

ÉNERGIE ET RENTABILITÉ

OBJECTIFS

- La fonction affine par morceaux.
- Utiliser l'outil mathématique pour décider soi-même d'un choix en toute connaissance de cause.
- Donner aux élèves le goût de la recherche en équipe.

SUJET DE LA RECHERCHE

Nous nous sommes procuré dans une agence EDF des dépliants donnant les tarifs ; nous les avons distribués à tous les élèves qui ont ainsi travaillé sur une situation réelle.

Le Gaz de France propose aux usagers divers abonnements. Chacun d'eux comprend :

- une partie fixe annuelle, répartie en douze mensualités, indépendante de la consommation ;
- un prix unitaire du kWh applicable à la consommation relevée sur le compteur de l'utilisateur.

Prix en vigueur à dater du :	abonnement	Code tarif	Montant mensuel fixe (francs)	Prix du kWh (centimes) applicable à la consommation	
				1 ^{ère} tranche 272 kWh par mois	surplus
1 ^{er} MAI 1978 Les prix indiqués ci-contre s'entendent TVA (17,6 %) incluse. *Le "code tarif" qui figure sur vos factures, permet d'identifier votre abonnement.		751	8,41		
		711	11,78	13,21	B ₀
	B ₁	712	36,88	9,03	B ₁
	3 Gb ind.	727	76,36	7,09	B ₂
	coll.	729	42,54	7,09	

Tableau 1

I. Plan du travail

1) Par équipes de 2, 3 ou 4, les élèves dégagent, des données de ce tableau, les 3 fonctions affines donnant le prix (en francs) payé par an, en fonction de la consommation C , pour chacun des 3 tarifs.

$$B_0(C) = 141,36 + 0,1321 C$$

$$B_1(C) = 440,16 + 0,0903 C$$

$$B_2(C) = 916,32 + 0,0709 C$$

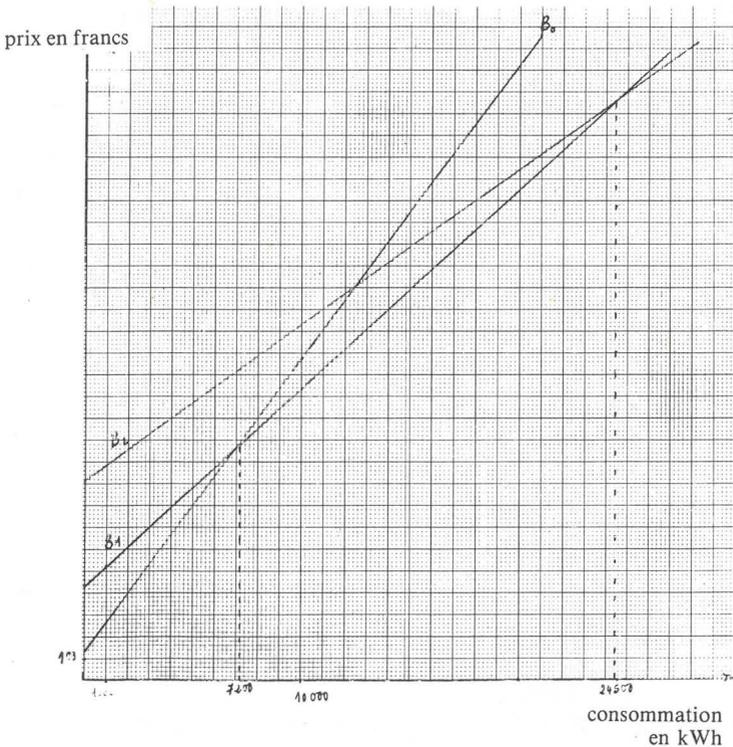
2) Ils tracent, sur papier millimétré, les droites représentatives des 3 fonctions affines.

- 3) Ils déterminent les seuils de changement de tarif :
 - C par les calculs,
 - G par lecture sur le graphique.
- 4) A l'aide du graphisme, les élèves trouvent quel est le tarif le plus économique, suivant la consommation annuelle de l'utilisateur.
- 5) Chaque équipe rédige un compte rendu de son travail.

II. Remarques sur le travail des élèves

1) Les calculs sur les nombres décimaux ont été relativement facilités par l'emploi des calculatrices.

2) Une première difficulté a été le choix des unités sur les axes pour la représentation graphique : les élèves, en regardant les factures et en faisant les calculs, se sont rendu compte des grands nombres trouvés pour la consommation en kWh. Après des essais en commun, ils se sont mis d'accord pour représenter 1000 kWh par 0,5 cm
100 F par 0,5 cm.



3) Le calcul des seuils s'est fait par la recherche des coordonnées du point d'intersection des droites.

$$\begin{aligned} \text{Exemple (1er seuil)} : 141,36 + 0,1321 C &= 440,16 + 0,0903 C \\ 0,0418 C &= 298,8 \\ C &= \frac{298,8}{0,0418} = 7148,3253 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Les élèves constatent une différence des résultats G lus sur le graphique et C , très précis, obtenus par les calculs.

Ils calculent alors l'erreur $\Delta = |C - G|$ et l'erreur relative $\frac{\Delta}{C}$ pour chaque seuil.

Ils ont pu ainsi apprécier l'incertitude de leur lecture suivant la qualité de leur graphique.

Exemple de calcul d'erreur sur le 1^{er} seuil :

$$|7148,3258 - 7200| = |-51,6747| \quad ; \quad \Delta = 51,6747$$

$$\text{erreur relative} = \frac{51,6747}{7148,3258} = 0,0072289$$

0,7% d'erreur pour le 1^{er} seuil.

4) La lecture des facturations gaz de leurs parents (sur une année) et la vérification de la bonne (ou mauvaise) tarification de Gaz de France, les ont intéressés par le contact qu'ils avaient ainsi avec la vie réelle.

Tableau 2

Tableau 3

DATE FACTURE		NICE				
21 09 78		relevé des compteurs		coefficient	consommation enregistrée	1 ^{er} branchement de l'heure
code tarif	consommation	ancien	nouveau			par an
E014C		12709	2234	100	1002147	
G751		2234	2251	11,07	188149'	
		en m ³			en kWh	

DATE FACTURE		LYON				
13 09 78		relevé des compteurs		coefficient	consommation enregistrée	1 ^{er} branchement de l'heure
code tarif	consommation	ancien	nouveau			par an
E024C		9449	9623	100	174	
E025		2220	22707	100	5002174	
DEDUCTION DES MONTANTS ESTIMES						
G711		3778	3795	1091	1851122	
DEDUCTION DES MONTANTS ESTIME						

Sur le tableau 2, G751 signifie gaz tarif de base (Cf. tableau 1).

Consommation : $2251 - 2234 = 17 \text{ m}^3$.

Le coefficient de conversion des m^3 en kWh est 11,07 :

$$17 \times 11,07 = 188 \text{ kWh.}$$

Sur le tableau 2, G711 signifie tarif 130 (Cf. tableau 1). Le coefficient de conversion est 10,91. On voit que le coefficient varie suivant la région.

5) Chaque équipe a présenté un rapport complet après un travail de recherche qui a demandé plusieurs heures et une synthèse planifiée en commun.

Quelques-unes de leurs remarques témoignent de l'intérêt pour ce genre de travail :

« Relevé du conteur (sic) chez M. B.

9243	9439	
9439	9569	$9776 - 9243 = 533$
9569	9681	$533 \times 11,07 = 5900,31 \text{ kWh.}$
9681	9776	

Monsieur B. est abonné au tarif B₁ (712). La consommation annuelle est de 5900 kWh. Or le seuil est à 7148 kWh. Comme sa consommation est inférieure à ce chiffre, il doit changer de tarif».

« Nous avons trouvé que cette étude de la tarification domestique du gaz est très intéressante (sic) et instructive. D'une part, nous avons pu ainsi appliquer des notions mathématiques vues durant notre année scolaire. D'autre part nous avons concrétisé, c'est-à-dire que nous avons utilisé des notions acquises pour un problème de la vie courante. Cela nous a permis aussi de travailler en équipe, ce qui est une expérience enrichissante.

Heureusement que nous avons la calculatrice ! ».

Un autre groupe apprécie d'avoir appris "comment l'on doit faire pour s'abonner, ce qui servira plus tard" et ajoute : "ce travail... ne ressemble pas aux exercices habituels, il nous change un peu et c'est mieux".

CONCLUSION

Ce travail était une illustration de la fonction affine par morceaux, présentée au préalable théoriquement. Il a fait réfléchir les élèves sur ces notions qui étaient restées jusque-là très abstraites.

D'autres notions ont été aussi éclairées, comme graduations, incertitudes, valeurs approchées, intersection de droites, calcul dans les décimaux.

D'autre part, il a montré aux enfants une intervention utile des mathématiques dans un problème de décision qui se pose dans la vie.