ANNEXE 2

Nouveau programme et nouvelle organisation pour la formation des maîtres.

La formation initiale en mathématique des maîtres de l'enseignement élémentaire.

1. La mathématique comme instrument de culture

La mathématique
— en ce qu'elle est un outil de raisonnement,
— en ce qu'elle constitue une méthode de pensée et d'action,
— grâce au rôle privilégié qu'elle joue dans l'intelligence que nous avons du réel de quelque nature qu'il soit,
est un des éléments essentiels de la culture de l'homme contemporain.

Le bagage intellectuel de chacun doit donc comporter un minimum de notions fondamentales de mathématique. Par ailleurs, ce bagage ne doit pas consister, si l'on désire qu'il soit réellement moyen de culture, uniquement en une connaissance formelle de certaines structures mathématiques de base, il doit permettre de comprendre le rôle particulier joué par les mathématiques dans l'appréhension du monde dans lequel nous vivons et la maîtrise d'un certain nombre de ses phénomènes. Dans cette perspective, il est nécessaire d'abord de mathématiser des situations réelles. De leur comparaison se dégagera la notion de structures isomorphes puis de structure abstraite.

Ceci justifie déjà, pour tout futur maître de l'enseignement élémentaire, la nécessité d'une solide formation mathématique au niveau de l'Université : celui qui a une responsabilité dans la formation de l'esprit des enfants doit, plus que tout autre, disposer pour lui-même de ce bagage minimum sans lequel il serait un sous-développé intellectuel dans le monde de demain.

2. La mathématique dans la formation professionnelle du futur maître

Dans le cadre de la réforme de l'enseignement des mathématiques, une importante mutation de l'enseignement au niveau élémentaire est nécessaire. Cette nécessité s'impose tant sur le plan des contenus que sur le plan des méthodes : les expériences entreprises depuis 5 ans montrent que l'enseignement élémentaire prend toute sa valeur de formation de l'esprit, donnant à chacun — quel que soit le contexte socio-culturel dans lequel il vit — son développement optimum
— lorsqu'il permet de prendre conscience des possibilités de création, de maîtrise des situations proposées ;
— lorsqu'il donne l'occasion de constater que plusieurs situations diverses en apparence, relèvent en fait d'un même modèle, ont même structure ;
— lorsqu'il donne un moyen d'organiser les informations éparses et d'en tirer parti.

Par leur nature même, les mathématiques sont un moyen de choix pour atteindre de tels objectifs. Mais il est bien évident que ces objectifs ne seront réalisés qu'à la seule condition d'utiliser des méthodes

— suscitant l'initiative des élèves ;
— développant leurs capacités d'invention ;
— acceptant des solutions diverses (même si elles ne sont pas celles qui apparaissent les plus simples à l'adulte) ;
— permettant à chacun par un travail individualisé de progresser au rythme qui lui est propre.

Or, ce changement de méthode (faire découvrir et non transmettre des connaissances d'une manière pré-organisée) nécessite pour le maître de dominer de façon très sûre la matière qu'il enseigne : il n'est pas possible de tirer parti d'une suggestion d'un élève si l'on ne voit pas de façon immédiate les prolongements possibles de cette suggestion. Le maître ne doit donc pas recevoir seulement une formation lui donnant la possession des bases mathématiques des notions qu'il doit faire acquérir à ses élèves mais aussi une formation telle qu'il domine les prolongements de ces notions (c'est ainsi que dans le programme proposé certaines notions telles que celle de produit scalaire, de continuité et de limites pourraient paraître inutiles dans la perspective où l'on considèrerait qu'il suffit que le maître connaisse ce qu'il doit enseigner).

Un maître n'aura de liberté vis-à-vis de ce qu'il enseigne et en conséquence ne pourra accorder une autonomie à ses élèves qu'à la condition de dominer la matière enseignée. Cela nécessite en particulier *une réflexion sur la mathématique elle-même.* En effet, dans une perspective d'enseignement, l'acquisition des notions fondamentales de base est insuffisante : le maître ne doit pas être seulement quelqu'un qui sait calculer, bien résoudre des problèmes, qui sait reconnaître dans une situation telle ou telle structure, il doit être capable d'une réflexion sur la mathématique qu'il connaît, avoir pris conscience des relations que les structures mathématiques entretiennent entre elles : les différentes rubriques du programme ne doivent pas être perçues comme juxtaposées. Une telle réflexion permettra en particulier au maître, quelle que soit la classe dans laquelle il enseigne, d'avoir pleinement conscience de la place du jalon qu'il est en train de poser, elle pourra s'appliquer, par exemple, aux propriétés des structures construites sur $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, bien qu'elles ne figurent pas explicitement au programme.

3. Organisation de l'enseignement

L'Enseignement Supérieur doit assumer la responsabilité de la formation théorique.

Une coopération étroite doit exister entre le professeur de l'École Normale chargé de la formation professionnelle et le professeur de l'Enseignement Supérieur chargé de la formation théorique. En particulier, les professeurs d'École Normale devraient pouvoir participer aux cours faits à l'Université afin de pouvoir reprendre avec leurs élèves des applications des notions théoriques présentées et préparer leur insertion dans l'enseignement élémentaire.

De même, les responsables de l'Enseignement Supérieur devraient pouvoir assister — ou mieux participer à des classes ou à des équipes de travail de maîtres déjà en exercice.

4. Remarques sur le programme

Ce programme a été élaboré, compte tenu du fait de l'origine actuelle des élèves (Terminale A). Il est conçu comme une formation initiale permettant de tirer le parti le plus fructueux d'une formation continue ultérieure.

En particulier aucune place n'a été faite à une approche de la pensée informatique dont nous savons pourtant qu'elle est nécessaire à la formation des maîtres.

Il faut toutefois remarquer que la situation actuelle est transitoire : le nouveau programme des classes de deuxième cycle fournira dans trois ans des étudiants déjà bien familiarisés avec une partie non négligeable du programme proposé. Il faudra tenir compte de cet acquis sans quoi le programme proposé actuellement n'apparaîtrait pas comme apportant des notions nouvelles et perdrait une partie de son intérêt ; il sera donc nécessaire de revoir ce programme d'ici là :

1° afin de reprendre les rubriques actuelles et d'en modifier éventuellement le contenu ;

2° afin d'envisager l'introduction de rubriques nouvelles — telles que des notions d'informatique.

5. Programme de mathématique pour la formation initiale des maîtres de l'enseignement élémentaire

Le programme est rédigé pour 2 heures hebdomadaires d'enseignement assuré par l'Université et 1 heure et demie hebdomadaire d'enseignement assuré par l'École Normale pendant 2 ans de 32 semaines chacun.

Compte tenu des 24 semaines consacrées aux stages d'observation, au stage en situation et au stage à l'étranger, cela fait donc 3 heures hebdomadaires assurées par l'Université pendant les 40 semaines de présence effective des étudiants.

Le programme est rédigé de façon succincte de manière à ce que le responsable ait une grande liberté pour l'organisation de son enseignement. Afin d'obtenir une véritable formation, il sera nécessaire de ne pas se contenter d'un enseignement magistral. Le travail consistera à fournir les connaissances et des applications de celles-ci et à s'assurer que les connaissances sont effectivement acquises.

1. *Logique et ensembles finis*

Ensembles finis. Cardinaux. Parties d'un ensemble fini.

Relation. Relation d'équivalence ; ensemble quotient ; partition d'un ensemble fini.

Applications et dénombrements associés.

Connecteurs logiques ; opérations logiques et opérations sur les ensembles ; algèbre de Boole finie.

Notions sur l'utilisation des quantificateurs.

2. *Ordres*

Préordre.

Ordre partiel. Treillis.

Exemples d'ordres totaux.

3. *Algèbre*

Monoïde ; relation d'équivalence compatible ; monoïde quotient ; monoïde ordonné.

Groupe ; définition ; groupe opérant sur un ensemble ; groupes ordonnés ; groupes cycliques ; générateurs d'un groupe.

Exemples d'homomorphisme de groupes.

Anneaux ; anneaux d'opérateurs. Corps.

Analyse des structures de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$.

Systèmes de numération, anneau ordonné des nombres à virgule.

Divisibilité et congruences dans $\mathbb{Z}$.

4. *Algèbre linéaire*

Espace vectoriel de dimension finie. Base. Sous-espace.

Application linéaire, matrices, exemples de calcul sur les $n \times p$ matrices notamment pour $n \leqslant 3$ et $p \leqslant 3$.

Somme directe et projections.

Produit scalaire et norme associée.

Notion d'espace affine.

5. *Fonctions numériques*

Réflexion sur les propriétés fondamentales de $\mathbb{R}$ (la construction de $\mathbb{R}$ ne sera pas traitée).

Application linéaire.

Continuité et limites de fonctions numériques.

Exemples de fonctions numériques (notamment fonctions en escalier, fonctions affines par morceau).

6. *Mesure et Probabilités*

Mesure définie sur une famille de parties d'un ensemble ; additivité ; encadrement.

Dans les cas finis, algèbre des événements ; notion de probabilité.

6. Moyens à mettre en œuvre pour la formation initiale des maîtres

1° L'Enseignement Supérieur devant assumer la responsabilité de la formation théorique, il faut donc que soient créés des postes de maîtres-assistants en quantité suffisante pour que le travail correspondant constitue une partie du service normal du personnel qui l'assurera. Cela correspond à 1/2 service de maître-assistant par École Normale, soit 85 postes.

2° Le temps de travail consacré par le professeur d'École Normale à la mise au point d'une collaboration efficace entre l'École Normale et l'Université (participation au cours, élaboration d'exercices d'application des notions théoriques) doit faire partie du Service des professeurs d'École Normale : cela nécessiterait, dans les conditions actuelles, la création d'une quarantaine de postes de professeurs agrégés. Ce problème serait d'ailleurs en partie résolu si les classes de baccalauréat étant supprimées dans les Écoles Normales, tout le personnel enseignant de mathématique était affecté à la formation professionnelle de *tous* les futurs maîtres de l'enseignement du premier degré.