

LE PETIT DÉJEUNER

OBJECTIFS

Quelques problèmes de diététique faisant intervenir :

- *l'interprétation et l'exploitation de tableaux de données*
- *des activités numériques et graphiques*
- *la résolution de systèmes d'inéquations*
- *les lignes de niveau*
- *l'utilisation de calculatrices*

1^{er} problème (pour se familiariser avec les tableaux de données)

Etes-vous sûr d'avoir un régime alimentaire équilibré ?

L'énergie, évaluée en calories, dont l'homme a besoin, est fournie par trois types de nutriments : les protides, les lipides et les glucides.

La diététique moderne recommande que le petit déjeuner couvre entre le quart et le tiers des besoins journaliers.

Notre petit déjeuner correspond-il aux normes ?

Les tableaux I et II (dont des photocopies ont été distribuées) vous permettent-ils de répondre à cette question ?

Après examen des tableaux, un élève me dit qu'il faudrait connaître le poids de chaque aliment que l'on mange. Dès lors, je suis assailli de questions :

Combien pèse une tranche de pain ? une tasse de lait ? un morceau de sucre ?

J'avais, en prévision, fait quelques pesées :

une tranche de pain	50 g	une cuillerée à café de cacao	5 g
une tasse de lait	120 g	une cuillerée à café de miel	30 g
une pomme	150-200 g	un sucre	5 g
un yaourt	120 g	une biscotte	20 g
un bol de lait	300 g	un petit pain	40 g
du beurre sur une tranche de pain	5 g		

D'autres questions de ce genre me sont posées ; on se contente d'estimations, à charge de vérifier leur validité.

Cependant la recherche a du mal à s'organiser. Incontestablement les élèves éprouvent des difficultés à appréhender un problème aussi ouvert :

- choix personnalisé des données
- lecture et interprétation des tableaux.

Une adolescente de seize ans, solide fourchette au dire de ses camarades, tient à proposer le menu de son petit déjeuner :

deux tartines de pain blanc beurrées, une tartine de confiture, un œuf, un bol de lait en poudre écrémé avec deux morceaux de sucre.

Elle dresse le tableau suivant, calqué sur les tableaux de données.

Aliments en grammes	Calories	Protides	Lipides	Glucides
pain blanc 150	375	10,5	1,2	82,5
beurre 10	76,1	0,08	84	0,05
confiture 15	42,45	0,075	0,015	10,5
œuf la pièce	76	6,5	6	0,3
lait 300	1086	108	6	150
sucre 10	40	—	—	10
	1695,55	125,155	97,215	253,35

Si l'on se reporte aux normes déduites du tableau I, on trouve :

calories	protides	lipides	glucides
entre 800 et 1067	entre 24 et 32g	entre 17,5 et 24g	entre 135 et 180g

Notre adolescente manifeste sa stupeur devant ces résultats. On les soumet à la classe. La première réaction est l'amusement, mais lorsque j'indique que ce petit déjeuner me semble tout à fait normal et que, si anomalie il y a, il faut la chercher ailleurs, dans l'interprétation d'un tableau, par exemple, chacun cherche à découvrir la faille. C'est une excellente occasion de développer l'esprit critique. Finalement, quelqu'un trouve un peu bizarres les chiffres concernant le lait. Les calculs sont repris et donnent, cette fois, des résultats cohérents.

TABLEAU I

Normes de l'alimentation humaine. Besoins journaliers.

Adolescents	Calories	Protides	Lipides	Glucides
		en g	en g	en g
10 à 15 ans (1)	2000-3400	60-100	45-75	340-580
15 à 20 ans (2)	3200-3400	95-100	70-75	540-580

(1) Pour chaque norme, on adoptera de préférence la valeur la plus basse vers le début de la période correspondante et la valeur la plus haute vers la fin de cette période.

(2) Pour chaque norme, la valeur la plus basse concerne la jeune fille de taille et de poids moyens, et la valeur la plus haute le jeune homme de taille et de poids moyens.

TABLEAU II
100 g de la partie comestible des aliments fournissent

Aliments	Indications complémentaires	Calories	Protides en g	Lipides en g	Glucides en g
1. Fruits frais					
agrumes	citron, orange, mandarine, pamplemousse	45	0,7	0,2	10
autres fruits	poire, pomme	61	0,3	0,4	14
	raisin	81	1	1	17
	banane, figue fraîche	89	1,4	0,4	20
2. Oeufs					
œuf de poule entier		162	13	12	0,6
œuf de poule la pièce		76	6,5	6	0,3
3. Produits entiers					
lait entier		67	3,4	3,7	4,9
lait écrémé		36	3,6	0,2	5,5
lait en poudre entier		500	25	28	37
lait en poudre écrémé		362	36	2	50
beurre		761	0,8	84	0,5
yaourt		45	3,4	1,5	1
fromage blanc, fromage à pâte, ferme	cantal, gruyère, Hollande, St-Paulin	372	27	28	3
4. Céréales					
flocons d'avoine		367	14	5	66
orge perlé		355	8,5	1	78
pain de blé	complet	220	7,7	1	48
pain de blé	blanc	250	7	0,8	55
pain de seigle		230	7	1	51
biscottes		362	10	2,5	75
biscuits secs		410	11	9	72
pain d'épice		354	9	3,3	72
germe de blé		371	27,3	8,7	44
5. Matières grasses					
beurre		761	0,8	84	0,5
margarine		752	0,8	83	0,4
6. Produits sucrés					
sucré	de canne, de betterave	400	—	—	99-100
confiture		283	0,5	0,1	70(35)
miel		304	0,5	0,2	75
cacao	en poudre	492	21	28	38
chocolat		500	7	24	64
7. Jambon					
maigre		172	20	10	0,5
gras		332	15	30	0,5

2^e problème

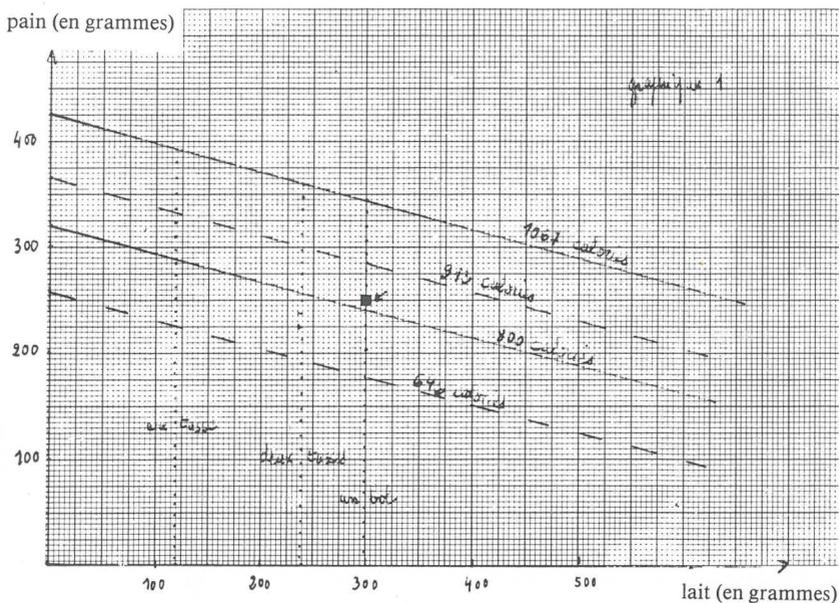
Pouvez-vous établir des petits déjeuners couvrant entre un tiers et un quart de vos besoins journaliers en calories, avec uniquement du pain blanc et une tasse de lait entier, du pain blanc et deux tasses de lait entier, du pain blanc et un bol de lait entier ? Combien de tranches de pain blanc au moins devrez-vous consommer dans chaque cas ?

On est d'abord amené à résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} x \cdot 0,67 + 2,5y < 1067 \\ x \cdot 0,67 + 2,5y > 800 \end{cases}$$

Dans le meilleur cas (carré fléché sur le graphique 1) on s'en tire avec 5 tranches de pain et un bol de lait.

Graphique 1



Mais n'est-il pas plus agréable de beurrer les tartines et de sucrer le lait ?

Avec 15 g de beurre et deux sucres, cela améliore la situation : 4 tartines suffisent (traits en pointillé sur le graphique 1).

3^e problème

Pouvez-vous établir un petit déjeuner qui couvre entre le tiers et le quart de vos besoins journaliers en calories, protides, lipides, glucides et qui ne comprend que du pain blanc et du lait entier ?

Cela revient à résoudre un système de huit inéquations.

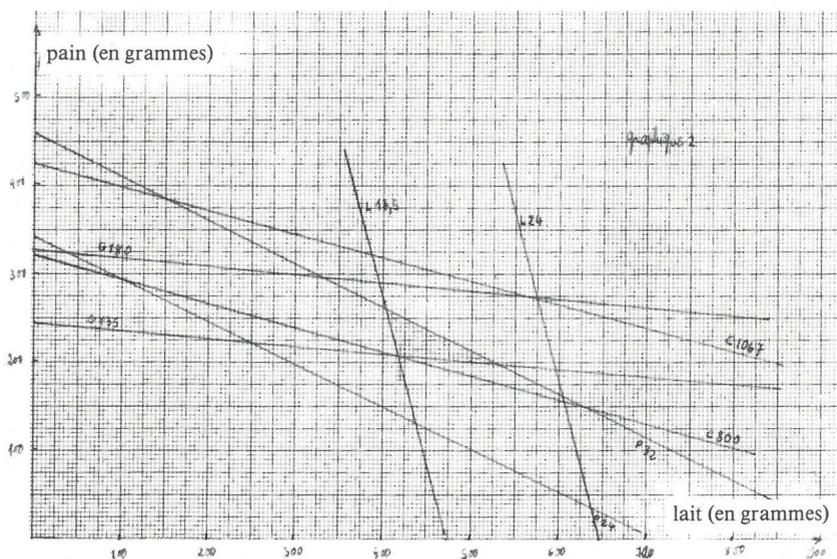
$$(1) \begin{cases} x \cdot 0,67 + y \cdot 2,5 \leq 1067 \\ x \cdot 0,67 + y \cdot 2,5 > 800 \end{cases} \quad \text{pour les calories}$$

$$\begin{cases} x \cdot 0,034 + y \cdot 0,07 \leq 32 \\ x \cdot 0,034 + y \cdot 0,07 > 24 \end{cases} \quad \text{pour les protides}$$

$$\begin{cases} x \cdot 0,037 + y \cdot 0,01 \leq 24 \\ x \cdot 0,037 + y \cdot 0,01 > 17,5 \end{cases} \quad \text{pour les lipides}$$

$$\begin{cases} x \cdot 0,049 + y \cdot 0,55 \leq 180 \\ x \cdot 0,049 + y \cdot 0,55 > 135 \end{cases} \quad \text{pour les glucides}$$

Graphique 2



L'ensemble des solutions se lit dans la partie en grisé.

Par exemple, 430 g de lait entier et 225 g de pain assurent un petit déjeuner équilibré.

Les lectures graphiques étant dans ce cas délicates, une vérification à la calculatrice programmable s'impose :

```

000 76 LBL
001 11 A
002 42 STD
003 00 00
004 91 R/S
005 76 LBL
006 12 B
007 42 STD
008 01 01
009 91 R/S
010 76 LBL
011 13 C
012 42 STD
013 02 02
014 91 R/S
015 76 LBL
016 14 D
017 42 STD
018 03 03
019 65 ×
020 43 RCL
021 02 02
022 85 +
023 43 RCL
024 01 01
025 65 ×
026 43 RCL
027 00 00
028 95 =
029 91 R/S
---
```

LRN LRN

Le programme ci-contre (TI58, TI59) permet de vérifier rapidement si un couple donné est solution du système (1).

Si l'on veut, par exemple, calculer :

$$430.0,67 + 225.2,5$$

on frappe successivement :

$$430 \text{ A } 0,67 \text{ B } 225 \text{ C } 2,5 \text{ D}$$

la calculatrice donne 850,6, valeur qui est bien comprise entre 800 et 1067.

4^e problème

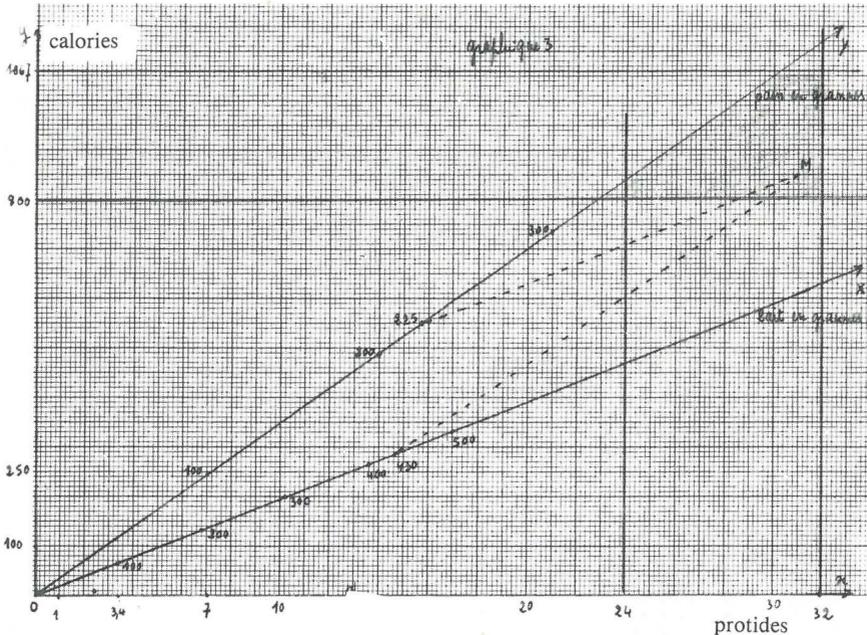
On peut aussi se poser la question de savoir sous quelles conditions (nombre de calories et masse de protides par exemple) on peut équilibrer le petit déjeuner composé uniquement de pain blanc et de lait entier.

Désignons par x la masse des protides (en grammes)
 par y le nombre de calories
 par X la masse du lait (en grammes)
 par Y la masse du pain blanc (en grammes)

On a : $x = 0,034X + 0,07Y$
 $y = 0,67 X + 2,5 Y$

On doit, bien sûr, éliminer les déjeuners sans pain (droite OX représentative de la fonction $x \mapsto \frac{67}{3,4} x$) et ceux sans lait (droite OY représentative de la fonction $x \mapsto \frac{250}{7} x$).

Graphique 3



OX et OY sont les axes d'un nouveau repère. On repère aisément sur chacun d'eux le point d'abscisse 100, ce qui permet de les graduer en grammes.

Le pentagone en grisé représente l'ensemble des solutions (petits déjeuners de pain blanc et de lait entier conformes aux normes). On constate que le point M (430;225) dans le repère OX, OY appartient effectivement à cette surface en grisé (graphique 3).

Remarques :

- la notion de ligne de niveau a été particulièrement utile pour montrer dans le deuxième problème la signification de la bande comprise sur le graphique 1 entre les droites 1067 calories et 800 calories ;
- l'intervention des calculatrices a, ici, l'immense avantage de permettre de travailler sur des données réelles.