"CALCULATEURS PROGRAMMABLES ET ALGÈBRE DE QUATRIÈME

(une recherche inter-IREM)

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 24

"CALCULATEURS PROGRAMMABLES ET ALGÈBRE DE QUATRIÈME

(une recherche inter-IREM)

Imprimerie VAUDREY - LYON

Cette brochure a été rédigée par :

Mesdames M.-Thérèse PATALANI Claude ANSAS	I.R.E.M. d'Aix-Marseille
Monsieur Jean BERTHEAS	I.R.E.M. de Lyon
Madame Renée GRAND	I.R.E.M. de Nancy
Madame Jacqueline PEYROT	I.R.E.M. de Nantes
Madame Rachel HEBENSTREIT	I.R.E.M. de Paris-Sud
Madame Michèle VASSEUR	I.R.E.M. de Poitiers
Monsieur Henri BAREIL	I.R.E.M. de Toulouse
Madame Evelyne CAUZINILLE	Université Paris VIII

LISTE DES PROFESSEURS QUI ONT COLLABORE A LA REALISATION DE L'EXPERIENCE

Madame ANSAS Claude	I.R.E.M. d'Aix-Marseille
Monsieur BAREIL Henri	I.R.E.M. de Toulouse
Monsieur BERTHEAS Jean	I.R.E.M. de Lyon
Monsieur CAMINEL	I.R.E.M. de Toulouse
Madame CAUZINILLE Evelyne	Université Paris VIII
Monsieur CHEVRIER	I.R.E.M. de Poitiers
Monsieur CONVERSET Gérard	I.R.E.M. d'Aix-Marseille
Monsieur COUSIN	I.R.E.M. de Grenoble
Madame ERRECALDE Paule	I.N.R.P.
Madame GRAND Renée	I.R.E.M. de Nancy
Madame HEBENSTREIT Rachel	I.R.E.M. de Paris-Sud
Monsieur HERVIER Yves	I.R.E.M. de Nice
Madame LEENHARDT Monique	I.R.E.M. de Nice
Monsieur LEJUNTER Jean	I.R.E.M. de Clermont-Fd
Monsieur LEONARD François	I.R.E.M. de Nice
Madame LEROUX Danièle	I.R.E.M. de Rennes
Monsieur LEROUX Roger	I.R.E.M. de Rennes
Monsieur LOZI René	I.R.E.M. de Nice
Monsieur MATHE Jean	I.R.E.M. d'Aix-Marseille
Monsieur MATHIEU Jacques	U.E.R. des sciences du comportement Mont-Saint-Aignan
Madame MONSARRAT Annie	I.R.E.M. de Paris-Sud
Monsieur MOREAU	I.R.E.M. de Clermont-Fd
Madame PATALANI M.-Thérèse	I.R.E.M. d'Aix-Marseille
Madame PEYROT Jacqueline	I.R.E.M. de Nantes
Madame ROY	I.R.E.M. de Poitiers
Madame TRANCART Danièle	I.R.E.M. de Rouen
Madame UEBERSCHLAG Josette	I.R.E.M. de Paris-Sud
Madame VASSEUR Michèle	I.R.E.M. de Poitiers
Madame ZEHREN Christiane	C.R.D.P. de Nice

Sommaire

AVANT-PROPOS

Voici donc une brochure où se résume peut-être la façade d'un long travail.

D'un long travail de recherche mené dans une dizaine d'I.R.E.M. Au bout : la présente brochure. Seulement ?

Elle n'évoquera pas la vie d'une équipe, avec ses affrontements, ses déceptions quand s'évanouissaient des concours promis, ses espérances quand son travail était reconnu.

Je puis témoigner, tout en remerciant chaleureusement les I.R.E.M. qui nous ont soutenus, que tout cela a été vécu avec une intensité que décuplait le caractère "traversée du désert" d'une recherche dans un domaine si nouveau, encore étranger à la plupart de ceux qui détiennent la possibilité d'accorder des moyens. Des membres de l'équipe en sont venus à travailler quasi sans dédommagement. Cela aussi a fait problème. Mais la passion a toujours été la plus forte.

Aussi bien notre équipe n'a-t-elle pas produit que cette brochure — et les conclusions de la Recherche —.

Sans doute a-t-elle contribué à un plus vaste mouvement touchant aux calculateurs programmables.

Surtout, elle a peu à peu délimité les contours et les objectifs de nouvelles recherches, plus au coeur des problèmes, touchant aux comportements. Ces recherches sont actuellement proposées aux divers I.R.E.M.

Par là-même, l'équipe marque les limites de son propre travail : elle s'en voudrait qu'il soit proposé comme "modèle". Il appartiendra, sous peu espérons-le, à la préhistoire de l'utilisation des calculateurs programmables comme moyen pédagogique dans le premier cycle du second degré. Ce que nous souhaitons, c'est qu'il suscite une prise en compte de nos aspirations et de nos objectifs et que notre aventure, revécue à travers chaque apport personnel, découvre de nouveaux chemins et conduise à de plus lucides engagements oeuvrant pour que la mathématique soit, par nos élèves, vécue et "faite", dans la joie.

Pour l'équipe,

Henri BAREIL

(le 8 mai 1978)

Chapitre 1

INTRODUCTION

1.1 - HISTORIQUE

Dès 1968, des calculateurs programmables ont été introduits de façon ponctuelle dans l'enseignement des mathématiques.

Cette période d'innovation permit aux enseignants d'accumuler un certain nombre de constatations qui leur firent supposer qu'une telle pratique présentait un grand intérêt, dans des domaines très variés.

En 1973, quelques professeurs de mathématiques, désirant acquérir des certitudes sur quelques points précis que les expérimentations parcellaires avaient plus ou moins révélés, envisagèrent de mettre au point une expérimentation originale et son évaluation, avec l'hypothèse suivante :

"L'initiation à la programmation et l'apprentissage d'un calculateur programmable doivent faciliter l'approche des notions mathématiques de variable et constante, souvent mal maîtrisées par les élèves".

Cet apprentissage se fit au cours d'une séquence définie quant à son contenu et à sa durée. Pendant cette période qui représentait une moyenne de vingt heures, l'élève reçut un enseignement très standardisé concernant l'utilisation de la machine, et volontairement coupé du programme de mathématiques.

Nous ne reviendrons pas sur les résultats de cette évaluation, longuement analysés dans la brochure "Recherche pédagogique" n° 75, éditée par l'I.N.R.P.

Cependant, nous nous devons de rappeler quelques critiques suscitées par cette expérience, puisque les thèmes de réflexion qu'elles ont induits sont à l'origine de celle qui va être décrite ici. En effet :

- les concepts de variable et de constante n'avaient été ni suffisamment analysés, ni clairement définis au préalable ;
- la séquence d'apprentissage avait été perçue trop contraignante par maîtres et élèves ;
- de plus, sa courte durée et son absence de liaison avec le programme de mathématiques l'avaient rendue très artificielle ;
- en outre, l'instrument de mesure (tests d'entrée et de sortie) n'avait pas été construit de façon assez rigoureuse ...

Les résultats encourageants révélés par l'analyse et les réflexions concernant les erreurs qui avaient été commises conduisirent les enseignants à mettre au point une autre recherche, en se donnant une année pour définir de nouveaux objectifs, et un nouveau plan d'expérience.

1.2 - NOUVEAUX OBJECTIFS

L'intégration, aussi complète que possible, d'un calculateur, dans l'enseignement de l'algèbre de quatrième, doit permettre une meilleure assimilation des notions du programme.

On se propose de vérifier si l'introduction d'une telle pratique permet de différencier les élèves sur des exercices mettant en jeu les types d'activités suivants :

— calcul numérique,

— manipulations de symboles indépendamment de leurs valeurs numériques,

— formalisation ou modélisation d'une situation.

Ces trois types d'activités permettent en effet de décrire une grande partie du programme d'algèbre de quatrième, si l'on se limite aux exercices généralement proposés dans cette classe.

Chapitre 2

LE PLAN D'EXPÉRIENCE

Nous nous devons de préciser au préalable qu'une part importante de ce plan sera analysée dans la dernière partie de la brochure, qui est consacrée à l'évaluation.

Toutefois, pour la bonne compréhension de ce qui va suivre, nous dirons simplement que l'expérience fut menée sur 20 classes expérimentales et 20 classes témoins (classes avec machine et classes sans machine).

• •
•

En raison des objectifs définis précédemment, le premier souci des enseignants fut de réaliser l'intégration du calculateur dans l'enseignement du programme d'algèbre, en tenant compte de la diversité des types de machine.

Pour ce faire, un certain nombre de documents ont été élaborés, afin de planifier au mieux cet enseignement, et d'apporter l'aide nécessaire aux professeurs qui devaient vivre cette expérience dans leurs classes.

- Une progression générale qui fixait de la manière la plus précise possible l'évolution parallèle des notions mathématiques et informatiques.

- Une progression mathématique qui analysait de façon plus détaillée le contenu mathématique.

- Des documents de travail, ou "fiches élèves", qui proposaient les activités sur calculateur.

- D'autres fascicules, à usage des professeurs, destinés à leur apporter une aide quant à leur rôle dans l'expérience, mais qui ne seront pas étudiés en particulier dans les pages qui vont suivre.

Chacun des autres documents cités fera l'objet d'un chapitre spécial, ainsi que les machines, dont la diversité et le nombre réduit (une ou deux par classe) furent un des facteurs importants de cette recherche.

2.1 - LES PROGRESSIONS

I — Pourquoi une progression ?

Des raisons d'ordres divers ont motivé la rédaction d'un document qui permettrait de planifier sur deux trimestres l'enseignement de l'algèbre à l'aide du calculateur :

- Sur le plan de l'évaluation, pour :

— atténuer l'influence de paramètres tels que personnalité du professeur, méthode pédagogique, degrés de liberté par rapport au programme, notamment eu égard à la comparaison avec les classes témoins.

- Sur le plan mathématique, pour :

— garantir aux élèves et aux familles que nous ne négligions pas le programme d'algèbre de Quatrième et que nous veillerions à ce que ses notions fondamentales soient étudiées ;

— tirer les leçons des deux premières années d'application du programme de Quatrième et essayer d'en déduire un nouvel équilibre entre les diverses parties.

- Sur le plan informatique, pour :

— s'efforcer de préciser une initiation à la programmation et aux calculateurs, capable d'intéresser sans surcharge ni gavage les élèves de Quatrième, en les conduisant progressivement vers une pratique assez complète de la programmation (méthodes d'analyse et d'élaboration des programmes, itérations, tests conditionnels, itérations avec compteur) ;

— permettre ainsi aux élèves d'élaborer eux-mêmes de petits programmes sur des sujets divers, éventuellement de leur choix.

- Sur les deux plans envisagés conjointement, pour :

— accorder au mieux les objectifs mathématiques et les objectifs informatiques afin qu'ils puissent s'épauler mutuellement, en n'oubliant pas le but essentiel de l'expérience menée ;

— ménager par ailleurs un temps suffisant à la pratique de la géométrie.

II — Progression générale

Pendant la phase préexpérimentale il a été établi des essais de progression mathématique et de progression informatique avec un va-et-vient dialectique entre les deux pour voir comment chacune pouvait amener à infléchir l'autre.

Ceci permit de dégager une progression générale qui couvrait les deux domaines, informatique et mathématique.

Cette progression générale mettait en parallèle les notions d'algèbre du programme et les notions informatiques dans le double souci d'utiliser très largement la machine, tout en l'utilisant chaque fois de la façon la plus performante possible.

Trois types d'heures y étaient prévues :

- des "heures machines" où les situations et recherches algébriques étaient vécues à partir de (ou à l'aide de) travaux sur machines,
- des "heures de synthèse" où chaque professeur avait la possibilité, ou bien d'exploiter à sa guise les travaux des élèves (en rapport avec un thème fixé dans la progression), ou bien de traiter des thèmes d'algèbre pour lesquels l'utilisation de la machine semblait dénuée d'intérêt,
- des "heures libres" totalement laissées au choix des professeurs.

Ces trois types d'heures alliaient donc souplesse et directivité, essayant de "gouverner" les activités, mais de "gouverner au mieux en gouvernant le moins" et en préservant le plus possible la liberté pédagogique de chaque maître.

L'équipe était en effet unanime à estimer que les rythmes d'appropriation, par les élèves, des divers concepts mathématiques ou informatiques devaient être respectés en leur éventuelle diversité. Il était prévisible que, dans les classes expérimentales, celle-ci ne serait pas totalement gommée par le fait que la machine tendrait à induire chez la plupart des élèves des comportements semblables.

Au surplus, les maîtres engagés dans l'expérience ou responsables des classes témoins avaient des méthodes pédagogiques fort différentes, différences que pouvaient conforter ou accroître les matériels disponibles pour les uns et non pour les autres. Ajoutons que d'une classe expérimentale à l'autre il pouvait se trouver beaucoup de variété quant aux machines, sur les plans quantitatif et qualitatif. Ceci ne pouvait rester sans effet.

Enfin, un certain nombre de maîtres des classes expérimentales et tous ceux des classes témoins ne participaient pas aux débats de l'équipe nationale. Il fallait donc leur préserver un minimum de responsabilité et d'initiative.

Telles étaient les raisons profondes des "heures de synthèse" et des "heures libres".

En regard de cette souplesse, la progression générale établissait fermement quelques contraintes estimées indispensables :

— une répartition dans le temps qui précisait, pour chaque notion mathématique, le nombre d'heures de chaque type qu'il était prévu de lui consacrer ;

— les dates de passation des contrôles d'évaluation ;

— les objectifs d'ordre mathématique ou informatique qu'il était souhaitable d'atteindre à l'occasion de chacune des notions-clés, les contrôles devant être établis en conséquence.

La progression générale jointe en annexe n° 1, page 19, illustre son dernier état.

Remarque

Il convient de préciser que la progression informatique comportait deux phases bien distinctes :

- une phase d'apprentissage immédiat qui permettait aux élèves d'acquérir rapidement les notions fondamentales d'utilisation de la machine. Cette séquence les conduisait jusqu'à la notion d'écriture et d'enregistrement d'un programme ;

- une phase d'apprentissage plus poussée, à mener en parallèle avec la progression mathématique (cette dernière ayant été faite avec le souci de faire coller du mieux possible chaque nouvelle notion informatique avec un thème mathématique approprié).

III — Progression mathématique

A partir d'un premier "canevas", il est apparu nécessaire d'élaborer un document plus complet, à contenu mathématique seulement. Ce fascicule s'est voulu détaillé, charpente d'un cours destiné à servir de guide et de plan d'étude pour les professeurs des classes expérimentales et pour ceux des classes témoins. Ainsi se proposait-on d'éliminer un certain nombre de paramètres qui auraient pu perturber les comparaisons à entreprendre. Il est alors devenu la référence de base de toute la progression mathématique. Aussi, par auto-ironie, l'équipe l'a-t-elle affublé d'un caractère sacré en le surnommant "Bible" ou "Nouveau testament" (abréviation nvT) ! ... Désignons-le donc par nvT !

Les citations du "document nvT" montrent son souci de préciser pour chaque notion, à l'aide d'exemples (et, parfois, de contre-exemples), l'étude minimale envisagée et les prolongements possibles.

C'est à partir du "nvT" que, pour leur partie mathématique, ont été élaborées les fiches de travail délivrées aux élèves des classes expérimentales (le document lui-même a été proposé aux maîtres des classes témoins).

Il fournissait, pour tous, les niveaux de notions, les types d'exercices, ...

On trouvera en annexe n° 2, page 25, le sommaire du nvT en sa version définitive. Les quatre parties fondamentales en ont toujours été :

- révision dans **D**,
- introduction à l'étude des réels,
- étude des formes $\frac{a}{b}$ (avec $a \in \mathbf{R}$ et $b \in \mathbf{R}_*$)
- applications dans **R**.

• •
•

Le document nvT a conservé, au long de ses diverses rédactions, un certain nombre de constantes :

— Souci de rappels et de mises en ordre assez substantiels à propos de **D**, $+$, $\times$, puissances et ordre, substantiels non pas tant sur le plan théorique mais sur celui de la pratique, ce qui collait bien à l'utilisation corrélative des calculateurs sur des modes simples.

— Introduction de **R** , à partir de la division, en se plaçant du point de vue "recherche" suivant : "la division "brise" la multiplication, comme la soustraction "brise" l'addition". Or il est possible de remplacer la soustraction d'un nombre par l'addition de son opposé. Pourrait-on de même remplacer une division par une multiplication convenablement choisie ? .

Ceci conduit à la notion d'inverse et au théorème fondamental $a : b = a \times \frac{1}{b}$. Il était prévu que la résolution de l'équation, d'inconnue x , $x^2 = a$, ou les tentatives de résolution pourraient aussi être utilisées pour l'introduction de **R** .
Tout cela se prête en effet bien à des recherches dynamiques, avec des utilisations pertinentes des calculateurs.

— Importance accordée à l'étude des formes-quotients $\frac{a}{b}$ et des opérations sur ces formes.

Certes la machine ne connaît $\frac{a}{b}$ que s'il s'agit là d'un décimal, et encore si elle ne le tronque pas. Mais il est intéressant de montrer que les calculs sur les formes $\frac{a}{b}$ peuvent se traduire en calculs exacts ou approchés sur leurs écritures à virgule.
Ceci permet un auto-contrôle et lie les deux aspects théorique et pratique. Théorique, les formes $\frac{a}{b}$ étant généralement préférées par le mathématicien. Pratique, les écritures à virgule étant souvent préférées par le physicien, souvent plus parlantes pour les élèves (sauf pour des cas simples comme $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$, ..), et les seules pratiquées par les calculateurs et ordinateurs.

— Souci de structurer le calcul algébrique de la classe de Quatrième autour de la notion d'application dans **R** ou $\mathbf{R}_*$, les applications permettant une introduction dynamique des propriétés et se traduisant impeccablement et naturellement en calculs machine.

Mais, d'une version à l'autre, la progression et le document ont subi des modifications. Notons les principales :

— les rappels et mises en ordre dans **D** ont été voulus plus riches en calcul littéral ;

— l'analogie de (+ , —) avec (×, :) a été davantage soulignée et exploitée ;

— l'étude systématique des calculs sur les formes $\frac{a}{b}$ initialement prévue pour avril-mai a été avancée dans le temps pour être traitée immédiatement après l'introduction de **R** (janvier-février).

• •
•

Jusqu'où allait la contrainte de ce document ?

Il était entendu qu'il s'agissait, en toutes circonstances, de sauvegarder l'initiative des élèves et l'aptitude au questionnement. Il était hors de question de refuser de répondre à des questions qui ne suivraient pas l'ordre du document !

IV — Qu'est-il advenu des progressions ?

Leurs versions définitives ont été respectées, sauf pour le calendrier ! :

— les fiches ont scrupuleusement obéi aux divers documents, notamment aux progressions mathématique (document nvT inclus) et informatique ;

— les heures de synthèse et les heures libres ont été vécues dans la même attitude ;

— mais un retard de plus en plus considérable a été pris à propos de **D** , puis de l'introduction de **R** . Il était initialement prévu que celle-ci serait terminée à la mi-décembre. Il a généralement fallu attendre la mi-janvier, voire la mi-février, pour en finir avec cette introduction.
La suite a été plus rapide. Finalement en juin le retard était comblé ! — sauf cas exceptionnels —.

V — Une morale de l'histoire ?

"On ne s'appuie que sur ce qui résiste".

La précision des progressions, du calendrier initial joint, a obligé à se définir avec une précision équivalente et à cerner de façon tout aussi précise ce qui a gêné pour être fidèle à la progression ou, plutôt, à son calendrier.

Il est ainsi apparu qu'il serait préférable, probablement, d'accélérer la phase d'apprentissage du calculateur de façon à en manifester plus vite les capacités et l'intérêt, puis de restreindre l'utilisation du calculateur à ses interventions les plus pertinentes.

Quant à la progression mathématique, il est apparu que l'introduction de **R** pouvait encore être allégée et les radicaux reportés en Troisième (conformément au programme actuel) sans qu'y perde la compréhension de **R**.

Mais, avant tout, la précision des progressions a facilité simultanément la rédaction des fiches, l'organisation des synthèses, celle des heures libres. Elle a permis un travail harmonieux, et une comparaison aussi bonne que possible avec les classes témoins.

Pour conclure, au sein des classes expérimentales, si disparates quant aux moyens dont elles disposaient, les progressions ont créé une unité de vues et de conception.

D'après "TOUS LES MOTS SONT D'ACCORD" de Paul ELUARD

Les calculs sont d'accord
Et la HP séduisante
Le travail est loisir
Quand le portent les MOS.

Etre un éveil, algorithme naissant,
Etre jaillissement de boucles et de tests,
Toujours être en les calculs leur sang
Et leur intelligence enfin renouvelée

Un nouveau monde vient à nous
Recevons-le en une ronde de calculs
Pour un nouveau départ, toujours re-programmé.

P.c.c., Henri BAREIL

ANNEXE 1

PROGRESSION : 1er trimestre du cours de Mathématiques de quatrième à partir de la progression établie par Henri BAREIL

Thèmes généraux	Titre des leçons	Fiches	Nbre de fiches	Heures sans machine
Rentrée TEST 1				
Phase 1 APPREN-TISSAGE INTENSIF		Fiches 1 à 6	6 (1 h x 6)	1 h libre
Rappels : LES DECI-MAUX	Présentation des décimaux			1 h de synthèse
	(D ; +)	Addition dans D ; propriétés	1 h	—
		Soustraction dans D	1 h	—
	(D ; x)	Multiplication dans D	2 h	—
				1 h de synthèse (ou libre)
	(D ; + ; x)	Ecriture et enregistrement d'un programme sans boucle	1 h	—
		Hiérarchie des opérations Distributivité	1 h 2 h	—
				1 h de synthèse (ou libre)
	Puissances à exposant dans $N - \{0\}$	Puissances	1 h	—
				1 h de synthèse (ou libre)
	Ordre sur D Encadrements dans D	—		2 h de cours
				1 h libre
Vers R	Inverses	Etude du problème : remplacement de la division par b par une multiplication sur divers exemples.	3 h	—
				2 h de synthèse

MARSEILLE JUIN 1975	Claude ANSAS M. Thérèse PATALANI	
Notions à acquérir par les élèves	**Notions utilisées dans la pratique du calculateur progr.**	**Calendrier**
		Septembre
Utilisation des décimaux comme matériaux sans étude systématique.	2 registres M et A, entrées, sorties $\downarrow$ $\updownarrow$, décimalisation, +, ×, —, opp, organigramme linéaire.	
Mise au point des notions connues (méthode libre) Pratique de l'addition, commutativité, associativité, rôle du 0, somme d'opposés Définition et applications Pratique de la multiplication, rôle du 0, commutativité, associativité, rôle de 1, a × (—1).	Ecriture et enregistrement d'un programme sans boucle.	Octobre
Utilisation de la hiérarchie des opérations et de la distributivité factorisations à propos d'exemples. Définition de puissances positives, hiérarchie, calculs sans règles. Définition d'un ordre, ordre et addition ; ordre et multiplication. Notation intervalle et encadrement. Encadrements de plus en plus fins.	Découverte des registres de stockage. Instructions : B$\uparrow$; B$\downarrow$; B$\updownarrow$ Cartes graphitées ou magnétiques	Novembre
Notion de nombres réels ; inverses ; notation $\frac{a}{b}$ Impossibilité division par 0 .	Découverte de l'instruction : $\div$	

PROGRESSION : 1er trimestre du cours de Mathématiques de quatrième à partir de la progression établie par Henri BAREIL

Thèmes généraux	Titre des leçons	Fiches	Nbre de fiches	Heures sans machine
Vers R (suite)		Programme avec boucle folle	1 h	———
	Opérations sur R et compléments sur inverses			2 h de cours
		Résolution pratique d'équations du 1er degré	2 h	
TEST 2				2 h libres
	Radicaux	Organigramme avec test	1 h	———

PROGRESSION : 2ème partie du cours de Mathématiques de quatrième à partir de la progression établie par Henri BAREIL

Thèmes généraux	Titre des leçons	Fiches	Nbre de fiches	Heures sans machine
Vers R (suite)		Résolution pratique d'équations du 1er degré	2 h (n° 18)	2 h libres
	Radicaux	Organigramme avec test Programme avec test	2 h (n° 19)	● 2 h de Géométrie
		Recherche de $\sqrt{a}$, $a \in R^+$, par des approximations de plus en plus fines	2 h (n° 20)	● 2 h de Géométrie
LES FORMES $\frac{a}{b}$	Formes $\frac{a}{b}$ et écritures à virgule ($a \in R$, $b \in R^*$) et pratique des calculs sur les formes $\frac{a}{b}$	La machine sera utilisée pour doubler les calculs avec des écritures à virgule	4 h (n° 21)	2 h de cours ● 2 h de Géométrie 2 h libres

MARSEILLE JUIN 1975	Claude ANSAS M. Thérèse PATALANI	
Notions à acquérir par les élèves	**Notions utilisées dans la pratique du calculateur progr.**	**Calendrier**
Définition des propriétés de (R, +, x) $\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$; équations $ax = b$.	Organigramme et programme avec boucle folle.	Décembre
Recherche de $\sqrt{a}$, $a \in R^+$, par des approximations de plus en plus fines.	Organigramme avec test.	

MARSEILLE FEVRIER 1976	Claude ANSAS M. Thérèse PATALANI	
Notions à acquérir par les élèves	**Notions utilisées dans la pratique du calculateur progr.**	**Calendrier**
		Janvier
Existence et définition de $\sqrt{a}$ avec $a \in R^+$. Pratique de calculs numériques simples.	Organigramme avec test. Programme avec test. Utilisation d'un programme pré-établi, enregistré sur carte magnétique.	
Prise de conscience des élèves quant aux difficultés qui se présentent lorsqu'on essaie de faire des calculs sur les formes $\frac{a}{b}$ en les remplaçant par des nombres à virgule. Pratique des calculs directs sur les formes $\frac{a}{b}$.	Le calculateur programmable est ici utilisé seulement comme "calculatrice de bureau" afin de contrôler les calculs faits sur les formes $\frac{a}{b}$ avec des nombres à virgule.	Février

PROGRESSION : 2ème partie du cours de Mathématiques de quatrième à partir de la progression établie par Henri BAREIL				
Thèmes généraux	**Titre des leçons**	**Fiches**	**Nbre de fiches**	**Heures sans machine**
PUIS-SANCES	Puissances à exposant positif	Préliminaire aux puissances	1 h (n° 22-0)	2 h de cours
				● 2 h de Géométrie
		Utilisation des formules relatives aux puissances à exposants positifs uniquement	1 h (n° 22)	
	Puissance d'un nombre réel non nul, les exposants étant des entiers relatifs.			2 h de cours
		Formules relatives aux puissances	1 h (n° 22bis)	
TEST 3				
ETUDE D'APPLICATIONS DANS R ou R*				● 2 h de Géométrie
	Application translation			
	Application homothétie	Translation, homothétie, homothétie suivie de translation	2 h (n° 23)	3 h de cours et exercices
	Homothétie suivie de translation			● 2 h de Géométrie
	Application valeur absolue	Application valeur absolue	2 h (n° 24)	
				● 2 h de Géométrie
	Application élévation au carré	Application élévation au carré	2 h (n° 25)	
	Application puissance	Application puissance		
				1 h libre
				● 2 h de Géométrie
	Fonctions monomes	Fonctions monomes	2 h (n° 26)	
	Fonctions polynomes	Fonctions polynomes	2 h (n° 27)	
TEST 4				

MARSEILLE FEVRIER 1976	Claude ANSAS M. Thérèse PATALANI	
Notions à acquérir par les élèves	**Notions utilisées dans la pratique du calculateur progr.**	**Calendrier**
Redécouverte des formules, vérification sur des calculs numériques puis généralisation.	Notion de compteur.	
Exercices sur ce qui précède.	Les élèves peuvent utiliser les instructions B^+, $B-$, etc...	Mars
Vérification générale et utilisation des formules relatives aux puissances (nombreux calculs exposants surtout négatifs).		
En cours : ordre et puissances ; ordre de grandeur d'une puissance		
Ordre et addition dans **R** .		
Effets sur somme et produit de deux nombres de la multiplication de ces nombres par un même réel et inversement. Résolution d'inéquations		Avril
L'application valeur absolue sera conçue comme une composition d'applications.	Les fiches 23, 24, 25 et 26 appliquent les notions d'organigramme et de programme avec test, boucle et pas de calcul.	
Etudes relatives à : $(x+y)^2$; $(x-y)^2$; x^2-y^2 Pratique des calculs. Définition d'une application monome.		
		Mai

ANNEXE 2

PROGRESSION POUR L'ANNEE 1976-77 :

CALCULATEURS PROGRAMMABLES ET CLASSE DE QUATRIEME			
		pages	
I.	RAPPELS (Révision de D)	1	
II.	VERS R	6	
	PAGES BLANCHES : VOS REMARQUES	11-14	
III.	FORMES-QUOTIENTS $\frac{a}{b}$	15	
IV.	PUISSANCES	18	
V.	ETUDE D'APPLICATIONS DANS R ou R$*$:	22	
	1. Application - translation	22	
	2. Application - homothétie	23	
	(Application - opposé)	24	
	3. Homothétie suivie de translation	25	
	4. Application - valeur absolue	26	
	5. Application - élévation au carré	26	
	(Généralisation : $x \longmapsto x^n$, ...)	27	
VI.	MONOMES ET POLYNOMES	28	
VII.	STRUCTURE DE GROUPE	29	
	nvT III		1976

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	$\boxed{\text{I.2.} \quad (\mathbf{D}\,,+)\ :}$	
Pratique de l'addition dans **D**	• Addition dans **D** : exemples numériques. Deux contrôles : 1. Addition sur nombres à virgule dans $\mathbf{D}^+$. 2. Influence des signes. [On pourra, pour le 2, relier cette addition à des compositions d'opérateurs de translation (cf. ascenseur, ...), ou de gains-dettes, ...]. Calcul de $a + b$ lorsqu'on donne à a et b des valeurs successives, par exemple en utilisant des registres de mémoires. • Rappel des significations de $(a + b) + c$ ou $a + (b + c)$ $a + b + c$.	Enoncés (corrects !) des r gles d'addition (ils sont d ficiles à maîtriser). Tests : Que dire de a et si $\lvert a + b\rvert = \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$? si $\lvert a + b\rvert = \lvert b\rvert - \lvert a\rvert$?
Pour (**D** , +), commutativité, associativité, rôle du zéro.	• Sur des exemples numériques, rappel ou vérification des effets des propriétés de commutativité et d'associativité de l'addition dans **D**. Rôle du zéro. Rappel : Somme d'opposés. Inversement ... Ecriture $a + b + c$ Exercice : Trouver d'autres écritures de $(+ 5) + (- 13)$; $(7 + 8) + (- 3)$; ...	Enoncés (corrects) des tr propriétés (ils sont diffici à bien comprendre en rais des quantificateurs). Exercice : Dans **D**, équati d'inconnue x : $(+ 8) + [x + 5] = (+ 8$

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	Application au "calcul mental".	
	• *Soustraction* :	
$b - a = b + opp\ a$	Rappel : Quels que soient les décimaux a et b , $b - a = b + opp\ a$	
Notion de réel.	De là, la création de nombres exprimés par des développements décimaux "illimités", parmi lesquels figurent les décimaux, et qui sont tels que :	
Inverses Avec $b \neq 0$. $b \times \frac{1}{b} = 1$	1. (Axiome). Pour tout nombre b il existe un nombre x (et un seul) tel que $b \times x = 1$ (avec $0,\overline{9} = 1$), pourvu que l'on ait $b \neq 0$. 2. Alors $a : b = a \times x$. Vocabulaire : inverses. Notation : $\frac{1}{b}$ (et obtention par division).	
Avec $b \neq 0$. $a : b = a \times \frac{1}{b}$ noté $\frac{a}{b}$.	Autre vocabulaire : nombre "réel". Ensemble R. Autre notation : $a \times \frac{1}{b}$ désigne le quotient de a par b . On le note $\frac{a}{b}$ (ce qui généralise la notation $\frac{1}{b}$).	
La division par zéro n'a pas de sens.	Propriété : 0 n'a pas d'inverse et la division par zéro est "impossible".	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
Définitions et propriétés de $(\mathbf{D}, +, \times)$ s'étendent à $(\mathbf{R}, +, \times)$	**II.3. Opérations sur R et compléments sur les inverses** Le fait que les réels se déterminent par des encadrements aussi fins qu'on le veut, et les calculs sur les encadrements, rendent légitime : 1. la définition sur **R** d'opérations analogues à celles de **D** 2. le fait que les propriétés établies sur **D** s'étendent aux opérations sur **R** (avec, en plus : Tout réel non nul a un inverse).	Dans **R**, étude, pour a b donnés, de l'équati d'inconnue x : $b \times x = a$ [ce qui démontre que, alo $a : b = a \times \frac{1}{b}$]
$\frac{1}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{ab}$	• Autres applications : — La recherche de l'inverse de ab montre que $\frac{1}{ab} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{b}$	Par contre, des exemples n mériques montreront l'inc rection de $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	— Avec a et b non nuls, $\frac{a}{b}$ admet $\frac{b}{a}$ pour inverse. [Toutes les études théoriques peuvent être doublées par des calculs sur des "développements décimaux"]	et de $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$
Si $a \neq 0$, l'équation en x $a\,x = b$ a *une* solution (et une seule) $\frac{b}{a}$.	L'étude minimale comportera la résolution, pour des valeurs numériques (forme décimale exacte, développement décimal illimité périodique, ou forme $\frac{\alpha}{\beta}$), de a et b $\boxed{\text{d'équations en } x \text{ du type } a\,x = b}$ (études conduites en se référant aux propriétés de base de ($\mathbf{R}$, + , ×)) Résolution pratique d'équations du premier degré à une inconnue	Comparaison avec l'étude de $a + x = b$ Exercices du type $3\,x + 8 = 3\ (x + ...)$ $3 + x = 5\ (... + ...)$
	III. LES FORMES $\frac{a}{b}$ ($a \in \mathbf{R}$ et $b \in \mathbf{R}_*$) **III.1. NOUS SAVONS QUE :**	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
PRATIQUE DES CALCULS SUR LES FORMES $\frac{a}{b}$	• (R , + , × , ⩽) possède les propriétés de (D , + , × , ⩽) • $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ • $\frac{1}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{1}{bc}$ (qui s'écrit aussi : $b^{-1} \times c^{-1} = (bc)^{-1}$) DE LÀ : • $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ *Conséquences :* ① $\frac{a}{d} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{d^2}$ ② On retrouve $\left(\frac{a}{d}\right)^2 = \frac{a^2}{d^2}$ ③ On retrouve $\frac{\lambda a}{\lambda b} = \frac{a}{b}$ ④ $\frac{a}{a'} \times \frac{b}{b'} \times \frac{c}{c'} \times \ldots = \frac{\ldots}{\ldots}$ ⑤ $\frac{a}{b} \times m = \ldots$	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
PRATIQUE DES CALCULS SUR LES FORMES $\frac{a}{b}$	• $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$ *Conséquences :* ① $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \ldots$ ② $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d} + \ldots = \frac{\ldots}{d}$ ③ $\frac{1}{d} + \frac{1}{d} = \frac{2}{d}$ • $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \ldots$ • $\frac{a}{b} + m = \ldots$ **III.2. NOUS SAVONS QUE :** $x : y = x \times \frac{1}{y}$ quels que soient le réel x et le réel non nul y. **DE LÀ :** $\frac{a}{b} : c = \ldots$; $a : \frac{c}{d} = \ldots$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \ldots$	$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = \frac{y}{x}$, c'est-à-dire : $\frac{x^{-1}}{y^{-1}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1}$

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	III.3. ORDRE :	
	• La comparaison de $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ peut se ramener au cas où b et d sont positifs.	... ou tous deux négatifs.
	Alors $\frac{a}{b} \leqslant \frac{c}{d} \Longleftrightarrow \frac{ad}{bd} \leqslant \frac{bc}{bd} \Longleftrightarrow ad \leqslant bc$	
	III.4. REMARQUES :	
	1. Il y a toujours lieu d'obliger les dénominateurs à être différents de zéro.	
	2. Rien, dans les formes $\frac{a}{b}$, n'exige que a et b soient des entiers. On ne peut qu'accepter $\frac{3}{10} + \frac{2}{5} = \frac{1{,}5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3{,}5}{5}$ $\left(= \frac{7}{10},\ \text{ou} = 0{,}7\right)$	
	3. Les calculs sur les formes $\frac{a}{b}$ se feront d'abord sur des exemples numériques. Ceci permettra de les "doubler" par des calculs sur "les écritures à virgule". Un tel contrôle sera longtemps exigé.	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	4. Quand il s'agira de calculs littéraux, il sera longtemps exigé des contrôles en prenant des exemples numériques (et les "écritures à virgule" associées).	
	V. ETUDE D'APPLICATIONS DANS R , ou R$*$: **Problème général :** (En "langage professeur", pas "en langage élèves") Soit : une application f, $f(a) = a'$, et $f(b) = b'$. Comparer $(a' * b')$ à $(a * b)$ ou à $f\,(a * b)$, "$*$" signifiant l'un des symboles $+$, $-$, $\times$, ou $:$ *Il sera étudié des exemples numériques.* *De là des conjectures générales : les plus intéressantes seront démontrées :* *1ère étape :* Etudes mi-littérales — mi-numériques *2ème étape :* Etudes littérales	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
Cf. changement d'origine sur une droite graduée	**V.I. APPLICATION — TRANSLATION :** Soit $t \begin{cases} \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \\ a \longmapsto a' \end{cases}$, tel que $a' = a + \lambda$; avec λ réel constant. • $a' + b' = (a+b) + 2\lambda$ • $\boxed{a' - b' = a - b}$ *Conséquences :* 1. Dans **R**, comme dans **D**, l'addition conserve l'ordre.	$a'_1 + a'_2 + a'_n = a_1 + \ldots + n\lambda$
	V.3. HOMOTHETIE SUIVIE DE TRANSLATION Soit $f \begin{cases} \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} \\ x \longmapsto ax + b \end{cases}$, avec a et b réels constants, et $a \neq 0$. • *f sera traitée comme une fonction composée* (avec travail machine éventuel). • La notation $f(x)$ sera utilisée. • *Voir exemples familiers.*	Comparaison de $h \circ t$ et $t \circ h$ Cf. droite graduée et changements de sens, ou d'unité, ou d'origine.

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	• *Propriété remarquable* : $x' - y' = a\,(x - y)$ On retrouve les résultats relatifs à addition, multiplication et ordre.	Le rapport de deux surlignés est invariant lorsque ...
Inéquation d'inconnue x : $ax + b > 0$	• Résolution, dans R, pour des valeurs numériques de a et b, d'*inéquations en* x du type $ax + b > 0$ (ou $ax + b < 0$)	Représentations graphiques [points de coordonnées x, $ax + b$], application aux équations.
	V.4. APPLICATION — VALEUR ABSOLUE : Soit a : $\begin{cases} \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}^{+} \\ x \longmapsto \lvert x \rvert \end{cases}$ • De là une mise au point sur la notion de valeur absolue et une révision à propos de $\lvert x + y \rvert$ et $\lvert x\,y \rvert$	

NOTIONS	ETUDE MINIMALE ENVISAGEE	PROLONGEMENTS POSSIBLES
	V.5. APPLICATION – ELEVATION AU CARRE :	
	Soit c $\left\{\begin{array}{l} \mathrm{R} \longrightarrow \mathrm{R} \\ x \longmapsto x', \text{ tel que } x' = x^2 \end{array}\right.$	
Egalités $(x + y)^2 = ...$ $(x - y)^2 = ...$ $x^2 - y^2 = ...$	• $x^2 + y^2 \neq (x + y)^2$, (mais $(x + y)^2 = ...$) • $x^2 - y^2 \neq (x - y)^2$, (mais $(x - y)^2 = ...$ et $x^2 - y^2 = ...$)	
	D'OÙ DES EXERCICES SUR LES FACTORISATIONS.	
	• $x^2 \, y^2 = (x \, y)^2$ • $\dfrac{x^2}{y^2} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^2$, avec $y \neq 0$.	

QUELQUES APPORTS DE L'INFORMATIQUE A L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

Cette brochure est essentiellement écrite pour les professeurs de mathématiques

- qui ont entendu parler d'informatique ;
- qui voudraient en savoir plus sans être noyés ;
- qui se demandent ce qui a été fait par d'autres collègues et ce qu'ils pourraient eux-mêmes réaliser ;
- bref ! *tous ceux qui voudraient avoir rapidement mais sérieusement une vue globale sur le sujet.*

En voici les différents chapitres :

* Une introduction fait traditionnellement le point général.

* Le chapitre 1 (RENOUVEAU DE L'ART DU CALCUL) développe quelques exemples simples d'activités montrant que, loin de reléguer au musée le calcul et ses techniques, les calculatrices en font un centre d'attraction particulièrement vivant.

* Le chapitre 2 (QUELQUES DEVELOPPEMENTS EN SITUATIONS PEDAGOGIQUES) montre le parti que le professeur de mathématiques peut tirer, pour sa classe, de la démarche et de l'emploi du matériel informatique.

* Le chapitre 3 (LANGAGES ET METHODES) explicite la nature spécifique du discours informatique et les idées fondamentales qui sous-tendent son utilisation.

* Le chapitre 4 (AIDE DE L'INFORMATIQUE A L'ENSEIGNEMENT) fait le point sur les possibilités actuelles.

* Enfin, le chapitre 5 (INFORMATIONS DIVERSES) donne des indications sur les matériels, les livres, les équipes de recherche, les lycées équipés en ordinateurs, les bonnes adresses...

280 pages, 25 F (port compris : 29 F).

2.2 - LES FICHES D'ACTIVITÉS SUR CALCULATEUR

I. DE LA NECESSITE D'UTILISER DES FICHES

Plusieurs raisons ont imposé au groupe la nécessité d'élaborer des fiches "d'activités sur calculateur", destinées aux élèves.

L'utilisation de ce nouvel outil pédagogique étant favorisée par l'emploi de méthodes actives, il a semblé important de laisser aux élèves une certaine autonomie pendant ces travaux, afin de leur permettre d'exercer au maximum leurs capacités d'observation et de recherche.

La présence d'une ou deux machines au plus dans une classe interdisait les passages individuels (travail en groupe) et obligeait les groupes à respecter une alternance d'interventions sur calculateur et de travaux différents. Ceci impliquait en outre une certaine disponibilité du professeur au niveau soit individuel, soit des groupes.

De plus, pour rendre la méthode d'évaluation plus fiable, il avait paru indispensable d'éliminer au maximum les paramètres "parasites" grâce à des fiches. Il fallait en effet uniformiser d'une part l'intervention des professeurs et, d'autre part, le champ et le niveau des connaissances.

II. METHODE DE CONCEPTION DES FICHES PROBLEMES LIES A LEUR ELABORATION

Pour une classe d'environ trente élèves, organisée en groupes de cinq, le temps réel de passage à la machine représentait un maximum de dix minutes (sans tenir compte des problèmes matériels : déplacements, erreurs, oublis ... qui font perdre beaucoup de temps). De ce fait, beaucoup d'autres activités annexes devaient être prévues, en rapport ou non avec le calculateur.

Une première solution adoptée consistait à prévoir deux options possibles dans la classe, l'une "avec machine", l'autre "sans machine". Les deux types d'exercices portaient sur un même thème, mais étaient totalement indépendants.

Document n° 1 : Fiche avec options : . .

Option A (sans machine)

Rappel :

> La parenthèse indique comment faire le calcul : commencer par effectuer ce qui est dans la parenthèse.
> Exemple : $8 + (2 - 3) = 8 - 1 = 7$

1) Effectue en tenant compte des parenthèses (chaque calcul comprend deux étapes qui doivent être écrites) :

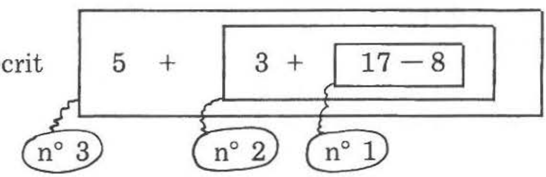
$$(+\,7{,}2 - 9) + (+\,5 - 13 + 21{,}5 - 15{,}5)$$

$$(+\,10 + 8{,}2 - 4{,}5) + (-\,9{,}5 - 21 + 12{,}5 - 7{,}2 + 5{,}2)$$

2) Parenthèses emboîtées

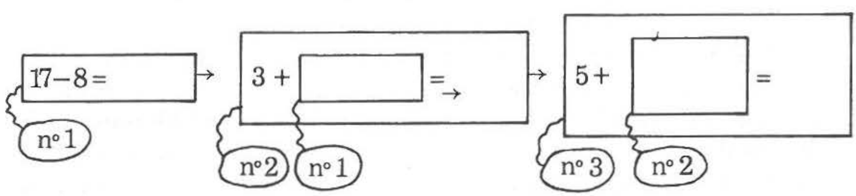
Imagine que les parenthèses soient des boîtes :

$5 + (3 + (17 - 8))$ s'écrit



On numérote chacune d'elles pour indiquer dans quel ordre se feront les calculs.

"Désemboîte" les boîtes comme si tu les tirais avec une ficelle :



Dans chacun des cas suivants, construis toutes les boîtes, numérote-les, puis effectue les calculs comme ci-dessus :

$$-\,13 + (21 - (13 - 7 + 3))$$

. . . Fiche n° 11 (extrait) : Parenthèses et distributivité

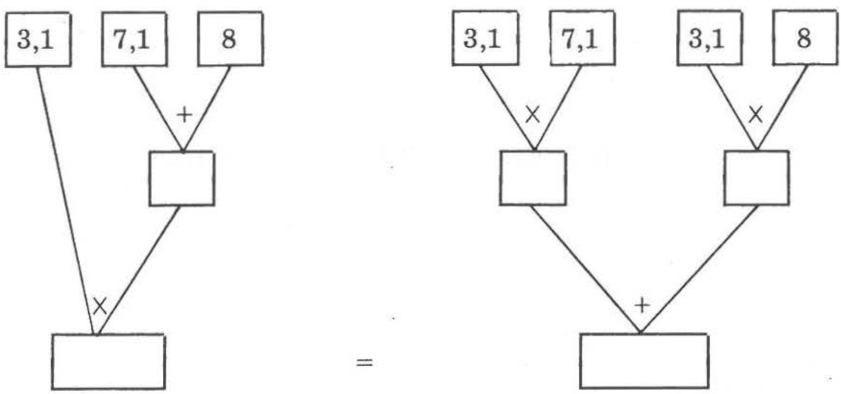
Option B (avec machine)

Rappel :

Pour tout choix de 3 décimaux a, b, c :

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

1) A quelle expression est égal $3{,}1 \times (7{,}1 + 8)$?
Complète les arbres suivants :



2) Reprends l'exercice 1) de la fiche n° 6.
- Ecris le programme correspondant.
- Va au P 101 l'enregistrer.
- Exécute ce programme pour calculer :

$$3{,}1 \times (7{,}1 + 8)$$

$$573{,}212 \times (14{,}5831 + 85{,}4169)$$

3) A quel arbre correspond le programme que tu viens d'exécuter ?

....

Cette conception apparut très vite peu performante en raison des difficultés rencontrées pour leur rédaction (difficultés de créer des travaux qui soient à la fois utiles, indépendants et complémentaires).

En outre, les essais préexpérimentaux faits dans les classes permirent de voir que les rythmes de travail différaient suivant les élèves et entraînaient un décalage naturel entre les groupes.

La rédaction des fiches s'est alors faite dans le souci d'alterner des activités de "manipulation" et des activités d'autres types.

La diversité du matériel employé dans les classes a, d'autre part, obligé les professeurs à rédiger des fiches parallèles pour les différents types de machines utilisés ; la progression informatique ayant été établie en fonction des possibilités du calculateur le moins évolué, nous n'avons pas utilisé toutes les performances des autres matériels.

III. DIFFERENTES SORTES DE FICHES

1. Fiches d'apprentissage

Les sept premières fiches, rédigées de manière spécifique, prévoyaient une acquisition rapide des notions fondamentales concernant le langage et la manipulation de la machine, jusqu'à la notion d'écriture et enregistrement de programme. Les documents de cette première séquence proposaient aux élèves l'étude d'une instruction nouvelle dans chaque fiche, en la faisant découvrir par des manipulations. Ces exercices utilisaient des décimaux, mais sans aucun but pédagogique d'ordre mathématique.

Afin de permettre les passages à la machine, ces travaux étaient complétés par des travaux annexes de nature variée (remplissage de tableaux de calcul, corrections, rédaction de conclusions, etc.).

Dans chaque fiche, on obligeait l'élève à prendre conscience des mouvements des variables mathématiques dans les registres en leur faisant remplir des tableaux qui représentaient leur contenu avant et après chaque instruction.

Document n° 2 : Une fiche d'apprentissage (extrait)

P 101 **Fiche 2** **1974-1975**

$+ \updownarrow$

① Complète le tableau :

NOMBRES	INSTRUCTIONS	M	A	BANDE DE PAPIER
		2 318	55	
		2 318	2 318	
		5 213	2 318	
		5 213	2 318	2 318
		5 213	2 318	5 213
		12 315	2 318	
		12 315	12 315	
		12 315	12 315	12 315

Va le vérifier à la machine.

② Frappe au clavier les nombres et instructions suivantes :

13 ↓ 12 A ◇ ◇ + A ◇ ◇ . 29 A ◇ ◇ + A ◇ ◇

A l'aide de la bande de papier, tu dois pouvoir en déduire "ce que fait" l'instruction +.

INSTRUCTIONS	M	A
	12	13
+		

INSTRUCTIONS	M	A
	29	25
+		

INSTRUCTIONS	M	A
	x	y
+		

③ Le contenu de M étant 2, le contenu de A étant 7, comment obtenir 13 dans A ? (sans introduire d'autres nombres)

INSTRUCTIONS	M	A
	2	7
		13

Va à la machine ;
— mets 7 dans A et 2 dans M
— vérifie les contenus de A et de M
— vérifie l'exactitude de ta suite d'instructions.

Fais appel à ton professeur.

④ Voici une nouvelle instruction : ↕

Comment, à l'aide de la machine, vas-tu pouvoir découvrir le sens de cette instruction ? . . . .

. . . .

. . . .

Va le vérifier à la machine.

L'instruction ↕ ....

Complète :

INSTRUCTIONS	M	A
	3	2715
↕		

INSTRUCTIONS	M	A
	172	0
↕		

INSTRUCTIONS	M	A
	x	y
↕		

⑤ Les contenus de M et de A étant x et y, quels seront ces contenus

— après 2 instructions ↕ à la suite ? ....

— après 5 instructions ↕ à la suite ? ....

— après un nombre pair d'instructions ↕ ? ....

— après un nombre impair d'instructions ↕ ? ....

2. Fiches d'activités mathématiques

Chacun de ces documents recouvrait un objectif pédagogique d'ordre mathématique bien précis, explicité le plus souvent possible dans une fiche du maître. Ces objectifs mathématiques avaient été choisis en fonction des thèmes définis par la "progression". Il faut signaler à ce propos que les thèmes pour lesquels la machine ne semblait pas intéressante n'ont pas fait l'objet de documents de ce genre ; les professeurs traitaient alors le sujet en toute liberté.

Les élèves pouvaient trouver dans ces fiches, en alternance avec les manipulations, des activités d'autres types (préparations, analyses, conclusions concernant les manipulations, exercices de calcul sans machine, discussions, réflexions, etc.).

On pouvait différencier trois sortes de fiches suivant l'utilisation de la machine qui y était faite :

a) *Machine utilisée comme motivation.*

Les exercices avaient pour but, soit de mettre en oeuvre chez les élèves des attitudes de réflexion, de recherche, à propos d'un concept mathématique, soit d'assurer l'acquisition de notions déjà apprises. Dans tous les cas, il s'agissait surtout de créer des situations où l'élève se trouvait en état de découvrir ou de "redécouvrir".

Document n° 3 : Exemple de fiche où la machine est utilisée comme motivation

Fiche 22 (extrait)

Utilisation des formules relatives aux puissances à exposants positifs

I — Reprends la fiche 22.0 ; tu as calculé $a^4 \times a^3$ pour différentes valeurs de a ; écris tes résultats dans ce tableau :

a	$a^4 \times a^3$

... ...

Modifie le programme pour calculer directement a^7, en donnant à a les mêmes valeurs. Ecris tes résultats dans ce tableau :

a	a^7

... ...

Compare les résultats des 2 tableaux ; quelle formule as-tu vérifiée ?

II — Dans chaque groupe, faites l'un *ou* l'autre de ces 2 types de calcul, à la machine ou à la main :

pour cela, choisissez une valeur pour m ($m \in \mathbf{N}$) $m = 2$
une valeur pour n ($n \in \mathbf{N}$) $n = 3$
et 5 valeurs différentes pour a ($a \in \mathbf{R}$)

a	$(a^m)^n$
. . .	. . .

a	$a^{m \times n}$
. . .	. . .

b) *Machine utilisée par le biais de sa technologie.*

Certaines difficultés liées à la technologie de la machine ont permis de mettre en évidence des notions déjà vues mais pas toujours acquises (division par 0, commutativité, associativité, valeur absolue, etc.). Pour d'autres, il s'agissait d'introduire une notion nouvelle, de façon plus séduisante.

Document n° 4 : Exemple de fiche où la machine est utilisée par le biais de sa technologie

Fiche 23

1 – Le contenu du registre C est 4.

On veut réaliser $\boxed{M \longleftarrow M \times C}$

a) Ecris dans le tableau ci-contre une suite d'instructions nécessaires, pour obtenir :

$M \longleftarrow M \times C$

Quel est l'état final de M quand son état initial est -5 ?

Instructions	M	A	B	C
//////////				4

b) Utilise le tableau et la suite d'instructions précédente pour compléter le tableau suivant :

Etat Initial de M	Etat Final de M
$+ 1$	
$- 5$	
$0{,}1$	
$\frac{14}{8}$	
x	

c) Le contenu du registre C est 4.

f est l'application de **D** vers **D** telle que :

Le contenu initial de M *a pour image par* la liste d'instructions précédente le contenu final de M.

Notation : $f \left| \begin{array}{l} \mathbf{D} \longrightarrow \mathbf{D} \\ x \longmapsto f(x) \end{array} \right.$

En utilisant le tableau du b), complète :

$$f(x) = \ldots\ldots$$

puis calcule à la main : $f(2{,}4)$ $f(0{,}25)$ $f(0)$

d) Le contenu du registre C est 7,2.
On utilise la suite d'instructions précédente.

Soit ℓ l'application de **D** vers **D** telle que le contenu initial de M a pour image le contenu final de M.

Si t est le contenu initial de M, quel est le contenu final de M ? :

$$\ell(t) = \ldots\ldots$$

2 – Le contenu du registre B est 5.

a) Ecris dans le tableau ci-dessous une suite d'instructions pour réaliser

$$\boxed{M \longleftarrow M + B}$$

Instructions	M	A	B	C
//////////////			5	

b) Utilise le tableau et la suite d'instructions précédente pour compléter le tableau suivant :

Etat Initial de M	Etat Final de M
4	
0,4	
-20	
7	
u	

c) L'application, notée g, de D vers D est telle que : le contenu initial de M a pour image, par la liste d'instructions précédente, le contenu final de M.

$$g \left| \begin{array}{l} \mathbf{D} \longrightarrow \mathbf{D} \\ u \longmapsto g(u) \end{array} \right. \qquad g(u) = \ldots\ldots$$

Calcule $g(32{,}5)$, $g(-4{,}8)$, $g(7{,}1)$.

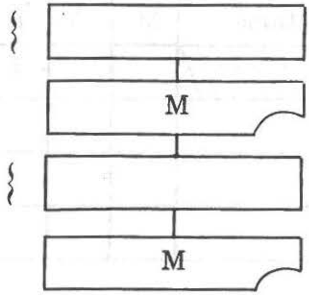
3 - a) Le contenu du registre B est 5 et celui de C est 4.

f et g sont les applications des paragraphes 1 et 2.

Complète l'organigramme suivant :

Application f

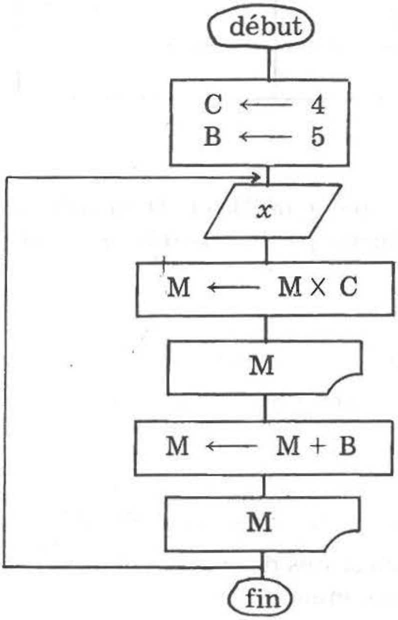
Application g



Remplis le tableau ci-dessous :

Contenu initial de M	1ère sortie	2ème sortie
1		
− 5		
0,4		
t		

b) Ecris le programme correspondant à l'organigramme suivant :



Enregistre, puis fais exécuter ce programme pour les valeurs suivantes de x : 1 ; 4 ; 0,4 ; 1,25 .

Utilise la bande de papier pour remplir les quatre premières lignes du tableau suivant :

	1ère sortie	2ème sortie
1	$f(\ldots) = \ldots$	$g(\ldots) = \ldots$
4	$f(\quad) =$	$g(\quad) =$
0,4	$f(\quad) =$	$g(\quad) =$
$-1{,}25$	$f(\quad) =$	$g(\quad) =$
t	$f(\quad) =$	$g(\quad) =$

c) Recopie l'organigramme étudié au b) en supprimant la première sortie ; modifie le programme correspondant ; enregistre-le et fais-le exécuter pour les valeurs de x suivantes :

$$-0{,}3 \quad ; \quad 14{,}712 \quad ; \quad 7 \quad ; \quad -1{,}1$$

Remplis le tableau suivant en utilisant la bande de papier et le tableau du b).

x	Sortie
0,3	
14,7 / 2	
1	
4	
0,4	
$-1{,}25$	
t	

Par le programme précédent, à chaque valeur donnée à x correspond une sortie ; on définit ainsi une nouvelle application :

$$h \left| \begin{array}{l} \mathbf{D} \longrightarrow \mathbf{D} \\ h \longmapsto h(x) \end{array} \right.$$

Complète : $h(x) = \ldots\ldots$

c) *Machine utilisée comme outil de calcul.*

Les performances de la machine dans le domaine calculatoire étaient utilisées pour accroître le nombre d'exemples fournis à l'enfant, afin d'étendre le champ de ses observations. Pour d'autres thèmes, la machine libérait l'élève des contraintes et des difficultés liées au calcul, lui permettant de considérer l'essentiel. Enfin, il s'agissait quelquefois de l'utiliser simplement pour "contrôler" certains exercices.

Document n° 5 : Exemple de fiche où la machine est utilisée comme outil de calcul (extrait)

V. — Exercices

V.1. Rappels :

- Qu'exige, pour b, l'écriture $\frac{a}{b}$?
- L'écriture $\frac{a}{b}$ exige-t-elle $a \neq 0$?
a entier ?
b entier ?
- Plus précisément, pour $\frac{a}{b}$, $a \in \ldots$, $b \in \ldots$

V.2. Dans les calculs suivants, tu peux utiliser les formules générales du § IV. Rappelle-les :

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \ldots$; l'inverse de $\frac{c}{d}$ est $\frac{\ldots}{\ldots}$; $\frac{ma}{mb} = \frac{a}{\ldots}$;

$a : d = a \ldots$; $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Les élèves d'un même groupe se partageront les calculs ci-dessous et leur contrôle.

A LA MAIN	A LA MACHINE
A) Mets sous la forme d'un seul quotient (du type $\frac{a}{b}$), ou d'une écriture à virgule : 1°) $\frac{3}{7} \times \frac{5}{11}$; $\frac{5}{10} + \frac{6}{10}$; $\frac{13}{5} - \frac{4}{5}$; $\frac{2}{3} : \frac{5}{7}$ 2°) $\frac{9}{7} \times \frac{6}{7}$; $\frac{5}{11} + \frac{4}{11}$; $\frac{10}{17} - \frac{20}{17}$; $\frac{4}{13} : \frac{5}{3}$ 3°) $\frac{11}{20} + \frac{3}{5}$; $8 \times \frac{3}{17}$; $\frac{9}{13} - \frac{8}{13}$; $3 : \frac{5}{11}$ 4°) $9 + \frac{4}{23}$; $\frac{7}{31} : 6$; $\frac{11}{35} + \frac{1}{14}$; $\frac{9}{11} \times \frac{9}{11}$	Contrôle les calculs de gauche avec des écritures à virgule ou des encadrements (dans $\mathbf{D}_3$ par exemple, ou dans $\mathbf{D}_4$).
B) Ecris sous une forme plus simple : $\frac{7 \times 3}{2 \times 3}$; $\frac{15 + 3}{1 + 3}$; $\frac{9 \times 35}{2 \times 35}$; $\frac{75}{125}$	Contrôle ...

C) Dans $\mathbf{R}$, résous les équations en x :

$$\frac{4x}{11} = \frac{1}{3} \quad ; \quad \frac{3x}{7} - \frac{2}{3} = 0 \quad ; \quad 9x + \frac{4}{5} = 0 \quad ; \quad \frac{7x}{3} - 8 = 0 \quad ;$$

$$7x - \frac{3}{5} = \frac{x}{3} \quad ; \quad 4x + \frac{1}{7} = 2 \quad ; \quad \frac{9x}{2} + \frac{5}{3} = \frac{4x}{5} - \frac{10}{3} \quad ;$$

$$8 - \frac{4x}{15} = \frac{2}{3} + \frac{x}{20}$$

D) 1°) Classe les nombres :

$$-\frac{5}{3} \ ; \ \frac{4}{7} \ ; \ -1 \ ; \ \frac{-11}{2} \ ; \ \frac{14}{9} \ ; \ \frac{17}{7} \ ; \ 5 .$$

2°) Classe les nombres :

$$-2 \ ; \ -3{,}5 \ ; \ -\frac{4}{3} \ ; \ -1 \ ; \ -\frac{5}{4} \ ; \ -8 .$$

E) (FACULTATIF)

Mets sous la forme d'un seul quotient du type $\frac{a}{b}$:

1°) $\frac{x}{3} \times \frac{2}{5}$; $\frac{3x}{7} + \frac{x}{7}$; $\frac{13a}{5} - \frac{a}{5}$; $\frac{x}{8} : \frac{2}{3}$

2°) $\frac{3x}{7} \times \frac{2x}{3}$; $\frac{4x}{15} + \frac{2x}{3}$; $\frac{9x^2}{5} : 3$; $\frac{x^2}{3} - x^2$

3°) $\frac{7x^2}{5} \times \frac{1}{3}$; $\frac{5}{x} + \frac{2}{3}$ (avec $x \neq 0$)

Contrôle tes calculs, à la machine, en prenant des valeurs numériques pour x.

F) (FACULTATIF)

1°) Complète : $9 \times \ldots . = \frac{7}{5}$; $\frac{4}{7} \times \ldots . = \frac{2}{3}$; $\frac{9}{5} + \ldots . = \frac{4}{7}$

2°) Résous, dans $\mathbf{R}$, les équations en x :

$$\frac{7}{3} + x = 1 \ ; \ \frac{9}{5}x = \frac{3}{4} \ ; \ 4x = \frac{7}{8} \ ; \ x^2 = \frac{9}{49}$$

3. Fiches d'activités "informatiques"

Pour certaines notions telles que "programme avec itération, test, compteur...", des fiches ont été élaborées sans objectif mathématique, dans le but de ne pas accroître les difficultés créées par l'introduction d'un élément nouveau. Toutefois, ces documents ont toujours été faits dans un but formateur et en tenant compte du thème d'algèbre étudié à ce moment-là.

Document n° 6 : Exemple de fiche d'activités informatiques

P 101 **Puissances dans R** **Fiche 22-0**

(I) On veut calculer $t^4 \times t^3$.

t	4,2	3,7	3,2				
t^4							
t^3							
$t^4 \times t^3$							

(1) On a écrit partiellement l'organigramme qui :

. *calcule* t^4 *et imprime le résultat*
. *calcule* t^3 *et imprime le résultat*
. *calcule* $t^4 \times t^3$ *et imprime le résultat.*

t prend pour valeur initiale 4,2.

Comment calcule-t-on une valeur de t à partir de la précédente ?

Attention ! On n'entre que 4,2 et 0,5 ; les autres valeurs de t seront calculées par la machine.

La valeur constante que l'on retranche à t s'appelle **"le pas du calcul"**.

(2) Complète l'organigramme de la page 2 de la fiche*. Ecris le programme correspondant.

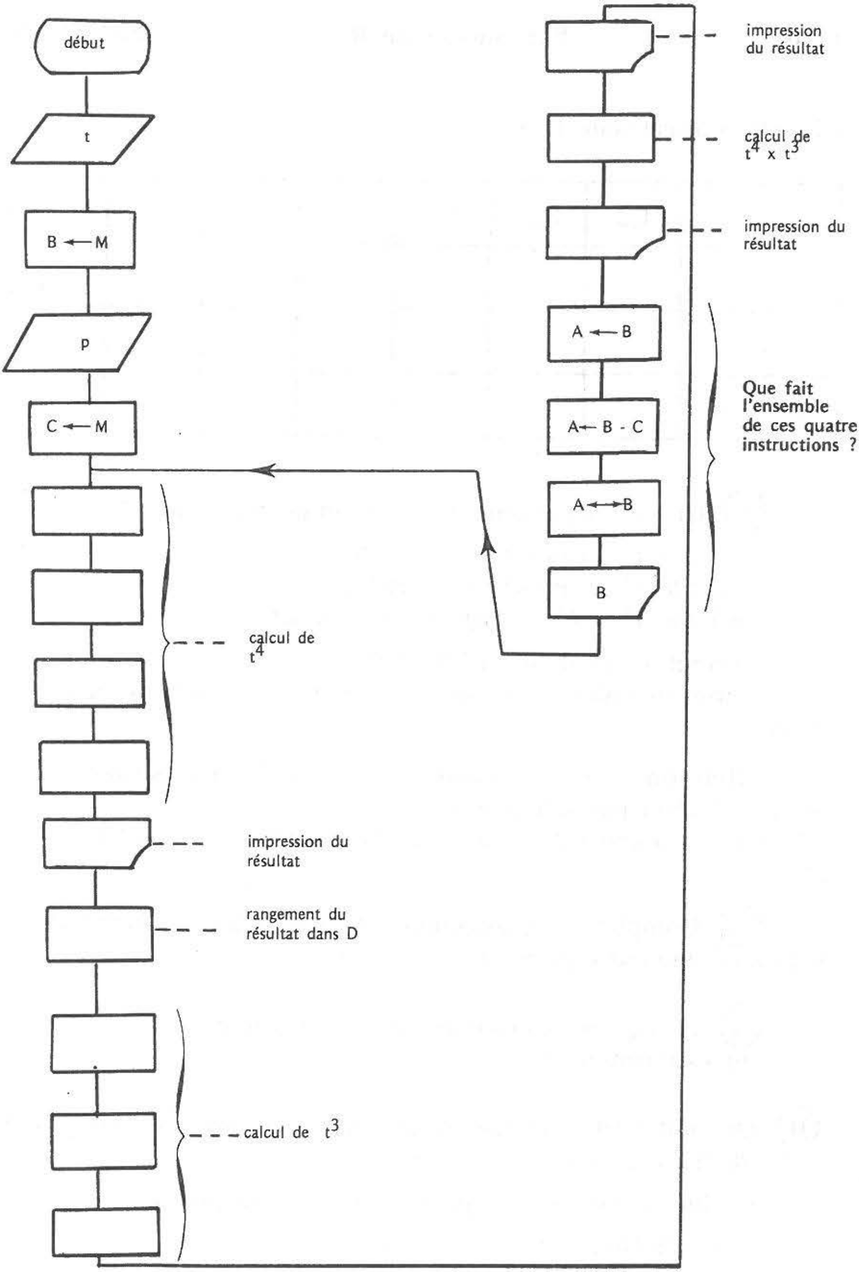
(3) Enregistre et fais exécuter ce programme.
Qu'as-tu obtenu ?

(II) On veut faire le même calcul pour des valeurs de t positives à partir de 5,3 avec un pas de calcul égal à 0,7.

Tu dois utiliser un test pour vérifier si t est positif.

Prends la fiche 19.

* page 54.


début
t
B ← M
p
C ← M
calcul de t^4
impression du résultat
rangement du résultat dans D
calcul de t^3
impression du résultat
calcul de $t^4 \times t^3$
impression du résultat
A ← B
A ← B - C
A ↔ B
B
Que fait l'ensemble de ces quatre instructions ?

Quelles sont les instructions correspondant au test ?

Où dois-tu les placer sur l'organigramme ?

Quel doit être le contenu du registre A avec l'instruction /W ?

Que contient le registre A dans le premier programme après l'instruction B◇ ?

Quelles instructions faut-il ajouter pour tester la bonne valeur de *t* ?

Complète l'organigramme de la page 4 de la fiche *.

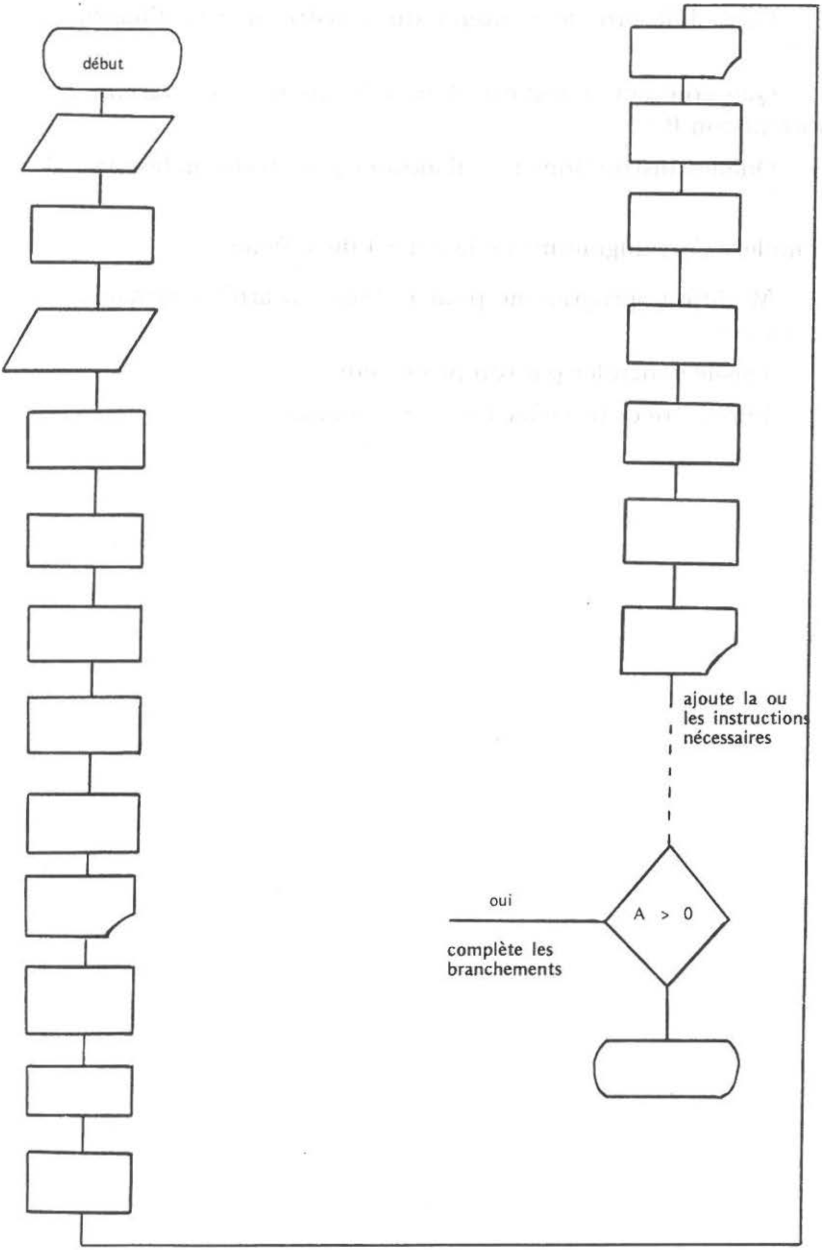
Modifie le programme pour obtenir un arrêt automatique de la machine.

Fais-le contrôler par ton professeur.

Enregistre et fais exécuter le programme.

---

* page 56.


début
ajoute la ou
les instructions
nécessaires
oui
A > 0
complète les
branchements

IV. ANALYSE D'UNE FICHE

Ces quelques idées ne peuvent en aucun cas témoigner du travail qui a précédé l'élaboration des fiches : réflexions, différentes moutures, préexpérimentations ponctuelles, remise en question, etc.

Afin de donner un exemple complet des intentions pédagogiques sous-jacentes dans un thème d'activités, on exposera ici une analyse plus précise de la fiche : "Résolution pratique d'équations". On trouvera tout d'abord : le but pédagogique de la leçon, puis la fiche de travail proposée aux élèves, enfin une analyse précise de cette fiche en insistant sur l'intérêt spécifique de chaque activité, son objectif mathématique et ses prolongements possibles.

Résolutions pratiques d'équations

But pédagogique :

- Familiarisation des élèves à la notion d'équation.
- Prise de conscience de l'existence d'une ou de plusieurs solutions possibles pour une même équation.
- Recherche par essais successifs de la solution de l'équation

$$ax = b$$

- Mise en évidence de l'impossibilité de déterminer le nombre de solutions par cette méthode.
- Notion de transformations d'équations pour en déterminer l'ensemble des solutions.
- Généralisation ; cas particulier de $a = 0$.

Fiche élève : (sur P 101)

Résolutions pratiques d'équations

I (1) f est une application de **R** vers **R** définie par :

$$f(x) = x^2 - 15x + 26 .$$

On se propose, à partir d'un grand nombre de valeurs réelles données à x, de calculer $x^2 - 15x + 26$.

1) Ecris l'organigramme et le programme correspondant.

2) Fais-le exécuter pour un grand nombre de valeurs entières données à x, en partant de 0.

3) Cherche une ou plusieurs valeurs de x qui rendent vraie l'égalité suivante : $f(x) = 0$;

Compare le résultat de ta recherche avec celui des groupes voisins.

x	0	1	2	
$f(x)$				

(2) Ecris l'organigramme et le programme qui te permettront de résoudre le problème suivant :

"Existe-t-il des valeurs entières de x qui rendent vraie l'égalité $4{,}25x = 51$?"

Compare tes résultats avec ceux des groupes voisins.

Ton groupe a trouvé une solution et une seule ; les autres groupes aussi. Es-tu sûr qu'il n'y aurait pas une autre solution entière ou décimale ?

II (1) Considérons l'équation $4{,}25x = 51$.

On la transforme de la façon suivante :

1) $4{,}25x = 51$

2) $\dfrac{1}{4{,}25} \times (4{,}25x) = \dfrac{1}{4{,}25} \times 51$

3) $\left(\dfrac{1}{4{,}25} \times 4{,}25\right)x = \dfrac{1}{4{,}25} \times 51$

4) $1 \times x = \dfrac{1}{4{,}25} \times 51$

$x = 12$

Justifie le passage de chaque ligne à la suivante par une propriété de la multiplication dans **R**.

(2) Recommence un travail analogue avec l'équation dans **R** :

$$5t = 32$$

(3) Quelle est ta conclusion pour (1) et pour (2) ?

Penses-tu qu'une vérification est nécessaire ? Si oui, fais-la.

(4) Tu as résolu l'équation dans **R** : $4{,}25x = 51$. Tu as trouvé une solution unique dans **R** ; nous dirons que l'ensemble des solutions est $\{.....\}$; nous écrirons : $S_{\mathbf{R}} = \{.....\}$.

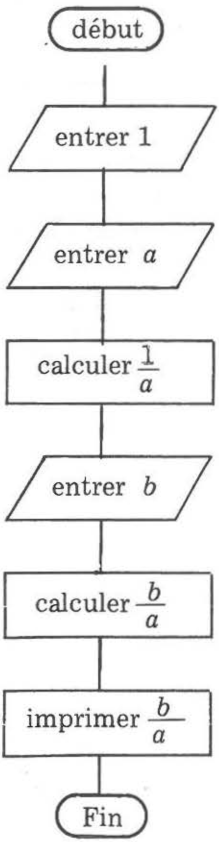
Ecris l'ensemble des solutions de l'équation dans **R** :

$$5t = 32$$

(5) Recherche l'ensemble des solutions de chacune des équations dans **R** :

$$-2x = 13 \qquad 4t = -12 \qquad x.5 = 17$$

III (1) Voici un organigramme :



a) Quelle équation permet-il de résoudre ?

Ecris le programme.

b) Utilise-le pour vérifier les solutions des équations II (5) .

(2) Essaye d'utiliser ce programme pour résoudre dans **R** l'équation $0.x = 7$. Que constates-tu ? Dans quel cas ce programme ne peut-il pas s'exécuter ? Justifie ta réponse.

(3) Cherche l'ensemble S des solutions de l'équation dans **R** :

$$a \,.\, x = b \qquad \text{avec} \quad a \in \mathbf{R}_* \quad \text{et} \quad b \in \mathbf{R}\,.$$

Justifie chaque étape en t'aidant du n° II (1) .

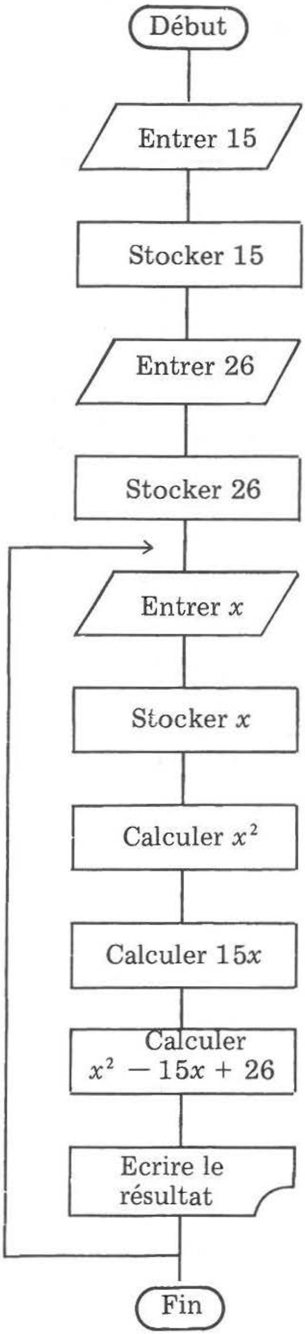
• • •

Commentaires :

Activité n° 1 f est une application de **R** vers **R** définie par : $f(x) = x^2 - 15x + 26$ On se propose, à partir d'un grand nombre de valeurs réelles données à x, de calculer $x^2 - 15x + 26$. 1) *Ecris l'organigramme* et le *programme correspondant.*

Pour l'élève : 1 — Ecriture de l'organigramme

Organigramme



Analyse du problème posé

- *Association de la notion de "grand nombre de valeurs" à celle d'utilisation d'un programme.*
- *Différenciation entre les constantes utilisées dans l'expression, et la variable.*
  Affectation des registres de stockage à chacun de ces éléments.
- *Création de l'organigramme :*
  — initialisation du travail
  — instructions répétitives
- *Ordre de priorité dans l'introduction des données.*

Remarque : *les élèves ne font pas toujours l'organigramme pour un calcul simple. C'est une écriture qui leur semble artificielle.*

2 — Ecriture du programme

- *Représentation évolutive de l'état de la machine au cours des différentes opérations.*

Instructions	M	A	B	C	D
AV					
STOP	15				
C ↑	15			15	
STOP	26			15	
D ↑	26			15	26
→ AW	26			15	26
STOP	x			15	26
B ↑	x		x	15	26
↓	x	x	x	15	26
×	x	x^2	x	15	26
B ↕	x	x	x^2	15	26
C ×	15	$15x$	x^2	15	26
B ↕	15	x^2	$15x$	15	26
B —	$15x$	$x^2 - 15x$	$15x$	15	26
D +	26	$x^2 - 15x + 26$	$15x$	15	26
A ◇		$x^2 - 15x + 26$	s'imprime		
W					

Programme

- *Organisation des "transferts" de la façon la plus rentable.*
- *Recherche optimale de l'utilisation des registres pour un minimum d'instructions.*

> Activité n° 2
>
> Fais-le exécuter pour un grand nombre de valeurs entières données à x , en partant de 0 .

E xécution du programme

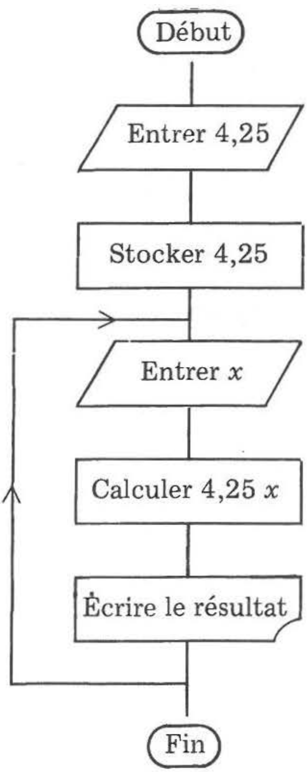
- *Passage du mode de "mémorisation" au mode "exécution de programme" (notion d'ensemble d'images pour une fonction).*

- *Contrôle de l'exactitude du programme pour des données simples (à la main ou en calcul mental).*
  Eventuellement, recherche et localisation de l'erreur.

> Activité n° 3
>
> Cherche une ou plusieurs valeurs de x qui rendent vraie l'égalité suivante :
>
> $$f(x) = 0$$
>
> Compare le résultat de ta recherche avec celui des groupes voisins.

- *Lecture d'un tableau de résultats pour y reconnaître les valeurs qui conviennent.*
  Prise de conscience de l'existence possible de plusieurs valeurs pour x.

> Activité n° 4
>
> Ecris l'organigramme et le programme qui te permettront de résoudre le problème suivant : "Existe-t-il des valeurs entières de x qui rendent vraie l'égalité : $4{,}25x = 51$? ".



(sur P101)

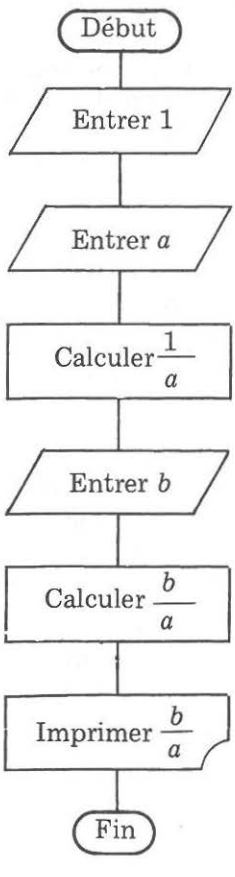
```
AV
STOP
B ↑
AW
STOP
↓
BX
A ◇
W
```

- *Même travail que pour l'activité n° 1.*
- *Essais successifs pour des valeurs entières de x.*
- *Activités différentes suivant les élèves : arrêt pour une valeur, recherche d'une deuxième valeur, ... etc.*
- *Prise de conscience de l'impossibilité de déterminer le nombre de solutions.*

Prolongements possibles

On aurait pu éventuellement améliorer le programme par une instruction qui compare chaque valeur trouvée à 51, ou utiliser un autre programme qui fait imprimer à la machine toute la suite des résultats en prenant des valeurs "progressives" de x (c'est un programme très séduisant pour les élèves).

> Activité n° 5
>
> Voici un organigramme :
>
> a) Quelle équation permet-il de résoudre ? Ecris le programme.
>
> b) Utilise-le pour vérifier les solutions des équations II 5 .



- *Recherche du calcul décrit par l'organigramme. (Décomposition mentale des différentes actions)*
- *Utilisation des activités précédentes pour une généralisation.*
- *Remplacement de valeurs par des symboles. Passage de l'exemple à la formalisation.*
- *Substitution de valeurs aux constantes a et b à l'intérieur d'un même type d'équation.*
- *Mise en évidence de* **l'impossibilité de la division par 0.** *(Attitude spectaculaire de la machine)*

– Allez. Dupont ! C'est votre tour d'oller au calculateur
– Cqu'y peut être casse pieds avec ses décimaux! J'suis en train d'ècrire le proaramme oour calculen l'aaanant du tiercè!

2.3 - LES MACHINES UTILISÉES

Nous avons eu à notre disposition, comme nous l'avons dit, trois types de machines :

P 101 de la Maison OLIVETTI
HP 9810 de la Maison HEWLETT-PACKARD
CS-365 P de la Maison SHARP.

La plupart de ces machines appartenaient aux I.R.E.M., d'autres étaient la propriété des établissements secondaires, d'autres enfin étaient prêtées par le constructeur.

Voici les caractéristiques des calculateurs programmables de table utilisés.

I. P 101 OLIVETTI

1.1. *La mémoire*

La P 101 d'OLIVETTI est une machine électronique qui dispose de 10 *registres* :

. le registre d'entrée M
. l'accumulateur A
. les mémoires de stockage B,C
. le registre R utilisé dans les calculs
. les registres 1 et 2 de stockage du programme
. les registres mixtes D,E,F qui peuvent soit recevoir des instructions, soit des données.

Dans un registre, on peut stocker 24 instructions ou une donnée numérique de 22 chiffres (on peut cependant dans un registre splitté ranger 2 données numériques de 11 chiffres). Les registres B,C,D,E,F sont splittables.

1.2. *Le langage de programmation*

Il est spécifique de la machine ; c'est un langage composé d'instructions à une adresse (souvent cette adresse est implicite).

On trouve :

a) des instructions de transfert

X ↓ transfert du registre X vers l'accumulateur A
X ↕ échange entre un registre X et l'accumulateur A

X * mise à 0 du registre X
X ↑ transfert du registre M vers une mémoire X

b) des instructions arithmétiques

X + addition du contenu de X à l'accumulateur A
X − soustraction du contenu de X à l'accumulateur A
X × multiplication par le contenu de X de l'accumulateur A
X : division par le contenu de X de l'accumulateur A
X $\sqrt{}$ racine carrée de valeur absolue de X

c) des instructions de sortie

X ◇ imprimer le contenu du registre X

d) l'instruction d'entrée

C'est un stop qui arrête la machine et permet de composer un nombre au clavier. La machine ne recommencera à exécuter qu'après avoir reçu un ordre "start". Le nombre de décimales entrées est réglé par la roulette de décimalisation.

e) les instructions de branchements

1. branchement inconditionnel : c'est un adressage à un point précis du programme repéré par une étiquette AV,BV,EV,FV,AW,...
l'ordre de branchement se faisant respectivement par : V,CV,DV,RV,W,...

2. le branchement conditionnel : on ne dispose que d'un *seul test* : si le contenu de A est positif, on se branche au point repéré par une étiquette A/V,B/V,E/V,F/V,A/W,...

Le langage de commande

Il est simple.

La machine peut fonctionner :

— en mode programme (chargement d'un programme)
— en mode automatique (exécution d'un programme)
— en mode listing (listing d'un programme)
— en mode bureau comme une simple machine à calculer.

1.3. *Les organes d'entrée*

Un programme peut être mémorisé soit à partir du clavier, soit à partir de cartes magnétiques.

Les données sont mémorisées à partir du clavier ; on peut toutefois générer certains nombres automatiquement.

1.4. *L'organe de sortie*

C'est une imprimante mécanique à ruban encreur.

1.5. *Avantages et inconvénients*

La P 101 est une machine on ne peut plus robuste mais très lourde et très bruyante. Son défaut essentiel pour l'utilisation dans une classe est l'absence d'un lecteur de carte perforée ou graphitée. Les corrections de programme ne sont pas faciles ; il faut en général entrer à nouveau entièrement le programme (il existe bien des possibilités de branchement en tel ou tel point du programme, mais elles ne sont pas les mêmes sur toutes les machines).

Cependant, elle est par sa simplicité un bon outil pédagogique ; les élèves peuvent très bien acquérir avec elle les notions informatiques de registre, de transfert, mais surtout celles de conditionnelle et d'itération.

II. 9810 A HEWLETT-PACKARD

2.1. *Sa mémoire*

Elle est composée d'une partie qui peut recevoir 500 pas de programme (nous parlons ici de la machine de base ; cette mémoire est extensible jusqu'à 2000 pas de programme) ; d'autre part, d'une mémoire de stockage de données composée de 49 registres numérotés de 0 à 48, de 2 registres a et b , d'une pile composée de trois registres :

x le registre d'entrée,
y l'accumulateur,
z la mémoire temporaire.

Un registre contient une donnée numérique mémorisée en notation virgule flottante avec une mantisse de 12 chiffres significatifs et une caractéristique de 2 chiffres.

2.2. *Le langage de programmation*

Il est aussi spécifique de la machine.

Nous trouvons :

a) *Des instructions de transfert* :

1) entre les éléments de la pile :

$$\uparrow\ ,\ \downarrow\ ,\ x \rightleftarrows y\ ,\ \underset{\text{roll}}{\uparrow}$$

2) entre x et y et les registres :

$$x \rightarrow 001 \qquad y \rightarrow 010 \qquad x \leftarrow 012$$

3) instructions de mise à 0 :

clear, clear x

b) *Des instructions arithmétiques* :

1) entre x et y :

$$+\ ,\ -\ ,\ \times\ ,\ :$$

2) entre x et y et les registres :

$$x \rightarrow +\ 002\ , \qquad y \rightleftarrows -\ 003$$

En plus des quatre opérations, la machine possède d'autres instructions précablées comme x^2, $\sqrt{x}$, $\frac{1}{x}$, partie entière de x .

De plus, les machines munies du bloc mathématique mettent à la disposition de l'utilisateur des fonctions mathématiques telles que les fonctions trigonométriques et leurs inverses, les fonctions logarithme ...

c) *Des instructions de branchement* :

1) branchement inconditionnel :

à une étiquette : $\boxed{\text{GTO}}$ $\boxed{\text{LBL}}$ $\boxed{\text{A}}$,

à un pas de programme : $\boxed{\text{GTO}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{1}$ $\boxed{5}$

2) branchement conditionnel :

nous disposons cette fois de quatre tests :

$\boxed{x > y}$ $\boxed{x < y}$ $\boxed{x = y}$ $\boxed{\text{if flag}}$;

il y a comparaison entre les contenus des registres x et y ; si on répond vrai à la condition, la machine exécute l'instruction I qui suit ; sinon la machine passe l'exécution à l'instruction I + 4.

3) branchement à un sous-programme :

la 9810 A de HEWLETT-PACKARD permet les branchements à un sous-programme ; ce sous-programme peut lui-même en appeler un autre, qui peut ... ; on a ainsi 5 niveaux.

d) *La fonction adresse*

Les instructions arithmétiques et de transfert sont soit à adressage direct, soit à adressage indirect.

Adressage direct : $x \leftarrow 015$; on rappelle dans x le contenu du registre 15.

Adressage indirect : $x \leftarrow$ IND 015 ; on rappelle dans x le contenu du registre dont l'adresse se trouve dans 15.

Exemple :

	x	y	z	0	2	3	15
	18	5	13	13	− 24	3	2
$x \leftarrow 015$	2	5	13	13	− 24	3	2
$x \leftarrow$ IND 015	− 24	5	13	13	− 24	3	2

e) *L'instruction d'entrée*

En réalité c'est un arrêt de la machine. La machine s'arrête et permet la composition au clavier de la donnée. Elle ne reprendra qu'avec un ordre [continue]. Tout nombre entré est composé dans le registre x .

f) *L'instruction de sortie*

C'est l'instruction [PRINT] . Elle compose sur imprimante thermique le nombre contenu dans le registre x . Mais la machine au repos affiche *sur un écran* les contenus des registres x,y,z .

g) *La notation virgule flottante*

Normalement, lorsque la machine est mise en fonctionnement, elle se trouve en notation virgule flottante scientifique, c'est-à-dire un chiffre caractéristique avant la virgule ;

exemple : [1.5763 03]

mais on peut choisir son mode d'affichage soit en $\boxed{\text{FIX}}$ $\boxed{\text{N}}$ (n étant le nombre de décimales) soit en $\boxed{\text{FLT}}$.

Quel que soit le mode d'affichage choisi, les nombres sont toujours stockés comme nous l'avons déjà dit sous la forme de virgule flottante.

2.3. *Le langage de commande*

La machine peut fonctionner

en mode $\boxed{\text{RUN}}$ c'est-à-dire en exécution ;

en mode $\boxed{\text{PROGRAMME}}$: mémorisation d'un programme ;

en mode $\boxed{\text{LIST}}$: listing d'un programme.

Les programmes peuvent être mémorisés soit directement au clavier, soit introduits par un lecteur de cartes magnétiques, soit même par un lecteur de cartes graphitées. Les données numériques disposent des mêmes entrées.

2.4. *Avantages et inconvénients*

La HP 9810 est un bon modèle ; munie d'un lecteur de cartes graphitées, elle est très performante dans une classe. Son langage est voisin du langage assembleur des ordinateurs ; il est préférable au langage semi-évolué d'autres modèles. Elle est moins rudimentaire que la P 101, elle est moins lourde, sur une table à roulettes elle se déplace facilement. Lorsqu'elle est munie du bloc alphanumérique, elle peut sortir de petits libellés. La correction des programmes est facile et ne nécessite pas une frappe entière du programme. De plus, on peut lui connecter des périphériques tels qu'une table traçante ; elle n'est cependant plus commercialisée.

III. LA SHARP (CS-365 P)

3.1. *Sa mémoire*

Elle contient 288 pas de programme et 24 registres pouvant contenir une donnée numérique de 16 chiffres.

Tout nombre entré au clavier se trouve dans le registre x , ce registre x sert aussi d'accumulateur. Les opérations font également intervenir le registre y .

3.2. *Le langage de programmation*

C'est aussi un langage de niveau "langage-machine, langage-assembleur".

Nous trouvons :

a) *Des instructions de transfert* :

entre x et y et entre x et les mémoires de stockage.

b) *Des instructions arithmétiques* :

les quatre opérations et la racine carrée (toutefois, il n'existe pas de touche + ni de touche — ; sur la machine les additions et les soustractions se font à l'aide de touche "= noire" et "= rouge" ; ce qui n'est pas simple au départ avec de jeunes élèves.

c) *Des instructions de branchement* :

1. branchement inconditionnel : aller à un point que l'on a repéré par une étiquette ;

J → 2	aller à l'étiquette 2
→ J 2	étiquette 2

2. branchement conditionnel : on dispose de deux tests :

$x < 0$ si oui, on va à l'adresse indiquée ; sinon, on continue en séquence.

$x \neq 0$ si oui, on va à l'adresse indiquée ; sinon, on continue en séquence.

3. branchement à un sous-programme ; un programme peut comporter au plus 9 sous-programmes, mais ces sous-programmes ne peuvent pas s'imbriquer.

d) *Instruction d'entrée*

C'est aussi un arrêt de la machine $\boxed{\text{HALT}}$.

Tout nombre frappé au clavier se trouve dans le registre x .

e) *L'instruction de sortie*

$\boxed{\text{PRINT}}$ imprime le contenu du registre x . L'imprimante est une imprimante thermique à aiguilles. Mais la machine est munie d'un *écran* où se trouve affiché le contenu du registre x . Cet écran est assez grand pour être lisible de toute une classe. Le numéro de l'instruction en cours d'exécution apparaît aussi sur cet écran.

3.3. *Le langage de commande*

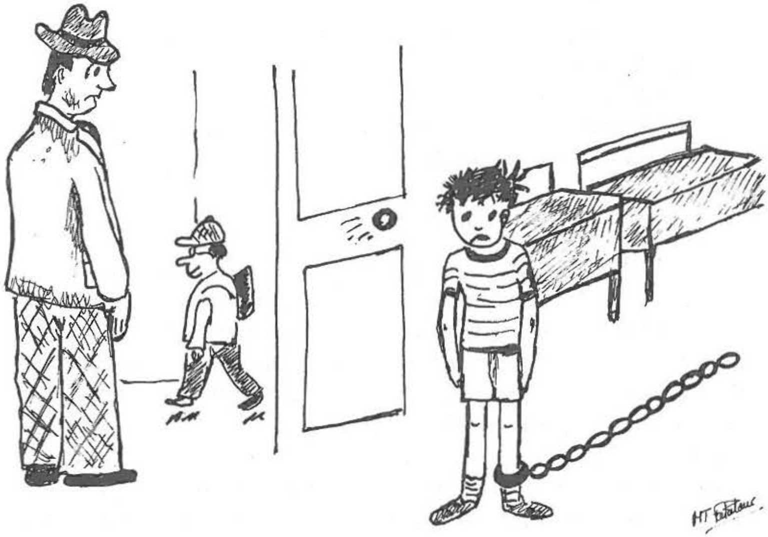
Là encore, nous avions le choix entre la notation en virgule flottante et la notation en virgule fixe.

La machine peut fonctionner

. en mode bureau (ici on dira en mode normal)
. en mode programme
. en mode automatique
. en mode listing (ici on dira en mode check)
. en mode pas à pas (mode debug)

3.4. *Avantages et inconvénients*

La SHARP est munie d'un lecteur de cartes magnétiques et d'un lecteur de cartes graphitées. Elle est plus rudimentaire que la HP 9810 et plus évoluée que la P 101. Les corrections du programme sont plus faciles que sur la P 101, mais moins simples que sur la HP 9810. Son prix, alors peu élevé, l'avait fait retenir comme machine utilisable pour notre expérimentation. Maintenant une question peut se poser : cette machine est-elle fiable ? Nous avons eu à notre disposition ce type de calculateur pendant une année scolaire. Elle eut ensuite besoin d'une révision, retourna chez le constructeur et ne revint pas ... ; il est vrai que les "pockets" programmables étaient entre temps apparus sur le marché, ce qui donnait une autre orientation à notre recherche, mais ceci est une autre histoire ...!



J'peux pas rentrer ce soir. Le prof de math a dit que c'était à mon tour de servir de cadenas à la P 101 !

Chapitre 3

L'ÉVALUATION

3.1 - INTRODUCTION

Après une période de tâtonnements (déjà évoqués dans le paragraphe "Historique"), l'utilisation du calculateur programmable dans les classes s'est plus ou moins codifiée. Les enseignants avaient cerné quels pouvaient être les principaux intérêts de la machine, mais aucune des expériences menées jusqu'alors n'avaient permis de préciser :

— à quels élèves l'enseignement assisté de la machine profitait le plus ;

— pour quelles activités mathématiques le calculateur était le plus intéressant.

C'est dans le but d'apporter des informations précises sur ces deux points qu'une évaluation fut menée.

Notre premier souci a été de ne pas perturber le cours normal de l'enseignement d'algèbre donné aux élèves de Quatrième en ce sens que :

— l'expérimentation s'est déroulée pendant les heures normales de cours, les élèves des classes disposant d'un calculateur n'ayant pas d'heures supplémentaires ;

— les programmes d'algèbre et de géométrie ont été intégralement étudiés.

Pourquoi ces contraintes ? Nous avons voulu en effet faire une évaluation dans l'optique d'une extension ultérieure, la plus large possible, du calculateur dans les classes.

De plus, nous avons voulu montrer que la machine ne constituait pas un handicap à la réalisation du programme d'algèbre, malgré le temps nécessaire d'initiation proprement informatique. Nous souhaitions aussi vérifier qu'elle ne constituait pas non plus un handicap pour les élèves les plus faibles, en exigeant d'eux une surcharge de travail.

• •
•

Nous avons pris comme référence des élèves de Quatrième n'utilisant pas de calculateurs programmables. Afin d'avoir une base de comparaison plus pertinente, nous avons demandé aux enseignants de ces classes "témoins" d'utiliser, dans la mesure du possible, la même progression (cf. chapitre 2) dans l'ordre d'acquisition des notions d'algèbre du programme. Cependant, aucune autre contrainte pédagogique ne leur était imposée, ce qui exigera une certaine prudence au niveau de l'interprétation de nos résultats.

En effet, il faut être conscient du fait que l'évaluation a été confiée à une équipe d'enseignants qui avaient tout particulièrement réfléchi au programme de Quatrième, et avaient presque tous une bonne pratique antérieure de l'utilisation du calculateur. De plus, ils avaient l'habitude de favoriser un type de pédagogie active dans leur classe.

Pour les professeurs de classes "témoins", on ne peut être assuré d'un même avancement dans la réflexion sur le programme d'algèbre, ni d'une même forme de travail en classe, cette dernière pouvant être directive, en travaux collectifs, par petits groupes, etc.

Quand on comparera classes "expérimentales" et classes "témoins", il faudra donc se garder d'attribuer au seul "calculateur" les différences que nous pourrons observer dans les performances des élèves.

L'avancement dans la connaissance des notions d'algèbre du programme a été repéré par quatre contrôles constitués de différents exercices. Il nous a en effet paru plus intéressant de tester l'acquisition progressive des élèves plutôt que de nous limiter à un contrôle en fin d'année, et ainsi d'évaluer les effets à court et moyen terme d'un enseignement assisté d'un calculateur programmable.

– C'est bien Joli le progrés ! MAis depuis qu'ils envoient leurs messAges en LSE, J'sais plus traduire !!!

Par le premier contrôle (passé en début d'année), nous avons repéré l'état initial des connaissances (fin de Cinquième) des élèves afin d'apprécier l'homogénéité de la population sur laquelle porte l'expérience.

Les contrôles 2 et 3 proposés en décembre et avril devaient nous permettre de saisir à quel moment et sur quelles notions les différences éventuelles se forment entre classes "expérimentales" et classes "témoins".

Le contrôle 4, passé en juin, comprend des exercices de niveau fin de Quatrième et permet de juger de l'enseignement expérimental au bout d'un an d'utilisation du calculateur.

Les contrôles que nous avons construits (cf. 3.2.) sont naturellement liés à la progression suivie et n'étaient passés par les deux types de classe que lorsque les notions en jeu avaient été abordées.

3.2 - LES CONTROLES

(1) Les contrôles que nous avons construits ont permis de repérer l'avancement dans la connaissance des notions d'algèbre du programme.

Les exercices choisis, qui comprenaient des questions de calcul numérique, de manipulation de symboles, et de formalisation, étaient liés à la progression établie.

•

• •

Dans le premier contrôle, les **exercices de calcul numérique** portent sur les opérations suivantes : somme, produit, différence, opposé. Les élèves doivent utiliser les propriétés des ensembles numériques **N, Z,** ou **D** (contrôle 1, exercice 7).

Effectue les calculs du tableau suivant :

a	b	c	$a \times c$	$b \times c$	$(a \times b) \times c$	$(a+b) \times c$	$c \times (a-b)$
-5	$+1$	$+4$					

Dans les contrôles ultérieurs, les exercices de même type mettent en jeu des opérations plus complexes (élévation à une puissance par exemple). L'ensemble numérique sur lequel l'élève doit travailler peut être plus complexe (**N**, **Z**, **D** ou **R**). Les exercices sont souvent rendus plus difficiles par le nombre d'opérations à effectuer ou par la forme sous laquelle se présentent les données, tel l'exercice V, contrôle 3 :

Effectue les calculs du tableau suivant (donne le résultat sous forme d'un *seul* quotient ou d'un entier ou d'un décimal)

a	b	c	a × b	a : b	(a× b) + c
$\frac{7}{5}$	$\frac{-3}{2}$	$\frac{3}{5}$			

En ce qui concerne la **manipulation de symboles indépendamment de leurs valeurs numériques,** nous avons ainsi gradué les difficultés à travers les différents contrôles.

•
• •

a) Dans le premier contrôle, cette manipulation se borne à la substitution d'un symbole à un autre symbole dans une somme.

On considère la relation $\mathcal{R}$ de **Z** vers **Z** telle que x ait pour image $x + 3$.

b est un élément de **Z**. Complète le tableau.

b	a pour image par $\mathcal{R}$	
$b + 1$	a pour image par $\mathcal{R}$	
$b - 2$	a pour image par $\mathcal{R}$	
$2b$	a pour image par $\mathcal{R}$	

b) Par la suite, les notions mises en jeu, plus complexes, utilisent, par exemple, deux variables et la relation d'ordre (Exercice IV, contrôle 2) :

Sachant que $a \in \mathbf{D}^+$, $b \in \mathbf{D}^+$, $a - b \in \mathbf{D}^+$

1) range, par ordre croissant, a et b

...... $\leqslant$ .....

2) range, par ordre croissant, a, b, opp(a), opp(b), en les plaçant dans le tableau suivant :

..... $\leqslant$ ..... $\leqslant$ ..... $\leqslant$ .....

Les exercices portant sur **les activités de formalisation et de modélisation** ont été eux aussi gradués.

•
• •

a) Dans le contrôle 2, on amène, par des exemples numériques, l'élève à élaborer une formule générale (Exercice VI, contrôle 2) :

Dans une épicerie, on vend, entre autres, des paquets de riz de 1 kg, et des paquets de sucre de 1 kg.
En réalité, on constate que :
— un paquet de sucre a une masse comprise entre 0,990 et 1,010 kg
— un paquet de riz a une masse comprise entre 0,985 et 1,015 kg.

Donne les encadrements indiquant les masses de :

un lot de 2 paquets de sucre :	..... < masse du lot < .....
un lot de 2 paquets de riz :	..... < masse du lot < ....
un lot de : 1 paquet de sucre et 1 paquet de riz	..... < masse du lot < .....
un lot de : 2 paquets de sucre et 3 paquets de riz	..... < masse du lot < .....
un lot de : n paquets de sucre et p paquets de riz	..... masse du lot .....

b) Par contre, dans le contrôle 4, l'élève est conduit à une mise en équation sans passer par le stade de l'exemple numérique (Exercice VI, contrôle 4) :

> Monsieur LELIEVRE habite Saint-Etienne. Il va régulièrement à Paris en train.
>
> 1) En novembre, il fait x voyages aller-retour. Chacun d'eux coûte 150 F.
>
>   Combien a-t-il dépensé pour ces x voyages ?
>
> 2) En décembre, il prend une carte d'abonnement mensuel, qui lui coûte 500 F, et lui permet de voyager tout le mois, sans autre frais.
>
>   A partir de combien de voyages cet abonnement est-il avantageux ?
>
>   Justifie ta réponse à l'aide d'une inéquation :
>
> 3) En janvier, il achète une carte de réduction valable un an. Il la paye 550 F et doit payer ensuite chaque voyage aller-retour 100 F.
>
>   a) Il fait x voyages dans l'année. Quelle est la dépense totale ?
>
>   b) Quelle inéquation doit vérifier le nombre de voyages x pour que cette dépense soit inférieure à celle qu'il aurait eue sans abonnement ?

Les contrôles 1 et 4 repèrent le niveau des connaissances algébriques des élèves en début et fin d'année.

Ils comprennent des exercices recouvrant respectivement les programmes d'algèbre de cinquième et de quatrième (Exercice V, contrôle 1) :

a) *Exercice*

1) D_{12} est l'ensemble des diviseurs de 12.
   D_9 est l'ensemble des diviseurs de 9.

$D_{12} = \{ \qquad \}$

$D_9 = \{ \qquad \}$

2) Quel est le plus grand diviseur commun à 12 et 9 ? .....

3) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 12 et 9.

12 =

9 =

4) Citer les 10 premiers multiples non nuls

de 12 :

de 9 :

5) Quel est le plus petit multiple, non nul, commun à 12 et 9 :

....

(Exercice IV, contrôle 4)

b) Résous dans **R** les équation suivantes ; puis, dans chaque cas, précise si la solution est élément de **N**, de **Z**, de **D**.

$5x + 8 = 3x - 16$	$7y + 2 = 9 + 2y$	$4z + 6 = 11z + 3$
x =	y =	z =
La solution est-elle : (entoure les réponses justes) Elément de **N** ? oui — non Elément de **Z** ? oui — non Elément de **D** ? oui — non	La solution est-elle : (entoure les réponses justes) Elément de **N** ? oui — non Elément de **Z** ? oui — non Elément de **D** ? oui — non	La solution est-elle : (entoure les réponses justes) Elément de **N** ? oui — non Elément de **Z** ? oui — non Elément de **D** ? oui — non

(2) *Les pré-contrôles*

Des classes de quatrième non impliquées dans l'expérience ont passé les contrôles avant leur rédaction définitive.

Nous pouvions ainsi juger de la bonne compréhension du libellé des questions et apprécier la largeur de l'éventail des réponses de "bien" à "mal". Le cas échéant, après ces essais, la rédaction était remodelée. Ce travail préalable nous permettait également d'évaluer la durée du contrôle.

Ces contrôles ont été élaborés en pleine connaissance du fait que le choix des exercices est capital dans cette évaluation et que leur pertinence seule peut permettre de dévoiler les différences entre les deux types de classes.

(3) *La correction des contrôles*

Chaque professeur de classe témoin ou de classe expérimentale a assuré la correction des contrôles de ses propres élèves. Il disposait d'une grille de correction donnant quatre types de codages :

A : les réponses jutes.

B : les réponses dans lesquelles l'élève, malgré un raisonnement probablement juste, obtenait un résultat faux.

C : les réponses fausses.

D : non réponse.

Le codage des corrections de ces contrôles a ensuite été transcrit sur bordereaux, puis sur cartes perforées pour subir un traitement informatique.

Nous avons regroupé dans les codes B et C l'ensemble des erreurs commises. Une analyse plus fine de ces réponses permettrait une étude des types de fautes fréquemment rencontrées en quatrième, dans ces exercices d'algèbre, et conduirait sans doute à une nouvelle répartition des élèves. D'autres différences entre classes expérimentales et témoins seraient peut-être révélées.

3.3 - ANALYSE DES RÉSULTATS

Pour l'exposé de l'analyse des résultats entre classes expérimentales et classes témoins, nous avons sélectionné huit exercices dans chacun des quatre contrôles.

En effet, sur la base d'une analyse des corrélations entre les différents items d'un même contrôle, il nous a semblé inutile de conserver l'ensemble des exercices. Nous avons cependant choisi, pour chacun des contrôles, des exercices concernant les trois types d'activités mathématiques : calcul numérique, manipulation de symboles et formalisation. Les exercices retenus constituent donc un résumé à chaque niveau de la progression dans le programme d'algèbre.

Pour ce choix, nous avons de plus consulté des enseignants ne participant pas à cette expérience. De l'avis général, les items retenus pour les premier et quatrième contrôles constituent bien un test des connaissances requises d'un élève en début et fin de Quatrième.

Les résultats présentés ici s'appliquent donc aussi à l'ensemble des exercices des quatre contrôles.

Notre préoccupation de repérer l'impact d'un enseignement assisté d'un calculateur programmable en fonction du niveau de l'élève nous a conduits à répartir les enfants, en début de Quatrième, en trois niveaux, sur la base de leurs résultats aux huit exercices choisis dans le premier contrôle.

Dans la classe 1 (33 %) : sont placés les élèves qui n'ont réussi aucun des exercices, à l'exception éventuellement de l'un ou des deux considérés comme les plus faciles (ex. : 59 et 75).

Ce sont donc les élèves "faibles".

Dans la classe 3 (12 %) : sont placés les élèves qui ont réussi tous les exercices, à l'exception éventuellement de l'un ou des deux considérés comme les plus difficiles (ex. : 72 et 84).

Ce sont donc les "bons" élèves.

La classe 2, représentant les "moyens", regroupe les élèves restants, soit 55 % de l'ensemble.

Nous analyserons ci-après les résultats obtenus par les classes "expérimentales" et "témoins" pour les trois types d'activités définies, et dans les trois classes.

Pour les commentaires qui suivent, on se reportera au graphique 1 (voir pages 86-87).

A "D'AUTRES" LES CALCULS ! ?

Calculs, loi du monde ?
... Des mondes sans calculs
Dépeupleraient nos rêves
D'hommes en marche

En marche vers leur propre saisie
Qui est chimie, physique, biologie,
Avec leurs ribambelles de formules
Gonflées de chiffres comme des bulles,

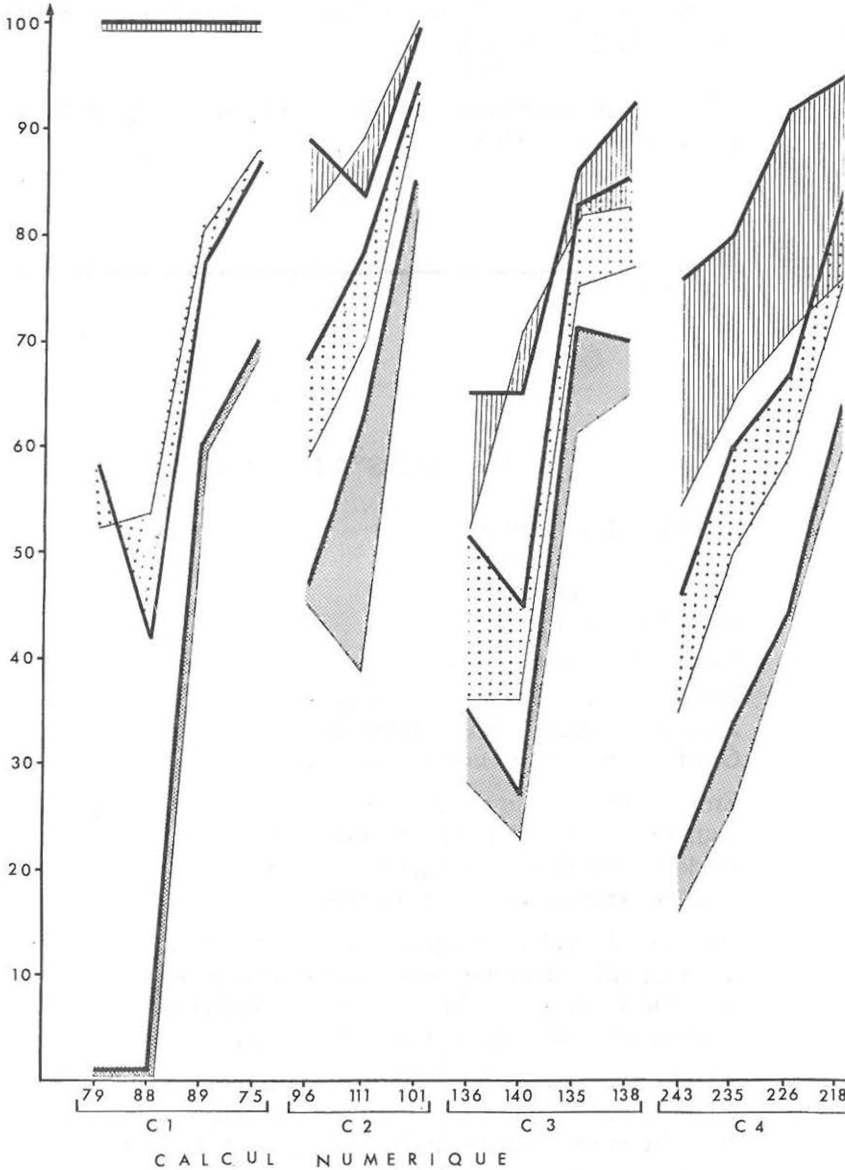
En marche vers leur propre saisie
Qui, aussi, jaillit bien loin de tout cela
Et découvre, dans le vertige et les délices,
D'autres mondes hors des chiffres !

Dominer des calculs toujours plus prestigieux,
Toujours plus déployés en fresques saisissantes,
Les vouloir toujours plus, et toujours maîtrisés,
Soumis à d'autres rêves et d'autres ambitions,

Serait-ce enfin possible ? Et que, d'un même élan,
Ordinateurs, calculateurs, intensément requis,
Nous libèrent pour des loisirs de regard et d'écoute,
Le plaisir d'être ensemble, de vivre, et d'aimer ?

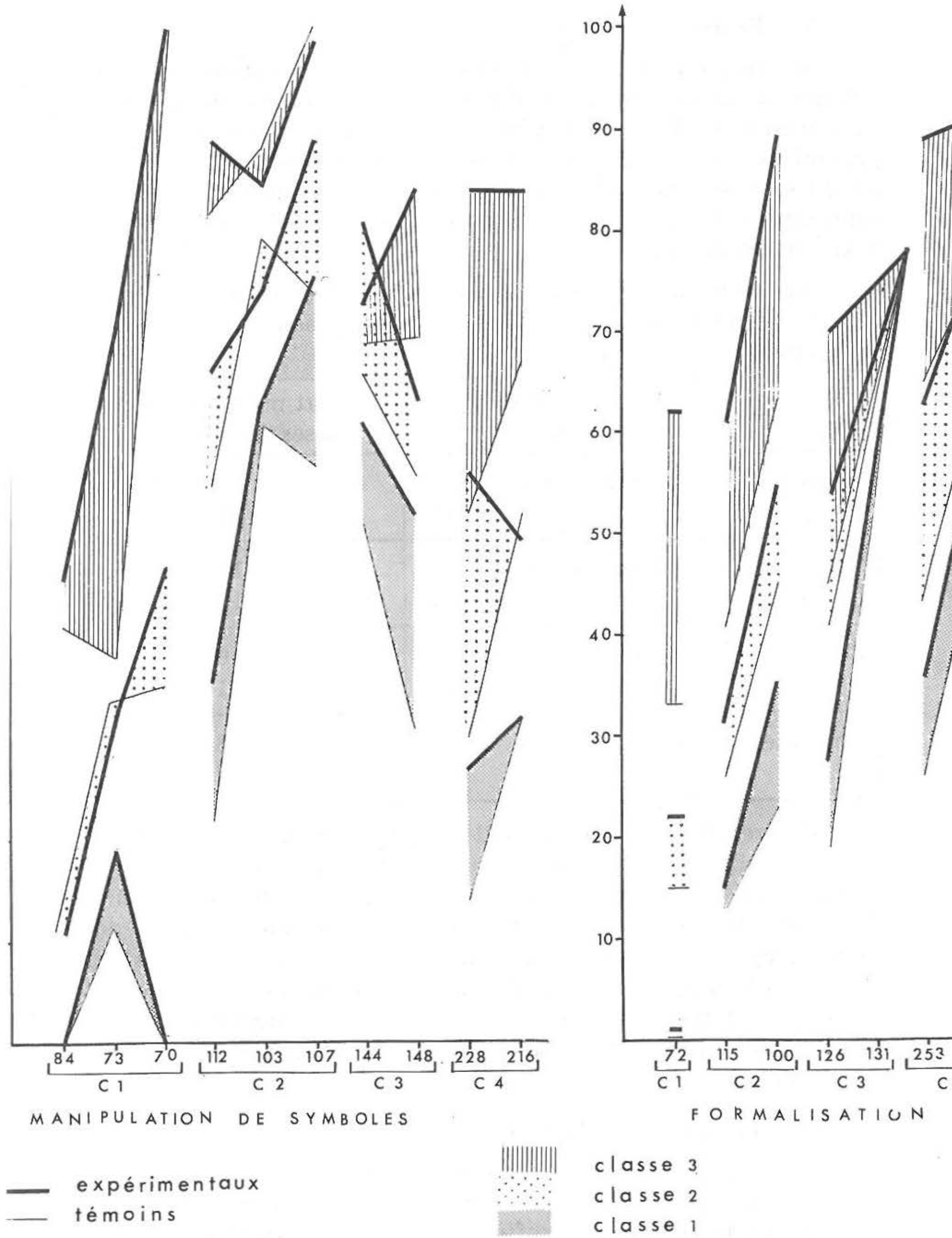
Henri BAREIL

GRAPHIQUE 1 : POURCENTAGES DE REUSSITE A L'ENSEMBLE



C 1 : controle 1

* Bien que les traits qui relient les résultats des différentes questions n'aient pas de signification, nous les avons tracés pour faciliter la lecture des graphiques.


100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
84 73 70
C 1
112 103 107
C 2
144 148
C 3
228 216
C 4
MANIPULATION DE SYMBOLES
72
C 1
115 100
C 2
126 131
C 3
253
C
FORMALISATION
expérimentaux
témoins
classe 3
classe 2
classe 1

A — LE CALCUL NUMERIQUE

A_1. Ecarts entre classes

Les graphiques 1 et 1A montrent que les classes d'élèves, définies sur la base de la réussite aux huit questions sélectionnées dans le contrôle 1, se conservent tout au long des quatre contrôles. Cependant, sur les questions choisies dans les contrôles 2, 3 et 4, les différences entre classes sont moins importantes. Elles sont approximativement équivalentes pour les classes "témoins" et "expérimentales".

On trouvera ci-dessous les écarts moyens sur les questions de calcul numérique, entre classes 3 et 2, et classes 2 et 1, expérimentales et témoins (en pourcentages).

		Ecart moyen entre classes 3 et 2	Ecart moyen entre classes 2 et 1
Contrôle 1	expérimentales	34	34
	témoins	31	37
Contrôle 2	expérimentales	10	14
	témoins	16	19
Contrôle 3	expérimentales	10	16
	témoins	16	11
Contrôle 4	expérimentales	22	23
	témoins	12	18

Ces résultats ne permettent pas de dire que le calculateur programmable (et les autres variables qui lui sont corrélées : la formation des enseignants des classes expérimentales, l'utilisation de fiches, le travail en petits groupes ...) modifie la valeur des différences entre les trois classes d'élèves, "faibles", "moyens" et "forts". L'enseignement expérimental aurait peut-être tendance à accroître, à terme, les différences entre les trois catégories d'élèves (cf. les écarts au 4ème contrôle). Nous reviendrons ultérieurement sur ce point.

A_2. Les questions difficiles

Il existe des questions difficiles au long des quatre contrôles. L'analyse de la réussite à l'ensemble des questions nous a permis de montrer qu'interagissent différentes sources de difficulté :

— nous avons établi une hiérarchie des opérations proposées dans les exercices : addition et multiplication sont les opérations les plus faciles, calcul de puissances, soustraction et division paraissent plus difficiles ;

— une difficulté supplémentaire apparaît lorsque dans le même exercice il faut appliquer plusieurs opérations de type différent ou non. La difficulté est moindre lorsqu'on doit appliquer deux fois le même type d'opération, mais subsiste néanmoins ;

— l'ensemble numérique sur lequel on travaille, **N**, **Z**, **D** ou **R**, constitue une autre source de difficulté. Ceci est illustré ci-dessous par les questions "difficiles" des quatre contrôles (en considérant comme difficiles les questions dont le pourcentage de réussite est inférieur à 50 % pour les élèves de la classe 1).

Contrôle 1

- exercice 79 : calcul de $c \times (a-b)$, avec $a = -5$, $b = +1$, $c = +4$
  soustraction suivie de multiplication dans **Z**
- exercice 88 : $(a+b) \times c$, avec $a = 0$, $b = 4{,}8$, $c = 3{,}2$
  addition suivie de multiplication dans **D**

Contrôle 2

- exercice 96 : $(a+b)c+d$, avec $a = 2$, $b = -3$, $c = 0$, $d = 3{,}5$
  calcul d'additions et de multiplications dans **D**
- exercice 111 : $2a - 5b$, avec $a = -7$, $b = -2$
  soustraction de produits dans **Z**

Contrôle 3

- exercice 136 : $2a+b$, avec $a = x^2$, $x = -2.10^3$, $b = 5.10^6$
  calcul sur des puissances dans **Z**
- exercice 140 : $(a \times b)+c$, avec $a = \frac{7}{5}$, $b = \frac{-3}{2}$, $c = \frac{3}{5}$
  multiplication et addition dans **R**

Contrôle 4

- exercice 226 : $a - b$ avec $a = 2{,}42$, $b = 5{,}65$
  soustraction dans **D**
- exercice 235 : $7 - 2a$, avec $a = -6$
  multiplication et soustraction dans **Z**
- exercice 243 : $7 - 2a$, avec $a = \frac{9}{2}$
  multiplication et soustraction dans **R**

Le graphique 1 montre que ce sont précisément pour ces questions difficiles que les différences entre classes "expérimentales" et "témoins" sont les plus sensibles.

A_3. Différences entre classes expérimentales et témoins

Le schéma suivant résume où se situent les différences entre classes "expérimentales" et "témoins" au long des quatre contrôles.

On a noté :

"$\simeq$" lorsqu'on peut considérer qu'expérimentaux et témoins sont équivalents sur les exercices proposés. Les différences observées dans la réussite sont alors inférieures à 10 %.

expé$^+$ *ou témoins*$^+$ lorsque, pour un exercice donné (dont on précise le n°), la différence observée dans la réussite est supérieure à 10 %.

	Contrôle 1	Contrôle 2	Contrôle 3	Contrôle 4
classe 3	$\simeq$	$\simeq$	$\simeq$, expé$^+$ 136	expé$^+$ 243, 235, 226, 218
classe 2	$\simeq$, tem$^+$ 88	$\simeq$	$\simeq$, expé$^+$ 136	$\simeq$, expé$^+$ 243, 235
classe 1	$\simeq$	$\simeq$, expé$^+$ 111	$\simeq$	$\simeq$

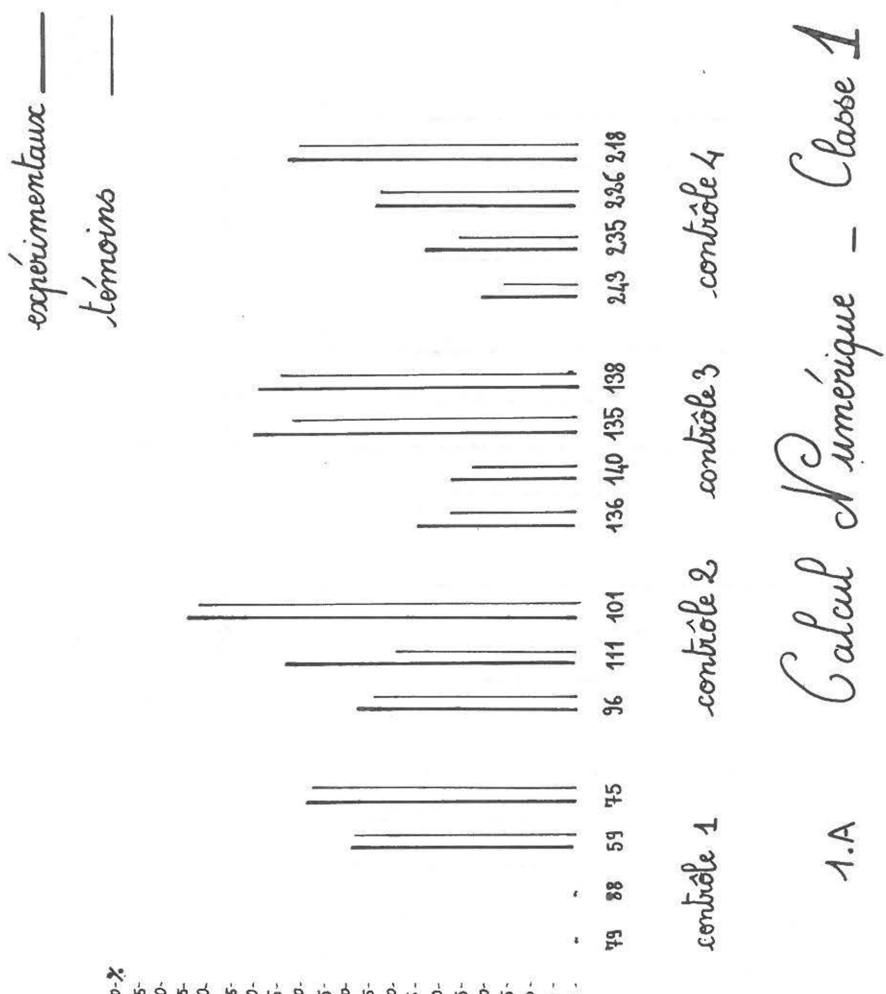
On note que sur le contrôle 1, classes "expérimentales" et "témoins" sont équivalentes sur tous les exercices, à une exception près (l'exercice 88 pour la classe 2, qui est en faveur des témoins).

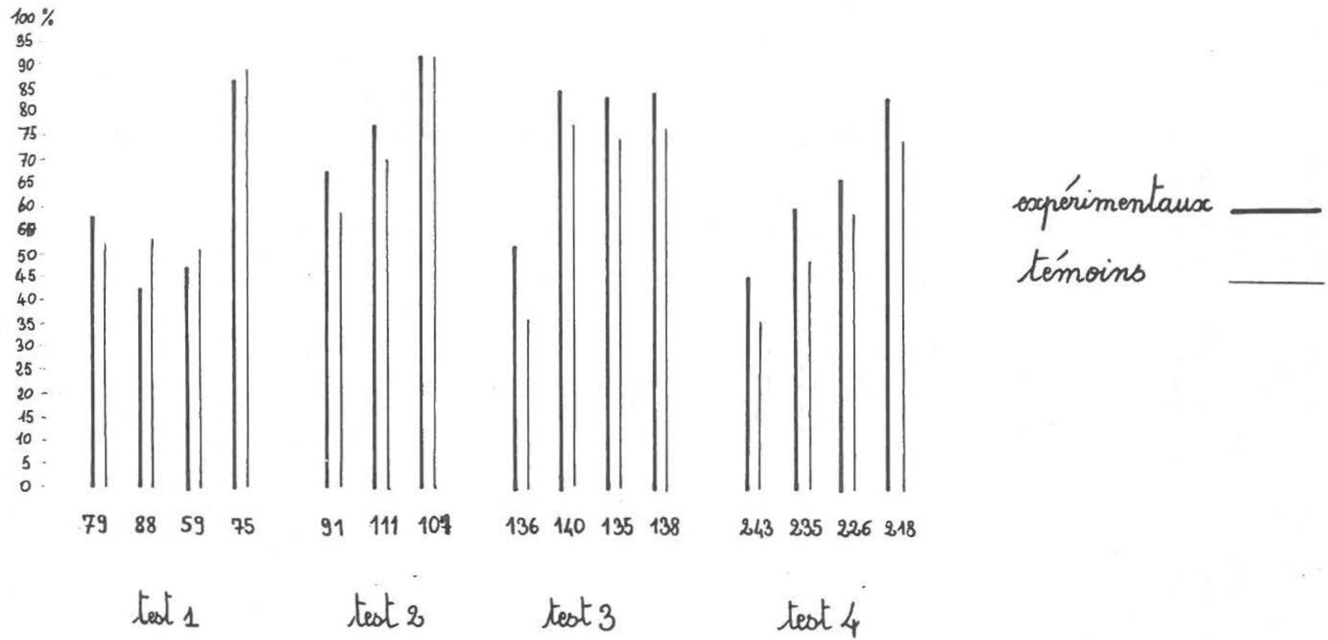
Sur les trois contrôles 2, 3 et 4, les classes expérimentales ont tendance à être meilleures que les classes témoins. Les différences importantes sont toujours en faveur des classes expérimentales et s'observent essentiellement à propos d'exercices "difficiles" (une seule exception, l'exercice 218).

Il semble d'autre part que les différences aient tendance, au fur et à mesure des contrôles, à devenir plus marquées pour les élèves les meilleurs (ceux de la classe 3, et éventuellement 2). Dans le contrôle 4, c'est sur l'ensemble des exercices de calcul numérique que les meilleurs élèves des classes expérimentales sont nettement supérieurs aux meilleurs élèves des classes témoins. Pour les élèves les plus faibles, on observe néanmoins une tendance à ce que les expérimentaux soient supérieurs aux témoins.

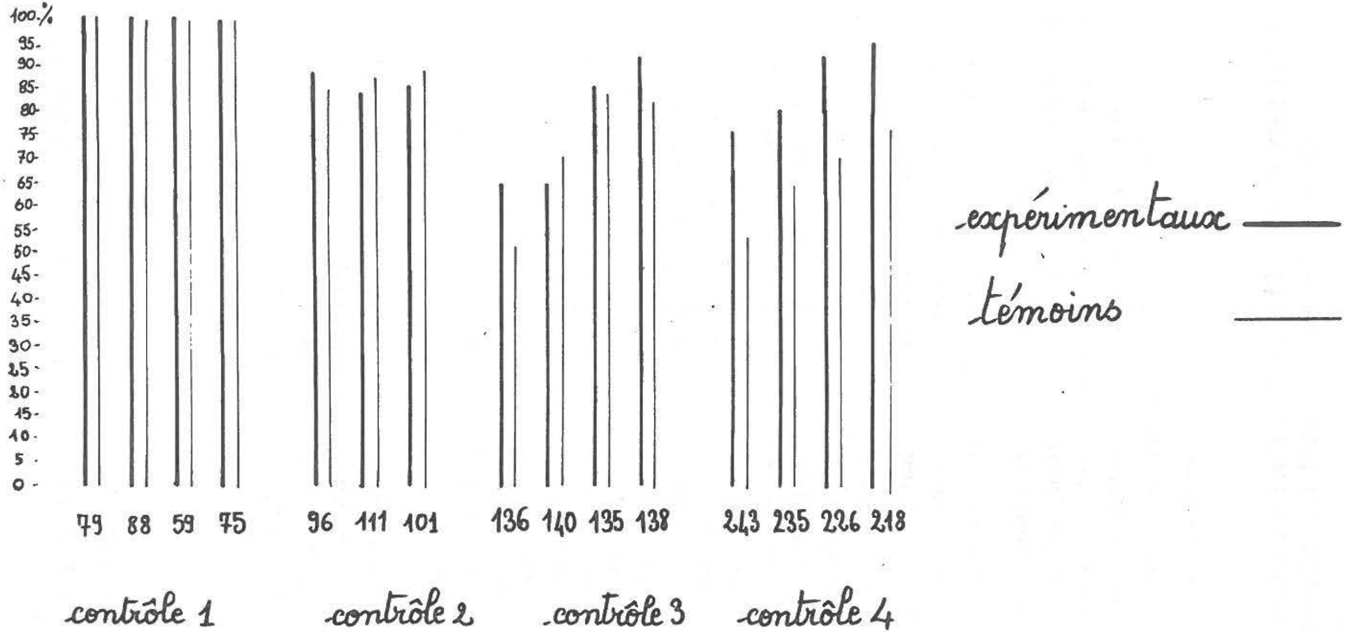
Il apparaît donc que sur le calcul numérique des différences s'établissent au profit des classes expérimentales.

Si l'enseignement expérimental a bénéficié à tous les élèves, il semble cependant être d'autant plus profitable, du moins à moyen terme (au bout d'un an), que l'élève est meilleur.





1.A Calcul Numérique – classe 2



1.A Calcul Numérique _ Classe 3

B – MANIPULATIONS DE SYMBOLES INDEPENDAMMENT DE LEURS VALEURS NUMERIQUES

B_1. Ecarts entre classes

Les graphiques 1 et 1B montrent, comme dans le cas des exercices de calcul numérique, que les classes d'élèves se conservent au long des quatre contrôles. Ce n'est que dans le troisième contrôle que les élèves "moyens" et "bons" ont des performances pratiquement équivalentes (sur un exercice facile).

Nous avons reporté ci-dessous les écarts moyens sur les exercices de manipulations de symboles, entre classes 3 et 2, et classes 2 et 1, expérimentales et témoins (en pourcentages).

	Ecart moyen entre classes 3 et 2		Ecart moyen entre classes 2 et 1
Contrôle 1	expérimentales témoins	42 33	24 23
Contrôle 2	expérimentales témoins	17 20	17 20
Contrôle 3	expérimentales témoins	06 07	16 20
Contrôle 4	expérimentales témoins	30 19	23 18

On note que les écarts sont équivalents pour les classes expérimentales et témoins. On observe cependant la même tendance que dans le calcul numérique, à savoir qu'au quatrième contrôle, les écarts entre les classes 1, 2 et 3 ont tendance à être supérieurs pour les classes expérimentales.

B_2. Les questions difficiles

Il apparaît (cf. graphique 1) que sur les dix exercices choisis, sept peuvent être considérés comme "difficiles", si l'on regarde la performance des élèves les plus faibles.

Le résumé des exercices difficiles, présenté ci-dessous, montre que la manipulation de symboles, lorsqu'elle est liée à des difficultés de calcul numérique, devient particulièrement complexe.

Contrôle 1

- exercice 84 : effectuer $c \times (a-b)$ pour $a = x$, $b = 5$, $c = 3$
- exercice 73 : donner toutes les valeurs possibles de x, x étant le reste de la division euclidienne d'un naturel par 8.
- exercice 70 : donner l'image de $2b$ pour la relation $\mathfrak{R}$ de $\mathbf{Z}$ dans $\mathbf{Z}$ telle que x ait pour image $x + 3$.

Contrôle 2

- exercice 112 : effectuer $2a - 5b$ pour $a = x$, et $b = y$.

Contrôle 3

- exercice 148 : écrire sous forme d'un produit d'une seule puissance de a par une seule puissance de b :

$$a^3\ b^4\ a^2\ b^{-3}$$

Contrôle 4

- exercice 228 : f et g sont les applications de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$ définies par $f(x) = 5x$ et $g(y) = y + 8$.
  Quelle est l'image de x par l'application f suivie de g ?
- exercice 216 : développer $3x^2\ (x+5)$

De plus, certains exercices sont à l'origine de plus grandes difficultés. Ce sont ceux qui, en particulier, font appel à une suite d'opérations considérées comme plus difficiles telles que soustraction, calcul de puissances, division. En outre, des notions nouvelles, telles celles d'application ou de composé d'applications, apparaissent également délicates. Or nous faisions l'hypothèse que c'est spécifiquement sur ce type d'exercices que l'utilisation du calculateur programmable pouvait être la plus utile. Les notions de registre, de transfert nous semblaient fournir un modèle particulièrement adéquat pour l'approche de ces notions.

Dans le paragraphe suivant, nous préciserons où se situent les principales différences entre classes "expérimentales" et "témoins".

B_3. Différences entre classes "expérimentales" et "témoins"

Le schéma suivant résume où se situent les différences importantes :

	Contrôle 1	Contrôle 2	Contrôle 3	Contrôle 4
classe 3	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 73}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 103, 107}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 148}$	$\boxed{\text{expé}^+ \ 216, 228}$
classe 2	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 70}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 107, 112}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 144}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 228}$
classe 1	$\simeq$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 107, 112}$	$\boxed{\text{expé}^+ \ 144, 148}$	$\simeq$, $\boxed{\text{expé}^+ \ 228}$

Au contrôle 1, expérimentaux et témoins sont approximativement équivalents sauf sur deux items, l'item 73 pour la classe 3 (difficile, portant sur le reste de la division euclidienne), et l'item 70 pour la classe 2 (également difficile, portant sur la relation qui à x associe $x + 3$ avec $x = 2b$).

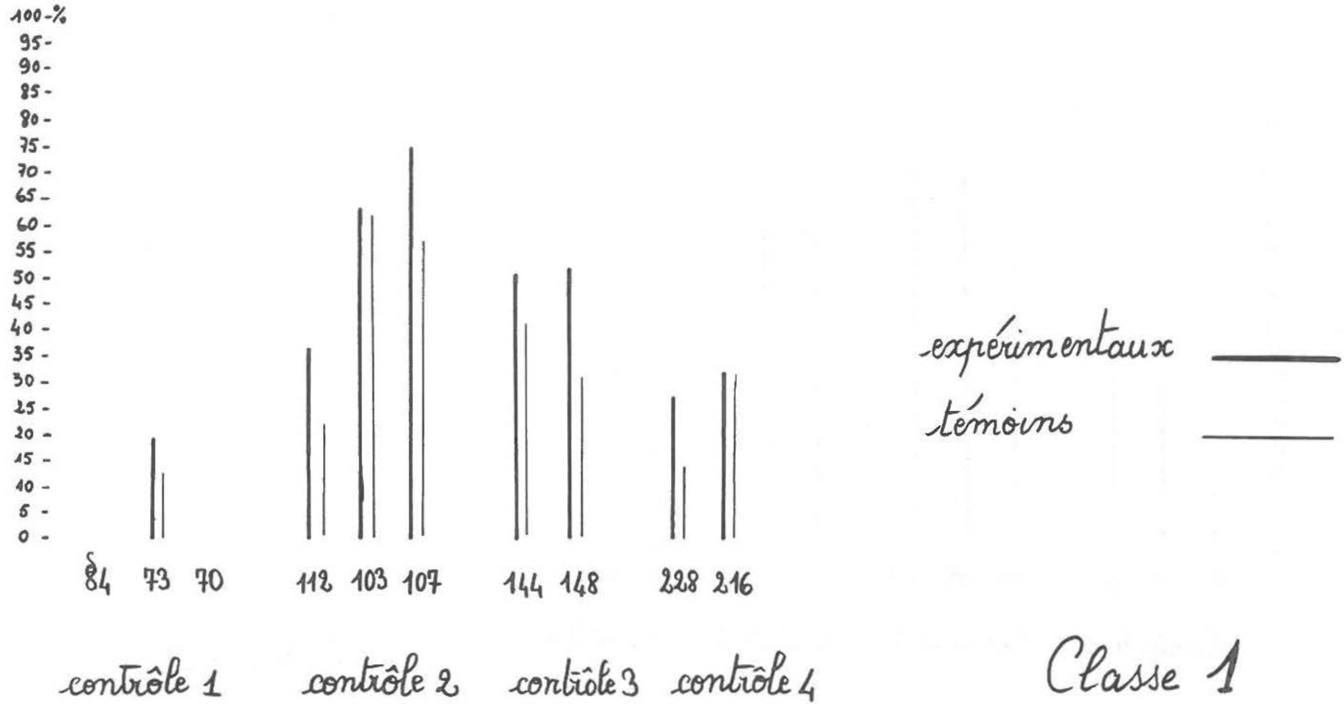
Dans les trois autres contrôles, et même lorsque les différences ne sont pas importantes, les classes "expérimentales" sont supérieures aux classes "témoins" ; dans trois cas sur 21 seulement on observe des écarts, faibles, en faveur des classes témoins.

Il faut souligner que cette tendance à ce que les expérimentaux soient supérieurs aux témoins existe dès le deuxième contrôle, et pour les trois classes d'élèves.

Des différences sont observées sur toutes les questions "difficiles", mais aussi sur des exercices plus simples, tel l'exercice 103 portant sur l'ordre dans $\mathbf{D}^+$, l'exercice 107 consistant à calculer $5b$ quand $b = y$, et l'exercice 144 consistant à calculer $a \times b$ quand $a = \frac{x}{3}$ et $b = \frac{9}{x}$.

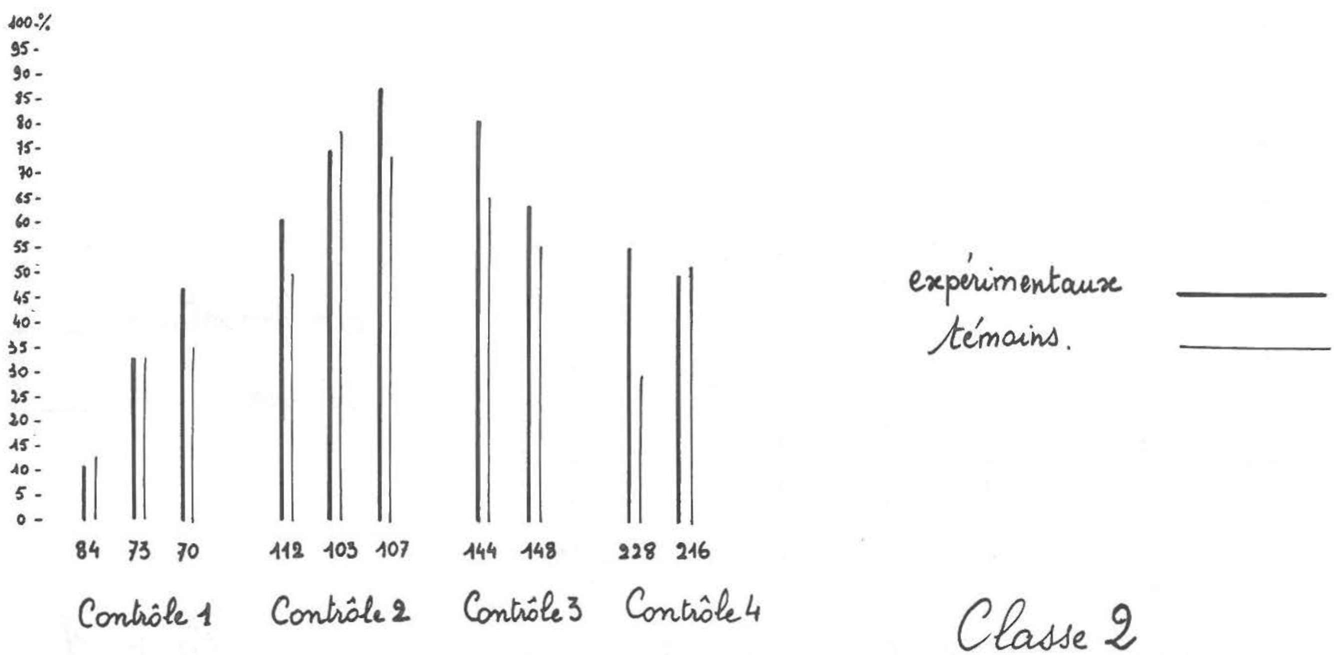
La démarche que requiert l'écriture et l'enregistrement des programmes semble avoir un effet facilitateur pour tous les exercices dans lesquels il s'agit de substituer un symbole à un autre, même lorsque les difficultés propres au calcul numérique ne sont pas très importantes.

Cependant c'est sur l'exercice de composition d'applications que l'on observe les plus grandes différences, pour les trois classes d'élèves (exercice 228).

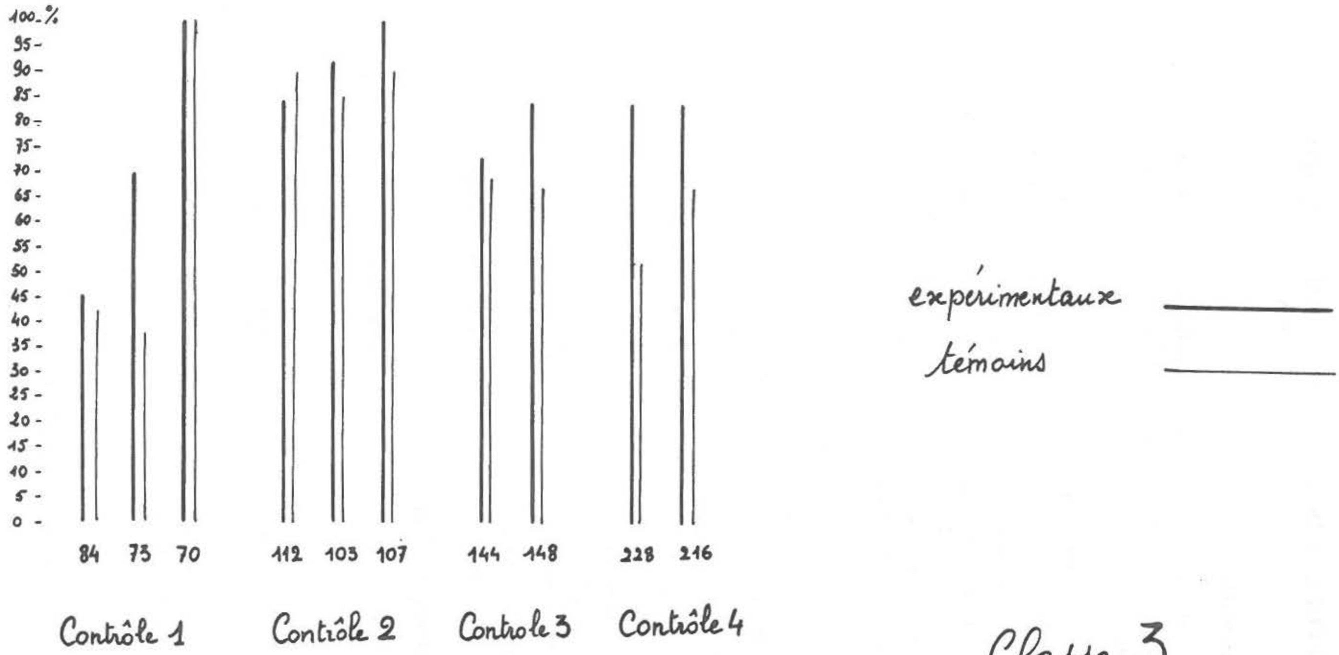


Classe 1

1.B Manipulation des symboles indépendamment de leurs valeurs numériques



1.B Manipulation de symboles indépendamment de leurs valeurs numériques



Classe 3

1.B Manipulation de symboles indépendamment de leurs valeurs numeriques

C — FORMALISATION OU MODELISATION D'UNE SITUATION

C_1. Ecarts entre classes

Comme pour les exercices de calcul numérique et de manipulations de symboles, les trois classes d'élèves restent bien différenciées (graphiques 1 et 1C).

Le tableau ci-dessous présente les écarts moyens sur les exercices de formalisation et entre les trois classes (en pourcentages).

		Ecart moyen entre classes 3 et 2	Ecart moyen entre classes 2 et 1
Contrôle 1	expérimentales	53	47
	témoins	65	35
Contrôle 2	expérimentales	31	18
	témoins	16	25
Contrôle 3	expérimentales	09	14
	témoins	03	12
Contrôle 4	expérimentales	16	20
	témoins	15	15

Comme sur les autres types d'exercices, les écarts entre classes sont équivalents pour les expérimentaux et les témoins.

C_2. Les questions difficiles

Cinq des sept exercices de formalisation proposés sur les quatre contrôles sont difficiles. Ce sont les exercices suivants :

Contrôle 1

- exercice 72 : "G est le graphe d'une bijection de C vers D.
  $G = \{(1;2) ; (-7, +14) ; (3, -6) ; (4, -8)\}$

  Quelle est l'image dans D de n'importe quel élément x de C ? "

Contrôle 2

- exercice 115 : "Un paquet de sucre a une masse comprise entre 0,990 et 1,010 kg. Un paquet de riz a une masse comprise entre 0,985 et 1,015 kg.

Donnez l'encadrement indiquant les masses de n paquets de sucre et p paquets de riz".

- exercice 100 : une représentation graphique d'une relation f de l'ensemble A vers l'ensemble B est donnée ; x désigne n'importe quel élément de A; compléter $f(x) = \dots$.

Contrôle 3

- exercice 126 : "Un élève fait 10 devoirs de mathématiques dans l'année ; il passe en troisième s'il a au moins $\frac{10}{20}$ de moyenne. Sébastien a la note x au premier devoir. Son professeur lui fait remarquer qu'il suffit qu'il ait $\frac{9}{20}$ à chacun des autres devoirs pour passer en troisième.
Ecrire l'équation qui permet de trouver x".

Contrôle 4

- exercice 253 : "Monsieur Lelièvre habite à Saint-Etienne. Il va régulièrement en train à Paris. En janvier, il achète une carte de réduction valable un an. Il la paye 550 F et doit payer ensuite chaque voyage aller-retour 100 F. Il fait x voyages dans l'année. Quelle est la dépense totale ? ".

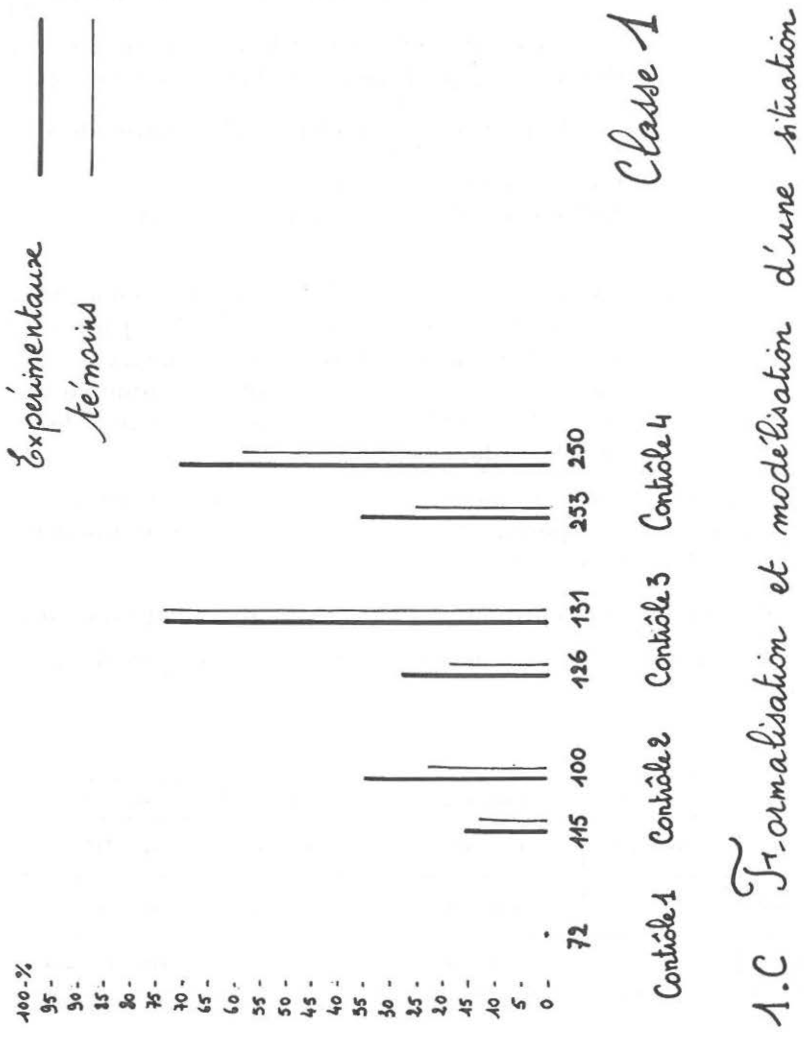
L'analyse ci-dessous montre que, sur tous ces exercices, les élèves des classes "expérimentales" ont tendance à être supérieurs aux élèves des classes "témoins".

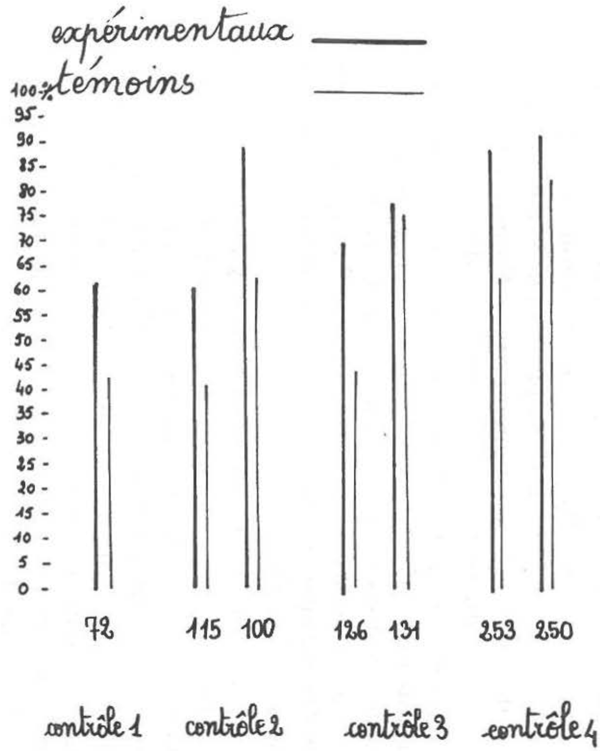
C_3. Différences entre classes "expérimentales" et "témoins"

Le schéma suivant résume où se situent les différences importantes :

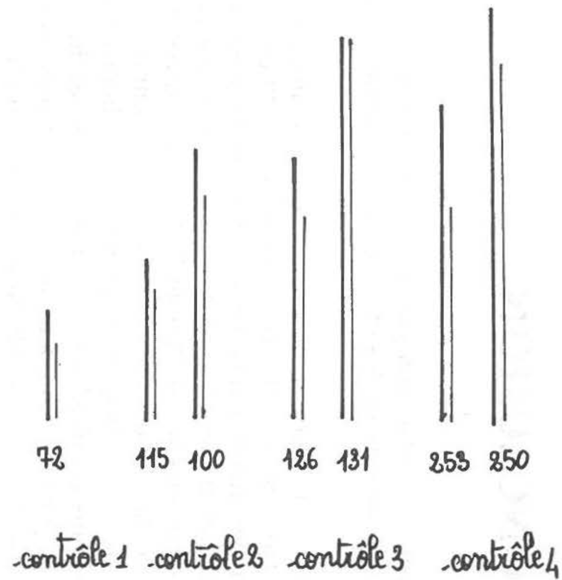
	Contrôle 1	Contrôle 2	Contrôle 3	Contrôle 4
classe 3	expé⁺ 72	≃ , expé⁺ 100, 115	≃ , expé⁺ 126	≃ , expé⁺ 253
classe 2	≃	≃ , expé⁺ 100	≃ , expé⁺ 126	expé⁺ 250, 253
classe 1	≃	≃ , expé⁺ 100	≃	expé⁺ 250, 253

On constate que les différences importantes s'observent sur les contrôles 2, 3 et 4 sur l'ensemble des exercices proposés et pour les trois classes d'élèves. Même lorsque celles-ci ne sont pas supérieures à 10 %, elles sont toujours en faveur des classes expérimentales. Il faut cependant noter qu'au premier contrôle également, les classes "expérimentales" étaient, sur le seul exercice proposé, supérieures aux classes "témoins", pour les élèves de la classe 3, mais non pour ceux des classes 2 et 1. De ce fait on peut assurer sans trop de risques que l'enseignement expérimental a bien bénéficié à tous les élèves.





Classe 3



Classe 2

1.C Formalisation et modélisation d'une situation

3.4 - CONCLUSION

Au terme de cette analyse, nous pouvons tirer un certain nombre de conclusions sur les effets de l'enseignement expérimental.

• Il n'a pas réduit de façon sensible les écarts initiaux entre les élèves. Les trois classes "bons", "moyens" et "faibles" restent distinctes sur les quatre contrôles et à propos de presque tous les exercices ; il aurait même plutôt tendance, dans certains cas, à séparer plus nettement les "faibles" des deux autres catégories. Cependant, ce fait ne doit pas être considéré comme absolument négatif. Les difficultés liées à l'apprentissage de la programmation ont exigé un plus grand effort de la part des élèves dits "faibles". On aurait donc pu s'attendre à un accroissement plus important de cet écart, sur le dernier contrôle en particulier. En effet, l'étude de notions informatiques plus difficiles telles que itération, test, compteur, aurait pu être préjudiciable à l'acquisition des concepts mathématiques étudiés alors.

• L'enseignement assisté du calculateur programmable, et c'est là le point essentiel, s'est révélé bénéfique pour tous les élèves des classes expérimentales, et à propos des exercices recouvrant les trois points de nos objectifs. Plus précisément, si nous considérons les points 2 et 3 de nos objectifs (Manipulation de symboles indépendamment de leurs valeurs numériques — Formalisation ou modélisation d'une situation), nous voyons que dès le deuxième contrôle la différence se fait en faveur des classes expérimentales pour les trois catégories d'élèves et sur tous les exercices considérés comme difficiles. Notons tout particulièrement les résultats nettement positifs sur l'exercice 228, classé "difficile" et qui recouvre la notion mathématique de composition d'applications, notion souvent ardue pour les élèves.

En ce qui concerne les résultats des points 2 et 3, ils s'expliquent par le fait que la programmation requiert de la part de l'élève une démarche algorithmique qui développe l'aptitude à analyser, raisonner, organiser, généraliser ..., actions qui aident à la résolution de tout problème mathématique. De plus, l'écriture des organigrammes familiarise les enfants avec la manipulation de symboles, mais surtout leur en fait comprendre le sens et l'utilité (cf. les fiches 2.2., page 37).

Il est intéressant de noter que la notion de composition d'applications, mieux acquise chez tous les élèves de classes expérimentales, a été traitée au cours d'une activité où la technologie du calculateur (registres, transferts) était utilisée comme point de départ de la recherche des élèves (cf. les fiches, 2.2., page 37).

• Un autre bénéfice important de cet enseignement concerne le calcul numérique.

On s'aperçoit que les effets s'en manifestent en fin d'année, nettement en ce qui concerne les "moyens" et les "bons", moins sensiblement en ce qui concerne les "faibles". (Les différences les plus notables portent sur les questions difficiles)

Ce fait est important dans la mesure où l'utilisation de la machine comme calculateur pourrait faire craindre que les élèves perdent la pratique du calcul numérique. Les résultats montrent qu'il n'en est rien :

* Les opérations dans **D**, puis dans **R**, ont été étudiées au moyen de fiches où les exercices proposés sur la machine mobilisaient l'intelligence des élèves, non sur les techniques de calcul, mais sur des activités de recherche, concernant une situation mathématique donnée. De plus, le plus souvent, les travaux sur machine alternaient avec des exercices de calcul à la main. D'ailleurs, au bout de très peu de temps, les élèves préféraient effectuer les calculs simples sans l'aide du calculateur.

* Ajoutons que l'apprentissage de la programmation favorise la pratique du calcul mental. Les élèves ont souvent recours à cette technique pour vérifier l'efficacité d'un programme, localiser et corriger une erreur, ce qui développe en outre en eux l'aptitude à s'autocontrôler.

Il faut se garder, comme il a déjà été dit, d'attribuer au seul calculateur les bénéfices des classes expérimentales. La pratique d'une pédagogie le plus souvent active, la motivation créée par la machine, la bonne volonté, voire même l'enthousiasme des professeurs furent autant de facteurs qui influencèrent les résultats. Il n'était pas dans nos objectifs de mesurer cette influence ; toutefois, on trouvera quelques exemples concrets à ce sujet dans le chapitre suivant.

MONOLOGUE MATHINAL D'UN PROF DE CLASSE EXPERIMENTALE

... Bon ... va falloir y aller ... tous là ce matin, bande de couillons ... bon, faut aller chercher cte bécane ... Ca y est ... fermé ! et la clé ... où c'est qu'elle est encore ? pendue ? ... ah bon ! la voilà .. non ... clé du labo, ... oui Monsieur le Directeur, mes élèves ? ils sont seuls ? ils se battent ? ... bon j'y cours. Bon j'envoie chercher la machine. Holà ! doucement ... attention ... courez pas ... aïe ! ... ouf. Posez-la.

Bon ... Butoni, c'est votre tour à la machine ... vous avez oublié votre fiche ? Bravo, triple andouille ! Bon ... Scaramelli, à vous. Quelle fiche ? ... attendez ... j'ouvre l'armoire. Bon ... où sont les clés ? ... clés de bagnole, clés de la baraque ... voilà ! Qu'est-ce qu'il y a Olivetti ? le voyant rouge s'allume ? Bonne mère ! qu'est-ce que j'ai fait au Bon Dieu ? Voilà, c'était rien, ha ! ha ! (rire nerveux). Zanussi, rangez votre pain au chocolat ... Bon, j'm'asseois cinq minutes ... Et vous ? pouvez pas économiser le papier ...? c'est pas vous qui payez. Oui, quoi ... l'instruction B^{-} ? ... (à part) Mince, qu'est-ce qu'elle fait déjà celle-là ? ... Vous avez qu'à savoir, j'vous l'ai déjà dit. Bon ... entrez. Bonjour Monsieur le Principal — Pardon ? vous dites ? J'me la coule douce depuis que je fais cette expérience? Et ben, merde alors ...

Marie-Thérèse PATALANI

Chapitre 4

VIE DE L'EXPÉRIENCE DANS LES CLASSES

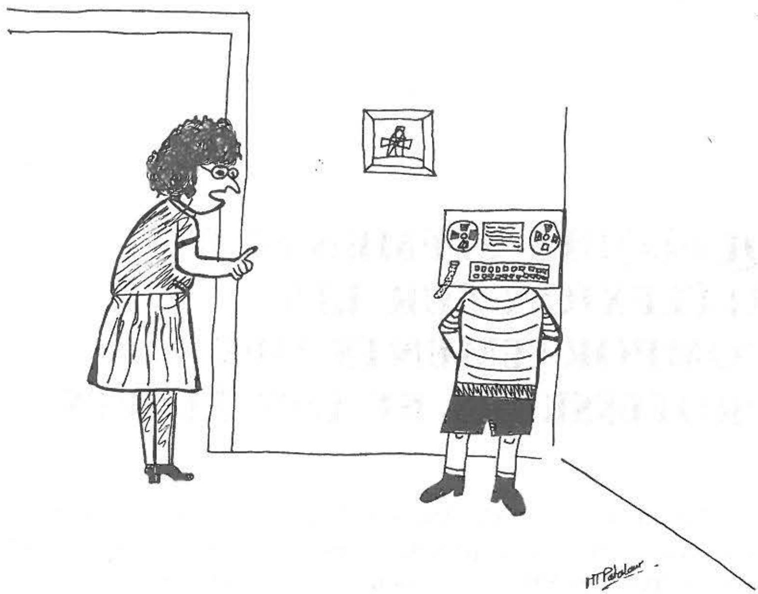
QUELQUES ÉLÉMENTS DE RÉFLEXION SUR LES COMPORTEMENTS DES PROFESSEURS ET DES ÉLÈVES

Le but de notre expérience n'étant en aucun cas d'étudier ces phénomènes de façon précise, il ne sera fourni dans ce chapitre qu'un certain nombre d'éléments de réflexion qui feront simplement sentir l'intérêt que pourrait présenter une telle étude.

Ces éléments ont pour la plupart été recueillis à partir de deux types de documents élaborés par les psychologues :

d'une part, des fascicules "Vos difficultés", genre de carnets de bord, dans lesquels les enseignants concernés étaient invités à noter leurs remarques, difficultés et critiques sur le matériel de l'expérience, ainsi que sur la manière dont elle était vécue dans la classe ;

d'autre part, des entretiens menés dans des classes expérimentales leur permettant de faire une synthèse qui ne peut être considérée que comme "indicateur" de l'attitude de quelques élèves vis-à-vis de la machine.



Non, tu n'iras pas en math demain......

Je te trouve une drôle de tête !!!

4.1. POUR CE QUI CONCERNE LES PROFESSEURS

Signalons tout d'abord l'attitude des professeurs de classes témoins qui, ne se sentant pas impliqués dans l'expérience, n'ont par conséquent que peu suivi les consignes qui leur étaient données (en particulier au sujet de la progression mathématique). Ceci se comprend fort bien si l'on considère que ces professeurs n'avaient pas d'heures de décharge, et n'avaient jamais été mêlés à la conception de cette expérience.

Pour les professeurs des classes expérimentales, le même problème s'est posé mais de façon plus aiguë. Ceux qui n'avaient pas participé à l'élaboration de l'expérience et qui n'assistaient pas aux réunions de travail se sont sentis isolés, acceptant très mal les contraintes qui leur étaient imposées, ainsi que les difficultés qu'ils rencontraient dans leur travail en classe. La multiplicité des problèmes auxquels ils étaient confrontés (comme il sera montré plus loin) les ont souvent amenés à prendre du recul par rapport aux exigences qu'imposait l'évaluation.

Les responsables de la recherche, conscients de ce problème, avaient rédigé un petit fascicule destiné à les aider ainsi qu'à mieux leur faire comprendre les tenants et les aboutissants des documents fournis.

Extrait de la préface :

"*L'utilisation d'un nouvel outil pédagogique ainsi que votre présence dans notre expérience impliquent que vous acceptiez un certain nombre de changements concernant l'organisation de votre travail ...*"

Chacun des points qui seront abordés ici sera illustré au moyen d'extraits de ce fascicule, ainsi que de critiques formulées par les professeurs.

Organisation matérielle de la classe

La présence d'une ou de deux machines au plus dans la classe fut la source de difficultés liées au travail en groupe, aux passages sur la machine et à la non-disponibilité du professeur. Le livret leur proposait pour les passages machines :

"*... Le professeur peut lui-même désigner le groupe, en fonction de l'avancement des travaux, mais cela mobilise son attention et risque de privilégier les bons élèves. Une liste pré-établie peut* *être affichée en début d'heure, mais la machine risque d'être inoccupée si les élèves ne sont pas prêts ...*

... Une solution limitant les inconvénients : les élèves inscrivent eux-mêmes leur nom au tableau sur une liste évolutive puis l'effacent après leur passage. Dans tous les cas ce sont les élèves eux-mêmes qui doivent manipuler ..."

Il semble que dans certaines classes la réalité ait été tout autre. Citons une expérimentatrice qui ne manque pas d'humour :

"*S'ils travaillent seuls, ils disposent d'1 min 34 s exactement pour remplir les tableaux de nombres et étudier le comportement de la machine.*

... S'ils travaillent par trois, cela fait 4 min 42 s. Non seulement c'est encore trop peu, mais les discussions entre membres d'un même groupe font tellement de bruit qu'il n'est plus possible de se concentrer sur ce qu'on fait. Quant aux groupes de garnements, ils peuvent jouer à la bataille navale sans se faire remarquer."

Il ne faudrait pas tirer de cette illustration un peu caricaturale l'idée d'un échec dans l'organisation de toutes les classes. D'autres professeurs, avec d'autres élèves, peut-être plus accoutumés aux méthodes actives, ont fait les remarques suivantes :

"*Les groupes ont formé pour la plupart de petites unités au sein de la classe, et sont restés les mêmes toute l'année. Une certaine rivalité s'est très vite installée entre eux, concernant la réussite des programmes. Les élèves d'un même groupe vont tous à la machine, en respectant l'ordre de passage.*"

Dans d'autres classes, l'utilisation de calculatrices de poche non programmables pour les exercices sans programme a permis de pallier en partie certaines de ces difficultés.

D'autres ont refusé délibérément cette forme de travail, et l'enseignant a dû alors reprendre une certaine directivité, imposant les passages à la machine par l'intermédiaire d'un seul élève qui manipulait, puis commentait les résultats à ses camarades. Dans ce dernier cas, le refus venait des élèves et non de l'enseignant, qui travaillait efficacement de manière active dans une classe parallèle.

De ces quelques exemples, on ne peut, en aucun cas, tirer de conclusion ; mais on peut constater que l'introduction de pratiques pédagogiques originales demande un apprentissage de la part des professeurs et des élèves et ne s'adapte pas à toutes les situations.

Utilisation des documents

Les choix faits dans le programme ont souvent été contestés, car les points les plus développés ne paraissaient pas toujours les plus importants. Mais en fait, chacun pouvait, pendant les heures libres, privilégier la notion qu'il souhaitait voir approfondir.

Par contre, l'utilisation des fiches a posé quelques problèmes plus difficiles à résoudre.

Tout d'abord, le but pédagogique des activités qui y étaient proposées n'était pas toujours visible. Il aurait fallu doubler chaque document d'une fiche du maître, ce qui aurait demandé trop de temps, et n'avait été prévu que pour quelques-unes d'entre elles.

D'autre part, la pratique continue du travail sur fiches introduisait encore un élément supplémentaire auquel maîtres et élèves devaient s'adapter. Le fascicule d'aide aux professeurs abordait à ce sujet les problèmes de distribution, utilisation ou correction.

"*... elles exigent de la part des élèves l'apprentissage du travail autonome avec l'aide du professeur qui devra, en début d'année, leur apprendre à lire un texte, s'interroger sur ce qu'on attend d'eux, planifier leur travail, etc...*"

"*... on peut fixer des limites de temps au travail demandé. On peut laisser les élèves travailler à leur rythme pendant toute la durée d'étude d'un thème ... l'essentiel étant de mobiliser leur activité intellectuelle pendant le maximum de temps.*"

Il n'apparaît pas intéressant d'analyser de plus près les critiques qu'ont suscitées ce type de travail, car elles ne sont en rien liées au calculateur. La plupart des professeurs ont favorablement accueilli ces documents qui les déchargeaient d'une certaine partie de leur tâche, tout en leur laissant une grande liberté quant à la façon de les utiliser.

Rapport avec les mathématiques

Peu de remarques très significatives ont été faites à ce propos, le but même de l'expérience étant d'étudier l'apport de la machine dans ce domaine ; quelques observations ponctuelles seulement ont été relevées. Parmi elles, il convient de citer deux points intéressants :

"*On dit : la machine ne se trompant pas, l'élève est motivé pour rechercher ses erreurs, et travailler jusqu'à ce qu'enfin il voie* *apparaître le beau résultat, fruit de son oeuvre. C'est sublime ... Penchez-vous sur leur travail, vous verrez alors qu'on peut mettre en évidence le manque d'esprit critique et le manque de rigueur ... Il faut apprendre à faire contrôler les programmes, les résultats, être très vigilant sur les méthodes de travail de nos élèves ...*"

Chez cet enseignant, la machine est apparue comme un révélateur du manque de rigueur des élèves, et permet de penser que l'efficacité de son utilisation est liée le plus souvent à l'attitude du professeur.

Un autre expérimentateur considère cette vigilance comme bénéfique pour l'acquisition des mécanismes de calcul :

"*Certains diront que l'utilisation du calculateur va faire perdre aux enfants l'habitude du calcul mental. Il n'en est rien. Si, en général, les élèves, dès qu'ils obtiennent un résultat, se montrent satisfaits, il faut les obliger à contrôler ce résultat, donc à faire le calcul manuellement pour des nombres simples.*"

4.2. POUR CE QUI CONCERNE LES ELEVES

Il semble que les modifications les plus spectaculaires dues au calculateur aient été surtout d'ordre relationnel (modification des relations élèves-maîtres et élèves-mathématiques) ou motivationnel.

Extraits d'entretiens effectués par les psychologues :

Intérêt suscité par la machine ...

"*C'est plus intéressant, c'est moins monotone, ça change un peu des cours classiques qu'on avait avant ...*"

"*Il y en a qui n'aimaient pas les maths l'année dernière et que cette année ça va mieux ...*"

Il faut noter que, dans cette classe, l'effet de nouveauté passé, l'utilisation de la machine a continué à être considérée comme intéressante par les élèves.

Par contre, dans une autre classe ...

"*Au début c'était bien, puis à la fin ça devient un peu compliqué ... maintenant il faut quand même réfléchir ... je me suis gou-*

rée plusieurs fois, maintenant ça me barbe, la façon de travailler au début ça m'intéressait, puis ça a commencé à devenir compliqué ..."

Dans cette classe, à partir du moment où les élèves ont perdu le contrôle de la machine, n'étant plus capables de programmer avec aisance, ils ne lui ont plus vu aucun intérêt.

Mais, en fait, cet aspect négatif est surtout lié aux passages à la machine beaucoup trop rares :

"*... ça faisait qu'on passait que le mardi ... il faudrait des plus petites machines et chaque groupe en aurait une.*"

Utilité de la machine

Les deux grandes idées qui reviennent le plus souvent sont liées aux capacités calculatoires de la machine d'une part, et au type de démarche requis par elle d'autre part.

"*... c'est ridicule de faire des additions ... quand on fait un programme on décompose ... ce qui est important, c'est de trouver la formule, parce que les calculs, c'est pas ce qu'il y a de plus important.*"

Liaison avec les mathématiques

Cette liaison a été ressentie très différemment suivant les classes :

"*... je trouve que ça n'a pas tellement de rapport avec ce qu'on fait en cours ...*"

ailleurs ...

"*... Ce qu'on apprend au cours, on le vérifie à la machine ...*"

Par contre, l'ensemble des élèves éprouve une certaine anxiété à l'idée de ne pas parvenir à la fin du programme d'algèbre, et de se retrouver en troisième devant des méthodes d'enseignement plus "traditionnelles".

"*... Si on fait trop de machine, on risque de démarrer l'an prochain avec le programme (de Math) qu'on aura pas fait, et de redoubler ...*"

"*... On est en retard, mais on voit de manière plus approfondie.*"

Relations maître-élèves

La plus grande liberté vis-à-vis de l'enseignant a toujours été considérée comme positive et vivement appréciée.

"On est plus libre .. on est plus en contact avec le prof ..."

"On était pas l'esclave du prof .. parce qu'on est toujours obligé d'être derrière le prof si on ne comprend pas ... on lit, on se bourre la tête, tandis qu'avec la machine ... on peut mieux découvrir des choses ..."

Notons que ces entretiens ont été effectués dans quatre classes, et qu'il ne conviendrait en aucun cas de généraliser. Remarquons simplement que la présence d'une seule machine dans la classe a souvent gêné les élèves, et que les éléments positifs, dans le domaine concerné, sont plutôt d'ordre relationnel.

Pour conclure, on peut considérer la machine comme une nouvelle force équilibrant les relations professeur-élèves. La toute-puissance du professeur n'existe plus et l'élève devient actif dans l'acquisition de son savoir. Une étude plus approfondie dans ce domaine pourrait être intéressante.

LISTE DES PROFESSEURS DES CLASSES "EXPERIMENTALES" et DES CLASSES "TEMOINS"

Académies	Classes "expérimentales" Messieurs ou Mesdames	Classes "témoins" MM. ou Mesdames
Aix-Marseille	ANSAS PATALANI	MARCEL MANZO
Clermont-Fd	LE JUNTER POUGET	BERNARD ASCIONE
Lyon	BERTHEAS FALIPOU (2 classes) FOURNEL	SIMARD LACONDEMINE
Nancy	BARBE URBAIN FRANTZ STRANBERGER	ROUYER BOUVERET OULRICH JOUBERT KELNER
Nantes	PEYROT	ANZIANI
Nice	MARIA FASSI	ARMANA HERVIER POLETTI DENIEL TOMI GIORDANO
Poitiers	CHEVRIER ROY VASSEUR	BETOUL BOUCHET DELSALLE
Toulouse	BAREIL (2 classes) CAMINEL	MOUMIELOU VIELLEVILLE

Une brochure A.P.M.E.P. 1977-78
GEOMETRIE AU PREMIER CYCLE
(2 tomes)

Cette brochure est relative à des modes d'enseignement de la géométrie à base d'activités insérés dans un projet éducatif global. Elle ne comporte aucun exposé théorique sur la géométrie ou sur des programmes.

Après des réflexions générales de tous ordres, les deux tomes proposent une ample moisson allant d'essais ou de travaux très ponctuels (mais exemplaires) à de grandes fresques sur les modes d'appropriation des activités, des exemples d'enseignement par objectifs, des aperçus sur de "grosses" Recherches, des études "Noyaux-Thèmes"...

Tels sont le tome 1 avec 200 pages et 26 articles, le tome 2 avec 325 pages et 28 articles, des poésies en prime.

Cette brochure n'est donc ni de près ni de loin un manuel ou un guide. Mais elle cherche à faire connaître, à soutenir ou à susciter des initiatives et des travaux capables de revivifier l'enseignement de demain. Pour cela, elle multiplie les aperçus, les idées, les suggestions d'activités, les questions.

Là-dedans pas de corps de "doctrine A.P.M.E.P." sinon en ceci : la brochure préconise des enseignements de la géométrie qui, loin d'être centrés sur "la géométrie" et sa description théorique définie d'en haut, le seront sur l'élève, son activité personnalisée, son aptitude à faire et à agir.

PUBLICATION A.P.M.E.P.

MATHEMATIQUES POUR FORMATION D'ADULTES

par Philippe LOOSFELT et Daniel POISSON, C.U.E.E.P.
Centre Université Economie d'Education Permanente.
Université des Sciences et Techniques de Lille.

192 pages, format Bulletin A.P.M. Prix : 15 F (avec port 18 F).

Voir ci-dessous une *présentation* de la brochure par les auteurs, et dans le Bulletin 302, pages 202 et 203, un *extrait* de la brochure.

Depuis 7 ans, le C.U.E.E.P. assure exclusivement des formations d'adultes, dans la Région Nord-Pas-de-Calais. Les formations se déroulent :
. soit en Entreprise, sur le temps de travail,
. soit en "Zone Résidentielle" : 2 zones de formation collective.

En Mathématiques, l'essentiel de l'effort a été porté sur le niveau du C.A.P. dont le C.U.E.E.P. prépare les Unités Capitalisables de tronc commun.

Deux responsables-Matière "Mathématiques" ont capitalisé les expériences de formation. La multitude d'expérimentations, d'essais, de tâtonnements que représente l'acquis de plusieurs centaines de cycles de formation d'adultes, a permis d'orienter progressivement la politique pédagogique du C.U.E.E.P. dans une direction tout à fait imprévue et imprévisible au départ.

Le premier pas de notre évolution nous a orientés vers l'exploration des thèmes de la vie réelle : impôts, salaires, fiches de gaz, etc...

Le bilan de cette tentative s'est soldé par un demi-échec ; la réalité ne provoque pas de motivations profondes au travail et elle est trop compliquée à mathématiser.

La deuxième étape de notre évolution n'a pas été choisie : il a suffi de faire le bilan de ce qui intéresse réellement les formés pour constater que le "pseudo-réel" était bien plus riche, à tout point de vue. Le "faux-réel" où la réalité est si décantée que le mécanisme sous-jacent en devient accessible, la situation tellement caricaturée qu'elle peut être totalement maîtrisée par le formé, voilà ce qui incite les formés à verser toute leur énergie dans le travail intellectuel.

Dans cet ouvrage, écrit d'abord pour aider les formateurs du C.U.E.E.P. dans leur tâche, nous essayons de montrer comment certains thèmes peuvent être utilisés, comment telle fiche s'est révélée passionnante, quels sont les échecs qui nous ont poussés à corriger certains points, etc...

Nous ne proposons pas de théories, nous disons seulement :

"Voilà un thème, voilà la structure sous-jacente à ce thème (réseau de relations, "architecturation"), voilà comment ce thème a été essayé, voilà les corrections apportées. Nous vous garantissons qu'il y a là de quoi intéresser les formés".

Pour vous procurer cette brochure, adressez-vous à votre Régionale ou Départementale.

ELEM-MATH III (96 pages)

LA DIVISION A L'ECOLE ELEMENTAIRE

Traditionnellement, à l'Ecole Elémentaire, le mot *division* désigne une technique de calcul. Comme la technique enseignée est assez complexe (mise en jeu simultanément de produits et de différences, procédures d'estimation, apparition occasionnelle d'une virgule au quotient, ...) il n'est pas étonnant que les enfants essuyent bien des déboires et que les maîtres éprouvent bien des déceptions.

Nous appuyant sur de nombreux travaux de didactique en cours nous pensons qu'il est souhaitable de concevoir un enseignement des mathématiques essentiellement centré sur la résolution de problèmes.

* * *

QUELQUES QUESTIONS A PROPOS DE LA PRATIQUE DE LA DIVISION mettent en évidence certaines difficultés liées à la technique de calcul habituelle et introduisent aux trois chapitres suivants.

- L'examen des problèmes utilisés traditionnellement pour présenter la division montre qu'un calcul de division n'est en fait qu'une suite de calculs de différences (VERS LA DIVISION EUCLIDIENNE).
- Le souci de réduire les écritures inhérentes à ces calculs successifs nous amène ensuite à suggérer des travaux sur les MULTIPLES D'UN NATUREL.
- Nous montrons alors comment la volonté de réduire les écritures fait évoluer les procédures de calcul au prix d'une complexité croissante des calculs auxiliaires à effectuer de tête (TECHNIQUES OPERATOIRES DE LA DIVISION EUCLIDIENNE).

Enfin, on trouvera en annexe des comptes rendus de travaux effectués dans des classes élémentaires.

* * *

Pour respecter le volume habituel des brochures de la collection ELEM-MATH, il n'était pas question d'aborder les problèmes liés à la virgule (introduction de l'ensemble **Q** des rationnels, rôle privilégié des rationnels décimaux, division dans **Q** et division euclidienne dans N). Nous nous sommes donc délibérément limités à la division euclidienne dans l'ensemble **N** des naturels.

Pavés et bulles

par Françoise PECAUT (Avignon)

Amateurs d'axiomatique et d'abstractions, s'abstenir !

Dans "pavés et bulles" il y a surtout des résultats, ceux appartenant aux programmes de géométrie du second cycle et quelques autres ; pour l'essentiel, ce sont des mathématiques physiques, et cette physique n'est même pas moderne ; la dimension des espaces vectoriels ne dépasse pas trois, il n'y a que trente deux groupes cristallographiques. Le chapitre "groupes" ne va pas jusqu'aux sous-groupes distingués, le mot de module sur un anneau est à peine évoqué à propos des réseaux.

Les professeurs de Mathématiques de l'enseigment secondaire savent tout ce qu'il faut pour comprendre la classification des milieux cristallins et les problèmes de pavage, il ne s'agit que d'appliquer ces connaissances : quand vous aurez lu "pavés et bulles", vous regarderez d'un oeil neuf le carrelage de votre salle de bains et vous reconnaîtrez dans les objets les plus ordinaires leur groupe d'isométrie ; si vous avez des difficultés avec les espaces homogènes du chapitre III, sautez-le, et tournez-vous résolument vers le bricolage proposé dès la fin du chapitre IV, puis aux chapitres VIII et IX. De nombreuses figures et planches invitent à dessiner, découper, coller, souder : avec tout l'enthousiasme du novice, vous ferez des expériences mathématiques ; vous pourrez voir et faire voir les sous-groupes du groupe du cube sous forme de polyèdres et, dans toute l'éphémère précision des lames de savon, le centre de gravité d'un tétraèdre régulier, et même ... une bulle carrée !

Enfin, ceux que tente l'interdisciplinarité trouveront en biologie et en physique (moderne cette fois !) une motivation pour étudier les rangements d'isocaèdres : d'une part les particules de virus responsables de maladies courantes de plantes (la tomate, le navet, et la fève), ont une enveloppe à symétrie icosaèdrale ; d'autre part il existe un état de l'alliage $W\,Al_{12}$ (par exemple) où douze atomes d'aluminium sont disposés aux sommets d'un icosaèdre dont le centre est occupé par l'atome de tungstène, les icosaèdres étant rangés aux sommets et aux centres des cubes d'un réseau cubique.

280 pages. Prix avec port : 30 F (sans port : 25 F).

2 - 902 680 - 02 - 3

L'APMEP en quelques mots...

Fondée en 1910, l'APMEP est une association :

- totalement indépendante, politiquement et syndicalement, et bénévole ;
- qui représente les enseignants de mathématiques de la maternelle à l'université.

L'APMEP se préoccupe simultanément :

- des contenus des programmes ;
- des compétences requises des élèves ;
- des méthodes d'enseignement et de formation ;
- des horaires et effectifs, en particulier des dédoublements de classes ;
- de l'harmonisation entre les cycles ;
- de la valorisation des mathématiques comme instrument de formation et non de sélection.

L'APMEP est un lieu de :

- libre parole et de confrontation d'idées ;
- démarches coopératives d'auto-formation ;
- propositions pour une politique d'enseignement des mathématiques.

L'APMEP intervient pour :

- défendre ses positions ;
- intégrer les nouveaux outils (calculatrices, logiciels de géométrie, de calcul...) ;
- faciliter les évolutions et les démarches d'équipe (formation initiale et permanente, laboratoires de maths...).

L'APMEP agit pour préserver, donner ou redonner aux élèves :

- le goût des mathématiques ;
- le plaisir d'en faire.

Pour l'APMEP, faire des mathématiques, c'est :

- identifier, formuler un problème ;
- expérimenter sur des exemples ;
- conjecturer un résultat ;
- bâtir une démonstration ;
- mettre en œuvre des outils théoriques ;
- contrôler les résultats et leur pertinence ;
- communiquer une recherche, une solution ;
- développer simultanément :
    - le travail individuel et le travail collectif des élèves ;
    - le sens de l'écoute et du débat ;
    - la persévérance ;
    - les capacités d'imagination, d'esprit critique, de cohérence et de rigueur.

Faire des mathématiques, c'est œuvrer pour :

- la formation de l'esprit ;
- l'intégration dans la vie sociale, culturelle et professionnelle.

Plus d'informations sur : www.apmep.fr