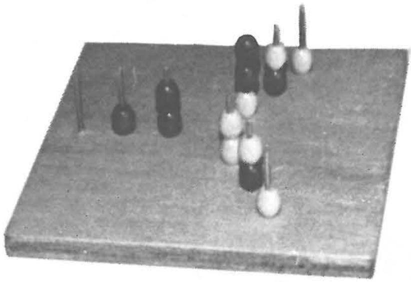
2 HALMA

• on peut y creuser des cavités par gros forets, mèches à bois, fraises... ces cavités recevant des billes, des perles...



3 LES NAINS ET LE GÉANT

• on peut faire une planche à clous, les pions étant des perles venant s'enfiler sur les pointes.



4 LES GRAINS DU ROY

Ce matériel permet, pour des pointes assez longues, les jeux d'alignement en dimension 3.

Dans chacun des cas il est préférable de protéger par vernissage.

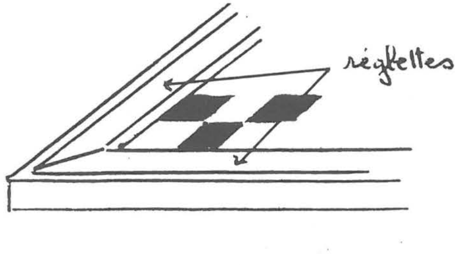
isorel perforé : déjà muni de trous, il permet la réalisation rapide de réseaux, damiers... Peu onéreux.

adhésifs : pour toutes sortes de quadrillages.

plastique : adhésif ou pas. Recouvrant un quadrillage, on peut y écrire avec des crayons spéciaux. Les pions ne risquent alors pas de s'égarer à l'occasion d'un choc sur le jeu. On peut effacer à la fin du jeu.

2/ POUR DISPOSER DE DAMIERS... MULTI-USAGES

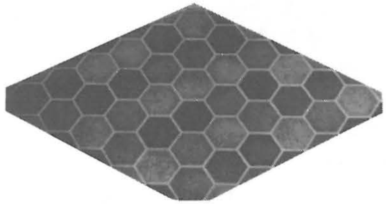
• un damier 10×10 devient facilement un échiquier 8×8 ou un damier de dimension inférieure par l'utilisation de réglettes amovibles.



• recto et verso d'une plaque de contreplaqué peuvent être munis de réseaux différents.

3/ POUR RÉALISER DES DALLAGES HEXAGONAUX

• morceaux de lino avec dessins hexagonaux

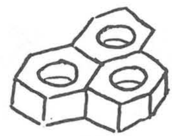


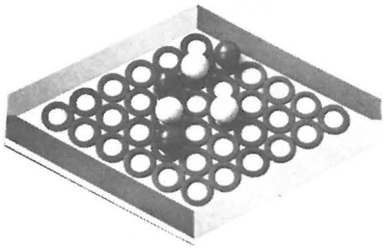
5 HEX

• carrelage hexagonal collé sur du contreplaqué (mais c'est lourd)

• écrous collés (à la Cyanolit par exemple) qui peuvent recevoir des billes

• joints collés qui peuvent recevoir des billes.

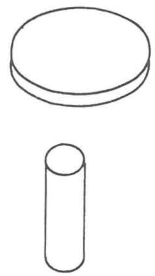




6 HEX

II. Pions

Disposer du même type de pions pour plusieurs jeux différents permet de faire une économie sur leur nombre. Perdre un pion n'est alors pas dramatique, il suffit d'avoir quelques pions supplémentaires, d'un seul type.

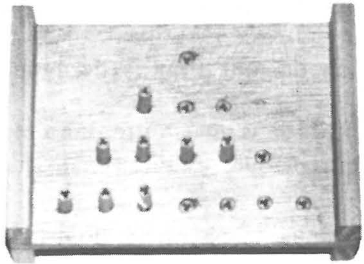


• rondelles en tourillon, comme les pions de dames, que l'on peut colorer au feutre par teinture, peinture.

• chevilles en tourillon que l'on peut enfoncer dans les trous prévus à cet effet, et qu'on peut déplacer au cours du jeu.

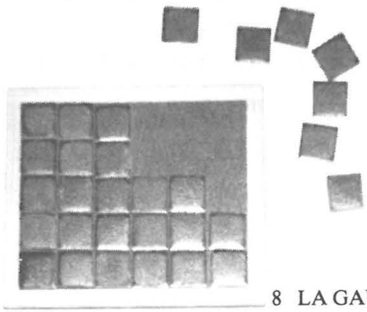
Remarque : il est recommandé d'utiliser une boîte à onglets pour obtenir une découpe propre et régulière du tourillon.

• chevilles plastique qui permettent, pour les jeux sans déplacement de pions, d'"enlever" un pion en l'enfonçant. On retourne alors le jeu pour la partie suivante.



7 MARIENBAD

• carrelages de 2 cm × 2 cm (et même plus petits) ou hexagonaux.



8 LA GAUFRE EMPOISONNÉE

• billes, perles, cailloux, coquillages, graines diverses (café, lentilles...), écrous...

Adresses où l'on peut se procurer des pions :

• **OCDL** :
65, rue Claude Bernard, 75005 Paris
(pions emboîtables vendus sous la dénomination Cylimath, voir photo 2)

• **Association JEUDI** :
La Blaquière par la Cavalerie, 12230 Aveyron

III. Remarques

La présentation d'un jeu est soumise à des contraintes matérielles qu'il faut résoudre ; les considérations précédentes permettent de le faire dans un grand nombre de cas. Pour certains jeux, on sera cependant amené à des constructions selon un modèle spécifique (tangram, taquin, polycubes,...).

On doit aussi penser à *récupérer* divers matériaux et objets qui pourront être utilisés, par exemple :

• matériel de calcul de l'école primaire (tableaux 10 × 10 et pions, abaques divers...) ;

- emballages en tout genre (boîtes à pastilles, à cigares, à fromages, à allumettes...) ;
- revêtement de sol ou de mur (motifs hexagonaux ou carrés, par exemple) ;
- quadrillages (à découper dans un égouttoir à vaisselle par exemple...) ;
- chutes diverses (contreplaqué, plaques en matière plastique, plexiglass...).

En ce domaine, la qualité essentielle dont il faut faire preuve est *l'imagination.*

Notons que les parents d'élèves, par leurs activités professionnelles, peuvent souvent nous alimenter en ces matériaux.

Enfin, parfois, les réalisations matérielles peuvent être faites en collaboration avec l'atelier de l'établissement ou d'un établissement scolaire voisin.

B

Beaucoup de jeux peuvent être construits, présentés de différentes façons ; nous avons été amenés, pour ces réalisations, à tenir compte de contraintes matérielles (matériaux et outillage disponibles, par exemple) ; cependant, le choix entre ces présentations diverses peut être soumis à d'autres conditions que l'on pourrait qualifier de pédagogiques.

A ce titre, envisageons les exemples simples suivants :

Jeux à **deux joueurs** qui jouent **à tour de rôle.**

→ ① Qui dira vingt ?

Chacun des jeux joueurs ajoute 1 ou 2 au nombre dit par l'autre :
— l'un commence et dit 1 ou 2 (1, par exemple) ;
— l'autre ajoute 1 ou 2 à ce nombre (2, par exemple) et dit 3 ;
— à son tour, le premier ajoute 1 ou 2 (1, par exemple) et dit 4 ;
— etc.
Celui qui dit 20 a gagné.

→ ② Sur une bande de 20 cases (fig. 1) chaque joueur coche, à tour de rôle, une ou deux cases consécutives, à partir de la gauche (fig. 2). Le gagnant est celui qui coche la dernière case à droite (fig. 3).

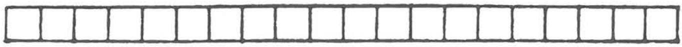
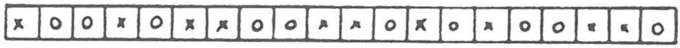
fig. 1 

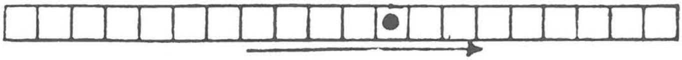
fig. 2 

fig. 3 

Le joueur disposant des "○" a gagné.

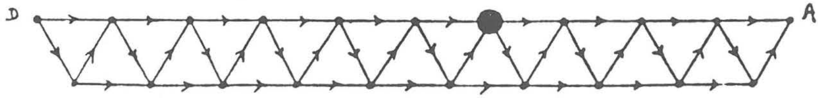
→ ③ Au lieu de cocher des cases, les joueurs peuvent aligner, à tour de rôle, des réglettes (Cuisenaire, par exemple) prises parmi des réglettes 1 ou 2. Exemple :

→ ④ Sur une bande de 20 cases (route) chaque joueur avance, à tour de rôle, un pion (une voiture) d'une ou deux cases. Celui qui pose le pion sur la dernière case a gagné.



→ ⑤ D'un tas de 20 objets (cailloux, allumettes...), chaque joueur enlève 1 ou 2 objets. Celui qui prend le dernier objet a gagné.

→ ⑥ Droit au but.
Chaque joueur avance le pion de la case où il se trouve à une des deux cases voisines, en suivant une flèche.
Gagne celui qui pose le pion sur la case A.
Le pion est, au début, sur la case D.



Une rapide analyse montre que ces six jeux ont la même "structure", qu'ils sont équivalents ; on dit alors parfois (abusivement ?) qu'il s'agit du même jeu sous des habillages, des déguisements différents.

Cependant, ces jeux seront-ils équivalents pour qui ne les aura pas tous analysés complètement ? Vraisemblablement non ! Mais alors, quels critères permettront à l'animateur du club, au professeur, de choisir entre ces différentes présentations ?

1. Des considérations techniques pourront nous guider entre un jeu oral sans matériel (comme (1)), ou un jeu de pion (comme (4) ou (6)), ou un jeu "papier-crayon" (comme (2)).

2. De jeunes enfants préfèreront un habillage concret et chargé d'une certaine valeur affective : ainsi, le jeu (4) pourra mettre en scène une petite voiture se déplaçant sur une route (on peut même faire en sorte que la voiture qui arrive sur la dernière case allume une lampe ; de plus, la réalisation matérielle du jeu peut être confiée, en partie ou en totalité, à l'enfant).

3. D'autres pourront préférer des jeux dont la présentation est en rupture avec les activités scolaires et ainsi adopter plus volontiers (4) ou (5) que (1).

4. Notre choix peut être guidé aussi par le fait que l'habillage oriente l'analyse ou masque plus ou moins la stratégie du jeu.

• Ainsi, la présentation (1) nous oriente vers une analyse numérique, ce qui n'apparaît pas aussi nettement dans les autres exemples.

• La présentation (6) suggère fortement une analyse de géométrie métrique (losanges...) et une déformation du réseau de jeu déroute complètement les enfants qui perçoivent mal la nature topologique de cet exemple ; d'autre part, l'équivalence entre ce jeu et les autres n'apparaît pas souvent aux yeux des joueurs.

• Certaines présentations (2 ou 3) nous permettent de voir entièrement une partie (et même plusieurs, pour 2), ce qui n'est pas le cas des autres (sauf si on s'impose de noter tous les coups) ; on peut alors plus aisément analyser une partie, porter un jugement sur les coups de chaque joueur, comparer deux parties...

5. Il est intéressant de voir comment un jeu est susceptible d'en suggérer d'autres par une modification plus ou moins profonde de certains de ses éléments, de certaines de ses règles ; cette possibilité est souvent tributaire de l'habillage du jeu initial.

• Ainsi, on peut, pour les six jeux décrits, faire varier la situation de départ, mais seule la présentation (1) s'adapte bien au choix d'un nombre grand (une bande de 453 cases ou un tas de 453 cailloux serait difficile à envisager).

• Si on décide de disposer, au départ, de deux ou plusieurs tas d'allumettes, la présentation (5) convient mieux que la (1) ou la (6).

• Si on change les modalités de chaque coup, par exemple en permettant d'ajouter n'importe quel nombre de 1 à p (version 1), les présentations suivantes conviennent assez bien, mais la dernière devient vite inextricable.

• Si on interdit que deux coups consécutifs soient identiques (dans l'optique précédente), les versions qui visualisent les différents coups seront préférables aux autres...

6. Remarquons enfin qu'il est souvent intéressant de présenter un "même jeu" sous différents déguisements pour que soient éventuellement découvertes, par les joueurs, les analogies, les équivalences.

JEUX "PAPIER-CRAYONS"

Parmi tous les jeux auxquels peuvent se livrer les élèves, ceux qui n'utilisent que du papier, un crayon (ou des crayons) et peut-être une gomme, jouissent d'une faveur assez extraordinaire. Pensez donc ! le matériel se trouve partout (et particulièrement en classe), on peut y jouer discrètement (quelquefois trop !), on peut y jouer n'importe quand (y compris pendant les cours), on peut même retourner la feuille de papier en cas d'urgence pour s'appliquer au maniement des déplacements de $\mathbf{R}^2$ (sauf les distraits, vite confondus, qui jouent recto-verso, si ! si ! ça existe !), et quand la partie est finie on peut même en faire une cocotte en papier, bref, c'est vraiment l'idéal.

Ceci est un avertissement : ami lecteur, penses-y à chaque instant : si tu inities tes élèves aux quelques jeux qui figurent dans ce chapitre, tu cours évidemment le risque de les voir pratiquer pendant tes cours.

Cela dit, l'engouement qui existe pour ce support (pas cher, démocratique, peu encombrant et bio-dégradable) fait que l'on trouve des versions papier de très nombreux jeux. Il faut donc trier et écarter.

Quelles sont donc les utilisations du papier ?

On peut le découper, le plier ou le coller. On entre alors dans le monde des guirlandes, des napperons ou des "origamis". Je n'en nie pas l'intérêt, ni sur le plan pratique de l'habileté ni sur le plan plus théorique des groupes de symétrie, de la géométrie de la règle, de la topologie des surfaces ou de l'étude des polyèdres. Malgré tout, il existe de nombreux ouvrages sur ce sujet, dont certains fort bien faits. Nous les écarterons donc avec regrets.

Hors cela, le papier sert surtout à inscrire des signes qui peuvent être des lettres, des chiffres, des traits, des symboles divers ou des coloriages.

On peut donc l'utiliser pour des jeux alphabétiques simples comme le "pendu" ou le "zigomar"(*), ou plus sophistiqués et concourant largement à l'enrichissement du vocabulaire chez les jeunes enfants, comme en témoigne l'excellent et récent ouvrage "Mots en rond" de J. Sauvy. Certains de ces jeux, ou de ces défis, conduisent à des perfor-

(*) "Master-Mind" alphabétique.

mances étonnantes comme le roman "La disparition"(**) de G. Perec dont je vous laisse le soin de découvrir la clef. Nous les écarterons ici, vous les retrouverez ailleurs.

Nous écarterons, pour des raisons analogues, les jeux typiquement numériques dont l'intérêt ne se discute pas, et les cryptarithmes que vous retrouverez également ailleurs.

Restent donc en lice les traits et les symboles non alpha-numériques.

On peut évidemment dessiner un jeu de 52 cartes sur du papier et accéder ainsi à un univers passionnant, mais ce serait sans doute exagéré. Recalé !

On peut également, avec une gomme, jouer aux dames, aux échecs ou au go : ce n'est pas très adapté et le champ de bataille, pour peu que l'on utilise des crayons gras, prend vite la teinte brumeuse des matins de Waterloo. Ces solutions ne peuvent donc convenir qu'à des toxicomanes forcenés en état de manque et ne sauraient se généraliser.

On peut d'ailleurs en dire autant de tous les jeux mettant en cause des populations de points évoluant rapidement. Ainsi, le "jeu de la vie" de Conway, qui est cependant cité ici, ne peut se jouer raisonnablement qu'avec une feuille de papier électronique (ordinateur avec imprimante ou écran), sous peine de voir les morts et les vivants se fondre à tout jamais dans les brouillards cités plus haut.

De la même façon, il sera délicat de traiter certains problèmes de nature combinatoire nécessitant de nombreux essais et erreurs, dont les exemples caractéristiques sont les carrés magiques et la recherche de parcours de cavaliers sur l'échiquier. Il est probablement préférable, dans ces cas, d'utiliser des jetons numérotés type loto.

Restent donc finalement comme jeux parfaitement adaptés au papier :

1. Les jeux mettant en cause des pions fixes et placés définitivement, tels que le "morpion", le "morpion solitaire", les "petits carreaux", voire le "jeu de Gale" ou le "jeu de Hex".

2. Les jeux où les pions peuvent disparaître (être rayés) à condition que leur emplacement ne soit pas réutilisé. C'est le cas du jeu de Marienbad ou de jeux similaires — Nim bicolore, Nimbi —. C'est le cas également du Hackenbush ou de jeux "Euleriens" bien qu'ici ce soient des traits et non des pions qui disparaissent.

3. Les jeux de type topologique où les joueurs tracent des traits ou effectuent des coloriages. On rangera dans cette rubrique "Col", "Snort", "Bourgeons", la variante de "De Possel", le "jeu de Sim", etc.

(**) Edité chez Denoël.

4. Une dernière classe sera constituée d'un singleton. C'est le jeu de la course automobile qui se distingue nettement des autres par la prise en compte de la "métrique" du support ainsi que par son aspect dynamique.

Cette tentative de classification peut évidemment être discutée et suggère plusieurs remarques.

Certains de ces jeux nécessitent l'existence d'une structure fixe et traditionnelle (quadrillages pour le morpion, configuration de départ pour "Marienbad"). D'autres au contraire sont libres (Hackenbush, Col, Snort). Ces derniers ont l'avantage d'éviter que le jeu ne s'arrête au premier niveau que constitue l'apprentissage par cœur d'un certain nombre de situations privilégiées, ou de tactiques locales. Je ne nie absolument pas l'intérêt de cette étape, je veux simplement rappeler ce fait évident : si la recherche et la découverte d'une tactique, ou mieux d'une stratégie gagnante sont extrêmement stimulantes, l'apprentissage par cœur, lui, est stérile.

La seconde remarque est que la plupart de ces jeux est d'origine récente : ce n'est pas un hasard. Le jeu reflète, plus ou moins fidèlement, les préoccupations ou les modes d'une époque. Sans les ordinateurs, ou plutôt sans la théorie des automates finis, il est probable que Conway n'aurait jamais inventé le "jeu de la vie" ; de la même façon, le Hackenbush, Col, etc. ne doivent leur existence qu'au fait que la théorie des graphes existe comme discipline mathématique ; quant aux jeux de connexion comme Hex, Gale ou les Bourgeons, existeraient-ils sans les développements de la topologie ? C'est possible mais on peut en douter.

Bourgeons (ou Sprout)

Joueurs : en général 2, tous âges

Nature : topologique

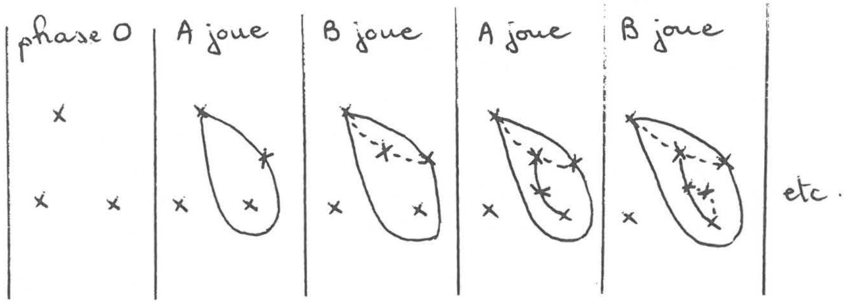
Matériel : papier et crayon ; plage mouillée et galets, etc.

Inventeur : J.H. Conway

Règles : 1/ On marque n points sur le plan.
2/ Les joueurs jouent alternativement.
3/ Jouer consiste à relier un point à un autre par un arc continu *sans point double* et à marquer un nouveau point sur cet arc.
4/ Un point ne peut être extrémité que de 3 arcs au plus.
4bis/ Par conséquent, 2 arcs ne peuvent se croiser.
5/ Le premier joueur qui ne peut plus jouer a perdu.

Stratégie : inconnue à ce jour sauf pour n très petit.

Exemple de partie, pour $n=3$



Bourgeons (variante de De Possel)

Joueurs : en général 2, tous âges
Nature : topologique
Matériel : papier et crayon ; plage mouillée et galets, etc.
Inventeur : R. De Possel
Règles : on choisit n points sur un cercle et on ne joue qu'à l'intérieur du cercle
Stratégie : inconnue à ce jour pour $n>9$.
Les petits exemples montrent que le joueur A possède une stratégie gagnante pour $n \neq 1,3,6,9$.

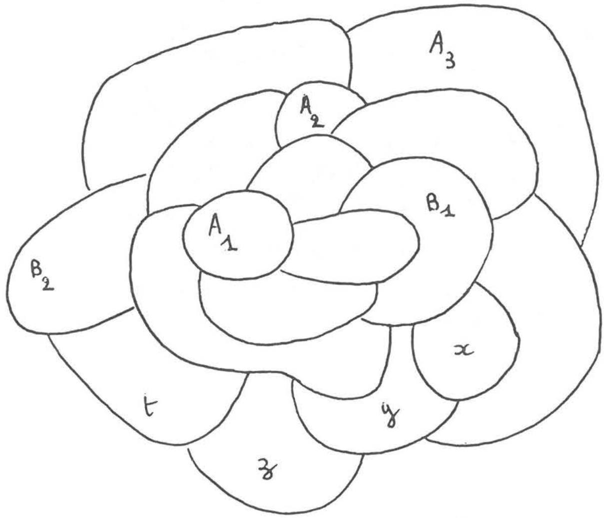
Snort

Type : graphe, combinatoire
Joueurs : 2 ou plus
Inventeur : ?
Décrit dans: "On numbers and games" (J.H. Conway)
Matériel : papier-crayon ou plage-galets, etc.
Règles : 1/ On se donne une carte composée d'un assez grand nombre de pays.
2/ Chaque joueur choisit un signe distinctif (ronds et croix, galets et coquillages, etc.).
3/ Les joueurs ne peuvent jouer que sur des pays vides.
4/ Chaque joueur joue alternativement en marquant un pays de son signe.
5/ Deux pays qui ont un segment de frontière commun ne peuvent pas recevoir des signes distincts.
6/ Le premier qui ne peut jouer sans violer la règle 5 a perdu.

Note : Historiquement les joueurs sont deux fermiers possédant l'un des vaches, l'autre des taureaux. Pour éviter des partages laborieux, ils conviennent de ne jamais faire paître leurs bêtes dans des champs ayant une clôture commune.

Exemple de partie :

Les joueurs A et B ayant joué dans l'ordre : A_1 , B_1 , A_2 , B_2 , A_3

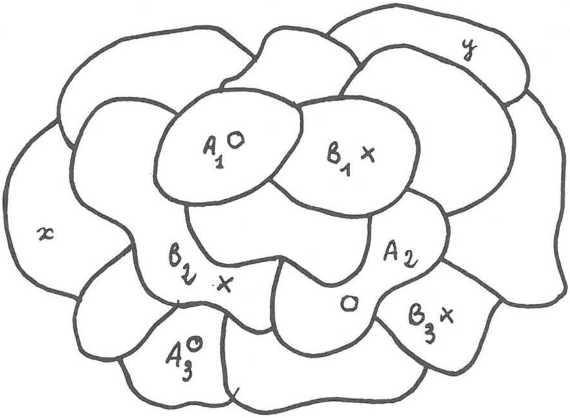


B peut jouer B_3 en *x, y, z, t* . S'il joue *x* , A joue *z* et gagne. S'il joue *y, z* ou *t* , A ne peut plus jouer et a perdu.

Col (oriage)

Type : graphe, combinatoire
Joueurs : 2 mais on peut généraliser
Inventeur : Colin Vout
Décrit dans: "On numbers and games" (J.H. Conway)
Matériel : papier et crayon, ou plage, galets et coquillages
Règles : 1/ On se donne une carte composée d'un assez grand nombre de pays.
2/ Chaque joueur choisit un signe distinctif (les ronds et les croix ou bien les galets et les coquillages, etc.).
3/ Les joueurs ne peuvent jouer que sur des pays vides.
4/ Chaque joueur joue alternativement en marquant un pays de son signe.
5/ *Deux pays qui ont un segment de frontière commun doivent être marqués de signes différents.*
6/ Le premier qui ne peut plus jouer sans violer la règle 5 a perdu.

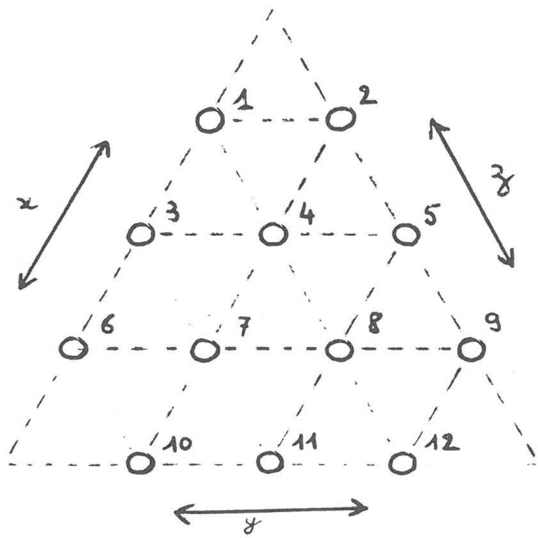
Exemple :



A peut jouer au choix en x ou y . Mais y est le seul pays qui reste à B. Par conséquent, A joue A_4 en y et gagne.

Nimbi

Nature : pions, arith-logique
Matériel : 12 pions
Inventeur : Piet Hein
Règles : 1/ Les pions sont rangés en 4 lignes (fig. 1).



2/ Les joueurs jouent à tour de rôle. On ne passe pas.
3/ Jouer consiste à ôter du jeu de 1 à 4 pions avec les contraintes suivantes.
4/ Les pions ôtés doivent appartenir à un même segment de direction x, y ou z.
Exemple : on ne peut pas jouer 3,8 ou 3,10.
5/ Les pions ôtés doivent être adjacents.
Exemple :
a) on peut jouer 6,7,8 mais pas 6,7,9 ;
b) si un joueur a ôté 4 , le suivant peut ôter 6,7,8 mais pas 3,5 ou 2,7,10 .

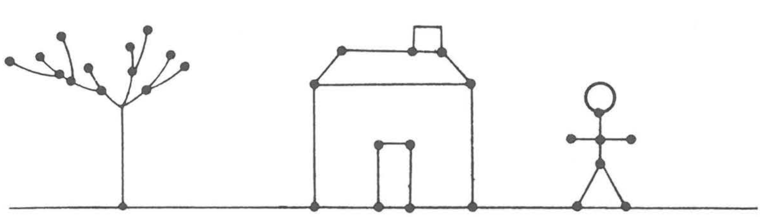
Stratégie : connue (Journal of Recreational Mathematics).

Hackenbush

Joueurs : 2 (ou plus) sur un dessin

Ce dessin comporte :
— un sol représenté par un trait horizontal
— un ensemble de points reliés par des lignes (c'est-à-dire un graphe avec ses sommets et ses arcs) de telle sorte que tout point soit en liaison (directe ou non) avec le sol.

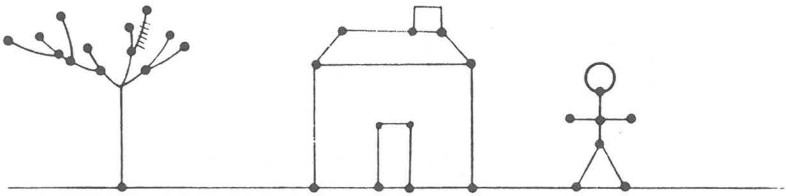
Exemple d'un dessin :



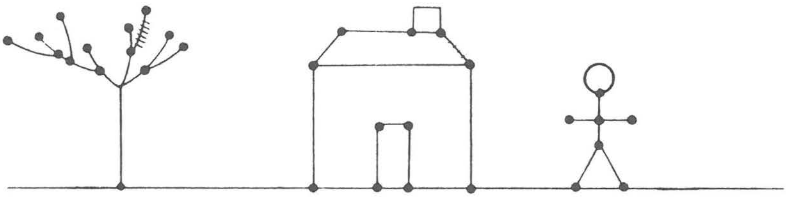
Chaque joueur supprime à son tour un arc (ligne joignant deux sommets). Perd celui qui ne peut plus jouer.

Exemple d'un début de partie :

joueur A



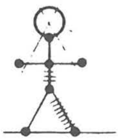
joueur B

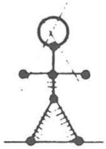


Attention : Il faut tenir compte de la pesanteur. Si on supprime un arc qui était le **seul** lien d'une partie du graphe avec le sol, cette partie s'écroule.

Exemple d'une fin de partie :
(On suppose qu'il n'y a plus d'arc à supprimer sur l'arbre ou la maison).

joueur A  le corps du bonhomme est encore relié au sol par une jambe.

joueur B  le joueur B en supprimant le tronc du bonhomme fait s'écrouler la tête, le cou et les bras.

joueur A  le joueur A supprime la deuxième jambe.

Le joueur B ne peut plus jouer, il a perdu.

LES MARELLES

Présentation

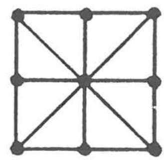
On retrouve sous ce vocable un grand nombre de jeux à deux joueurs qui se déroulent sur un réseau (ou sur un damier) avec des pions de deux couleurs. Ces jeux simples semblent à la base des jeux de dames et d'échecs. Ils ont connu une grande vogue en raison de la simplicité du matériel. C'est pourquoi on en retrouve la trace dans des écrits très anciens.

Le but peut être de deux sortes : blocage de l'adversaire ou alignement de ses propres pions.

Ces jeux comportent souvent une phase préliminaire : la *pose*.

Avant de faire une présentation de tous ces jeux, il semble intéressant d'étudier la stratégie du plus connu d'entre eux, la "Marelle simple" encore appelée "Drapeau anglais" à cause de la forme de son réseau. Dans l'ouest de la France, il est couramment appelé "la Vache".

La marelle simple



Le jeu se joue à deux joueurs — les blancs et les noirs — chacun ayant trois pions.

Première phase

Chaque joueur pose à tour de rôle un pion sur l'un des nœuds du drapeau.

Deuxième phase

Une fois tous les pions posés, chaque joueur, à tour de rôle, déplace un de ses pions vers une case voisine libre.

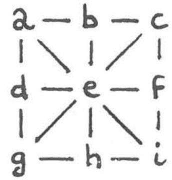
But du jeu

Le premier qui aligne ses trois pions a gagné.

ÉTUDE STRATÉGIQUE DU JEU

Pour l'étude du jeu on utilise les notations suivantes

espace



déplacement

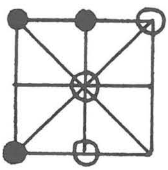
ab signifie que le pion qui est en *a* se déplace en *b* .

Ce jeu est-il réellement un jeu ? N'existe-t-il pas une stratégie gagnante pour l'un des joueurs ? La connaissance de cette stratégie ne suffit-elle pas à tuer le jeu ?

On constate, en effet, que le premier joueur (pions blancs) est assuré du gain en cinq coups. Il suffit d'envisager les deux cas suivants pour des raisons de symétrie.

A)

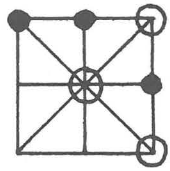
coup	blanc	noir
1	*e*	*a*
2	*h*	*b* forcé
3	*c* forcé	*g* forcé
4	*hi*	au choix
5	*ef* gagné	



Après le troisième coup

B)

coup	blanc	noir
1	*e*	*b*
2	*i*	*a* forcé
3	*c* forcé	*f* forcé
4	*ih*	au choix
5	*hg* gagné	

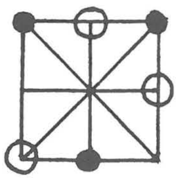


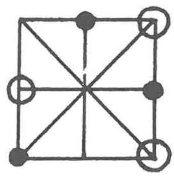
Après le troisième coup

Le gain est donc assuré pour celui qui commence au centre (et même assez simplement). Ce jeu sera appelé par la suite jeu 1.

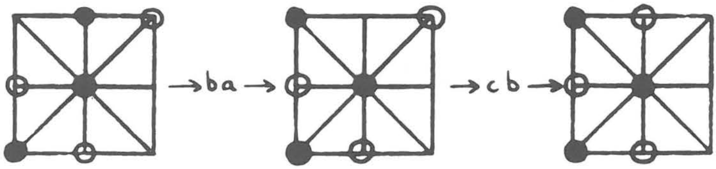
On peut introduire la restriction suivante : "Ne pas commencer au centre". Mais si on ne débute pas au centre, ou si on laisse échapper le gain au début, la partie peut s'éterniser et être nulle.

Exemples de positions nulles :





Le seul piège à éviter est d'être bloqué en voulant conserver le centre. Voici un exemple :



Le jeu 1 ne peut donc s'adresser qu'à des enfants s'initiant aux jeux stratégiques. Alors que faire pour "réactiver" ce jeu par ailleurs si sympathique ?

• On peut modifier et compléter le réseau pour obtenir des variantes présentées et décrites plus loin. On peut même étendre le jeu à trois dimensions (cf. Gardner : *Divertissements mathématiques*, tome 1, dans le chapitre "Le Tic Tac Toe").

• On peut aussi envisager une évolution de ce jeu comme celle proposée par F. Gutmacher dans le numéro 8 de la revue "Jeux, Tu, Ils" de l'Association Jeudi.

COMMENT FAIRE ÉVOLUER LES RÈGLES D'UN JEU DÉJÀ EXPLORÉ

Dans la règle du jeu 1, il y a une contrainte que le premier joueur fait habilement jouer en sa faveur : "Il faut poser tous les pions avant de les déplacer".

Effectivement, dans les deux stratégies gagnantes vues précédemment, les blancs forcent les noirs à poser leur deuxième pion à côté du premier et possèdent ainsi plus d'espace pour manœuvrer et gagner. Peut-être que si les noirs pouvaient déplacer le premier pion posé, la réponse à cette attaque permettrait un jeu différent.

De là est né le jeu n° 2.

Jeu n° 2

a) RÈGLES

Le but du jeu est le même que pour le jeu n° 1.

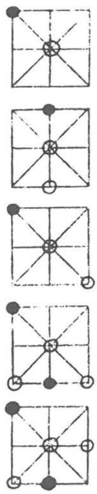
Chaque joueur pose *ou* déplace un pion à tour de rôle (il n'est donc pas nécessaire de poser tous ses pions pour commencer à les déplacer).

Ici les subtilités de l'attaque, semblables au jeu n° 1, sont mises en défaut, la défense consistant justement à déplacer l'un des pions posés. Mais cependant, il existe une stratégie gagnante pour les blancs (premier joueur). Il faut ruser un peu. Cherchez donc !

b) **STRATÉGIE GAGNANTE**

A)

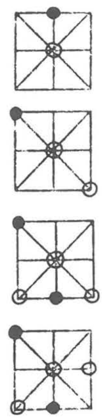
coup	blanc	noir	
1	*e*	*a*	
2	*h*	*ab*	sinon voir jeu 1
3	*hi*!!	*ba*	
4	*g*	*h*	
5	*if*		



et blanc gagne

B)

coup	blanc	noir	
1	*e*	*b*	
2	*i*	*ba*	sinon voir jeu 1
3	*g*	*h*	
4	*if*		



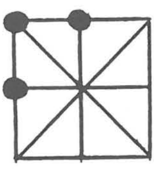
et blanc gagne

c) **JEU N° 2 BIS**

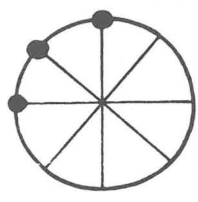
Les règles sont les mêmes qu'au jeu n° 1.

Le réseau change et devient une "roue de vélo".

Il y a davantage de possibilités d'avoir trois pions "alignés" :



devient un alignement



On remarque que le jeu devient plus indécis, notamment dans la phase initiale, où les noirs peuvent gagner si les blancs sont trop optimistes. (A étudier !).

Si les deux joueurs sont suffisamment avertis, la partie s'éternise et devient nulle par répétition de coups.

d) **CONCLUSION**

Les jeux N° 2 et 2 bis, bien que plus subtils que le jeu initial, ne peuvent donc pas prétendre être plus que des initiations aux jeux stratégiques.

Et si les pions étaient différenciés ? On voit apparaître un nouveau jeu.

Jeu N° 3

a) **RÈGLES**

Les pions blancs sont numérotés 1, 3 et 5 et les pions noirs 2, 4 et 6 et *on les joue dans l'ordre.*

Si un pion ne peut pas bouger lorsque c'est son tour de jouer, on passe au numéro suivant.

But du jeu : Aligner ses trois pions (indépendamment de l'ordre des numéros).

Notation : Lorsque le pion 2 va à la case *a* , on note le coup 2*a* .

On ne note pas les coups forcés. Seuls sont numérotés les coups offrant plusieurs possibilités.

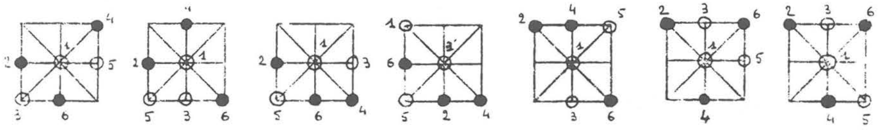
b) **STRATÉGIE**

A ce jeu il est encore plus délicat de dégager une stratégie gagnante pour l'un des joueurs. Les positions de départ sont nombreuses (combien ?). On peut cependant réduire le nombre de positions par deux types de considérations :

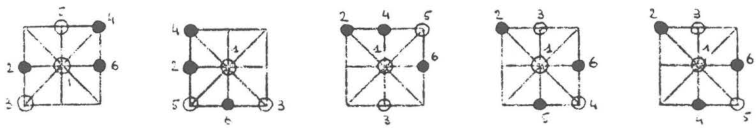
- Les symétries de la figure.
- Le fait que l'un des deux joueurs puisse aligner ses trois pions dès la pose si l'autre joueur n'y prend pas garde. Le choix est donc restreint, mais il reste un nombre important de positions pour lesquelles l'issue de la partie est différente.

Voici des exemples de positions ; ce sont les blancs qui jouent en premier à partir du pion N° 1.

A) Positions gagnantes pour les noirs (quel que soit le coup des blancs)



B) Positions gagnantes pour les blancs



Pour chacune de ces positions, il faut choisir le bon coup. Essayez !

c) **STRATÉGIE**

Existe-t-il alors une stratégie gagnante pour l'un des joueurs ? Si oui, comment le prouver ?

On peut penser, à priori, que le premier joueur est avantagé, comme dans les jeux N° 1 ou 2, par le fait que c'est lui qui commence, et qu'il peut donc choisir la situation vers laquelle il s'engage. Par conséquent, il essaiera d'éviter les positions, nombreuses, favorables aux noirs. Cela est-il possible ?

Eh bien oui, c'est une chance pour lui. Essayez de découvrir la stratégie gagnante. Elle se trouve plus loin.

d) **CONCLUSION**

Est-ce toujours aussi désespérant ? Certes, une stratégie gagnante existe pour le premier joueur, mais ici elle est moins évidente que dans les jeux N° 1 ou 2 et sa recherche systématique peut être envisagée avec profit pour de jeunes joueurs. Ce jeu conserve donc un certain intérêt.

Mais des joueurs confirmés, ayant trouvé la stratégie gagnante, trouveront ce jeu trop simple et voudront l'améliorer.

Jeu N° 4

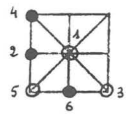
Les pions blancs sont numérotés 1, 3, 5, les noirs 2, 4, 6, et on les joue dans l'ordre, comme dans le jeu n° 3. Ce qui change, c'est que, lorsqu'on déplace un pion, on peut le poser sur une case disponible quelconque, autre que celle qu'il quitte (il n'est plus astreint à suivre les lignes du réseau).

Une variante se rencontre dans "La marelle vivante" (dit aussi "les 9 chaises") où les pions deviennent des individus formant deux équipes, les trois joueurs d'une même équipe n'ayant pas le droit de communiquer entre eux ; ce qui apporte un piment supplémentaire. Le jeu n° 4 et sa variante restent à analyser.

Stratégie gagnante du jeu N° 3

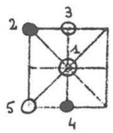
L'étude se réduit à deux positions.

A)

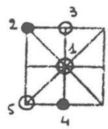


Les coups 4, 5 et 6 sont forcés ensuite 1*b*, 1*c* et les blancs gagnent

B)

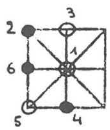


4 est forcé



1*d*, 3*a* et blanc gagne

ou



1*i*, 3*c*, 2*b* et blanc gagne

ou

1*i*, 3*c*, 2*i*, 3*e* et blanc gagne

Remarquons avec intérêt que dans les positions finales gagnantes, les pions impairs 1, 3 et 5 sont toujours alignés et ils sont ordonnés ! Cela est-il toujours possible ? Observons que cette situation arrive alors qu'elle n'est pas recherchée, car lors de la pose des pions, on force la place des pions n° 4 et 6 *en menaçant un gain sans ordre.* Or le gain sans ordre est un gain pour le jeu N° 3 ; cela nous conduit tout naturellement au jeu N° 5.

Jeu N° 5

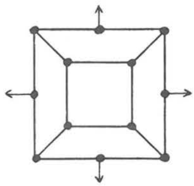
- Mêmes règles que pour le jeu N° 3.
- But : Pour gagner, il faut aligner dans l'ordre ses trois pions.

Ici l'analyse est encore plus complexe que pour le jeu N° 3. Il y a moins de contraintes de *pose* pour les deux joueurs, en particulier pour le joueur noir. Cela fait qu'il existe plus de positions de départ. D'autre part le gain est plus difficile à trouver. Le jeu N° 4 est donc pour l'instant encore un jeu ! Existe-t-il une stratégie gagnante au jeu N° 4 ? La question reste ouverte. A vous d'y répondre.

Dans les jeux N° 3 et 5, les blocages interviennent souvent et sont même un élément de stratégie. Certains, pensant qu'il faut pénaliser le joueur bloqué, inventeront d'autres règles pour satisfaire leur exigence. C'est ainsi que F. Pingaud a inventé un nouveau jeu : KIL KAL KUL.

Kil kal kul

Ce jeu se joue avec huit pions numérotés sur une marelle spéciale.



BUT :

Etre le premier à totaliser 21 points ou plus.

RÈGLES :

— Un joueur possède les pions blancs (1, 3, 5 et 7) et l'autre les pions noirs (2, 4, 6 et 8).
— On joue les pions à tour de rôle dans l'ordre des numéros.
— Lorsqu'un joueur est bloqué
a) sur une case marquée d'une flèche, il sort et le bloqueur marque le nombre de points indiqués sur ce pion et le jeu continue
b) sur une autre case, il passe son tour.

— Lorsque c'est au tour d'un pion sorti de jouer, il rentre où il veut sur n'importe quelle case libre.

— Le jeu prend fin lorsque l'un des joueurs a atteint 21. Il a gagné.

REMARQUES :

On peut se poser des questions. Le joueur noir n'est-il pas désavantagé puisque $2+4+6+8=20$ et $1+3+5+7=16$? Mais on voit à l'usage que le joueur blanc est souvent le premier bloqué. Cela est-il une compensation ? A vous de juger.

CONCLUSION :

On voit comment on peut faire évoluer un jeu et c'est ainsi qu'est née toute une série de jeux plus ou moins apparentés à la marelle.

Voici donc quelques variantes des jeux de marelle.

Le fer à cheval

Il doit son nom à la forme de son réseau. Il a été très pratiqué en Alsace et dans le Jura. Il se joue à deux joueurs (les blancs et les noirs) chacun ayant deux pions.

BUT DU JEU :

Bloquer l'adversaire.

RÈGLES :

Première phase : chaque joueur pose un pion à tour de rôle.

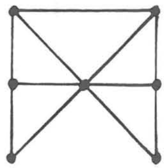
Deuxième phase : chaque joueur déplace un pion vers une case voisine libre.

Celui qui ne peut plus jouer a perdu.

La madelinette

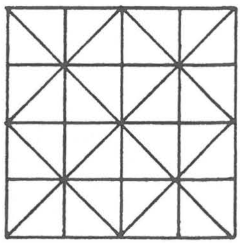
Les règles sont les mêmes que ci-dessus avec trois pions par joueur.

Bibliographie : Lucas III et Pentamino 2.



La marelle à cinq pions

Jeu à deux joueurs ayant chacun cinq pions :



BUT DU JEU :

Aligner cinq pions.

RÈGLES :

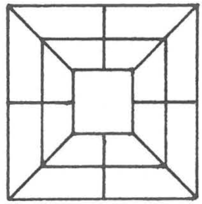
Identiques à celles de la marelle simple.

La marelle triple

Jeu à deux joueurs ayant chacun neuf pions.

BUT DU JEU :

Aligner trois pions pour prendre les pions adverses. Celui qui n'a plus que deux pions a perdu.



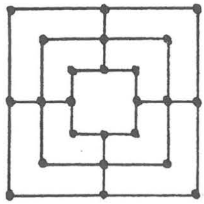
RÈGLES DU JEU :

Chaque joueur pose à tour de rôle un pion sur le réseau.

Ensuite chacun déplace à tour de rôle un pion vers une case voisine vide. Si un joueur réussit un alignement de trois pions, il gagne un pion adverse de son choix.

Cas particulier : Si un joueur n'a plus que quatre pions, il peut se déplacer en ligne droite, en sautant une case inoccupée.

Une variante de ce jeu existe avec le réseau ci-contre.

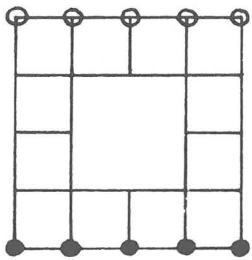


La Pettie

Jeu grec — pratiqué pendant la guerre de Troie —

Deux joueurs ayant chacun 5 pions.

Position initiale :
- les blancs sont sur la ligne supérieure
- les noirs sur la ligne inférieure.

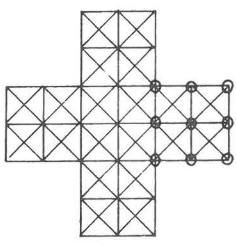


Chaque joueur déplace à tour de rôle un pion vers une case voisine libre, en tentant d'immobiliser un ou plusieurs pions ennemis.

Tout pion immobilisé est retiré du jeu. Celui qui n'a plus de pions a perdu.

Variante : On peut imposer de ne pas reculer.

Forteresse



Jeu pour deux joueurs.

Matériel :
- Un réseau comme celui-ci :
- 2 pions noirs pour l'assiégé
- 24 pions blancs pour l'attaquant.

BUT DU JEU :

Assiégé : doit prendre tous les pions blancs.

Attaquant : faire sortir les deux assiégés et occuper les neuf trous noirs.

RÈGLES DU JEU :

L'assiégé dispose ses deux pions sur deux des neuf trous cerclés de noir et les déplacera dans toutes les directions, même en *arrière*.

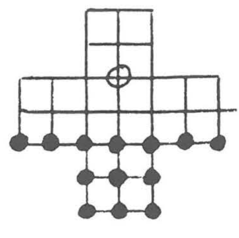
L'attaquant dispose ses 24 pions sur les 24 trous restants et les déplacera verticalement ou diagonalement, mais jamais horizontalement ni en arrière.

Tous les pions avancent d'un trou à la fois, mais l'assiégé doit également prendre obligatoirement et retirer du jeu tous les pions blancs qui sont dégarnis à l'arrière (prise de dame).

Le renard et les poules

Jeu très pratiqué en France à la fin du XVII^{e} siècle et qui réapparaît actuellement dans le commerce.

Matériel :
- le réseau ci-contre, qui indique aussi les positions de départ
- 13 pions blancs (les poules)
- 1 pion noir (le renard)



BUT DU JEU :

Pour les poules : bloquer le renard (qu'il ne puisse ni se déplacer ni prendre).

Pour le renard : ne pas être bloqué, en mangeant le maximum de poules.

DÉROULEMENT DU JEU :

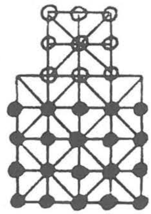
Les poules se déplacent d'un point du réseau à un point voisin, dans n'importe quelle direction.

Le renard se déplace de la même façon mais il peut aussi prendre des poules, comme aux dames, et plusieurs à la fois.

Les renards et les poules

20 poules.
2 renards.

BUT DU JEU :



Pour les poules : remplir le poulailler (les 9 cases marquées O) ou bloquer les renards.

Pour les renards : empêcher les poules de remplir le poulailler en en mangeant le maximum.

POSITIONS DE DÉPART :

Les poules sont aux endroits marqués.
Les renards ont le choix.

DÉROULEMENT DU JEU :

Les poules se déplacent d'une case à une case voisine, en suivant les traits du réseau.

Les poules ne peuvent pas reculer, sauf dans le poulailler.

Les renards se déplacent en tous sens, d'une case à une case voisine. Ils prennent comme aux dames, même dans le poulailler.

Le loup et les moutons

MATÉRIEL :

Un échiquier de 8 × 8 ; 4 pions blancs (moutons) ; 1 pion noir (loup) ou un damier de 10 × 10 ; 5 pions blancs ; 1 pion noir.

RÈGLE DU JEU :

On joue uniquement sur les cases blanches.

Les déplacements se font comme au jeu de dames.

Au départ les moutons occupent les 4 (ou 5) cases situées sur le bord de l'échiquier (ou du damier), le loup une case du bord opposé.

Les moutons ne peuvent pas reculer.

BUT DU JEU :

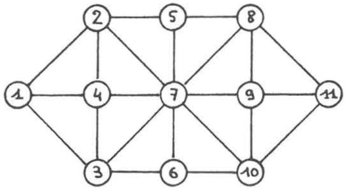
Les moutons doivent bloquer le loup.

La chasse à courre

Connu également sous le nom de "jeu militaire" (Lucas III).

MATÉRIEL :

Un réseau de onze cases, trois pions blancs (les chiens), un pion noir (le cerf).



POSITION INITIALE :

Les chiens occupent les cases 1, 2 et 3, le cerf l'une des cases restantes.

BUT DU JEU :

Les chiens doivent bloquer le cerf.

RÈGLE :

Les chiens jouent en premier, se déplacent vers la droite et ne peuvent pas reculer.

Le cerf se déplace d'une case dans n'importe quelle direction, même en arrière.

A tour de rôle, un chien ou le cerf se déplace vers une case voisine libre.

Variante : On peut imposer aux chiens de bloquer le cerf sur la case 11.

Les nains et le géant

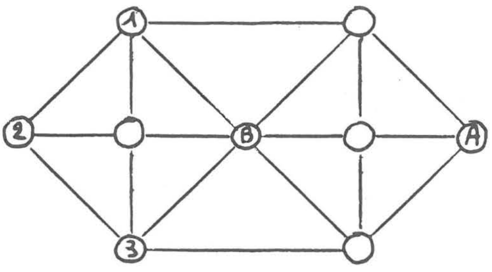
Cf. Pentamino n° 8 IREM de Grenoble

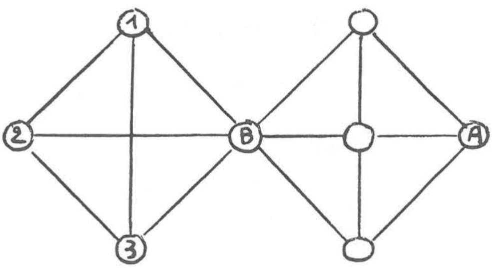
MATÉRIEL :

On utilise l'un des deux réseaux ci-joints.

3 pions blancs : les nains, pour le premier joueur, qui occupent, au départ, les positions 1, 2, 3.

1 pion noir : le géant, pour le deuxième joueur.





BUT DU JEU :

Les nains doivent encercler le géant sur la position A.

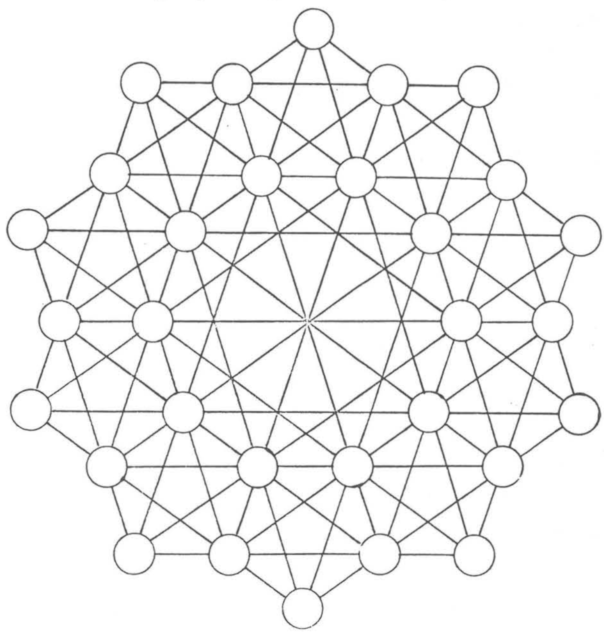
RÈGLES :

Les mêmes que pour ''la chasse à courre'', mais au départ, le géant ne peut occuper la case centrale B.

La répétition d'une même suite de coups trois fois assure en tout état de cause la victoire du géant.

La marelle quadruple

Variante proposée par notre collègue Viricel



MATÉRIEL :

Le réseau ci-contre, 10 pions blancs et 10 pions noirs.

BUT DU JEU :

Aligner quatre pions pour prendre un pion adverse.

Celui qui n'a plus que trois pions a perdu la partie.

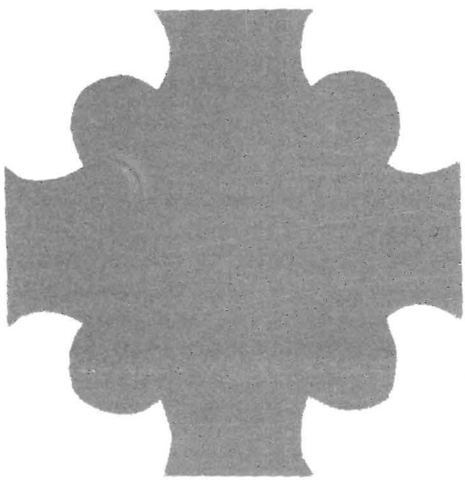
RÈGLE DU JEU :

Position initiale : le plateau est vide.

Chaque joueur pose à tour de rôle un pion sur une case vide.

Quand tous les pions sont posés, chaque joueur déplace un de ses pions vers une case voisine (cerclée sur la figure).

Si un joueur aligne quatre pions, alors il prend un pion adverse.



JEUX D'ALIGNEMENTS

Nous avons regroupé dans cette rubrique quelques jeux dont le but consiste à placer un certain nombre d'objets sur une même ligne (droite, circulaire...) de telle sorte que ces objets ne soient pas séparés par ceux de l'adversaire. Nous n'étudierons ici que les jeux vérifiant la règle suivante : un pion posé ne peut plus être déplacé par la suite. Les jeux d'alignement ne respectant pas cette règle sont classés dans le chapitre des Marelles. Nous ne présenterons que les jeux nous ayant paru les plus importants par leur originalité, ou par leur notoriété.

Nous commencerons par le célèbre morpion qui reste sans doute un des jeux les plus utilisés dans nos classes, le plus souvent à l'insu des pédagogues.

Le morpion (2 joueurs)

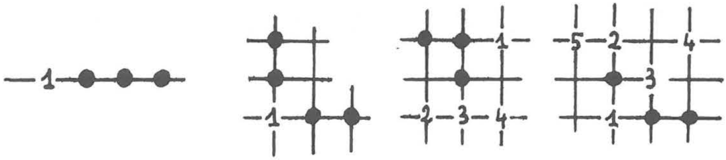
Ce jeu se pratique sur une feuille quadrillée ordinaire. Chaque joueur inscrit à son tour une croix de sa couleur sur une intersection de deux lignes du quadrillage. Le but du jeu est d'aligner 5 croix de sa couleur. Les lignes peuvent appartenir à 4 directions différentes : |, —, \, /.

Sur ces bases, le jeu se pratique de 2 façons différentes selon que le vainqueur est :

- le premier à réaliser une ligne
- celui qui réalise le plus de lignes.

Dans ce dernier cas, le joueur qui vient de marquer un point a le droit de rejouer. Une croix et une seule peut appartenir à deux lignes différentes (9 croix alignées font donc marquer 2 points). Le jeu se termine au bout d'un temps fixé à l'avance, ou par saturation de la feuille.

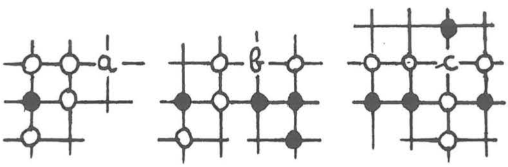
La première version est connue au Japon et aux Etats-Unis sous le nom de GO-MOKU. Ce jeu aurait été inventé par des joueurs de Go pour se distraire entre deux parties. Elle est très intéressante car elle permet une étude systématique et informatique des débuts de parties. On lira à ce sujet l'article de Murray et Elcock (pages 75 à 88) dans le livre "Machine-Intelligence" de Ella Dale et Donald Michie aux Editions Oliver and Boyd, Edimburgh and London. Voici quelques-unes des 21 positions gagnantes que vous pourrez trouver dans ce livre. Les numéros 1,2,3... représentent l'ordre des coups restant à jouer :



La deuxième version, la plus pratiquée par les lycéens, diffère radicalement dans la mesure où, plutôt que de chercher à marquer le premier point, on cherche à constituer un réseau plus connexe.

VARIANTE JAPONAISE

Dans le n° 1 de "Jeux et stratégie", vous trouverez (pages 93 à 95) deux variantes appelées Go-Moku et Gomoku-Ninuki. Sous le nom de Gomoku les auteurs désignent le jeu que nous avons présenté ci-dessus avec une contrainte supplémentaire qui rend le jeu plus complexe. Il est interdit de réaliser deux lignes ouvertes de 3 pions ; sur les dessins ci-dessous les positions *a, b* et *c* sont donc tabous pour les blancs.



Le Gomoku-Ninuki est encore plus subtil ; dans cette version, il y a possibilité de prise de pions par encadrement en plus de la contrainte énoncée ci-dessus.

VARIANTES SUR RÉSEAUX DIVERS

On peut jouer au morpion sur un réseau triangulaire, en jouant sur les sommets ou, ce qui revient au même, sur un réseau hexagonal en jouant au centre des cases. Il reste à trouver un nom pour ce nouveau jeu qui intéressera sûrement les jeunes enfants si on le pratique avec de petites mosaïques hexagonales.

Puissance 4 (2 joueurs)

Le nom de ce jeu est une marque déposée par les Editions Milton-Bradley.

DESCRIPTION (photo ci-dessous)

- Une grille de jeu verticale formée de deux plaques rectangulaires comportant 6 rangées de 7 trous.
- 21 pions jaunes, et 21 pions rouges.
- Un système pratique pour vider la grille de son contenu en fin de partie.

BUT DU JEU :

Réaliser le premier un alignement de 4 pions de sa couleur horizontalement, verticalement ou en diagonale. La position verticale fait que l'on est obligé de jouer d'abord en bas. Ce jeu est donc un morpion avec contrainte.

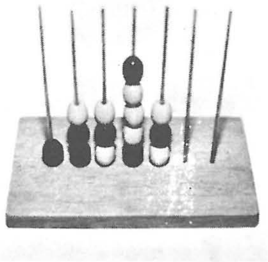
INTÉRÊT DU JEU :

L'intérêt de ce jeu réside surtout dans sa présentation très attrayante pour les enfants. Sa simplicité est telle que certains enfants de 4 ans y jouent déjà très bien. Ce jeu continue à "accrocher" les plus grands dans les clubs des collèges. Le support est sans aucun doute un matériel utile pour la maternelle, car les jeunes enfants de 2 à 3 ans s'en servent spontanément en se contentant de réaliser une partition des couleurs ou de les alterner. Ceux de 5 et 6 ans disputent déjà de belles parties.

A partir d'un certain niveau, beaucoup de parties se soldent par un match nul, et le jeu perd alors de son intérêt.

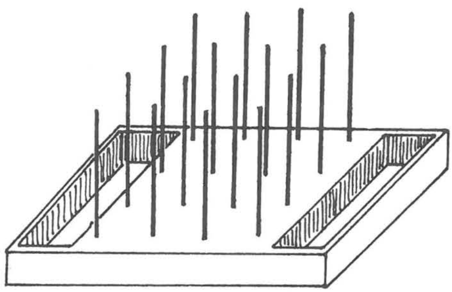
REMARQUES :

Il est facile de construire ce jeu en disposant 7 tiges métalliques sur un socle de bois, et de jouer en enfilant des perles de deux couleurs différentes.



Le sogo

(jeu dans l'espace — 2 joueurs — le nom de ce jeu est une marque déposée par Ravensburger)



MATÉRIEL :

- 16 tiges verticales disposées sur un socle carré.
- 32 perles noires, 32 perles blanches.
- Chaque tige peut recevoir 4 perles.

PRINCIPE :

On enfile les perles tour à tour en commençant par le bas.

BUT DU JEU :

Aligner 4 perles dans l'une des directions possibles : horizontalement (4 niveaux), verticalement, en oblique. 13 directions au total.

INTÉRÊT DU JEU :

Ce jeu, qui tient à la fois du Puissance 4 et du Morpion, est excellent pour développer la vision dans l'espace. Il semble peu accessible aux enfants de moins de 10 ans.

FIN DE PARTIE :

On peut convenir soit d'arrêter le jeu après le premier alignement, soit de continuer jusqu'à saturation.

Une variante intéressante consiste à affecter un coefficient à chaque perle selon son niveau afin d'inciter la réalisation d'alignements au niveau le plus bas. On donne ainsi 4 points par perle au premier niveau, 3 au deuxième niveau, 2 au troisième, et 1 au quatrième. Un alignement peut alors valoir 16, 12, 10, 8 ou 4 points selon le cas. Le vainqueur est celui qui marque le plus de points.

REMARQUES :

Ce jeu est facile à réaliser avec des tiges métalliques, un socle de bois et des perles. Il est très intéressant pour des élèves de S.E.S. qui peuvent le fabriquer et y jouer en classe. Le support permet en plus de redécouvrir certains produits simples (tables de multiplication par 2, 3 et 4).

AUTRES JEUX D'ALIGNEMENT :

- Stéréo 4 (Space Line)
- Les grains du Roy
- Les marelles
- Le morpion solitaire (voir étude qui suit).

Morpion solitaire

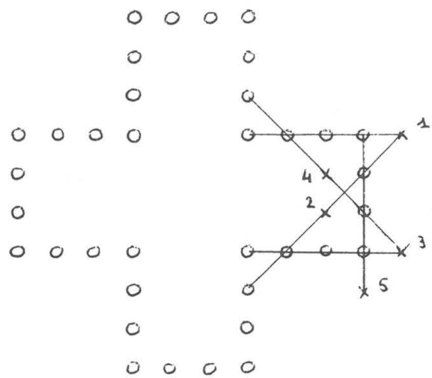
RÈGLE :

On se donne une configuration C_p contenant p points de $\mathbf{Z}^2$. On a le droit d'ajouter un point à la configuration si et seulement si cela permet de construire immédiatement un alignement de 5 points.

Le but du jeu consiste à ajouter le plus de points possible. On parle alors de record associé à la configuration C_p initiale.

EXEMPLE :

La configuration C_p la plus utilisée est la croix helvétique C_{36} .



QUESTION : Quel est le record ?

Cette question paraît légitime ; pourtant il faut montrer qu'elle a un sens, c'est-à-dire que le nombre de coups jouables est borné.

PREUVE :

Appelons degrés de liberté d'un point de la configuration les segments que l'on peut encore faire aboutir à ce point.

La croix C_{36} possède, avant le premier coup, $36 \times 8 = 288$ degrés de liberté.

Lorsqu'on pose le premier coup on ajoute 8 degrés de liberté (ceux du point posé). Par contre, lorsqu'on trace le segment défini par cinq points, on supprime 8 degrés de liberté :

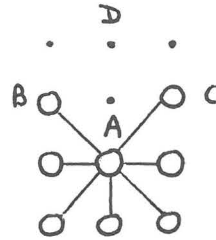
$$1 + 2 + 2 + 2 + 1 = 8$$

Le nombre de degrés de liberté disponibles est donc invariant tout au long de la partie.

Par ailleurs, à chaque instant, le nombre de points situés sur le "bord" de la configuration est fini. Et le nombre de degrés de liberté de ces points de bordure est au moins égal à 1. Il est donc clair que ***le bord de la configuration ne pourra pas contenir plus de 288 points.***

REMARQUES :

1. Cette majoration semble très mauvaise. En effet, et à titre d'exemple, si l'on suppose que la configuration finale est approximativement carrée, et que tous les points intérieurs sont saturés, le côté de ce carré serait de l'ordre de 70, ce qui supposerait environ 5000 coups joués alors qu'actuellement le record est de 170 coups.

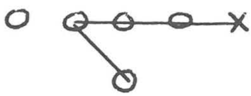


2. En fait il est impossible que chaque point du bord possède *un seul* degré de liberté. En effet, soit A un tel point de degré 7. Il est obligatoirement lié à deux autres points du bord, B et C. Ceux-ci possèdent au moins 2 degrés de liberté sinon le point D serait occupé et le point A ne serait plus sur le bord.

3. De plus il peut arriver (et il arrive !) que des points internes à la configuration ne soient pas saturés, ce qui fait autant de libertés perdues pour le bord.

4. Si l'on suppose, mais est-ce démontrable ?, que le nombre de degrés de liberté des pions du bord est "en moyenne" de 3, ce bord contiendrait environ 95 points et la configuration 500 points, ce qui est plus raisonnable !

5. Cette démonstration s'applique également à n'importe quelle configuration de départ finie. De plus elle repose sur le fait que le segment tracé ***supprime 8 degrés de liberté*** ; elle ne nécessite nullement que l'on trace un alignement de 5 points. Elle s'applique donc aussi à des variantes où on trace une ligne brisée



ou encore, où la ligne est formée de segments non contigus. On peut alors utiliser des configurations très petites et étudier l'influence de la continuité des traits.

6. Elle s'applique aussi à la variante suivante, quelquefois utilisée : on se donne le droit d'ajouter un point ***n'importe où*** à condition de le ***rendre***, c'est-à-dire de tracer un segment ailleurs. En effet, cela ne change en rien l'invariance du nombre de degrés de liberté.

7. Cela suggère un problème intéressant : puisqu'il existe une bijection entre **N** et $\mathbf{N}^2$, on peut convenir que l'on a le droit de se donner, au $n^{\text{ième}}$ coup, $f(n)$ points supplémentaires à condition d'en rendre au moins ***un***. Il est clair que si l'on joue une infinité de coups l'emprunt sera "équitable" (si l'on peut dire !). Voici la question : quelle est la fonction f (et l'algorithme correspondant) telle que la fonction $F_n = \sum_1^n f(i)$ soit la plus lentement croissante (asymptotiquement) ?

Il est clair qu'une telle fonction existe : en effet, soit R le record actuel correspondant à C_{36} : on peut prendre pour $f(n)$:

$$f(n) = 0 \quad \text{pour} \quad 1 < n < R-1 \quad (\text{modulo R})$$
$$f(n) = 37 \quad \text{pour} \quad n = 0 \quad (\text{modulo R})$$

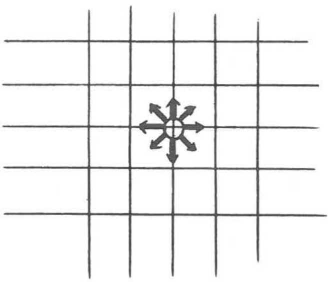
Les 37 points supplémentaires constituent une nouvelle croix. On peut donc continuer. On aurait donc ici :

$$F_n \sim \frac{37}{R}\, n$$

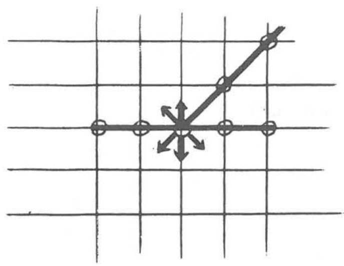
Il semble raisonnable de penser qu'on peut obtenir

$$F_n = o(n^{1/2})$$

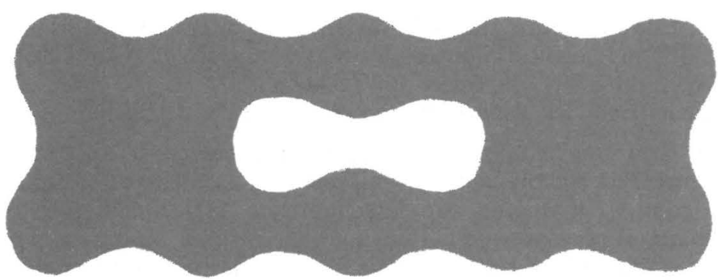
Note : Pour ce type de morpion solitaire, on supposera que le $n^{\text{ième}}$ coup est joué en $\frac{1}{n^2}$ secondes !!



8 degrés



Le pion central possède 5 degrés puisque 3 sont déjà utilisés



JEUX
“D’UN BORD A L’AUTRE”

Il nous a paru important de grouper les jeux de “chemins connexes” pour plusieurs raisons. Ces jeux :

• sont assez ***simples à construire*** dans le cadre d’un club “Jeux”, certains même sont de purs jeux de “papier-crayon” et sont envisageables en classe.

• ont des ***règles courtes*** et facilement assimilables.

• peuvent se pratiquer sur des ***dimensions variables,*** ce qui a beaucoup d’intérêt, nous le verrons plus loin.

• sous-entendent un raisonnement dont le cheminement est un excellent exercice de réflexion, de prévision, de vision globale et enfin de décision !

• ***se prêtent très bien aux généralisations*** (de type mathématique) du genre : augmenter la taille du jeu pour accroître la difficulté, diminuer les dimensions pour rechercher la “structure” du jeu.

Le jeu proprement dit fait alors place à ***un nouveau jeu,*** celui de “l’étude d’un jeu”. Il s’agira alors de la recherche collective de la stratégie optimale (Gale, Hex, Twixt, Rex...) ou de pouvoir répondre aux questions : y a-t-il obligatoirement une stratégie gagnante ? (et si oui comment la trouver ?). Peut-il y avoir des parties nulles, et pourquoi ? Pourquoi peut-il y avoir des parties nulles dans un jeu et pas dans un autre qui lui ressemble ? (il y a bien là naissance de préoccupations et d’attitudes scientifiques).

C’est un des grands intérêts des clubs “Jeux” que de permettre à des élèves de se concentrer sur un problème, une question, pendant un temps relativement long dans un environnement motivant et sur des “problèmes ouverts”.

Les Jeux de chemins connexes répondent à ces préoccupations ; nous en avons recensé un certain nombre, et il nous a semblé judicieux de les classifier selon leur but et de porter quelques jugements.

Jeux pour lequels il s'agit :

A – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BORDS OPPOSÉS FIXÉS A L'AVANCE, DEUX CHEMINS ADVERSES NE POUVANT PAS SE CROISER*

• **Le jeu de GALE** (ou BRIDGE IT) est le plus simple d'entre eux ; il a été mathématiquement analysé et une stratégie gagnante est connue ; il reste cependant un bon jeu pour les plus jeunes et peut être une bonne invitation aux autres jeux de ce type.

• **Le jeu de HEX** a, de par la structure hexagonale, apporté plus de profondeur ; la nullité y est impossible. Il existe une stratégie gagnante* mais elle est encore inconnue sauf pour de petites dimensions (nous le verrons plus loin). Certains programmes de jeu existent mais ne sont pas invincibles. C'est un excellent jeu nécessitant tactique et stratégie et pour lequel beaucoup de problèmes se posent !

• **POLYGONE** se joue sur le même réseau que le HEX mais avec moins de pions. Ces derniers étant tous posés, les joueurs les déplacent. Ce jeu se termine souvent par une nullité sans gloire.

• **Le TWIXT,** dernier né du genre, est d'une grande subtilité, aussi bien tactique que stratégique. La partie nulle y est possible. Peu d'études ont été faites sur ce jeu qui gagne à être connu. C'est aussi un excellent jeu de papier-crayon.

• **TROLL et ALADIN** qui utilisent des pions réversibles et la prise-retournement du Reversi-Othello représentent des exemples de mariages réussis entre deux jeux de types différents.

• **HEXACO,** dérivé de ALADIN, n'utilise pas de pions réversibles, autorise les prises et permet des parties plus complexes.

B – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BORDS OPPOSÉS FIXÉS A L'AVANCE, LES CHEMINS ADVERSES POUVANT SE CROISER*

• **THOUGHTWAVE** (ou ONDE) possède quelques particularités : les pièces ne sont pas toutes identiques, chaque joueur reçoit un stock semblable mais une fois sur le damier les pièces "sont à tout le monde" et chacun peut s'en servir pour son chemin. La partie nulle est possible. Un bon jeu tactique.

• **RÉSEAU** a également son originalité : le chemin à réaliser est "abstrait", ligne imaginaire (pointillée) prenant seulement appui sur quelques pions. Un gros effort d'abstraction est demandé aux joueurs. Un jeu qui ne manque pas d'intérêt et qui demande peu de matériel. Aucune stratégie n'est encore connue.

* voir à la fin de ce chapitre.

C – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BUTS (COINS) OPPOSÉS, FIXÉS A L'AVANCE, LES CHEMINS POUVANT SE CROISER*

• **CAMINO** (oscar du Jouet 1974) et sa variante **CAMINITO** font intervenir le hasard (pioche) et une multitude de pièces différentes. Ces jeux ont des règles trop compliquées.

• **CROSS** tombe dans les mêmes ornières et n'est pas à conseiller.

• **PATROLIS** ne semble guère différent des trois jeux précédents. On préférera facilement à ces quatre jeux un jeu du même type : Thoughtwave, cité précédemment, qui exclut le hasard et qui est beaucoup plus simple.

D – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BORDS OPPOSÉS* NON *FIXÉS A L'AVANCE*

• **TURNABOUT** est également original pour deux autres raisons : il y a dissymétrie des rôles (un attaquant, un défenseur) et les pièces, toutes semblables, sont réversibles, offrant un choix de deux coups. Bien que l'attaquant conserve jusqu'au bout le choix des deux bords qu'il veut relier, son rôle n'est pas simple si le défenseur est habile. Un excellent jeu tactique. (Possible "crayon-papier")

E – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BORDS* QUELCONQUES, NON *FIXÉS A L'AVANCE.*

• **MÉANDRES** est une sorte de taquin "diabolique". Ce jeu irrite par la conjonction de la simplicité de la règle et de la difficulté d'élaborer une stratégie. Un jeu à ne pas oublier.

F – *DE CONSTITUER UN CHEMIN RELIANT DEUX BORDS OPPOSÉS,* CHACUN SUR UN TERRAIN PROPRE *MAIS OU CHACUN PEUT INFLUER SUR LE CHEMIN DE L'AUTRE*

• **CONNECTICUT CONNECTION**, malgré la part de hasard et les blocages éventuels, semble un jeu dynamique convenant aux plus jeunes.

G – *DE* CONTRAINDRE *L'ADVERSAIRE A RELIER DEUX BORDS OPPOSÉS FIXÉS A L'AVANCE*

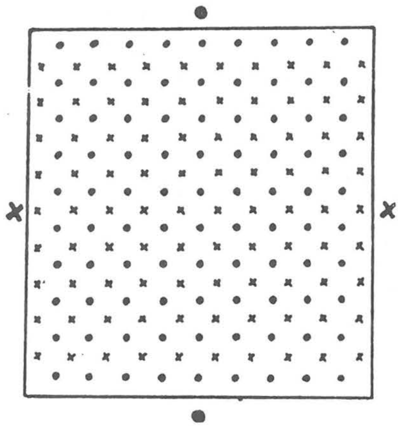
• **Le jeu de GALE inverse,** à étudier d'abord sur de petites grilles, semble assez simple.

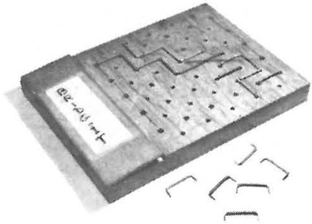
• **Le REX** ou HEX inverse (HEX à qui perd gagne) est quant à lui un jeu à part entière ! Sa complexité est telle qu'il vaut mieux y jouer sur de très petites dimensions (4×4, 5×5, 6×6). On cherche une stratégie !

Le jeu de GALE ou BRIDGE IT

MATÉRIEL :

— une grille comme ci-dessous ; les dimensions peuvent être différentes.
— des crayons de deux couleurs ou des allumettes de deux teintes...
— ou voir photo.





BUT DU JEU :

– le jeu se joue à deux (l'un est "rond", l'autre "croix").
– est gagnant celui qui, le premier, relie ses deux bords opposés.

MARCHE DU JEU :

– alternativement les joueurs tracent un segment unissant deux de leurs représentants (points ou croix selon les camps) voisins.
– il est interdit de croiser un segment déjà inscrit.

COMMENTAIRES :

– ce jeu est abordable par de jeunes enfants.
– on peut faire varier la taille de la grille en fonction de la difficulté voulue. Les "petites" grilles laissent mieux percer les stratégies, les choix étant moins nombreux.
– il existe une stratégie gagnante, mais il ne faut pas la dévoiler aux enfants, sinon ce n'est plus un jeu. Par contre la recherche de celle-ci peut devenir un jeu (jouer, c'est sérieux...).

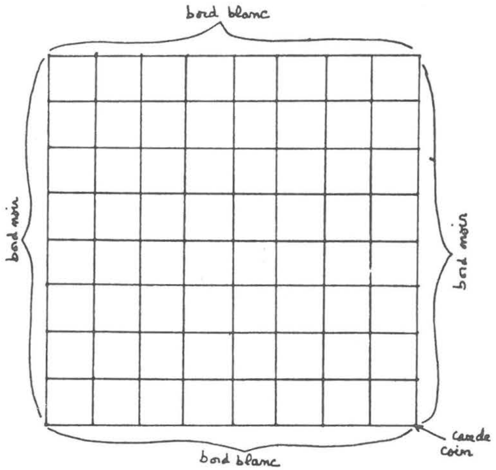
BIBLIOGRAPHIE :

– *Divertissements mathématiques* - Martin Gardner - Dunod.
– *Les jeux de réflexion* - Science et Vie (hors série n° 124).

TROLL

MATÉRIEL :

– un damier 8×8
– 64 pions réversibles, une face noire, une face blanche.



BUT DU JEU :

Ce jeu est un ***jeu de chemin bord à bord***; les deux adversaires essaient de connecter leurs bords opposés par une chaîne de pions de leur couleur.

MARCHE DU JEU :

Au départ le damier est vide. Blanc commence.

Règle générale : On peut ***poser un pion*** du côté de sa couleur sur :
– son bord (à l'exception des cases de coin),
– n'importe quelle autre case, à l'exception des cases du bord ennemi.

Exception à la règle générale :

– ***Si le pion posé effectue une prise*** (comme au Reversi !, *voir fiches cartonnées*) entourant un ou plusieurs pions ennemis sur une ligne, colonne ou diagonale, il a le droit de se poser n'importe où (même sur le bord ennemi ou dans un coin !). On effectue alors tous les retournements possibles (comme au Reversi). L'adversaire joue alors.

Connexion : Deux pions seront dits connexes s'ils sont sur des cases ayant ***un côté commun***.

Gagnant : Le premier qui après une pose simple ou un retournement aura constitué un chemin continu de pions connexes reliant ses deux bords.

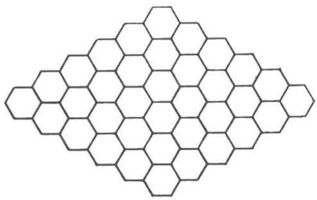
ORIGINE :
Jeu inventé par J.C. Rosa (E.N. de Mâcon).

REMARQUE :
Une alliance réussie entre le Hex et le Reversi !
Bon jeu stratégique.

Aladin

MATÉRIEL :

– un "damier" en forme de losange de dimensions 6×6.
– 36 pions réversibles (1 face blanche, 1 face noire).



BUT DU JEU :
Aladin est une adaptation sur "hexagones" de TROLL ; le but du jeu est le même.

MARCHE DU JEU :
Les règles de pose et de prises sont ***analogues à celles de TROLL,*** la seule différence est qu'il n'y a pas de prise en diagonale (on peut pourtant déterminer des diagonales dans cette structure). On remarquera aussi que contrairement à TROLL, tous les coins ne se valent pas !

Gain : Le premier joueur qui à la suite d'une prise ou de retournements constitue un chemin connexe entre ses deux bords a gagné.

Connexion : Deux pions placés sur des cases ayant un côté commun sont connexes.

REMARQUES :

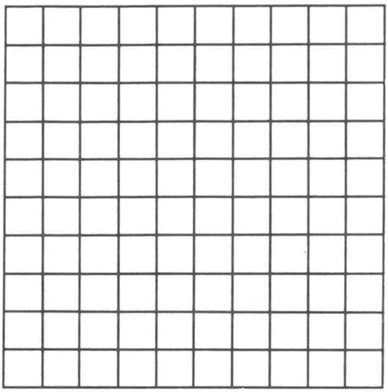
– Le jeu peut bien sûr se jouer sur un damier 8×8 "hexagonal", il devient alors plus lent et peut être plus "profond" (?).
– ***L'intérêt de cette variante est double :***
• la dimension rend les parties courtes et attrayantes (pensez aux clubs !)
• la structure hexagonale freine les retournements et rend plus simples les prévisions tactiques.

ORIGINE :
Adaptation du jeu de J.C. Rosa, par F. Gutmacher.

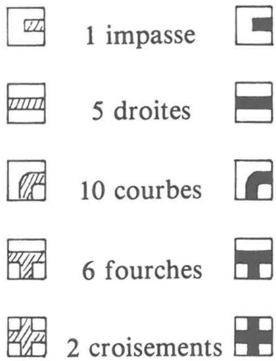
Thoughtwave (ou Onde)

MATÉRIEL :

– Un damier 10 × 10.
– **Deux** séries de 24 pièces carrées figurant des portions de chemin : (un joueur prendra les pièces grises, l'autre jouera avec les noires).



Pour chaque couleur :



BUT DU JEU

Le damier se remplit progressivement. L'un des joueurs s'efforcera de rejoindre les bords Nord et Sud, l'autre les bords Est et Ouest.

Chacun joue alternativement en respectant les règles.

RÈGLES :

– A son tour, chaque joueur pose une pièce de sa couleur sur n'importe quelle case vide, à condition de respecter la "compatibilité".

Une fois posée, une pièce ne peut pas être déplacée.

– **Compatibilité :** Si un joueur place une pièce à côté d'une pièce déjà sur le damier, la nouvelle pièce ***doit se raccorder à l'ancienne*** (un bord blanc doit jouxter un bord blanc ; une liaison, une liaison) ***sans se préoccuper des couleurs.***

– Une fois posée sur le damier, une pièce appartient aux deux joueurs, et peut être utilisée pour une liaison N-S ou O-E (la distinction en deux couleurs sert à la répartition équitable des formes).

– A gagné le premier qui a rejoint les bords annoncés au départ.

– Si un joueur pose une pièce qui complète à la fois les deux chemins N-S et E-O, c'est son adversaire qui a gagné.

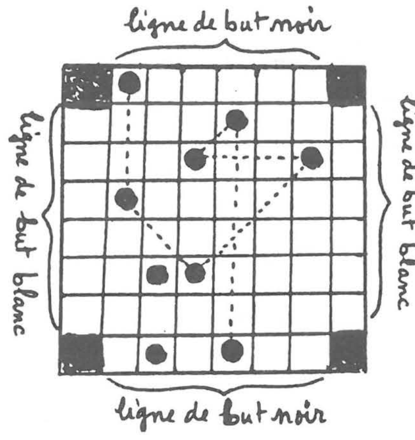
– La partie est nulle si aucun des deux ne parvient à construire un chemin.

DURÉE :
Environ 30 minutes.

ORIGINE :
Créé par Eric Salomon - Edit. Intellect games.

Réseau

• Jeu de type : construction d'un chemin bord à bord.
Deux joueurs rivalisent d'astuce en élaborant un chemin "abstrait" entre leurs pions (pointillés).



MATÉRIEL :
- un échiquier 8×8
- 10 pions noirs, 10 pions blancs.

BUT DU JEU :
Construire un "réseau" d'***au moins six pions*** reliant les deux lignes de but opposées.

RÈGLES :
– L'échiquier est partagé entre les quatre lignes de but et le milieu de terrain (voir diagramme). Les quatre cases de coins ne sont pas utilisées.
– Une ligne de but est constituée des six cases adjacentes situées entre deux coins. Seul le joueur qui joue les pions blancs (respt. noirs) peut poser un pion sur une ligne de but blanche (respt. noire).

Mise en route du jeu :
– Au départ l'échiquier est vide; chaque joueur place un pion sur une case libre (mais pas sur les lignes de but adverses) en respectant la ***règle de voisinage*** : tout pion a au plus un voisin (deux pions sont dits voisins lorsqu'ils sont sur 2 cases adjacentes par un côté ou un sommet).

Phase dynamique du jeu :

– Une fois toutes les pièces posées, chaque joueur joue en déplaçant une quelconque de ses pièces sur une case vide en respectant les règles précitées.

– ***Règles de formation d'un réseau :*** c'est la ligne pointillée !

a) si une pièce ennemie est située entre deux pions du réseau, elle l'intercepte, et le réseau n'est plus valable.

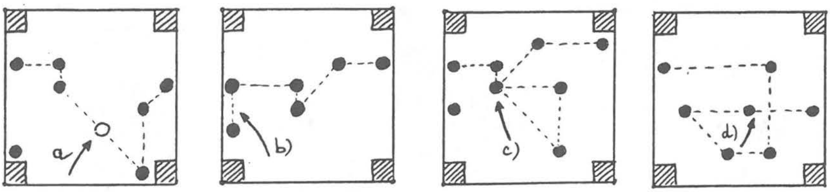
b) bien que plusieurs pions puissent être placés sur une même ligne de but, un réseau gagnant ne doit comprendre qu'une seule pièce sur chaque ligne de but.

c) un réseau ne doit pas passer deux fois par la même pièce.

d) un réseau ne doit pas passer par une pièce sans tourner.

* ***Important :*** si un coup permet aux deux joueurs de réaliser un réseau, l'auteur de ce coup a perdu.

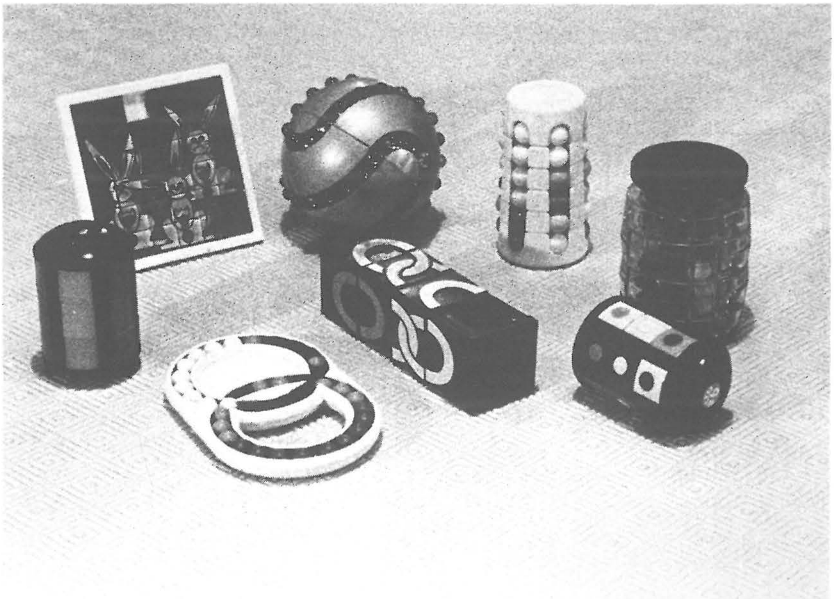
Exemples de réseaux incorrects :



* ***Exemple de réseau correct :*** sur le diagramme initial.

BIBLIOGRAPHIE :

– A gamut of games - Sid Sacksom - Random House.
– Un damier, 50 jeux - Association Jeudi.



Le HEX : un futur grand jeu ?

Parmi les "grands" jeux de société, considérons des jeux de réflexions comme les échecs ou le go. Ce qui contribue à leur réussite est incontestablement une profondeur stratégique certaine, mais n'y a-t-il pas d'autres éléments à prendre en considération ? Ce qui pousse aujourd'hui un adolescent à jouer aux échecs ou un adulte à apprendre le go, c'est aussi la recherche d'une certaine "reconnaissance" sociale : ces jeux possèdent un certain "statut".

Certains jeux récents ont assez de profondeur stratégique pour devenir de grands classiques; il reste un vaste public à conquérir ! L'un est le Reversi-Othello. Nous vous en proposons un autre : le HEX, inventé en 1942 par le Danois Piet Hein. Cette invention étant relativement récente, il existe peu de documents sur ce jeu et encore beaucoup moins de parties commentées. Les quelques réflexions (tactiques ou stratégiques) qui vont suivre ne peuvent donc prétendre résumer l'art de la stratégie occidentale ou la sagesse orientale accumulés depuis des siècles, mais simplement quelques réflexions personnelles après sept ans de pratique !

En particulier le "vocabulaire théorique" en est à son stade embryonnaire... Les quelques remarques et conseils ne sont pourtant pas à sous-estimer; espérons qu'ils contribueront à rendre ce jeu moins confidentiel.

Découvrir un jeu par hasard, puis y consacrer une bonne partie de ses loisirs n'est pas une chose banale; il faut que le jeu en vaille la chandelle ! La lecture de la règle dans "Problèmes et divertissements mathématiques" de Martin Gardner fut une révélation : Ainsi il était possible de créer un jeu avec des règles aussi simples !

En effet, une fois compris le ***but*** du jeu, le jeu se résume à poser un pion où l'on veut ! Une première difficulté consiste à s'adapter à la structure hexagonale.

Règle du jeu

LE "DAMIER"

• Ce jeu à deux se pratique sur un tableau en forme de losange composé de 16 rangées et de 16 hexagones (voir figure) (on pourra trouver également les dimensions 11×11, 12×12, 13×13, 14×14).

• Deux côtés opposés du losange sont les bords noirs, les deux autres côtés sont les bords blancs.

• Les quatre hexagones formant les coins appartiennent aux deux côtés qui les forment, donc aux deux camps.

LES PIONS

• Blanc a 128 pions blancs, Noir a 128 pions noirs.

MARCHE DU JEU

• Au départ, le "damier" est vide.

• A tour de rôle les joueurs placent un pion de leur couleur sur l'une ***quelconque*** des cases hexagonales, à leur choix.

• Blanc commence.

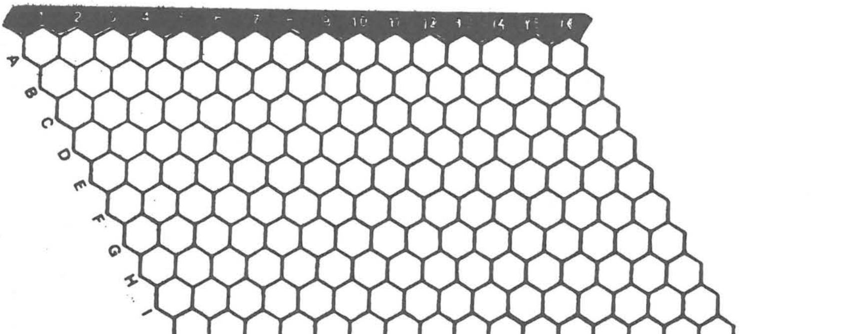
• On ne peut pas poser un pion sur une case déjà occupée.

• Les pions ne se déplacent pas.

• Il n'y a aucune sorte de prise.

BUT DU JEU

• Le but des blancs est de constituer une chaîne continue de pions blancs allant d'*un* bord ***blanc*** à l'autre bord ***blanc***.
Le but des noirs est analogue : relier les deux bords noirs. Le premier qui joint ***ses*** deux bords a gagné.



Ce jeu est d'une grande richesse et le plaisir qu'on y prend est considérable :

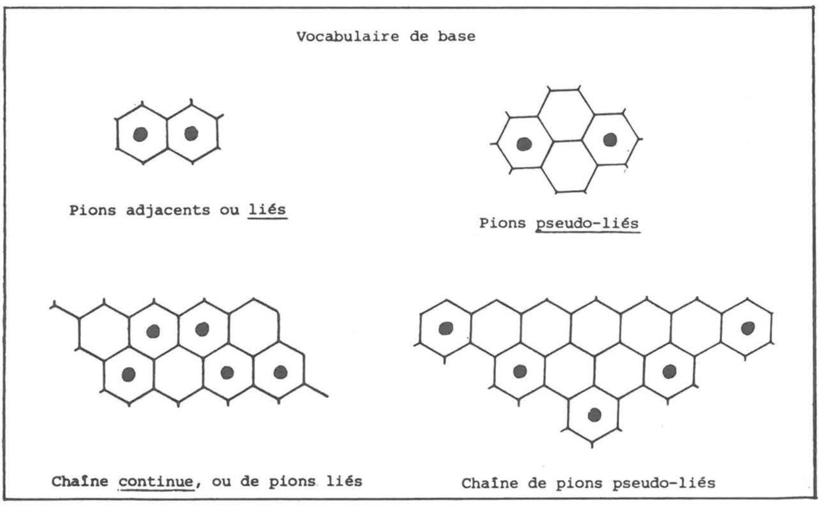
• Chaque pose de pion est importante; une erreur peut conduire à une défaite éclair ou, à tout le moins, à une position délicate.

• ***Attaquer,*** est-ce forcément garder l'initiative puisque, à ce jeu, tout coup défensif, s'il est bon, est par là même un coup d'attaque ? L'on voit souvent des parties basculer de la sorte : un joueur qui croyait attaquer doit brutalement, et au prix d'un déchirement intérieur, renoncer à ses projets et tenir compte de la "prudente" défense adverse qui se révèle alors une horrible menace !

• ***Défendre*** n'est pas obligatoirement jouer au ***corps à corps,*** ou même à ***mi-distance***, mais cela peut être : ouvrir un nouveau front, créer des menaces plus fortes... ou même faire des ***coups de remplissage*** à première vue inutiles !

• On le perçoit, au Hex, les notions d'attaque et de défense sont très subjectives (une machine ne "raisonnerait" pas en ces termes !). Vous pouvez de toute bonne foi jouer un coups défensif et votre adversaire peut y voir un redoutable coup d'attaque !... Mais gardons cette notion subjective pour indiquer qu'une ***bonne*** partie est souvent une succession d'attaques et de défenses, de rebondissements, ce qui donne un attrait particulier à ce jeu.

• Pour rester sur des généralités, indiquons qu'il ne peut y avoir de parties nulles au Hex, et que, sans la connaître, on a démontré ***l'existence*** d'une stratégie gagnante pour le premier joueur ! (ces deux affirmations sont mathématiquement prouvées). Ce dernier point n'ôte rien à l'intérêt qu'on peut porter au Hex, bien au contraire... Bien souvent, dans la pratique du jeu, commencer est un avantage qui fond au soleil... Par excès d'optimisme ; car les techniques défensives existent !



Etudions quelques éléments de tactique

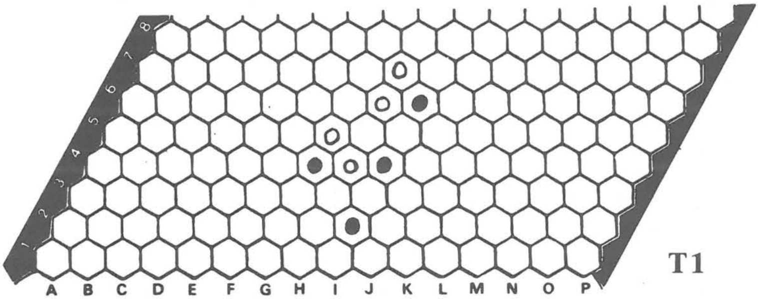
Le joueur débutant comprend très vite deux choses :

1) il est vain de se défendre uniquement par une succession de ***pions collés*** à ceux de l'attaquant : celui-ci peut toujours progresser de par la structure hexagonale.

2) il est pratique de progresser, en attaque, par une chaîne de pions pseudo-liés : cela couvre plus de terrain !

Une question se pose : comment se défendre correctement contre une menace de chaîne de pions pseudo-liés ?

Voyons la technique du ***Triangle*** :



T1

1 H7 2 I6, 3 H6 4 I4 ! (il faut prendre du recul) 5 G5 (tenter d'accélérer la progression) 6 G4 ! (un coup d'arrêt) 7 H4 (que reste-t-il ?) 8 I2 ! (et maintenant le flot est endigué). ***Les trois pions G4, I4 et I2 constituent le triangle-base de la défense.*** (diagramme T_1)

VOYONS UN AUTRE EXEMPLE :

Blanc joue 1 en H8 désirant faire G7, F6, etc. jusqu'en B2 ! Voyons comment cela peut se passer dans la réalité : (diagramme T_2) 1 H8, 2 I7, 3 G7, 4 H4!, 5 F6, 6 F5, 7 I5 (le plus agressif, I5 pouvant être lié au pion G7 ou F6), 8 J4, 9 I4, 10 J2 ! (les pions 4, 8 et 10 constituant un triangle).

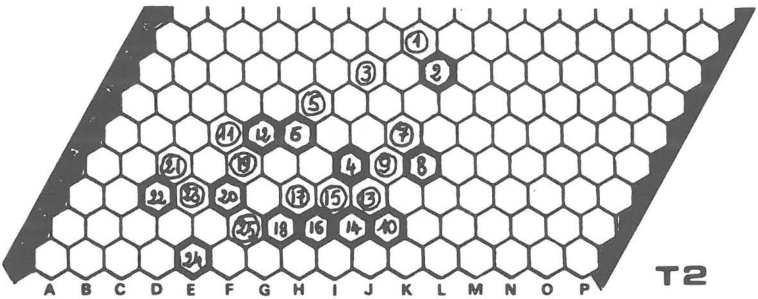
Il n'y a plus grand espoir pour blanc de faire passer son chemin par là ! Voyons un peu :

(si 11 G4, 12 H3 !), (si 11 L4, 12 L3, 13 J5, 14 M3 !)
(si 11 K4, 12 K3 !), (si 11 K5, 12 L3) et bien sûr :
(si 11 J3, 12 K2 etc.), (si 11 I3, 12 I2 etc.)

Voilà le principe de cette défense en triangle, mais... il faudra se méfier du coup du genre : 11 E4 ou 11 D5. Voyons ce qui aurait pu se passer après 11 D5 par exemple : 11 D5, 12 E5 (il faut bien gêner cette liaison, n'est-il pas vrai ?), 13 I3, 14 I2, 15 H3, 16 H2, 17 G3, 18 G2, 19 E4, 20 E3, 21 C4 !, 22 C3, 23 D3, 24 E1 (constituant un nouveau triangle... mais cette fois il y a une faiblesse ! 25 F2 ! (double menace : E2 ou F3 et passe !!).

Nous venons d'assister à une erreur classique de défense : le coup 20 E3 était fautif ! il fallait jouer 20 F3 ! Pour interdire une telle trouée ! Les pions G3 et F4 étaient pseudo-liés ; jouer en F3 n'en rompt certes pas la liaison, Blanc pouvant jouer immédiatement en F4, mais ce coup évite la débâcle à laquelle vous venez d'assister. Il est clair que, si Noir avait joué 20 F3, Blanc ne pouvait pas passer.

Plus généralement, il n'est pas toujours inutile (il est même parfois hautement recommandé) de tenter de rompre une pseudo-liaison ; toute la question est de savoir "de quel côté" il faut le faire ! Affaire de pratique.



T2

Autre question : 12 E5 était-il nécessaire ? ne pouvait-on pas jouer un autre coup ? Je vous laisse le soin de poursuivre l'analyse...

Alors, faut-il en conclure (hâtivement) qu'on ne peut pas percer de telles défenses ?

En fait tout dépend de ***la distance au bord.***

IMAGINONS LES ETUDES SUIVANTES :

Quelles conditions doit-on remplir pour qu'on puisse constituer un chemin ***partant du pion 1*** et rejoignant le bord le plus proche, et ce sans défense possible ?

A • il est simple de constater que si le pion 1 est sur la troisième ligne, il n'y a aucune difficulté (de A à N),

B • il est encore faisable de montrer que si le pion 1 est posé sur la quatrième ligne cela est vrai (de B à L).

C • il est plus ardu de montrer que ce problème est encore soluble sur le pion ! sur la ***cinquième ligne*** (de C à J). Montrez-le ! Cela constitue un excellent entraînement à la technique d'attaque.

Exemple

B	N
1 C5	2 D3
3 C4	4 F3(a)
5 B4	6 D1*
7 A3(b)	8 B1
9 C1 !	10 B3
11 C2	12 C3
13 C3	14 F1
15 C2	16 C1
17 D2	

Notes

(a) si... 4 G1   5 F3 !

(b) ici attention au mirage ! :
7 C2   8 C1
9 A2 ne va pas à cause de
10 B3 !

* (étudiez ici les variantes possibles !).

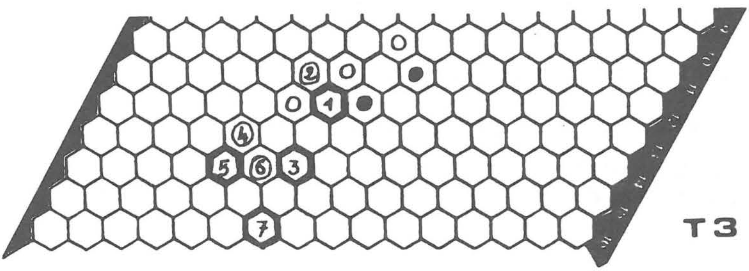
D • on peut également montrer qu'*il est*, par contre, ***impossible de constituer un tel chemin partant d'un pion 1 posé à six du bord.*** (Bon entraînement pour la défense, courage !).

• De ces remarques, pour le ***jeu global***, on peut déduire : "Si l'on possède une chaîne ***continue*** jusqu'à cinq rangées d'un bord et s'il n'y a pas de pions adverses déjà posés en opposition, on peut atteindre ce bord".

E • On peut affiner le résultat précédent : que se passe-t-il si c'est une ***chaîne de pions pseudo-liés ?***

1. si la chaîne arrive perpendiculairement au bord, tout se passe comme si la chaîne était continue,

2. si la chaîne arrive "en biais" (voir diagramme) il y a possibilité de stopper l'attaque ! Il suffit de jouer comme suit : (cinq pions étant posés, Noir aura ici l'initiative et jouera avec les nombres impairs) (diagramme 3).



T 3

De ces considérations tactiques nous arrivons tout naturellement à des considérations stratégiques :

Poser un pion à 3, 4 ou 5 cases d'un bord (selon les besoins), c'est prendre une option sérieuse sur ce bord...

Il y a bien des choses à dire encore parce que c'est souvent en considérant la fin (tragique) d'une partie que l'on comprend comment il aurait fallu jouer habilement au début ! Voyons néanmoins comment s'engage (en général) une partie :

La façon de traiter le début au Hex est encore un "problème ouvert" ; nous pensons qu'il vaut mieux essayer de s'implanter au centre afin de construire un chemin allant d'un bord à ce centre. Ce demi-chemin" servira ensuite de menace permanente et permettra peut-être une attaque gagnante. Beaucoup de débutants commencent en faisant partir un chemin d'un de leurs bords, la conquête du centre étant repoussée à plus tard. Nous estimons qu'il s'agit d'une perte de temps (la plupart de ces coups "frileux" étant inutiles, faisant double emploi) : il est possible de prendre une option sur un bord en jouant plus loin (3, 4 et parfois 5 cases du bord).

Voici donc comment peut se dérouler une partie :

AU DEBUT chacun joue de façon dispersée en occupant ou en prenant des options sur des "territoires" (un peu comme au go). Ces territoires serviront par la suite de ***lieu de passage***. (La question d'évaluation qui se pose est de savoir à partir de quand on est sûr de posséder un territoire, un bout de chemin, ou une liaison "sûre" avec un bord !). Cette manière de jouer est certainement ***la plus évoluée*** mais au stade actuel de la théorie il est difficile de discerner si un coup est bon ou moins bon.

LE MILIEU. Dans cette optique le début de partie (positionnel) prend fin dès que le ***combat rapproché*** s'engage ; un joueur conteste à l'autre la possession d'un bout de chemin, d'un passage éventuel... Il y a alors des corps à corps et des attaques (défenses) à mi-distance : la partie devient tactique, et certaines connaissances "techniques" sont indispensables.

Bien souvent la phase stratégique du début est escamotée et on entre directement dans cette phase aiguë.

On constate que dans ce milieu de partie plusieurs combats se livrent, soit simultanément, soit successivement. Il faut, en effet, savoir quitter un terrain de bataille qui devient défavorable pour imposer le combat ailleurs avec un gain d'initiative... ; c'est l'art du Hex. De plus il faut acquérir une vision globale, comprendre les liens qui existent entre les différents bouts de chemin ou passages contestés ; la victoire ira à celui qui "voit" le plus loin.

LA FIN. Lorsque la partie est équilibrée, les joueurs construisent chacun une ou plusieurs liaisons sûres avec un bord (ou même les deux !) ; il s'agit alors de concrétiser le gain soit en poursuivant un chemin jusqu'à l'autre bord, soit en connectant deux portions de chemin existantes. C'est dans cette phase ultime qu'il faut savoir ***attaquer*** (menacer de constituer un chemin... pour en construire un autre !) et ***défendre*** (ne pas s'affoler, bien jauger l'attaque, et parfois contre-attaquer est la meilleure solution !)

LA PARTIE COMMENTÉE qui suit permettra sans doute d'y voir un peu plus clair. Notons que dans cette partie les adversaires font parfois des erreurs, s'affolent, surestiment une attaque ou une défense... ; c'est aussi ce facteur humain qui est intéressant et qu'il faut prendre en compte pour le plaisir.

1er EPISODE : INSTALLATION... BLANCHE

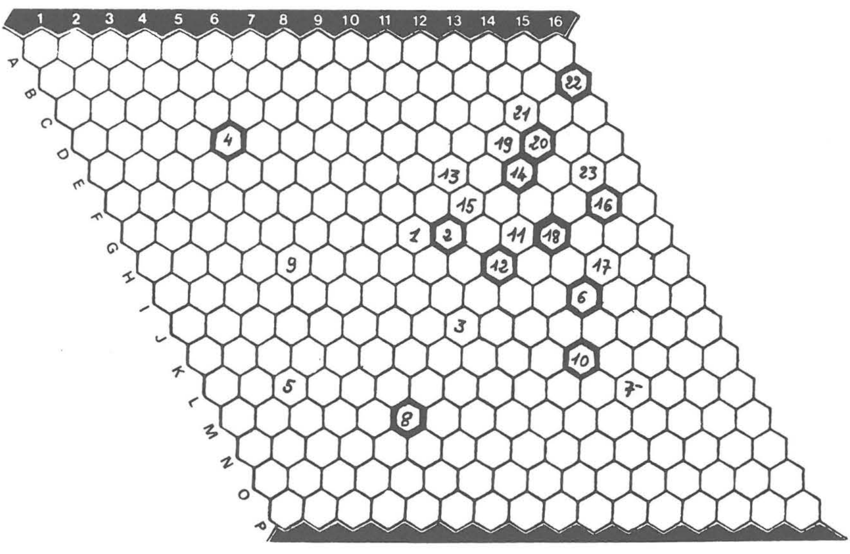
Blanc		Noir		Blanc		Noir		Blanc		Noir	
N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position
1	G9	2	G10	9	H 5	10	K12	17	H14	18	G13
3	J9	4	D5	11	G12	12	H11(a)	19	D13	20	D14
5	L3	6	I13	13	E11	14	E13(b)	21	C14	22	B16
7	L13	8	M6	15	F11	16	F15	23	E15 !(c)		

(a) Jusqu'ici c'est la phase d'installation ; les adversaires essaient de construire des "têtes de pont" utilisables ultérieurement

(b) Un combat local s'engage pour ou contre la liaison avec le bord blanc

(c) Après ce coup les blancs parviennent à leurs fins, les noirs ne peuvent rien contre les deux menaces : F13 ou C15, D15.

Diagramme 1



2ᵉ EPISODE : EN UN COMBAT DOUTEUX...

Blanc		Noir		Blanc		Noir		Blanc		Noir	
N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position
		24	G7 (d)	33	L 9	34	K11	43	O7	44	O4
25	F6	26	E8 (e)	35	N10	36	L11	45	M8	46	K6
27	E10	28	H8	37	M12	38	M9	47	L6(i)	48	L5
29	K7 (f)	30	H9	39	N8	40	N9	49	N4(j)		
31	N6	32	J10	41	P8 (g)	42	N7 (h)				

(d) Noir change de terrain et a pour objectif d'isoler les pions blancs victorieux du combat précédent.

(e) Peut-être le coup blanc précédent n'était-il pas très prudent pour permettre un tel coup dans ces conditions ?

(f) Blanc s'aperçoit qu'il va subir une forte attaque noire et passe à la défensive.

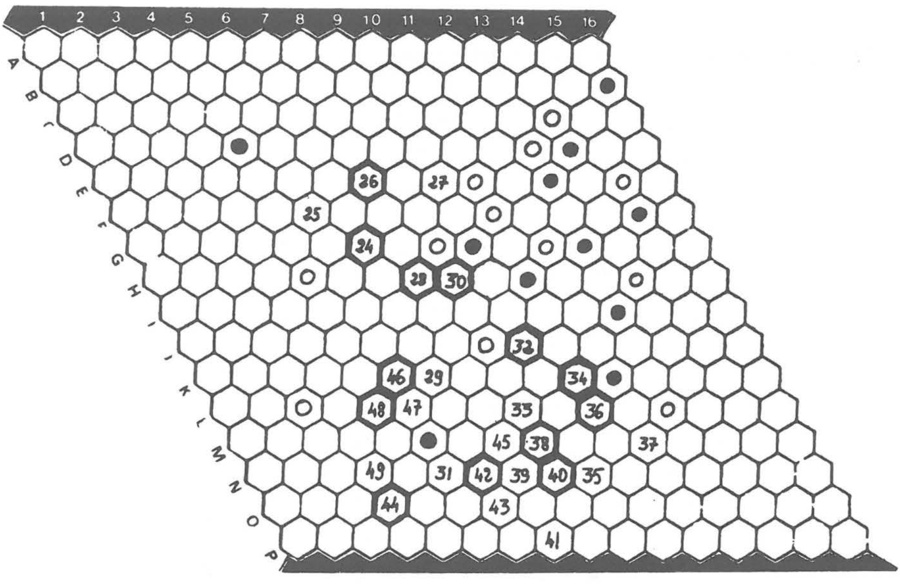
(g) Ouf ! Le gros de l'orage est passé.

(h) Peut-être N4 est-il meilleur ? en tout cas N4 maintient une pression offensive...

(i) Blanc passe à l'offensive

(j) Un coup qui stupéfie Noir : il ne s'attend visiblement pas à un tel coup... qui lui semble sans appel !

Diagramme 2

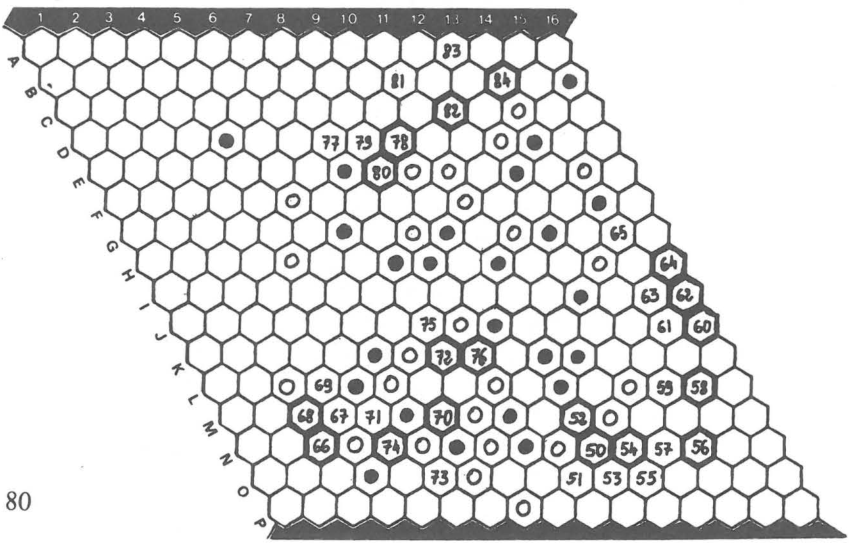


3e EPISODE : FLUX ET REFLUX

Blanc		Noir		Blanc		Noir		Blanc		Noir	
N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position	N°	Position
		50	N11(k)	61	J15(n)	62	I16	73	O6	74	N5
51	O10(l)	52	M11	63	I15	64	H16	75	J8	76	K9 !
53	O11	54	N12	65	G15	66	N3(o)	77	D8(s)	78	D10
55	O12	56	N14(m)	67	M4	68	M3	79	D9	80	E9
57	N13	58	L15	69	L4	70	M7!(p)	81	B11	82	C12
59	L14	60	J16	71	M5! (q)	72	K8!(r)	83	A13	84	B14(t)

(k) Noir se croit perdu et tente une défense... sur l'autre bord !
(l) Le coup juste ; la menace était P9 !
(m) Il faut bien stopper l'avancée quelque part...
(n) Encore un bon coup ! si 61 J14, 62 I15, 63 I14 et 64 G16 !
(o) Se voyant à nouveau perdu, Noir change à nouveau de terrain...
(p) ... et cette fois trouve un coup qui desserre l'étreinte blanche !
(q) C'est au tour de Blanc d'être surpris et de paniquer : 71 J8 semble bien supérieur...
(r) Blanc n'a pas prévu cela, ni les coups suivants.
(s) Pas très brillant, mais que faire d'autre ?
(t) Et la partie est gagnée pour Noir ; il ne reste que des coups de remplissage ! Une partie à émotions.

Diagramme 3



Il n'y a pas de partie nulle au jeu de hex
(une approche de démonstration)

Dans cette approche, on considère que le terrain de jeu est complètement rempli (ce qui ne se produit jamais dans une partie réelle ! mais pourrait se produire si une partie nulle était possible).

On pourra suivre cette approche à l'aide de la figure 1 annexée à ce texte.

En partant du coin W du terrain, suivons un chemin de pions noirs en passant d'un hexagone noir à un voisin selon l'ordre de priorité donné par la figure 2 ; explorons ainsi toutes les possibilités. Comme on le constate sur la figure I, le départ se fait à l'extérieur du terrain sur le bord noir, et on peut être amené à repasser à l'extérieur sur ce même bord.

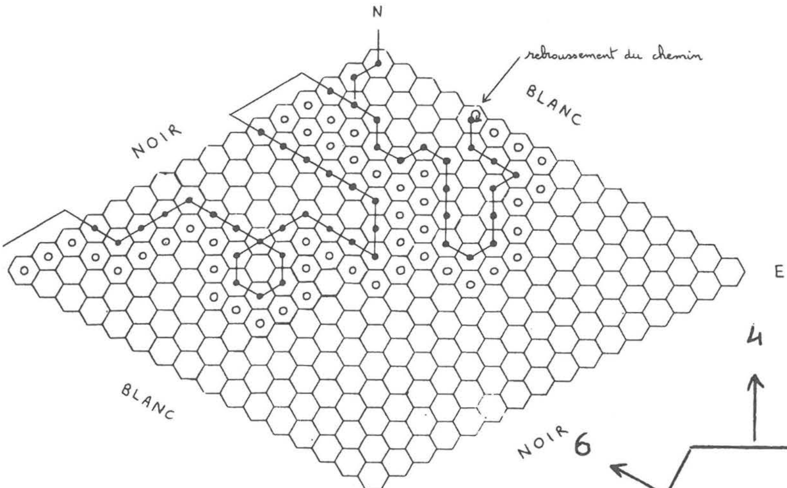
Deux cas peuvent alors se produire :

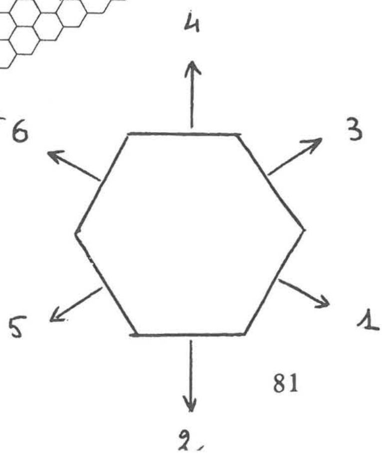
1) Le chemin ainsi construit touche le bord SE (noir) du terrain ; alors Noir a gagné !

2) Le chemin ainsi construit aboutit au coin N sans avoir touché le bord SE.

Dans ce cas, il existe un chemin blanc qui longe le chemin noir côté S.

Ce chemin part du coin W (éventuellement hors du terrain, sur le bord blanc WS) et aboutit sur le côté NE. Ce chemin blanc est gagnant !





DE LA SPÉCIFICITÉ DE LA STRUCTURE HEXAGONALE A QUELQUES RÉFLEXIONS A PROPOS DU HEX

A une question sur la nullité possible au Hex, nous avions, en club, il y a quelque temps, répondu :

"**1)** Deux chemins ne peuvent se croiser; la nullité par gain des deux joueurs est donc impossible.

2) Soit "un seul est gagnant", soit "les deux sont perdants".

3) Est-il possible que les deux soient perdants ?

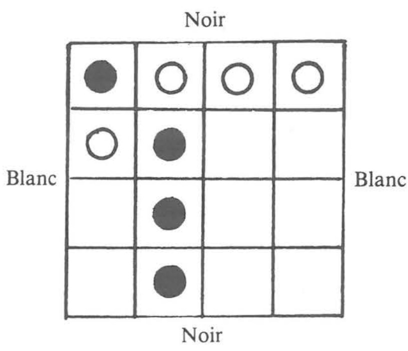
Si l'un des joueurs est bloqué, il l'est par un chemin de l'adversaire qui, par suite, est gagnant.

Reste donc une solution : il y a toujours un gagnant et un perdant".

Cela reste juste sur le fond, mais il serait bon de s'attarder un peu sur différents points :

1) "*DEUX CHEMINS NE PEUVENT SE CROISER*"

Il faut bien voir pourquoi cela est vrai ! Cela est dû à la structure hexagonale... En effet, a contrario, que donnerait le même type de jeu sur un quadrillage ? Regardons le diagramme :



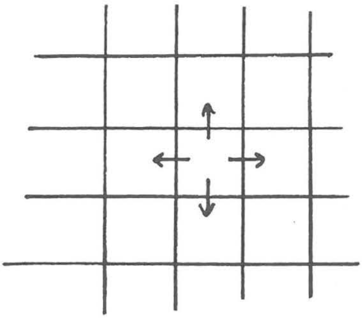
— Si l'on ne considère que les liaisons par les ***côtés***, la position est nulle ! (aucun ne pouvant réaliser un chemin).

— Si l'on considère les liaisons en ***diagonale***, la position est encore nulle ! (les deux joueurs ont réalisé un chemin).

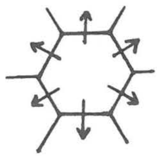
La structure hexagonale joue donc bien un rôle particulier.

Où se situe la différence ?

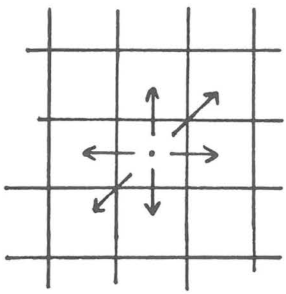
— Si l'on considère uniquement les liaisons avec les cases adjacentes (comme au Hex) dans un quadrillage, une case n'est pas en liaison avec ***ses huit cases connexes*** mais seulement quatre...



alors que dans la structure hexagonale, une case est en liaison (adjacente) avec ***toutes ses six cases connexes :***



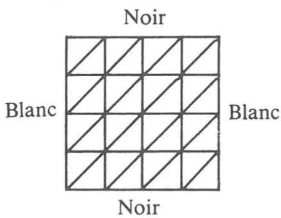
Il peut être intéressant de remarquer que ***si*** dans un quadrillage on privilégiait une liaison en diagonale comme suit :



dans ***une*** direction donnée, on retomberait dans le cas d'une structure hexagonale !

On peut même jouer au Hex comme cela.

Par exemple, en plaçant les pions sur les intersections. Voici ***un jeu*** 5×5 sur lequel les liaisons possibles sont matérialisées par des lignes :



Mais il est préférable, pour jouer, d'utiliser un diagramme hexagonal.

2) *"EST-IL POSSIBLE QUE LES DEUX JOUEURS SOIENT NON-GAGNANTS ?"*

Proposons-nous de *construire* des situations où

a) *Tous* les pions sont posés

b) Noir ne gagne pas.

c) Le chemin blanc est *entravé au maximum* (la défense noire est la plus longue possible ; si possible tous les pions y participent).

Si malgré la défense maximale des noirs le chemin blanc est victorieux, cela prouvera qu'il est impossible de trouver une position où aucun ne triomphe, et par conséquent cela montrera que la partie nulle est impossible au Hex.

Nous raisonnerons d'abord sur de petits terrains sur lesquels l'étude *complète* est aisée, nous ferons des remarques heuristiques, distinguerons quatre cas *périodiques* de figure, puis nous généraliserons grâce justement à cette périodicité. Les trois contraintes *a, b* et *c* conduisent aux diagrammes ci-après :

• On remarque qu'une telle construction ***conduit au gain blanc*** :

— Si le nombre n , de cases sur une rangée est impair, *Tous* les pions noirs sans exception participent à la défense :

- soit en multiples lignes dans la méthode du *serpentin* (diagrammes 1 et 2).
- soit en 2 chaînes dans la méthode de *la double-spirale* (diagrammes 3 et 4).

— Pour n pair, *tous* les pions noirs contribuent à allonger au maximum le chemin blanc. La seule méthode retenue est ici celle de *la double spirale* (diagrammes 5 et 6), l'autre donnant des résultats inférieurs (essayez !), les cas $n=6$, $n=10$, $n=14$ etc... se distinguant des cas $n=4$, $n=p$, $n=12$ par l'existence d'une *petite sinuosité* supplémentaire ! (observez-la bien !).

Généralisons (quel est le chemin le plus "long" ?).

I Considérons la longueur maximale L du chemin blanc "utile". Sur chaque diagramme on a matérialisé le chemin blanc utile : *le plus court possible étant donné la position* (on a posé tous les pions blancs O , ceux qui ne participent pas au chemin le plus court sont *notés* ⊕ ; si ces derniers avaient été comptés le chemin serait plus long mais *moins direct*).

La valeur de L est donc un Sup pour la valeur de n correspondante. (Pour chaque configuration de pions noirs et blancs sur le terrain il existe une valeur l longueur du plus petit chemin utile, L est la borne supérieure de l'ensemble de ces valeurs ; la borne inférieure étant évidemment $l=n$).

II Comment obtenir directement la valeur de L en fonction de n ?

A Cas impair (méthode du serpentin)

Remarquons que les cas $n=5$ et $n=7$ sont différents et plus généralement les cas où $n=4m+1$ et $n=4m-1$ (avec $m \in \mathbf{N}^*$).

a) Pour les cas $n=4m+1$ les pions blancs se disposent ainsi :

$$L = \frac{n-1}{2} \times n + 1 \qquad \text{soit} \qquad L = \frac{n^2-n+2}{2}$$

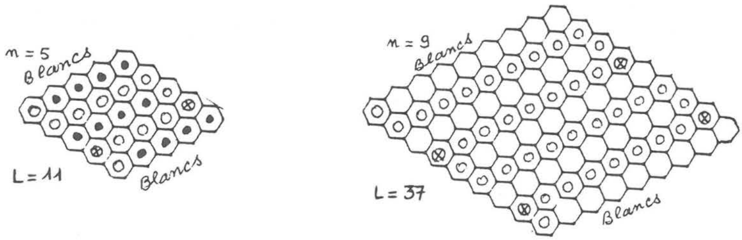
Voir les diagrammes (serpentin) $n=5$ et $n=9$

b) Pour les cas où $n=4m-1$ on obtient la valeur de L comme suit :

$$L = \frac{n-1}{2} \times n + 2 \qquad \text{soit} \qquad L = \frac{n^2-n+4}{2}$$

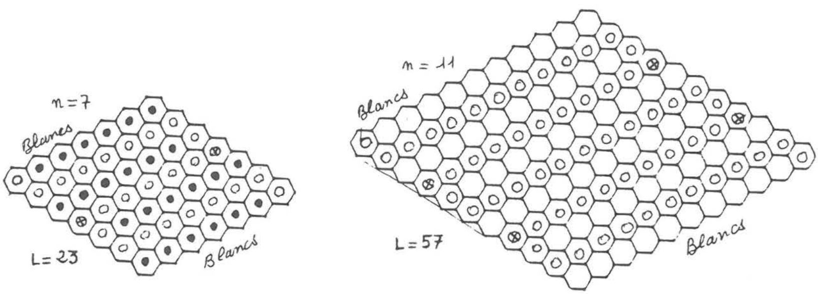
Voir les diagrammes (serpentin) $n=7$ et $n=11$

$n=4m+1$ méthode du serpentin



diagrammes 1

$n=4m-1$ méthode du serpentin



diagrammes 2

B **Cas impair** (méthode de la double spirale).

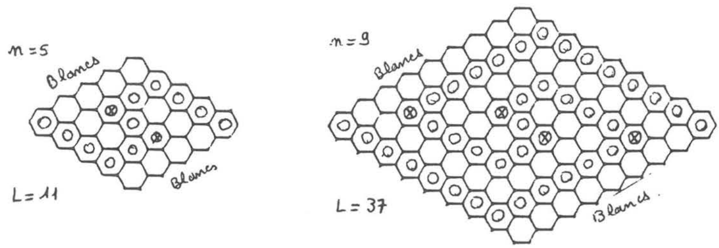
Dans la méthode du serpentin (A) on a induit la formule de L en comptant les *rangées* de pions blancs du chemin utile car la disposition s'y prêtait.

Dans la méthode de la double spirale, il vaut bien mieux porter son attention sur les pions blancs "*inutiles*". Remarquons d'abord

que le nombre de pions blancs est $\frac{n^2+1}{2}$. Le nombre de pions inutiles est croissant avec n et pair (il augmente de 2 à chaque "tour").

---

a) $n = 4m + 1$ méthode de la double spirale



diagrammes 3

Dressons un tableau

m	n	L	Max $= \frac{n^2+1}{2}$	Pions inutiles = P	$\frac{P}{2}$
1	5	11	13	2	1
2	9	37	41	4	2
3	13	79	85	6	3
4	17	137	145	8	4

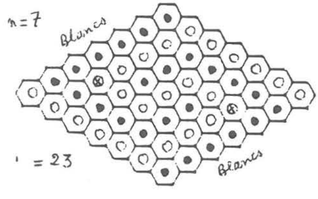
Une telle "régularité" s'explique par les enroulements réguliers.

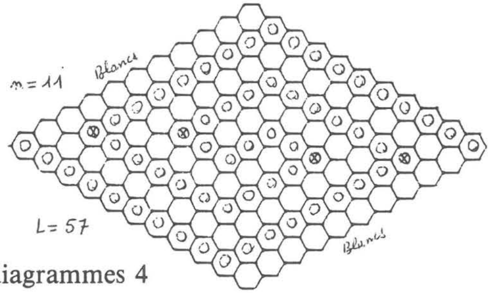
On a alors la possibilité de calculer L en remarquant que $\frac{P}{2} = m$

Comme $m = \frac{n-1}{4}$ on a : $L = \frac{n^2+1}{2} - \frac{n-1}{2} = \frac{n^2-n+2}{2}$

On retrouve bien la même formule qu'en A.

b) $n = 4m - 1$ méthode de la double spirale





diagrammes 4

Dressons un tableau

m	n	L	Max $= \dfrac{n^2+1}{2}$	P = Pions inutiles	$\dfrac{P}{2}$
1	3	5	5	0	0
2	7	23	25	2	1
3	11	57	61	4	2
4	15	107	113	6	3

Ici on remarque que $\dfrac{P}{2} = m - 1 \qquad m = \dfrac{n+1}{4}$

d'où $P = \dfrac{n-3}{2}$ et donc $L = \dfrac{n^2+1}{2} - \dfrac{n-3}{2} = \dfrac{n^2-n+4}{2}$

On retrouve également la même formule qu'en A.

C Cas Pair $n = 4m$

Utilisons la méthode du tableau précédent.

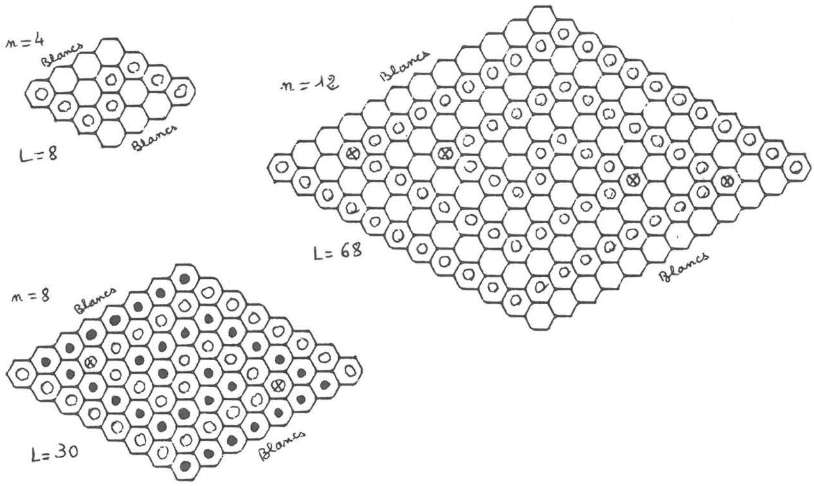
m	n	L	Max $= \dfrac{n^2}{2}$	P = Pions inutiles	$\dfrac{P}{2}$
1	4	8	8	0	0
2	8	30	32	2	1
3	12	68	72	4	2
4	16	122	128	6	3

On remarque que $\dfrac{P}{2} = m - 1 \qquad m = \dfrac{n}{4} \qquad P = \dfrac{n}{2} - 2$

d'où : $L = \dfrac{n^2}{2} - \dfrac{n}{2} - 2 = \dfrac{n^2-n+4}{2}$

Il est curieux de constater que l'on obtient la même formule que pour $n = 4m - 1$.

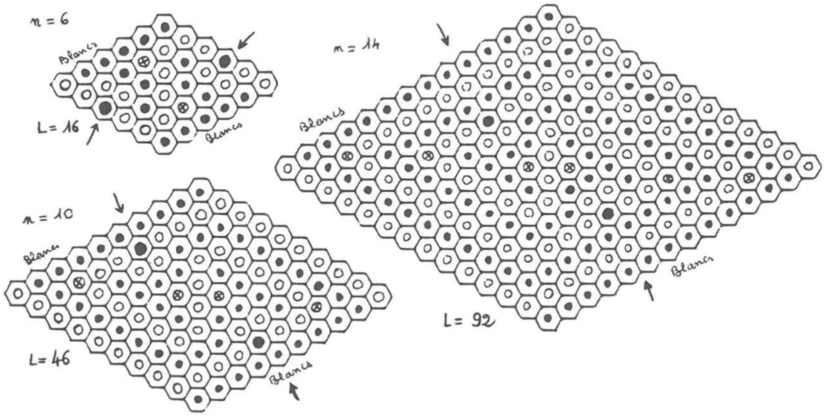
$n = 4m$ méthode de la double spirale



diagrammes 5

D Cas Pair $n = 4m + 2$

On observera sur les diagrammes les *deux sinuosités supplémentaires* (autour des Pions noirs plus gros).



diagrammes 6

Ici encore utilisons le tableau.

m	n	L	Max $= \frac{n^2}{2}$	P = Pions inutiles	$\frac{P}{2}$
1	6	16	18	2	1
2	10	46	50	4	2
3	14	92	98	6	3
4	18	154	162	8	4

On remarque $\frac{P}{2} = m \qquad m = \frac{n-2}{4} \qquad P = \frac{n-2}{2}$

d'où : $L = \frac{n^2}{2} - \frac{n-2}{2} = \frac{n^2-n+2}{2}$

Il est également amusant de constater que l'on retrouve la même formule que pour $n = 4m+1$

Récapitulatif : Formules donnant ***la longueur maximale utile*** en fonction de n :

type $4m-1$
type $4m$ $\qquad L = \frac{n^2-n+4}{2}$

type $4m+1$
type $4m+2$ $\qquad L = \frac{n^2-n+2}{2}$

Quelques valeurs de L en fonction de n:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
L	1	2	5	8	11	16	23	30	37	46	57	68	79

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
92	107	122	137	154	173	192	211	232	255	278	301	326

Conclusion

Dans un club de Jeux, diverses questions peuvent se poser à propos du Hex : La non existence de la nullité et la longueur du chemin le plus long sont de celles-ci. L'étude précédente montre seulement que l'on peut inciter les élèves à chercher (et à trouver) ! Notons aussi que les élèves n'ont pas à leur disposition de puissants théorèmes de topologie ! Enfin, la méthode consistant à commencer à étudier sur de "petits" nombres est souvent fructueuse en mathématiques ; remarques et analogies sont les fondements de l'heuristique.

III Une autre question, plus proche du jeu réel, est la suivante :

Existe-t-il une stratégie gagnante au Hex ?

On peut démontrer qu'il existe une stratégie gagnante par un raisonnement par l'absurde. Voici les grandes lignes de la démonstration :

a) Toute partie nulle est impossible (TRATENBROT, Algorithme et machines à calculer, Monographies DUNOD). Il existe donc une stratégie gagnante pour l'un des joueurs. Mais lequel ?

b) Supposons qu'il existe une stratégie gagnante pour le 2e joueur (Noir).

c) Blanc peut alors jouer comme suit :

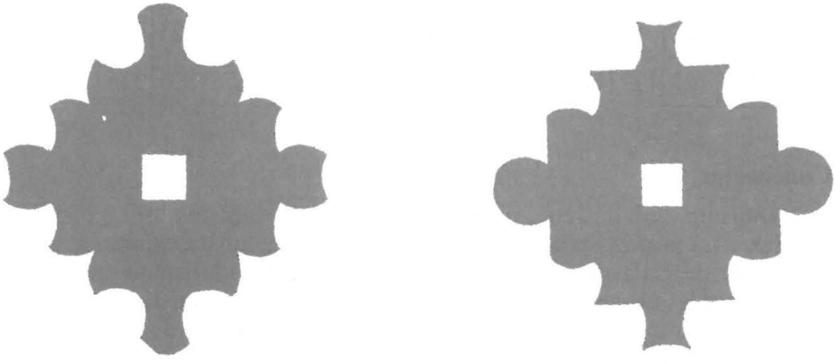
— Il joue un coup quelconque au début.

— Puis il joue selon la stratégie, connue, du second joueur (il devient ainsi un second joueur avec un pion de plus) ; si, une ou plusieurs fois, il est conduit à jouer où se trouve ce pion supplémentaire, il rejoue un coup quelconque.

d) Avoir un Pion de plus sur le tableau n'est jamais un désavantage (ceci différencie le Hex de bien des jeux !)

e) L'hypothèse de l'existence d'une stratégie gagnante pour Noir vient donc d'être infirmée.

f) D'après a) il existe donc une stratégie gagnante pour Blanc ! — et ceci quelle que soit la grandeur du tableau —. Mais attention, une "preuve d'existence" veut uniquement dire qu'une chose existe, sans dire *comment* la trouver pratiquement ! Ici la recherche ludique reprend enfin tous ses droits.



LES JEUX DÉRIVÉS DES DAMES

Le jeu de dames

Il est surprenant de constater qu'en France les règles précises du jeu de dames soient si méconnues bien que ces dernières soient adoptées dans les compétitions internationales !

On s'efforcera donc de les faire mieux connaître.

Ce jeu développe concentration, mémoire et imagination. D'excellents livres, des rubriques de journaux ou de périodiques lui sont consacrés, aussi n'insisterai-je pas davantage.

Quelques jeux dérivés

On peut faire beaucoup avec un damier, quelques pions et les règles du jeu de dames comme fondement !

De nombreux jeux-variantes ont été mis au point. Citons-en quatre qui ont retenu notre attention :

- **Le pion moqueur,** aussi subtil qu'amusant.
- **Les vauriens,** très bonne création, jeu tactique par excellence munie d'une stratégie dialectique (à jouer avec le sens de l'humour !).
- **Le pion royal,** une version "échecs" des dames.
- **Les poignards dans le dos,** bon jeu pour ceux qui aiment les situations complexes.

Ces jeux ont été inventés par de bons joueurs de dames dans les années 50 et on aurait bien tort de les ignorer : ils valent bien des créations récentes, n'exigent que peu de matériel... et une fois appris ils ne s'oublient plus : on y rejoue !

Règles du jeu de dames

1. DISPOSITION ET MOUVEMENT DES PIÈCES — ATTRIBUTION.

Les 40 pions (20 noirs et 20 blancs) sont répartis sur le damier en deux camps symétriques à partir de la base supérieure (noirs) et de la base inférieure (blancs), chacun des partenaires ayant à sa gauche une case angulaire active (voir III).

Les pièces se dirigent diagonalement (et jamais horizontalement ni verticalement).

Sauf convention spéciale, si les partenaires ne jouent qu'une seule partie, la couleur des pions qui leur sont attribués est déterminée par tirage au sort. S'ils jouent plusieurs parties, les couleurs sont interverties à chaque partie.

Chaque partenaire doit recevoir autant de fois les noirs que les blancs (à une fois près, si le nombre de parties est impair).

2. MARCHE DU JEU.

Les partenaires jouent chacun leur tour. L'usage veut que celui qui conduit les blancs commence le premier (sauf cas de rendement; voir 9-a).

Jouer, c'est déplacer une pièce, ou exécuter une prise simple ou multiple.

Une pièce touchée est réputée jouée. Cette règle est la base essentielle du jeu, qui consiste à "voir par la pensée" l'évolution des pièces et ses conséquences, avant de les manœuvrer. Elle ne doit souffrir aucune tolérance.

S'il s'agit, toutefois, de remettre ses propres pièces en ordre sur le damier, il convient au préalable d'informer l'adversaire de cette intention, en déclarant "j'adoube".

Tant qu'une pièce touchée n'est pas lâchée, si elle est jouable dans plusieurs directions, on peut la jouer dans l'une ou l'autre de celles-ci.

3. JEU DU PION.

Les pions se déplacent d'une case à la fois, et en avant seulement.

Si deux cases voisines sont libres, ils ont donc, au plus, deux directions possibles (une seule, s'ils occupent une case placée à la bande).

4. PRISE AVEC LE PION.

Lorsque, par la marche du jeu, un pion d'une couleur se trouve placé contre un pion adverse, voisin lui-même d'une case vide, il "prend" celui-ci en sautant par dessus, allant ainsi occuper ladite case vide.

Si, après cette prise, la même situation se représente, il continue à prendre, de la même façon, les autres pièces adverses, en bifurquant, s'il y a lieu, d'une diagonale à l'autre, en avant et en arrière le cas échéant.

Le pion peut prendre en avant et en arrière, une ou plusieurs pièces adverses, les pièces prises étant alors enlevées du jeu.

5. JEU DE LA DAME.

Lorsqu'un pion atteint la dixième rangée de cases (cases 1 à 5 pour les blancs, et 46 à 50 pour les noirs), il est couvert d'un pion de sa couleur et devient "Dame".

S'il y parvient à la suite d'une prise, il faut qu'il ne lui reste aucune pièce à prendre ensuite, *sinon il resterait pion.*

A l'inverse du pion, la dame se déplace en avant et en arrière ; entourée de cases vides, elle a donc 4 directions possibles (2 seulement, si elle occupe l'une des cases à la bande).

S'il y a plusieurs cases vides, devant ou derrière elle, elle peut franchir une ou plusieurs d'entre elles, dans l'une ou l'autre direction.

6. PRISE AVEC LA DAME.

La dame prend comme le pion, en avant et en arrière. De plus, elle peut prendre les pièces adverses à distance, c'est-à-dire même si elle en est séparée par plusieurs cases vides.

Si les pièces à prendre sont elle-mêmes contiguës, en deçà, à plusieurs cases vides, la dame peut s'arrêter *au choix* sur l'une ou l'autre de ces cases, à moins qu'elle n'ait encore d'autres pièces à prendre, cas auquel elle doit bifurquer, s'il y a lieu, à l'intersection de la diagonale où la même situation se présente.

7. RÈGLE DES PRISES.

Lorsque deux prises se présentent simultanément, la pièce prenante (pion ou dame) doit, ***obligatoirement***, prendre du côté où il y a *le plus grand nombre de pièces en prise*, la qualité des pièces prenantes ou à prendre n'ayant pas à être prise en considération.

S'il y a autant de pièces à prendre d'un côté que de l'autre, le joueur qui prend a le droit de choix.

La prise consiste en deux opérations bien distinctes, comptant toutefois pour un seul coup joué :

1° Porter la pièce prenante à la case terminale de la prise simple ou multiple, en sautant par-dessus la ou les pièces adverses en prise, et sans marquer de temps d'arrêt en parcours ;

2° ***Après cette opération seulement***, enlever une à une les pièces prises — et celles-là seulement — dans l'ordre où elles l'ont été.

Il est interdit de mélanger ces deux opérations, et notamment d'enlever une à une, au fur et à mesure de la prise multiple, les pièces adverses, avant d'avoir rempli la première condition.

Dans l'exécution d'une prise multiple, *on peut passer plusieurs fois sur une même case vide,* mais *jamais* deux fois sur la même pièce.

Il peut se faire que la pièce prenante revienne, à l'issue de la prise, sur sa case de départ.

8. IRRÉGULARITÉS.

Toute irrégularité (oubli d'une prise, fausse prise, prise incomplète, enlèvement d'une de ses propres pièces, fausse marche, etc.) est couverte par le coup suivant de l'adversaire. Celui-ci est en droit de maintenir le coup joué ou de le faire jouer correctement. Toutefois, s'il a lui-même touché déjà l'une de ses pièces jouables, il n'est plus fondé à demander la disparition de l'irrégularité constatée.

Toucher une pièce non susceptible d'être déplacée d'une case à une autre, ou une pièce adverse, n'est pas considéré comme une faute. Le fait de ne pas couronner immédiatement le pion qui devient dame n'est pas une faute, ce pion peut être couronné dans la suite (1).

9. CONVENTIONS.

a) Rendement : Le rendement a pour objet de neutraliser l'écart de force existant entre 2 joueurs : le plus fort disposant de la qualité du jeu, le plus faible, de la quantité de pièces.

Rendre un pion, c'est jouer avec 19 pions contre 20. Un demi-pion, jouer une partie à égalité, l'autre au rendement d'un pion. Rendre la nulle, c'est compter comme gagnée par le plus faible une partie nulle.

La nulle conditionnelle est caractérisée par le rendement de la nulle, sous condition que le résultat des parties précédentes ne s'exprime pas par une perte pour le joueur qui consent le rendement.

Par dérogation aux dispositions visées en 2, le joueur qui reçoit le rendement joue le premier dans toutes les parties, quelle que soit la couleur des pions qui lui sont attribués.

Les rendements sont utilisés généralement dans les tournois "handicap".

b) Fin de partie : Il est de règle de convenir, avant de commencer la partie, si la fin de partie de 3 pièces contre une sera jouée. Dans l'affirmative, le nombre de coups à jouer, après, s'il y a lieu, avoir offert à l'adversaire (qui est obligé d'accepter) de damer ses trois pions, est fixé en principe à :

(1) Cette clause fut ajoutée, contre notre gré, en Assemblée Générale F.M.J.D. de 1964, à la demande de la K.N.D.B. (Hollande) : Il convient de couronner le pion dès qu'il devient "Dame".

• cinq coups si la dame unique occupe la grande ligne (5-46)
• quinze coups dans les autres cas.

Le fait pour le joueur possédant la dame unique de damer les trois pions adverses d'office lui confère le trait : il joue donc aussitôt après cette opération.

S'il n'en a pas été expressément convenu avant de commencer la partie, la fin de trois dames contre une n'est pas jouée.

10. RÉSULTATS DE LA PARTIE.

La partie est :

a) déclarée nulle :

• lorsque les deux partenaires le déclarent mutuellement ;
• lorsqu'en fin de partie, les deux partenaires auront répété simultanément trois fois les mêmes mouvements ou qu'une position se sera répétée trois fois consécutives : c'est ce que l'on appelle une "navette";
• lorsqu'il n'est pas convenu de jouer les trois pièces contre une ;
• quand le gain ne peut être démontré.

b) gagnée :

• par l'abandon du joueur, son refus de jouer ou de prendre, la perte totale de ses pièces, ou leur immobilisation (enfermage) ;
• lorsqu'en cas de l'utilisation d'une pendule, le temps imposé pour jouer un nombre de coups donné est dépassé (cadence habituelle : 50 coups pour les deux premières heures, 25 coups à l'heure ensuite).

Notation Manoury et code des abréviations

La notation joue un rôle prépondérant dans l'étude théorique du jeu, et elle consiste à numéroter les cases actives du damier de 1 à 50, suivant diagramme 1 ci-après.

Au début de la partie, les Noirs occupent les cases 1 à 20, les Blancs celles 31 à 50, suivant diagramme 2.

DIAGRAMME 1

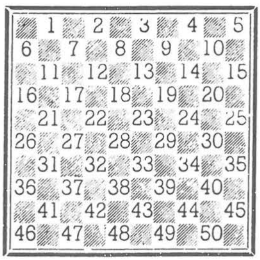
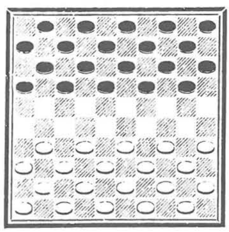


DIAGRAMME 2



Pour noter un mouvement, on inscrit le numéro de la case qu'occupe successivement la pièce avant et après son déplacement ou sa prise (cases initiale et terminale).

Par exemple : 33—28, pour les Blancs, signifie porter le pion occupant la case 33 à celle 28, le tiret exprimant un déplacement.

Si les Noirs répondent (17—22), les Blancs prennent obligatoirement au coup suivant, par 28 × 17, les Noirs ayant ensuite le choix entre les prises (à égalité) (11 × 22) ou (12 × 21). Les coups des Noirs sont indiqués entre parenthèses ; le signe × exprime la prise.

Les autres signes conventionnels ci-après servent également à annoter la partie :

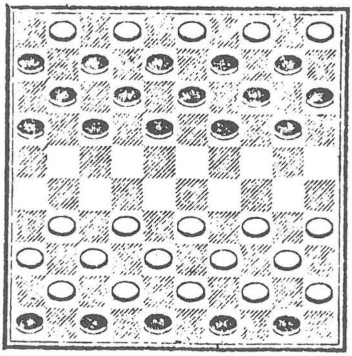
!	coup fort, bien joué
?	coup faible, faute
m	meilleur
mm	moins mauvais
*	forcé
=	égalité, remise

B + 1, B + 2, N + 1, N + 2, etc. gain	d'un pion de 2 pions	aux Blancs aux Noirs

B + 1*, N + 1*, etc. les Blancs, les Noirs forcent le gain du pion, etc.
B + , N + . Gain aux Blancs, aux Noirs (de la partie).
a. l. ad-libitum, c'est-à-dire au choix, sans qu'il en résulte une modification dans le résultat final.
A, B, C, etc. ; a, b, c, etc. (lettres utilisées pour renvoyer à diverses variantes, et sous-variantes).

Les poignards dans le dos

Noirs



Blancs
Position initiale

MATÉRIEL :

Un simple jeu de dames !

BUT DU JEU :

Comme aux dames classiques : prendre ou bloquer toutes les pièces adverses.

RÈGLES :

Les règles sont les mêmes qu'aux dames classiques, mais la présence des pions ennemis sur les premières lignes rend utiles des précisions.

Les "Poignards dans le dos" sont des pions qui avancent et prennent comme les autres pions de leur couleur. Leur position insolite fait que :

- leur premier mouvement doit obligatoirement être une prise arrière ! (sinon ils sont immobilisés)
- après *une* prise arrière ils redeviennent des pions normaux et peuvent aller à dame (par exemple, si un "poignard" revient sur la première ligne après plusieurs prises, il devient dame).

REMARQUES :

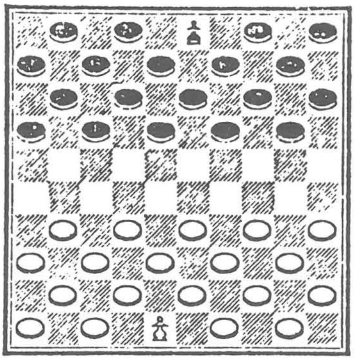
Les poignards gênent l'adversaire sur ses arrières, mais s'il joue bien, l'adversaire peut profiter de leur présence pour augmenter ses possibilités de gain par blocage !

Un jeu vivant et sérieux.

BIBLIOGRAPHIE :

Les jeux de dames non orthodoxes. Joseph BOYER et V.R. PARTON, 1956.

Le pion royal



Position initiale
Pions Royaux 48 et 3

MATÉRIEL :

Un jeu de dames avec un pion différencié de chaque couleur.

BUT DU JEU :

Le pion différencié de chaque joueur est un ***pion royal.***

Le pion royal avance et prend comme les autres pions et peut devenir une ***dame royale.***

Pour gagner, il s'agit, non de prendre ou bloquer toutes les pièces adverses, mais ***seulement*** de prendre le pion royal ou la dame royale adverse. Cette prise donne le gain immédiat.

REMARQUES :

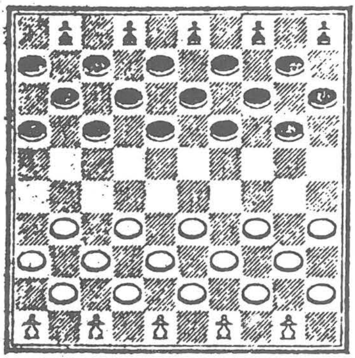
Les finales sont délicates.

Ce jeu rappelle bien sûr les principes du jeu d'échecs ; il faut concentrer son attention sur une seule pièce à prendre.

BIBLIOGRAPHIE :

Les jeux de dames non orthodoxes. Joseph BOYER et V.R. PARTON, 1956.

Les vauriens



Position initiale

MATÉRIEL :

Un jeu de dames, mais on "distinguera" les cinq pions des lignes arrière. On peut utiliser des pions d'échecs, voir diagramme.

BUT DU JEU :

Les cinq pions différents sont des "vauriens" ; il s'agit de s'en débarrasser très vite : le ***gagnant*** est celui qui le premier a fait prendre ses cinq vauriens.

Mais ***on peut perdre*** si l'un de ses vauriens arrive à dame !

A part le but, les règles sont les mêmes qu'aux dames classiques.

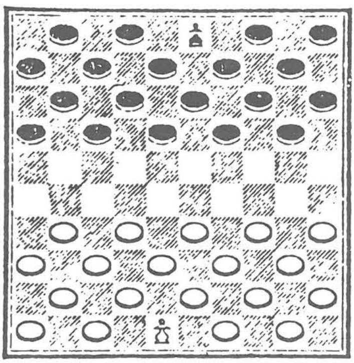
REMARQUES :

Un très bon ***jeu-sacrifice*** où l'on apprend à donner pour obtenir une position voulue. Les deux façons de perdre ou de gagner s'harmonisent très bien. Un subtil jeu de position à méditer.

BIBLIOGRAPHIE :

Les jeux de dames non orthodoxes. Joseph BOYER et V.R. PARTON, 1956.

Le pion moqueur



Position initiale

MATÉRIEL :

Un jeu de dames avec un pion différencié (par exemple un pion d'échecs) pour chaque couleur.

BUT DU JEU :

Le même qu'aux dames classiques.

RÈGLES PARTICULIÈRES :

• Si un pion saute le pion moqueur adverse c'est le pion sauteur qui est pris et enlevé du jeu ! Le pion moqueur sauté reste sur place.

- Le saut du pion moqueur est obligatoire mais pas prioritaire (on doit sauter le plus grand nombre de pièces !).
- Le pion moqueur ne devient pas dame et peut donc rester bloqué sur la dernière rangée.
- Le pion moqueur prend également comme un autre pion.
- Si un pion moqueur saute le pion moqueur adverse c'est le pion sauteur qui est pris.

VARIANTE :

Le pion moqueur peut devenir une ***dame moqueuse !***

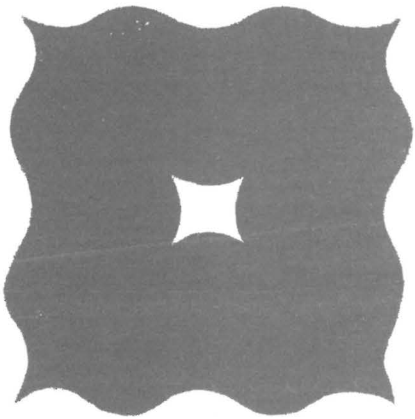
REMARQUES :

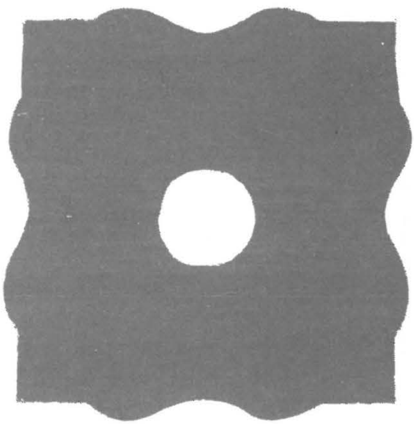
Le pion moqueur est une pièce redoutable.

Ce jeu et sa variante sont vraiment riches en combinaisons.

BIBLIOGRAPHIE :

Les jeux de dames non orthodoxes. Joseph BOYER et V.R. PARTON, 1956.





LUDI-MATH : Une brochure pour les Clubs "Jeux et Maths"

La Commission "Jeux et Mathématiques" de la Régionale de Poitiers réalise une brochure, LUDI-MATH, dont le premier volume est sorti en mars 1979. Cette brochure a pour but d'aider les collègues désireux de créer un club "Jeux et Mathématiques" dans leur établissement. Vu la forte demande d'informations concernant les activités de ces clubs, nous avons dû effectuer un second tirage du n° 1 qui est encore disponible.

Le LUDI-MATH n° 2 est, à son tour, disponible; et nous vous prions de nous excuser du retard avec lequel il paraît.

Au sommaire :

— Organisation d'un club (partie administrative)

— A propos d'un jeu : "La tour de Hanoï" (vie d'un club)

— Généralisation du jeu : "La tour de Hanoï" (étude mathématique)

— Des jeux avec des recherches simples de solutions ou de stratégies : Le chat et la souris - Le lion et la licorne - Les hexagones hongrois - Les cubes diaboliques (avec variantes) - Le jeu de Hip.

— Des jeux d'alignements : Le morpion - L'auto-morpion - Le morpion dans l'espace - Le morpion vertical (Puissance 4) - Le "Sogo" ou "Arrange-4" - Les grains du Roy.

Pour vous procurer le LUDI-MATH :

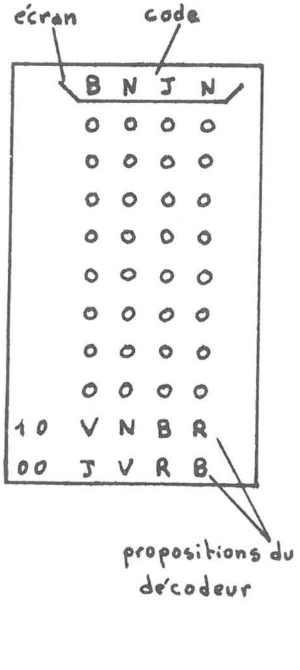
n° 1, 10F (+7F pour frais de port)
n° 2, 10F (+5F pour frais de port)
n° 1 et 2, 20F (+9F pour frais de port)

adressez les commandes à Jean Fromentin, 17 rue de la Roussille, 79000 NIORT.

Joindre le règlement à la commande (A.P.M.E.P., Régionale de Poitiers, CCP BORDEAUX 38.52.59).

LE MASTER-MIND

Jeu de logique par excellence, le Master-Mind est un jeu dissymétrique à deux joueurs dans la mesure où l'un d'eux (le codificateur) a un rôle passif tandis que l'autre (le décodeur) peut très bien raisonner sans se préoccuper de son adversaire. Une récente version électronique en a d'ailleurs fait un jeu solitaire puisque c'est une machine qui répond au décodeur.



MATERIEL : On dispose d'une plaque percée de trous (voir croquis ci-contre), d'une quantité suffisante de pions de 6 couleurs que nous noterons B,R,V, J,Bl,N, ainsi que de fiches blanches et noires que nous noterons O et l respectivement.

PRINCIPE : L'un des joueurs appelé "codificateur" dispose à son gré dans les quatre trous du code secret quatre pions de son choix. Ce code est dissimulé derrière un écran.

L'autre joueur, appelé "décodeur", doit découvrir le code caché le plus rapidement possible. Pour ce faire, il dispose à son tour quatre pions dans les trous de la rangée la plus proche de lui.

Le codificateur lui répond alors de la façon suivante :

— une fiche noire pour chaque bonne couleur à la bonne place

— une fiche blanche pour chaque bonne couleur placée dans un mauvais trou.

Pour faciliter la compréhension et lever certaines ambiguïtés, voici quelques exemples de réponses :

Code	BRVN	BRVN	BRVN	BRBN
Proposition	BVBlJ	BlBBlJ	BJJBl	BBJJ
Réponse du codificateur	1.0	0.	1.	1.0.

Code	BRJV	BJJN	BBJJ	BBJV
Proposition	BBNN	JBlVJ	NVNV	JBBV
Réponse	1.*	0.0.	—	1.1.0.0.

* le noir a priorité sur le blanc.

Le décodeur continue ses propositions jusqu'à la découverte du code (réponse llll). Il n'a droit qu'à 10 essais.

Au cours de la partie suivante, on inverse les rôles, et le vainqueur est celui qui a trouvé le code avec le plus petit nombre d'essais. C'est la conception du jeu proposé par les éditions Capiéca, et développée dans le livre de Marco Meirovitz* et Jean Tricot "Le Master-Mind en 10 leçons" chez Hachette.

Alors, le jeu est réellement un jeu à deux joueurs et le décodeur a intérêt à utiliser une tactique basée sur les principes suivants :

— les propositions seront celles susceptibles de lui fournir la plus grande quantité d'informations.

— chaque proposition sera un code possible

— éventuellement, il faudra tenir compte de la psychologie du codificateur (association de couleurs préférées par exemple).

UNE AUTRE CONCEPTION DU JEU

En pratique, de nombreux joueurs concidèrent le Master-Mind comme un jeu solitaire dont le but est de découvrir le code en un minimum de coups fixés à l'avance. Dans ce cas, la stratégie adoptée relèvera plus de la logique que de la théorie de l'information. Afin d'expliciter une stratégie possible, nous allons formaliser un peu.

D'un point de vue mathématique, un code (ou une proposition) est un élément de l'ensemble $\mathcal{E}$ des applications de l'ensemble $T = \{a, b, c, d\}$

* Marco Meirovitz étant l'inventeur du jeu, ce livre peut être considéré comme une référence du point de vue de l'interprétation des règles du jeu.

des trous vers l'ensemble C = {1,2,3,4,5,6} des couleurs. Il y a donc $6^4 = 1296$ codes possibles.

Les réponses du codificateur peuvent être de 14 types : —,0,1,00,10,11,000,100,110,111,0000,1000,1100,1111. La réponse 1110 est impossible avec quatre trous. Ce nombre dépend uniquement du nombre d'éléments de T (nombre de trous).

Chaque proposition f_i du décodeur réalise une partition $\mathcal{T}_i$ de l'ensemble des codes possibles, cet ensemble étant $\mathcal{E}$ pour $i = 1$, et un sous-ensemble de $\mathcal{E}$ pour $i > 1$. $\mathcal{T}_i$ contient au plus 14 éléments puisqu'il y a 14 types de réponses possibles. Appelons X_i l'élément de $\mathcal{T}_i$ dont le cardinal est le plus grand ; la proposition que fera alors le décodeur sera celle qui rendra le cardinal de X_i le plus petit possible.

Cette proposition n'est pas nécessairement la même que dans la première conception du jeu. Exemple : les propositions 1234, 1123 et 1122 donnent respectivement comme information moyenne fournie par un coup (exprimée en bits) : 3,05 ; 3,04 ; et 2,88 alors que le cardinal de X_i est respectivement 312, 276 et 256.

Nous verrons plus loin que pour trouver en 5 coups maximum, il faut jouer cette troisième combinaison considérée comme mauvaise par Marco Meirovitz et Jean Tricot.

VARIANTES :

La plupart des variantes consistent à modifier le nombre de couleurs ou le nombre de trous.

"Super-Master-Mind" : 5 trous, 8 couleurs.

"Hyper-Master-Mind" : les couleurs se placent sur quatre niveaux ; cela revient à multiplier par 4 le nombre de couleurs.

"Le Plus Malin" (éditions Capiéca). Malgré son nom peu judicieux, la présentation est intéressante car chaque joueur est simultanément codificateur et décodeur. On joue avec trois trous et six couleurs ; il y a donc $6^3 = 216$ possibilités. Ce petit nombre rend le jeu abordable pour des enfants de 5 à 6 ans.

"Master-Mind Couleur et Formes" : ce jeu diffère des autres dans la mesure où le code est formé de couples et où le codificateur répond avec trois types de fiches :

— une fiche bleue correspond à une composante d'un couple bonne et au bon endroit.

— une fiche blanche correspond à un couple bon mais mal placé.

— une fiche noire correspond à un couple bon et bien placé.

On dispose de 5 formes, de 5 couleurs et de 4 emplacements ; il y a donc 25^4 possibilités. En fait la plus grande variété de réponses fait que l'on trouve plus rapidement qu'à l'Hyper-Master-Mind.

"Master-Mind-Electronique" : c'est un gadget coûteux, d'autant qu'on peut établir un programme pour jouer avec les micro-ordinateurs qui se répandent dans les établissements.

NOMBRE MAXIMUM DE COUPS

Nous dirons qu'une stratégie est optimale si elle minimise le nombre de coups nécessaires pour trouver le code dans le plus mauvais des cas. L'ordre d'une telle stratégie sera ce nombre minimum de coups. Il serait intéressant de trouver cet ordre pour des nombres n de couleurs et p de trous donnés.

Nous mentionnons à ce sujet l'article de D. Viaud "Une formalisation du jeu de Master-Mind" (RAIRO recherche opérationnelle vol. 13 n° 3, août 1979, pages 307 à 321). On y trouvera un moyen de calculer un minorant de l'ordre de la stratégie optimale. Ce minorant est 4 pour $n=p=4$, et 5 pour $n=6$, $p=4$. Cet article est complété par les démonstrations : "4 trous, 4 couleurs : 4 coups" et "4 trous, 6 couleurs : 5 coups".

Bien sûr, le fait de donner une minoration de l'ordre cherché ne donne pas nécessairement cet ordre, car pour $n=5$ et $p=3$, on trouve comme minorant 4 mais nous n'avons pas réussi la démonstration correspondante, et le petit nombre de possibilités (125) fait que l'on peut raisonnablement penser que l'ordre de la stratégie optimale est 5. (En ouvrant avec la proposition 112, nous avons réussi à trouver en 4 coups au plus dans 123 cas sur 125). Voici un tableau donnant quelques résultats connus :

Nombre de trous	Nombre de couleurs	Ordre de la stratégie optimale	
3	3	4	← (3 coups dans 26 cas sur 27 avec l'ouverture 112)
3	4	4	
3	5	5	
3	6	5	
4	4	4	
4	6	5	
5	8	probablement 6	← (ce n'est qu'une conjecture)

On peut remarquer que le nombre de coups est le même pour 3 trous et 6 couleurs (Plus Malin) que pour 4 trous et 6 couleurs (Master-Mind). Cela vient du fait que, lorsque l'on augmente le nombre de trous, le décodeur a plus d'informations à chaque fois. Le problème est malgré cela plus complexe dans le deuxième cas.

Voici des instructions qui permettent de trouver en 5 coups au "Plus Malin" et au "Master-Mind". Les tableaux indiquent le 2e coup à jouer en fonction de la réponse donnée au 1er coup indiqué.

Le "Plus Malin"	
après le 1er coup : 112	
réponse	2e coup
—	334
0	232
1	134
00	234
10	123
11	123
100	121

Le "Master-Mind"	
après le 1er coup : 1122	
réponse	2e coup
—	3345
0	3341
00	3341 *
000	3411 *
0000	2211 (terminé)
1	3342
10	3342 *
11	1341 *
100	3221
1100	3121 *
110	3121
111	3121 *

Remarques : 1°) la réponse 1000 au Master-Mind n'est pas compatible avec la proposition faite au premier coup.

2°) les propositions marquées d'un * sont en contradiction avec la réponse précédente ; toutefois, elles réalisent une "meilleure partition" de l'ensemble des codes possibles qu'une proposition choisie parmi cet ensemble.

Nous vous laissons le soin de finir les parties.

LE MASTER-MIND ET L'ORDINATEUR

On peut utiliser l'ordinateur de plusieurs façons par rapport au jeu de Master-Mind. La plus simple, et aussi la plus intéressante à grande échelle, est de faire jouer à l'ordinateur le rôle du codificateur. On trouve dans le commerce plusieurs versions de microprocesseurs programmés dans cette intention (Master-Mind-Electronique, Logic 5). On peut le programmer soi-même sur un micro-ordinateur ; c'est un bon exercice de programmation, et, en soignant bien les entrées-sorties, on obtient un résultat très agréable pour l'utilisateur.

On peut aussi faire jouer à l'ordinateur le rôle du décodeur. C'est beaucoup plus difficile, il faut un ordinateur beaucoup plus puissant (sauf si on enregistre à l'avance une stratégie optimale et on lit la réponse à faire à chaque fois, mais cette méthode n'a aucun intérêt), et utiliser des méthodes d'intelligence artificielle. Ceci peut avoir pour but de simuler le comportement humain devant le problème du décodage pour permettre ensuite d'écrire un programme conversationnel susceptible d'aider l'utilisateur à améliorer son raisonnement; le programme commenterait alors les coups et donnerait des conseils.

On peut aussi utiliser l'ordinateur comme aide à la recherche de stratégies optimales, par exemple en lui demandant de sortir la partition des codes possibles à un certain moment du jeu en fonction des réponses au coup proposé. Cette partition est très fastidieuse à faire à la main, mais il est très facile de programmer un ordinateur pour la trouver.

UTILISATION PÉDAGOGIQUE DU MASTER-MIND

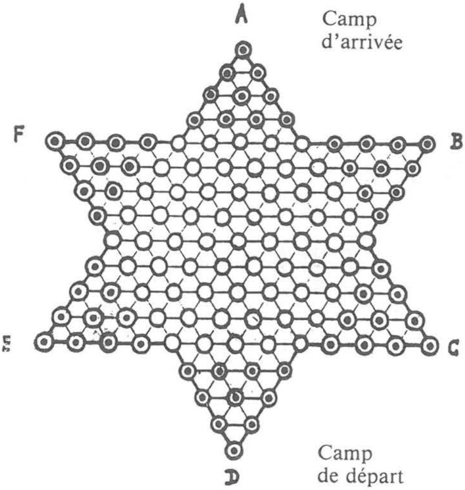
Le Master-Mind est un jeu qui développe l'esprit logique. Il peut aider les enfants à apprendre à raisonner si on leur montre les contradictions dans leurs propositions. Il peut aussi leur apprendre à construire des stratégies : par exemple en leur apprenant à ne pas suivre une idée fixe (mettre toujours le rouge dans le premier trou) mais à explorer largement l'ensemble des possibilités. Toutefois ce jeu n'a pas la puissance des jeux où l'adversaire a un rôle actif, et une utilisation prolongée le rendrait fastidieux.

DAMES CHINOISES

TIAO-QI

2 à 6 joueurs

Jeu classique des dames chinoises suivi d'une variante (utilisant la *symétrie par rapport à un point !)* de Joëlle Flesselle, accompagnée d'une étude de François Pingaud. Le tout reproduit avec l'autorisation de l'Association JEUDI.



BUT

Course : être le premier à faire passer ses dix pièces de leur position initiale à la position symétrique opposée.

POSITION DE DÉPART

Chaque joueur place ses dix pions sur les cases de l'une des branches de l'étoile appelée ***camp***. Les branches utilisées varient en fonction du nombre de joueurs : A, B, D, E pour 2 ou 4 ; A, C, E pour 3.

(Dans ce cas — 3 joueurs — il est possible d'utiliser 15 pions par joueur, dont 10 sur le ***camp*** et 5 sur la première ligne de la grande étoile, ***devant le camp***. Ceci est, par ailleurs, la position classique dans le jeu de l'HALMA).

Enfin, A, B, C, D, E pour 5 ; toutes pour 6.

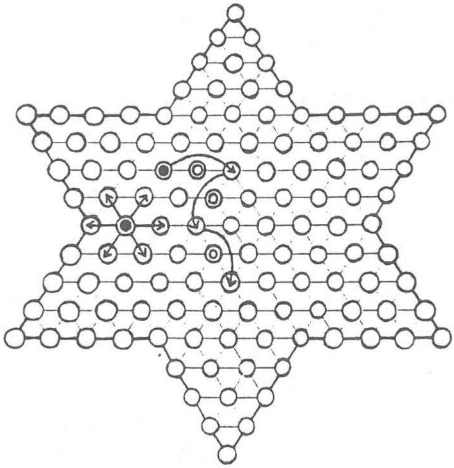
MARCHE DU JEU

On tire au sort le joueur qui commence et le jeu se développe dans les sens des aiguilles d'une montre. Chaque joueur, à son tour, déplace une de ses pièces à son choix.

RÈGLE CLASSIQUE

Ce déplacement est réalisé, au choix, selon ***l'une des deux*** formules suivantes :

1) La pièce se déplace le long d'un *alignement de cases*, de sa case de départ à une case libre voisine ; ceci est possible dans les 6 directions.



2) La pièce se déplace en réalisant un *saut* par dessus une pièce (du même joueur ou d'un autre) située sur une case voisine, en s'arrêtant sur la case située immédiatement après et qui doit être libre ; ce saut a lieu dans n'importe quelle direction, en suivant l'un des alignements, *et sans changer de direction au cours du saut* ; après ce premier saut, la même pièce peut, dans le même coup, en effectuer d'autres du même type si la disposition des autres pièces le permet ; *ces sauts ne sont pas obligatoirement tous dans la même direction* ; il peut y avoir changement de direction *entre deux sauts* (mais, rappelons-le, *jamais au cours* d'un saut).

Un saut possible n'est jamais obligatoire, ni la poursuite d'un mouvement de sauts. Un joueur est entièrement libre du choix du mouvement d'une pièce et, en cas de sauts, s'arrête quand il le désire.

Il n'y a pas de prise à ce jeu. Le saut par dessus une pièce n'affecte en rien celle-ci.

En dehors des camps de départ et d'arrivée, un joueur ne peut utiliser les cases des autres camps que pour y faire passer ses pièces au cours d'une série de sauts ; il ne peut jamais y arrêter une pièce à la fin d'un coup.

Enfin, pour éviter certains blocages négatifs, nous conseillons d'introduire une règle selon laquelle un joueur dont une ou plusieurs pièces sont définitivement bloquées ***dans son camp de départ*** par les pièces du joueur opposé, a perdu (ceci oblige les joueurs à sortir leurs pièces, et à ne pas conserver de pièces au camp de départ dans le seul but d'empêcher le joueur opposé de rentrer les siennes).

ORDRE D'ARRIVÉE

Après l'arrivée du joueur gagnant la partie continue et le classement s'effectue selon l'ordre d'arrivée.

JEU A DEUX JOUEURS

Pour jouer un jeu intéressant à deux joueurs, il faut prendre chacun deux camps contigus, les quatre camps ainsi utilisés étant opposés deux à deux.

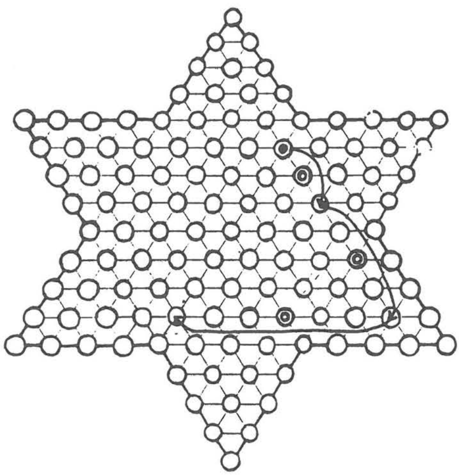
JEU A CINQ JOUEURS

Dans le jeu à cinq joueurs, un camp n'est pas utilisé au départ. Il faut placer en face de ce camp vide le joueur le plus faible.

VARIANTE JOËLLE FLESSELLE - ASSOCIATION "JEUDI"

Proposée par Joëlle Flesselle et présentée par l'Association Jeudi dans le bulletin JEUX, TU, ILS, cette variante ***généralise la notion du déplacement par saut***. Toutes les règles du jeu classique y sont valables mais une pièce peut procéder à des sauts *plus longs* en respectant les règles de direction, de symétrie des cases de départ et d'arrivée par rapport à la pièce sautée (le "support"), et de vacuité des cases sautées (en dehors du support).

Plusieurs sauts peuvent être effectués dans le même coup, dans des directions différentes et de *longueurs différentes*.



ÉLÉMENTS DE STRATÉGIE

1. Premières remarques après quelques parties jouées.

• Sauf au jeu à trois joueurs, où il n'y a pas d'opposition directe des joueurs, les parties des deux camps situés face à face sont très interdépendantes ; les pièces sorties par l'un débloquent des possibilités d'entrée pour l'autre ; les pièces attardées gênent au contraire (d'où la règle anti-blocage) ; et surtout, il se crée des "échelles" communes : un parcours privilégié de sauts pour l'un l'est aussi pour l'autre.

• A l'évidence, les sauts sont plus avantageux que les déplacements simples et il faut réserver ceux-ci aux situations de blocage ou d'isolement d'une pièce, ou à la fin de partie pour rentrer ses pièces en bon ordre.

Les séries de sauts les plus spectaculaires se produisent en milieu de partie où les pièces de tous les joueurs se croisent et peuvent s'utiliser mutuellement comme supports. Elles sont plus faciles au jeu à 2, 3 et 4 joueurs qu'à 5 ou 6 où l'espace libre est plus restreint.

• En dehors de la bonne vision du jeu (et de l'imagination) pour profiter au mieux des sauts et des parcours possibles au milieu du jeu, on ressent souvent des difficultés à bien sortir ses pièces (ne pas se bloquer soi-même, ne pas laisser des pièces isolées sans soutien...) et surtout, à bien les rentrer sans perdre de temps, lorsque toute influence mutuelle des joueurs a disparu, chacun étant proche du but et seul avec ses propres pièces.

Ces dernières remarques conduisent à penser qu'on peut assez bien déterminer dans ce jeu les trois phases classiques : début, milieu et fin de partie ; et examiner pour chacune d'elles les lignes stratégiques et les idées tactiques.

2. La structure du terrain de jeu : une partition en quatre espaces de base.

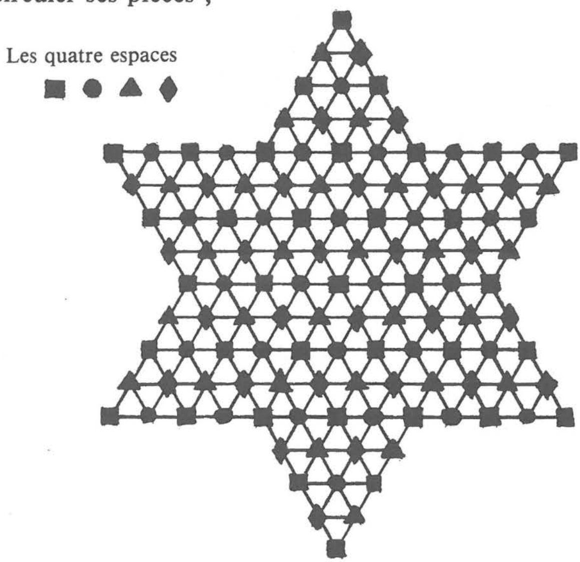
Une autre remarque, moins évidente celle-là, mais d'une grande importance stratégique, peut être faite en examinant "mathématiquement" le terrain de jeu.

Si l'on place une pièce sur une case du terrain et qu'on lui fasse réaliser tous les sauts et séries de sauts possibles, en lui plaçant les supports voulus, cette pièce ne peut parvenir qu'à certaines cases du terrain et pas à d'autres (et ceci quelles que soient les longueurs des sauts effectués ou leurs directions). On peut noter l'ensemble des cases ainsi permises. Et recommencer en plaçant la pièce sur une des cases restantes : on définit un nouvel ensemble de cases totalement différent du premier. Ce découpage de l'espace du terrain peut se faire quatre fois : il y a quatre ensembles de cases distincts et tels que les cases de chacun d'entre eux sont joignables entre elles par des sauts, mais qu'on ne peut joindre une case de l'un à une case de l'autre par des sauts (voir figure). On les appellera ***espaces de base***. Enfin, si l'on regarde la disposition des cases de départ et d'arrivée d'un joueur, on s'aperçoit qu'elles sont parfaitement symétriques dans leur appartenance à l'un ou l'autre des quatre espaces de base.

Cette dernière "remarque" a de grosses conséquences stratégiques. En effet :

• puisqu'il y a symétrie des positions de départ et d'arrivée, on peut théoriquement réaliser une partie en n'utilisant que des sauts. Bien plus, compte tenu de la disposition des quatre espaces de base, si on réalise le déplacement simple d'une pièce, on la change d'espace et on la "décale" donc par rapport à l'arrivée : il sera alors nécessaire de réaliser au moins un second déplacement simple pour rectifier les choses à la fin de la partie. Il faudra donc bien noter le décalage produit pour réaliser l'inverse, à un moment ou un autre, sinon cela entraînera encore d'autres décalages à rectifier en fin de partie ;

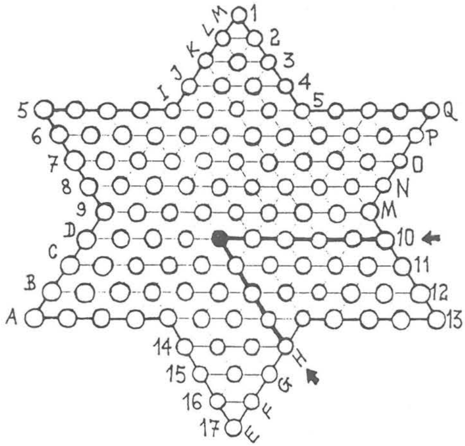
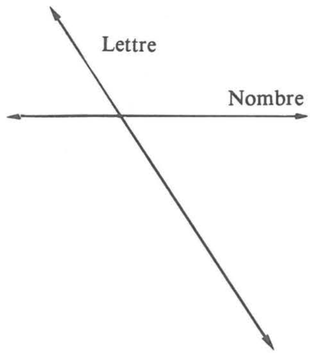
• si l'on compte les cases et les pièces liées à chacun des quatre espaces de base, on voit qu'elles ne sont pas en nombre égal (voir figure) : il y a donc des espaces plus disputés que d'autres, où il sera plus difficile de faire circuler ses pièces ;



• enfin, puisqu'il y a symétrie des branches de départ et d'arrivée, dans le cas d'un jeu face à face, une case libérée par la sortie d'une pièce ne pourra être atteinte (par une série de sauts) que par certaines pièces du joueur opposé. Cela implique une ligne de conduite simple dans la recherche des coups les meilleurs et en milieu de partie : partir des "trous" laissés par l'adversaire, et chercher parmi les quelques pièces liées à chaque trou si l'une d'elles peut y parvenir directement (on cherchera notamment parmi les pièces restées à leur position de départ pour réaliser un parcours "direct" camp de départ-camp d'arrivée).

ANALYSE STRATÉGIQUE

Remarque préliminaire : La notation proposée ici s'inspire des classiques coordonnées bi-axiales ; elles semblent constituer le système le plus simple, malgré la complication du dessin de jeu. Mais la réflexion est ouverte : si quelqu'un a une autre idée...

Le début de la partie : les ouvertures

Trois grands principes doivent guider le joueur au début de la partie :

- "ouvrir" sa formation de pièces qui, dans la position de départ, est trop compacte pour pouvoir permettre des sauts intéressants ;
- placer des pions "pivots" qui serviront de supports pour les premiers sauts des séries réalisées ultérieurement ;
- avoir la structure de pièces la plus "souple" possible, c'est-à-dire qui permette des sauts dans le plus de directions possible, possibilités qui seront utilisées en fonction de ce qui se passe au centre du jeu et surtout du côté du joueur opposé (sauf jeu à 3), en évitant des formations de pièces linéaires ou trop compactes.

Les ouvertures classiques, tenant compte des remarques faites précédemment sur l'inconvénient d'un déplacement simple (décalage par rapport à l'espace de base initial), procèdent par sauts. On peut cependant réaliser un premier déplacement simple pour ouvrir plus rapidement la voie du centre. Voici trois exemples classiques d'ouvertures (voir figure 1) :

1. "*Saut central*" : L3 - L5
M2 - I6
K3 - I5 - I7
M3 - K5

Ce dernier pion reste là pour aider les autres, sauf s'il y a déjà une possibilité d'atteindre le camp d'arrivée.

Les pions des quatre espaces de base ont chacun deux directions possibles pour partir : la formation est très souple.

2. *"Saut latéral"* : K13 - K11
L11 - J11
L12 - J12 - J10
M12 - I12 - K10 - I10

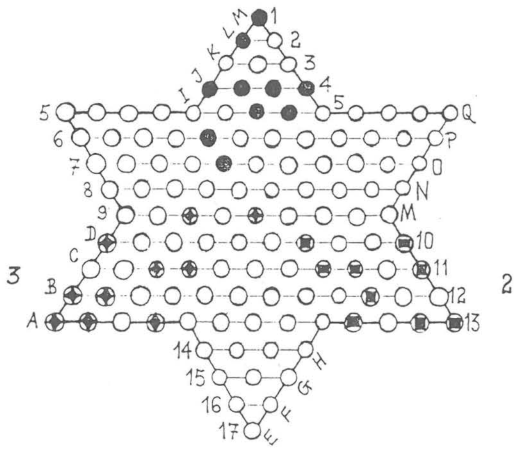
Ce dernier pion peut aussi choisir de traverser s'il existe une possibilité d'atteindre le camp d'arrivée.

La structure est très souple aussi, mais moins groupée que la précédente.

3. *"Déplacement central"* : D12 - E11
C13 - G9
C11 - E9 - I9
D11 - F11

Le point central du terrain est atteint en trois coups, mais le pion risque de servir plus aux autres joueurs.

La structure est bonne, mais le pion C12 n'a plus, pour l'instant, de départ possible ; d'autre part il faudra rattraper le décalage initial en fin de partie.



Case centrale : La case centrale du jeu est un point de pivot très intéressant ; mais précisément parce qu'elle l'est pour tous les joueurs, il n'est pas de bonne stratégie d'aller l'occuper : cela profitera en général plus aux autres qu'à soi. Contrairement à d'autres jeux stratégiques classiques (Echecs, Go), il n'y a pas de rapport direct entre les ouvertures de deux joueurs opposés.

Cependant, en raison de la forte influence réciproque de leurs jeux, toute bonne formation de sortie des pièces de l'un favorise l'arrivée de l'autre ; certains joueurs préfèrent alors sortir médiocrement et attendre les occasions de bons parcours (camp à camp) que peut offrir la formation adverse. Cette sorte de jeu d'attente se révèle en fait rarement payante.

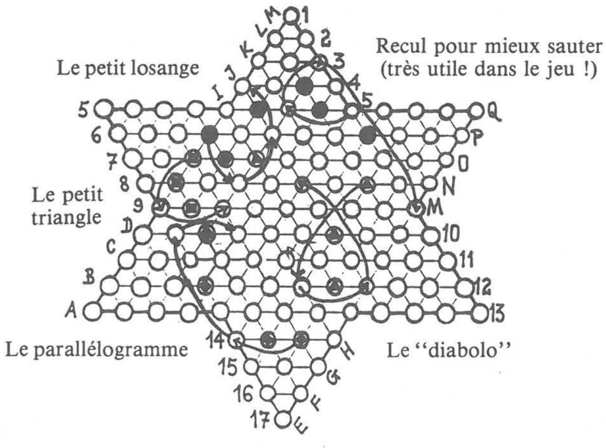
Jeu à deux joueurs : Une particularité du jeu à deux joueurs est que chacun dispose de deux camps contigus. Les tactiques de début s'en trouvent modifiées puisque les pions d'un camp peuvent être placés en vue d'aider le développement de l'autre.

Le milieu de la partie

Le milieu de partie commence lorsque les pièces des joueurs se rejoignent et deviennent des supports mutuels ; ce qui arrive en fait très vite. Il faut donc, au début de ce milieu de partie, avec les nouveaux principes tactiques et stratégiques, garder en tête les principes de début qui orientent la disposition des pièces dans le camp ou à la limite du camp du joueur.

Les idées à retenir pour le milieu de partie sont principalement :

- raisonner, dans la recherche des parcours possibles, *en partant d'un point libre d'arrivée*, plutôt qu'en partant d'une pièce donnée. Il faut viser en priorité les trous laissés dans le camp opposé par la sortie des pièces (cas de 2, 4, 5 et 6 joueurs) ou viser certaines cases précises d'arrivée (cas de 3 joueurs) ;
- savoir faire des échanges de bons procédés avec le joueur opposé : ouvrir une possibilité de parcours pour une de ses pièces qui, une fois bougée, laissera un trou utilisable ; mais savoir aussi apprécier quand de telles ouvertures seront plus néfastes qu'utiles, ou quand on risque un blocage par une pièce opposée ;
- éviter de se faire trop bloquer dans son propre camp par l'arrivée des pièces opposées : celles-ci peuvent être utiles à des sauts, mais sont souvent gênantes car elles limitent les choix de départ des pièces restantes ;
- être persévérant (mais pas obstiné : ne pas jouer trop lentement) dans la recherche d'un parcours possible pour une pièce (ou à partir d'une case d'arrivée visée) et ne pas oublier tous les détours possibles : aux dames chinoises, le trajet intéressant n'est jamais la ligne droite, et s'il existe de jolis coups simples, il y en a aussi de plus compliqués ;
- connaître quelques exemples de détours classiques (voir figure 2) dans la variante de Joëlle Flesselle (variante généralisant la symétrie centrale) ;



- enfin, au fur et à mesure de l'avancée de la partie, il faut faire plus attention aux pièces restées en arrière, et savoir sacrifier un joli parcours possible pour dégager en priorité la pièce la plus reculée. Ne pas laisser passer non plus l'occasion-miracle, plus fréquente qu'on ne croirait, offerte par la disposition des pièces des autres joueurs et qui, à l'approche de la fin de partie, vous permet d'un coup de sauver une pièce très attardée.

La fin de partie

La fin de partie commence lorsqu'il n'y a plus d'interaction entre les joueurs, sauf rares possibilités de grands détours : chaque joueur ne compte plus que sur ses propres pièces pour terminer de les rentrer. Il peut arriver que certains joueurs se trouvent en situation de fin de partie, alors que d'autres peuvent encore gêner ou aider des pièces adverses. Mais l'esprit de cette phase finale est bien distinct des précédentes, au point d'ailleurs qu'on a souvent l'impression (et elle peut être justifiée) d'avoir perdu la partie en se débrouillant mal dans cette fin.

Les idées de la fin de partie sont :

- construire un plan de rangement de chaque pièce, en tenant compte des quatre espaces de base, et donc des cases où chacune de celles qui ne sont pas encore rangées peut aller par sauts ; en tenant compte aussi des éventuels décalages d'espaces effectués au cours de la partie : il faudra de toute façon les rattraper ; il faut donc chercher les pièces qui les rattrapent en perdant le moins de coups ;
- savoir perdre des coups pour en gagner : soit en arrangeant mieux les pièces déjà rentrées, de façon à faire des places plus aisément atteigna-

bles ; soit en déplaçant une pièce (même déjà rangée) pour en aider une autre, notamment pour lui permettre un saut intéressant (ne pas oublier que les sauts sont plus rapides que les déplacements simples) ;

- ne pas s'obstiner cependant à vouloir monter des coups trop complexes : la "poussette" (série de déplacements simples) peut aller plus vite que de trop savantes combinaisons.

Quelques situations de fin de partie sont indiquées sur la figure 3. Essayez vous-même de ranger les pièces en utilisant le moins de coups possible. Les "solutions" sont indiquées ci-dessous.

Enfin, dans le jeu à deux joueurs, où chacun possède deux camps, il est inutile de terminer avec un camp trop rapidement. Dans le cas où un camp est très en avance (ce qui arrive souvent), il est bien préférable d'utiliser ses pièces pour aider l'autre.

DAMES CHINOISES EN SOLITAIRE ?

Une idée pour ceux que ce jeu enthousiasme : exercez-vous (secrètement) en jouant en solitaire. Plusieurs méthodes : prendre un seul camp et chercher à l'amener au plus vite dans le camp opposé (bon exercice pour le début et la fin de partie, ainsi que pour les entr'aides mutuelles de pions) ; jouer dans le même but avec deux camps opposés (bon exercice pour voir les relations complémentaires, et les gênes et concurrences entre deux joueurs opposés) ; prendre enfin deux camps contigus (entraînement au jeu à deux joueurs).

Nous proposons de décerner une préférence de "pureté" à la première des méthodes et d'ouvrir dès maintenant le cahier des records. Qui battra (et comment) le score de l'auteur : 26 coups ?

SOLUTIONS DES FINS DE PARTIE

(A)

K5 - M3 - M1
K3 - M3
H6 - I5
I5 - K3
4 coups ou
L2 - M1
K3 - M3
H6 - L2
K5 - K3
4 coups

(B)

L9 - H13 - J13 - J9
J8 - J10 - J12 - L12
J9 - J13
I13 - K13 - M13
J11 - L11
K11 - K13
6 coups

(C)

C13 - C11
D12 - B12
G11 - E11
G9 - C13
F11 - D11
E11 - E12
F12 - D12 - D10
8 coups

LES JEUX DE JUXTAPOSITION

Dès leur plus jeune âge, les enfants font connaissance avec des jeux de juxtaposition. Combien de temps passent-ils en effet à assembler les cubes dont chaque face contient un morceau de l'une des six images à reconstituer. Ce sont aussi les jeux de mosaïques dont ils assemblent les morceaux de formes carrées, triangulaires ou "losangées" et de couleurs différentes, pour réaliser de jolies compositions figuratives ou non. Viennent ensuite les jeux appelés "puzzles" dont le nombre de pièces et leur taille varient en fonction de l'âge du joueur. Et qui ne connaît pas le jeu des dominos ?

Chacun de ces jeux contient un certain nombre de pièces qu'il faut juxtaposer en respectant des règles plus ou moins contraignantes. Pour les cubes, la règle de juxtaposition est la réalisation d'une image ; pour les mosaïques la juxtaposition dépend du motif imaginé mais aussi des formes des pièces à accoler ; quant aux puzzles, interviennent à la fois l'image à réaliser et le contour des pièces à "imbriquer".

Le jeu des dominos, lui, se singularise des précédents :

- d'abord par la conception logique de l'ensemble de ses pièces (ensemble de toutes les pièces rectangulaires formées de deux carrés, sur lesquels figurent des points de zéro à six) ;
- ensuite par la juxtaposition ***linéaire*** de ses pièces (chaîne de dominos), la règle de juxtaposition imposant que les carrés adjacents de deux dominos consécutifs portent le même nombre de points.

Le jeu des dominos a donné naissance à un grand nombre de jeux ou "casse-tête" utilisant ses 28 pièces*. Mais il est aussi peut-être à l'origine de toute une famille de jeux dont la conception et les règles de juxtaposition sont analogues à celles des dominos. Pour ces jeux, la juxtaposition est plane et même spatiale. Ce sont ces jeux que nous allons considérer maintenant.

* On trouvera un certain nombre de ces jeux dans :
— Mathématiques vivantes, de PERELMANN chez CEDIC.
— Ludi Math n° 1, Régionale A.P.M.E.P. de POITIERS.

QUELQUES JEUX DE JUXTAPOSITION

Pour tous les jeux qui suivent, les marques (points ou couleurs) ne sont portées que par une face des pièces du jeu ; ces pièces ne peuvent donc pas être retournées. Cette remarque, inutile pour le jeu des dominos, est d'importance ici. En effet, si on acceptait les retournements, donc si on inscrivait les marques au recto et au verso de chaque pièce, ou encore si les points étaient encore visibles par transparence après retournement, les deux pièces ci-dessous du TRIOKER seraient une seule et même pièce, l'une étant le revers de l'autre. On obtiendrait donc un autre jeu.

Le trioker

DESCRIPTION

Le jeu se compose de 24 triangles équilatéraux dont les ***sommets*** portent 0, 1, 2 ou 3 points. La planche ci-dessous donne un classement logique de ces 24 pièces.

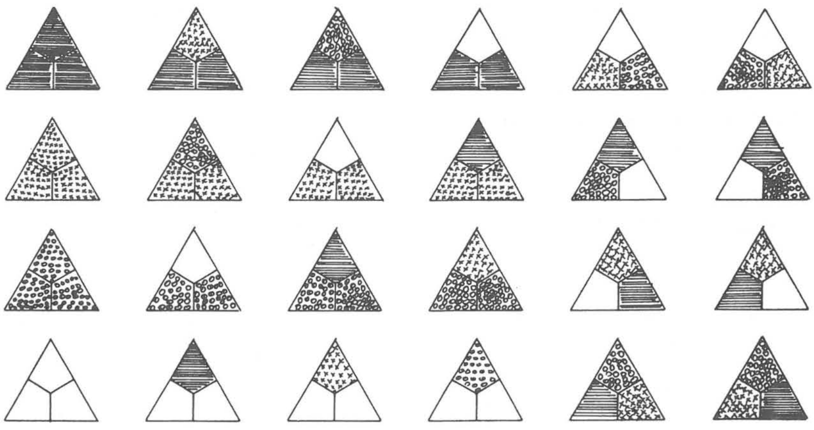
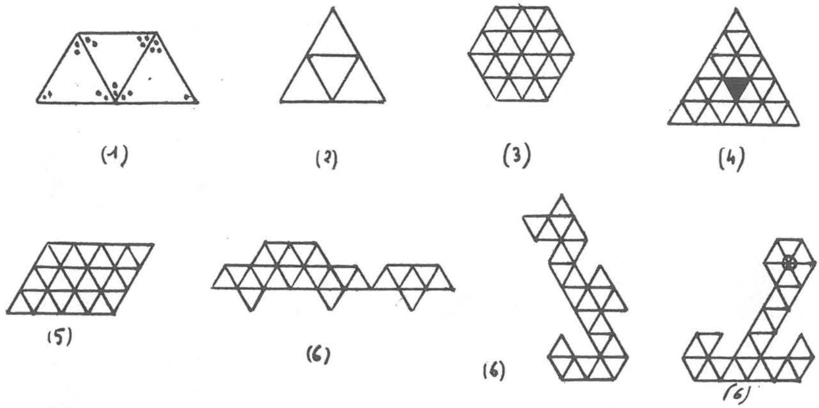


planche n° 1

RÈGLES DE JUXTAPOSITION

Deux triangles peuvent être juxtaposés si les sommets communs portent le même nombre de points (fig. 1).



PROBLÈMES

Avec ces 24 pièces, peut-on réaliser :

1°) Six grands triangles équilatéraux de côté 2 ? (fig. 2)

2°) Un hexagone de côté 2 ? (fig. 3)

3°) Un triangle équilatéral de côté 5, évidé en son centre de gravité ? (fig. 4)

4°) Un parallélogramme de dimensions 3×4 ? (fig. 5)

5°) Toutes sortes de figures comme celles de la figure 6 ?

BIBLIOGRAPHIE

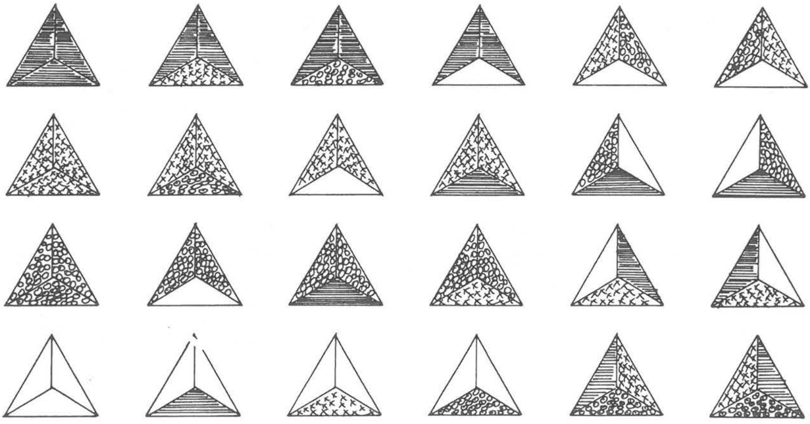
On trouvera une mine d'idées et de problèmes dans

• "Surprenants triangles" de ODIER et ROUSSEL chez CEDIC.
• "Le Petit Archimède", revue éditée par l'Association pour le Développement de la Culture Scientifique, 61 rue St-Fuscien, 80000 Amiens.

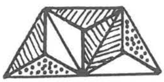
Le trimino

DESCRIPTION

Le jeu se compose de 24 triangles équilatéraux dont les *côtés* portent l'une des quatre couleurs : jaune, rouge, vert, noir par exemple. La planche ci-dessous donne un classement logique de ces 24 pièces.



RÈGLES DE JUXTAPOSITION

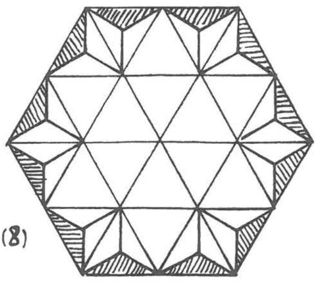
(7) 

Deux triangles peuvent être juxtaposés si les côtés communs sont de la même couleur (fig. 7).

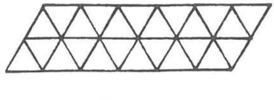
PROBLÈMES

Tous les problèmes posés à propos du jeu précédent (le Trioker) peuvent l'être pour ce jeu.

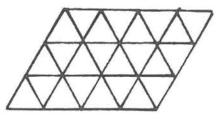
Par contre une contrainte supplémentaire peut être envisagée : en effet, puisque ce sont les côtés qui portent les couleurs, on peut décider que la figure que l'on cherche à obtenir aura sa frontière d'une même couleur. C'est possible pour l'hexagone (8), est-ce possible pour toutes les figures convexes formées de 24 triangles ?



(8)



(9)

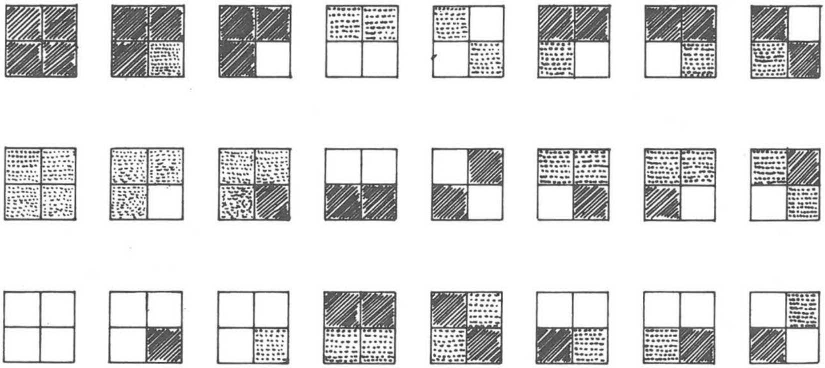


(9)

Les 24 carrés

DESCRIPTION

Le jeu se compose de 24 carrés dont les *sommets* portent 1, 2 ou 3 points. La planche ci-dessous donne un classement logique de ces 24 pièces.



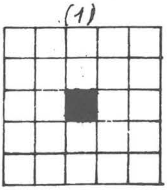
RÈGLES DE JUXTAPOSITION

Comme pour le Trioker, deux carrés peuvent être juxtaposés si les sommets communs portent le même nombre de points.

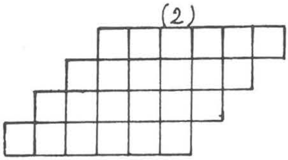
PROBLÈMES

Avec ces 24 pièces, on peut construire un rectangle de 2×12, de 3×8 ou de 4×6 ; on peut aussi construire un carré de 5×5 évidé en son centre (fig. 1), des figures du style (2) et (3).

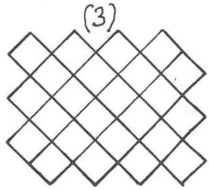
(1)



(2)



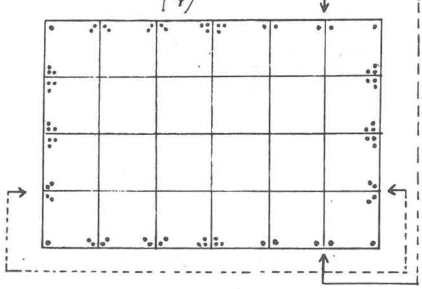
(3)



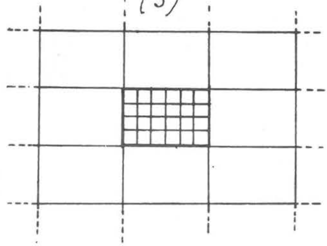
CONTRAINTE SUPPLÉMENTAIRE

On peut imaginer que les figures rectangulaires sont des développements de tores (la bouée ou la cigarette dont on joint les deux bouts donnent un bon exemple de tore). Il faut donc que les sommets qui se correspondent sur les frontières opposées portent le même nombre de points (fig. 4). La réalisation d'un tel rectangle permet un pavage complet du plan par reproduction de ce rectangle (fig. 5).

(4)

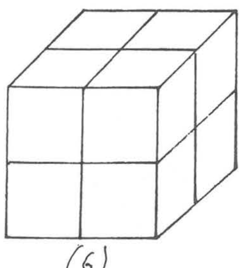


(5)

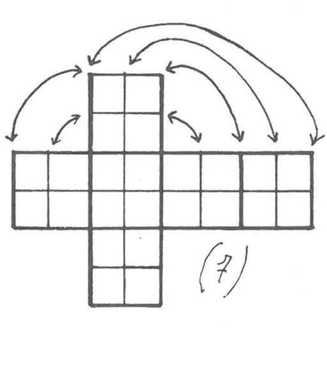


AUTRE PROBLÈME

On peut se demander si les 24 pièces de ce jeu permettent de paver la surface d'un cube de $2 \times 2 \times 2$ (fig. 6). Pour résoudre ce problème, il suffit d'essayer de paver une figure correspondant au développement d'un cube, en tenant compte des correspondances obligatoires entre les différents sommets (fig. 7). Mais une petite étude sur la répartition des points, faite dans le n° 49-50 du Petit Archimède, montre très simplement que le problème est impossible.



(6)

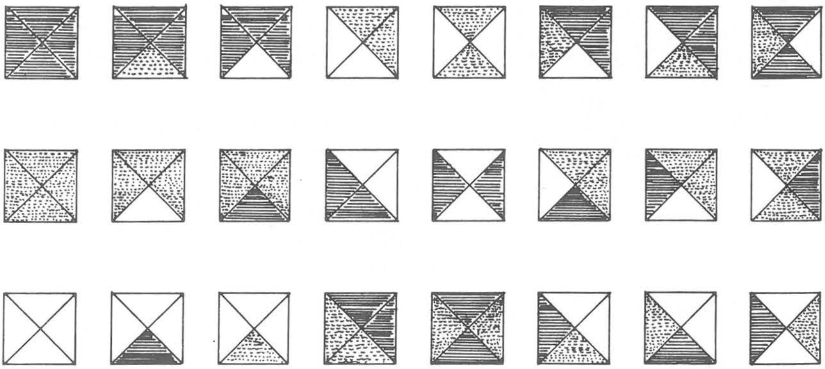


(7)

Les carrés de Mac-Mahon

DESCRIPTION

Le jeu se compose de 24 carrés dont les *côtés* portent l'une des trois couleurs jaune, rouge ou noire par exemple. La planche ci-dessous donne un classement logique de ces 24 pièces.



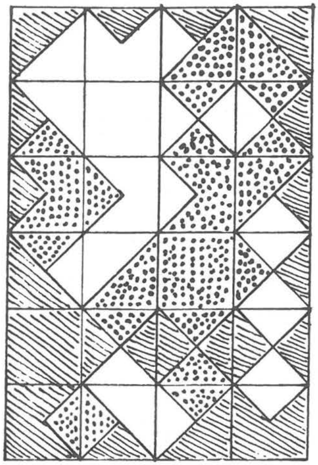
RÈGLES DE JUXTAPOSITION

Deux carrés peuvent être juxtaposés si les côtés communs portent la même couleur (même règle que pour le Trimino).

PROBLÈMES

1°) On peut essayer de construire toutes les figures imaginées à propos du jeu des 24 carrés, puis se donner la contrainte supplémentaire du tore, envisagée pour les rectangles. Mais comme pour le Trimino, on peut envisager une deuxième contrainte, celle de réaliser une figure dont la frontière est composée d'une même couleur. C'est possible pour le rectangle de 4×6 ; est-ce possible pour les autres ?

Cette deuxième contrainte (frontière d'une même couleur) est plus restrictive que la première (correspondance sur le tore). En effet, toute solution respectant la contrainte de la frontière donne par le fait même une solution sur le tore.



2°) On peut aussi envisager de réaliser un minimum (ou un maximum) de zones d'une même couleur, ou de réaliser une zone unicolore d'aire maximale. La solution de la figure donne 6 zones ◇ dans le rectangle, et sur le tore correspondant, et une zone ◇ d'aire 20, le quart d'un carré étant choisi comme unité.

3°) Contrairement au jeu précédent, les 24 pièces de ce jeu permettent de paver la surface d'un cube.

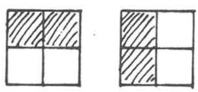
4°) Avec les 12 pièces bicolores du jeu (les autres étant unicolores ou tricolores), on peut paver un rectangle de 3×4. Est-il possible de paver un autre rectangle de 3×4 avec les 12 pièces restantes ?

Les carrés chromatiques

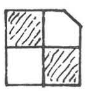
DESCRIPTION

Le jeu se compose de 16 carrés ; chaque carré est partagé en quatre zones (fig. 1), et chaque zone porte l'une des deux couleurs blanc ou noir par exemple. Contrairement aux jeux précédents, les pièces de ce jeu sont orientées ; ainsi, les deux carrés de la figure 2 sont différents.

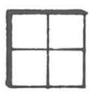
(1)



(2)

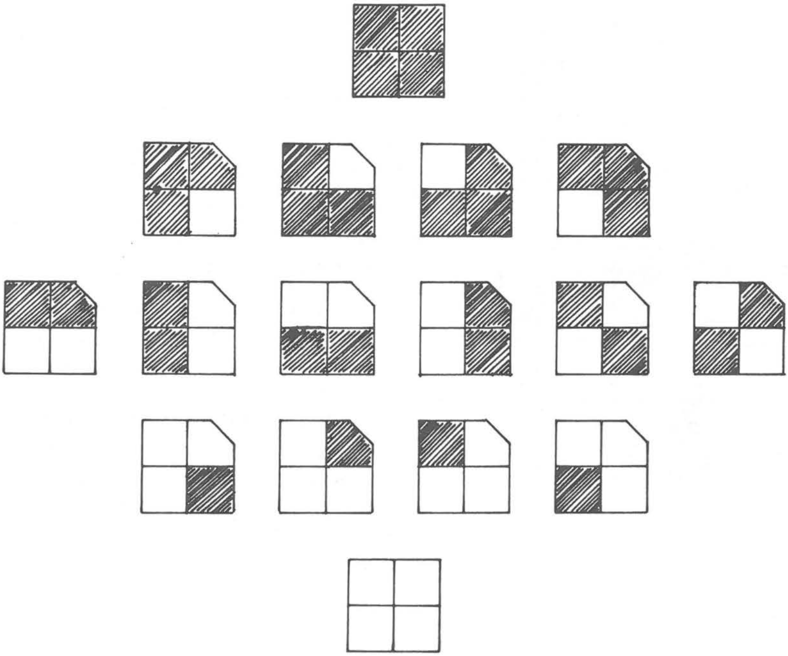


(3)



(4)

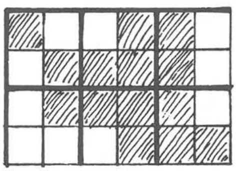
Pour visualiser cette orientation, on peut écorner les pièces du jeu (fig. 3) et on décide alors de les placer de telle sorte que leur sommet écorné soit en haut et à droite, ou bien on trace un trait gras sur un demi-périmètre (fig. 4) et on place les pièces de telle sorte que, juxtaposées, apparaisse un réseau quadrillé (fig. 5). La planche donne un classement logique de ces 16 pièces.



RÈGLE DE JUXTAPOSITION

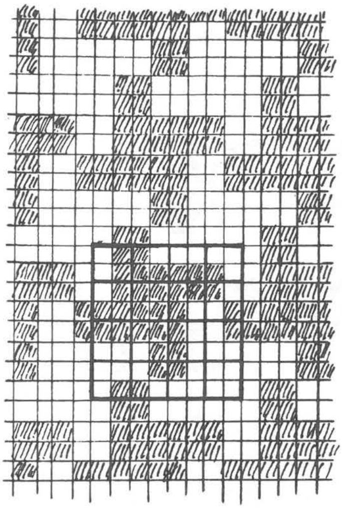
Deux carrés peuvent être juxtaposés si les zones accolées sont de la même couleur (fig. 5).

(5)



PROBLÈMES

L'idée qui vient tout naturellement est de construire un carré de 4×4



(6)

1°) sans tenir compte de l'orientation des pièces ;

2°) en orientant les pièces ;

3°) sans tenir compte de l'orientation des pièces, mais en considérant le carré comme le développement d'un tore ;

4°) en orientant les pièces, sur le développement d'un tore.

On peut envisager les mêmes problèmes pour le rectangle de 2×8. Ces problèmes sont-ils tous possibles ? L'un des intérêts de ce jeu est que les problèmes précédents sont de difficulté croissante. La figure 6 propose une belle solution au 4°) problème, qui permet d'obtenir un pavage "pied-de-poule" du plan. En existe-t-il d'autres ?

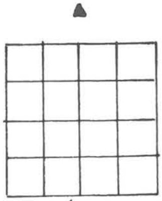
JEUX A DEUX

Comme pour les dominos, tous les jeux précédents peuvent être joués à deux ou plus de deux. Les règles sont analogues à celles des dominos : les pièces de jeu sont retournées et réparties entre les joueurs en laissant ou non une pioche. Chacun, à son tour, place une pièce contre une pièce déjà posée en respectant la règle de juxtaposition. Un joueur qui ne peut pas jouer pioche une pièce, la joue s'il le peut, sinon passe son tour, ou bien passe son tour tout de suite s'il n'y a pas ou s'il n'y a plus de pioche.

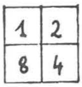
La règle qui détermine le gagnant dépend de la zone sur laquelle on joue. Si cette zone n'est pas déterminée (donc si on joue sur tout le plan), le gagnant est alors celui qui le premier s'est débarrassé de toutes ses pièces ; par contre, si cette zone est par exemple un rectangle de 4×6 ou de 3×8 pour les carrés de Mac-Mahon, ou pour les 24 carrés, un hexagone de côté 2 pour le Trioker ou les Triminos (c'est-à-dire une zone qui contient exactement toutes les pièces du jeu), il est alors fort probable qu'aucun joueur ne puisse placer toutes ses pièces. Le gagnant est alors celui qui est le dernier à pouvoir jouer.

Ce jeu à deux ou plus de deux peut s'appliquer aux carrés chromatiques ; mais la nature du jeu offre une autre règle assez intéressante qui d'ailleurs était expliquée dans un jeu de commerce : "PLANIC" édité par MB.

Le plateau du jeu est un carré de 4 × 4 avec une marque triangulaire qui oriente le plateau en vue du décompte des points (fig. 7). Les pièces sont réparties entre les joueurs. Celui qui, par exemple, a la pièce toute blanche commence, et la place où il veut. Chacun à son tour dépose alors une pièce de son jeu en l'accolant à une pièce déjà posée, sans tenir compte de l'orientation des pièces, mais en respectant la règle de juxtaposition. A chaque pièce placée, le joueur enregistre un certain nombre de points de la manière suivante : chaque zone de la pièce carrée vaut 1, 2, 4 ou 8 points (fig. 8). Les points sont comptés uniquement si la zone correspondante est noire ;



(7)

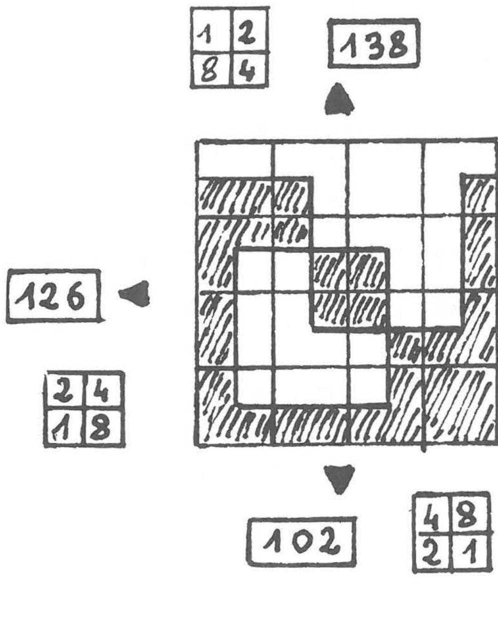


(8)

ainsi la pièce  peut valoir  7 points,  11 points,  13 points,  14 points suivant son orientation sur le plateau de jeu. Le joueur a donc intérêt, tout en respectant la règle de juxtaposition, à placer ses pièces de telle sorte qu'elles lui donnent le maximum de points. Le gagnant est alors celui qui totalise le plus de points lorsque plus personne ne peut jouer.

PROLONGEMENTS

Le premier problème proposé qui consistait à placer les pièces sans tenir compte de leur orientation prend maintenant un tout autre intérêt.



(9)

En effet, à chaque disposition des pièces correspondent quatre solutions obtenues par rotation de $\pi/2$. Et à chaque solution correspond un nombre obtenu en totalisant les points de chaque pièce, suivant le procédé décrit précédemment (fig. 6). Le problème non encore résolu consiste donc à trouver une ou des solutions maximales (qui admettent le plus de points possible) ou minimales (qui admettent le moins de points possible). Est-ce qu'à une solution maximale correspond une solution minimale par simple rotation de π ? (fig. 9).

Remarques :

Une solution qui tient compte de l'orientation des pièces donne un score de 120 points ; $120 = \sum_{i=0}^{15} i$ et les trois autres solutions déduites de la première par rotation de $\pi/2$ donnent également le même score.

Il est facile de voir que la somme des quatre scores pour une même disposition est de 480 ; est-ce que la somme des scores des solutions opposées est toujours de 240, comme c'est le cas sur la figure 9 ?

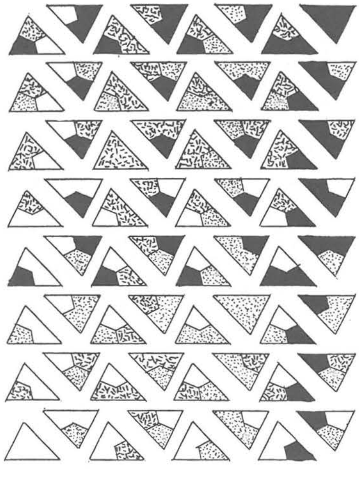
Le triminal

(jeu inventé par Claude PAGANO de la Seyne-sur-Mer)

DESCRIPTION

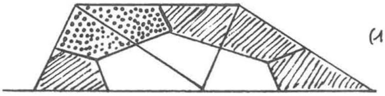
Le "triminal" est un triangle non isocèle dont chaque sommet porte une couleur ou un nombre choisi parmi 4. Cette marque, couleur ou nombre, n'est portée que par une face. Les triminaux du jeu sont donc tous superposables par glissement. La planche ci-dessous donne les 64 pièces du jeu. Dans ce jeu, chaque triangle est partagé en joignant son centre de gravité aux milieux des côtés.

Dans le jeu réalisé, les côtés des triminaux ont pour dimensions : 4 cm, 5 cm, 6 cm.



RÈGLE DE JUXTAPOSITION

Deux triminaux peuvent être juxtaposés si les côtés communs ont même longueur, et si les sommets communs portent la même marque (fig. 1).


(1)

PROBLÈMES

Les six problèmes proposés sont de difficultés croissantes :

1°) Assembler les 64 triminaux pour daller une figure connexe (c'est-à-dire d'un seul morceau).

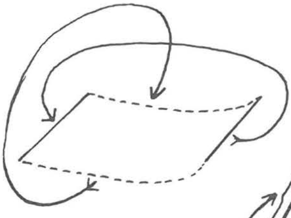
2°) Daller une figure connexe non trouée.

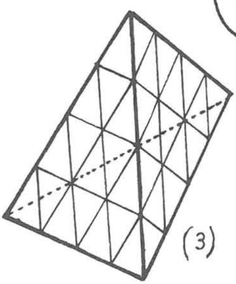
3°) Daller avec les 64 triminaux une figure convexe (triangle, trapèze, parallélogramme, pentagone ou hexagone).

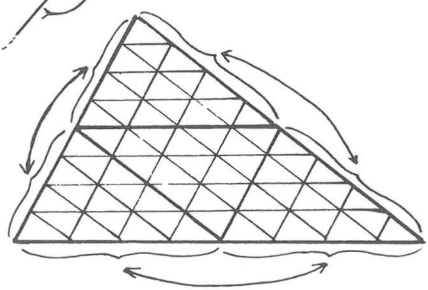
4°) Daller avec les 64 triminaux la surface latérale d'un cylindre (correspondance des sommets sur deux côtés opposés).

5°) Même problème sur le tore (chambre à air) ; (correspondance des sommets sur les côtés opposés) (fig. 2).

6°) Avec les 64 triminaux, daller la surface d'un tétraèdre équifacial (c'est-à-dire à faces isométriques) (fig. 3) dont le développement est donné par la figure 4 (les flèches indiquent la correspondance entre les arêtes une fois le tétraèdre reconstitué).


(2)

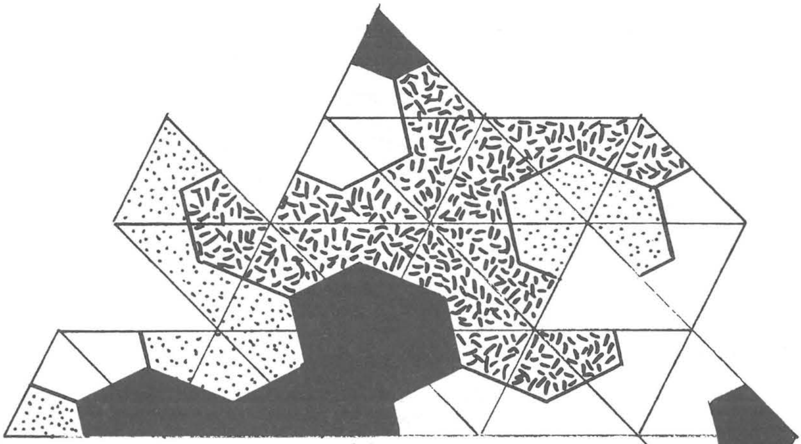

(3)


(4)

JEU POUR PLUSIEURS JOUEURS (2 à 9 joueurs)

Les 64 triminaux sont retournés et chaque joueur en choisit 7. Les triminaux restants constituent la "pioche". Un de ceux-ci est retourné et chaque joueur, à son tour, ajoute un triminal au dallage en formation.

• Chaque triminal posé se raccorde par ***deux sommets*** (au moins) et pas nécessairement par un côté (fig. 5).



(5)

• Le joueur qui ne peut placer un triminal "pioche" afin d'en trouver un et passe son tour si la pioche est épuisée.

• Lorsqu'un joueur pose un triminal dont les trois sommets se raccordent, il annonce : "TRIMINAL" et joue tous les triminaux qu'il peut jouer.

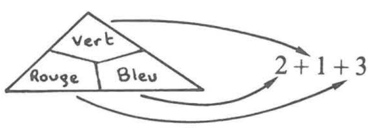
Le vainqueur est celui qui, le premier, a placé tous ses triminaux.

Décompte des points :

• Chaque joueur marque (en points négatifs) le nombre de triminaux qu'il n'a pas joués.

• Pour les "Triministes" chevronnés, le décompte se fait en comptant la valeur de chaque triminal avec la convention suivante :

par exemple : un sommet blanc 0 point
un sommet vert 1 point
un sommet bleu 2 points
un sommet rouge 3 points

ainsi : 

2 + 1 + 3 = 6 points

QUELQUES ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES

Les puzzles que nous venons de présenter permettent des recherches qui peuvent être uniquement manipulatoires. On peut en effet réussir une figure par simple tâtonnement ; et il est remarquable que beaucoup de jeunes élèves (sixième et cinquième), en club, réussissent ainsi par ''hasard'' et de plus en plus facilement un grand nombre de figures ou un nombre assez important de solutions d'une même figure. A force de manipulations, ils acquièrent une bonne connaissance *non formelle* du jeu, et ont une réussite de plus en plus grande.

Si dans cette recherche les élèves font preuve d'une importante réflexion, on ne peut pas dire pour autant qu'ils font des mathématiques. Nous allons essayer nous-même d'en faire en réalisant une sorte de synthèse des jeux que nous venons de présenter.

Principes de base

La construction de ces puzzles est subordonnée à plusieurs choix :

1°) CHOIX D'UNE FIGURE GÉOMÉTRIQUE permettant un pavage du plan ; le triangle équilatéral, le carré, un triangle non isocèle ont été utilisés pour les jeux précédents. On peut donc imaginer un puzzle dont les pièces seraient un rectangle, un parallélogramme, ou tout autre figure pavant le plan. La figure choisie détermine la pièce de base du jeu.

2°) CHOIX DU NOMBRE DE CARACTÈRES DISTINCTS (points, couleurs, dessins...) qui permettent de différencier les pièces du puzzle ; 4 pour le trioker, le trimino, le triminal ; 3 pour les 24 carrés et les carrés de Mac-Mahon ; 2 pour les carrés chromatiques.

On peut donc imaginer des puzzles ayant un nombre de caractères distincts plus important. Le nombre de pièces sera aussi plus important et l'excès rend le jeu inutilisable.

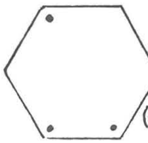
3°) CHOIX DE LA PARTIE DE LA FIGURE qui porte les différents caractères : les sommets pour le trioker, les 24 carrés, les carrés chromatiques et le triminal ; les côtés pour le trimino et les carrés de Mac-Mahon.

4°) Pour les figures qui admettent un centre de symétrie, on peut **décider ou non d'une ORIENTATION**. C'est le cas des carrés chromatiques (sans orientation, le puzzle ne contiendrait que 6 pièces).

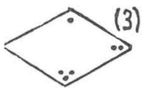
Nous résumons ces différents choix dans le tableau ci-dessous.

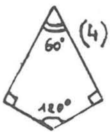
	Trioker	**Trimino**	**Les 24 carrés**	**Carrés de Mac-Mahon**	**Carrés bicolores**	**Triminal**
Figure de base	triangle équilatéral	triangle équilatéral	carré	carré	carré	triangle non isocèle
Nombre de caractères	4	4	3	3	2	4
Partie de la figure portant ces caractères	sommets	côtés	sommets	côtés	sommets	sommets
Orientation			non	non	oui	

Nous signalons maintenant quelques autres jeux de cette même famille qui ont été présentés dans la rubrique "Le trioker" de l'excellente revue "Le Petit Archimède". Pour chacun de ces jeux, le problème est de déterminer l'ensemble des pièces, d'imaginer des figures à réaliser, et d'essayer de les réaliser.

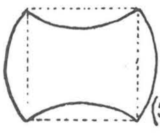

(1)

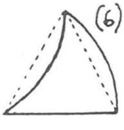

(2)


(3)



(4)


(5)


(6)

1°) L'hexagone régulier (fig. 1) dont les sommets portent zéro ou un point donne un jeu de 14 pièces.

2°) Le triangle isocèle (d'angle au sommet 40°, pourquoi ?) dont les sommets portent 0,1 ou 2 points donne un jeu de 27 pièces (fig. 2).

3°) Le losange d'angles 60° et 120° dont les sommets portent 1, 2 ou 3 points donne un jeu de 45 pièces (fig. 3) (si les pièces sont retournables, le jeu ne comporte que 36 pièces).

4°) Le "cerf-volant" (fig. 4) d'angles 60°, 90° et 120° donne un jeu de :
- 16 pièces non retournables si les sommets portent deux valeurs possibles,
- 81 pièces non retournables si les sommets portent trois valeurs possibles.

5°) Le quadrilatère curviligne (fig. 5) dont les sommets portent trois valeurs possibles donne un jeu de 45 pièces.

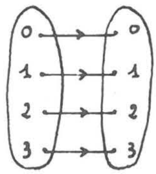
6°) Un triangle curviligne dont les sommets portent trois valeurs possibles (fig. 6) donne un jeu de 27 pièces.

7°) Un certain pentagone dont les 5 côtés ont même longueur, qui possède 2 angles droits non adjacents et dont les sommets portent deux valeurs possibles, donne un jeu de 32 pièces.

A vous de jouer et prenez un abonnement au "Petit Archimède" !

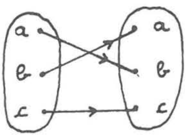
PROLONGEMENTS

Nous nous sommes intéressés jusqu'à présent à la conception logique de ces jeux de juxtaposition, et nous avons toujours supposé la même règle de juxtaposition au niveau des sommets ou des côtés (même nombre de points ou même couleur). Mathématiquement, cette règle de juxtaposition correspond à l'identité sur l'ensemble $\{0,1,2,3\}$, par exemple pour le Trioker (fig. 7). L'identité est une bijection très particulière ; on est donc amené à se demander s'il n'existerait pas d'autres bijections qui pourraient servir de règle de juxtaposition.



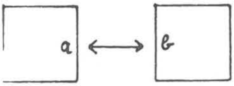
(7)

1ère remarque : Cette bijection, si elle existe, est une involution. En effet, si f est une telle bijection, différente de l'identité, sur un ensemble $\{a,b,c\}$, il existe un élément, "a" par exemple, tel que $f(a) \neq a$. Supposons donc que $f(a)=b$; on a alors nécessairement $f(b)=a$ (fig. 8), car la juxtaposition ne tient pas compte de l'ordre dans lequel on place les pièces. Et puisqu'on a considéré un ensemble à 3 éléments, on a nécessairement $f(c)=c$; d'où l'involution de la figure 9.



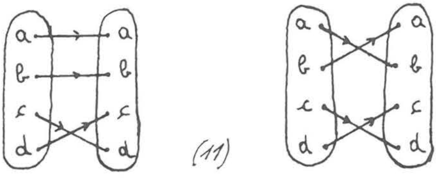
(9)

Il est bien évident que les deux autres involutions sur l'ensemble $\{a,b,c\}$ (fig. 10) sont du même type que celle de la figure 9. Elles se déduisent les unes des autres par une permutation des éléments. La figure 11 donne les deux types d'involutions sur un ensemble à 4 éléments (involutions autres que l'identité), qui peuvent être envisagées comme règles de juxtaposition.

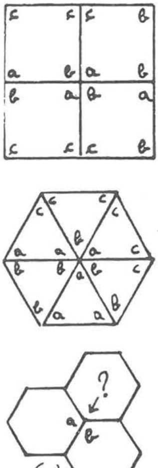


(8)

(10)



(11)



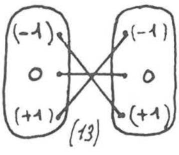
(12)

2e remarque : Les valeurs, nous l'avons vu précédemment, sont portées soit par les sommets, soit par les côtés. Avec une règle de juxtaposition différente de l'identité, on peut envisager que les valeurs soient portées par les sommets à condition qu'il y ait un nombre pair de pièces autour des sommets. C'est le cas pour les carrés et les triangles, mais non pour les hexagones (fig. 12). Cette situation ne semble donc pas intéressante, d'autant plus qu'une telle règle de juxtaposition ne semble pas "naturelle". Mais le problème est différent si les valeurs sont portées par les côtés. En effet, le nombre de pièces autour d'un sommet n'intervient plus et les règles de juxtaposition autres que l'identité deviennent beaucoup plus naturelles par un "artifice" géométrique. Nous allons le voir sur le jeu suivant.

Le curvica

(jeu imaginé par Jean FROMENTIN)

DESCRIPTION THÉORIQUE DU JEU

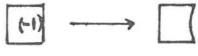


La pièce de base est un carré dont les côtés portent les nombres (– 1), 0 ou (+ 1) . On retrouve pour l'instant les carrés de Mac-Mahon, dont on a remplacé les couleurs par des nombres. On trouvera donc 24 pièces. La règle de juxtaposition utilisée pour ce jeu est l'involution de la figure 13.

CONSTRUCTION PRATIQUE DES PIÈCES DU JEU

En fonction de la valeur du côté, le bord du carré est modifié géométriquement de la manière suivante : si le carré porte le nombre

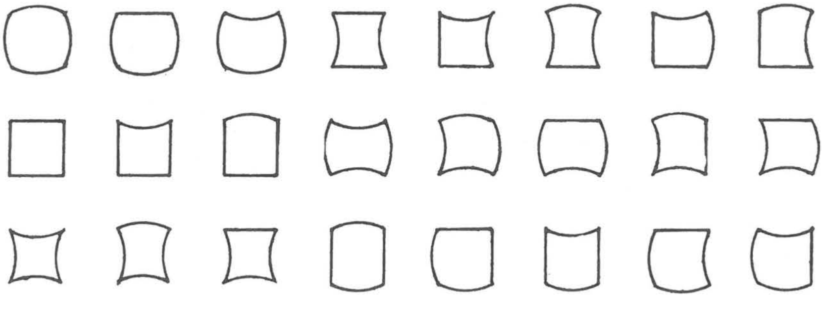
0 , on laisse le bord droit : 

(– 1), on creuse le bord du carré : 

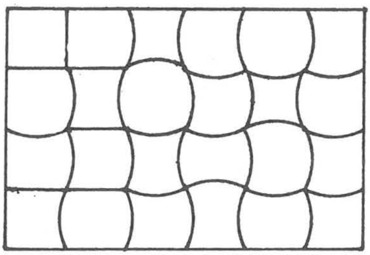
(+ 1), on bombe le bord du carré : 

La partie bombée correspond donc à la partie creusée et réciproquement, et le bord droit correspond à lui-même. Ainsi la règle de juxtaposition devient toute naturelle.

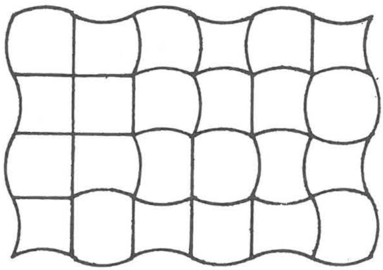
La planche ci-dessous donne l'ensemble des 24 pièces non retournables du jeu (il n'y a que 21 pièces retournables).



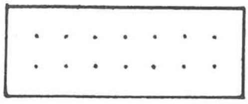
Un jeu n'a d'intérêt que s'il permet certaines réalisations. La figure 14 donne une solution au rectangle de 4×6, et la figure 15 un "rectangle ondulé" de 4×6. Les figures 16 et 17 admettent-elles des solutions ?



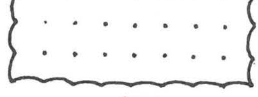
(14)



(15)



(16)

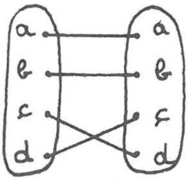


(17)

Essayez de réaliser les figures proposées (en noir) tout au long de la brochure, à la fin de certains articles, et d'en imaginer d'autres.

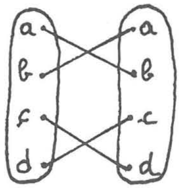
DEUX AUTRES JEUX

Nous avons vu qu'il existait deux types d'involutions sur un ensemble à 4 éléments. On peut donc maintenant imaginer deux autres jeux de juxtapositions à partir des Triminos, chacun correspondant à une involution.

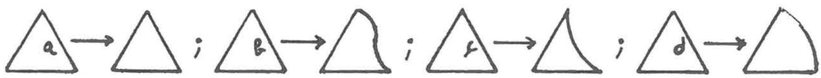


(18)

(20)

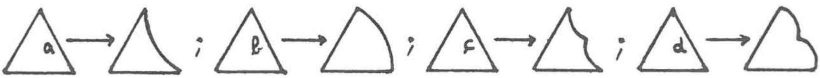


La première involution (fig. 18) n'échange que les éléments c et d. Pour les valeurs c et d on prendra par exemple des bords creusés et bombés. Pour la valeur a, on peut prendre un bord droit ; et pour la valeur b, il suffit de prendre un contour qui admette un centre de symétrie, tel une sinusoïde. Par cette symétrie, le bord "*b*" s'encastrera dans lui-même (fig. 19).



(19)

La deuxième involution (fig. 20) échange d'une part a et b, et d'autre part c et d. Il faut donc trouver deux contours différents, chacun "creusant" et "bombant" les côtés suivant leur valeur. Ces contours doivent admettre un axe de symétrie. On pourra prendre par exemple les contours de la figure 21.



(21)

DANS NOS CLASSES

Les jeux que nous venons de considérer sont de toute évidence d'un grand intérêt, puisqu'ils occasionnent ***manipulation*** et ***réflexion, recherche*** et ***expérimentation***. Mais l'inconvénient est que la recherche d'une solution à un puzzle demande beaucoup de temps, et une telle activité ne peut aboutir qu'"à la maison" ou dans le cadre d'un club sur 3 ou 4 séances et souvent davantage. Il faut donc que les activités qu'on propose à nos élèves, dans nos classes, soient bien sûr à leur portée et réalisables dans un temps limité.

Il ne s'agit pas ici de donner des fiches directement utilisables en classe, mais de donner des idées d'activités, chacun d'entre nous décidant de leur déroulement et de leur contenu précis, en fonction de sa propre expérience.

Recherche de l'ensemble des pièces d'un jeu de juxtaposition

Chercher, organiser sa recherche, trouver une méthode de recherche, sont des objectifs que nous poursuivons à travers notre enseignement. Souvent, en effet, nos élèves pensent qu'ils doivent trouver immédiatement les réponses aux questions, aux problèmes qu'on leur pose et répondent ainsi, au hasard, un peu n'importe quoi. Aussi ces jeux sont le support d'une recherche motivante qui sort, pour eux, des sentiers battus. De plus si ces activités sont faites par groupe de 3 ou 4 élèves, elles sont l'occasion d'échanges, d'affrontements et obligent les élèves à trouver des arguments convaincants quand ils doivent défendre leur point de vue.

Avant de les lancer sur les jeux de juxtaposition, il serait bon de leur proposer une observation du jeu des dominos : forme des pièces, découpage du rectangle en deux carrés, ensemble des points figurant sur les carrés ; le jeu des dominos contient-il tous les arrangements des points pris deux par deux ? Quelles seraient les pièces d'un jeu de dominos dont les points iraient de 0 à 4 ? de 0 à 5 ? Sortir du jeu "normal" les pièces inutilisées. Construire les pièces manquantes si les points vont de 0 à 7, de 0 à 9. Comment disposer les points sur les carrés ?

Cette première activité étant achevée, on peut alors leur proposer l'observation de l'un des jeux de ce chapitre, le trioker par exemple. Comparer le domino et le trioker ; ressemblances, différences. Quelle est la logique des pièces du trioker ? Si on leur propose un jeu incomplet, ils ont alors à chercher les pièces manquantes.

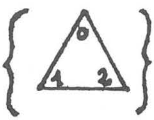
On peut alors leur demander de chercher l'ensemble des pièces d'un autre jeu, le trimino par exemple, en leur donnant les caractéristiques. Dans une telle activité, beaucoup d'élèves chercheront d'abord au hasard les pièces du jeu. Mais seront-ils sûrs de les avoir toutes ? Ils seront alors amenés à chercher une méthode qui leur permettra d'aboutir.

Activités de dénombrements

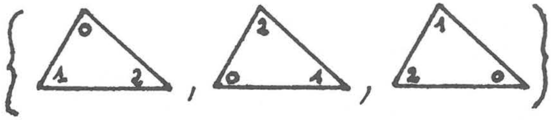
Pour une telle activité, il serait bon de revenir aux dominos : quel est le nombre N de dominos en fonction du nombre n de points utilisés ? Ils peuvent alors se poser les mêmes questions pour les jeux qu'ils auront rencontrés.

1er problème : Dans le trioker, chaque pièce a trois sommets, et chaque sommet porte une parmi quatre valeurs ; et il y a 24 pièces dans le jeu. Dans le trimino, chaque pièce a trois côtés, et chaque côté porte une parmi quatre valeurs ; et il y a 24 pièces.
Dans les 24 carrés, il y a quatre sommets et trois valeurs ; il y a encore 24 pièces ; de même pour les carrés de Mac-Mahon. Pourquoi ?

2e problème : Dans le triminal, chaque pièce est un triangle ; il y a trois sommets et quatre valeurs ; mais cette fois, on obtient 64 pièces dans le jeu. Pourquoi ? Il est intéressant alors de comparer les pièces du trimino et celles du triminal :



et



Et si le triangle était isocèle ?

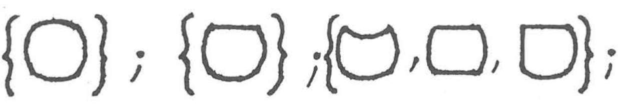
Activités géométriques

On vient de voir que le nombre de pièces d'un jeu dépend des symétries que possède la figure de base du jeu. Une telle étude peut être faite aussi sur le parallélogramme, le rectangle, le losange, le carré, et un quadrilatère n'admettant aucune symétrie (un trapèze par exemple). Quel type de symétrie intervient : symétrie centrale ou symétrie droite ? Si les pièces du jeu sont retournables, quelles pièces du jeu primitif faut-il enlever ? Quelle symétrie intervient ici ? Le dessin des pièces des trois jeux dont les valeurs sont indiquées par des contours différents est l'occasion d'un bon exercice de constructions à la règle et au compas. On peut aussi y rechercher les pièces qui admettent des axes ou des centres de symétrie.

Quelques autres activités

Bijections, permutations, involutions, sont des notions que l'on a rencontrées à propos de ces jeux, et il est intéressant de faire découvrir à nos élèves que, dans le cas où la règle de juxtaposition est l'identité, une solution à un problème donne autant de solutions qu'il existe de permutations sur l'ensemble des valeurs portées par les sommets ou les côtés. Que devient ce problème si la règle de juxtaposition n'est plus l'identité ?

Deux des trois derniers jeux que nous avons présentés peuvent servir de support à des activités de classement au sens de "partition" - "relation d'équivalence". En effet, étant donné que les contours des pièces sont différents, on peut classer ces pièces suivant leurs aires :



etc.

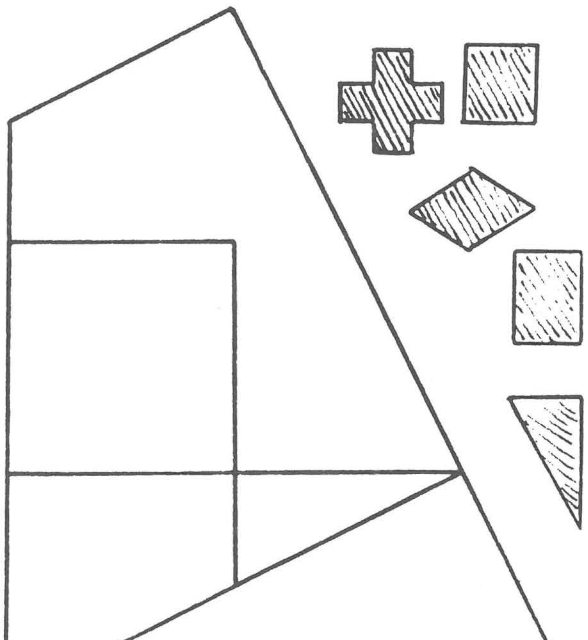
Et vous trouverez certainement bien d'autres activités après avoir pratiqué ces jeux.

PUZZLES GÉOMÉTRIQUES

Le puzzle de Sam Loyd

Laissons Sam Loyd faire les présentations par un puzzle nommé : **"La voie royale des Mathématiques"** (extrait de "Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd" par Martin Gardner, Dunod).

"Tracez le quadrilatère sur une feuille de carton, découpez les cinq morceaux et regardez si vous pouvez les assembler pour former :



1 un carré
2 une croix grecque
3 un losange
4 un rectangle
5 un triangle rectangle
6 le quadrilatère primitif

Les cinq autres figures sont montrées à une échelle plus petite pour indiquer la forme qu'elles ont.

Tous les morceaux doivent être utilisés pour reconstituer chaque figure''.

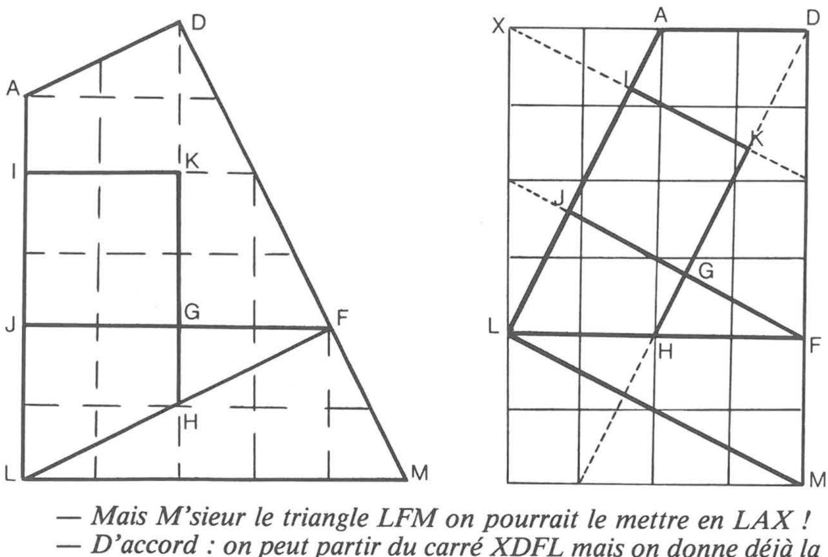
RÉALISATION

Le papier n'est jamais recommandé car, trop mince et trop léger, il se gondole et s'envole facilement.

Le carton découpé au cutter convient très bien, le bois aussi mais dans ce cas il faut prévoir l'épaisseur du trait de scie.

Le polystyrène choc de 1 à 2 mm d'épaisseur, coupé également au cutter, donne d'excellents résultats avec un peu d'habitude (procéder comme pour un carrelage en grès : amorcer la découpe puis plier d'un coup sec).

Sam Loyd ne donnait aucune indication pour dessiner le quadrilatère. Voici deux quadrillages facilitant la construction :



— Mais M'sieur le triangle LFM on pourrait le mettre en LAX !
— D'accord : on peut partir du carré XDFL mais on donne déjà la solution du carré !

— Mais est-ce que l'on a bien les mêmes pièces ?
— C'est pas les mêmes longueurs !
— Oui, mais c'est les mêmes formes !
— C'est pas sûr !
— Mais si ! regarde les grands triangles, l'un des côtés est double de l'autre.
— Mais les angles, comment tu sais qu'ils sont droits ?

Le moment est peut-être alors venu de montrer comment, sur un quadrillage (le second), on reconnaît des parallèles, des perpendiculaires, comment on peut comparer des secteurs.

En classe de troisième, le second dessin pourra être prétexte à la recherche des coordonnées des points I, J, G, K ; au calcul de certaines distances ; à l'établissement des équations des droites (FJ), (IK), (JI), (GK)...

On pourrait se demander aussi si le losange annoncé par Sam Loyd en est bien un !

Notez que la sixième reconstitution, celle du quadrilatère primitif, pourrait être rendue plus attrayante en fabriquant une boîte de rangement aux dimensions de ce quadrilatère (une boîte plus classique peut d'ailleurs motiver la construction du carré ou du rectangle). Une boîte circulaire à l'intérieur de laquelle s'inscrirait le quadrilatère ADML serait sans doute plus difficile à réaliser.

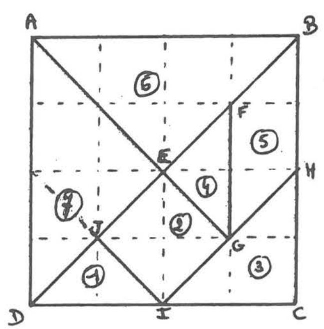
Le tangram

Voici probablement le plus célèbre de ces jeux de patience obtenus par partition d'une figure géométrique.

Le premier livre (il était chinois bien sûr !) paru sur le sujet ne date que de 1813 mais les origines de ce jeu semblent très anciennes.

Le tangram est vendu habituellement accompagné d'un livret qui propose à notre sagacité une multitude de figures plus ou moins abstraites mais dont le caractère oriental est souvent très marqué.

Pour réaliser le tangram, on préparera sur un carré 10×10 cm un quadrillage à mailles carrées $2{,}5 \times 2{,}5$ cm.

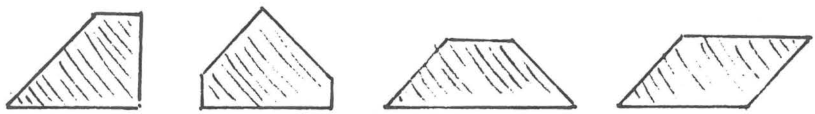


Le tangram pourra en classe nous aider à familiariser les enfants avec le carré (non : il ne devient pas un losange par sa position : IGEJ est bien un carré !), avec le parallélogramme également. Il pourra servir aussi à illustrer le calcul des aires et à faire une approche de $\sqrt{2}$.

Sa reproduction, comme d'ailleurs celle de tous les puzzles, sur un papier non quadrillé est un excellent exercice de tracé.

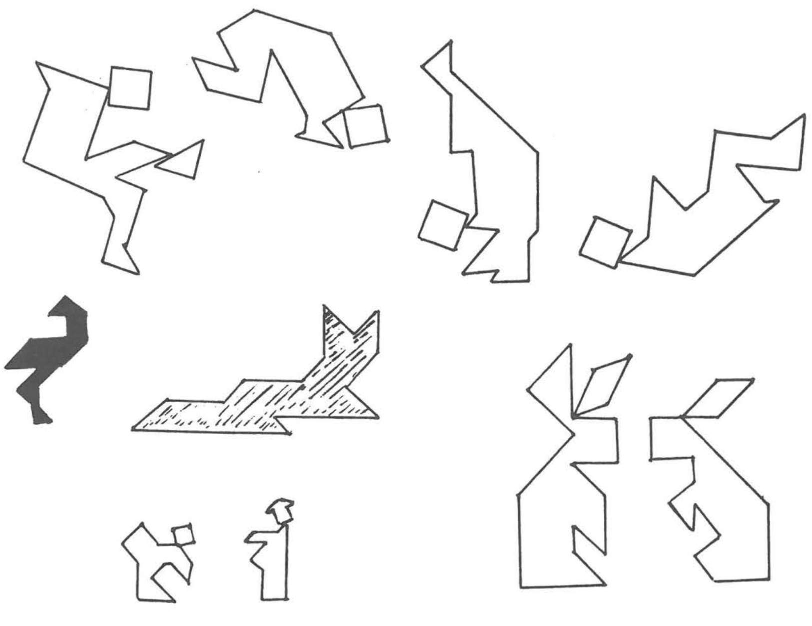
La recherche des treize polygones convexes que permet le tangram est une activité très riche.

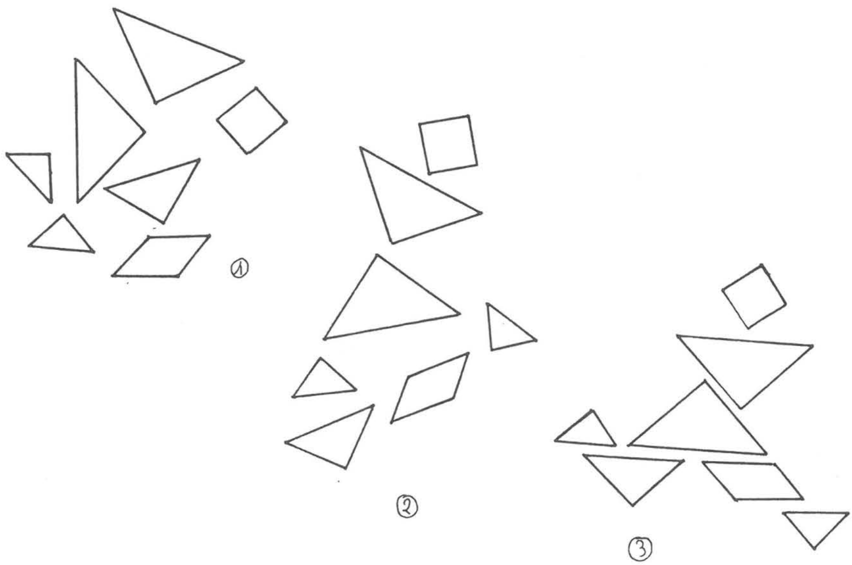
En voici quatre. Trouvez vous-même les autres (bien sûr il y a déjà le carré).



Un de nos collègues a même publié "Les nouvelles démonstrations d'Euclide claires et faciles à l'usage de la jeunesse" dont le tangram était le seul outil mathématique.

Gageons que cela a dû lui demander une certaine gymnastique.



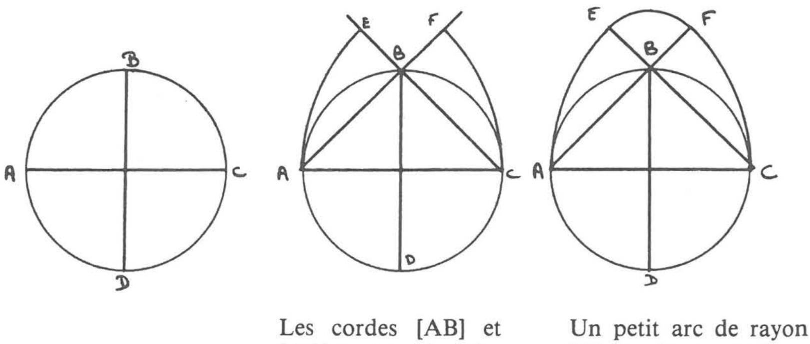


Voici réglé en 3 temps le problème de la formation continue des enseignants !

L'œuf magique

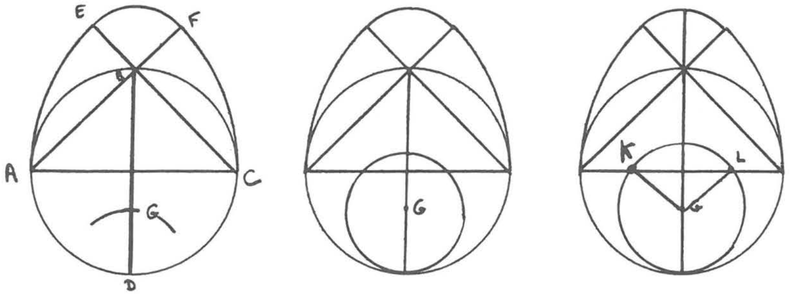
Le joli découpage connu sous le nom *d'œuf magique* est réalisé à partir d'une construction déjà très intéressante pour elle-même.

En voici les étapes :



Les cordes [AB] et [AC] sont prolongées. Les arcs ont A et C pour centres.

Un petit arc de rayon BE fera le couvercle.

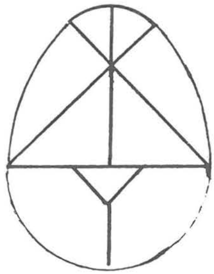


Gardons le rayon de l'arc EB pour obtenir G.

Le cercle de centre G a toujours EB pour rayon.

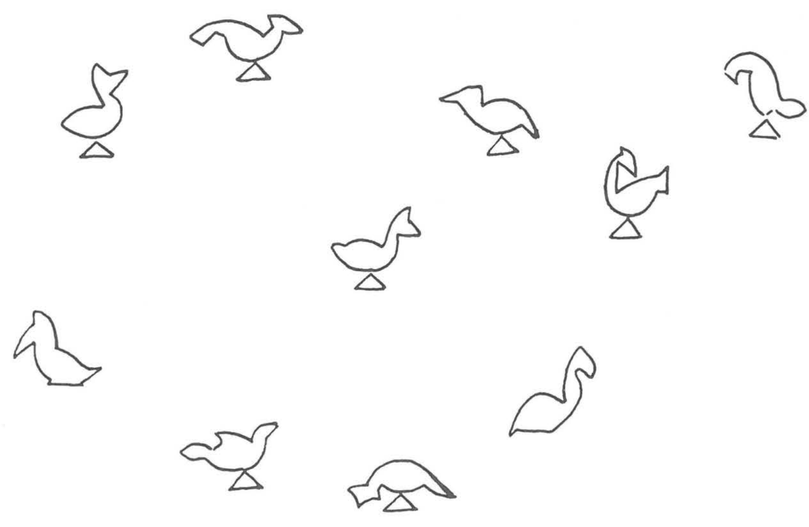
C'est fini mais il reste à se convaincre que le secteur KGL est droit (merci encore à Pythagore).

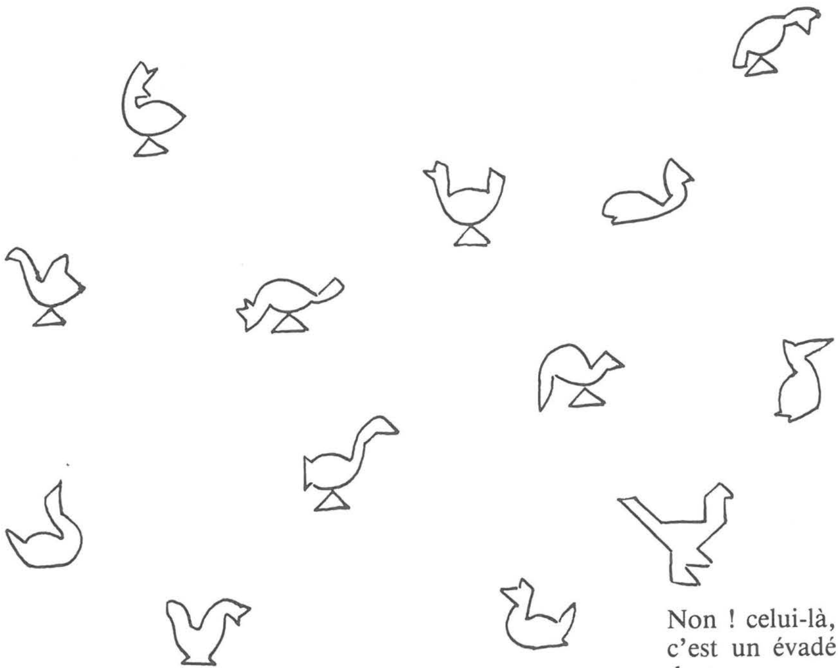
Découper seulement suivant les traits pour obtenir les neuf pièces.



Evidemment, les oiseaux sortent de l'œuf.

Attention : Toutes ces espèces sont protégées car leur reproduction est difficile.





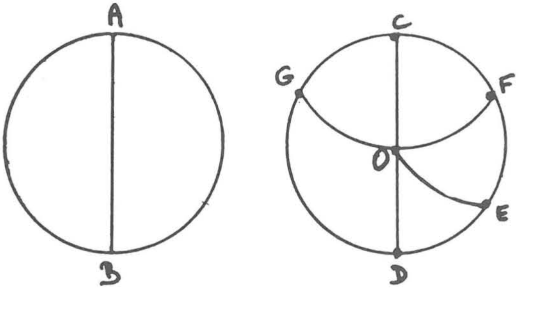
Non ! celui-là, c'est un évadé du tangram.

Le tangram circulaire

Voici le *tangram circulaire*, beaucoup plus en rondeurs que le tangram classique.

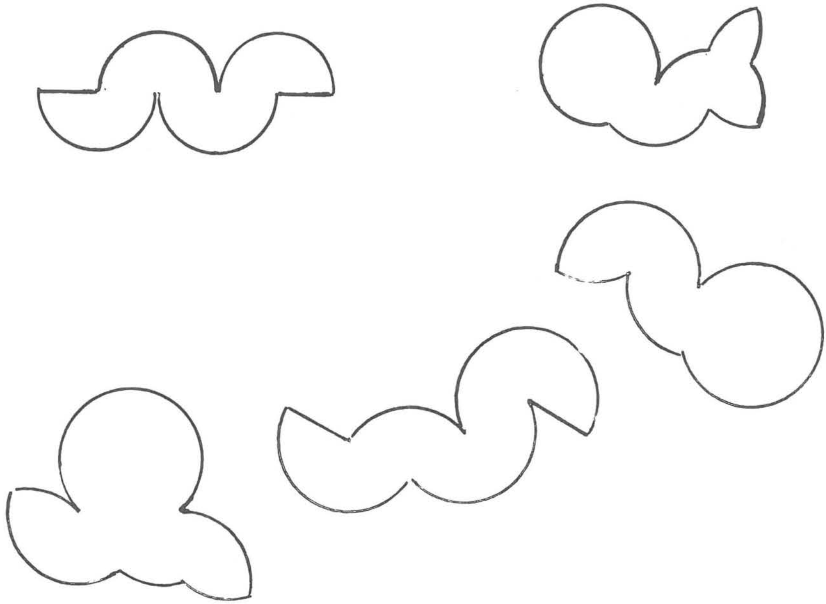
Pour le réaliser il nous faudra construire deux disques de cinq centimètres de rayon.

Le premier de ces disques sera simplement partagé en deux le long d'un diamètre, le second sera découpé suivant les arcs et le diamètre indiqués sur le dessin :



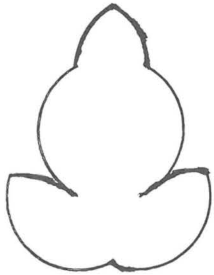
Les arcs CF, FE et ED sont isométriques.

G, C, F, E, D sont 5 des 6 sommets de l'hexagone régulier.

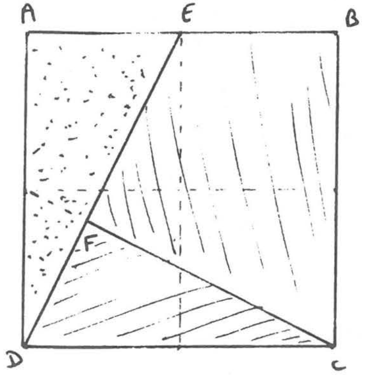


Tout ceci vous paraîtra certainement un peu... rampant, mais avec un peu d'imagination on peut construire bien d'autres modèles.

Voici, par exemple, le penseur au tangram :



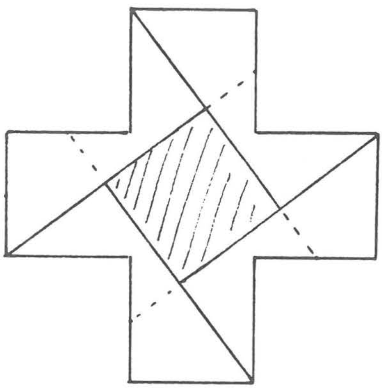
Trois découpages classiques.



Avec ces trois pièces, il est possible de reconstituer :

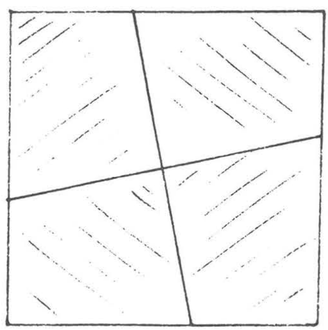
- un parallélogramme (non rectangle)
- un rectangle (non carré)
- un trapèze isocèle
- un triangle rectangle.

Indispensable en classe de sixième !



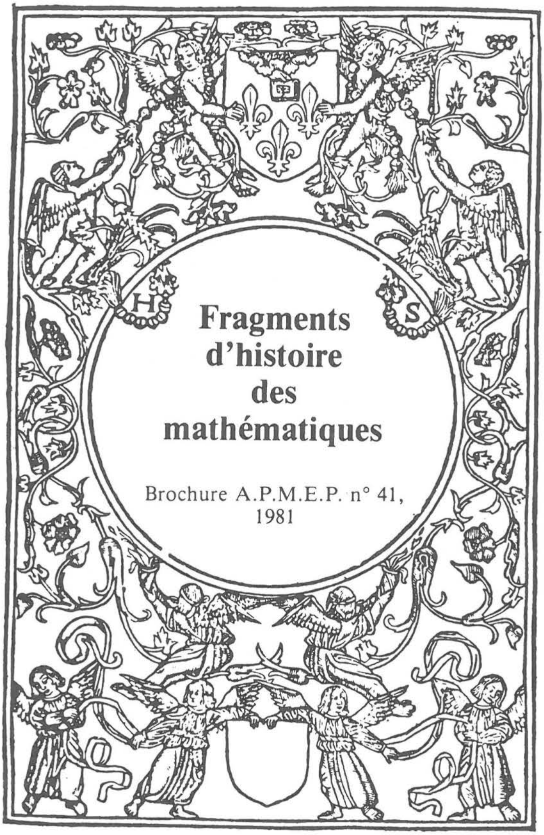
Otons le carré central.
Avec les quatre pièces restantes on peut former :

- un carré évidé d'une croix grecque
- un carré (complet !).



Les sécantes sont orthogonales et se coupent au centre du carré.

- Reconstituer un carré avec un trou central, à l'aide des quatre pièces.
- Retrouver ensuite le carré initial.



¶ Insup mathematicū opus quadripartitū ¶ De Numeris Perfectis ¶ De Mathematicis Rosis ¶ De Geometricis Corporibus ¶ De Geometricis Supplementis

SOMMAIRE

L'ÉLASTICUBE

Quelques observations

On trouve dans le commerce un casse-tête constitué de 27 petits cubes reliés entre eux par un élastique tendu ; le jeu consiste à disposer l'ensemble en un grand cube $3 \times 3 \times 3$ qui tienne seul, compte tenu des liaisons établies par l'élastique (qu'on ne peut rompre, bien sûr !).

Les premières réalisations sont souvent le fruit de manipulations faites au hasard ("ça y est !", "je suis incapable de dire comment j'ai fait", "je ne peux pas le refaire"...).

Il arrive ensuite un moment où un mode de construction (variable selon les individus) est mémorisé et le casse-tête ne présente plus alors, en lui-même, un grand intérêt.

Que se passe-t-il entre ces deux étapes ?

Il est difficile de le savoir car, en général, rien n'est formulé explicitement ; cependant, dans beaucoup de cas, une exploration assez systématique est entreprise qui permet de voir puis de pré-voir des impasses ("si je fais ça, je ne peux plus continuer"...) ; cela suppose qu'on imagine des suites à donner à telle situation et qu'on relève des incompatibilités entre ces suites possibles et le cube terminé.

Dans tous les cas sont développées, lors de la réalisation de ce casse-tête, des facultés de vision dans l'espace qui n'ont pas trop souvent l'occasion d'être mises en œuvre.

Un intérêt nouveau peut être suscité si on impose des contraintes supplémentaires ; par exemple, réaliser le cube en ne voyant que l'image de l'ensemble dans un miroir, réaliser le cube les yeux fermés,...

Signalons enfin que les enfants sont souvent plus habiles à réaliser ce casse-tête que les adultes.

Quelques exploitations

Ce jeu est-il susceptible d'une exploitation d'ordre mathématique précise ? Il n'est pas conçu pour cela mais peut-être peut-on apporter quelques éléments de réponse à cette question ?

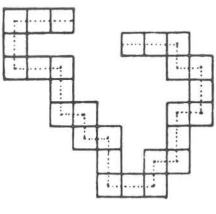
On pourrait sans doute, à ce sujet, évoquer les isométries du cube, des chemins sur un graphe... ; nous nous limiterons, sur ce plan, à quelques observations liées aux représentations, aux codages, d'une part de la situation initiale (le grand cube démoli), d'autre part de la solution (le grand cube constitué). Une motivation à cette réflexion peut être trouvée, comme souvent, dans le souhait de vouloir communiquer, transmettre une description du jeu.

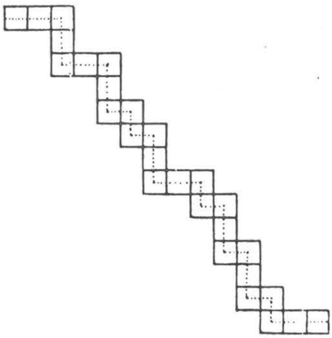
1. REPRÉSENTATIONS, CODAGES DE LA SITUATION INITIALE

Au départ, le jeu se présente sous la forme d'un chapelet de 27 cubes ; comment coder ce chapelet ?

a) On peut poser le chapelet de manière que les 27 cubes soient à plat sur une table et alors, de dessus, on voit 27 carrés qui peuvent être dessinés sur un quadrillage (de bien des façons !).

Exemples :





Sur ces schémas, l'élastique est représenté en pointillé.

b) Il n'est pas toujours simple de voir que deux représentations du type précédent correspondent à la même situation.

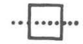
Ce codage est, d'autre part, difficile à transmettre oralement.

En remarquant que les cubes sont alignés par séquences successives de 2 ou de 3, on peut coder la situation de la façon suivante :

3,3,3,3,2,2,2,3,3,2,2,3,2,3,2,2,3

Notons qu'entre deux séquences consécutives se situe un changement de direction.

c) Si l'on observe que l'élastique traverse chaque cube de l'une des deux façons suivantes :

- ou bien droit, d'une face à la face opposée................ 
- ou bien en tournant à l'intérieur, d'une face à une autre voisine.................................... 

et si on note D (comme "droit") et V (comme "virage") ces deux manières de traverser un cube, la situation pourra être codée :

DDVDVDVDVVVVDVDVVVDVVDVVVDD

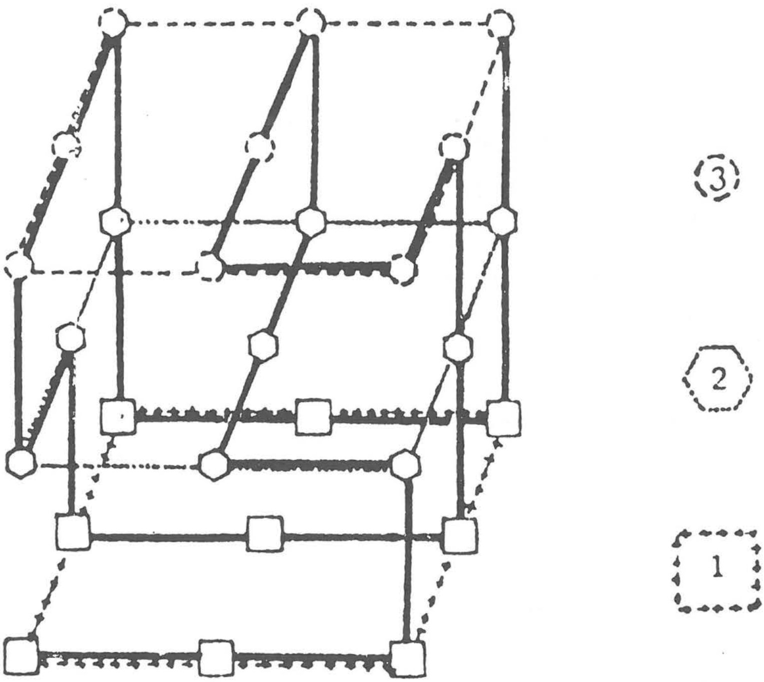
Remarquons que les cubes extrêmes peuvent être traversés D ou V (ou même pas traversés, si l'élastique part du centre !) ; nous les noterons E (comme "extrémité"). D'où le codage :

EDVDVDVDVVVVDVDVVVDVVDVVVDE

qui indique la manière dont est traversé chacun des 27 cubes.

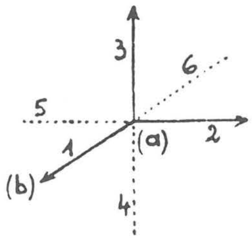
2. CODAGES D'UNE SOLUTION

a) Voici la représentation qu'on trouve dans un document de l'IREM de Paris VII ("Autour du cube", février 80) :



Comment la lit-on ?
Que représentent les carrés ? les hexagones ? les cercles ?
Comment est représenté l'élastique ?

b) Si nous suivons l'élastique dans le cube construit, nous pouvons considérer que nous passons d'un cube (a) au suivant (b) de l'une des six façons :



que nous noterons :

1 : devant ;	4 : au-dessous
2 : à droite ;	5 : à gauche
3 : au-dessus ;	6 : derrière

Ainsi, en partant de l'extrémité en bas à gauche du schéma ci-dessus et en conservant l'orientation de l'ensemble, nous pouvons décrire la situation par :

2,2,3,5,6,6,3,1,1,2,6,4,4,5,5,3,1,3,6,6,4,4,2,2,3,3

En associant ce codage d'une solution à celui de la situation initiale, nous obtenons (attention : partir de la même extrémité, sinon...) :

E D V V V D V V D V V V D V D V V V V D V D V D V D E

2 2 3 5 6 6 3 1 1 2 6 4 4 5 5 3 1 3 6 6 4 4 2 2 3 3

Quelques prolongements

Nous citerons ici quelques activités à partir d'un matériel conçu selon le même principe que l'élasticube : cubes reliés par un élastique.

1. A PARTIR D'AUTRES CHAPELETS DE 27 PETITS CUBES

a) Comment trouver d'autres chapelets permettant de construire un cube $3 \times 3 \times 3$?

b) Comment reconnaître, démontrer, qu'un chapelet de 27 cubes permet, ne permet pas de construire un cube $3 \times 3 \times 3$?

c) La construction d'un grand cube, à partir d'un chapelet donné, peut-elle se faire de plusieurs façons ?

d) Proposer un chapelet permettant de construire le cube et comportant :
- le moins de virages possible,
- le plus de virages possible.

e) Donner un exemple où le cube du milieu du chapelet peut (ou doit) être au centre du cube $3 \times 3 \times 3$.

f) Que dire des exemples suivants :

EDVVDVVDVDVDVVDVDVVDVVVVVDE
EVDVVDVVDVVVVVVVVVVVDVDVDVDE
EDVVVVVVDVVDVDVVVVVVVVVVVDVE

2. CUBES $n \times n \times n$ construits avec des chapelets de n^3 cubes.

a) Cube $2 \times 2 \times 2$

Le chapelet ne peut pas comporter de cube "D" ; il est de la forme :

EVVVVVVE

Il permet de construire le cube $2 \times 2 \times 2$ de plusieurs façons ; lesquelles ?

b) Cube $4 \times 4 \times 4$

Un chapelet de 64 petits cubes est ici nécessaire ! C'est beaucoup.

Nous en proposons un, aux plus courageux, qui permet de réaliser un cube $4 \times 4 \times 4$:

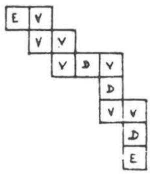
EDDVDVDVDVDVVVDVVDDVDDVVDVVDVVDV
DVVVVVVVDVVVVVVDVVVVDVVDVVVVVVVVVE

c) Pourquoi ne vous attaqueriez-vous pas aux cubes $5 \times 5 \times 5$? $6 \times 6 \times 6$? ...

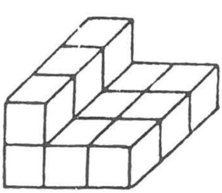
3. CONSTRUCTIONS AUTRES QUE CUBIQUES

Voici un chapelet de 12 cubes :

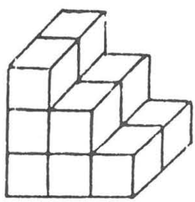
EVVVVDVDVVDE ou bien :



Il permet de réaliser un "rectangle" 3×4 (d'épaisseur 1), mais aussi :



un canapé



un escalier

etc.

Réaliser un rectangle 2×4 avec le chapelet de cube $2 \times 2 \times 2$.
Imaginer d'autres exemples...

4. ANNEAUX DE CUBES

Il peut être intéressant de nouer les deux extrémités de l'élastique entre elles de manière à obtenir un anneau de cubes (au lieu du chapelet à deux extrémités).

On peut alors se poser les questions des paragraphes précédents.

Etudier, en particulier, la possibilité de construire un cube $n \times n \times n$ à partir d'un anneau de petits cubes.

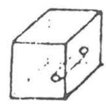
5. Utiliser des petits cubes de différentes couleurs pour réaliser chapelets et anneaux.

Que peuvent révéler certains coloriages judicieusement choisis ?

6. Proposer d'autres exercices.

Remarque : Les investigations précédentes supposent que l'on puisse construire son propre matériel.

On peut, pour cela, utiliser des cubes en bois faciles à percer "D" mais plus difficiles à percer "V" :



Pour réaliser matériellement les casse-tête ci-dessus, j'utilise des perles cubiques du commerce percées droit (D) et de l'élastique rond (genre "élastique à chapeau"). Les cubes "virage" (V) sont obtenus en perçant un trou supplémentaire, perpendiculairement à une des quatre faces non trouées, en son centre.

LE JEU DANS LA CLASSE

(comptes rendus d'expériences)

Jouer dans la classe ! N'est-ce pas un paradoxe ?

A l'heure où, dans toutes les disciplines, des professeurs s'efforcent de faire un enseignement plus vivant et de mettre les élèves en situation d'activité, à l'heure où des professeurs de mathématique poursuivent le même but, démystifiant les mathématiques pures, dures, désincarnées, et font de cette discipline un jeu, il nous semble que le jeu peut être un des moyens de renouvellement pédagogique.

Ce n'est pas une panacée. Notre but dans cet article n'est pas de fournir aux enseignants de mathématique une recette au succès garanti. Nous voulons simplement, en faisant part de nos expériences et de nos travaux utilisant des jeux, rendre accessible à nos collègues un domaine finalement très difficile. Cette terre mal connue et très souvent non défrichée nous paraît riche de promesses.

Le jeu, le jeu mathématique, mérite mieux que la dernière heure du trimestre. Il a ses lettres de noblesse : il a été à l'origine de l'étude des probabilités et de bien des recherches sur les nombres. Certains énoncés récemment mis au point ont d'abord été des "curiosités mathématiques" (exemple : théorème des quatre couleurs concernant la coloration des cartes de géographie). En plus de ses vertus ludiques, le jeu, tout en nous divertissant, nous conduit à la réflexion et au raisonnement et c'est dans l'ensemble de cette démarche que nous cherchons à accompagner nos élèves.

Le jeu permet de concrétiser des êtres mathématiques :

- droites du plan ou de l'espace (Sogo, Puissance 4, Stéréo 4) ;
- couples, paires, triplets (Dominos, Trioker, Trimino, Triminal) ;
- isométries du plan ou de l'espace (Pavages, Cube Soma) ;
- longueurs et angles (Théon, Tangram).

Le jeu conduit très souvent à l'utilisation de concepts et de méthodes mathématiques : manipulation de tableaux, d'arbres, de dénombrements. Il constitue parfois une concrétisation presque parfaite d'un raisonnement (telle la récurrence grâce aux Tours de Hanoï) et dans tous les cas un merveilleux terrain où s'exerce la logique. Le jeu, d'autre part, impose cet esprit de recherche qui manque tant à nos élèves. Il leur permet d'échafauder de riches constructions. Il laisse place à l'imagination et les mène parfois jusqu'aux frontières de l'art (Pavages, frises et rosaces évolutives).

La mise en œuvre d'activités mathématiques à base de jeu n'est cependant pas chose aisée. Elle nécessite de l'enseignant une parfaite connaissance du jeu proposé. Le professeur doit pouvoir, au bon moment, donner l'explication judicieuse qui relance l'activité.

Pour toutes ces raisons nous élaborons des fiches d'activités. Notre expérience est encore très restreinte. Il serait intéressant que d'autres brochures-jeu de l'A.P.M.E.P. permettent, entre les utilisateurs de jeu en classe, des échanges, des critiques, des propositions, des comptes rendus d'expérimentation qui pourraient être fructueux. Nous vous livrons dans les pages suivantes quelques-unes de nos expériences, conscients de leurs imperfections, en souhaitant qu'elles puissent stimuler de nouvelles recherches.

Course à 20

(expérimenté en sixième et cinquième, 1 heure par groupe ; un peu plus dans une classe faible entière)

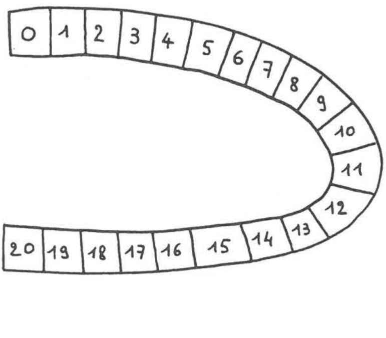
Groupez-vous par deux.

DESCRIPTION DU MATÉRIEL

Sur une feuille simple dessinez une piste de 21 cases numérotées de 0 à 20. Un morceau de papier colorié servira de pion.

La case 0 est la case de départ.

La case 20 est la case d'arrivée.



RÈGLE DU JEU

On joue à deux avec un seul pion. Chaque joueur peut avancer de 1, 2 ou 3 cases.

Le gagnant est celui qui pose le pion sur la case d'arrivée (case 20).

DÉBUT DU JEU

L'un des joueurs s'appelle le joueur A, l'autre le joueur B. Faites plusieurs parties.

JEU DE LA DÉCOUVERTE

Si un joueur a gagné plusieurs fois, il doit à présent expliquer par écrit comment il a fait pour gagner à coup sûr.

Explications :

DISCUSSION

a) Si le joueur A pose le pion sur la case 19, qui gagne ?
Si le joueur A pose le pion sur la case 18, qui gagne ?
Si le joueur A pose le pion sur la case 17, qui gagne ?
Si le joueur A pose le pion sur la case 16, qui gagne ?
Si le joueur A pose le pion sur la case 15, qui gagne ?

b) Parmi les cases de la question précédente, quelle est celle que le joueur A doit occuper pour être sûr de gagner ? Cette case est une case gagnante pour A. S'IL L'OCCUPE, IL GAGNE.
Colorier la case.
C'est comme si l'arrivée se trouvait sur la case coloriée.

c) Quelle est la case précédente qu'il doit occuper pour être sûr d'arriver à la case coloriée ?
Colorier cette case.
C'est comme si l'arrivée se trouvait sur la case nouvellement coloriée.
Continuer ce raisonnement.

d) Quelles sont les cases que doit *obligatoirement occuper* le joueur A pour être sûr de gagner ?

e) Colorier toutes les cases gagnantes pour A. Que peut-on dire de leurs numéros ?

f) Si les deux joueurs connaissent le "truc", qui doit commencer pour que A soit sûr de gagner ?

AUTRES FAÇONS DE JOUER

A On joue sur une piste numérotée de 0 à 23 et on garde des sauts de 1, 2 ou 3 cases.

1) Quelles sont les cases gagnantes ?
2) Pour que A gagne, qui doit commencer ?

B La piste contient les cases de 0 à 25 et on garde les sauts de 1, 2 ou 3 cases.

1) Quelles sont les cases gagnantes ?
2) Pour que A gagne, qui doit commencer ?

C On reprend la piste à 21 cases (arrivée case 20) et on peut sauter de 1, 2, 3 ou 4 cases.

1) Quelles sont les cases gagnantes ?
2) Pour que A gagne, qui doit commencer ?

Le dornim

(expérimenté en sixième)

DESCRIPTION DU MATÉRIEL

Prendre une feuille de papier quadrillé et tracer des lignes horizontales et verticales espacées de deux carreaux. On obtient un damier.

Colorier en rouge le dernier carré en bas à gauche du damier ; il représente la case d'arrivée.

On utilise un seul pion qui sert pour les deux joueurs A et B.

RÈGLE DU JEU

Un joueur pose le pion sur une case quelconque de la ligne du haut ou de la colonne de droite du damier, l'autre joue le premier.

Chacun joue à tour de rôle en déplaçant le pion.

Pour chaque coup les déplacements autorisés sont aussi longs que l'on veut mais dans une seule direction

- horizontalement vers la gauche ;
- verticalement vers le bas ;
- en diagonale vers le bas gauche.

Le joueur qui arrive sur la case d'arrivée a gagné.

DÉCOUVERTE DU JEU

Faire quelques parties et écrire toutes les remarques que l'on a pu faire.

DISCUSSION

1) Pour mieux détailler le jeu, on joue d'abord sur un damier à 9 cases (3 sur 3), numérotées comme ci-contre.

5	6	7
2	3	8
1	4	9

De quelle case un joueur peut-il partir pour atteindre la case 1 (case d'arrivée coloriée en rouge) en un seul déplacement ?
Colorier cette case en bleu.

Peut-on en trouver d'autres ? Lesquelles ? Les colorier en bleu.
Comment sont-elles disposées ?

Si le joueur B pose le pion sur l'une de ces cases bleues, le joueur A peut gagner (et gagnera à coup sûr !).

Les cases bleues sont des cases PERDANTES pour celui qui y pose le pion.

Maintenant le joueur B pose le pion sur une case non encore coloriée du damier. Le joueur A peut-il gagner ?
Expliquer pourquoi.

(***Remarque*** : Quel que soit le coup du joueur A, le joueur B peut gagner).
Colorier ces cases en rouge.

On appellera les cases rouges des cases GAGNANTES pour celui qui y pose le pion et les cases bleues des cases PERDANTES pour celui qui y pose le pion.

2) On agrandit le damier (4 sur 4).

Comme au paragraphe 1), retrouver des cases perdantes pour celui qui y pose le pion. Les colorier en bleu.
Retrouver les cases rouges du paragraphe 1).
Chacune des cases restantes est-elle gagnante ou perdante pour celui qui y pose le pion ? Pourquoi ?
Colorier chacune de ces cases.
Sur quelles cases le joueur A doit-il poser le pion pour être sûr de pouvoir parvenir à la case 1 ?
Donner les numéros des cases gagnantes du damier 4×4.

10	11	12	13
5	6	7	14
2	3	8	15
1	4	9	16

Remarque : On observe encore que si un joueur part d'une case rouge, il ne peut arriver que sur une case bleue et s'il part d'une case bleue, il peut atteindre une case rouge.

3) On passe au damier de 5 sur 5.

Comme au paragraphe 1), de quelles cases un joueur peut-il partir pour atteindre la case 1 (arrivée) en un seul déplacement ? Colorier ces cases en bleu.

Comme dans les paragraphes précédents, coloriez en rouge les cases gagnantes déjà trouvées correspondant au damier 4 sur 4.

Si A s'arrête sur la case 17, peut-il gagner ?

Pourquoi ?

La case 11 est-elle une case gagnante ?

17	18	19	20	21
10	11	12	13	22
5	6	7	14	23
2	3	8	15	24
1	4	9	16	25

Le joueur qui pose le pion en 6 peut gagner. La case 6 devient donc un but à atteindre.

Quelles sont donc les cases où le joueur A ne doit pas s'arrêter s'il veut arriver en 6 ?

Colorier ces cases perdantes en bleu. Comment sont-elles disposées ?

De même, la case 8 peut être un but à atteindre. Colorier en bleu les cases où A ne doit pas s'arrêter s'il veut arriver en 8.

Comment les cases perdantes sont-elles disposées par rapport aux cases rouges ?

4) A présent, 36 cases (6×6)

Colorier à nouveau en bleu les cases perdantes. C'est-à-dire que celui qui s'arrête sur une case bleue ne pourra atteindre les cases gagnantes déjà trouvées sur le damier.

Il y a déjà *trois* cases gagnantes coloriées en rouge.

26	27	28	29	30	31
17	18	19	20	21	32
10	11	12	13	22	33
5	6	7	14	23	24
2	3	8	15	24	35
1	4	9	16	25	36

Les cases 29 et 33 ne sont pas coloriées. Il faut le faire :

Seront-elles rouges ou bleues ? C'est-à-dire seront-elles gagnantes ou perdantes pour le joueur qui s'y arrêtera ?

6) Enfin, le damier a un nombre quelconque de cases (le damier peut être rectangulaire).

Reproduire un damier de cette sorte sur une feuille quadrillée.

Retrouver les cases bleues et rouges déjà connues.

Continuer de la même façon à colorier en *bleu d'abord* puis en rouge les différentes cases.

Comment sont disposées les cases bleues par rapport aux cases rouges ?

REMARQUES APRÈS EXPÉRIMENTATION EN DEUX HEURES EN CLASSE DE SIXIÈME

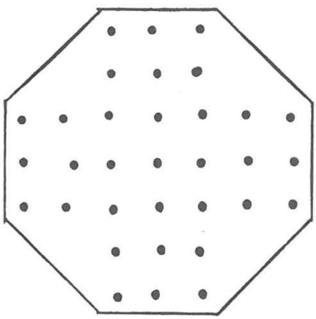
Temps imparti pour les points I, II et III : une demi-heure. Après une découverte rapide des cases gagnantes 6 et 8, les élèves éprouvent des difficultés pour envisager l'existence d'autres cases gagnantes et d'une stratégie gagnante.

Temps imparti pour la discussion IV : une heure et demie. Le jeu est considéré comme difficile. Les élèves ont besoin d'aide supplémentaire pour achever la fiche. Nous nous proposons d'expérimenter ces fiches dans une classe de niveau supérieur : troisième ou première A.

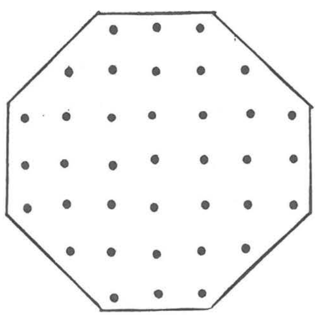
Pour ces niveaux, nous pensons modifier le plan d'étude en utilisant des damiers 3×3 ; 5×5 ; 6×6 ; 10×10.

Activité autour du solitaire

(expérimentation en classe de quatrième)



Jeu Anglais
33 trous



Jeu Français
37 trous

RAPPEL DU JEU

Au départ le solitaire est rempli. On enlève alors un pion de la case initiale (*i*). Une partie consiste à essayer de réduire le solitaire à un pion sur la case finale (*f*) suivant la règle :

RÈGLE

Un pion saute par dessus un autre pion contigu horizontalement ou verticalement, dans une case immédiatement voisine, le pion sauté étant retiré du jeu, comme aux dames.

Lorsqu'une telle réduction est effectivement possible, c'est une "réussite". Un jeu est la donnée d'un couple (*i,f*).

BUT DE L'ACTIVITÉ

On peut se poser les questions suivantes :

Peut-on choisir n'importe quelle case comme case initiale ?

Une telle case étant choisie, peut-on finir sur n'importe quelle case (*f*) ?

On se propose ici de déterminer une condition nécessaire sur (*i,f*) pour que (*i,f*) soit une réussite.

Première activité :

1/ Faire tracer quatre tableaux de solitaire (on peut distribuer des tableaux polycopiés).

2/ Faire remplir un tableau de solitaire en respectant la règle suivante :

- le pion central porte la lettre *a*
- trois cases alignées adjacentes devront toujours contenir les 3 lettres *a, b, c,* quelles que soient leurs places dans le tableau.

On obtient quatre tableaux. Nous conserverons les 2 tableaux suivants.

		c	a	b		
		b	c	a		
b	c	a	b	c	a	b
a	b	c	a	b	c	a
c	a	b	c	a	b	c
		a	b	c		
		c	a	b		

Tableau 1

		c	a	b		
		a	b	c		
c	a	b	c	a	b	c
a	b	c	a	b	c	a
b	c	a	b	c	a	b
		b	c	a		
		c	a	b		

Tableau 2

Les deux autres sont obtenus par permutation des lettres *b* et *c* .

Deuxième activité

1/ Soit l'ensemble $G = \{e, a, b, c\}$ muni d'une loi de composition dont la table est donnée ci-dessous.

$*$	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

Vérifier que c'est bien une table de groupe (c'est un groupe de Klein).

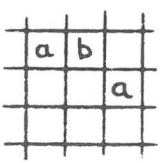
2/ Calculer le "produit" des lettres marquées sur les 33 cases du tableau de solitaire rempli dans la première activité (remarquer que $a*b*c = e$) .

Si on enlève un pion de la case portant la lette "α", quel est le produit des lettres marquées sur les autres cases ?

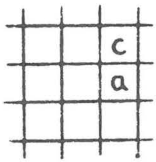
Si deux cases adjacentes sont occupées et la troisième libre, après le saut c'est la troisième case qui est occupée. Or le "produit" de deux quelconques des trois lettres est égal à la troisième ($ab = c$; $ac = b$; $bc = a$).

Que peut-on dire du produit des lettres sur les cases occupées au cours de chaque saut ? au cours de toute la partie ?

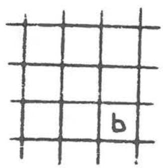
Exemple : Supposons qu'il ne reste que trois pions sur le solitaire (les lettres sont marquées sur les cases occupées).



$P = (ab)\ a$



$P = ca$



$P = b$

Conclusion

Le "produit" des lettres marquées sur les cases occupées reste "α" (lettre marquée sur la case initiale i) pendant toute la partie.

S'il ne reste plus qu'un pion à la fin de la partie sur la case finale (f),celle-ci portera la lettre α.

L'étude d'un seul tableau ne donne qu'une condition nécessaire. L'étude des deux va donner une condition nécessaire qui de plus sera suffisante.

Pour que (i,f) soit une réussite, il faut que les deux conditions suivantes soient remplies :

- C_1 *: les mêmes lettres sont marquées sur* i *et* f *dans le tableau 1*
- C_2 *: les mêmes lettres sont marquées sur* i *et* f *dans le tableau 2*

Troisième activité

Utiliser trois couleurs pour colorier les 33 cases du tableau 1 : une couleur par lettre ; faire de même pour le tableau 2 tracé sur du papier calque. Superposer les deux tableaux.

en noir et blanc on peut choisir

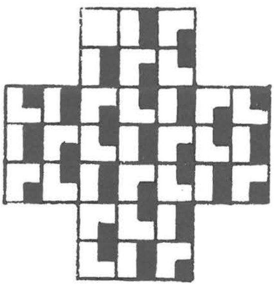
tableau 1  tableau 2 

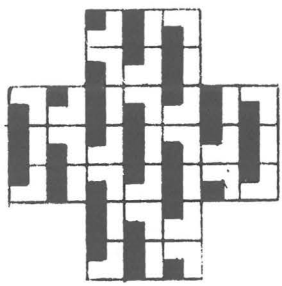
a b c a b c

On identifie alors clairement les cases portant la même lettre dans les deux tableaux

 (a,a)  (b,b)  (c,c)

Si "i" est la case 44, quelles sont les cases finales possibles ? (On constate qu'il y en a cinq : 47 ; 14 ; 44 ; 74 ; 41). On utilise la numérotation du solitaire ci-jointe.





NUMÉROTATION DU SOLITAIRE

C'est la numérotation qui a été proposée pour l'échiquier par un mathématicien du XVIII^e siècle : Vandermonde.

		37	47	57		
		36	46	56		
15	25	35	45	55	65	75
14	24	34	44	54	64	74
13	23	33	43	53	63	73
		32	42	52		
		31	41	51		

Quatrième activité

On reprend la première activité avec le tableau du solitaire à 37 cases.

1/ Quel est le "produit" des lettres marquées sur les 37 cases ?

2/ Remarquons que "*e*" ne saurait figurer dans les tableaux 1 et 2. "α" étant la lettre marquée sur la case initiale, le "produit" des lettres marquées sur les autres cases est P tel que

$$P \times \alpha = a$$

Quelles sont les valeurs possibles de P et de α ?

3/ Barrer les cases qui ne peuvent être case initiale dans le premier tableau ou dans le deuxième.

4/ Reprendre la troisième activité.

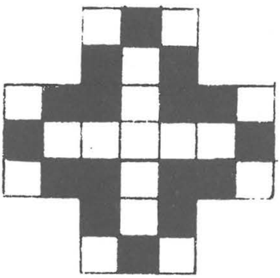
On peut choisir en noir et blanc les mêmes conventions pour *b* et *c* et noircir entièrement la case pour *a*. On identifie alors facilement les cases.

Si "*i*" est la case 37, quelles sont les cases finales possibles ?
Si "*i*" est la case 46, quelles sont les cases finales possibles ?
Si "*i*" est la case 45, quelles sont les cases finales possibles ?

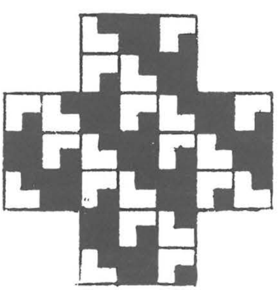
Remarque : Contrairement à ce qui est souvent proposé dans les "règles du jeu" jointes à ces jeux de solitaire, il n'est pas possible de réduire le jeu à un pion en partant du centre.

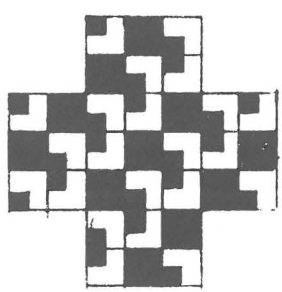
OÙ LE JEU REPREND SES DROITS ?

On cherche maintenant des réussites en choisissant au départ un couple $(i;f)$ convenable.



(b,b) (c,c) (b,c) (c,b)





Le quadrille de dominos

Activité mathématique expérimentée en 4 heures dans une classe de première A et en seconde A.

Cette activité semble aussi convenir à des classes de quatrième ou troisième.

Il faut une boîte de dominos pour deux élèves.

ACTIVITÉ DE DÉNOMBREMENT

Pourquoi y a-t-il toujours 28 dominos ? (qu'il s'agisse des dominos bien connus ou des dominos destinés aux enfants : formes, couleurs, fleurs, animaux).

Donner deux méthodes de dénombrement. Remarquer qu'il n'y a pas deux dominos identiques et que tous les dominos qu'on peut imaginer en utilisant 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 points ont été réalisés. On dit qu'il s'agit de dominos à 7 "couleurs".

Combien y aurait-il de dominos à 8 "couleurs" ? (utilisant par exemple 0, 1, 2, ... 6 ou 7 points).

Combien y aurait-il de dominos à n "couleurs" ?

QUELQUES QUADRILLES

On utilise un jeu normal (7 couleurs).

Combien a-t-on de dominos portant le zéro ?

Dans combien de cases trouve-t-on la couleur "zéro" ?

Répondre aux mêmes questions pour une autre couleur.

1) Un seul carré

En utilisant quatre dominos, on vient de réaliser un "carré de zéros". Peut-on en utilisant des dominos qui présentent la couleur "1" obtenir un carré 2×2 ? (l'unité choisie est la petite dimension d'un domino).

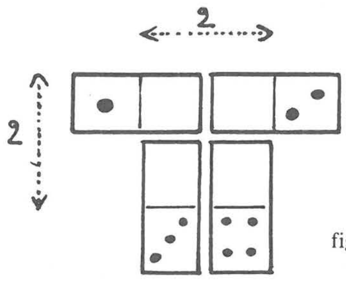


figure 1

2) Peut-on obtenir **deux carrés** 2×2 ne contenant que la couleur 1 (on ne se préoccupe pas pour l'instant des cases contenant d'autres couleurs : "Ça déborde M'sieur !").

3) Trois carrés

Voici une réalisation présentant trois carrés 2×2 dont les quatre cases portent la même couleur.

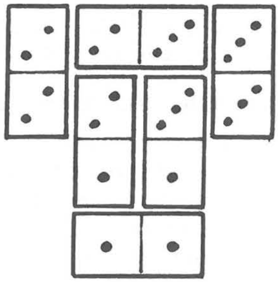


figure 2

Fournir plusieurs réalisations présentant 4, 5, 6 ou 7 carrés (utilisant respectivement 8, 10, 12 ou 14 dominos).

QUADRILLE AVEC LES 28 DOMINOS

On se propose en utilisant tous les dominos d'obtenir 14 carrés dont les quatre cases contiennent la même couleur. Il s'agit de paver la figure suivante. Toutes les couleurs doivent être regroupées en carrés (il y aura bien sûr deux carrés pour chacune des sept couleurs : $7 \times 8 = 28 \times 2$).

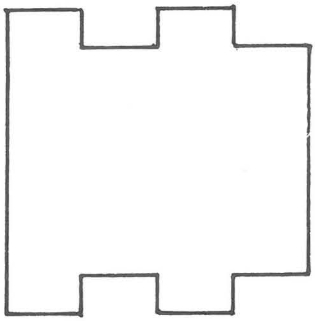


figure 3

A/ Répartition des 14 carrés

Sans essayer de réaliser concrètement une solution, peut-on prévoir la répartition des 14 carrés ? Remarquer que la forme du contour impose l'unicité d'une telle répartition.

B/ Position des doubles

Commencer à réaliser une solution.

Remarquer que les sept doubles doivent obligatoirement occuper sept places bien déterminées. Quelles sont ces places ?

Pouvez-vous démontrer la nécessité de tels placements ?

C/ Sens des dominos

Remarquer que tous les dominos "intérieurs" à la figure doivent être horizontaux et que les 28 dominos qui constitueront une solution ont des sens imposés. On pourra éventuellement faire une démonstration.

Ces remarques étant faites, placer arbitrairement les sept doubles sur les sept positions obligatoires. Essayer de réaliser d'abord le tour de la figure, puis remplir progressivement en constituant des carrés. A la première impossibilité rencontrée, changer le tour et recommencer. On peut ainsi obtenir par tâtonnement des solutions.

D/ Recherche systématique des solutions

Placer les sept doubles comme indiqué figure 4. Le contenu de certaines cases est alors connu. Sept carrés seront réalisés. Pour les sept autres carrés inconnus, utiliser les lettres *a, b, c, d, e, f* et *g* .

Faire un tableau des choix possibles, les sept lettres pouvant représenter chacune des sept couleurs.

	0	1	2	3	4	5	6
a	×	×					×
b	×					×	×
c				×	×	×	×
d	×		×	×	×		×
e	×	×	×	×			
f	×	×	×	×			
g				×	×	×	×

Tableau 1

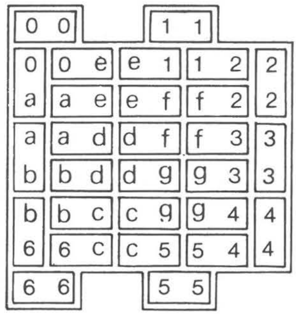


figure 4

Certains choix sont impossibles : tous les doubles étant utilisés d'une part, et le jeu ne présentant pas deux dominos identiques d'autre part.

Avec la lettre a par exemple on ne peut avoir $a=0$ (domino 0 a déjà utilisé).

On ne peut avoir $a=6$ car on trouve le $\boxed{a\,|\,b}$ et le $\boxed{b\,|\,6}$

$a=1$ $\boxed{a\,|\,e}$ et le $\boxed{e\,|\,1}$

Raisonner ainsi sur les sept lettres.
Pour d deux choix possibles seulement : $d=1$ et $d=5$.

Choix d = 1

Ce choix provoque de nouvelles impossibilités. En effet : aucune autre lettre ne représente 1.

$g \neq 2$ ($\boxed{1\,|\,g}$ et $\boxed{1\,|\,2}$ déjà utilisés) impose $g=0$ pour les mêmes raisons $a \neq 2$ et $b \neq 2$ ($\boxed{1\,|\,a}$, $\boxed{1\,|\,b}$ et $\boxed{1\,|\,2}$) ; seul c peut représenter 2.

	0	1	2	3	4	5	6
a	×	×	×				×
b	×	×	×			×	×
c	×	×	2	×	×	×	×
d	×	1	×	×	×	×	×
e	×	×	×	×			
f	×	×	×	×			
g	0	×	×	×	×	×	×

Tableau 2

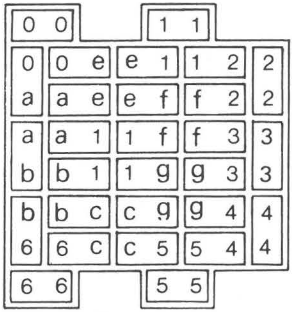


figure 5

Poursuivre de tels raisonnements et obtenir la solution

$a=5 \qquad b=3 \qquad c=2 \qquad d=1 \qquad e=6 \qquad f=4 \qquad g=0$

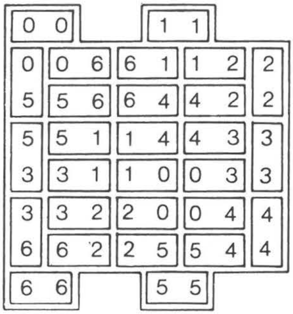


figure 6

Choix $d=5$

Faire les mêmes raisonnements et obtenir la solution

$$(a,b,c,d,e,f,g) = (3,1,0,5,4,6,2)$$

E/ Quel est le nombre de solutions au problème posé ?

On dénombrera tout d'abord le nombre de manières de disposer les doubles.

UN AUTRE PROBLÈME AVEC 28 DOMINOS

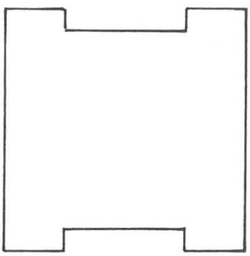


figure 7

DERNIER PROBLÈME

Trouver d'autres problèmes possibles avec 28 dominos.

Jouons au magicien

(expérimenté en sixième et cinquième)

I. Demande à un camarade de :

1. penser un nombre
2. le multiplier par 5
3. ajouter 6 au résultat
4. multiplier par 4 la réponse
5. ajouter 9 au nombre obtenu
6. multiplier par 5.

II. Demande à ton camarade d'annoncer son résultat.

A toi de :
1. soustraire 165 au résultat annoncé (de tête !)
2. diviser par 100.
Tu obtiens le nombre choisi par ton camarade.
Est-ce bien exact ? Change de rôle avec ton camarade et recommencez.

III. Expliquons ce phénomène.

Appelons "x" le nombre choisi.
A l'étape 2 ton camarade a : $x \times 5$
A l'étape 3 il a : $x \times 5 + 6$
A l'étape 4 il a : $(x \times 5 + 6) \times 4 =$

Quelles propriétés as-tu utilisées pour compléter l'égalité ?

A l'étape 5 il a : $(x \times 20 + 24) + 9 =$
A l'étape 6 il a : $(x \times 20 + 33) \times 5 =$

Peux-tu expliquer maintenant les deux opérations que tu as faites ensuite pour "deviner" le nombre choisi par ton camarade ?

IV. Veux-tu inventer un autre tour de magie sur le même principe ?

Course à 15 en trois coups

(expérimenté en seconde A)

RÈGLE DU JEU

Les deux joueurs alternativement choisissent un nombre de

$$\{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9\}$$

Dès qu'un nombre a été choisi, il ne peut plus être tiré. Pour gagner un joueur doit pouvoir réaliser une somme égale à 15 avec trois des nombres qu'il a choisis.

Voici deux exemples de parties où le joueur A commence

A	9	2	6	3	1
B	5	4	7	8	

match nul

A	5	4	8	3
B	1	6	2	

A gagne car $8+4+3=15$

UN PEU DE STRATÉGIE

Après quelques essais on ressent vite la nécessité de connaître toutes les possibilités d'obtenir 15 en additionnant trois naturels inférieurs ou égaux à 9.

On obtient facilement les ensembles suivants :

$\{9;1;5\}$; $\{9;2;4\}$; $\{8;1;6\}$; $\{8;2;5\}$; $\{8;3;4\}$; $\{7;2;6\}$; $\{7;3;5\}$; $\{6;5;4\}$

On peut remarquer que 9 appartient à deux de ces parties, 8 à trois ; 7 à deux ; 6 à trois ; 5 à quatre ; 4 à trois ; 3 à deux ; 2 à trois ; 1 à deux.

On peut regrouper les résultats ainsi obtenus dans le tableau suivant

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Les huit sommes égales à 15 sont obtenues en considérant les trois lignes, les trois colonnes et les deux diagonales de ce carré.

Les lecteurs perspicaces et habitués aux jeux mathématiques auront reconnu le célèbre carré magique d'ordre trois. Ce carré sera d'un très grand secours pour le jeu. Il déplace l'intérêt du jeu en le ramenant à un morpion joué sur un carré 3×3.

RÉSOLUTION

On signe ici l'acte de décès du jeu car on peut désormais faire une étude systématique. Le lecteur établira que si les deux joueurs jouent le mieux possible, la partie se termine toujours sur un match nul.

CONCLUSION

Ce jeu paraît être une bonne activité mathématique pour de plus jeunes élèves . Il peut être utilisé en club ou dans le cadre d'un cours.

On pourra le développer en trois phases :

1. le jeu proprement dit
2. du jeu au carré magique 3×3
3. étude systématique et résolution.

La méthode la moins directive sera la meilleure pour amener les élèves en situation de recherche, recherche qu'ils sont capables de mener à son terme, ce qui est relativement rare dans le domaine des jeux.

Brochure A.P.M.E.P. n° 31

CALCULATRICES "4 OPERATIONS"

SOMMAIRE

BIBLIOTHÈQUE - CLUB DE MATHS

*** *Premiers livres conseillés pour une bibliothèque club de math*
** *Seconde série (certains livres ne traitent que d'un seul jeu ou sujet)*
* *Troisième série des jeux ou des livres de culture générale pouvant faciliter la compréhension des jeux - puis livres d'histoire, de compléments.*

REVUES

- Le Petit Archimède, édité par l'A.D.C.S.
  Revue proposant des jeux mathématiques, des problèmes divers (par exemple échecs), des articles de culture générale : physique, chimie, technologie. Pour les élèves et professeurs.
- Science et Vie : les jeux de réflexion, n° spécial, septembre 1978.
- Pentamino : semestrielle, IREM/CRDP de Grenoble.
- Pour la Science.
- Science et Vie.
- Ludi maths, Régionale A.P.M.E.P. de Poitiers.
- A.R.P. Decroly.
- Jeux et stratégies, trimestriel, Editions Science et Vie.
- Jeux, Tu, Ils (Bulletin de l'Association Jeudi).

RUBRIQUES "JEUX"

- Bulletin de l'A.P.M.E.P.
- Le monde des sciences et des techniques (Berloquin).
- Revue française de recherche opérationnelle (Berge).
- Informatique (J. Tricot).
- Revue du Palais de la Découverte.

LIVRES

J.-P. ALEM ***
Jeux de l'esprit et divertissements mathématiques
Editions du Seuil, 1975

Jeux mathématiques pour tous niveaux avec beaucoup de références historiques et bibliographiques.

R.W. ANDERSON Pent. ***
Dansons avec les mathématiques
Dunod, 1960

Aide, avec des exemples simples amusants et pouvant se présenter sous forme de jeux, à la compréhension de bon nombre de notions mathématiques ; Arithmétique : chiffres romains, écriture des chiffres ; Algèbre : l'art de la balance ; Géométrie : les logarithmes, la grandeur des nombres, les probabilités ; la parabole des sous dans le ruisseau.

C. AVELINE *
Code des jeux
Hachette, 1961

Un livre utile. Beaucoup de règles clairement expliquées.

C.G. BACHET **
Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres.
Librairie scientifique et technique Albert Blanchard

Ecrit en 1612 ; revu en 1879 : deviner un nombre, une carte.

A. BAKST
Amusements mathématiques
Dunod, 1961

Une présentation peu austère des mathématiques. Beaucoup sur la numération, l'arithmétique.

W.W. ROUSE BALL *
Mathematical recreations and essays
Mac Millan
Edition française :
Récréations mathématiques et problèmes des temps anciens et modernes (Blanchard)

Après une histoire des nombres, des jeux arithmétiques à la solution algébrique simple, des paradoxes, des problèmes célèbres depuis l'antiquité, les nombres parfaits et amis et des questions d'arithmétique supérieure encore ouvertes. Des problèmes de pavage et de nombreux jeux de pions, sources de bien des jeux actuels. Des carrés magiques, des tracés continus partant du problème des ponts de Königsberg et continuant par la marche du cavalier sur l'échiquier.

BENS
Guide des jeux d'esprit
Albin Michel

150 pages de petits jeux : de la contrepèterie aux additions cachées en passant par les anagrammes et les lipogrammes... Un festival.

BERLOQUIN *
Le livre des divertissements

Jeux de société - tours de carte.

BERLOQUIN *
100 jeux de table
Flammarion, 1976

100 jeux de réflexion désormais classiques. Le livre ne contient que les règles des jeux. Un livre de références pour un club.

BERLOQUIN *
100 jeux numériques
100 jeux logiques
100 jeux géométriques
(Voulez-vous jouer avec moi ?)
Livre de Poche, 1973-74

Tous niveaux.

BERLOQUIN *
Jeux mathématiques du monde
Flammarion, 1978

Jeux mathématiques de tous niveaux, certains sont originaux.

G. BOUCHENY *
Curiosités et récréations mathématiques
Larousse, 1939
Tours de cartes, taquin, dominos, carrés magiques, nombres croisés, paradoxes, et nombre de petits problèmes amusants et logiques.

F. BOULE *
Mathématiques et jeux
Cedic, 1976
Des commentaires intéressants sur des problèmes classiques : tours de Hanoï, polyminos, dominos, etc.

L. CARROLL
Logique sans peine
Symbolic logic and the game of logic
Hermann, 1966 - Dover, 1958
Introduction à "tout", "aucun", "il existe" au moyen d'exemples humoristiques.

M. CLIDIERE *
Guide marabout des jeux de société
Une référence pour les règles de jeux. Peu cher et utile.

H.M. CUNDY - A.P. ROLLETT *
Modèles mathématiques
Cedic
Des découpages, des pavages, des polyèdres (avec des indications précises pour leur construction), des surfaces réglées à réaliser avec des fils.

A. DELEDICQ *
Mathématiques buissonnières
Cedic
Indispensable à un club de maths, surtout pour l'animateur ; le niveau est parfois trop élevé pour les élèves.

DELEDICQ - POPOYA *
Wari & Solo
Cedic, 1977
La bible pour l'awélé et tous les jeux dérivés... Un essai de mathématisation, un livre utile.

P. DELENS 000
Problèmes d'arithmétique amusante
Vuibert
Grand intérêt pour les caractères de divisibilité par 9, 11, 99, 101, 999, 27, 37,111. Deviner des nombres pensés.

V. DELFT & BOTERMANS **
1000 casse-tête du monde entier
Edition du Chêne, 1977
Le livre le plus complet sur la question. Nombreuses indications sont données pour la fabrication...

M. DENIS-PAPIN
Colles et astuces mathématiques
Blanchard, 1972
Des problèmes classiques, bien expliqués. Numération, progressions, 1er degré, 2e degré, non algébriques, topologie...

Dictionnaire des jeux
Tchou, 1964
Un gros livre qui a désormais un intérêt... sociologique !

H.P. DINESMAN
Superior mathematical puzzles
Ed. George Allen and Unwin Ltd, 68
61 problèmes de logique divertissants.

A.P. DOMORYAD *
Mathematical games and pastimes
Perganon Press, 1964
Un excellent livre qui fait le tour des récréations mathématiques classiques (à lire sur les jeux de Nim).

J. ELFFERS
Tangram
Edition du Chêne
Historique du tangram avec une bibliographie et 1600 figures dont 750 inédites.

M.C. ESCHER - B. ERNST
Le miroir magique de Escher
Edition du Chêne, 1976

Analyse de la structure des réalisations de Escher.

M.C. ESCHER *
Le monde de M.C. Escher
Edition du Chêne

Dessins, pavages, mosaïques, polyèdres.

E. FOURREY **
Récréations arithmétiques
Vuibert, 1947

Une invitation intéressante aux progressions arithmétiques, des applications... Carrés magiques.
Un livre précieux.

E. FOURREY **
Curiosités géométriques
Vuibert, 1938

Petite esquisse d'une histoire de la géométrie. Panorama des instruments de mesure. Application de la géométrie pour le calcul de certaines séries... au calcul des probabilités... Pavages... Problèmes amusants.

E. GALION *
La mathématique et ses applications
Cedic Paris - Lyon

Jeux, économie, pavages.

GAMOW & STERN *
Jeux mathématiques
Dunod, 1957

Logique, probabilités, statistiques, séries,... et autres notions mathématiques introduites par des problèmes amusants.

M. GARDNER *
Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd
Dunod, tome I

117 jeux arithmétiques logiques, géométriques de tous niveaux.

M. GARDNER *
Les casse-tête mathématiques de Sam Loyd
Dunod, tome II

163 jeux.

M. GARDNER *
Nouveaux divertissements mathématiques
Editions Dunod Paris, 1970

Découpages, damiers, tresses, jeux logiques. Tous niveaux.

M. GARDNER *
Problèmes et divertissements mathématiques
Dunod, tome I

Hexaflexagones, carrés magiques, Tic Tac Toe. Tours de Hanoï, jeu de hex, polyminos pour raisonnement. Tous niveaux.

M. GARDNER *
Problèmes et divertissements mathématiques
Dunod, tome II

Polyèdres, cubes, nombre d'or, pliages, carrés magiques, labyrinthes, jeux... Tous niveaux.

M. GARDNER *
Le paradoxe du pendu
Dunod, 1971

Des jeux topologiques, algébriques, logiques. Tous niveaux.

M. GARDNER *
Mathématiques, magie et mystère
Dunod, 1961

Tours de cartes, magie des prévisions, curiosités topologiques, paradoxes géométriques, nombres curieux...

M. GARDNER *
"Haha" ou l'éclair de la compréhension mathématique
Bibliothèque "pour la Science"
diffusion Belin

Génial.

M.A. GIRODET **
(J. Chiche-Portiche, G. Gauchée)
1001 tours et jeux de mathématiques modernes
Editions des Deux Coqs d'Or

S'adresse aux enfants : jeux, problèmes, dessins...

S.W. GOLOMB
Polyominoes
Scriner, 1965

Certains connaissent bien les pentaminos et moins bien leur famille présentée ici.

Robert HARBIN **
Origami, tome I et tome II
Editions de l'Homme

Pliages.

HOUGHTON *
Shapes, space and symetry
Colombia University Press (Londres)
Traduction française :
Formes, espaces et symétries
Cedic distracts

Polyèdres réguliers ou semi-réguliers ; lien entre eux.

Les jeux mathématiques d'Eureka
Dunod, 1979

253 problèmes résolus.

E. KASNER et J. NEWMAN ***
Les mathématiques et l'imagination
Payot, 1970

Très nombreux problèmes mathématiques historiques.

KENDALL *
Mathematical puzzles for the connaisseur
Londres, Griffin and company limited
1962

Une centaine de jeux mathématiques, technologiques, physiques.
Tous niveaux.

H.R. KOHL *
Math, writing and games in the open class room
Random House

B. KORDIEMSKY *
Sur le sentier des mathématiques
Tomes 1 et 2.
Dunod, 1963

C'est une somme d'activités, de casse-tête, de problèmes en tous genres !

M. KRAITCHIK
La mathématique des jeux
Gauthier-Villars, 1953

M. KRAITCHIK
Mathematical recreations
Dover Publications, Inc - New-York

C.M. LAURENT
Problèmes amusants, curiosités mathématiques
Grandes éditions françaises, 1948

Arithmétique, petits problèmes, partages délicats, problèmes d'heures, géométrie de situation, logique, tours de cartes, figures magiques, paradoxes. Un bon petit livre.

E. LUCAS *
L'arithmétique amusante
Blanchard, réédition 1960-74

E. LUCAS *
Récréations mathématiques I
Librairie Scientifique et Technique
Albert Blanchard

Jeux : les traversées, les ponts, le solitaire, le baguenaudier, le taquin, les labyrinthes.

E. LUCAS *
Récréations mathématiques II
Librairie Scientifique et Technique
Albert Blanchard

Jeux : dominos, jeu d'Hamilton, etc.

E. LUCAS *
Récréations mathématiques III
Librairie Scientifique et Technique
Albert Blanchard

Jeux : calcul digital, machine à calculer, jeux d'occupation, etc.

E. LUCAS *
Récréations mathématiques IV
Librairie Scientifique et Technique
Albert Blanchard

Jeux : carrés magiques, dominos, réseaux, etc.

MAHAUT - V. BULL (A.P.M.E.P.)
Les jeux de Robinson
IREM de Caen

J. MEEUS et P.-J. TORBIJN
Polycubes
Cedic, 1977

Cubes soma, diaboliques, de Mikusinski, pentaminos, pentac... et autres prolongements. Rien n'est oublié. Un essai de classification et de notation appréciables.

A. MYX
6 thèmes pour 6 semaines
Cedic, 75-77

E.P. NORTHROP
Fantaisies et paradoxes mathématiques
Dunod

Paradoxes logiques, algébriques, géométriques. Tous niveaux.

M. ODIER, Y. ROUSSEL
Les distracts
N° 1 Surprenants triangles
Cedic

Une surprenante étude du jeu Trioker ou comment faire des mathématiques en s'amusant.

O. ORE *
Les graphes et leurs applications
Dunod

Définition et propriétés d'un graphe. Applications aux jeux, polyèdres, etc.

L.I. PERELMANN
Récits et casse-tête mathématiques
(adapté du russe par M. Glaymann)
Cedic

Une foule de casse-tête mathématiques ; une bonne description des codes secrets à grilles.

L.I. PERELMANN
Expériences et problèmes récréatifs
Ed. Mir, Moscou
"La mathématique vivante"

Problèmes curieux d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie mais aussi de physique élémentaire.

L.I. PERELMANN *
L'algèbre récréative
Ed. Mir, Moscou, 1967

De l'arithmétique aux logarithmes. Une multitude de petits problèmes qui font réfléchir... et aimer l'algèbre !

Nicole PICARD
Mathématiques et jeux d'enfants
Casterman, Poche

Des jeux : sens giratoires, symétrie, rotations, comptines pour introduire les relations et les groupes.

H. RADEMACHER (O. Toeplitz)
Plaisir des mathématiques
Dunod, Paris, 1967

Problèmes arithmétiques (naturels premiers, théorèmes de Fermat...) et géométriques (aire maximum et problème des 4 couleurs).

SAINTE-LAGUË
Avec des nombres et des lignes
(récréations mathématiques)
Editions Vuibert

1ere édition : 1924. Jeux arithmétiques (minimum de coups, etc.), jeux géométriques (permutations, graphes, etc.).

D.G. SEYMOUR *
(R.A. Schadler)
Pic - Puzzles
a book of geometric puzzle patterns
Creative publications

Découpages dans des triangles, rectangles, hexagones, puzzles, tangram.

D.G. SEYMOUR *
Aftermath
Volumes I - II - III - IV

Petits jeux (nombres, puzzles) présentés sous forme de bande dessinée.

D.G. SEYMOUR
Tangramath
Creative publications, Inc.

Des puzzles faciles avec les pièces classiques du tangram.

E. SOLOMON *
Games with pencil and paper
Nelson Guide

Jeux avec un crayon et du papier : jeux des x et o , bataille navale, le pendu, etc.

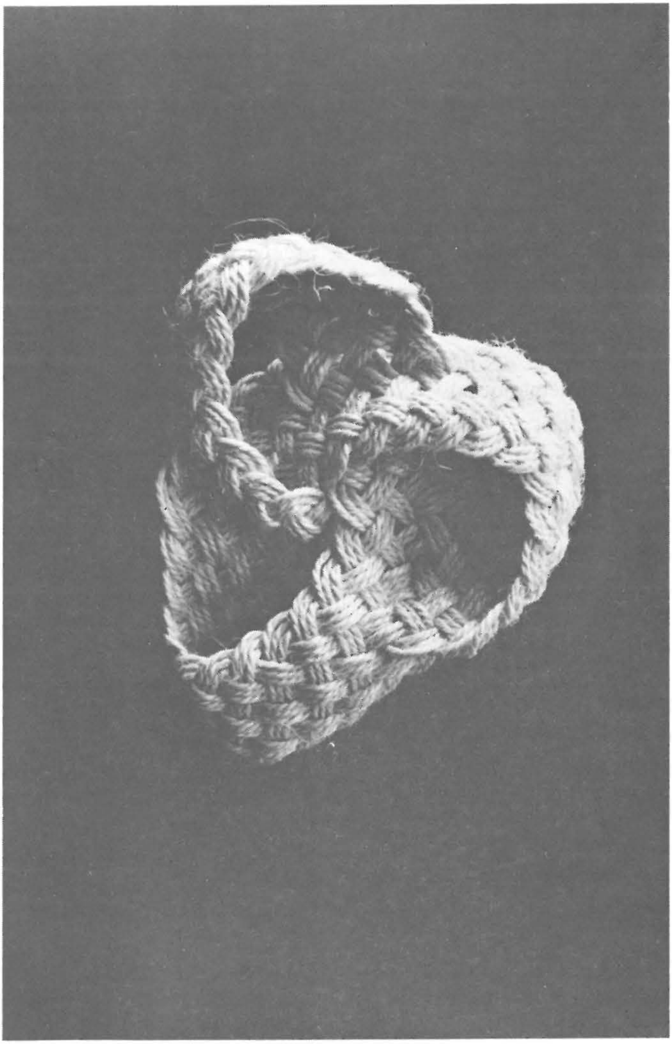
H. STEINHAUS *
100 problèmes élémentaires de mathématiques
Gauthier-Villars, 1865

Nombres, équations, inégalités, polygones, cercle, ellipse, polyèdre, problème pratique et imaginaire... Problèmes non résolus.

H. STEINHAUS
Mathématiques en instantanés
Flammarion, 1964

Géométrie et découpages, partages équitables et pesées, pavages, plus court chemin, illusions d'optique, construction de polyèdres, coloriage de cartes, nœuds...

M. WILSON
Soma puzzle - solutions



Ruban de Möbius tressé

QU'EST-CE QUE L'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe près de 13 000 enseignants concernés par les mathématiques ("de la Maternelle à l'Université").

Les maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux, "de la Maternelle à l'Université", mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique. Ils ont défini leurs objectifs dans la Charte de Caen*, en particulier sur les finalités de l'enseignement, l'expérimentation pédagogique, la formation des maîtres. En s'appuyant sur les idées contenues dans cette Charte*, ils conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies, (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : Fin de 3^e, Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

* et dans le Texte d'Orientation 1978.