

6 - TRANSLATEURS

par G.H. CLOPEAU, IREM d'Orléans

La donnée d'un couple (A, B) de points du plan définit une translation du plan ; le graphe de cette translation est $\overrightarrow{AB}$.

Un translateur est un appareil qui se règle sur le couple (A, B) donné — couple qu'il est commode d'appeler "ordonnateur" de la translation — et qui permet de construire l'image, par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, d'une partie — partie qu'on appelle aussi "figure" — du plan.

Nous distinguerons, selon "la figure" dont ils permettent d'obtenir l'image en une seule opération, trois types de translateurs :

- les translateurs élémentaires (pour un point)
- les translateurs pour une droite
- les translateurs universels (pour une figure quelconque)

Après avoir décrit ces trois types d'appareils, nous nous attacherons à leur intérêt pédagogique.

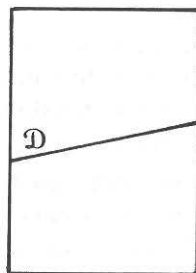
N.B. - On pourrait faire des études analogues pour symétriseurs, pantographes, inverseurs, ...

A. TRANSLATEUR ELEMENTAIRE (pour un point)

L'appareil

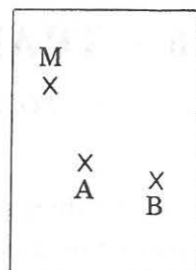
Sur le plan de la table glisse une feuille de papier calque sur laquelle une droite $\mathcal{D}$ est dessinée.

On dispose en outre d'un crayon et d'un poinçon.



Les données

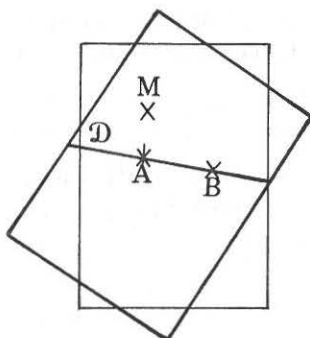
Sur le plan de la table, une feuille de papier à dessin fixée porte le dessin de l'ordonnateur (A,B), et d'un point M.



Position initiale

On a amené $\mathcal{D}$ sur (AB).

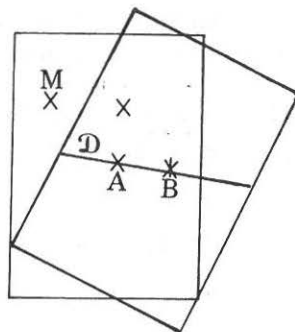
On relève sur le calque les points A et M.



Position finale

$\mathcal{D}$ est toujours sur (AB). Le relevé de A est amené sur B. Alors le relevé de M est sur M'.

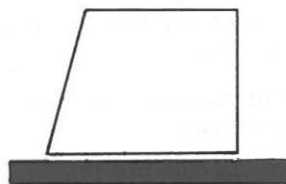
On reporte M' sur le plan de la table en perçant le calque à l'aide du poinçon.



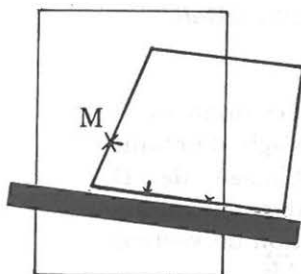
Variante :

L'appareil est constitué par une règle et une plaque rigide transparente dont un bord rectiligne peut glisser sur la règle.

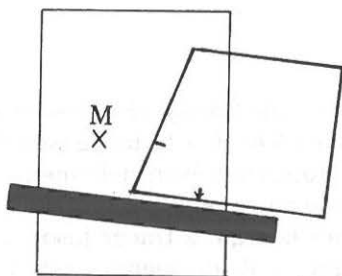
En outre, au lieu du poinçon, il faut un marqueur spécial permettant d'écrire sur la plaque (et pouvant s'effacer), ou bien des index auto-collants.



Dans la position initiale, la règle est sur (AB). On fait glisser la plaque jusqu'à ce qu'un de ses bords vienne sur M. On relève alors les points A et M sur la plaque.



Dans la position finale, la règle n'a pas bougé, la plaque a glissé pour que le relevé de A vienne sur B. On peut alors reporter M' à l'aide d'un crayon sans avoir à percer la plaque.



Remarques :

1°) Le dispositif précédent existe dans le commerce. Mais la plaque transparente est trop épaisse, ce qui introduit des erreurs de parallaxe.

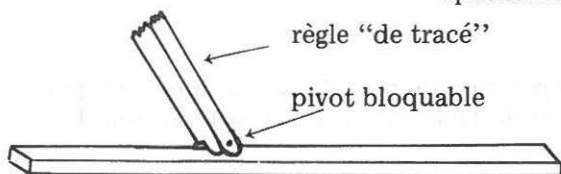
2°) Au tableau noir, le calque peut être remplacé par une toile de tamis tendue sur un cadre. La craie, pressée sur le tamis, laisse à travers lui une trace sur le tableau.

B. TRANSLATEURS POUR UNE DROITE

Ces appareils utilisent le mouvement de translation rectiligne défini par une "glissière".

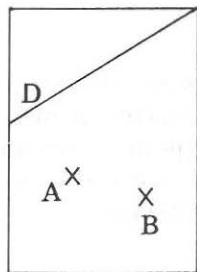
Exemple d'appareil :

règle transparente mince
sur laquelle on peut relever
des points grâce à un marqueur
spécial ou des index autocollants.

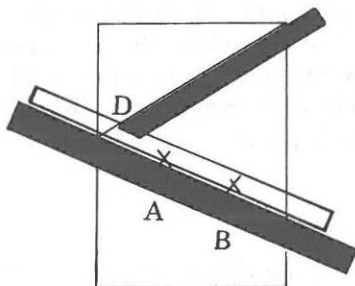


Utilisation

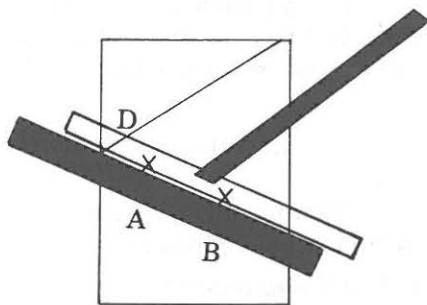
Les données. Il s'agit d'obtenir l'image de D dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.



La règle transparente est posée sur (AB). On la fait glisser (en s'appuyant éventuellement sur une autre règle) et on fait tourner la règle à tracer jusqu'à ce que celle-ci vienne sur (D). On relève alors A sur la règle transparente.

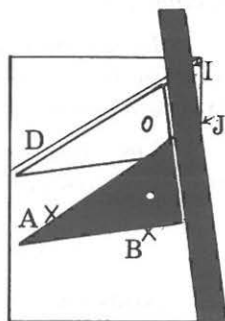
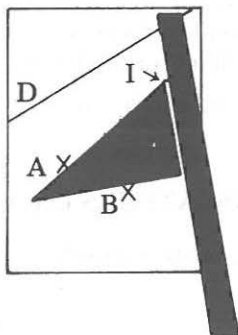
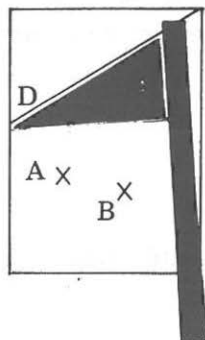


La règle transparente est toujours sur (AB) mais le relevé de A est sur B. La règle à tracer permet alors de tracer une partie de (D), qu'on prolongera éventuellement avec une règle ordinaire.



Autre exemple

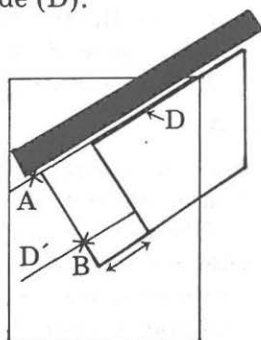
Au prix d'une manipulation un peu plus compliquée, on peut se contenter de la règle et de l'équerre, mais la justification de ce procédé sera un peu délicate.



On place un bord de l'équerre sur (D) et la règle sur un autre bord de l'équerre. La règle étant maintenue fixe, on fait glisser l'équerre jusqu'à ce que le bord qui était sur (D) passe par A. On relève alors sur la règle le point I de rencontre de ce bord avec l'arête de la règle. On recommence, le bord de l'équerre passant par B, ce qui permet de repérer le point J sur la règle. On maintient l'équerre et on fait glisser la règle jusqu'à ce que I soit sur (D). On maintient la règle et on fait glisser l'équerre jusqu'à ce que son bord coupe en J l'arête de la règle. Ce bord détermine l'image de (D) dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Cas particulier

Si l'ordonnateur est donné de telle sorte que A soit sur (D), alors un translateur élémentaire, équipé d'un dispositif permettant de fixer le crayon, permet d'obtenir très rapidement l'image de (D).



La règle étant posée sur (D) et la plaque ayant un bord sur (D) et un autre bord passant par B, on fixe le crayon au relevé de B (avec la main).

En maintenant la règle fixe et en faisant glisser la plaque au contact de la règle, le relevé de B décrit, de façon continue, la droite (D') image de (D) dans la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Remarque

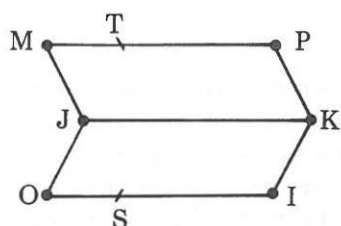
Le parallex minerva est une plaque de plexiglass portant de nombreux trous qui aident à fixer le crayon. Il permet de tracer très rapidement des parallèles à une droite donnée.

Les trusquins (du menuisier ou de l'ajusteur) utilisent un principe analogue.

C. TRANSLATEURS UNIVERSELS

Nous en donnerons trois exemples, de complexité croissante.

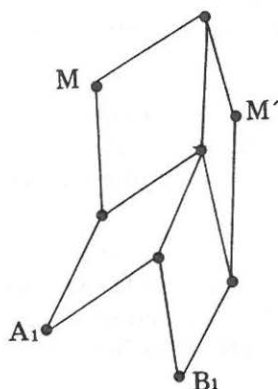
Premier exemple



L'appareil est constitué de deux parallélogrammes déformables ayant un côté commun (figure ci-contre) JK. Deux stylets S et T coulisent sur [OI] et sur [MP].

Pour utiliser l'appareil, il faut d'abord régler la position du stylet T en amenant M sur A et T sur B (rappelons que (A,B) désigne l'ordonnateur de la translation). Alors, O étant fixé sur A, S fixé sur B, si M décrit une figure (F), T décrit l'image de (F) par la translation de vecteur $\vec{AB}$.

Deuxième exemple

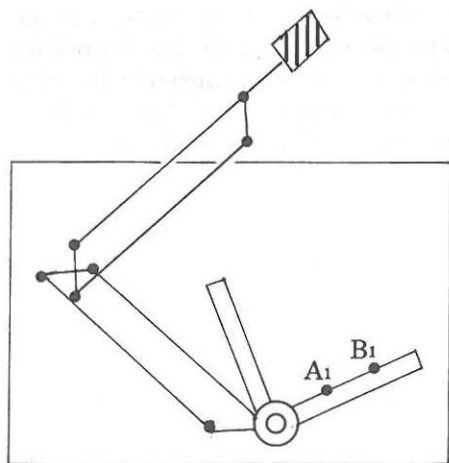


On évite l'inconvénient du réglage préalable en combinant quatre parallélogrammes déformables comme l'indique la figure ci-contre.

Si A_1 est fixé sur A et B_1 sur B, alors, si M décrit une figure F, M' décrit l'image de F dans la translation de vecteur $\vec{AB}$.

La réalisation d'un tel appareil est délicate (la précision du meccano est insuffisante). D'autre part son utilisation pratique est limitée par les blocages qui se produisent quand l'un des parallélogrammes s'aplatit.

Troisième exemple



On munit un bord de l'équerre d'un appareil à dessiner professionnel de deux stylets A_1 et B_1 dont la position est réglable.

Le réglage préalable de l'appareil consiste à amener A_1 sur A et B_1 sur B et à fixer la position de B_1 sur cette équerre. Il est alors aisé de faire décrire une figure F donnée au stylet A_1 et le stylet B_1 dessine l'image de F dans la translation de vecteur $\vec{AB}$, ceci avec une excellente précision.

D. INTERET PEDAGOGIQUE

Si l'on pense que le seul intérêt du translateur est d'obtenir l'image, par une translation donnée, d'une figure donnée, on trouve évidemment méprisable le translateur élémentaire, car construire point par point l'image d'une figure donnée est fastidieux et imprécis.

Pourtant, les translateurs élémentaires suffisent pour :

1°) Contrôler expérimentalement l'adéquation au plan technique du modèle "plan affine", ou mieux (au niveau de la quatrième) induire le modèle à partir de la manipulation de l'instrument. En effet :

a) L'appareil définit une bijection du plan sur le plan pour chaque ordonnateur (A,B) donné (autrement dit des points distincts ont des images distinctes et réciproquement).

Si M' est l'image de M dans la bijection d'ordonnateur (A,B) , alors B est l'image de A dans la bijection d'ordonnateur (M,M') .

En résumé : à tout couple (A,B) de points du plan, le trans-

lateur fait correspondre une bijection unique (translation) dans laquelle B est l'image de A.

b) L'appareil permet de contrôler qu'il n'existe pas de contradiction, expérimentalement décelable, entre les propriétés des translations $\mathcal{T}$ énoncées ci-dessous, et les propriétés du plan technique ; autrement dit le modèle mathématique "plan affine" est, au degré d'approximation de l'appareil, un modèle satisfaisant pour le plan technique :

le signe + signifiant "suivie de" :

$$\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2 = \mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_1$$

$$(\mathcal{T}_1 + \mathcal{T}_2) + \mathcal{T}_3 = \mathcal{T}_1 + (\mathcal{T}_2 + \mathcal{T}_3)$$

θ désignant la transformation identique : $\mathcal{T}$ étant donnée, il existe $\mathcal{T}'$ telle que

$$\mathcal{T} + \mathcal{T}' = \theta$$

c) L'appareil permet de construire une graduation "régulière". Si B est image de A, C image de B, D image de C etc et si T est image réciproque de A, S image réciproque de T ... etc, par la translation $\mathcal{T}$, la suite des points S, T, A, B, C, D.... est une partie construite d'une graduation régulière qu'on peut concevoir illimitée.

Ainsi peut s'introduire le produit d'un vecteur par un naturel, puis par un entier, produit pour lequel les axiomes de la structure vectorielle se "vérifient" expérimentalement.

On généralise sans peine au produit d'un vecteur par un rationnel puis par un réel.

2°) Construire l'image d'une figure constituée de droites, une fois établi que l'image d'une droite est une droite. De ce fait, un translateur élémentaire et une règle suffisent pour pratiquer une "géométrie de construction" dont les avantages pédagogiques ont été présentés par ailleurs (cf séminaire 11, 12, 13 juin 1975 IREM Orléans).

*

*

*

Les translateurs pour une droite permettent d'obtenir plus rapidement l'image d'une figure constituée de droites. Mais ils ne peuvent servir à l'initiation. Il est préférable de justifier leur fonctionnement après avoir élaboré la théorie. Après quoi, ils permettent de gagner du temps.

Il en est de même des translateurs universels (utilisés comme tels car un translateur universel peut évidemment être utilisé pour obtenir l'image d'un point). D'autre part, les figures de la géométrie affine donnant lieu à raisonnement en classe de quatrième sont des figures constituées de droites. Les performances d'un translateur universel ne sont donc pas requises à ce niveau.

Il est cependant intéressant d'inventer un tel appareil, ou d'en expliquer le fonctionnement, d'en critiquer la précision, de réaliser avec son aide un dessin décoratif... etc. Mais, trop sophistiqués et trop chers, ces appareils ne se prêtent guère à une utilisation courante en classe par chaque élève individuellement, cherchant à comprendre la théorie ou à résoudre un problème.

Publications A.P.M.E.P.

**Bibliothèque de travail
du professeur de mathématique**

Les CARRES MAGIQUES

Brochure de 48 pages sur un "thème vertical"

Prix : 4 F par la poste : 5,15 F