lettres dont le numéro se termine par n ; un malin préfère distribuer celles dont le numéro commence par n : les maisons sont voisines ! Mais il fallait y penser.

5) Autre application, faite en CP normal, en fin d'année scolaire.

Un arbre avec des arbres. Dans notre quartier, il y a des marronniers, des prunus, un saule. Quels sont les itinéraires sur lesquels on rencontre une, deux, ou les trois essences d'arbres ? Etant donné que chaque enfant habite soit un bloc, soit une tour, soit un pavillon, quelles sont toutes les combinaisons possibles de trajets pour un enfant habitant notre quartier ? Nous avons construit un arbre (mathématique) pour récapituler toutes les possibilités. Chacune était résumée sur une carte et le jeu de cartes formé nous a permis de faire différents exercices : jeu à une ou plusieurs différences, jeu "genre" 7 familles, etc...

Mathématique au Cours Préparatoire

par P. TRINQUIER - I.D.E.N. Evreux

Les pages qui suivent vont essayer de rendre compte de l'application des nouveaux programmes de mathématiques dans les Cours préparatoires d'une Circonscription urbaine ; ce dernier caractère n'est pas négligeable : les contacts avec les maîtres et des maîtres entre eux, les réunions de travail par écoles et par groupes constitués ont été beaucoup plus aisés que dans une circonscription rurale.

Au cours du troisième trimestre de l'année scolaire 1969-1970, les maîtres de CP ont été réunis par petites équipes, à raison de deux journées chacune pour :

- a) étudier la présentation et le contenu du programme de 1970 ;
- b) évoquer les concepts mathématiques fondamentaux dont il implique l'approche ;
- c) chercher comment ces concepts sont liés et dépendants, et quelle allure de progression cette dépendance entraîne ;
- d) discuter — sur des cas pratiques et en utilisant l'expérience de collègues déjà "lancés" depuis deux ou trois ans — sur la nécessité d'une nouvelle pédagogie et ses modalités.

Les conclusions de ces journées ont été reprises dans un document de directives que tous les maîtres se sont efforcés d'appli-

quer dès la rentrée ; une première réunion de bilan s'est tenue — par groupes de travail — à la fin décembre 1970 : elle a permis de faire très sérieusement le point, de collecter un grand nombre de situations mathématisables et de préciser les directives initiales.

Enfin, en Juin 1971, une nouvelle réunion groupant maîtres de CP et de CE1 s'est préoccupée de la continuité à ménager et de la manière dont on pourra, au CE, élargir les concepts abordés au CP, ainsi que des méthodes à adopter.

Je présenterai donc, dans l'ordre :

- 1) l'essentiel des directives initiales
- 2) le bilan de Décembre 1970
- 3) la manière dont quelques situations ont été exploitées mathématiquement au CP
- 4) un tableau de progression générale.

1. Directives initiales

Deux ordres de préoccupations les dominent : la matière, c'est-à-dire le contenu réel des programmes, et la manière c'est-à-dire le problème pédagogique : technique d'approche des concepts, organisation du travail, matériel, etc...

1.1 La matière

Dès le CP, il nous est apparu que l'on doit aborder les concepts essentiels que les enfants développeront au cours de la scolarité ; il faudra donc *préparer* les acquisitions suivantes et en affirmer peu à peu la maîtrise :

- en topologie : toutes les situations relatives, les déplacements et les itinéraires, l'organisation de l'espace
- ensembles et sous-ensembles
- relations
- relations d'ordre
- numération en diverses bases
- construction de N
- opérateurs

Mais ce serait une erreur fondamentale que d'envisager une acquisition "*linéaire*" ou une approche "*linéaire*" de ces concepts ; par nécessité, beaucoup seront abordés simultanément, abandonnés, repris selon les circonstances et les nécessités. Ce sera une avance sur plusieurs fronts, selon un synchronisme plus ou moins rigoureux, dont aucun programme de travail, aucun livre, ne peut rendre

compte. D'où l'élaboration du tableau (cf. 4) qui, sans prétendre dessiner une progression définitive, permet à tout instant de savoir quand même où l'on en est.

Les situations présentées en 3 illustrent la complexité évoquée ci-dessus.

1.2 La manière

La nouvelle pédagogie de la mathématique ne pourra s'élaborer que sur le chantier que constituent les classes et il serait outrecoûdant de dogmatiser à priori. Cependant, il nous a paru possible de retenir un certain nombre de principes :

a) se garder à tout prix du formalisme dans la progression, dans la présentation des notions ou des situations (1), dans les exercices que rien ne relierait au vécu, mais au contraire adopter une attitude souple, faire constamment preuve de disponibilité et d'imagination. Cela réduit les livres et les divers cahiers édités au rôle, non négligeable, d'auxiliaire pour les maîtres (et non de point de départ pour les élèves).

b) il n'y aura pas à proprement parler de leçons mais des séances de recherche par la classe entière ou par groupes sous l'impulsion du maître, bien sûr. Mais, toujours, les enfants devront chercher, essayer, combiner, *s'exprimer* avant que la moisson des observations et des tâtonnements n'amène (s'il le faut) à une conclusion ou à une formulation que l'on utilisera dans d'autres situations : c'est de cette généralisation que naîtra le concept.

c) l'essentiel est de donner une *éducation mathématique* c'est-à-dire cultiver une certaine tournure d'esprit d'une part, d'autre part préparer l'élaboration des concepts :

— Tournure d'esprit créée par l'habitude d'observer, de manipuler pour modifier et observer à nouveau, de formuler des constatations, de ne pas se borner à un essai, un cas, mais multiplier les expériences ;

— Elaboration des concepts : elle ne peut être instantanée mais s'obtiendra par des rencontres répétées, une imprégnation constante selon le même schéma que celui proposé pour l'apprentissage de la langue

imprégnation → systématisation → utilisation

(1) ce qui n'exclut pas la possibilité de suggérer, d'orienter vers telle ou telle recherche ; mais cela, c'est l'art du maître...

1.3 En conclusion, le maître devra :

- a) utiliser les situations offertes par la vie scolaire ou extra-scolaire des élèves ;
- b) au besoin susciter, provoquer diverses motivations ;
- c) laisser les élèves essayer, chercher, formuler ou représenter ce qu'ils font ou constatent ;
- d) sinon, aider discrètement le tâtonnement, l'observation, la réflexion, voire l'invention ;
- e) amener à formuler des conclusions nettes à partir desquelles on appliquera les notions acquises à de nouvelles situations.

Si ceci est bien compris, c'est tout le temps de l'ancienne "leçon" qui devient *exercice* des facultés intellectuelles dans un climat scolaire radicalement différent.

2. Bilan à fin Décembre 1970

2.1 Concepts

Trois mois d'exploitation de situations familières ont permis de faire connaissance avec la plupart des notions figurant dans le tableau.

Mais beaucoup de maîtres de CP sont encore obnubilés involontairement par les exigences et la progression de l'ancien programme et ils ont eu du mal à accepter par exemple que les contacts avec les naturels se fassent en ordre dispersé, au gré des occasions.

Il a été suggéré de commencer la construction de l'ensemble des naturels d'abord sous forme d'un axe où un naturel vient prendre place par le jeu des relations d'ordre établies entre lui et les naturels déjà connus. Plus tard, le carré à cent cases constituera un tableau de composition additive entre l'ensemble des unités (de 0 à 9) et celui des dizaines (de 0 à 9 dizaines).

A noter que les rapports n'ont fait état que d'assez peu de situations exploitées en topologie, mais il semble que les interventions respectives du Conseiller en éducation physique et des Rééducatrices en psycho-motricité aient ouvert de riches perspectives pour la suite de l'année scolaire.

2.2 Recherche d'une pédagogie

a) les manipulations et recherches par *petits groupes*, telles qu'elles avaient été théoriquement envisagées, n'ont pas été très souvent possibles ou fructueuses (c'est d'ailleurs conforme aux données de la psychologie).

b) à la lumière des constatations rapportées, il apparaît que la

formation des concepts peut s'opérer le plus souvent possible à partir de situations familières vécues, racontées, imaginées même, par les enfants. Il incombe alors au maître de suggérer l'orientation du travail de recherche, d'aider, de préciser, de fixer peut-être de nouveaux objectifs en assurant toujours une bonne activité générale.

Mais il semble indispensable qu'au-delà, à un stade ultérieur proche, il ait le souci de l'application et de la fixation des idées acquises, à l'aide de moyens appropriés : c'est ici que les livres et cahiers divers peuvent lui apporter matière à de nouveaux exercices.

De même, il faudra à certains moments, reprendre d'une façon systématique, en synthèse, l'ensemble des démarches et conclusions qui contribuent à la formation de tel ou tel concept (sans qu'il soit toujours opportun de le nommer encore).

Autrement dit, l'activité d'exploration, de manipulation, de recherche, d'exercice, doit aboutir à la familiarisation avec des concepts qu'au moment voulu il sera nécessaire de mettre en évidence.

c) très souvent, les enfants se sont trouvés bloqués dans le choix des moyens propres à rendre compte d'une situation pourtant fortement vécue et la tentation était grande pour le maître de proposer — trop vite — une solution. *Laisser chercher* est une excellente attitude éducative et la patience a été souvent récompensée par le jaillissement d'une idée permettant un nouveau pas en avant. Donc, savoir attendre et bien entendu... savoir aussi inspirer quand il le faut.

d) la nécessité d'une *double rigueur* d'esprit et de langage a été très vite ressentie en ces premiers mois d'initiation.

— *rigueur d'esprit* : ne jamais se contenter d'affirmations plus ou moins hasardeuses : si une propriété paraît découverte, si une relation peut être exprimée, s'astreindre toujours à faire opérer des vérifications précises et des contre-vérifications ; même au niveau du CP, cette attitude est indispensable à adopter.

— *rigueur de langage* : le rôle de l'expression orale est capital et il faut entraîner les enfants à exprimer ce qu'ils font, ce qu'ils recherchent, ce qu'ils constatent dans une forme précise et sans ambiguïté ; c'est ainsi que la langue maternelle n'aura qu'à gagner au contact de la mathématique.

e) enfin, une constatation unanime et de très grande portée : ne jamais chercher à prolonger à tout prix l'exploitation d'une situation ; il est possible que dans l'immédiat cette dernière ne permette qu'une faible activité tout en ayant provoqué un réel intérêt. Si le

maître la sent riche cependant de développements, l'habileté consistera à la "mettre en mémoire" pour pouvoir un jour ou l'autre s'y référer et en continuer l'exploitation (et ceci peut encore être vrai, si les maîtres travaillent en bonne collaboration, du CP au CE par exemple).

Avant de présenter ces situations familières, et parce que cette expression a déjà été très souvent employée dans les pages qui précèdent, il me faut quand même préciser comment elles peuvent apparaître dans la classe.

La plupart des Cours préparatoires de la Circonscription utilisent très largement l'expression orale spontanée pour l'apprentissage de la lecture ; en particulier, les premiers moments de la journée sont toujours consacrés à des échanges verbaux très libres entre les élèves eux-mêmes, et les élèves et le maître ou la maîtresse.

Des courts récits présentés, des questions posées, se dégage un intérêt momentané pour l'un des sujets ainsi abordés ; il est retenu et de là naissent diverses activités : lecture (méthode dite naturelle), recherches et travaux divers en activité d'éveil et, bien entendu, exploitation mathématique si faire se peut. Voici, à titre d'illustration, quelques sujets ayant permis un bon travail mathématique :

- histoire de jouets découpés dans un catalogue
- la galette des rois
- la Foire de la Saint-Nicolas
- rues et maisons des élèves de la classe
- les animaux d'une ferme
- ce que l'on boit au petit déjeuner
- les jouets de Noël
- les vacances : lieu, moment, moyens de déplacement
- la famille
- la boîte d'allumettes renversée
- les occupations du dimanche,
- etc, ...

3. *Quelques exploitations de situations*

Nota : les dessins et schémas figurant dans la présentation des fiches sont ceux fournis par les maîtres dans leurs compte-rendus ; en fait, c'est l'aboutissement de nombreuses recherches dont il n'est pas possible de retracer totalement ici le déroulement, commencées le plus souvent sur le sol de la classe ou sur de grandes feuilles de papier et peu à peu dépouillées, affinées, clarifiées.

3.1 Situation de départ: le passage de la patrouille de France au-dessus d'Evreux.

1^o Des élèves se flattent d'être montés en avion, mais ... la maîtresse aussi. Qui ? pour aller où ? d'où le schéma sagittal élaboré :

et du schéma cartésien (procédé déjà utilisé) :

	Nice	Ecosse	Guadeloupe	Paris	Corse	Evreux
Bernard			★			
Jacques					★	
Pierre	★					
Sylvie				★		
Gérard				★		
La maîtresse		★				★
Laurent						
Françoise						★

2^o Travail sur la relation d'ordre : "...est allé plus loin que..." (1)

(1) Il aurait été intéressant de savoir comment la relation d'ordre a été établie d'abord entre les divers lieux évoqués.

4° A partir de trois de ces possibilités, on recherche toutes les situations possibles et qui a vécu une ou plusieurs de ces situations.

— Une autre classe a exploité la même situation pour un travail en base trois.

3.2 Nous avons reçu les photos prises à l'école ; nous en avons choisi une ; il faut apporter l'argent à la maîtresse.

A. *les prix* : (1er jour) grande photo : 10 F. — carte : 6 F. — grande photo et carte : 15 F. — photo de la classe : 4 F.

1° on peut faire l'ensemble des prix et l'on constate

— qu'aucun n'est "pareil"

— que des prix sont plus grands que d'autres et l'on écrit

$$15 > 10 ; \quad 10 > 6 ; \quad 6 > 4$$

$$15 > 6 ; \quad 10 > 4 ;$$

$$15 > 4$$

Cette présentation est l'aboutissement d'un assez long travail.

2° On établit les schémas des relations $\longrightarrow$ est plus grand que
 $\dashrightarrow$ est plus petit que

traduit aussi :

$$4 < 15; 6 < 15; 10 < 15$$

$$4 < 10; 6 < 10;$$

$$4 < 6.$$

3° On peut écrire les prix les uns au-dessous des autres et les relier par les flèches

et dans l'ensemble de départ, toujours pour la même relation, on trouve qu'il suffit de représenter

puis $15 > 10 > 6 > 4$

avec l'amorce du concept de transitivité :

si $15 > 10$ et $10 > 6$, alors $15 > 6$, etc...

B. le paiement (2ème jour). Comment la maîtresse va-t-elle "marquer" ce que nous allons payer ?

1° Au début, on pense écrire les noms et placer une croix devant ceux qui ont payé, mais la croix n'indique pas le

montant du paiement. On pense alors à la disposition ci-dessous

.... D'autres élèves payent, le tableau devient très confus, mais personne ne songe à supprimer 0 F.

2° En reprenant les noms, les prix et les croix on arrive enfin , après de nombreux tâtonnements à une disposition claire et sans ambiguïté.

C. Utilisation du tableau (3ème jour).

- 1° Le schéma cartésien est complet ; on l'exploite sur les deux relations "a payé" et "ont été apportés par", on l'observe également pour savoir :
- combien d'élèves ont payé
 - combien d'élèves n'ont pas payé
 - si chacun n'a payé qu'une fois, etc...

2° On en a profité également pour étudier

— la formation de 15

10 + 5 : 1 billet de 10 + 1 pièce de 5

10 + 5 : 1 billet de 10 + 1 billet de 5

5 + 5 + 5 : 3 billets ou 3 pièces (idée de 3 fois 5)

— la formation de 6 par 5 + 1

— la formation de 4 par 1 + 1 + 1 + 1

COMMENTAIRES :

La situation de départ est intéressante pour procéder à la mise en ordre de quelques naturels.

En B/1° et 2°, la présence de 0 à la suite des autres prix est discutable car on peut lier nature d'une photo et prix effectif et employer indifféremment ces deux données équivalentes, mais, *si* pas de photo achetée *alors* pas de prix, et non pas O F.

En B/2° il fallait préciser par une flèche la relation choisie "*a payé*" ou "*ont été apportés par*". De même pour le schéma cartésien de 3-1, 1°).

3.3 Un élève a apporté en classe un jeu des sept familles

Pour les besoins de la cause nous coderons

Ch : Chasse, P : Pêche, F : Ferme, Me : Mer, Mo : Montagne, N : Neige, C : Campagne; les sept familles du jeu, et p : père, m : mère, f : fils, fi : fille, gp : grand-père, gm : grand'mère.

A. Travail effectué par les élèves

1° Etablissement des sous-ensembles par familles dans l'ensemble du jeu.

2° Etablissement des sous-ensembles par membre d'une famille dans l'ensemble du jeu.

3° Comparaison du nombre de sous-ensembles en 1° et 2°
— révision du nombre 6 (déjà rencontré)
— premier contact avec le nombre 7.

4° Dans chaque famille les cartes sont numérotées de 1 à 6 dans l'ordre :
gp — gm — p — m — f — fi
mise en ordre de chaque famille selon cette ordination.

5° groupement des divers objets par 6 — par 7.

B. *COMMENTAIRE* : l'exploitation est bien amorcée mais elle aurait pu — ou pourra plus tard — être conduite plus avant (je ne définis ici en termes "adultes" que le but à atteindre sans préjuger du processus qui y parviendra).

- a) établissement d'un arbre sélectif avec deux départs possibles
 — sur l'attribut "famille..." 7 branches se ramifient chacune 6 fois.
 — sur l'attribut "membre de la famille..." 6 branches se ramifient 7 fois chacune.

pour parvenir à définir par *deux attributs* chaque carte du jeu.

- b) mise en évidence des classes d'équivalence dans les deux partitions possibles de l'ensemble E des 42 cartes. On pourra y parvenir par la mise en relation des éléments correspondants : ainsi :

c) les familles étant pourvues chacune d'une relation d'ordre (cf. A.4^o) et classées dans l'ordre Ch — P — F — etc..., découverte d'un arrangement répétitif.

gp — gm — p — m — f — fi — gp — gm — p — m — f — fi — gp — ...etc

d) jeux logiques en utilisant les deux attributs d'une carte donnée pour découvrir

— où la placer dans la suite ci-dessus et dans le diagramme de l'ensemble E

— quelle est la carte qui a été volontairement enlevée ou retournée.

Processus : d'abord par tâtonnement ; puis avec le minimum de questions ; enfin avec le tableau.

	Ch	P	F	Me	Mo	N	C
gp							
gm							
p							
m							
f							
fi							

3.4 A propos des trajets familiaux dans la cour et de leur repérage.

Nota : Pour faciliter la compréhension, je donne immédiatement ci-dessous le plan des lieux alors qu'en réalité celui-ci n'a été élaboré qu'après un travail d'approche évoqué ci-après.

A. Travail préparatoire

- 1° *se repérer* au cours du trajet (que l'on est obligé d'effectuer plusieurs fois), par exemple :
 - du préau : montrer dans quelle direction doivent se trouver : les bouleaux — les peupliers, etc...
 - de la classe : même travail,
 en utilisant des points de repère bien nets et bien connus (portail — cheminée de la chaufferie — etc...).
- 2° *plan simple* de l'école et de la cour réalisé par la maîtresse en tenant compte des suggestions des enfants (l'idée d'un rectangle pour une classe est d'eux).
- 3° *se repérer maintenant sur le plan* après l'avoir complété
 - position des classes
 - mise en place des arbres (gommettes de couleur)
 - établir la légende
 - montrer divers détails (le couloir, les peupliers, etc...).

B. Etude de l'itinéraire effectué (et d'autres itinéraires)

- 1° le reconnaître, le tracer, le flécher :
 aller →, retour ←
- 2° un enfant remarque que le trajet de retour est plus court que celui d'aller. Est-ce vrai ? Chez certains élèves apparaît déjà l'idée de la mesure :

- on pourrait prendre la règle (?)
- compter nos pas
- avec nos doigts
- avec la pelote de ficelle...

3^o trouver le chemin le plus court pour atteindre le cerisier — le tilleul — les peupliers.

4^o envoi aux correspondants du plan de la promenade pour qu'ils tracent les itinéraires que nous leur indiquons en code de C à c — de c à P — de P à x — etc...

COMMENTAIRE : Travail très riche au point de vue organisation de l'espace, codages, repérages.

3.5 L'entretien du matin roule sur la visite d'un petit chat perdu qui a passé deux jours en classe, et sur les préférences des enfants pour tel ou tel animal...

A. On essaye d'ordonner l'expression de ces préférences, en particulier lorsque des enfants disent :

“moi, j'aime bien cet animal là, et puis celui-là, et puis...”

Finalement on choisit cinq animaux :

chat (C) — chien (ch.) — oiseau (oi) — tortue (to.) — hamster (ha.)

et l'on part sur deux directions de travail.

1^o D'une part : classements de ces animaux en fonction de divers attributs

- ayant des poils — des plumes
- ayant deux pattes — quatre pattes
- pondant des oeufs
- ayant des bébés dans leur ventre, etc...

2^o D'autre part : poursuite du jeu des choix (ci-après)

B. On distribue une enveloppe au nom de chaque enfant et deux cartons vierges sur lesquels il va inscrire le symbole d'un animal préféré.

Après dépouillement, on s'aperçoit que *l'on n'a que* les tas suivants :

C — ch ch — oi oi — to to — ha
 C — oi ch — to oi — ha
 C — to ch — ha
 C — ha

et l'on ne garde que les dix cartons portant chacun *une paire* d'animaux choisis.

C. On décide qu'un *seul* animal sera accepté dans la maison : donc, parmi ses deux préférés l'enfant devra écrire sur une fiche en premier (à gauche) le nom de l'animal qu'il veut conserver.

Les 10 fiches ci-dessus deviennent 20 et l'on prend conscience que, selon la règle du jeu adoptée

La 1ère fiche est lue : "le chat est préféré au chien"

La 2ème : "le chien est préféré au chat"

On touche là au domaine des relations et de leurs propriétés.

Puis on voudrait mettre de l'ordre dans l'ensemble des 20 fiches et après de multiples essais (tentative de représentation sagittale en particulier) on parvient au tableau ci-dessous sur la relation "*est préféré à*" :

	C	Ch	Oi	to	ha
C		C . Ch	C . Oi	C . to	C . ha
Ch	Ch . C		Ch . Oi	Ch . to	Ch . ha
Oi	Oi . C	Oi . Ch		Oi . to	Oi . ha
to	to . C	to . Ch	to . Oi		to . ha
ha	ha . C	ha . Ch	ha . Oi	ha . to	

Nota : Ce sont les enfants eux-mêmes qui ont expliqué pourquoi cinq cases étaient vides.

COMMENTAIRE : On aurait pu souligner plus fortement que les fiches de l'exercice B pouvaient porter deux noms dans un ordre indifférent car on prépare ainsi la distinction entre

paire: ordre indifférent

et *couple* : éléments ordonnés (tels qu'ils apparaissent dans le tableau)

4. Esquisse d'une progression possible :

tableau d'agencement des concepts (d'après Maurice GLAYMANN, Stage d'Antony, 1967)

Ce rapide aperçu laisse-t-il entrevoir le travail consenti par chaque maître de CP pour jouer le jeu des nouveaux programmes ? Sans doute pas suffisamment : il faudrait pouvoir présenter encore une synthèse des bilans détaillés de fin d'année, mais cela dépasserait le cadre de cet article et je pense d'ailleurs que ce serait prématuré : nous y verrons plus clair en 1972. Je voudrais cependant citer deux extraits de ces bilans :

“Beaucoup de notions ont été abordées, certaines approfondies, d'autres seulement effleurées.

Cette forme de travail demande beaucoup de temps..., mais c'est une très bonne école de précision du langage et de la pensée. Cette façon d'aborder la mathématique est attrayante, vivante, c'est une formation logique intéressante mais nous n'avons pas l'impression d'avoir entraîné une plus grande proportion de nos élèves”.

Appréciations au passage l'honnêteté intellectuelle de l'institutrice, tout en remarquant que d'autres observations ont permis de constater que cette nouvelle conception du travail mathématique a permis d'entraîner justement des élèves qui auraient à coup sûr végété dans les conditions antérieures.

“Travail intéressant pour le maître et pour les enfants. Les élèves vivent, s'intéressent à leurs situations, discutent, créent, font preuve de logique. Le programme semble un peu “lourd” et très diversifié par rapport aux cinq lignes du texte (officiel) et tout n'est peut-être pas abordé profondément”.

Voilà des appréciations franches et nettes qui résument assez bien l'ensemble des réactions des maîtres à l'issue d'une première année de travail. Ce que j'ai apprécié quant à moi c'est que la plupart d'entre eux ont saisi que l'innovation effective portait bien plus sur la manière de concevoir, de présenter et d'utiliser les notions que sur les contenus proprement dits : d'où, une nouvelle attitude d'esprit, un souci de disponibilité permanente, la nécessité de faire très souvent le point qui constituent à mon sens l'aspect bénéfique essentiel.