3 - A L'ÉCOUTE DE MARCEL DUMONT

INTRODUCTION A D'AUTRES TEMPS

Avant tout débat sur l'enseignement, une sage précaution pour chacun des participants, et spécialement pour ceux qui l'animent ou le dirigent, serait de lire rapidement des biographies telles que celles de Galilée, de Galois, de Cantor. Ceci aurait pour effet de nous rappeler que :

1) l'exercice du pouvoir culturel est le plus grand facteur de sclérose pour ceux qui exercent ce pouvoir (à tous les niveaux). Malheur à ceux qui n'ont pas les idées des puissants du jour, idées concernant les connaissances elles-mêmes !

2) les progrès fondamentaux sont toujours dus aux remises en cause des fondements mêmes des usages. A partir d'un certain moment, les raffinements et perfectionnements de détail n'aboutissent qu'à des progrès minimes. C'est vrai dans toutes les disciplines, à l'intérieur comme à l'extérieur. La terminologie de ces dernières et les cloisons qui les séparent, datant de plusieurs siècles, seront bouleversées d'ici peu. Ce travail est à faire.

Les optimistes pourraient croire que nos anciens souffraient d'un manque de recul historique, et que maintenant nos élites ont acquis une ouverture d'esprit telle que, plus jamais, des incompréhensions ne se produisent. Hélas, les repêchages miraculeux comme ceux de l'étudiant Grothendieck ne se produisent pas toujours. De toutes façons, le problème ne concerne pas seulement la détection et la sélection des élites ; il concerne la masse des citoyens.

Ces lignes n'ont d'autre but que de nous mettre en garde contre des idées toutes faites. Quand aux modifications du comportement humain, elles se situent à une échelle des temps hors de notre portée ; plusieurs milliers de générations, peut-être ?... Ceci pourrait expliquer l'intolérance des uns et la patience des autres et vice-versa ... ! L'espace est autre chose que la ligne droite et le plan ! Un point, ce n'est pas tout !

3.1. UN PEU D'HISTOIRE ... (de 1969 ... à 1975)

Les trois premiers papiers ci-joints ont été diffusés lors des stages d'expérimentation qui ont précédé la réforme, voici bientôt dix ans. D'autres, concernant des thèmes précis : distances, topologies, incidences et bords, etc..., avaient amorcé des débuts d'expériences (qui n'ont servi à rien ... ou presque rien puisque non-conformes aux idées des autorités).

Ce rappel n'a pas pour but de mettre en vedette tel ou tel d'entre nous ; il nous incite seulement à prendre nos libertés vis-à-vis de toute opinion préconçue, d'où qu'elle vienne, y compris de nous-mêmes.

A) Dijon (Mai 69)
B) Remarques (Août 69)
C) Signal d'alarme (Septembre 69)
D) Où va l'enseignement général ? (Novembre 69)
E) Libres propos (Avril 75)

Qu'en est-il maintenant ? Autant en emporte le vent !

*

* *

Dijon — Mai 1969

Pour ou contre la géométrie ? Pourquoi ?

Depuis de longs mois, chacun s'interroge sur l'orientation à donner à l'enseignement en quatrième et troisième. Un voeu se retrouve dans tous les rapports régionaux : voir définir une ligne de conduite. Ce voeu, nettement explicité en février, eut alors pour conséquence la décision de mettre cette question à l'ordre du jour du stage de mai.

Dans leur travail de réflexion, les animateurs de la région parisienne, et, parallèlement, certaines équipes de LYON, sont partis de l'analyse de la situation en 1969. Il existe alors un *programme* que l'on qualifie de "traditionnel" et qu'il est décidé d'abandonner, et un *projet de programme* élaboré par la commission LICHNEROWICZ, mais non encore reconnu. Ceux qui ont participé à l'élaboration de ce projet savent bien à quels débats il a donné lieu ! La rédaction réalisée fut certes accueillie avec une certaine satisfaction (Ne permettait-elle pas une construction plus "propre" de la géométrie ?). Mais cette "certaine satisfaction" s'accompagnant d'un "certain malaise" mal dissimulé.

Pourquoi ce malaise ?

Deux questions, que se posent les praticiens, expliquent cette inquiétude :

1°) Les jeunes enfants de quatrième sont-ils intellectuellement prêts à accueillir une construction axiomatique de la géométrie ?

2°) Le problème a-t-il été réellement bien posé ? Ne fallait-il pas revenir à la signification même de la géométrie plutôt que de se contenter de trouver la présentation satisfaisant le plus nos exigences de mathématiciens et d'adultes pour une matière dont l'existence même n'était pas mise en doute ?

Nos travaux à l'Institut Pédagogique National ont commencé par une tentative de définition de la géométrie.

La géométrie part de situations concrètes, étudiées et décrites avec un certain langage, dit géométrique, qui est toujours, avec quelques variantes, celui hérité des Grecs. Ce langage fut longtemps le seul mode de description des situations réelles, mais, *aujourd'hui*, on ne peut ignorer l'existence d'un autre langage, le langage algébrique des structures.

Ce rappel historique conduit à poser le problème de l'enseignement de la géométrie sous la forme suivante :

FAUT-IL CONSERVER LE LANGAGE GEOMETRIQUE TRADITIONNEL... OU BIEN LE COURT-CIRCUITER, ET FAIRE TOUT DE SUITE L'ETUDE DE SITUATIONS REELLES A L'AIDE DU LANGAGE ALGEBRIQUE ?

L'enseignement traditionnel de la géométrie a ses défenseurs. Il convient de ne répondre à la question posée qu'après avoir examiné les arguments en faveur de ce type d'enseignement. Nous en avons dégagé deux ! Il éduque la rigueur, il développe l'imagination. Il ne paraît pas incompatible de changer de conception pour l'enseignement de la géométrie et de conserver ces finalités !

Nous avons retenu un certain nombre de thèmes qui, à notre avis, vont permettre d'éduquer la rigueur et de développer l'imagination tout en évitant les écueils d'une axiomatique qui ne passerait pas très facilement chez nos jeunes élèves !

La liste de ces sujets — qui ont fait l'objet d'un début d'étude — n'est pas limitative. Elle concerne les thèmes suivants :

1° Notion de groupes et corps finis et non finis. Calcul dans **Z** et dans **R**.
2° Espaces vectoriels sur corps ou anneaux finis ou non finis.
3° Distances.
4° Mesures.
5° Chemins - Cheminements.
6° Logique et organisation de l'information.
7° Dessin géométrique.

Il ne faut pas oublier, en effet, les élèves qui termineront leurs études en fin de troisième et qui auraient besoin d'une certaine connaissance du dessin géométrique... Mais il convient surtout de donner à *tous* de bonnes techniques, de bons concepts, facilement utilisables quelle que soit l'orientation future.

Il est certain que tout un travail préparatoire, de réflexion et de discussion, s'impose. Adoptant une technique de travail rappelant celle des premiers stages d'expérimentateurs, il nous serait possible, par petits groupes, de rechercher des exemples précis illustrant telle ou telle question.

*

*   *

Remarques concernant le projet de programme de 1968-69 relatif aux classes expérimentales de quatrième

L'objet essentiel de l'enseignement s'adressant à tous les elèves de 6 à 16 ans n'est pas de satisfaire aux exigences de tels ou tels spécialités ou spécialistes. Il est avant tout de donner la possibilité aux hommes

1° de vivre avec leur temps, de comprendre et dominer les techniques au lieu de les subir,
2° de leur donner les moyens de préparer le futur en développant toutes les "qualités" ou "vertus". Cet enseignement, qui est un enseignement de masse, doit surtout éviter un grave danger : la ségrégation intellectuelle avec les sentiments de supériorité qu'elle entraîne chez les privilégiés.

Ceci étant admis, un programme *expérimental* pour un niveau donné (quatrième par exemple) *n'a pas pour but de prolonger l'enseignement donné aux niveaux inférieurs, ni de préparer celui* *des niveaux supérieurs.* Il doit en tenir compte évidemment, mais son but est d'aller de l'avant, c'est-à-dire de corriger éventuellement les erreurs ou lacunes des programmes inférieurs ou supérieurs dans l'optique définie ci-dessus.

Le projet REVUZ suppose que c'est au niveau de la classe de quatrième que peut s'introduire l'idée de déduction. "Présente partout dans la science, elle doit donc l'être aussi à partir d'un certain niveau dans l'enseignement. Dès la quatrième, elle peut et doit intervenir dans de nombreuses occasions". Ceci suppose qu'il n'y a pas de déduction avant la classe de quatrième. Les exemples proposés montrent combien est grande la confusion entre :

1) recherche d'informations
2) codage de ces informations
3) organisation de ces informations
4) codage de l'organisation de ces informations

Tout comportement intelligent de l'être humain et cela dès la plus tendre enfance est à base de déduction et imitation. L'enfant qui bricole, l'ouvrier qui dépanne un moteur font des déductions. Vouloir limiter son introduction à la classe de quatrième est un non-sens. Le projet veut dire sans doute, 1) l'organisation de déduction en mini-théories, 2) la formalisation de ces mini-théories à l'aide de divers langages, y compris la langue usuelle.

Si l'unanimité est grande sur la nécessité de faire des "déductions" au sens large afin de développer les qualités d'"honnêteté intellectuelle", de "rigueur", etc... et autres mots mal définis, elle l'est moins sur la "fécondité" de ces déductions. En effet, une qualité essentielle au progrès de l'humanité nous paraît singulièrement négligée dans les programmes scientifiques latins : l'imagination.

Plusieurs dangers menacent notre enseignement des mathématiques, dangers dont ne sont pas toujours conscients les responsables (à cet égard le privilège d'infaillibilité n'est reconnu à personne, individu ou commission aussi prestigieuse soit-elle !).

Ces dangers sont :

1) figer l'imagination en imposant trop tôt et trop systématiquement des contraintes formelles-déductives;
2) vouloir faire "la" théorie des théories avant d'avoir donné suffisamment d'exemples de mini-théories;

3) lier l'étape déductive et formelle à l'âge des élèves alors que cette étape dépend avant tout des expériences antérieures de l'élève (enfant ou adulte) relatives à un thème particulier (En effet, on peut fort bien être au stade formel et déductif pour un thème, et n'être qu'au stade préhension, familiarisation et découverte pour un autre thème);
4) oublier la nécessité de faire acquérir à la plus grande masse des connaissances ignorées jusqu'à ces dernières années et indispensables aux générations futures. Des branches nouvelles se sont créées ou ont pris une importance considérable. Il serait extrêmement dangereux d'attendre plus longtemps pour introduire des notions d'informatique, de statistique et probabilité, de recherche opérationnelle dans les programmes du premier cycle. Les carences des programmes expérimentaux antérieurs ne doivent pas empêcher l'expérimentation de programmes raisonnables mais évolués.

En bref, l'argument selon lequel un programme expérimental pour les classes de quatrième et troisième doit prolonger les programmes de sixième et cinquième et préparer les programmes de second cyle est un argument de stagnation contraire à toute idée d'expérimentation et de progrès. L'idée de linéarisation de l'enseignement d'un bout à l'autre de la scolarité, idée qui régit depuis longtemps l'élaboration des programmes, est une idée dont l'efficacité à court terme est indéniable. Mais le rythme avec lequel les connaissances s'accroissent, les techniques et les besoins évoluent, font douter de son efficacité à long terme.

Des voies autres que ces programmes linéaires sont possibles. En tout cas, le but essentiel d'une expérience est de rechercher les voies les plus efficaces et non de se conformer aux prescriptions d'une longue tradition.

Le programme proposé par l'assemblée des expérimentateurs a le mérite d'ouvrir largement l'éventail des connaissances qui s'avèrent indispensables ; initiation à l'informatique, initiation aux statistiques, initiation à la recherche opérationnelle, etc... Le but de la présence de tels thèmes expérimentaux n'est pas de faire des théories sur ces thèmes mais d'enrichir l'expérience des élèves et les préparer ainsi d'une part à mieux entrer dans la vie, d'autre part à mieux comprendre les théories qui leur seront enseignées plus tard.

Les programmes traditionnels, Lichnérowicz et Revuz font une place trop grande aux théories (réels, géométrie affine plane) et oublient complètement les aspects utilitaires traditionnels (calculs pratiqués sur des rationnels à développement limité, dessin géométrique) et modernes (branches évoquées précédemment).

C'est pourquoi il importe, de toute urgence, de reconsidérer le problème de l'expérimentation en accordant la plus grande liberté aux expérimentateurs. A la lumière des travaux accomplis au cours de l'année, et seulement après ces travaux, alors les autorités compétentes pourront d'un commun accord décider de l'extension ou de la restriction des programmes et méthodes expérimentés.

La question essentielle est de savoir si, oui ou non, les expérimentateurs ont la confiance des autorités pour ne pas léser les enfants qui leur sont confiés.

Marcel DUMONT
17 août 1969

*
* *

Signal d'alarme

Le retard accumulé par notre pays sur de nombreux plans a entre autres causes une carence certaine de notre système d'enseignement et d'éducation. Freiner les initiatives qui tentent de moderniser cet enseignement et lui redonner la place enviable qu'il avait autrefois est un véritable crime envers nos jeunes générations, envers le pays tout entier. Il importe que chacun d'entre nous prenne conscience de la gravité de la situation : les querelles mesquines, les idées préconçues, les traditions, les ambitions personnelles doivent disparaître devant ce seul objectif : donner à nos enfants d'aujourd'hui les moyens de vivre en hommes libres et conscients dans la civilisation de demain. Vouloir ignorer les techniques nouvelles est le plus sûr moyen de transformer nos enfants en esclaves ou en révoltés.

C'est pourquoi l'assemblée des expérimentateurs de l'Institut Pédagogique National avait proposé le 21 mai 1969 un projet de programme expérimental de mathématiques pour les classes de quatrième et troisième. Ce projet se caractérisait par plusieurs aspects :

Contenu

1) introduction de thèmes nouveaux : recherche de moyens d'enseigner des notions élémentaires d'informatique, de statistiques et probabilités, de recherche opérationnelle, de logique, de topologie, de structures algébriques fondamentales

2) disparition de la géométrie en tant qu'objectif n° 1 de l'enseignement traditionnel, mais maintien d'exemples géométriques, entre autres, pour illustrer des thèmes algébriques

3) présence de thèmes concernant des techniques usuelles telles que dessins géométriques, calculs n'excluant ni les fonctions trigonométriques, ni les fonctions logarithmiques et exponentielles.

Forme

Un tel programme n'a plus l'aspect linéaire habituel : il s'agit en effet beaucoup plus d'enrichir l'expérience des enfants que de leur présenter toute achevée une théorie prématurée. En outre il reste identique en quatrième et en troisième, ce qui permet aux maîtres de passer d'une étape de familiarisation, d'expériences sensorielles, à l'étape de mathématisation, c'est-à-dire d'organisation puis de formalisation.

Toutefois l'ignorance où nous sommes concernant un tel enseignement exige que l'on accorde une liberté suffisante aux expérimentateurs. C'est la raison pour laquelle une rédaction détaillée des contenus de chaque thème n'a pas été proposée. Les détails de ces contenus devant se préciser au fur et à mesure que se déroulent les stages de confrontation et préparation des expériences.

Par contre une série de documents soulignant l'esprit dans lequel ces thèmes pouvaient être abordés, esprit d'abord pragmatique avant d'être formel, devait accompagner ce projet. Quelques-uns de ces documents ont été ébauchés.

Or ce projet a été repoussé par l'Inspection Générale sous le prétexte suivant : il sera impossible d'informer les maîtres de ce nouveau contenu. Cet argument paraît faible :

1) il s'agit d'un programme expérimental précédant de deux ans la mise en application d'un programme qui peut fort bien

différer du projet initial. Deux années permettent un travail efficace pour autant qu'on le veuille.

2) cédant aux pressions des spécialistes, l'Inspection Générale a accepté dans des classes supérieures et accepte pour les classes de quatrième et troisième un projet d'enseignement de la géométrie par une voie axiomatique et formelle. Or le recyclage des maîtres du premier cycle concernant une axiomatique de la géométrie euclidienne et une approche de l'analyse est une entreprise au moins aussi difficile (les expériences, à ce sujet, faites dans plusieurs pays le montrent).

De toutes façons, recyclage difficile ou non, c'est avant tout l'objectif même de l'enseignement qui doit être repensé d'abord ; les moyens doivent évoluer en fonction des objectifs et non vice-versa.

En fait la raison profonde de ce refus est la place prépondérante que tient la géométrie dans l'enseignement traditionnel et même "moderne", raison beaucoup plus sentimentale que logique. Seule une ébauche d'analyse montre la fragilité de ce sentiment :

1) Point de vue utilitaire (pour autant que ce terme ait un sens précis).

La géométrie de l'enseignement secondaire a été et est souvent considérée comme une description de notre espace usuel.

C'en est une, en effet, et nous ne l'oublions pas ; mais ce mode de description ignore d'autres propriétés de cet espace, propriétés de nature topologique qui actuellement prennent une importance considérable : tous les problèmes de cheminements, échangeurs d'autoroutes, circuits imprimés, etc. Il est normal que ces nouveaux problèmes importants dans notre civilisation actuelle trouvent place dans notre enseignement, par là-même introduisent de nouveaux modes de description de notre espace et réduisent du même coup la place accordée à une description antique.

2) Point de vue éducatif.

L'enseignement déductif de la géométrie euclidienne avait deux objectifs : l'un, explicite "apprendre à raisonner", l'autre, implicite, "développer l'imagination".

a — "développer l'imagination" : en quoi cette géométrie sollicite-t-elle l'imagination ? Essentiellement à cause de la présence d'un matériau sensible, "les lignes, les figures" prenant allure d'un mode d'information direct, global sur lequel la pensée peut travailler indépendamment de toute expression verbale. Ce fait était d'autant plus remarquable que, de toutes les disciplines scientifiques, c'était peut-être la seule mettant en oeuvre l'imagination créatrice.

Or depuis vingt ans se développent des modes d'information aussi visuels et synthétiques que les lignes droites et les cercles : graphes, organigrammes, diagrammes, schémas, arbres, etc.. Ces dessins, à la fois objets et moyens d'information, sollicitent tout autant l'imagination créatrice et ont en outre l'intérêt de pouvoir s'appliquer à des situations beaucoup plus générales.

b — "apprendre à raisonner" : traditionnellement les autres branches des mathématiques dans le secondaire étaient beaucoup plus un enseignement de techniques, de mécanismes, qu'une école de réflexion. Seule la géométrie apparaissait comme le temple de la rigueur, de la déduction plus ou moins sophistiquée. Hélas, d'une part la langue utilisée, notre langue usuelle, est porteuse de tant d'illogismes, de sous-entendus, d'ambiguïtés que son emploi est à double tranchant. D'autre part les fondements axiomatiques s'avèrent inconsistants. Bien qu'inconsistants, certains, tels les cas d'égalité de triangles, conservent un attrait dû sans doute à un aspect non négligeable à tous points de vue : l'aspect combinatoire. Or cet aspect combinatoire, dû à la nomenclature simpliciale du triangle, est l'objet même des structures algébriques fondamentales ; donc il peut se retrouver ailleurs que dans cette présentation de la géométrie.

Pour pallier cette faiblesse logique, certains proposent des axiomatiques modernes, cohérentes. Malheureusement il s'agit là d'un édifice théorique, logique, qui, pour être suivi et compris, s'étale sur plusieurs années.

Le problème est donc de savoir s'il n'est pas plus efficace d'enseigner des mini-systèmes, réduits dans le temps pour mieux faire comprendre ce que sont des systèmes formels déductifs, qui auraient l'avantage de s'appliquer à des notions indispensables aujourd'hui. En outre, l'élaboration de programmes d'instructions pour machines constitue un entraînement impitoyable à la rigueur. La machine n'interprète pas les oublis, les ambiguïtés. N'est-ce pas la meilleure école d'auto-correction ?

En bref, il ne s'agit pas de faire disparaître et l'esprit de géométrie et l'esprit de finesse dont s'enorgueillit notre enseignement sans trop savoir ce que cachent ces mots.

Il s'agit de trouver les moyens les plus efficaces de donner à nos enfants les connaissances qui leur permettront, en quittant l'école à 16 ans, de ne plus confondre les sciences non-occultes et les autres, de ne pas être les esclaves de leur civilisation.

Mais en même temps, il s'agit aussi de sauvegarder les vertus chères aux yeux de tous, la rigueur, l'imagination et par-dessus tout la faculté de s'adapter rapidement à des situations nouvelles.

Tout le reste n'est que querelle entre anciens et nouveaux spécialistes.

De plus, dans certains pays, la place qu'occupent les mathématiques dans l'éducation est prépondérante. 6 heures hebdomadaires leur sont consacrées d'un bout à l'autre de la scolarité. Il est inutile de souligner que ces pays sont à la pointe de l'essort technique. On mesure l'écart si l'on songe aux 3 heures hebdomadaires qui sont consacrées aux mathématiques dans nos 4 années du premier cycle. Faute de moyens suffisants dans l'immédiat (personnels, crédits, etc.) il est néanmoins possible et urgent d'accorder 4 heures à cette discipline dans les 40 ou 50 classes expérimentales.

Si l'expérimentation d'un tel projet ne devait pas se faire dans les 2 années qui viennent, avec un accroissement de l'horaire portée à 4 heures hebdomadaires au moins, nous accumulerions un retard terrible par rapport à d'autres pays. Il faut que nos responsables prennent conscience de la gravité du problème. S'ils n'en sont pas capables, alors le pays se passera d'eux ou il périra.

Marcel DUMONT
3 septembre 1969

*

*   *

Où va l'enseignement général ?

Enseignement général, classique, moderne... : ces mots, comme beaucoup d'autres, ont-ils conservé, à l'heure actuelle, un sens assez précis pour qu'ils vaillent la peine d'être utilisés ? L'enseignement général désigne celui qui est dispensé à toute la population scolaire jusqu'à la classe de Seconde. Il serait trop long d'en analyser les objectifs, les contenus, les méthodes, les résultats.

Un enseignement général est souvent conçu comme un enseignement de type non-professionnel, c est-à-dire ne spécialisant pas les élèves à telle ou telle profession. Or l'exercice d'une profession fait souvent intervenir plusieurs disciplines ; d'où cette idée qu'un enseignement général ne doit pas spécialiser les élèves à telle ou telle discipline. Ceci sous-entend que si cet enseignement remplit bien sa mission, il doit permettre n'importe quelle spécialisation ultérieure.

N'entrons pas dans les querelles des psychologues débattant sur la signification ou l'absence de signification du mot "aptitude". Soulignons simplement ce fait qu'il est impossible de développer ce que l'on a coutume d'appeler "aptitude" (par exemple l'aptitude physique à sauter) sans mettre en oeuvre un ou des types de comportement vis-à-vis de situations précises (dans l'exemple précédent, haies, rivières, perches, fils, etc...).

Le terme général n'a donc pas un sens absolu mais est relatif à l'ensemble des spécialisations possibles à une date déterminée. Or, les conditions d'existence de l'homme ont plus évolué en ce dernier siècle qu'au cours des vingt siècles précédents : conditions liées au progrès technique, à l'accroissement des connaissances, au perfectionnement des méthodes, des moyens, etc.. Nous assistons actuellement à un véritable bouleversement : des disciplines éclatent, se recherchent, de nouvelles disciplines surgissent. Une foule de professions, parfaitement ignorées jusqu'à ces dernières années, voient le jour. Les conditions d'existence de nos enfants, qu'on le veuille ou non, dépendent de l'évolution de ce phénomène. Certains en prévoient une accélération prodigieuse. Sans anticiper sur l'après-demain, essayons seulement de repenser nos problèmes d'aujourd'hui et de demain.

Qu'a fait l'enseignement général face à ce bouleversement ? Rien ! Les enseignements techniques, ceux qui commencent en classe de Seconde, ont un peu évolué sous la pression des besoins ; mais l'enseignement général n'a strictement rien fait. On a voulu remanier des examens, le baccalauréat en particulier, comme si le mal se trouvait là, en ignorant les raisons profondes : notre enseignement général ne remplit plus sa mission. Il ne permet pas n'importe quelle spécialisation puisqu'il ignore celles qui se sont créées. Il permet seulement les spécialisations d'autrefois. Autrement dit, la totalité de nos enfants n'est pas préparée à affronter les problèmes quotidiens avec la liberté d'esprit que leur donnerait un minimum de connaissances.

Pour s'en convaincre, il suffit de dresser un bilan : comparer dans chacune des classes du secondaire et du primaire l'horaire réservé aux disciplines dites scientifiques à celui des disciplines dites littéraires et artistiques. Cette comparaison au niveau des classes du premier cycle (de 11 à 15 ans) se passe de tout commentaire. Mais, outre l'insuffisance de temps consacré aux sciences, survolons sans entrer dans les détails les contenus et méthodes de ce trop rare enseignement des sciences (anciennes disciplines bien entendu).

Seules les Sciences Naturelles ont évolué. Les mathématiques amorcent péniblement un renouveau. L'Inspection Générale sous la pression de l'Enseignement Supérieur consent peu à peu à modifier les programmes. Mais aussi paradoxal que ceci puisse paraître, aucun plan d'ensemble n'a été envisagé ! Quant aux Sciences Physiques, elles ignorent l'existence d élèves avant la classe de Seconde et leur contenu reste sensiblement le même qu'au début de ce siècle. Que peut faire, dans ce fatras plus ou moins poussiéreux, la timide apparition d'une discipline, la Technologie, dont le nom risque de provoquer des illusions ou désillusions ?

Est-il concevable à l'heure actuelle qu'un adolescent quittant l'école à 16 ans, soumis aux slogans publicitaires, politiques, aux machines et machinations de tous ordres puisse ignorer des notions de statistique, de probabilités, d'informatique, d'électronique, de logique, de linguistique, de recherche opérationnelle, etc ? Quelle entreprise, petite ou grande, quel commerçant, quel artisan peut encore envisager la poursuite de son activité sans faire intervenir consciemment ou non des notions de stratégie économique ?

Quel individu n'utilise pas au moins une fois par jour des engins où la mécanique et l'électronique sont intimement mêlées ? Quelle est la place de l'électronique dans l'enseignement général jusqu'au Baccalauréat ? nulle. Comment s'étonner de la floraison dans nos hebdomadaires de ces "sciences occultes", horoscopes et autres prédictions alors que les notions de hasard ne sont jamais explicitées autrement que par le biais éventuel d'oeuvres littéraires ? Seul le second cycle, c est-à-dire une minorité d'élèves, a droit à quelques notions de statistiques et probabilités ô combien théoriques et désincarnées. Comment s'étonner de la floraison d initiatives commerciales : "apprenez la radio", "parlez anglais en 6 semaines", "cours de mathématiques modernes !", "cours d'informatique", "apprenez à bricoler", etc. etc.. Ces initiatives pourraient traduire un désir louable d'information permanente du grand public. Actuellement, elles sont surtout la preuve d'une grande carence de notre enseignement général, carence qui d'ailleurs ne concerne pas que les disciplines scientifiques.

Outre la rigidité d'une administration trop centralisée, trop hiérarchisée, paralysant les initiatives, il faut peut-être souligner deux facteurs non négligeables de cette stagnation :

1) La plupart des postes de responsabilité sont confiés à des personnes de culture littéraire (Il serait édifiant, à cet égard, de connaître une statistique indiquant la formation de nos hommes politiques). Certes, il serait injuste de faire le procès des littéraires, injuste et imprudent car un tel procès tournerait sans doute à l'avantage des accusés. *En effet, l'enseignement scientifique jusqu'au baccalauréat est conçu et donné de telle sorte que l'ouverture d'esprit, l'imagination ne sont pas particulièrement développées dans ces domaines.* Ceci explique la méfiance plus ou moins justifiée de l'opinion publique envers les "technocrates".

2) La culture, les habitudes acquises, tout concourt à donner à l'individu le sentiment qu'il ne peut penser que par l'intermédiaire de sa langue maternelle ou quelques autres langues usuelles. Les autres moyens d'expression que sont les théories mathématiques et physiques, les formalismes logiques, les graphismes de toutes sortes, schémas, organigrammes, dessins industriels, etc., ne paraissent que des astuces techniques. Le fin du fin consiste toujours à tout exprimer par l'intermédiaire de la langue usuelle. Une telle erreur est extrêmement grave car elle condamne l'homme à l'impossibilité de comprendre la plupart des phénomènes.

Ces deux raisons, entre autres, expliquent dans quel cercle vicieux est emprisonné notre système d'éducation. L'ouverture d'esprit, la rapidité de pensée, d'expression de pensée, l'efficacité dans la synthèse, la profondeur dans l'analyse ne sont plus l'apanage des cultures littéraires. Latin et Géométrie, ces deux pivots de la culture dite classique, disparaîtront peu à peu, et ceci non parce qu'ils sont nuisibles mais parce que d'autres notions, d'autres moyens sont plus importants, aussi bien sur le plan des connaissances que sur celui de l'éducation en général. Le monde dans lequel vivront nos enfants dans vingt ans sera le monde de l'informatique et non celui de César ou d'Euclide. Les laisser dans l'ignorance, c'est faire d'eux des esclaves ou ... des révoltés.

Que faire pour secouer la léthargie de l'enseignement général? Un ministre, un seul, a eu l'audace ou l'habileté ou les deux de critiquer cette citadelle qu'est l'Education Nationale en s'attaquant aux problèmes de fond. Il est vrai que sa tâche avait été bien préparée par un certain mois de mai. Et pourtant, la citadelle aux remparts massifs que sont les sociétés de spécialistes et de catégories, les syndicats, les cadres de hauts fonctionnaires, les associations d'anciens élèves de X ou Y, etc., et tous groupements dont la raison d'être essentielle est de préserver les traditions, la citadelle a eu raison de "l'impertinence de la pertinence" des critiques.

Il semble qu'actuellement l'effort le plus urgent à accomplir soit un effort d'information. Il est effarant de constater que de hautes autorités imaginent encore que la culture française est la meilleure du monde. Ce qui a été vrai à une époque ne l'est assurément plus maintenant. Si quelques brillants esprits peuvent encore faire illusion, peut-être faut-il en attribuer la valeur davantage aux individus qu'à l'éducation qu'ils ont reçue du système. Tous les parents, tous les éducateurs, tous les responsables à quelque niveau que ce soit devraient être informés des horaires, des contenus, des méthodes et moyens d'enseignement de divers pays étrangers. Il est évident que tous les pays cherchent une solution raisonnable à ces deux problèmes majeurs que sont l'éducation de tous nos enfants et l'information de tous les adultes. Il est non moins évident que l'inertie, l'inaction dans ce domaine conduisent le pays à une catastrophe. Un pays dont le système d'éducation reste tourné vers le passé est un pays qui meurt. Agissons avant qu'il ne soit trop tard !

Marcel DUMONT
20 novembre 1969

*

* *

Libres propos

Axiome A_1

Si on devait caractériser le comportement d'un mathématicien en "activité" avec deux mots, alors on pourrait dire :

1) Curiosité (ou Recherche)
2) Créativité (ou Invention)

Observation O_1

Mis à part quelques niveaux bien déterminés (quelques classes de Maternelle, sixième, et troisième cycle de l'Enseignement Supérieur) et quelques rares endroits de-ci de-là, tout l'enseignement actuel des mathématiques est axé sur des pratiques d'algorithmes, c'est-à-dire l'exécution *plus ou moins bien programmée* de listes d'instructions *plus ou moins bien explicitées*, dont une partie *doit être mémorisée* (sans qu'on dise exactement laquelle). Et ceci, dans une *forme "normalisée"*, c'est-à-dire conforme à des *règles dues à l'usage* et souvent *contradictoires*.

(Les deux mots du sujet du colloque : apprentissage et mémorisation n'infirment pas cette observation).

Conclusion C_1

Je souhaiterais que l'on dise clairement :

1) que les mots suivants (entre autres)
ou n'ont pas de sens
ou en ont et préciser lesquels :

— intelligence	— concret
— compréhension	— faire — penser
— raisonnement	— imiter — inventer
— abstrait	— répéter

2) que l'exécution des algorithmes (et non la création) est du ressort des machines
lorsque les programmes sont explicités,
mémorisés,
codés dans un système cohérent et compatible avec la machine

3) ce que l'on attend lorsqu'on enseigne *des* mathématiques

4) ce que l'on pense de la liberté de pensée dans un régime de travaux forcés intellectuels où l'individu n'a jamais le temps de se poser des problèmes, où on ne lui donne guère l'envie de s'en poser, où on lui impose des problèmes, des solutions, des formes conventionnelles qui tiennent rarement compte des représentations mentales propres à chaque individu et dépendant de ses propres expériences.

Conclusion C_2

Tout l'effort des psychologues devrait porter sur l'observation des travaux libres d'enfants par opposition aux travaux imposés.

Conclusion C_3

Les spécialistes de l'observation (puisqu'il semble que l'éducation actuelle ait oublié le développement des facultés d'observation) pourrait faire le point sur

- le développement de l'imagination
- la curiosité
- le sens critique, la docilité, l'indocilité
- la tendance à l'imitation, à l'anti-imitation
- les initiatives (tant sur le plan physique que mental).

Conclusion C_4

Quelques problèmes particuliers :

1) les enfants les plus débrouillards, inventifs, critiques et observateurs sont souvent ceux qui négligent l'écriture, le codage, la transmission des informations.

2) la progression dans les niveaux d'intérêt

- *niveau 0* : une situation à problème étant posée, l'enfant résout le problème et fournit les réponses et n'*éprouve pas le besoin* de réfléchir sur la façon dont il les obtient.

- *niveau 1* : 2e problème sur le 1er ; la comparaison des réponses différentes incite à comparer les méthodes des mises en oeuvre et les écritures éventuelles associées à ses méthodes.

— *niveau 2 :* 3e problème sur 1er et 2e ; la comparaison de situations plus ou moins analogues laisse entrevoir une classe de problèmes, l'extension de ceux-ci et l'invention soit par analogie, soit par opposition, de nouvelles situations, etc.

3) rien n'est achevé ...

Marcel DUMONT
24 avril 1975

3.2. UN Q.D.P. DANS L'EAU

Voici quelques extraits de la théorie du QUART-DE-POINT (QDP) (Théorie psycho-pédago-épistémo-déonto-logico-mathématique des célèbres professeurs KOU-PAN-UIT et KRAKAMOA, de l'Université des Iles ALEOUJDI).

... Il est inconcevable qu'après les travaux du Pr G.A.π. sur les structures fondamentales de l'intelligence, on puisse encore commencer l'étude de la géométrie par la filière classique : le point, le bipoint, le segment, la demi-droite, la droite, le plan ... L'enfant ne peut pas gravir un escalier en sautant trop de marches à la fois ; de même il ne peut franchir trop d'étapes d'abstraction à la fois. C'est pourquoi nous suggérons de rétablir l'étude du tripoint entre le bipoint et le segment (étude abandonnée il y a peu, à cause du monothéisme), d'insérer les quadripoints à leur vraie place et peut-être même des pentapoints (les racines latines pardonneront aux grecs et vice-versa) qui manquent à la suite logique de cette progression ...

... Mais l'essentiel de nos travaux repose sur une idée simple : la difficulté pour l'enfant de distinguer le point matériel du point mathématique : ce dernier, en effet, suivant le point de vue, peut être considéré comme point géométrique, point affine, point vectoriel, point projectif, etc... etc... ; ... ! (sans oublier les autres points ! ... ?). Or cette richesse d'abstractions est difficilement concrétisable malgré les efforts des pédagogues ("la pointe d'un crayon, une étoile dans le ciel, un objet très petit pour la première,

un objet très gros pour la seconde, en donnent une image imparfaite ...") ("On représente un point par une petite tache circulaire, ou par une petite croix ..."). Or l'enfant vit d'abord au niveau des apparences ; dans le premier cas, c'est la tachéométrie, plus que la géométrie, qui lui est suggérée, dans le second cas l'étude des cimetières n'a rien de plus réjouissant ...

... Les manuels ajoutent à ceci la notion de notion première; on trouve ainsi "la notion de point est une notion première... la notion de plan est une notion première ... le plan est un ensemble de points..."). Heureusement que la notion d'ensemble a été mise hors programme, sinon une contradiction évidente éclatait dès les premières définitions...

... Ce sont toutes ces difficultés psychologiques de concrétisation et d'axiomatisation qui nous ont conduits à choisir comme notion première celle de "quart-de-point" en abrégé QDP (ou encore TET pour ceux qui lisent de droite à gauche).

(N.D.R. On note d'emblée une familiarisation avec l'emploi des lettres).

"... L'examen attentif d'un quart-de-brie, d'une gaufrette à glace, de l'essuie-glace d'une 2 CV — objets familiers qui n'ont rien de scolaire — suggère parfaitement l'image de cette notion première qu'est le QDP (à un détail près : c'est qu'on pourrait aussi bien prendre les quartiers de lune, d'où par continuité, croissants, brioches, et autres gadgets dont les enfants sont friands, c'est-à-dire finalement n'importe quoi, y compris les notions dernières)..." (N.D.R. — on remarquera le souci de motivation des auteurs).

"Dès que l'enfant a franchi cette première étape de familiarisation avec les images du QDP, alors on peut poser les jalons d'une première esquisse de mathématisation : ... exemple :

Définition : Un point est un ensemble infini de QDP
Remarque : tout ensemble de QDP n'est pas nécessairement un point.

Définition : Si deux QDP appartiennent à un même point, Alors et seulement Alors on dira que les 2 QDP sont copointés.

Théorème fondamental :

Si et seulement si 2 points ont 1 QDP commun, Alors et seulement Alors ces 2 points coïncident.

Naturellement, avec de jeunes enfants on évitera la démonstration longue mais rigoureuse de cette propriété importante de l'espace usuel. On l'admettra, etc... etc.

La place nous manque pour commenter ces travaux remarquables. Les lecteurs intéressés pourront consulter la thèse qui a valu aux auteurs un doctorat de 4e cycle. Ajoutons seulement que le souci de rigueur, de précision est compensé tout au long par le souci de rester constamment au niveau des enfants. Par contre on ne saurait trop insister sur le caractère paradoxal de ces travaux : à savoir la simplicité des notions premières et de leur enchaînement et la richesse des prolongements suggérés par cette théorie que l'on peut aussi bien tronquer en mini-théories, grouper en théories-quotients et multiplier selon des théories-produits que plonger dans des hyper-théories.

Signalons aussi, pour les meilleurs élèves, l'apparition des QDP semi-ouverts, semi-fermés, orientant ainsi soit vers des considérations topologiques, soit vers une autre théorie : celle des HDP (huitièmes de point).

Quant aux classes difficiles, enfants des voies 7-8-9 etc, qui nécessitent une pédagogie de soutien, de consolidation, les professeurs K.P.U et K.K.M. ont même prévu une théorie dérivée de la précédente : ils l'ont appelée la géométrie du point fini. Elle repose sur une légère modification de l'axiome premier : "le point est un ensemble de 3 QDP". Il serait trop long d'exposer ici les raisons de ce choix, liées à la physique théorique, mais il est évident que pour des enfants faibles de constitution, la finitude est plus simple à manier que l'infinitude.

Notons encore la possibilité pour les sujets brillants d'introduire les théories duales de celle des Q.D.P. : à savoir celles des T.E.T. et celle, plus subtile, des P.D.Q.

Les pédagogues se sont mis d'accord sur l'ordre d'apparition des axiomes : en priorité les axiomes métriques de l'espace des H.D.P., suivis des axiomes affines. Ce point de vue souligne le fait que l'espace des H.D.P. existe indépendamment des structures utilisées pour le décrire.

On remarquera, en passant, le souci de précision de la langue, qui apporte une clarté nouvelle aux explications (exemple : Si ... Alors et seulement Alors ...), ainsi que la présence constante bien qu'implicite des quantificateurs tels que "un", "le", "des", etc.

On notera également le tour de force des auteurs, qui ont réussi à exposer de façon lumineuse toute la théorie des QDP sans esquisser la moindre figure, ce qui est la preuve de son ultime perfection.

Enfin on y trouvera la marque des grands génies, à savoir le caractère fermé de cette théorie, qui se suffit à elle-même, mais qui s'achève pourtant avec de très larges ouvertures. Nous ne priverons pas le lecteur du plaisir d'apprécier cette conjecture formulée pour la première fois aux îles Aleoujdi en l'an 9 de l'ère universelle.

"Pour tout point, il existe au moins 4 QDP "distincts" et copointés dont la réunion coïncide avec le point et il en suffit de 4".

Aux dernières nouvelles, il semblerait qu'une démonstration algorithmique, par ordinateur et balayage exhaustif des QDP, ait permis de valider cette conjecture. Mais de nombreux théoriciens ne semblent pas convaincus par cette méthode et refusent d'admettre sa validité. "Ce refus souligne une fois de plus (c'est KPU qui parle) le paradoxe actuel : ce sont les mêmes qui refusent à la fois le recours à l'intuition, à l'imagination et le recours au traitement automatique des écritures.

Il est difficile à l'être humain d'admettre d'autres méthodes et d'autres connaissances que celles qui ont nourri son enfance. Voilà pourquoi nos doyens se retrouvent avec 30 ans de retard"

(N.D.R. — Cette allusion du Pr KPU vise les autorités culturelles des îles ALEOUJDI).

3.3. QUELQUES SUGGESTIONS PLUS SERIEUSES QUE LA THEORIE DES Q.D.P.

A. Objectifs

Le mot "géométrie" devrait être abandonné dans toute discussion pédagogique car il sous-entend trop d'activités différentes. Nous retiendrons parmi les objectifs traditionnels qu'il nous paraît indispensable de conserver :

1) familiarisation avec l'espace usuel 2) école d'imagination	spécifiques de l'enseignement traditionnel de la géométrie "pure" d'autrefois.
3) école de rigueur	spécifique de l'algèbre et d'une façon générale de tout ce qui devient formel. La rigueur n'atteignant sa perfection qu'au niveau de la programmation des machines, c'est-à-dire des traitements automatiques.

Les deux premiers objectifs ont été quasi-complètement abandonnés par les programmes actuels. Le retour aux formules antiques de calculs d'aires et de volumes ne concernant que des objets datant de plus de 2 000 ans souligne la grande misère de la géométropédagogie.

a) C'est pourquoi, d'un point de vue utilitaire, nous placerons ces activités sous la rubrique "Etudes d'espaces réels" (le pluriel se justifiera par la suite). D'un point de vue éducatif, ces études, tout en familiarisant l'élève avec son environnement spatial, se proposeront de suggérer l'idée fondamentale suivante : "pour mieux prévoir l'évolution des situations, il importe de créer des modèles , d'apprendre à les faire fonctionner et à en interpréter les états et le fonctionnement. La rigueur et l'imagination seront évidemment sollicitées au travers de ces deux objectifs : "familiarisation — modélisation".

B. Remarques générales

a) *La diversification des points de vue :*

Ne privilégier qu'un seul point de vue conduit des générations entières vers des idées fixes et bloque toute évolution ultérieure. Il importe de veiller à ce que divers aspects d'une même situation soient présentés, et parfois même des aspects "contradictoires".

Exemple 1 : "L'espace réel a trois dimensions". Au bord de trois siècles de cartésianisme, nos cités ne sont plus que des blocs de parallélépipèdes !

Exemple 2 : "L'espace est un ensemble de points". La masse de nos concitoyens reste désarmée complètement devant les nombreux problèmes topologiques à propos de situations pourtant familières et simples.

b) *L'ouverture des problèmes :*

Un problème ne s'achève jamais avec une solution. Ce sont les rapprochements, les généralisations, les contradictions qui donnent naissance à une nouvelle classe de problèmes. La curiosité, le sens critique de l'observation, l'originalité et le goût de l'aventure sont les qualités premières des explorateurs en tous genres.

c) *La richesse d'une situation* est une condition première pour susciter l'intérêt. Une ligne droite, un plan, un point tout seuls n'ont pas plus d'intérêt qu'un "quart de point" ! Sans motivation profonde, le potentiel d'intelligence reste en sommeil. Toute évaluation est faussée dès le départ dans de telles conditions.

C. Remarques particulières

1° . Nous ne prenons conscience d'un espace que parce que nous cheminons, nous nous déplaçons, dans cet espace. Si les arbres étaient doués d'intelligence, leur conception de "leur espace" serait sans doute totalement différente de la nôtre. L'espace de l'astronome et celui du chirurgien neurologue spécialiste du cerveau ont-ils beaucoup de "points communs" ? Poincaré préférait considérer l'espace comme un ensemble de trajectoires (celles des hirondelles par exemple) plutôt que comme un ensemble de points.

Cette remarque nous incite à mettre l'accent sur deux idées fondamentales : les "mouvements" et les "transformations". Les deux sont actuellement pratiquement ignorées de la scolarité obligatoire.

2°. L'étude des "objets" ne peut pas se faire indépendamment de l'espace dont ils font partie : les "automorphismes" d'un "pentagone" considéré comme partie d'une surface torique sont-ils les mêmes que ceux du pentagone considéré comme partie de plan ? Ceci souligne la nécessité, pour chaque problème, de préciser l'environnement, celui-ci dépendant évidemment du niveau d'expérience des élèves.

D. Prospection et expérimentation autour de thèmes

Ce qui suit n'est pas une classification : ce sont seulement des voies d'expérimentations possibles qui permettraient dans quelques années d'accumuler suffisamment de matériaux pour constituer un réservoir d'activités. C'est seulement à partir de celles-ci que pourront s'élaborer plus tard des programmes s'orientant vers les connaissances *contemporaines*. L'état de délabrement et de vide presque parfait des programmes actuels permet de penser qu'une telle période d'expérimentation ne lèserait en rien les élèves, au contraire (le pire étant atteint !). La curiosité est l'objectif n° 1 de toute éducation. On peut faire confiance à n'importe quel individu pour acquérir des connaissances dès l'instant où sa curiosité est en éveil.

a Quelques supports d'activités

(Aucun ordre ne peut être imposé : problèmes et connaissances dépendent de l'individu et ne dépendent pas des situations).

1 - "*Polyèdres*" : ne se limitant ni aux polyèdres de Platon (dits "réguliers") ni aux polyèdres convexes. (Cf. par exemple "Polyedron Models" de Magnus Wenninger, éd. 1975, Cambridge University Press ; "Formes, Espaces et Symétries", de Holden, éd. Cédic).

2 - "*Réseaux*" en tous genres et en toutes dimensions.
(Les propriétés spécifiques d'une "figure" peuvent devenir "évidentes" lorsque celle-ci est placée dans un "réseau" approprié : par exemple les médianes concourantes d'un triangle — penser alors au tétraèdre.

3 - *Pavages variés* (frises, papiers peints, cristaux, etc...) (Cf. "Rosaces, frises et pavages", éd. Cédic).

4 - "*Surfaces variées*" non limitées aux plans, sphères, cylindres et cônes (Cf. par exemple une tentative de Griffiths pour mettre à la portée des masses quelques idées fondamentales contemporaines : "Surfaces", éd. Cédic).

5 - "*Architectures simpliciales*" (non limitées aux "graphes habituels") incluant par exemple des "casse-têtes" du commerce ... (destinées à attirer l'attention sur l'organisation des relations). Pas d'ouvrage de vulgarisation à ce sujet.

6 - "*Objets technologiques*" (tels que trains d'engrenage, assemblages, articulations, etc...).

7 - *Courbes variées* (Cf. "Courbes mathématiques", numéro spécial 8, Revue du Palais de la Découverte).

etc.

b | Quelques comportements

1. *Problèmes de cheminements* (indépendants du temps) conduisant à : Invention - Recherche - Codage et Pratique d'algorithmes de cheminements.
2. *Problèmes de repérage* (pas seulement de points mais aussi de "bords" pouvant être des lignes, des surfaces, etc...) et conduisant aux modèles vectoriels, projectifs, etc.. ainsi qu'à des techniques d'approximation concernant les intersections de courbes par exemple.
3. *Problèmes de représentation et de modélisation* : incluant dessin technique, géométrie "descriptive", "cartographie" et schématisations, voire maquettes :
   — nécessitant l'usage ou l'invention d'instruments
   — conduisant en particulier à la trigonométrie.
4. *Problèmes de transformation* (indépendants du temps)
   a) automorphismes des "objets" étudiés conduisant vers les structures algébriques classiques et explicitant ainsi l'utilité des modèles algébriques, à commencer par les structures affines (groupes d'opérateurs) *

   b) transformations de nature topologique comportant, outre les déformations continues de chemins, les troncatures de sommets, d'arêtes, etc.

   — soulignant ainsi l'importance de la notion d'invariance et des classifications qui en résultent,

* Cf par exemple : "Fascination des groupes" de Budden, éd. O.C.D.L., pour la motivation et "Groupes" de A. Bouvier, éd. Hermann, pour des aspects théoriques plus formels.

— permettant également d'animer et de passer d'une représentation à une autre.

5. *Problèmes de mesures* (y compris des techniques de dénombrements !)

   — ne se limitant pas aux formules traditionnelles des quelques "objets" non moins traditionnels,
   — introduisant les techniques d'intégration, c'est-à-dire de "*cumuls*".

6. *Problèmes d'"engendrement"* (action d'engendrer)

   — jeux de "pavages" non limités aux frises et aux plans, mais s'étendant à des espaces variés ; l'idée fondamentale à introduire étant celle-ci dans un premier temps : comment engendrer un "espace" à l'aide de quelques "générateurs" et de quelques "règles" ; dans un second temps : comparer et classer divers systèmes de générateurs.

   — cf. à ce sujet "Groupes abstraits", Coxeter Moser *
   (ne pas se leurrer au sujet du mot "abstrait" : les supports peuvent être extrêmement concrets et manipulables par des enfants de l'élémentaire pour peu qu'on y réfléchisse !!)
   — des idées comme celles d'itération et de récursivité peuvent s'introduire à ces propos.

7. *Problèmes de classification*
   (Plus statiques et plus spéculatifs, nécessitant déjà une certaine somme d'expériences et des reculs successifs). De tels problèmes ne peuvent surgir qu'au terme des familiarisations.

8. *Problèmes de "mouvements"*
   — un peu de cinématique conduisant au point de vue "local" de l'étude d'une courbe ou d'un espace (c'est-à-dire idée de différentielle — et des dérivées successives).

   etc.

c **Extraits de l'environnement** naturel ou provoqué

1) Cristallographie.
2) Assemblages moléculaires — chimie-biologie (cf. jeu "Kugeli", éd. OCDL).
3) Assemblages réseaux cubiques (cf. "Minicubes", éd. OCDL).

* Titre exact : "Generators and Relations for Discrete Groups", éd. Springer Verlag.

4) Cartographie — Navigation maritime, aérienne.

5) Maquettes immobiles
mobiles.

6) Astronomie.

7) Technologie.

etc.

E. Conclusion

Ces listes ne sont évidemment pas exhaustives.

Les divers niveaux et classes ne se dégageront que lorsqu'un nombre suffisant d'activités et problèmes auront été explicités.

Ceci permettra alors aux responsables des programmes de prendre conscience de la somme d'expériences et de maturations nécessaire pour appréhender un concept.

Comme les concepts, en mathématiques, s'échafaudent les uns à partir des autres (sans être nécessairement inclus dans l'enseignement déductif d'une théorie), il faudra bien alors organiser les objectifs à partir des matériaux obtenus.

Naturellement les supports d'activités se retrouveraient à tous les niveaux, mais conduiraient à des problèmes différents et plus généraux.

D'ores et déjà, on pourrait fixer à la fin des études obligatoires un savoir-faire minimum qui ne se limiterait pas à Thalès-Pythagore-droite-plan-parallélogramme et quelques formules de trigo (pour des arcs de 0° à 180° !!!).

Un tel projet peut paraître ambitieux si on conserve l'attitude dictatoriale de l'enseignement — attitude qui est celle des travaux forcés. On ne peut obliger un être humain à avaler de la nourriture indigeste lorsqu'il n'a ni faim ni envie !! Il est réalisable pour peu qu'on accorde à la curiosité, à l'esprit critique et à l'invention la place prépondérante qu'elles n'auraient jamais dû perdre et qui est aussi celle de la liberté de penser !

Marcel DUMONT
DOUK-SA-VIEN — Iles ONS-EN-FISH
le 26-05-1977

Note de l'auteur : relu le 26-02-1978 à KOA-SASER, îles SAN-FOUT.