Première étape...

.. vers une réforme
de l'enseignement mathématique
dans les classes élémentaires.

Programme (1945 modifié 1969)
Commentaires.
Deuxième édition, revue et complétée

Première étape...

... vers une réforme de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires

L'école élémentaire est actuellement en quête d'une nouvelle manière d'être dont l'institution du « tiers-temps » avec l'introduction massive de l'éducation physique ne sont pas les moindres signes. Les raisons essentielles de cette mutation ont été mises en évidence par la Commission Ministérielle de Rénovation Pédagogique, de façon assez convaincante pour que les propositions exprimées par cette Commission dans son rapport de synthèse ne restent pas lettre morte. Nous nous en réjouissons.

Dans ces perspectives, la réorganisation de l'enseignement du « calcul » que nous souhaitions depuis longtemps, va enfin pouvoir être mise en œuvre. Au printemps de l'année 1969, la Commission que préside le Pr Lichnérowicz, et qui depuis 1966 s'est vu confier la tâche de définir les contenus, les méthodes, les moyens d'un enseignement mathématique conforme aux exigences et aux possibilités de notre époque, partout et à tous les niveaux, s'est précisément consacrée au niveau élémentaire, point de départ de l'éducation en mathématique comme en tout autre domaine (1).

Le souci de présenter des propositions applicables dès la rentrée 1970, a conduit les membres de la Commission à s'attacher en premier lieu à l'élaboration d'un programme de formation initiale des futurs instituteurs, ainsi qu'à une nouvelle rédaction des programmes de 1945 accompagnée de commentaires assez nourris pour éclairer la réforme déjà possible.

Un projet concernant la formation des maîtres en exercice (mise à jour et formation permanente) est également à l'étude. Il reste à élaborer un véritable programme qui montrera nettement ce que l'enseignement élémentaire peut et doit apporter aux enfants, dans la perspective d'une formation mathématique de conception « moderne », puis à envisager l'échelonnement dans le temps de l'application d'un tel programme.

Nous souhaitions que ces textes puissent être appliqués dès la rentrée de 1969. C'est pourquoi, bousculant quelque peu les obstacles administratifs, nous avons publié, en septembre 1969, une première édition de cette brochure. Nous pensons avoir ainsi contribué à ce que la réforme indispensable ne soit plus retardée : le texte remanié qui constitue l'actuelle édition est applicable à partir de la rentrée 1970.

---

(1) Cf. rapport publié dans le bulletin l'A.P.M.E.P. n° 258.

Dans une très large mesure cette première étape de la réforme annoncera ce que seront les suivantes ; il dépend de notre travail collectif que ces débuts soient prometteurs. Le programme destiné aux élèves-maîtres de 4e et 5e années fournit des thèmes de travail pour la mise à jour des connaissances de tous. Les échanges au sein des sections régionales ou locales de notre association favoriseront l'évolution indispensable de notre enseignement.

Le texte proposé pour les programmes des classes élémentaires concorde avec le projet « A » présenté par un groupe de collègues de notre Association et adopté à l'Institut Pédagogique National par l'ensemble des animateurs des expériences en cours, lors des réunions de décembre et janvier 1968-69 (2).

Ce texte se borne à redistribuer et alléger le contenu des programmes de 1945. La rédaction en trois paragraphes pour les C.E. et C.M. souligne la distinction entre les notions mathématiques dont il convient d'organiser l'approche et d'autres domaines d'activités qui leur sont en partie étrangères : observation de l'espace et familiarisation avec des objets « géométriques » ; pratique de mesures, étude d'objets et de phénomènes physiques mesurables. A ce propos, les soucis « pratiques » qui pesaient lourdement sur les textes de 1945 (prix et poids à l'unité..., peintures et tapisseries, etc.) n'apparaissent plus dans la rédaction proposée. Bien sûr, il convient de faire appel au besoin à des exemples tirés de situations familières pour mettre en jeu des notions mathématiques, mais le but de l'enseignement mathématique n'est pas de fournir telle ou telle réponse à telle ou telle question « pratique », comme on a pu le croire. C'est en fait de fournir des modes et des outils de pensée plus puissants, capables de s'appliquer à des situations imprévues, et avant tout de construire ces outils.

A ce projet immédiat nous avions alors associé un projet « B » plus élaboré, qui servira probablement de référence, de la même façon, pour l'élaboration du nouveau programme envisagé par la Commission. Il nous paraît donc utile de publier de nouveau ce projet, dans sa forme primitive (où l'on a simplement fait apparaître les idées essentielles sans chercher à soigner la rédaction).

L'année scolaire 1969-70 voit l'application générale de la réforme de l'enseignement mathématique dans le second degré aux niveaux des classes de Sixième et de Seconde. Sept académies (Paris, Strasbourg, Lyon, Rennes, Besançon, Bordeaux, Aix-Marseille) bénéficient cette année de la création des I.R.E.M. pour l'animation des recherches et des expériences pédagogiques, ainsi que pour la formation des maîtres. Partout notre Association s'efforce, en multipliant les réunions entre les maîtres de tous les ordres d'enseignement, de faciliter cette formation et d'assurer la réussite de la réforme.

L'école élémentaire ne doit plus rester en marge d'un tel mouvement. Comme dans tant d'autres pays, engagés eux-aussi dans la même évolution (Danemark, Grande-Bretagne, Allemagne, etc.), ces premières années d'école peuvent offrir à nos enfants les activités mathématiques les plus stimulantes, les plus efficaces, les plus riches d'avenir... Beaucoup d'efforts seront nécessaires pour réaliser partout ces objectifs. Une première étape est une manière sage et sûre d'avancer tout en préparant la suivante, et d'amorcer ainsi la réforme permanente grâce à laquelle l'école, maison de toute la jeunesse, saura répondre toujours mieux à sa mission.

Mme M.-A. TOUYAROT,
Présidente de l'A.P.M.E.P.

---

(2) Cf. rapport sur ces journées, dans le bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 267 (p. 120 et suite).

Au *Journal Officiel* du 6 janvier 1970

Le Ministre de l'Éducation Nationale,

Vu l'arrêté du 17 octobre 1945, modifié par l'arrêté du 23 novembre 1956 ;

Vu l'arrêté du 7 août 1969 ;

Vu l'avis de la section permanente du conseil de l'enseignement général et technique,

Arrête :

Art. 1er. — A compter de la rentrée scolaire 1970, l'enseignement des mathématiques dans les classes élémentaires sera donné conformément au programme annexé au présent arrêté (1).

Art. 2. — Le directeur de la pédagogie, des enseignements scolaires et de l'orientation est chargé de l'exécution du présent arrêté.

Fait à Paris, le 2 janvier 1970.

Pour le Ministre et par délégation :
Le directeur du Cabinet,
André GIRAUD.

Sommaire de cette brochure

N.D.L.R. — La première édition de la brochure *Première Étape* a été publiée en septembre 1969 ; elle a été tirée à 25 000 exemplaires.

L'actuelle deuxième édition, conforme au texte adopté par le Conseil des enseignements généraux, est tirée à 10 000 exemplaires.

---

(1) L'annexe sera publiée au *Bulletin Officiel* du Ministère de l'Éducation Nationale.

L'enseignement des mathématiques à l'École Élémentaire

1. Considérations générales

L'enseignement mathématique à l'École Élémentaire veut répondre désormais aux impératifs qui découlent d'une scolarité obligatoire prolongée et de l'évolution contemporaine de la pensée mathématique.

Il s'agit dès lors de faire en sorte que cet enseignement contribue efficacement au meilleur développement intellectuel de tous les enfants de six à onze ans afin qu'ils entrent dans le second degré avec les meilleures chances de succès.

*

L'ambition d'un tel enseignement n'est donc plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par « la vie courante », mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques.

Il semble que cela soit possible si, dès le début de la scolarité, le souci majeur du maître est de donner à ses élèves une formation mathématique véritable qui leur permette, d'une manière adaptée à leur âge, à partir de l'observation et de l'analyse de situations qui leur sont familières, de dégager des concepts mathématiques, de les reconnaître et de les utiliser dans des situations variées, de s'assurer ainsi la maîtrise d'une pensée mathématique disponible et féconde.

Les connaissances mathématiques ainsi construites peu à peu se prolongent sans heurt au-delà de l'école élémentaire, mais à ce niveau déjà, les enfants pourront se rendre compte que l'univers mathématique n'est pas clos sur lui-même et mesurer le pouvoir que leur donne l'outil mathématique sur l'univers réel.

Par ailleurs, les progrès dans la connaissance du développement psychologique de l'enfant montrent tout le bénéfice qu'il peut retirer d'un tel enseignement pour l'ensemble de sa formation.

Des expériences nombreuses, réalisées en France et à l'étranger permettent dès maintenant l'élaboration d'un programme adapté à un enseignement rénové et accessible aux élèves. Mais la mise en œuvre d'un tel enseignement suppose que tous les maîtres aient pu y être préparés et demande, de ce fait, un certain délai. En attendant qu'une information suffisante soit donnée aux maîtres et qu'un programme entièrement rénové puisse être enseigné correctement dans nos écoles, il a paru indispensable de prendre des mesures provisoires, partielles et sans doute modestes, mais immédiatement applicables :

Alléger le programme actuel, en donner une rédaction différente qui réponde mieux aux finalités actuelles de l'École Élémentaire, l'accompagner de commentaires qui, sans introduire pratiquement de terminologie nouvelle, annoncent et préparent une rénovation plus profonde et plus satisfaisante.

Dans la rédaction du programme les trois niveaux Cours Préparatoire, Cours Élémentaire (en deux ans), Cours Moyen (en deux ans) sont conservés.

Pour chacun de ces niveaux les notions numériques qui constituent l'essentiel du programme sont présentées dans le paragraphe 1. Les paragraphes suivants proposent des thèmes d'activités plus divers : le paragraphe 2 concerne l'observation de l'espace et des objets géométriques ; le paragraphe 3 envisage la pratique des mesures dans une perspective expérimentale. La matière de ces deux derniers paragraphes sera donc largement empruntée aux activités d'éveil.

Les activités désignées jusqu'alors sous le vocable de « calcul » restent bien entendu essentielles mais, comme elles ne constituent désormais qu'une partie de l'activité mathématique des enfants, il convient de désigner la matière du programme par le terme « Mathématique ».

Il est permis d'espérer que la nouvelle rédaction du programme et l'allègement substantiel de celui-ci inviteront les maîtres à réfléchir sur le contenu mathématique de leur enseignement. Ils y seront aidés par les commentaires.

Ceux-ci ne sauraient être considérés comme un cours de mathématiques. Ils s'adressent aux maîtres et se proposent seulement de les éclairer sur l'esprit dans lequel il est actuellement souhaitable d'enseigner les mathématiques à l'École Primaire. Ils ne traitent pas également de toutes les questions. Ils ont été particulièrement détaillés à propos de celles dont la présentation est à renouveler.

Pour faciliter leur étude, ces commentaires ont été rédigés non par niveau, mais par thème du programme. Ils se substituent aux instructions de 1945 actuellement en vigueur.

*

En dépit de son désir d'être une approche, la plus correcte et la plus précise possible de quelques concepts fondamentaux, abstraits par nature, l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire demeure résolument concret.

S'il s'agit par exemple d'acquérir la notion de nombre naturel l'enfant sera appelé à manipuler effectivement et individuellement des collections d'objets distincts. Les manipulations porteront sur des collections diverses différant les unes des autres par la nature des objets, leur forme, leur couleur, leur disposition, etc. Elles seront nombreuses et variées, non pour créer des automatismes mais pour que leur variété permette à l'élève, en exerçant sa réflexion sur ce qu'il fait, de reconnaître des analogies en dépit des différences, de dégager peu à peu d'une manière d'abord intuitive et confuse puis de plus en plus consciente et claire une notion abstraite et générale, celle de nombre naturel.

C'est par des démarches de cette nature, faites d'actions et de réflexion, que l'enfant contribuera à construire son propre savoir et connaîtra la joie de découvrir et de créer.

2. Programme (1945 modifié 1969)

Cours préparatoire

Activités de classement et de rangement.
Notion de nombre naturel.
Nommer et écrire des nombres.
Comparer deux nombres.
Somme de deux nombres.

Cours élémentaire 1re et 2e années

1) *Éléments de mathématique.*
Les nombres naturels : nom et écriture.
Somme et différence de deux nombres ; pratique de l'addition et de la soustraction.
Produit de deux nombres ; pratique de la multiplication.
Quotient exact.
Division avec reste ; quotient entier.
Pratique de la division par un nombre d'un chiffre.
Calcul mental.
2) *Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.*
Tracés, découpages, pliages.
Cube, carré, rectangle, triangle.
Quadrillages.
3) *Exercices pratiques de mesure et de repérage.*
Usage de la règle graduée, de la balance, du calendrier. Lecture de l'heure.

Cours moyen 1re et 2e années

1) *Éléments de mathématique.*
Nombres naturels et décimaux : nom et écriture.
Multiplication et division par 10, 100, 1 000.....
Opérations et leurs propriétés ; suite d'opérations ; pratique des opérations ; preuve par 9 des opérations ; calcul mental.
Divisibilité des nombres naturels par 2, 5, 9 et 3.
Exemples de relations numériques. Proportionnalité.
Fractions. Produit de deux fractions.
2) *Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques.*
Bande, parallélogramme (et ses cas particuliers), triangle.
Disque, cercle.
Pavé (parallélépipède).
3) *Mesures : exercices pratiques.*
Longueur, aire, volume.
Temps, masse.
Expression d'un résultat avec une unité convenablement choisie. Ordre de grandeur. Encadrement.

3. Commentaires du programme

1. Nombres et opérations

L'ordre dans lequel les rubriques sont énumérées ci-dessous n'est pas nécessairement l'ordre chronologique de leur présentation dans les classes. Il appartiendra à chaque maître d'organiser sa progression selon les possibilités des élèves et ses préférences personnelles.

1. *Notion de nombre naturel*
2. *Nommer et écrire les nombres*
3. *Comparer deux nombres*
4. *Opérations — Propriétés — Pratique*
5. *Relations numériques : tableaux de nombres, opérateurs numériques*
6. *Fractions comme opérateurs.*
7. *Décimaux*
8. *Résolution de problèmes.*

1. Notion de nombre naturel

Le programme du Cours Préparatoire a été réduit aux points suivants :

— élaboration du concept de nombre naturel ;
— comparaison de deux nombres naturels ;
— initiation à la numération ;
— addition des nombres naturels.

C'est par des manipulations nombreuses d'ensembles d'objets que les enfants élaborent peu à peu la notion de nombre naturel. Il est essentiel de bien comprendre que le nombre naturel n'est ni un objet, ni une propriété attachée à des objets, mais une propriété attachée à des ensembles.

Pour dégager la notion de couleur, qui est une propriété d'objets, on pratique des exercices de classement portant sur des objets variés dont la forme, la matière, la taille... sont différentes, afin de répartir ces objets selon leur couleur.

De telles activités de classement pratiquées dès l'École Maternelle devront être reprises dans les premières semaines du Cours Préparatoire (les propriétés étant ou non des propriétés d'ordre sensoriel).

La notion de nombre naturel comme propriété d'un ensemble apparaîtra dans la mesure où l'on pourra établir une mise en correspondance terme à terme entre ensembles. La possibilité d'établir une telle correspondance est indépendante de la nature et de la disposition des objets qui constituent les ensembles.

Exemples

1. Si on peut mettre en correspondance un à un les enfants de la classe et les porte-manteaux, on conclut qu'il y a *autant* d'enfants *que* de porte-manteaux et *autant* de porte-manteaux *que* d'enfants.

2. Deux enfants étalent sur leur table le contenu de leur trousse. Si l'on peut mettre en correspondance un à un les objets d'une trousse et ceux de l'autre (sans s'occuper ni de leur nature ni de leur disposition), on peut conclure qu'il y a *autant* d'objets dans l'une des trousses *que* dans l'autre.

C'est quand on aura multiplié ces exercices que les enfants comprendront que le nombre est une propriété qui s'attache à des ensembles, et ceci par une démarche analogue à celle qui leur a permis de comprendre que la couleur par exemple, est une propriété qui s'attache à des objets.

L'emploi systématique de la correspondance terme à terme permettra de classer des collections et d'attribuer à chaque classe un nombre : ainsi, la classe de tous les ensembles qui ont autant d'objets que l'on a de doigts dans une main définit le *nombre naturel « cinq »*. Cinq doigts, cinq enfants, cinq fruits, etc... ne sont pas des nombres : le nombre cinq est une propriété commune à l'ensemble des doigts d'une main, à un groupe d'enfants, au contenu d'une coupe de fruits.

Dans le premier exemple, si la correspondance un à un est impossible, il y a plus de porte-manteaux que d'enfants ou plus d'enfants que de porte-manteaux. On insistera sur le sens des expressions : *autant que*, *plus que*, *moins que*.

Il convient de souligner l'importance, pour l'élaboration de la notion de nombre naturel, des activités de classement, de rangement, de mise en correspondance terme à terme réalisées à l'École Maternelle. Un travail, dans l'esprit des exemples 1 et 2, peut déjà être fait avec profit en dernière année d'École Maternelle, mais il serait prématuré, à ce niveau, de se fixer pour but, de manière impérative, l'apprentissage des nombres naturels.

2. Nommer et écrire les nombres

Chaque nombre naturel a un nom et peut être représenté par un signe Nommer et écrire un nombre naturel avec un nombre limité de signes constitue ce que l'on désigne sous le terme « *numération* ».

L'activité de base est le groupement des objets d'un ensemble selon un certain mode. Une telle activité s'impose d'elle-même dès que les collections ont « beaucoup » d'objets.

2.1. *Exemples de jeux de groupements préalables à la numération :*

1er jeu : On groupe les enfants d'une classe par quatre. On obtient :
— six groupes de quatre enfants,
— trois enfants non groupés.

2e *jeu :* On répète l'opération de groupements avec les groupes de quatre enfants ; la répartition est alors :
— un « grand groupe » formé de quatre groupes de quatre enfants chacun,
— deux groupes de quatre enfants,
— trois enfants non groupés.

2.2. *Notation :*

Les résultats du 2e jeu peuvent être consignés dans un tableau :

grands groupes	groupes	enfants non groupés
1	2	3

Avec ce mode de groupement, le nombre des enfants s'écrit : 123 et se lit : « un, deux, trois ».

On peut faire des exercices analogues en groupant par trois, par cinq, par dix, par douze...

Inversement, connaissant la règle du jeu (le mode de groupement) et le tableau obtenu, on peut se proposer de retrouver la situation initiale.

Si dans les jeux précédents on choisit de grouper les enfants par dix, on obtient la numération décimale : les « groupes » sont des dizaines, les « grands groupes » des centaines, etc.

Ainsi, dans l'exemple précédent, le tableau devient :

groupes	enfants non groupés
2	7

C'est à la numération décimale seule que correspond la numération orale habituelle : dans cet exemple 27 est lu « vingt sept ».

Au cours de ces exercices d'écriture, on peut rencontrer des ensembles ne comprenant aucun objet. Leur propriété numérique est zéro (0). Zéro est un nombre naturel.

Il paraît raisonnable de ne pas dépasser cent au Cours Préparatoire et dix mille au Cours Élémentaire pour l'apprentissage de la numération orale.

3. Comparer deux nombres

3.1. *Emploi du signe =*

D'une façon générale, lorsqu'on écrit $a = b$ c'est que les symboles a et b *désignent le même objet.*

En particulier, un nombre peut s'exprimer de différentes façons. Exemple : 6 ; 2×3 ; $4 + 2$; $8 - 2$; $24/4$; $24 : 4$ sont des désignations du même nombre.

Cela donne le droit d'écrire

$$6 = 6$$
$$6 = 2 \times 3$$
$$2 \times 3 = 4 + 2 \text{ etc...}$$

3.2. *Emploi des signes* $\neq$, $>$, $<$

3.2.1. Le signe $\neq$ se lit « n'est pas égal à ».

La barre transversale indique très intuitivement la négation de l'égalité. Ainsi :

$$6 \neq 8$$
$$6 + 7 \neq 3 + 8 \text{ etc...}$$

3.2.2. Les signes de comparaison $>$, $<$ peuvent être introduits dès le Cours Préparatoire : à partir de la correspondance terme à terme. Ils sont liés aux comparatifs « plus que », « moins que » et interviennent lorsque les enfants reconnaissent naturellement le nombre comme une propriété d'un ensemble.

Exemple : Des objets carrés et des objets ronds sont disposés sur la table. Comparer le nombre des objets carrés au nombre des objets ronds. L'impossibilité de faire correspondre un objet carré à chaque objet rond permet de conclure, *sans dénombrer les objets*, que le nombre des ronds est plus petit que le nombre des carrés ou que le nombre des objets carrés est plus grand que le nombre des objets ronds. En désignant par R le nombre des objets ronds et par C le nombre des objets carrés, on écrit :

$$R < C \quad \text{ou} \quad C > R$$

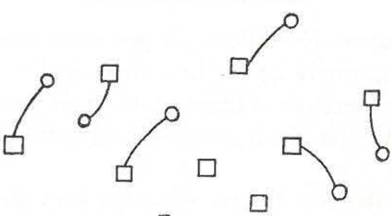

FIG. 1.

Les relations « avoir moins d'éléments que », « avoir plus d'éléments que » permettent de ranger des ensembles et d'ordonner les nombres correspondants. Les relations permettant soit de répartir en classes, soit d'ordonner sont essentielles. On en étudiera de nombreux exemples tout au long de la scolarité.

4. *Opérations : propriétés, pratique*

L'étude des nombres naturels comprend celle des deux opérations élémentaires : l'addition, la multiplication, qui donnent à l'ensemble de ces nombres sa structure algébrique propre.

A ces deux opérations se rattachent la soustraction, la division exacte et la division euclidienne (c'est-à-dire avec reste pouvant être différent de zéro).

Il est essentiel de comprendre que l'addition, la multiplication ne portent que sur des nombres. Il est aussi important que les enfants reconnaissent les situations auxquelles correspondent ces opérations.

4.1. *Addition — Soustraction*

4.1.1. *L'addition*

Exemple : Soient les nombres 8 et 7.

Prenons un premier ensemble de 8 objets, puis un second ensemble de 7 objets, tous distincts des précédents. La réunion de ces deux ensembles, quelle que soit la nature des objets, est un ensemble de 15 objets.

On dit que le nombre 15 est la *somme* du nombre 8 et 7 ce qui s'écrit, en utilisant le signe + (plus) :

$$8 + 7 = 15$$

L'*addition* est l'opération qui associe aux nombres 8 et 7 leur somme 15. L'égalité $8 + 7 = 15$ signifie que $8 + 7$ et 15 désignent le même nombre.

Pour souligner que $8 + 7$ représente un nombre on pourra l'écrire $(8 + 7)$; de ce point de vue, et pour éviter des confusions, les parenthèses sont souvent utiles. On pourra en faire usage dès l'école élémentaire.

Il est important de rappeler que l'addition (comme la soustraction, la multiplication...) ne porte que sur les nombres et non sur les ensembles qu'ils qualifient : on réunit des ensembles d'objet ; on additionne des nombres.

Les phrases telles que :

8 pommes + 7 pommes = 15 pommes.

n'appartiennent en fait, ni au langage mathématique ni au langage usuel. Le langage courant utilise, en effet, des phrases telles que « lorsque *j'ajoute* 8 pommes aux 7 pommes qui sont dans la corbeille, la corbeille contient 15 pommes » ou même de façon plus vague « 8 pommes *et* 7 pommes, cela fait 15 pommes ».

Ajouter, *et* sont des mots du langage courant, ce ne sont pas des mots du langage mathématique.

A l'inverse, le mot « *plus* » n'est pas habituellement employé dans le langage courant pour exprimer l'action d'ajouter.

Dans la pratique de la classe, les deux langages sont mêlés mais il importe de les distinguer.

On pourra écrire, par exemple :

Le nombre de pommes est :

$$8 + 7 = 15$$

et conclure : « la corbeille contient 15 pommes ».

L'expérience montre que le nombre de pommes est aussi $(7 + 8)$.

Aux couples $(8 ; 7)$ et $(7 ; 8)$ l'addition associe le même nombre (elle est commutative).

Remarquons que : $8 + 0 = 8$; $0 + 8 = 8$; $4 + 0 = 4$; $0 + 0 = 0$, etc...

4.1.2. *La soustraction*

Exemple : Parmi 15 fruits, 8 fruits seulement sont des pommes.

Le nombre des fruits qui ne sont pas des pommes est alors celui qui complète l'égalité

$$8 + \square = 15 \quad \text{ou} \quad \square + 8 = 15$$

On cherche parmi les nombres $(8 + 0)$, $(8 + 1)$, ... celui qui est égal à 15. Le nombre cherché est $(8 + 7)$. Le nombre qui doit remplacer le carré est donc 7. On dit que 7 est la différence des nombres 15 et 8 et on écrit en utilisant le signe — (moins) :

$$15 - 8 = 7$$

La soustraction est l'opération qui associe aux nombre 15 et 8 leur *différence* $(15 - 8)$ (ou encore 7). D'une manière générale, la soustraction associe aux nombres naturels a et b leur différence $(a - b)$ qui existe seulement si $a > b$ ou si $a = b$.

Le fait que les égalités $8 + 7 = 15$ et $15 - 8 = 7$ signifient la même chose est difficilement compris par les enfants du Cours Préparatoire. Aussi paraît-il indiqué de n'introduire la soustraction, avec son signe, qu'au Cours Élémentaire. Au Cours Préparatoire, il suffit que les élèves connaissent correctement l'addition.

Par ailleurs avant d'expliciter une notion nouvelle, il est indiqué d'en faire des approches successives. Dans cet esprit, dès le Cours Préparatoire, on étudiera de nombreuses situations décrites par une relation de la forme

$$\mathrm{b} + \square = \square + b = a$$

4.2. *Multiplication — Division exacte*

4.2.1. *La multiplication*

Exemple : Des objets sont disposés en lignes et colonnes de la façon suivante :

O O O O O O O O O
O O O O O O O O O
O O O O O O O O O
O O O O O O O O O
O O O O O O O O O

On peut répartir ces objets en 5 ensembles de 8 objets. Le nombre des objets est $\underbrace{(8 + 8 + 8 + 8 + 8)}_{5 \text{ termes}}$ qu'on écrit selon une convention généralement adoptée (8×5).

On peut aussi répartir ces objets en 8 ensembles de 5 objets. Le nombre des objets est

$$\underbrace{(5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5)}_{8 \text{ termes}}$$

que l'on écrit avec la même convention (5×8).

Ceci justifie l'égalité

$$(8 \times 5) = (5 \times 8)$$

On peut donc écrire indifféremment (8×5) ou (5×8) puisque ces écritures désignent le même nombre. On l'appelle *produit* des deux nombres donnés.

La *multiplication* est l'opération qui associe à deux nombres leur produit. Aux couples (8 ; 5) et (5 ; 8) la multiplication fait correspondre le nombre 40

$$(8 \times 5) = (5 \times 8) = 40$$

La multiplication est commutative. Les deux nombres 8 et 5 jouent le même rôle.

Cas particulier : l'un des nombres est 1 ou 0

$$4 \times 1 = 1 \times 4 = 4 ; \quad 3 \times 1 = 1 \times 3 = 3 ; \text{etc...}$$
$$4 \times 0 = 0 \times 4 = 0 ; \quad 3 \times 0 = 0 \times 3 = 0 ; \text{etc...}$$

4.2.2. *Division exacte*

Exemple : On a dénombré 56 objets en réunissant 7 ensembles qui comprennent chacun le même nombre d'objets.

Il est naturel de désigner ce nombre par un signe (. , □ ou une lettre quelconque) et d'écrire une égalité entre les deux expressions du nombre de tous les objets.

$$56 = 7 \times \square \text{ ou } 56 = \square \times 7 \text{ (commutativité de la multiplication)}$$

□ représente un nombre que l'on peut désigner directement par l'expression

$$(56 : 7)$$

La division est l'opération qui associe aux nombres 56 et 7 leur quotient exact $(56 : 7)$.

Ce nombre s'écrit 8 d'où l'égalité $(56 : 7) = 8$ que l'on écrit plus simplement $56 : 7 = 8$.

Les égalités : $56 = 7 \times \square$

$56 = \square \times 7$

$\square = 56 : 7$

ont la même signification.

Remarque : $\square$ représente un nombre naturel parce que 56 est un multiple de 7.

D'une façon générale, le quotient exact de deux nombres naturels n'existe que si le premier est multiple du deuxième.

Il ne faut donc désigner un quotient à l'aide d'un des signes « : » que lorsque l'on sait que ce quotient existe.

Toute situation qui peut se décrire par une des deux égalités

$$a \times \square = b$$
$$\text{ou } \square \times a = b$$

est une situation de division. Si b est un multiple de a on écrit

$$\square = b : a$$

4.3. *Tables*

Aux tables traditionnelles, on préférera des tables de Pythagore construites par les élèves avec des nombres divers (sans oublier les lignes et colonnes qui comprennent 0 et 1).

Exemples :

+	2	5	8	4
7	9	12	15	11
0	2	5	8	4
6	8	11	14	10
3	5	8	11	7

×	0	7	2	5	3
6	0	42	12	30	18
1	0	7	2	5	3
4	0	28	8	20	12
3	0	21	6	15	9

La construction de telles tables facilite l'apprentissage et la mémorisation de sommes et de produits indispensables au calcul. On construira notamment les tables d'addition et de multiplication dans lesquelles les nombres placés en ligne et colonne sont ordonnés de 0 à 9.

4.4. *Division euclidienne* (avec reste, ce reste pouvant être nul).

Exemple : On veut distribuer équitablement 17 cerises entre 3 enfants.

Formons la suite des produits (3×1) ; (3×2) ; (3×3) etc... Aucun de ces nombres n'est égal à 17 donc il est impossible de servir équitablement les enfants en utilisant toutes les cerises.

On constate que :

$$(3 \times 5) < 17 < (3 \times 6)$$

et aussi que $17 = (3 \times 5) + 2$

Le plus grand nombre de cerises que l'on peut donner à chaque enfant est 5 ; 2 cerises ne sont pas distribuées.

La division euclidienne de 17 par 3 fait correspondre au couple de nombres (17 ; 3) le couple (5 ; 2).

5 est le *quotient entier* de 17 par 3 ;

2 est le *reste* de la division euclidienne de 17 par 3 ; il est inférieur au diviseur 3.

Remarque :

La notation : sera réservée *exclusivement* au cas où le *quotient entier* de la division euclidienne est aussi quotient exact c'est-à-dire au cas où le reste est nul.

On écrira donc :

$$c = a : b \quad \text{si et seulement si} \quad a = b \times c$$

Dans l'exemple précédent, où le reste n'est pas nul, on pourra écrire simplement : « la division de 17 par 3 donne 5 pour quotient et 2 pour reste,

$$17 = (5 \times 3) + 2$$

chaque enfant recevra 3 cerises ».

La relation ci-dessus dispense de préciser que la division est euclidienne et le quotient entier.

4.5. *Suites d'opérations :*

4.5.1. *Additions successives.*

Exemple : A partir des nombres 8, 7, 5, on calcule :

$$(8 + 7) \text{ c'est-à-dire } 15,$$
$$\text{puis } ((8 + 7) + 5) \text{ c'est-à-dire } (15 + 5).$$

On constate que ce nombre peut être obtenu par un autre mode de calcul, sans modifier l'ordre des nombres donnés (8, 7, 5).

On peut, en effet, calculer $(7 + 5)$ c'est-à-dire 12, puis $(8 + (7 + 5))$ c'est-à-dire $(8 + 12)$.

Les expressions $(8 + (7 + 5))$ et $((8 + 7) + 5)$ désignent le même nombre. On convient de supprimer les parenthèses et d'écrire ce nombre $8 + 7 + 5$. On l'appelle la somme des trois nombres.

Cet exemple illustre une propriété de l'addition : l'associativité.

4.5.2. *Multiplications successives :*

Exemple : On calcule (5×6) puis $((5 \times 6) \times 4)$ c'est-à-dire (30×4) ou bien (6×4) puis $(5 \times (6 \times 4))$ c'est-à-dire (5×24).

On constate que les deux expressions $((5 \times 6) \times 4)$ et $(5 \times (6 \times 4))$ désignent le même nombre ; on convient de supprimer les parenthèses et d'écrire ce nombre $5 \times 6 \times 4$. On l'appelle produit des trois nombres.

Cet exemple illustre le fait que la multiplication est associative.

Remarque : En effectuant des soustractions successives on vérifie que la soustraction n'est pas associative.

$$7 - (5 - 2) \neq (7 - 5) - 2$$

On ne peut donc pas supprimer les parenthèses.
Il en est de même de la division exacte.

4.5.3. *Addition et multiplication*

Exemple : Calculer $(2 + 5)$ puis $((2 + 5) \times 3)$ c'est-à-dire (7×3).
Peut-on obtenir le même résultat d'une autre façon ?
On constate que ce nombre est le même que la somme

$$((2 \times 3) + (5 \times 3)) \text{ c'est-à-dire } (6 + 15).$$

Cet exemple illustre une nouvelle propriété de ces opérations : la multiplication est distributive par rapport à l'addition.

Le fait de pouvoir désigner et calculer un nombre de plusieurs façons différentes, est une conséquence des propriétés essentielles de l'addition et de la multiplication que nous venons de signaler au passage : commutativité et associativité de l'addition et de la multiplication, distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Il n'est nullement question de vouloir *nommer* de telles propriétés au niveau élémentaire. Mais il est important de faire en sorte que les enfants les utilisent de façon naturelle et familière, parce qu'elles sont à l'origine de tous les modes de calcul : calcul mental et techniques usuelles.

4.6. *Techniques opératoires*

Il est essentiel, et cela à tous les niveaux, que les élèves calculent mentalement et par écrit avec aisance et sûreté.

Les techniques usuelles concernant les opérations doivent être parfaitement connues. Elles seront d'autant mieux acquises que les enfants, au lieu de les apprendre de façon purement mécanique, les auront découvertes par eux-mêmes comme synthèse d'expériences effectivement réalisées nombreuses et variées.

Les élèves seront entraînés à la pratique du calcul mental au cours duquel on s'attachera à mettre en œuvre, d'une manière le plus souvent intuitive, les propriétés fondamentales des opérations (associativité, commutativité, distributivité) et leurs conséquences simples : additionner ou soustraire une somme ou une différence, multiplier une somme ou une différence par un nombre.

Ces exercices donnent au calcul mental toute sa valeur éducative liée au moins autant aux manières de conduire le calcul qu'à la rapidité.

5. Relations numériques

5.1. *Opérateurs tableaux de nombres*

Exemple : 1. On se donne une liste de nombres naturels

$$3, 9, 14, 25, 17$$

A chacun de ces nombres on additionne 4.
On construit ainsi une deuxième liste de nombres déduits de la première

$$7, 13, 18, 29, 21$$

On peut disposer ces deux listes en utilisant un tableau mettant en évidence la correspondance terme à terme :

additionner 4 ↓	3	9	14	25	17	↑ soustraire 4
	7	13	18	29	21	

La correspondance qui associe les nombres de la première liste à ceux de la deuxième est une relation numérique.

L'opérateur « additionner 4 » qui, à chaque nombre de la première liste, fait correspondre un nombre de la seconde, peut être représenté par exemple par

$$\xmapsto{+4}$$

L'opérateur « soustraire 4 » qui, à chaque nombre de la seconde liste fait correspondre un nombre de la première, peut être représenté par

$$\xmapsto{-4}$$

Cas particulier : « Additionner 1 — Soustraire 1 »

additionner 1 ↓	4	0	1	7	2	9	↑ soustraire 1
	5	1	2	8	3	10	

A chacun des nombres de la première liste, la consigne « additionner 1 » fait correspondre son *successeur* dans la suite des nombres naturels (0, 1, 2 3, 4, ...).

A chacun des nombres de la deuxième liste, la consigne « soustraire 1 » fait correspondre son *prédécesseur* dans la suite des nombres naturels.

On peut utiliser d'autres opérateurs telles que « multiplier par a » « diviser par b » (division exacte quand elle est possible) que l'on peut symboliser par :

$$\xmapsto{\times a} \qquad \xmapsto{:b}$$

Exemple : 2. On se donne les opérateurs $\xmapsto{\times 5},\ \xmapsto{:5}$ et deux listes incomplètes en correspondance, on cherche à compléter ces listes.

multiplier par 5 ↓	7	12	100	↑ diviser par 5
	35	42	65	

Remarque : on s'aperçoit qu'aucun nombre ne correspond à 42 (42 n'est pas multiple de 5).

Exemple : 3. Connaissant un couple d'éléments correspondants, trouver les consignes de l'un des quatre types précédents (additionner... ; soustraire... ; multiplier par ... ; diviser par...) qui font passer d'une liste à l'autre.

↓	7	5	4
	14		8

(deux opérateurs possibles : additionner 7 ; multiplier par 2).

Exemple : 4. Connaissant deux couples de nombres de deux listes correspondantes trouver les opérateurs de l'un des quatre types précédents qui font passer d'une liste à l'autre.

↓	7	5	4
	14	10	8

un seul opérateur convient : « multiplier par 2 ».

5.2. *Utilisation de tableaux de nombres en correspondance*

pour l'étude de situations concrètes.

Lorsque l'opérateur est « multiplier par ... » ou « diviser par... » ; la correspondance qui permet de passer d'une liste à l'autre est la *proportionnalité.*

La plupart des problèmes traités au Cours Moyen mettent en œuvre des thèmes dans lesquels la proportionnalité doit être explicitée.

D'une façon générale, tous les problèmes traités au moyen de la « règle de trois » relèvent du modèle mathématique précédent. Il est essentiel de savoir qu'il s'agit d'un seul et même problème, qu'il convient d'expliquer en termes nouveaux.

Exemple 1 : Pour une fête, des enfants font des colliers composés tous du même nombre de perles. Un enfant a utilisé 45 perles pour faire 3 colliers.

Le tableau ci-dessous permet de répondre aux deux questions :

colliers	perles
3	45
7	.
.	135

— Combien faut-il de perles pour fabriquer 7 colliers ?
— Combien de colliers peut-on fabriquer avec 135 perles ?

Des expériences et des manipulations préalables ayant montré dès le Cours Élémentaire que cette situation est multiplicative, il suffit :

1° de chercher l'opérateur qui fait passer de la première à la deuxième colonne : « multiplier par 15 » ;

2° de calculer 7×15 ;

3° de calculer $135 : 15$.

Exemple 2 : 5 centimètres sur une carte représentent 10 kilomètres sur le terrain.

— A quelle distance sur le terrain correspond une distance de 18 centimètres sur la carte ?

— A quelle distance correspond sur la carte une distance de 32 kilomètres sur le terrain ?

Le tableau suivant permet de répondre aux questions :

distance sur la carte (unité : le centimètre)	5	18	.
distance sur le terrain (unité : le kilomètre)	10	.	32

Des expériences préalables doivent montrer que les distances sur le terrain et sur la carte sont proportionnelles.

Dans l'exemple étudié, l'opérateur qui fait passer de 5 à 10 est donc « multiplier par 2 ». Le correspondant de 18 dans la deuxième ligne est (18×2) c'est-à-dire 36. Celui de 32 est $(32 : 2)$ c'est-à-dire 16.

On peut donner maintenant les réponses en langage courant :

18 cm sur la carte représentent 36 km sur le terrain ;

32 km sur le terrain sont représentés par 16 cm sur la carte.

Exemple 3 : On considère une série de rectangles dont l'un des côtés, une unité étant choisie, est mesuré par le nombre 4.

Un quadrillage permet de déterminer les aires de ces rectangles en prenant comme unité d'aire le carré de côté 1 (cf. 3, mesure).

Nous pouvons construire le tableau de correspondance entre la mesure du deuxième côté et l'aire de ces rectangles. De façon générale si la mesure du deuxième côté est a, l'aire (l'unité étant déterminée comme plus haut) est $4\ a$.

longueur	aire
2	8
3	.
5	.
.	24
.	36
......	......
a	$4a$

Remarques : Nous pouvons constater à partir de tableaux analogues aux précédents les propriétés suivantes :

Propriété 1

Exemple 1
multiplier par 15
$\longrightarrow$

3	45
6	90
9	135

Exemple 2
multiplier par 4
$\longrightarrow$

2	8
3	12
5	20

Remarquons que :
dans le 1^{er} tableau $3 + 6 = 9$; $45 + 90 = 135$
dans le 2^e tableau $2 + 3 = 5$; $8 + 12 = 20$.

De façon générale, à la somme de deux nombres de la première colonne correspond la somme des nombres associés de la deuxième colonne.

Ceci peut être représenté par le tableau :

multiplier par a
$\longrightarrow$

x	$(x \times a)$
y	$(y \times a)$
$x + y$	$(x \times a) + (y \times a)$

Propriété 2

Exemple 1
multiplier par 15

3	45
9	135

Exemple 2
multiplier par 4

3	12
6	24

9 et 135 peuvent être obtenus en multipliant respectivement 3 et 45 par 3

6 et 24 peuvent être obtenus en multipliant respectivement 3 et 12 par 2

Ceci peut être représenté de façon générale par le tableau suivant :

$$\begin{array}{l|cc} & \multicolumn{2}{c}{\text{multiplier par } a \longrightarrow} \\ \hline & m & (m \times a) \\ \text{multiplier par } b \downarrow & (m \times b) & (m \times a) \times b \\ \hline \end{array}$$

au produit par b d'un nombre quelconque m de la première colonne correspond le produit par b du nombre de la deuxième colonne associé à m.

5.3. *Chaînes d'opérateurs « additionner... », « soustraire... »*

Exemple 1

$$\begin{array}{ccccc} 4 & & 9 & & 11 \\ 7 & & 12 & & 14 \\ 9 & & 14 & & 16 \\ & \xrightarrow[\text{add. } 5]{} & & \xrightarrow[\text{add. } 2]{} & \end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en additionnant 7 à chacun des nombres de la première colonne.

$$(7 = 5 + 2)$$

On peut donc remplacer la chaîne des opérateurs

$$\xmapsto{+5} . \xmapsto{+2} \quad \text{par l'opérateur} \quad \xmapsto{+7}$$

Exemple 2

$$\begin{array}{ccccc} 8 & & 6 & & 3 \\ 5 & & 3 & & 0 \\ 4 & & 2 & & \\ 2 & & & & \\ & \xrightarrow[-2]{} & & \xrightarrow[-3]{} & \end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en soustrayant 5 à chacun des nombres de la première colonne (ce qui est possible si ces nombres sont égaux ou supérieurs à 5).

On peut remplacer la chaîne des opérateurs

$$\xmapsto{-2} . \xmapsto{-3} \quad \text{par l'opérateur} \quad \xmapsto{-5}$$

Exemple 3

$$\begin{array}{ccccc} 5 & & 8 & & 3 \\ 8 & & 11 & & 6 \\ 2 & \xrightarrow[+3]{} & 5 & \xrightarrow[-5]{} & 0 \end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en soustrayant 2.

Exemple 4

$$\begin{array}{ccccc} 5 & & 9 & & 6 \\ 8 & & 12 & & 9 \\ 2 & \xrightarrow[+4]{} & 6 & \xrightarrow[-3]{} & 3 \end{array}$$

On peut passer directement de la première colonne en additionnant 1 à chacun des nombres de la première colonne.

5.4. *Chaînes d'opérateurs « multiplier par... », « diviser par... »*

Exemple 1

$$\begin{array}{ccccc} 3 & & 6 & & 18 \\ 5 & & 10 & & 30 \\ 4 & \xrightarrow[\times 2]{} & 8 & \xrightarrow[\times 3]{} & 24 \end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en multipliant par 6 chacun des nombres de la première colonne.

On peut remplacer la chaîne des opérateurs

$$\xmapsto{\times 2} . \xmapsto{\times 3} \quad \text{par l'opérateur} \quad \xmapsto{\times 6}$$

Exemple 1′ (à comparer à l'exemple 1)

$$\begin{array}{ccccc} & \xmapsto{\times 3} & & \xmapsto{\times 2} & \\ 3 & & 9 & & 18 \\ 5 & & 15 & & 30 \\ 4 & & 12 & & 24 \\ & & \xmapsto[\times 6]{} & & \end{array}$$

Dans les exemples 1 et 1′, les premières colonnes sont identiques. On constate que les chaînes

$$\xmapsto{\times 3} . \xmapsto{\times 2}$$

$$\xmapsto{\times 2} . \xmapsto{\times 3}$$

donnent le même résultat.

Exemple 2

$$\begin{array}{ccccc}
 & \xmapsto{:3} & & \xmapsto{:4} & \\
36 & & 12 & & 3 \\
24 & & 8 & & 2 \\
48 & & 16 & & 4 \\
 & & \xmapsto[:12]{} & &
\end{array}$$

On constate que l'on peut passer directement de la première à la troisième colonne en divisant par 12.

La chaîne des opérateurs $\xmapsto{:3} . \xmapsto{:4}$ peut être remplacée par l'opérateur $\xmapsto{:12}$.

Remarque : les résultats de la troisième colonne auraient été les mêmes si on avait d'abord divisé par 4 puis si on avait divisé le résultat par 3.

Exemple 3

$$\begin{array}{ccccc}
 & \xmapsto{\times 10} & & \xmapsto{:2} & \\
1 & & 10 & & 5 \\
7 & & 70 & & 35 \\
0 & & 0 & & 0 \\
4 & & 40 & & 20 \\
 & & \xmapsto[\times 5]{} & &
\end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en multipliant par 5. L'opérateur unique $\xmapsto[\times 5]{}$ existe parce que 10 est multiple de 2.

Exemple 4

$$\begin{array}{ccccc}
 & \xmapsto{\times 3} & & \xmapsto{:12} & \\
4 & & 12 & & 1 \\
12 & & 36 & & 3 \\
24 & & 72 & & 6 \\
16 & & 48 & & 4 \\
 & & \xmapsto[:4]{} & &
\end{array}$$

On peut passer directement de la première à la troisième colonne en divisant par 4. L'opérateur unique $\xmapsto[:4]{}$ existe parce que 12 est multiple de 3.

Exemple 5

$$\xmapsto{\times 3} \qquad \xmapsto{:3}$$

8	24	8
5	15	5
7	21	7
3	9	3

La chaîne $\xmapsto{\times 3} \cdot \xmapsto{:3}$ peut être remplacée par l'opérateur $\xmapsto{\times 1}$ ou par l'opérateur $\xmapsto{-1}$.

Exemple 6

$$\xmapsto{\times 6} \qquad \xmapsto{:5}$$

35	210	42
5	30	6
15	90	18
20	120	24

Il n'est pas possible de passer directement de la première à la dernière colonne en multipliant ou divisant par un nombre naturel : 6 n'est pas multiple de 5 ; 5 n'est pas multiple de 6.

6. Fractions

6.1. *Les fractions sont présentées à partir de la notion d'opérateur*

Exemple 7.1

12	84	21
24	168	42
4	28	7
16	112	28

$$\xmapsto[\times 7]{} \quad \xmapsto[:4]{}$$

Exemple 7.2

12	3	21
24	6	42
4	1	7
16	4	28

$$\xmapsto[:4]{} \quad \xmapsto[\times 2]{}$$

On constate qu'à partir de la même première colonne, on obtient la même troisième colonne.

— en multipliant par 7 puis en divisant le résultat par 4 ou

— en divisant par 4 puis en multipliant le résultat par 7.

Chacune des chaînes d'opérateurs $\xmapsto{\times 7} \cdot \xmapsto{:4}$ et $\xmapsto{:4} \cdot \xmapsto{\times 7}$ sera considérée comme un opérateur noté $\xmapsto{\times \frac{7}{4}}$ qu'on lira « multiplier par sept sur quatre » ou « multiplier par sept quarts » ; $\frac{7}{4}$ est une fraction.

D'une façon générale, X et Y désignant des nombres naturels, $Y \neq 0$, *multiplier par* $\frac{X}{Y}$ revient à multiplier par X puis diviser le résultat par Y.

Exemple 8

$$
\begin{array}{ccc}
 & \xmapsto{\times 8} & \xmapsto{:6} \\
12 & 96 & 16 \\
7 & 56 & » \\
6 & 48 & 8 \\
15 & 120 & 20
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccc}
 & \xmapsto{:6} & \xmapsto{\times 8} \\
12 & 2 & 16 \\
7 & » & » \\
6 & 1 & 8 \\
15 & » & »
\end{array}
$$

On applique aux nombres de la première colonne les chaînes d'opérateurs $\xmapsto{\times 8} . \xmapsto{:6}$ et $\xmapsto{:6} . \xmapsto{\times 8}$. On constate, quand les opérations sont possibles, que les éléments correspondants des troisièmes colonnes sont égaux. Chacune de ces deux chaînes est considérée comme l'opérateur $\xmapsto{\times \frac{8}{6}}$.

6. 2. *Opérateurs équivalents*

Exemple 9

$$
\begin{array}{ccc}
 & \xmapsto{\times \frac{6}{4}} & \\
8 & . & . \\
12 & . & . \\
 & \xmapsto[\times 6]{} & \xmapsto[:4]{}
\end{array}
$$

Ce tableau peut être décomposé de la façon suivante

$$
\begin{array}{ccccc}
\hline
8 & . & . & . & . \\
\hline
12 & . & . & . & . \\
\hline
 & \xmapsto[\times 3]{} & \xmapsto[\times 2]{} & \xmapsto[:2]{} & \xmapsto[:2]{}
\end{array}
$$

Les deuxième et quatrième colonne sont les mêmes (cf. Exemple 5)
Le tableau se réduit à

$$
\begin{array}{ccc}
 & \xmapsto{\times 3} & \xmapsto{:2} \\
\hline
8 & . & . \\
\hline
12 & . & . \\
\hline
 & \xmapsto[\times \frac{3}{2}]{} &
\end{array}
$$

On dit que l'opérateur $\xmapsto{\times \frac{6}{4}}$ est équivalent à l'opérateur $\xmapsto{\times \frac{3}{2}}$ et que les fractions $\frac{6}{4}$ et $\frac{3}{2}$ sont égales(*) ; ce qui sera noté $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

Remarque : L'opérateur $\xmapsto{\times \frac{2}{2}}$ est équivalent à l'opérateur $\xmapsto{\times 1}$; ce qui permet d'écrire $\frac{2}{2} = 1$.

L'opérateur $\xmapsto{\times \frac{10}{5}}$ est équivalent à l'opérateur $\xmapsto{\times 2}$; ce qui permet d'écrire $\frac{10}{5} = 2$.

6.3. *Produit de fractions*

Exemple 10

$$\begin{array}{ccccc} & \xmapsto{\times \frac{2}{3}} & & \xmapsto{\times \frac{5}{4}} & \\ 8 & & \cdot & & \cdot \\ 12 & & \cdot & & \cdot \end{array}$$

Peut-on remplacer la chaîne d'opérateurs $\xmapsto{\times \frac{2}{3}} \cdot \xmapsto{\times \frac{5}{4}}$ par un seul opérateur ?

Par définition $\xmapsto{\times \frac{2}{3}}$ est équivalent à $\xmapsto{\times 2} \cdot \xmapsto{: 3}$

$\xmapsto{\times \frac{5}{4}}$ est équivalent à $\xmapsto{\times 5} \cdot \xmapsto{: 4}$

donc la chaîne initiale est équivalente à :

$$\xmapsto{\times 2} \cdot \xmapsto{: 3} \cdot \xmapsto{\times 5} \cdot \xmapsto{: 4}$$

Or on sait que $\xmapsto{: 3} \cdot \xmapsto{\times 5}$ est équivalente à $\xmapsto{\times 5} \cdot \xmapsto{: 3}$; la chaîne initiale est donc équivalente à

$$\xmapsto{\times 2} \cdot \xmapsto{\times 5} \cdot \xmapsto{: 3} \cdot \xmapsto{: 4}$$

(*) *N.D.L.R.* — Ces fractions sont *égales* puisque se sont des notations synonymes du même *rationnel*. Voir la notice « fraction » dans *La Mathématique parlée par ceux qui l'enseignent* (éditions APMEP, p. 48).

et, en composant, à $\overset{\times 10}{\longmapsto} \cdot \overset{:12}{\longmapsto}$

c'est-à-dire à $\overset{\times \frac{10}{12}}{\longmapsto}$

Par conséquent $\overset{\times \frac{2}{3}}{\longmapsto} \cdot \overset{\times \frac{5}{4}}{\longmapsto}$ est équivalent à $\overset{\times \frac{10}{12}}{\longmapsto}$. On dit que la fraction $\frac{10}{12}$ est le produit des fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{5}{4}$; on écrit $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12}$.

6.4. *Fractions inverses*

La chaîne $\overset{\times \frac{2}{3}}{\longmapsto} \cdot \overset{\times \frac{3}{2}}{\longmapsto}$ est équivalente à $\overset{\times \frac{6}{6}}{\longmapsto}$ donc à $\overset{\times 1}{\longmapsto}$.

Les fractions $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont dites *inverses.*

7. Nombres décimaux

Les nombres décimaux sont introduits au Cours Moyen ; à ce niveau les enfants savent écrire et nommer les nombres naturels à partir de groupement d'objets d'un ensemble (cf. 2).

On peut chercher à mettre en évidence le nombre des groupements d'une certaine espèce.

7.1. *Définition et écriture*

Exemple 1

Le nombre d'habitants de la France est cinquante millions : si l'on imagine une répartition des Français en groupements comprenant chacun un un million d'habitants, le nombre de ces groupements s'écrit 50. Il exprime la population de la France, le million étant choisi comme unité.

Si les groupements choisis comprennent cent habitants, la population s'exprime par le nombre qui s'écrit : 500 000.

Si les groupements ne comprennent qu'un seul habitant, la population s'exprime par le nombre qui s'écrit : 50 000 000.

Exemple 2

Une ville compte 10 850 habitants. Le *millier* étant choisi comme unité, la population s'exprime par le *nombre décimal* 10,850. La virgule est utilisée pour repérer le rang du groupement choisi comme unité.

Afin de bien comprendre la signification de la virgule, on peut reprendre l'exercice de groupement du § 2.2 dans une numération où le groupement de base est le groupement par quatre :

— lorsque l'enfant est choisi pour unité, la population de la classe s'exprime par l'écriture 1 2 3 ;
— lorsque le « groupe » (quatre enfants) est choisi pour unité, la population de la classe s'exprime par l'écriture 12,3 ;
— lorsque le « grand groupe » (seize enfants) est choisi pour unité, la population de la classe s'exprime par l'écriture 1,23.

D'autres exemples pourront être trouvés à l'occasion d'exercices de mesure utilisant le système métrique.

On remarquera qu'à tout nombre naturel exprimant une mesure on peut associer, par un changement d'unité convenable, un nombre décimal et qu'à tout nombre décimal on peut associer, par un changement d'unité, un nombre naturel (et cela de diverses façons).

7.2. *Opérations sur les nombres décimaux*

7.2.1. *Addition et soustraction*

Exemple 3

Trois villes voisines A, B, C se sont réunies pour ne plus former qu'une seule agglomération. Leurs populations étaient, en milliers d'habitants :

A	28,5
B	11,4
C	4,7

Quelle est, en milliers d'habitants, la population de la nouvelle ville ainsi formée ?

Cet exemple montre que l'on peut définir l'addition des nombres décimaux en l'associant à l'addition des nombres naturels.

Il en est de même pour la soustraction des nombres décimaux.

7.2.2. *Multiplication et division*

7.2.2.1. *Multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.*

Elle se présente comme une addition de nombres décimaux égaux.

Exemple : $0{,}2 \times 3 = 0{,}2 + 0{,}2 + 0{,}2 = 0{,}6$.

7.2.2.2. *Multiplication et division par 10, 100, 1 000*

D'après les propriétés de la numération et de la multiplication :

$$2 \times 10 = 20 \qquad 20 : 10 = 2$$
$$430 \times 10 = 4\,300 \qquad 4\,300 : 10 = 430$$

De même :

$$0{,}2 \times 10 = 2 \qquad 2 : 10 = 0{,}2$$
$$43{,}21 \times 10 = 432{,}1 \qquad 432{,}1 : 10 = 43{,}21$$
$$0{,}062 \times 100 = 6{,}2 \qquad 6{,}2 : 100 = 0{,}062$$

7.2.2.3. *Multiplication de deux nombres décimaux*

Un changement d'unité la ramène à la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

7.2.2.4. *Division exacte d'un nombre décimal par un nombre décimal*

Les notions de division exacte et de quotient exact définies pour les nombres naturels a et b s'étendent aux nombres décimaux :

a et b étant entiers ou décimaux, le quotient exact de a par b, s'il existe, est le nombre entier ou décimal dont le produit par b est égal à a. Si on représente ce quotient exact par $\square$ on a :

$$\square \times b = a$$

ou $$b \times \square = a$$

ou $$a : b = \square$$

Si b est un nombre naturel, la recherche du quotient exact se justifie en utilisant la propriété suivante que l'on vérifiera sur les exemples numériques : Si on multiplie l'un des facteurs par 10, 100, 1 000..., le produit est multiplié par 10, 100, 1 000...

Le cas où b est un nombre décimal se ramène au cas précédent.

On se limitera dans les exercices à des nombres simples. Il conviendra de remarquer que le quotient exact tel qu'il a été défini n'existe pas toujours.

7.2.2.5. *Quotient approché*

Le sens des expressions quotient à 1 ; 0,1 ; 0,01 près pourra être précisé à l'occasion d'exercices.

Remarque : Des exercices sur les relations numériques, du même type que ceux présentés dans le § 5, pourront être effectués en prenant des listes de nombres décimaux. Les opérateurs numériques pourront également utiliser des nombres décimaux.

8. Résolution de problèmes

La classe avec sa vie propre, l'enseignement que l'on y donne en toutes matières, le monde extérieur fourniront de nombreuses occasions d'exercer, à chaque niveau et selon les possibilités des enfants, cette activité privilégiée qu'est la résolution des problèmes, qu'ils soient numériques ou non numériques.

Les thèmes seront les plus divers. Ils permettront en particulier une certaine initiation des élèves à la vie courante de leur époque, que l'enseignement élémentaire se doit de leur donner. Toutefois les situations retenues dans ce domaine correspondront aux préoccupations et aux intérêts réels des enfants. Elles seront, suivant les cas soit des motivations pour l'introduction de notions nouvelles, soit des applications de propriétés ou de relations préalablement étudiées par les élèves.

Il y a problème si, connaissant un certain nombre d'informations concernant une situation, on se propose de déduire de ces informations des renseignements non explicités initialement.

Résoudre un problème, c'est analyser la situation et les informations données, dégager éventuellement des chaînes de situations élémentaires, les schématiser afin de mettre en évidence les relations mathématiques qui les décrivent, utiliser ces relations et leurs propriétés pour en déduire les renseignements cherchés.

Les élèves doivent apprendre à passer d'une situation à un schéma mathématique qui la décrit ; inversement, un bon exercice consiste à imaginer des situations décrites par un schéma donné.

C'est dans de telles activités que s'affermit la pensée mathématique des élèves et qu'ils prennent mieux conscience du pouvoir qu'elle leur donne sur le monde extérieur.

2. Exercices d'observation et travaux sur des objets géométriques

L'espace physique et les objets qui le peuplent fournissent une matière sur laquelle la pensée mathématique a bien des occasions de s'exercer. Ces exercices doivent, en même temps aider l'enfant à s'adapter à ce milieu. Ils font appel, non seulement à *l'observation* mais aussi à l'activité manuelle qui soutient, complète l'observation et l'étude des situations et des choses. L'enfant doit acquérir le goût de travaux manuels : tracer, dessiner, plier, découper pour *construire*. L'emploi des instruments (règle, équerre, compas...) pour la réalisation de ces constructions développera l'habileté et le soin.

On se devra de proposer aux enfants des thèmes et des buts d'activité à leur mesure et conformes à leur intérêt.

Il y aura souvent avantage à réaliser ces exercices en équipes.

Les démarches mathématiques porteront, comme dans le domaine numérique sur la découverte de propriétés, les classements selon telle ou telle propriété, l'étude de relations sur un objet ou entre des objets. On reconnaît :

— que deux lignes droites sont perpendiculaires ou forment un angle droit par un pliage convenable ou à l'aide de l'équerre ;
— que deux lignes droites sont parallèles à l'aide de la règle et de l'équerre ;
— qu'un polygone découpé dans du carton épais et rigide est convexe par exemple en l'entourant d'un élastique et constatant que cet élastique est en contact avec tous les sommets.

Pour un polygone, on peut s'intéresser aux propriétés suivantes : convexité, nombre de côtés, nombre de sommets, longueur de côtés, existence de côtés parallèles, etc...

Les enfants ayant construit différents polygones, ils pourront les classer selon l'une ou l'autre de ces propriétés : ainsi, s'il s'agit de quadrilatères ils distingueront par exemple, les parallélogrammes et parmi ceux-ci les rectangles, les losanges. Ils découvriront ainsi que les carrés sont les quadrilatères qui ont la propriété d'être à la fois des rectangles et des losanges.

Une autre direction de travail peut-être la fabrication de plans : plan de la classe, de la cour de l'école, du quartier, etc... Chez les enfants les plus jeunes, on peut s'intéresser surtout à la disposition des objets les uns par rapport aux autres. L'utilisation des mesures permettra ensuite l'exécution de plans à une échelle donnée.

Le repérage sur une droite ou sur un quadrillage pourra servir de thème à des exercices divers.

Pour un polyèdre (tétraèdre, cube, parallélépipède, prisme, dodécaèdre etc...) on pourra s'intéresser à la nature des faces, à leur nombre, au nombre des sommets, à celui des arêtes, à leur disposition relative.

Les résultats de ces recherches seront utilisés par les enfants en travail manuel pour construire de tels objets géométriques, en carton par exemple.

3. Mesures

1. Le mot *mesure* a, dans la langue usuelle, des acceptions diverses qu'il est important de distinguer.
Exemples : Je mesure la table ; la table mesure 3 mètres ; prendre les mesures d'un vêtement ; le service des Poids et Mesures.

Les enfants ont déjà entendu de telles expressions. Il les utilisent. Ils continueront à le faire dans le langage courant mais la signification mathématique du mot *mesure* devra être introduite.

En mathématique, une mesure d'un objet est un nombre.

Dans l'expression « la table mesure trois mètres », le mètre est pris pour unité ; dans ces conditions, la longueur de la table est le nombre 3.

Dans la vie courante, on associe d'ailleurs des nombres à des objets. On dit par exemple : un lit de 90, une roue de 650, une vis de 3×25, une feuille de 21×27 (qui est lu vingt et un, vingt sept), chausser du 36, une chemise de 40 d'encolure. Pour faire un vêtement sur mesure, on relève une suite ordonnée de nombres dont chacun a une signification bien particulière suivant sa place dans la liste.

Dans certains cas, apparaît l'idée d'échelle (pointure de chaussure, température). Dans d'autres, il s'agit de mesure : l'expression « roue de 650 » désigne toute une catégorie d'objets qui ont une propriété commune : la mesure de leur diamètre est la même ; dans l'exemple de la vis de 3×25, la catégorie est définie à l'aide d'un couple de mesures (3 ; 25).

Des expressions telles que un quart d'heure, un demi-litre, avoir parcouru les trois quarts du chemin, un quart de beurre, utilisent le vocabulaire des fractions. L'étude des situations correspondantes peut donner lieu à des calculs numériques.

2. *Exercices pratiques de mesure*

A l'École Primaire, l'idée de mesure est toujours intimement liée à la pratique, à l'activité manuelle, à l'expérience, à l'étude du milieu. Le premier rôle du maître consiste à offrir aux enfants un vaste champ d'expériences les amenant à comparer. Ils ressentiront alors le besoin de mesurer.

2.1. Une activité préparatoire à la mesure consiste, pour les enfants, à chercher des expériences permettant de répondre à des questions telles que :

A est-il plus grand que B ?
C contient-il autant que D ?
E met-il moins de temps pour venir à l'école que F ?
G est-il plus lourd que H ?
Trouver des objets plus lourds que K et moins lourds que L.

2.2. Peu à peu, au cours des activités précédentes, va se dégager l'idée que de nombreuses comparaisons peuvent s'exprimer en utilisant des nombres.

Par exemple, la longueur d'une certaine règle est double de la longueur d'un certain crayon.

Si, de façon arbitraire, on attribue à la longueur du crayon le nombre 1 (c'est-à-dire si on choisit ce crayon comme unité), la longueur de la règle est 2. Pour un objet donné, on peut s'intéresser à diverses mesures. Pour exprimer une mesure d'un objet, il faut avoir choisi *une unité*. Cette *mesure*, au sens mathématique du terme, est alors *le nombre* associé à cet objet.

Dans l'exemple précédent, on pourra écrire : l'unité étant le crayon, la longueur de la règle est 2.

Les unités seront d'abord celles que proposeront les enfants. La nécessité de la communication des résultats amènera à choisir, pour tous les enfants de la classe, pour tous les groupes d'enfants travaillant en équipe, la même unité. On arrivera ainsi peu à peu à l'utilisation des unités légales.

Les comptes rendus d'expériences pourront être présentés dans des tableaux.

Exemple : L'unité étant le centimètre.

	$\xrightarrow{\text{a pour longueur}}$
ma règle	32
mon cartable	40
ma gomme	3

Certaines expériences conduisent à effectuer la somme (ou la différence) de deux mesures, le produit (ou le quotient) d'une mesure par un nombre entier.

Exemple : On forme une barre en mettant bout à bout deux règles dont les longueurs, l'unité étant le centimètre, sont 12 et 5. La longueur de la barre en centimètres est $(12 + 5)$

$$12 + 5 = 17$$

On écrira : le centimètre étant l'unité, la longueur de la barre est 17 ou la longueur de la barre en centimètres est 17, ou encore en langage courant, la longueur de la barre est 17 centimètres.

Des exemples analogues concerneront des masses, des durées, des aires, des volumes... (la notion de capacité n'est pas distinguée de celle de volume).

Exemple : On construit une boîte dont les côtés ont pour dimensions, une unité étant choisie, 6, 6, 7. Nous choisissons comme unité de volume une barre dont les dimensions sont 2, 1, 1.

Quel est le volume de la boîte ?

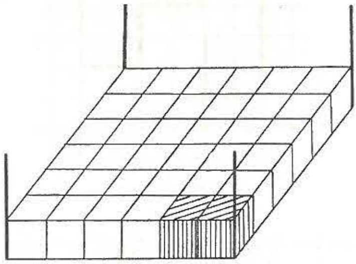

FIG. 2.

Nous pouvons empiler 7 couches comprenant chacune (3×6) barres. La boîte contient $(3 \times 6 \times 7)$ barres. Le volume de la boîte, la barre étant choisie pour unité est $(3 \times 6 \times 7)$

$$3 \times 6 \times 7 = 126$$

2.3. Au Cours Moyen, on pourra faire une étude plus approfondie de la notion de mesure à partir de surfaces sur fond de quadrillage.

2.3.1. Exemple : La surface A est bordée par des lignes du quadrillage.

Prenons comme unité le carreau, la mesure de la surface A ou aire de A que l'on peut noter mes A ou aire A peut être obtenue par un simple dénombrement de carreaux.

Dans cet exemple

$$\text{aire } A = 28$$

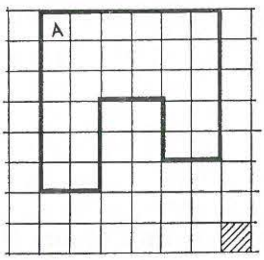

FIG. 3.

2.3.2. Exemple 1 : A est la réunion de deux surfaces B et C.

B et C ne se recouvrant pas. Le carreau étant pris pour unité, on constate que :

aire B = 16
aire C = 12
aire A = 16 + 12
aire A = aire B + aire C.

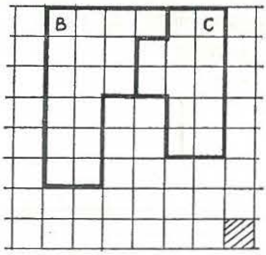

FIG. 4.

Exemple 2 : Le carreau étant choisi pour unité, le rectangle R se décompose naturellement en 3 bandes de 5 carreaux :

$$\text{aire } R = 3 \times 5 = 15.$$

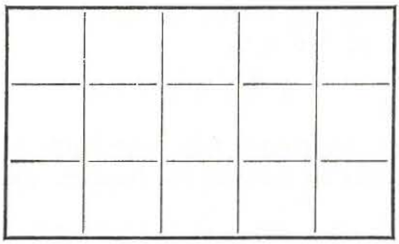

FIG. 5.

Application : pour chercher la mesure d'une surface S, on peut décomposer cette surface en parties disjointes rectangulaires.

Exemple 3 : La surface S délimitée par le trait gras peut être découpée de la façon suivante. Nous aurons alors pour les mesures des différentes parties :

aire A = 2 × 2 = 4
aire B = 1
aire C = 3 × 2 = 6
aire D = 2 × 8 = 16
aire E = 2 × 2 = 4
aire S = aire A + aire B + aire C + aire D + aire E
= 4 + 1 + 6 + 16 + 4 = 32

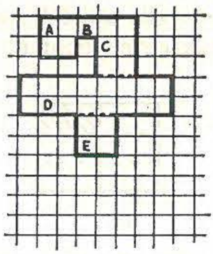

FIG. 6.
(*N.B.* : la surface B est le carré dans lequel B est écrit).

L'unité d'aire étant le carreau, l'aire de S est 31.

Cet exemple montre que les opérations sur les nombres sont naturellement utilisées dans les exercices sur les mesures.

2.3.3. *Encadrement d'une aire*

Bien que l'on ne puisse pas dire quelle est l'aire S de la surface intérieure à la courbe C, quand on choisit le carreau comme unité, il est possible d'encadrer s par deux nombres entiers naturels

$$16 < s < 37$$

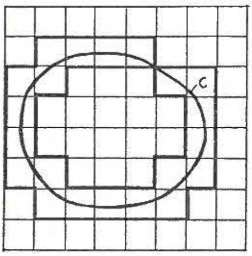

FIG. 7.

2.4. *Changement d'unité*

Reprenons l'exemple 1 du § 2.3.1. Choisissons comme nouvelle unité le carré hachuré. Chacun des carreaux en contient 4. La nouvelle aire de A est le nombre (28×4).

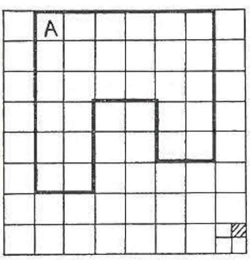

FIG. 8.

2° Choisissons comme nouvelle unité le rectangle hachuré sur la figure ci-contre ; chacun des carreaux en contient 6. La nouvelle aire de A est le nombre (28 × 6).

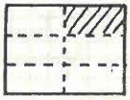

Fig. 9.

N.B. : le lecteur excusera le dessinateur qui a oublié que le grand rectangle était un carré.

3° Si on choisit comme unité de surface un rectangle de 10 carreaux l'aire de A est le nombre 2, 8 (cf. § 1.7.1, exemple 2).

2.5. *Système métrique*

L'étude du système métrique permet aux élèves de connaître notre système d'unités légales et aussi d'utiliser les nombres décimaux.

On se limitera, dans les exercices pratiques, aux unités les plus habituellement utilisées.

Dans chaque cas, l'unité retenue sera l'objet d'un choix lié à la nature de la situation étudiée.

Annexes

Nous réunissons ici des textes qui nous paraissent des compléments utiles au texte précédent.

ANNEXE 1. — *Projet de programme adopté par la commission « Recherche et Réforme » de l'A.P.M.E.P. à partir d'un projet élaboré par le Service de la Recherche Pédagogique de l'Institut Pédagogique National. Il nous paraît indispensable de faire connaître à tous ceux qui s'engagent ou s'engageront dans la « première étape » les perspectives ouvertes par celle-ci.*

Perspectives.

L'enseignement de notions mathématiques au niveau élémentaire a un double objectif : favoriser une bonne structuration mentale, procurer aux enfants un outil intellectuel utilisable dans les situations les plus diverses qu'ils rencontreront au cours de leur existence.

Dans cette perspective l'acquisition de ces notions ne peut être faite par un enseignement dogmatique. Il est indispensable que les enfants tirent de leur propre expérience les notions sur lesquelles ils pourront bâtir peu à peu des structures mathématiques cohérentes.

A chaque étape, la pratique d'activités convenablement choisies conduit à la formation de l'esprit et à la *découverte* de techniques. Cette découverte résulte de la compréhension et de l'utilisation préalables des notions mathématiques sous-jacentes. En particulier, des jeux dont les règles sont, soit proposées par le maître, soit inventées par les enfants, constituent un moyen efficace d'introduire ces notions mathématiques.

A tous les niveaux, les enfants découvrent et utilisent diverses représentations pour :

— décrire des situations ;

— organiser des informations puisées dans le contexte de la vie scolaire, familiale, sociale (en particulier des « matériaux » peuvent être trouvés dans l'étude de la langue et dans les matières d'éveil).

1. Rubriques sur lesquelles porteront les activités mathématiques pratiquées au niveau élémentaire.	Ces notions ne peuvent être raisonnablement explicitées avant le :
1 — Logique liaison avec un travail sur des ensembles	C.P — et, non C.E. — ou C.M. — « si .. alors » — « tout » — « pas tout » — « rien » — « pas rien»
2. — Relations	C.P. — travail sur des couples C.E. — partitions — composition de relations

	C.M. — applications — ordre, équivalence
3. — Notion de cardinal	C.P. — Activités pré-numériques : — correspondances terme à terme — autant que, plus que, moins que (en utilisant les correspondances terme à terme) — codage
4. — Codage de cardinaux : numération. Codage d'ordinaux (numérotation).	C.P. — Groupements suivant certaines bases (3, 4, 5, 2...) — Notion d'échange — Codage numérique du résultat de groupements et d'échanges — décodage — comparaison de cardinaux en utilisant des codes C.E. — changement de base C.M. — ordre sur les codes de cardinaux — jeux utilisant des processus récursifs — introduction de la notation exponentielle — numérotation
5. — Opérations sur les cardinaux (en liaison avec les opérations sur les ensembles) Techniques opératoires (comme application de la découverte des propriétés des opérations et de l'utilisation de la numération de position)	C.P. — addition C.E. — soustraction — multiplication C.M. — division A tous les niveaux : calcul mental
6. — Nombres à virgule	C.M. — en utilisant différentes bases de numération — opérations sur les nombres à virgule
7. — Relations numériques	C.E.1 — « machines » à additionner et soustraire C.E. 2 — « machines » à multiplier et diviser C.E. — chaînes de machines — réduction de chaînes — chaînes équivalentes C.M. — être multiple de — être diviseur de — découverte de la notion de nombre premier — congruences — applications linéaires
8. — Algébrisation de situations conduisant à certaines structures mathématiques	C.P. — activités préparatoires : jeux combinatoires C.E. — exemples concrets de structures construites sur des ensembles finis C.M. — « dictionnaires » (isomorphisme)

9. — Organisation de l'espace	C.P. — repérage sur des réseaux — topologie-labyrinthes, intérieur, extérieur, ouvert, fermé, frontière — à droite de, à gauche de, au-dessous de, au-dessus de, à l'avant de, à l'arrière de C.E. — déplacement sur un réseau, codage et décodage de déplacements — relations d'incidence « borde », « est adjacent à », « est sur » etc.) — jeux sur des graphes avec flèches C.M. — reproduction d'un dessin d'un réseau sur un autre — transformations : symétries, translations, homothéties
10. — Mesure	C.E. (fin) : travaux pratiques entrant dans le cadre des activités d'éveil (conduite d'une expérience, compte rendu d'une expérience, étude du milieu) C.M. — mesure sur fond de quadrillage
11. — Représentations	C.P. — Schématisation de situations par des diagrammes, ensembles de flèches, tableaux C.E. — Exploitation de schémas C.M. — Arbres

2. Présentation du libellé du programme

1° Dans l'approche d'un concept, il y a différentes étapes telles que :
— sensibilisation par des activités diverses;
— familiarisation à l'aide d'exemples et de contre-exemples suffisamment nombreux;
— représentations diverses et prise de conscience;
— imagination d'autres situations analogues;
— explication éventuelle.

2° Un concept mathématique étant toujours lié à d'autres concepts, se réfère à plusieurs rubriques au sein desquelles le travail doit donc être mené simultanément.

3° Il s'ensuit pour les maîtres l'obligation de suivre le rythme des enfants. Aussi les étapes ne peuvent-elles être fixées de façon précise pour chaque niveau.

C'est pourquoi le programme présente :

a) Une liste de rubriques dont l'ordre n'est pas significatif, ce qui laisse aux maîtres une grande liberté dans le choix et la conduite des activités à proposer aux élèves.

b) Une information à propos de chacune de ces rubriques concernant l'explicitation éventuelle aux différents niveaux, de qui implique aux niveaux précédents les étapes préliminaires de sensibilisation, familiarisation, etc.

En effet, l'explicitation prématurée et apportée de l'extérieur peut contrarier la compréhension.

ANNEXE 2

Nouveau programme et nouvelle organisation pour la formation des maîtres.

La formation initiale en mathématique des maîtres de l'enseignement élémentaire.

1. La mathématique comme instrument de culture

La mathématique
— en ce qu'elle est un outil de raisonnement,
— en ce qu'elle constitue une méthode de pensée et d'action,
— grâce au rôle privilégié qu'elle joue dans l'intelligence que nous avons du réel de quelque nature qu'il soit,
est un des éléments essentiels de la culture de l'homme contemporain.

Le bagage intellectuel de chacun doit donc comporter un minimum de notions fondamentales de mathématique. Par ailleurs, ce bagage ne doit pas consister, si l'on désire qu'il soit réellement moyen de culture, uniquement en une connaissance formelle de certaines structures mathématiques de base, il doit permettre de comprendre le rôle particulier joué par les mathématiques dans l'appréhension du monde dans lequel nous vivons et la maîtrise d'un certain nombre de ses phénomènes. Dans cette perspective, il est nécessaire d'abord de mathématiser des situations réelles. De leur comparaison se dégagera la notion de structures isomorphes puis de structure abstraite.

Ceci justifie déjà, pour tout futur maître de l'enseignement élémentaire, la nécessité d'une solide formation mathématique au niveau de l'Université : celui qui a une responsabilité dans la formation de l'esprit des enfants doit, plus que tout autre, disposer pour lui-même de ce bagage minimum sans lequel il serait un sous-développé intellectuel dans le monde de demain.

2. La mathématique dans la formation professionnelle du futur maître

Dans le cadre de la réforme de l'enseignement des mathématiques, une importante mutation de l'enseignement au niveau élémentaire est nécessaire. Cette nécessité s'impose tant sur le plan des contenus que sur le plan des méthodes : les expériences entreprises depuis 5 ans montrent que l'enseignement élémentaire prend toute sa valeur de formation de l'esprit, donnant à chacun — quel que soit le contexte socio-culturel dans lequel il vit — son développement optimum
— lorsqu'il permet de prendre conscience des possibilités de création, de maîtrise des situations proposées ;
— lorsqu'il donne l'occasion de constater que plusieurs situations diverses en apparence, relèvent en fait d'un même modèle, ont même structure ;
— lorsqu'il donne un moyen d'organiser les informations éparses et d'en tirer parti.

Par leur nature même, les mathématiques sont un moyen de choix pour atteindre de tels objectifs. Mais il est bien évident que ces objectifs ne seront réalisés qu'à la seule condition d'utiliser des méthodes

— suscitant l'initiative des élèves ;
— développant leurs capacités d'invention ;
— acceptant des solutions diverses (même si elles ne sont pas celles qui apparaissent les plus simples à l'adulte) ;
— permettant à chacun par un travail individualisé de progresser au rythme qui lui est propre.

Or, ce changement de méthode (faire découvrir et non transmettre des connaissances d'une manière pré-organisée) nécessite pour le maître de dominer de façon très sûre la matière qu'il enseigne : il n'est pas possible de tirer parti d'une suggestion d'un élève si l'on ne voit pas de façon immédiate les prolongements possibles de cette suggestion. Le maître ne doit donc pas recevoir seulement une formation lui donnant la possession des bases mathématiques des notions qu'il doit faire acquérir à ses élèves mais aussi une formation telle qu'il domine les prolongements de ces notions (c'est ainsi que dans le programme proposé certaines notions telles que celle de produit scalaire, de continuité et de limites pourraient paraître inutiles dans la perspective où l'on considèrerait qu'il suffit que le maître connaisse ce qu'il doit enseigner).

Un maître n'aura de liberté vis-à-vis de ce qu'il enseigne et en conséquence ne pourra accorder une autonomie à ses élèves qu'à la condition de dominer la matière enseignée. Cela nécessite en particulier *une réflexion sur la mathématique elle-même.* En effet, dans une perspective d'enseignement, l'acquisition des notions fondamentales de base est insuffisante : le maître ne doit pas être seulement quelqu'un qui sait calculer, bien résoudre des problèmes, qui sait reconnaître dans une situation telle ou telle structure, il doit être capable d'une réflexion sur la mathématique qu'il connaît, avoir pris conscience des relations que les structures mathématiques entretiennent entre elles : les différentes rubriques du programme ne doivent pas être perçues comme juxtaposées. Une telle réflexion permettra en particulier au maître, quelle que soit la classe dans laquelle il enseigne, d'avoir pleinement conscience de la place du jalon qu'il est en train de poser, elle pourra s'appliquer, par exemple, aux propriétés des structures construites sur $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, bien qu'elles ne figurent pas explicitement au programme.

3. Organisation de l'enseignement

L'Enseignement Supérieur doit assumer la responsabilité de la formation théorique.

Une coopération étroite doit exister entre le professeur de l'École Normale chargé de la formation professionnelle et le professeur de l'Enseignement Supérieur chargé de la formation théorique. En particulier, les professeurs d'École Normale devraient pouvoir participer aux cours faits à l'Université afin de pouvoir reprendre avec leurs élèves des applications des notions théoriques présentées et préparer leur insertion dans l'enseignement élémentaire.

De même, les responsables de l'Enseignement Supérieur devraient pouvoir assister — ou mieux participer à des classes ou à des équipes de travail de maîtres déjà en exercice.

4. Remarques sur le programme

Ce programme a été élaboré, compte tenu du fait de l'origine actuelle des élèves (Terminale A). Il est conçu comme une formation initiale permettant de tirer le parti le plus fructueux d'une formation continue ultérieure.

En particulier aucune place n'a été faite à une approche de la pensée informatique dont nous savons pourtant qu'elle est nécessaire à la formation des maîtres.

Il faut toutefois remarquer que la situation actuelle est transitoire : le nouveau programme des classes de deuxième cycle fournira dans trois ans des étudiants déjà bien familiarisés avec une partie non négligeable du programme proposé. Il faudra tenir compte de cet acquis sans quoi le programme proposé actuellement n'apparaîtrait pas comme apportant des notions nouvelles et perdrait une partie de son intérêt ; il sera donc nécessaire de revoir ce programme d'ici là :

1° afin de reprendre les rubriques actuelles et d'en modifier éventuellement le contenu ;

2° afin d'envisager l'introduction de rubriques nouvelles — telles que des notions d'informatique.

5. Programme de mathématique pour la formation initiale des maîtres de l'enseignement élémentaire

Le programme est rédigé pour 2 heures hebdomadaires d'enseignement assuré par l'Université et 1 heure et demie hebdomadaire d'enseignement assuré par l'École Normale pendant 2 ans de 32 semaines chacun.

Compte tenu des 24 semaines consacrées aux stages d'observation, au stage en situation et au stage à l'étranger, cela fait donc 3 heures hebdomadaires assurées par l'Université pendant les 40 semaines de présence effective des étudiants.

Le programme est rédigé de façon succincte de manière à ce que le responsable ait une grande liberté pour l'organisation de son enseignement. Afin d'obtenir une véritable formation, il sera nécessaire de ne pas se contenter d'un enseignement magistral. Le travail consistera à fournir les connaissances et des applications de celles-ci et à s'assurer que les connaissances sont effectivement acquises.

1. *Logique et ensembles finis*

Ensembles finis. Cardinaux. Parties d'un ensemble fini.

Relation. Relation d'équivalence ; ensemble quotient ; partition d'un ensemble fini.

Applications et dénombrements associés.

Connecteurs logiques ; opérations logiques et opérations sur les ensembles ; algèbre de Boole finie.

Notions sur l'utilisation des quantificateurs.

2. *Ordres*

Préordre.

Ordre partiel. Treillis.

Exemples d'ordres totaux.

3. *Algèbre*

Monoïde ; relation d'équivalence compatible ; monoïde quotient ; monoïde ordonné.

Groupe ; définition ; groupe opérant sur un ensemble ; groupes ordonnés ; groupes cycliques ; générateurs d'un groupe.

Exemples d'homomorphisme de groupes.

Anneaux ; anneaux d'opérateurs. Corps.

Analyse des structures de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$.

Systèmes de numération, anneau ordonné des nombres à virgule.

Divisibilité et congruences dans $\mathbb{Z}$.

4. *Algèbre linéaire*

Espace vectoriel de dimension finie. Base. Sous-espace.

Application linéaire, matrices, exemples de calcul sur les $n \times p$ matrices notamment pour $n \leqslant 3$ et $p \leqslant 3$.

Somme directe et projections.

Produit scalaire et norme associée.

Notion d'espace affine.

5. *Fonctions numériques*

Réflexion sur les propriétés fondamentales de $\mathbb{R}$ (la construction de $\mathbb{R}$ ne sera pas traitée).

Application linéaire.

Continuité et limites de fonctions numériques.

Exemples de fonctions numériques (notamment fonctions en escalier, fonctions affines par morceau).

6. *Mesure et Probabilités*

Mesure définie sur une famille de parties d'un ensemble ; additivité ; encadrement.

Dans les cas finis, algèbre des événements ; notion de probabilité.

6. Moyens à mettre en œuvre pour la formation initiale des maîtres

1° L'Enseignement Supérieur devant assumer la responsabilité de la formation théorique, il faut donc que soient créés des postes de maîtres-assistants en quantité suffisante pour que le travail correspondant constitue une partie du service normal du personnel qui l'assurera. Cela correspond à 1/2 service de maître-assistant par École Normale, soit 85 postes.

2° Le temps de travail consacré par le professeur d'École Normale à la mise au point d'une collaboration efficace entre l'École Normale et l'Université (participation au cours, élaboration d'exercices d'application des notions théoriques) doit faire partie du Service des professeurs d'École Normale : cela nécessiterait, dans les conditions actuelles, la création d'une quarantaine de postes de professeurs agrégés. Ce problème serait d'ailleurs en partie résolu si les classes de baccalauréat étant supprimées dans les Écoles Normales, tout le personnel enseignant de mathématique était affecté à la formation professionnelle de *tous* les futurs maîtres de l'enseignement du premier degré.

Formation permanente - Bibliographie

Après lecture du programme (1945 modifié 1969) et des commentaires qui l'accompagnent, bien des Collègues souhaiteront :

— bénéficier d'une information mathématique supplémentaire ;

— confronter leurs travaux ou leurs expériences à ceux d'autres Collègues engagés dans le même enseignement ;

— ajouter leurs propres commentaires à ceux qui sont publiés ci-dessus.

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (A.P.M.E.P.), ouverte à tous les maîtres qui enseignent « de la Maternelle aux facultés », leur propose, pour cela :

1° de prendre contact avec les Régionales de notre association dont ils trouveront la liste ci-dessous (3.1.). Certaines comportent des sections départementales ou locales ; il dépend de l'activité des membres que les sections soient plus nombreuses et leurs réunions plus utiles aux participants. Certaines organisent déjà des équipes de travail sous divers noms : clubs mathématiques, chantiers de pédagogie mathématique, etc. ou publient des bulletins.

2° de prendre contact avec les Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique (I.R.E.M.) là où ils existent, c'est-à-dire, en 1970, à Besançon, Bordeaux, Lyon, Marseille, Paris, Rennes, Strasbourg. Les I.R.E.M., qui ont leurs sièges dans les facultés des sciences de ces villes, ont pour but de coordonner la formation initiale des maîtres dans le domaine mathématique, d'assurer leur formation permanente, de diriger la recherche pédagogique dans l'enseignement mathématique, de publier des documents utiles aux maîtres et, en général, d'être les foyers de travail et de recherche pour le progrès de l'enseignement mathématique. Il dépend de l'action de l'A.P.M.E.P. et par conséquent de la pression de tous les maîtres que l'Éducation Nationale crée un I.R.E.M. au moins dans chaque académie.

3° de consulter et d'utiliser les ouvrages d'information spécialement édités à l'intention des maîtres par l'A.P.M.E.P. ou ses Régionales (cf. 3.2.).

3.1. Les Régionales de l'A.P.M.E.P.

Dans chaque académie, il existe une section régionale de l'A.P.M.E.P. qui organise diverses activités pédagogiques et qui s'organise elle-même librement. En particulier, il existe des sections départementales qui se constituent à l'intérieur de la Régionale à laquelle elles sont rattachées.

Les lecteurs de la brochure sont invités à prendre contact avec les animateurs de ces sections régionales ou départementales, voire locales. A la dispersion géographique de ses adhérents qui correspond à leurs fonctions, l'A.P.M.E.P. propose un remède : la constitution d'équipes de maîtres qui enseignent des mathématiques « de la Maternelle aux facultés », en dehors de toute hiérarchie administrative, pardessus les barrières artificielles des divers degrés d'enseignement. Elle propose à chacun et de conserver l'autonomie de son action et de sa réflexion, conditions indispensables d'un enseignement libéral et d'une éducation libératrice, et de coopérer au travail collectif sans lequel aucun ouvrage n'est plus possible à l'échelle de nos sociétés. Elle reprendrait donc volontiers à son compte la devise des coopérateurs : « tous pour un, un pour tous » pour le seul profit, ici, de l'enseignement mathématique et de la formation de la jeunesse.

***

Liste des sections régionales ou départementales

arrêtée au 31-12-69. Pour chaque section, nous donnons l'adresse d'un animateur à qui les Collègues s'adresseront pour avoir des informations supplémentaires sur l'activité de sa section. Entre crochets [ ], nous donnons les numéros des départements qui sont du ressort de la régionale. Entre doubles parenthèses (( )) le numéro de chèque postal quand il y a lieu.

— *Aix-Marseille* [04, 05, 13, 84] : M^lle^ MABILLY, 136, bd National, 13-Marseille (3^e^).

— *Amiens* [02, 60, 80] : M. DUCEUX, 44, rue Gustave-Charpentier, 80-Amiens. ((Lille 862-04)).

— *Besançon* [25, 39, 70, 90] : M. ROBBE, Les Prés Cautaux, 39-Salins. ((Dijon 2505 45 V)).

Section de Belfort : M. DAUTREVAUX, 41, rue du Château, 90-Essert.

— *Bordeaux* [24, 33, 40, 47, 64] : M. SEM Albert, 8, rue Bourbaki, 33-Le Bouscat. ((Bordeaux 3902 91)).

Section de Lot-et-Garonne : M. DE LATAULADE, Lycée de Villeneuve.

— *Brest* [22, 29] : M. STEPHAN, 29, rue de Glasgow, 29N-Brest. ((Rennes 2559 27)).

— *Caen* [14, 50, 61, 72] : M. LETERRIER, 34, av. du 6-Juin, 14-Caen. ((Rouen 1084 56 M)).

— *Clermont-Ferrand* [03, 15, 43, 63] : M. ALMERAS, 74, bd de l'Éclache, 63-Royat. ((Clermont 1569 75)).

— *Dijon* [21, 58, 71, 89] : M. VOGT, 26 *bis*, av. Victor-Hugo, 21-Dijon.

Section d'Auxerre : M REISZ, Lycée Amyot, 89-Auxerre.

Section de Chalon :

Section de Mâcon : M^me^ CHAUSSIER, 32, rue de la Liberté, 71-Mâcon.

Section de Nevers : M. LE JUNTER, Nevers.

— *Grenoble* [07, 26, 38, 73, 74] : M. KUNTZMANN, B.P. 7, 38-Saint-Martin-d'Hèress.

Section de Chambéry : M. COMPAIN, Lycée technique, 73-Chambéry.

Section de Vienne : M. CHARNAY, Lycée Ponsard, 38-Vienne.

Section d'Annecy : M. VIDIANI, B.P. 316, 74-Annecy.

— *Lille* [59, 62] : M. MAS, Lycée Faidherbe, rue A.-Carrel, 59-Lille. ((Lille 4242 55)).

Section du Pas-de-Calais : M. LAURENT, 15, rue Albert-1er, 62-Arras.

— *Limoges* [19, 23, 87] : M. CRUZ, 11, rue Lamartine, 87-Bellac. ((Limoges 177-66)).

— *Lyon* [01, 42, 69] : M. ANGUENOT, 103, rue Pasteur, 69-Caluire.

Section de Saint-Étienne : M. VERSET, rue H.-Dunant, 42-Saint-Chamond.

— *Montpellier* [11, 30, 34, 48, 66] : M. CALCINE, rue des Églantiers, 34-Montpellier.

— *Nantes* [44, 49, 85] : M. DES COGNETS, 11, rue du Gal-de-Sonis, 44-Nantes. ((Nantes 3118 23)).

— *Nancy* [54, 55, 88] : M. MERCIER, 48, rue Jacques-Gruber, 54-Nancy. ((Nancy 1394 64 S)).

— *Nice* [06, 20, 83] : M. ROUBAUDI, 31 A av. Frédéric-Mistral, 06-Nice.

Section du Var : Mme PAPAZIAN, Colle d'Artaud, 83-La Seyne.

— *Orléans* [18, 28, 36, 37, 41, 45] : M. JEANGIRARD, Lycée Pothier, 45-Orléans.

Section de Tours : M. BASTIEN, Lycée Descartes, 37-Tours.

Section de Montargis : M. KISTER, C.E.G. Pontonnière, 45-Chalette-sur-Loing.

— *Paris* [75, 77, 78, 91, 92, 93, 94, 95] : M. HAMEAU (Premier degré), 38, av. du Gal-de-Gaulle, 94-Vincennes. M. BLANZIN (C.E.G.), 150, av. Félix-Faure, Paris (15e). M. WALUSINSKI (Second degré), 26 Bérengère, 92-Saint-Cloud. ((Paris 25 108 63)).

— *Poitiers* [16, 17, 79, 86] : M. DEHAME, 22, av. de la Libération, 86-Poitiers. ((Bordeaux 38 52 59)).

— *Reims* [08, 10, 51, 52] : M. THIERUS, 51, rue David, 51-Reims. ((Châlons-sur-Marne 1262 80 L)).

— *Rennes* [35, 53, 56] : M. LE DILY, Lycée technique Joliot-Curie, 35-Rennes. ((Rennes 1707 29)).

Section du Morbihan : M. LAGRÉE, Mme COUTANT, Vannes.

— *Rouen* [27, 76] : Mme MÉTÉNIER, Faculté des Sciences, 76-Rouen.

Section du Havre : M. MAURIÈRES, I.D.E.N. à 76-Bolbec.

— *Strasbourg* [57, 67, 68] : M. DE COINTET, 62, rue Dieweg, 67-Sélestat. ((Strasbourg 1538 47 K)).

Section de Moselle : M. SCHNEIDER, 54 *bis*, rue de Teulen, 57-Metz.

Section du Haut-Rhin (en cours de formation).

— *Toulouse* [09, 12, 31, 32, 46, 65, 81, 82] : M. FRAISSE, 8, rue des Glycines, 31-Toulouse. ((Toulouse 2035 51)).

Le Comité national de l'A.P.M.E.P.

Organisme élu par l'ensemble des adhérents et qui a la responsabilité de l'action de l'A.P.M.E.P. dans l'intervalle des assemblées générales. Celles-ci ont lieu annuellement, au printemps le plus souvent ; chaque assemblée renouvelle par quart le Comité dont l'effectif a été porté à 40 membres (vote de juin 1969).

Le Comité se réunit trois fois par an. Il élit le Bureau national à qui il délègue ses pouvoirs de façon permanente. La composition du Bureau et des commissions est rappelée sur la page 2 de la couverture de la Brochure.

Les Régionales peuvent se faire représenter aux réunions du Comité par un membre de l'association non membre du Comité et alors avec voix consultative.

Sortants en 1970 : MM. D. Bernard (*Faculté des Sciences*, Strasbourg), Blanzin (*C.E.G.*, Paris) ; Chevallier (*Marcellin-Berthelot*, St-Maur) ; Clopeau (*Lakanal*, Sceaux) ; Mlle Deroo (*Racine*, Paris) ; MM. Duceux (*Lycée mixte*, Amiens) ; Gauthier (*Ampère*, Lyon) ; Jacquemier (*Inspecteur départemental*, Grenoble) ; Mme Touyarot (*École Normale*, Caen).

Sortants en 1971 : Mlle Biard (*E.N.S.*, Fontenay), MM. Brousseau (*Instituteur*, Bordeaux) ; Crozes (*Henri-IV*, Paris) ; Dumont (*Lycée international*, Saint-Germain-en-Laye) ; Duvert (*La Martinière*, Lyon) ; P.-L. Hennequin (*Faculté des Sciences*, Clermont) ; Mlle Lichau (*Institutrice*, Calvados) ; M. Ramis (Spéciales, *Louis-le-Grand*, Paris) ; M. Vissio (*Lakanal*, Sceaux).

Sortants en 1972 : Mme Audin (*École Normale d'Instituteurs*, Paris) ; M. J. Colomb (*Lycée A.-Charial*, Lyon) ; M. Crépin (*I.D.E.N.*, Limoges) ; M. Dehame (*Math. Sup. Lycée*, Poitiers) ; M. Fauquette (*C.E.G.*, Lens) ; M. Gouret (*Math. Sup. Lycée La Martinière*, Lyon) ; M. Klein (*Faculté des Sciences*, Grenoble) ; M. Roumanet (*Lycée Rodin et I.P.N.*, Paris) ; M. Revuz (*Faculté des Sciences*, Paris).

Sortants en 1973 : M. Bernard (*Mignet*, Aix-en-Provence), Mlle Bolon (*R.T.S.*), Mlle Bornens (*C.E.S.* de Montrouge), M. Bouteiller (*Lycée* de Brive), M. Frasnay (*Faculté des Sciences*, Toulouse), M. Glaymann (*I.R.E.M.* de Lyon), M. Taralle (*I.U.T.*, La Rochelle), Mlle Vertu (*Institutrice*, Paris), M. Zandstein (*Lycée technique*, Paris).

Membres de droit : Mlle Brénéol (*Claude-Monet*, Paris) ; MM. Camy-Peyret (*Lycée technique*, Creil) ; Reichen (*Lavoisier*, Paris).

Section de l'A.P.M.E.P. organisées à l'extérieur du territoire métropolitain

Les Collègues ou lecteurs résidant dans les pays indiqués ci-dessous sont invités à prendre contact avec les animateurs dont nous donnons les adresses.

Allemagne Fédérale : M. G. Touyet, S.P. 69.037 F.F.A.

Côte d'Ivoire : M. Maxime Durany, B.P. 8429, Abidjan, Côte d'Ivoire. s'agit de l'Association Ivoirienne, qui travaille en liaison étroite avec l'A.P.M.E.P.) Section locale à Bouaké.

Sénégal : M. Seyni Niang, Lycée Van Valenhoven, Dakar.

Laos : M. P. M. Gagneux, S.P. 50 056 C, Vientiane.

Tunisie : M. Antoine Valenza, Lycée Carnot, Tunis.

Syrie : M. Yves Duverger, Centre de Documentation pédagogique, Damas. République Arabe Syrienne.

Liban : M. Maumus, Centre d'études mathématiques, Beyrouth, Liban.

Cambodge : M. Guyot, Conseiller pédagogique, ambassade de France Pnom-Penh, Cambodge.

3.2. Ouvrages pour l'information des maîtres

Nous nous limitons, ci-dessous, aux ouvrages rédigés en général par des équipes de Collègues et qui sont édités ou diffusés par l'A.P.M.E.P. à l'intention spéciale des maîtres. Aucun de ces ouvrages ne se trouve en librairie ; pour se les procurer, les Collègues sont priés de se conformer exactement aux instructions suivantes (ces contraintes ont pour avantage compensatoire de permettre une vente à des tarifs avantageux).

ÉDITIONS DE L'A.P.M.E.P. : pour se les procurer, envoyer les trois volets d'un virement postal au compte de l'A.P.M.E.P., Paris 5708-21 sous enveloppe timbrée, en précisant bien les ouvrages commandés, à M. André Blondel, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

La Mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire sur fiches par la Commission du Dictionnaire de l'A.P.M.E.P. (prix 25 F).

Millésime 1968. Notices supplémentaires publiées en 1968 (prix 4 F).

Édition 1968, réunion des deux précédentes : prix 27 F.

Charte de Chambéry : les perspectives de la réforme, 32 p., prix 2 F.

Bulletin de l'A.P.M.E.P. servi aux adhérents de l'A.P.M.E.P. (cotisation annuelle 22 F), six numéros par année civile (environ 500 pages). Demander un bulletin d'adhésion.

La mathématique en Sixième par ceux qui l'enseignent, un numéro spécial du *Bulletin,* 288 p., prix 8 F.

ÉDITIONS DE LA RÉGIONALE PARISIENNE DE L'A.P.M.E.P. : même procédure pour se procurer les ouvrages mais virements au compte de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P., Paris 25 108 63.

Initiation à la mathématique de base, par Jean Sauvy et ses camarades du Chantier Balard, un volume de 216 p. avec exercices corrigés, prix 10 F.

Chantiers de Pédagogie Mathématique, bulletin de la Régionale Parisienne, spécialement orienté vers la formation permanente des maîtres ; six cahiers de 32 p. d'octobre 69 à mai 70 ; prix 10 F.

L'A.P.M.E.P. participe en outre à la diffusion de : *Apprentissage mathématique,* par Évariste Dupont, un volume cartonné de 248 p., prix 15 F.

Printed in France *Le Directeur de la publication :* G. WALUSINSKI

FD - Imp. Alençonnaise, B. P. 57, 61-Alençon - Dépôt légal 1970 : 8.980 - C.P.P.P. 35.996

Attention! Maîtres polyvalents, instituteurs, professeurs de C.E.G. ou de C.E.S.,

voici une information qui vous concerne :

A partir de 1970, vous avez la possibilité d'adhérer simultanément

— *à l'*A.P.B.G., *Association des Professeurs de Biologie et de Géologie*,

— *et à l'*A.P.M.E.P., *Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.*

*
* *

Montant de la cotisation (année civile 1970) : 35 F.
(au lieu de : A.P.B.G. seule 30 F, A.P.M.E.P. seule 22 F).

*
* *

Renseignements sur ces nouvelles conditions, écrivez (en joignant une enveloppe timbrée à votre adresse) à M. Claude BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris-15e (tél. :250-16-41).

Versements relatifs à ces adhésions par virement postal à l'ordre de 96-APBG-MATH
PA-Source 31-401-45

Remarques : 1. *Ne peuvent bénéficier de ces conditions spéciales d'adhésion que les maîtres polyvalents.*

2. *Provisoirement, toute* nouvelle *adhésion peut être inscrite sans fiche spéciale mais il est indispensable de communiquer au responsable dont l'adresse est indiquée ci-dessus : a) nom et prénom du souscripteur, b) adresse où doivent être expédiés les bulletins, c) le lieu d'exercice de la fonction.*

3. *Pour 1970 uniquement et pour des raisons d'organisation, les actuels adhérents de l'A.P.B.G. ou de l'A.P.M.E.P. ne peuvent bénéficier de ces nouvelles conditions.*

Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public.
29, rue d'Ulm - Paris (5e)

Président d'Honneur:
M. A. HENNEQUIN.

Bureau national de l'A.P.M.E.P.

Présidente :
Mme TOUYAROT, 5, rue des Terrasses, 14-Caen (tél. 31-81-70-40).

Vice-Présidents :
Adresser aux vice-présidents les questions relatives à l'ordre d'enseignement dans lequel ils exercent.

Enseignement élémentaire: M. CRÉPIN, I.D.E.N., 94, avenue de Locarno, 87-Limoges. (tél. 55 32 53 95).
Second degré, premier cycle: M. DUMONT, 6, place Porcaro, 78-Saint-Germain-en-Laye (tél. 963-46-01).
Second degré, second cycle: M. COLOMB, 44, rue Paul-Huvelin, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon.
Second degré technique: M. ZANDSTEIN.
Écoles Normales: Mme AUDIN, 3, avenue Pierre-Grenier, 92-Boulogne-Billancourt.
Classes préparatoires aux Grandes Écoles: M. DEHAME, 22, avenue de la Libération, 86-Poitiers.
Enseignement supérieur: M. REVUZ, 16, rue de Rome, 78-Les Essarts-le-Roi (tél. 483-60-55). I.R.E.M. : DUVERT, 10, avenue du Point-du-Jour, 69-Lyon (5e).

Secrétaires généraux :
M. VISSIO, 15, rue Jean-Giraudoux, 92-Sceaux (tél. 350-18-98).
M. BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris (15e) (tél. 250-16-41).

Secrétaires :
Animation des Régionales: M. GAUTHIER, 11, bd des Brotteaux, 69-Lyon, 6e (tél. 78-24-00-93).
Relations internationales: M. GLAYMANN, 14, rue de Chavril, 69-Sainte-Foy-lès-Lyon (tél. 78-51-93-76).
Relations avec les autres associations: M. BLANZIN, 150, avenue Félix-Faure, Paris, 15e (tél. 250-16-41). M. VISSIO. Mlle BOLON, 99, rue de la Tombe-Issoire, Paris 14e.

Trésorier :
M. CLOPEAU, 12, boulevard Desgranges, 92-Sceaux (tél. 702-60-27).

Trésorier administratif :
M. FERRACCI, 151 avenue Foch 92-Saint-Cloud.

Secrétaire administratif (expédition des brochures, réclamations relatives au service du *Bulletin*, etc.) :
M. A. BLONDEL, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

Commissions.
Commission « Recherche et Réforme »: secrétaire : M. DUCEUX, 44, rue Gustave-Charpentier, 80-Amiens.
Formation des maîtres: MM. DEHAME, DUVERT, TARALLE.
1er degré: MM. CRÉPIN, BROUSSEAU, JACQUEMIER.
2e degré: MM. COLOMB, DUMONT.
Technique: M. ZANDSTEIN.
Moyens audio-visuels: Mlle BOLON.
Informatique: M. POLY, 16, rue Germain-Pilon, Paris-18e (tél. 255-31-30).
Commission du Dictionnaire: M. CHASTENET DE GÉRY, 4, rue des Capucins, 92-Meudon-Bellevue (tél. 027-48-48). M. CHEVALLIER, 37, avenue Anatole-France, 94-Saint-Maur (tél. 883-64-68).

Comité de rédaction du Bulletin.
Président: Mme TOUYAROT.
Directeur du Bulletin: M. VISSIO.
Membres: MM. CHEVALLIER, DUCEUX, DUMONT, FRASNAY, GILBERT, GLAYMANN, ITARD JACQUEMIER, ROUMANET, WALUSINSKI.