Comprenons-nous bien

par L. DUVERT

Lors de la mise en chantier de cette brochure consacrée à l'Ecole Elémentaire, la Rédaction souhaitait, pour faciliter la tâche des lecteurs, un effort d'unification du vocabulaire employé dans les divers articles qu'il contiendrait.

Madame ROBERT a partagé ce souci ; elle nous a écrit :

"Je crois, comme vous, qu'au sein d'un Bulletin, il faut adopter un même vocabulaire, en le précisant au début pour que ce soit clair. Le choix m'importe peu, pourvu qu'on sache bien de quoi on parle. Et je suis toute prête à employer celui de l'A.P.M.".

BROUSSEAU a adopté la même attitude.

Nous les remercions vivement d'avoir accepté de changer certains termes de leurs articles.

Nous précisons ci-dessous quelques-unes des positions adoptées par le Dictionnaire de l'A.P.M. ; nous ajoutons quelques réflexions personnelles sur des mots dont il ne s'est pas encore occupé.

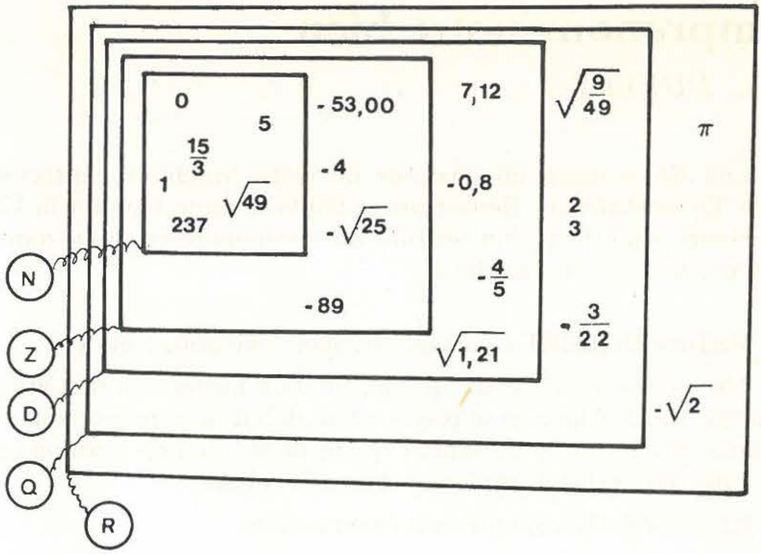
Nous espérons qu'ainsi les lecteurs de cette Brochure ne seront pas rebutés par des difficultés de vocabulaire ; leurs remarques à ce sujet seront bien entendu les bienvenues.

Nous nous proposons de poursuivre le même but dans les numéros du Bulletin de l'A.P.M., grâce à la volonté de coopération de ceux qui y écriront.

Dans le Dictionnaire de l'A.P.M.

1° Ensemble des *naturels* (zéro compris) : **N**
Ensemble des *entiers* : **Z**
Ensemble des *décimaux* : **D**
Ensemble des *rationnels* : **Q**
Ensemble des *réels* : **R**
Ensemble des *complexes* : **C**

N est inclus dans **Z** ; **Z** est inclus dans **D** ; **D** est inclus dans **Q** ; **Q** est inclus dans **R** ; **R** est inclus dans **C**.



2º Notice OPERATION

"*Loi de composition interne dans* **N**" *signifie* "*application* de **N** × **N** vers **N**"

"*Opération interne dans* **N**" signifie "*application d'une partie* de **N** × **N** (qui peut être éventuellement **N** × **N** lui-même) vers **N**".

Toute loi de composition interne est une opération interne. Mais il existe des opérations internes qui ne sont pas des lois de composition internes.

Exemples : dans **N** :

L'addition, la soustraction, la multiplication, la division, sont quatre opérations internes dans **N**.

L'addition et la multiplication sont deux lois de composition internes dans **N** ; ce n'est le cas ni de la soustraction, ni de la division dans **N**.

(La soustraction dans **Z**, elle, est une loi de composition interne dans **Z**).

3º OPERATEUR

A l'école élémentaire, ce mot signifie le plus souvent "application d'un ensemble vers lui-même", l'ensemble étant par exemple **N**, ou l'ensemble des blocs logiques,...

Exemple : l'opérateur dans **N** "additionner 3" est l'application de **N** vers **N** qui à tout naturel x fait correspondre le naturel x + 3.

Ne pas confondre avec OPERATION (voir plus haut).

4° QUOTIENT. Soit a un naturel, b un naturel non nul.

a) S'il existe un naturel c tel que a = bc, c s'appelle "quotient de a par b" (de préférence à "quotient exact", qui présente l'inconvénient de laisser entendre qu'il existe un quotient inexact ! ...) et se note a : b ou $\frac{a}{b}$.

b) Il existe toujours un et un seul couple de naturels (q,r) tel que :

$$a = bq + r \qquad \text{et} \qquad r < b$$

q est le "*quotient euclidien*" de a par b (de préférence à "*quotient entier*" : $\frac{12{,}4}{3{,}1}$ est un quotient entier qui n'est pas euclidien).
r est le "*reste*" de a par b.

Déterminer le couple (q,r) connaissant le couple (a,b), c'est effectuer la "*division euclidienne de a par b*".

q se note quelquefois a $\div$ b
Il n'existe pas de symbole spécial pour le reste.
Si r = 0, q est le quotient de a par b.

c) Exemples : 15 : 5 =3 $\quad \frac{15}{5} = 3 \quad 16 \div 5 = 3 \quad 15 \div 5 = 3$

16 : 3 n'est pas un naturel

d) Le quotient de a par b, quand il existe, est le résultat de l'opération interne dans N dite "division", dont il est question dans le 1°. La division euclidienne, elle, n'est pas une opération interne dans N.

Autres remarques

1° *Représentations d'une relation binaire.* Les deux plus employées sont la représentation sagittale (ou "fléchée") et la représentation cartésienne (à cases, ou à noeuds).

Dans les deux cas, au lieu de "représentation", on emploie aussi "schéma", "diagramme",... Certains auteurs spécialisent chacun de ces deux vocables :

"schéma" (sagittal, cartésien) pour représenter une relation binaire ;

"diagramme" (de Venn, de Carroll,...) pour représenter un ensemble et certaines de ses parties.

Le mot "graphe" pose un problème plus délicat :

a) Le graphe d'une relation binaire $\mathcal{R}$ de source A et de but B est l'ensemble des couples (x,y) tels que $x\mathcal{R}y$. C'est une partie du produit cartésien $A \times B$. Voir aussi un emploi plus général dans l'article de J. CHEVALLIER, page 11.

b) "Graphe" est parfois employé au sens de "schéma sagittal" (exemple : PAPY, Mathématique moderne I).

c) "Graphe" signifie parfois "représentation graphique" (autrement dit "courbe représentative") d'une fonction de **R** vers **R**. Les deux sens b) et c) ne sont que des extensions de a), abusives, où l'on passe de l'objet mathématique à ses représentations visuelles (une flèche, un point du plan, sont des représentations conventionnelles d'un couple). En revanche, le sens suivant est indépendant du sens a) :

d) La "théorie des graphes", ou "analysis situs", est une partie de la topologie.

Pour éviter toute ambiguïté, nous avons supprimé, sans nuire à la compréhension du texte, le mot "graphe" quand il était employé dans un sens autre que le sens a) ; nous nous en excusons auprès des auteurs.

2° Dans une table, un tableau, les *rangées* sont de deux sortes : les *lignes* (rangées "horizontales") et les *colonnes* (rangées "verticales").

3° Le mot "*solution*", en mathématique, désigne un élément vérifiant une équation.

Exemple : les solutions de l'équation dans **Z** "$x^2 - 1 = 0$" sont 1 et -1.

Il serait préférable de ne pas l'employer dans le sens de "résolution" d'un problème, ou de "rédaction de la réponse" à un problème, ou de "méthode" ("première, deuxième méthodes" plutôt que "première, deuxième solutions").