Le calcul figuré de l'ancien âge babylonien et de la Chine des Han

Olivier Keller

Exposé à l'Université Ouverte de Lyon (janvier 2009)

présenté en trois fichiers.

SOMMAIRE

-I-
Contexte babylonien

L'ancien âge babylonien, ou époque paléo-babylonienne, n'est évidemment pas choisi par hasard. De courte durée à l'échelle historique (-1760 à -1595), la période fut néanmoins extrêmement riche en créations intellectuelles, mathématiques notamment : le corpus que nous allons présenter date tout entier de ce moment-là, et il n'eut aucune postérité avant la période dite Séleucide (à partir de -304), de Seleucos Nicator, personnage à qui échut l'Asie Mineure après le partage sanglant de l'empire d'Alexandre le Grand, tandis que l'Egypte tombait aux mains des Ptolémées.

Chronologie des évènements régionaux :

- à partir de -9000 : naissance de l'architecture, de la céramique et des premières agglomérations. Voir le deuxième exposé de ce cycle.

- à partir de la fin du quatrième millénaire, naissance de véritables **villes** parmi lesquelles Uruk, qui a donné son nom à cette période. C'est d'Uruk que proviennent les plus anciennes tablettes d'argile (au nombre de 5000 !) avec une véritable **écriture** (vers -3200), donc contemporaine de la plus ancienne écriture égyptienne reconnue à Abydos. Le phénomène se répand à l'est vers l'Iran, à l'ouest vers la Syrie et à partir du troisième millénaire, apparaissent des sortes de principautés, ou "cités-états" fameuses : Mari, Terqa, Ebla, Ur, Nippur, Lagash, Suse entre autres.

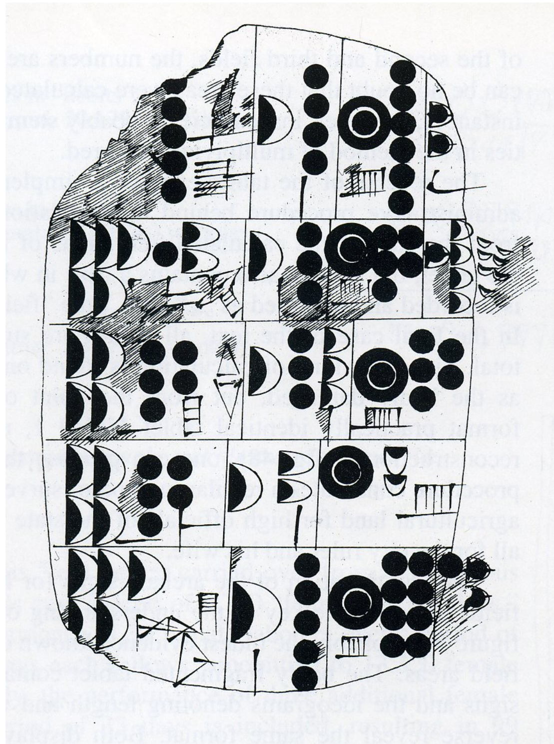
- au cours du troisième millénaire, **passage de l'écriture archaïque à l'écriture cunéiforme**.

- fin du troisième millénaire : empire d'Agadé ou Akkad (-2300 à -2100 environ) dirigé par Sargon et qui s'étend du golfe à la méditerranée ; les cités dominées se révoltent, l'empire disparaît et une autre dynastie, dite d'Ur III (-2100 à -2000), crée un empire moins étendu que le précédent mais incluant tout de même une grande partie de la Mésopotamie et l'Elam (en Iran actuel). Pendant tout ce temps, l'écrit s'est considérablement développé sur des milliers de **tablettes administratives, contractuelles, littéraires et autres** ; **apparition du système sexagésimal de position**. Des tombes royales gigantesques sont connues, dont les fameuses tombes royales d'Ur (vers -2500), qui ont révélé que rois et reines se faisaient accompagner dans l'au-delà par des dizaines de familiers, musiciens, soldats, tous sacrifiés à cette occasion. C'est aussi l'époque de la construction des célèbres **ziggurats** (étymologie "la pointe", ou "construire en hauteur"), superposition de terrasses de taille décroissante. L'empire d'Ur III est vaincu par la révolte des Elamites en -2004.

- début du deuxième millénaire : de nouvelles populations, dites Amorites, s'installent en Mésopotamie et fondent des royaumes rivaux : celui de Babylone, dirigé par Hammurabi de -1792 à -1750, vainc ses rivaux et finit par contrôler toute la Mésopotamie jusque vers -1600. Nous voici parvenus à notre ancien âge babylonien ; il fut relativement éphémère, mais de -1600 à -1000, "Babylone reste la capitale intellectuelle du pays, et continue d'en répandre partout œuvres et trouvailles" (Bottéro).

-II-
Antécédents

Le tracé, l'arpentage, la mesure et la comptabilité sont évidemment une part essentielle de l'activité scribale dès que celle-ci apparaît, sans doute en même temps que les premières cités-états du troisième millénaire. Les premiers témoignages écrits remontent à l'époque d'Uruk, à la fin du quatrième millénaire, avec des tablettes comptables et des calculs d'aires de rectangles ; dans cette écriture achaïque, le pictogramme de la longueur est un trait horizontal, celui de la largeur un trait vertical, celui de l'aire quelques (cinq en général) traits verticaux encadrés par deux traits horizontaux.



Tablette de mesures de cinq champs. (Nissen, 1993)
Ecriture archaïque. Mésopotamie du nord, vers -3000.
Colonne de gauche : longueur, désignée par un trait horizontal.
Colonne du milieu : largeur, désignée par un trait vertical ;
Colonne de droite : aire, désignée par cinq ou six traits verticaux et deux traits horizontaux.

La notation des nombres, très compliquée (le système sexagésimal de position n'apparaît qu'à la fin du troisième millénaire), conduit à des erreurs de calcul. Si l'on en croit des tablettes datées de -2600, les quadrilatères semblent être divisés en deux catégories : ceux qui ont deux "longueurs égales" et deux "largeurs égales", auquel cas leur aire est le produit de la longueur par la largeur ; les autres ont des longueurs ou des largeurs inégales, et dans ce cas on fait le produit de la moyenne arithmétique des premières par la moyenne arithmétique des secondes, formule répandue un peu partout dans le monde à des époques très variées. Lorsqu'il s'agit de terrains réels aux contours quelconques, les mesures ne se font pas du tout, comme on aurait pu l'imaginer, au moyen de quadrillages réguliers ; les arpenteurs commencent au contraire par y relever les plus grands rectangles possibles inscriptibles dans le contour, et ce qui reste sur les bords est assimilé à des triangles rectangles ou à des trapèzes.

Dans le domaine arithmétique, on a des tablettes d'exercices de divisions vers -2600, ainsi que des tables de carrés ; à l'époque d'Ur III, un pas décisif est franchi avec l'invention du système sexagésimal de position.

Le caractère pratique de cette documentation est frappant ; rien n'annonce, semble-t-il, les spéculations du calcul figuré typiques des mathématiques de l'ancien âge babylonien. On peut dire que le décor est planté, puisque le calcul figuré s'exprimera en longueur, largeur, rectangle, carré etc., mais le scénario n'existe pas encore.

-III-
Exemples de problèmes du second degré résolus par des figurations

Les tablettes mathématiques babyloniennes sont de plusieurs types :
- tables de calcul (multiplication, carrés, inverses etc.)
- tables de “coefficients” géométriques (aire du cercle, aires de polygones, hauteur d’un triangle équilatéral, paramètres de figures plus compliquées)
- listes de problèmes avec solutions, listes de problèmes sans solution
- certaines tablettes ne comportent qu’une ou deux figures avec des indications de longueurs, comme par exemple un carré et ses diagonales avec la fameuse approximation 1 24′ 51″ 10‴ pour notre $\sqrt{2}$.

Nous nous intéresserons aux tablettes de problèmes qui sont en grande partie des problèmes « du second degré » ; **ils sont remarquables parce qu’ils représentent une pure spéculation (pas d’application pratique repérée), et parce qu’ils sont résolus comme si les scribes appliquaient nos formules algébriques bien connues à une époque où il ne pouvait en être question. Mon hypothèse est qu’il s’agissait de *calcul figuré*, c’est-à-dire de calculs guidés par des décompositions et recompositions de figures planes**. Arguments :
- une tablette (TMS 9, voir plus loin fichier 2) s’y réfère explicitement. C’est la seule à ma connaissance, il est vrai !
- la figuration des calculs rend compte simplement de tous les problèmes.
- le calcul figuré est explicite dans d’autres corpus de contenu comparable : Chine antique (voir §VI), tous débuts de l’algèbre arabe.
- il existe des arguments de type linguistique (Høyrup 2002)

La notation des nombres est sexagésimale, et nous la transcrirons de la façon habituelle. Par exemple, 30’ signifie ½, 45’ signifie ¾, 1 signifie 1, 21` 40 signifie 21×60+40.

Nous donnons chaque fois un tableau comprenant une traduction du problème avec en face une explication en langage actuel, puis une figure qui permet de comprendre la suite des opérations indiquées par le scribe.

Tablette BM 13901 (British Museum)

BM 13901 problème n°1

Texte	Explication
J'ai additionné la surface et le côté de mon carré : 45´.	Equation $x^2+x = 45'$. Il faut comprendre : j'ai additionné un carré de côté x et un rectangle de côtés 1 et x. Le calcul suit le **schéma 1**, figuration de notre identité $x^2+ax=\left(x+\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}$, avec a = 1 :
Tu poseras 1, l'unité. Tu fractionneras en deux 1 : 30´. Tu croiseras 30´ et 30´ : 15´. Tu ajouteras 15´ à 45´ : 1. C'est le carré de 1.	Diviser en deux la largeur 1 du rectangle (1×x) : 30´. Multiplier 30' et 30'. Si au rectangle x×(x+1), préalablement transformé en « gnomon », différence des carrés de côtés respectifs (x+1/2) et ½, on ajoute "au coin" un carré de côté 30´, on obtient un carré d'aire 45´+30´×30´ = 1 et de côté x+30´.
Tu soustrairas 30´, que tu as croisé, de 1 : 30´, le côté du carré.	Donc x+30′ = √1 = 1, d'où x = 1-30′ = 30′.

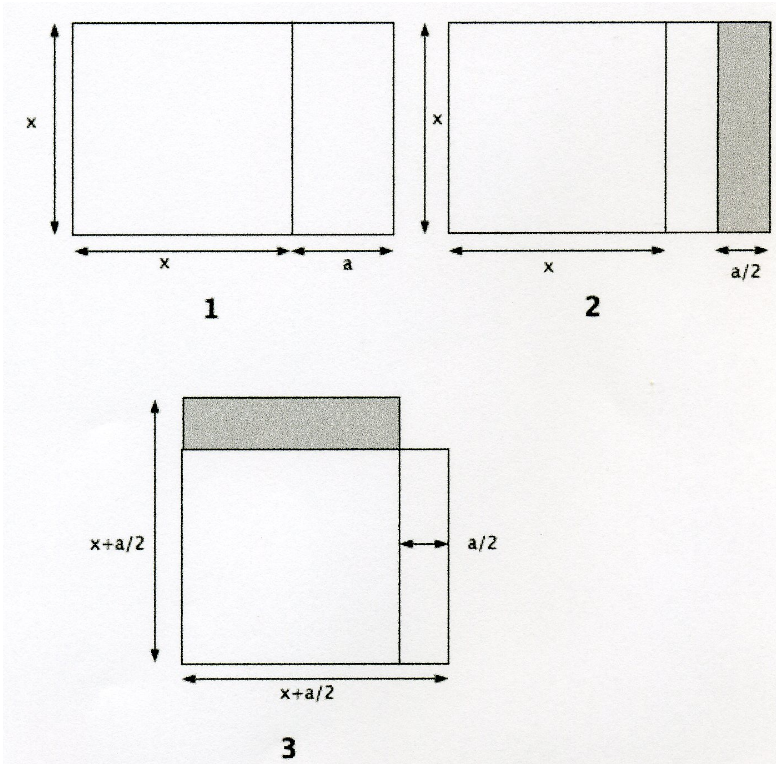


Schéma 1. Identité x^2+ax = $(x+\frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4}$, par transformation du rectangle de côtés x et x+a en un gnomon, différence des carrés de côtés respectifs x+ $\frac{a}{2}$ et $\frac{a}{2}$. Il suffit pour cela de déplacer le rectangle grisé de côtés x et $\frac{a}{2}$.

BM 13901problème n°2 :

Texte	Explication
J'ai soustrait de la surface le côté de mon carré : 14\` 30.	Equation x^2-x = 14\` 30. Il faut comprendre : j'ai soustrait un rectangle de côtés 1 et x d'un carré de côté x. Cela donne un rectangle x×(x-1). La résolution suit le **schéma 2**, figuration de notre identité $x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$.
Tu poseras 1, l'unité. Tu fractionneras en deux 1 : 30´.	On divise en deux la largeur 1 du rectangle 1×(x-1) : 30´.
Tu croiseras 30´ et 30´ : 15´. Tu ajouteras à 14\` 30 : 14\` 30 15´.	Si au rectangle x×(x-1), préalablement transformé en gnomon, on ajoute "au coin" un carré de côté 30´, on obtient un carré d'aire 14\` 30+30´×30´ = 14\` 30 15´ et de côté x-30´.
C'est le carré de 29 30´.Tu ajouteras 30´, que tu as croisé, à 29 30´ : 30, le côté du carré.	Donc x-30′ = √(14\` 30 15′) = 29 30′ (lu dans une table). D'où x = 29 30′+30′ = 30

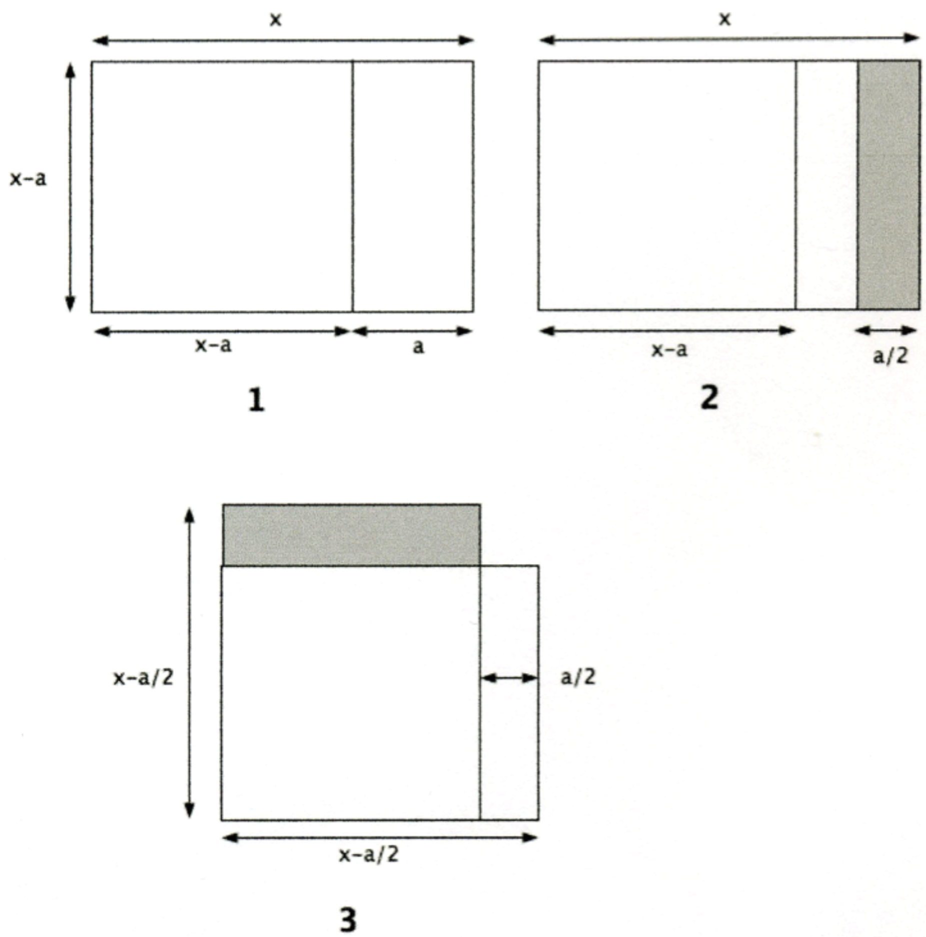


Schéma 2. Identité x^2-ax = $(x-\frac{a}{2})^2-\frac{a^2}{4}$, par transformation du rectangle de côtés x et x-a en un gnomon, différence des carrés de côtés respectifs x-$\frac{a}{2}$ et $\frac{a}{2}$. Il suffit pour cela de déplacer le rectangle grisé de côtés x-a et $\frac{a}{2}$.

BM 13901 problème n° 9

Texte	Explication
J'ai additionné la surface de mes deux carrés : 21` 40. Le côté de l'un excède le côté de l'autre de 10.	Equation (x^2+y^2 = 21` 40 ; x-y = 10). La résolution suit le **schéma 3**, figuration de notre identité $\frac{x^2+y^2}{2}=\left(\frac{x-y}{2}\right)^2+\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$.
Tu fractionneras en deux 21` 40 : tu inscriras 10` 50. Tu fractionneras en deux 10 : 5. Tu croiseras 5 et 5 : 25.	$\frac{x^2+y^2}{2}$ = 10` 50 ; $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = 25$
Tu soustrairas de 10` 50 : 10` 25. C'est le carré de 25. Tu inscriras 25 deux fois.	$\frac{x^2+y^2}{2}-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$ = 10` 25 = $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$, donc $\frac{x+y}{2} = 25$.
Tu ajouteras 5, que tu as croisé, au premier 25 : 30, le côté du premier carré. Tu soustrairas 5 du second 25 : 20, le côté du second carré.	On connaît maintenant la demi-somme et la demi-différence des côtés, on en déduit les côtés : demi-somme+demi-différence = le plus grand, demi-somme – demi-différence = le plus petit.

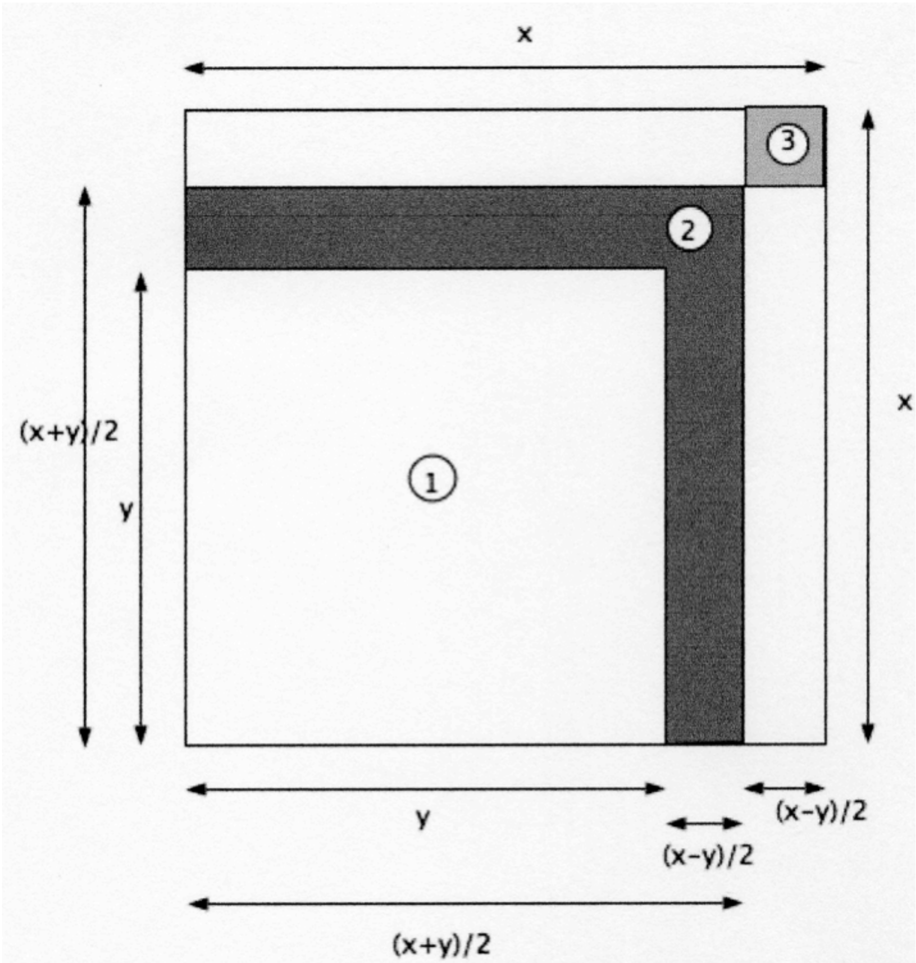


Schéma 3. Identité $\frac{x^2+y^2}{2} = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$. La partie grisée ② + ③ est la demi-différence entre les carrés x^2 et y^2. Donc ① + ② + ③, égal au petit carré (y^2) plus la demi-différence entre le petit et le grand carré, est aussi égal à la demi-somme de ces deux carrés $\frac{x^2+y^2}{2}$. Comme d'autre part, ① + ② = $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2$ et ③ = $\left(\frac{x-y}{2}\right)^2$, on a bien l'identité annoncée.

Le calcul figuré de l'ancien âge babylonien et de la Chine des Han

Olivier Keller

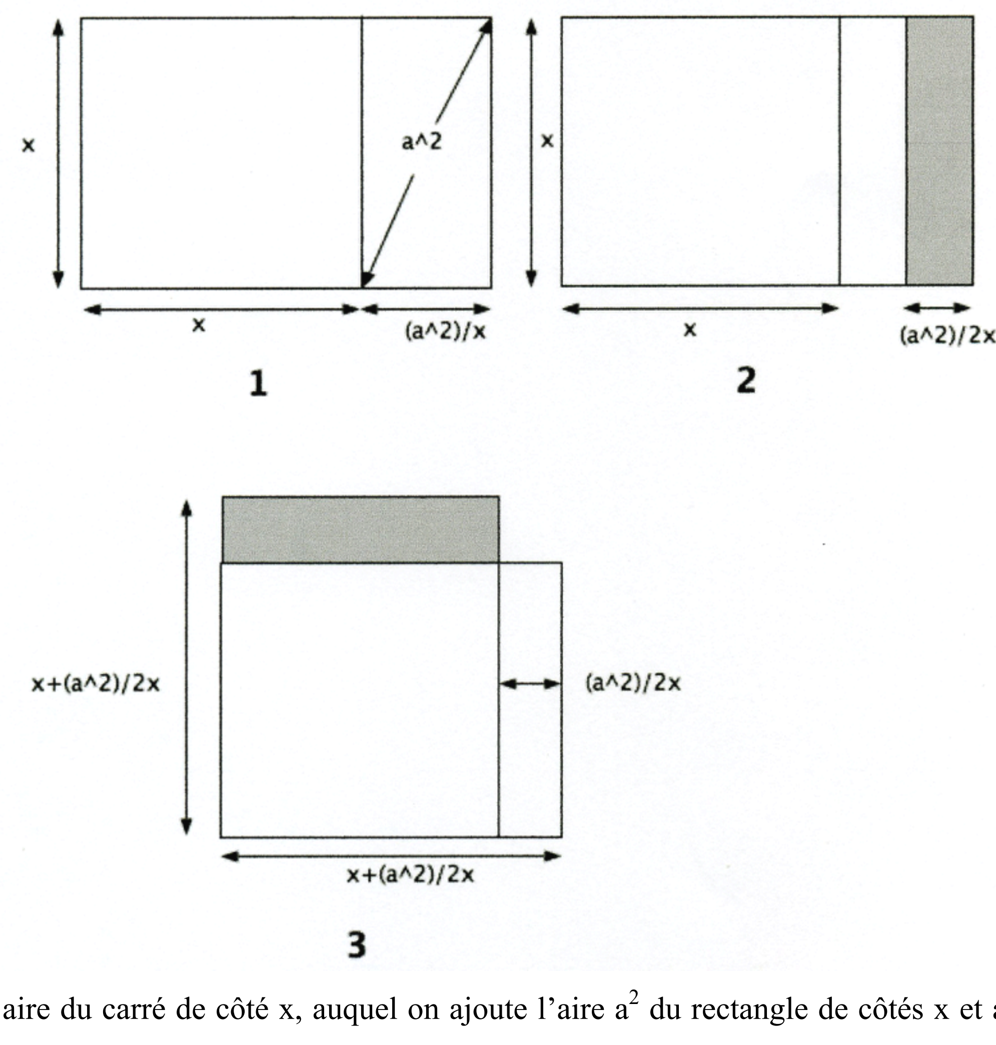
Exposé à l'Université Ouverte de Lyon (janvier 2009)

présenté en trois fichiers.

Fichier 2 : figuration d'une formule babylonienne et figuration explicite (Tablette TMS 9

-IV-

Figuration de la formule babylonienne $\sqrt{x^2 + a^2} \approx x + \frac{a^2}{2x}$



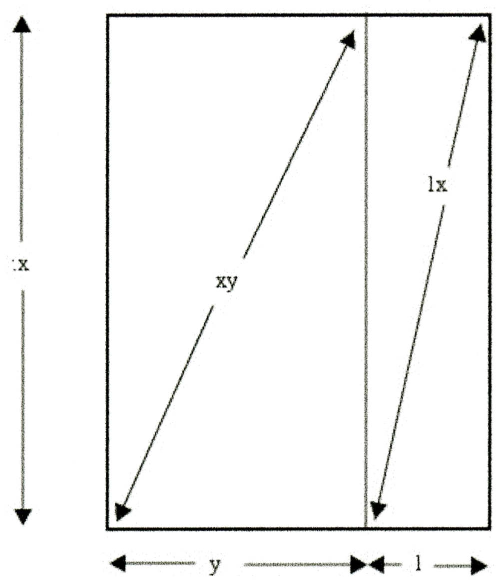
x^2 est l'aire du carré de côté x, auquel on ajoute l'aire a^2 du rectangle de côtés x et a^2/x. Si a est petit par rapport à x, on voit que le rectangle d'aire $x^2 + a^2$ est approximativement égal au carré de côté $x + \dfrac{a^2}{2x}$. Cela revient à dire que $\sqrt{x^2 + a^2} \approx x + \dfrac{a^2}{2x}$.

-V-

Un calcul figuré explicite

Tablette TMS 9 (Textes mathématiques de Suse)

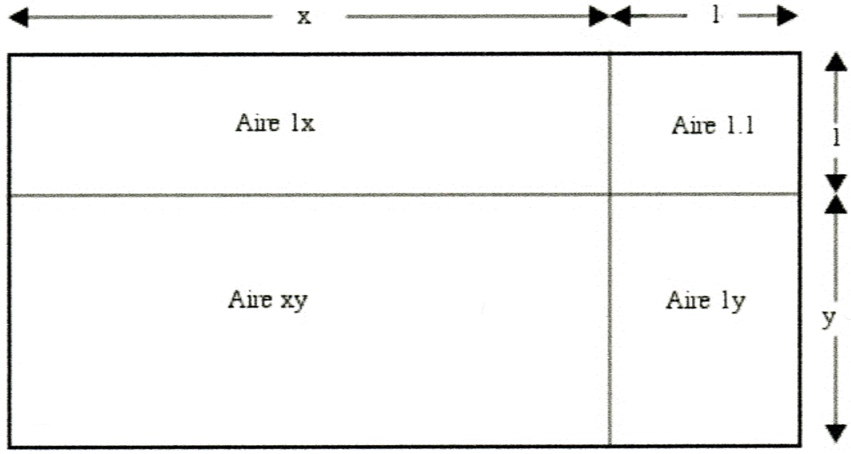
Partie 1 : Le texte dit : “J’ai additionné la surface et une fois la longueur, c’est 40´. Parce qu’on ajoute une fois la longueur à la surface 10´, on ajoute 1 comme nombre fixe à 20´ la largeur : 1 20´”. Le texte dit donc clairement qu’ajouter une surface xy et une longueur x, c’est en réalité ajouter un rectangle xy et un autre rectangle de côtés 1 et x, pour obtenir en fin de compte un rectangle de côtés x et y+1 suivant le schéma :



Ajouter « la surface », c’est-à-dire xy, et « la longueur », c’est à dire x, revient à « ajouter 1 à la largeur ».

Partie 2 : le texte est très mutilé, mais il est aisément reconstituable parce que les termes qui restent se retrouvent dans la partie 3 qui est en meilleur état. En substance : la surface, la longueur et la largeur, cela fait 1. Ajoute 1 à la longueur et à la largeur ; puisque tu as ajouté 1 à la longueur et à la largeur, multiplie 1 par lui-même, cela fait 1. Ajoute 1 à la somme de la surface, de la longueur et de la largeur, cela fait 2.

On voit qu'il s'agit ici de constater en termes de rectangles que (xy+x+y)+1 = (x+1)(y+1), suivant le schéma :



Le calcul figuré de l'ancien âge babylonien et de la Chine des Han

Olivier Keller

Exposé à l'Université Ouverte de Lyon (janvier 2009)

présenté en trois fichiers

Fichier 3 : Chine des Han (-206 à 220)

Le théorème base-hauteur et exercices d'application

Source : *Jiuzhang suanshu* (Procédures mathématiques en neuf chapitres) avec les commentaires de Liu Hui (3e siècle de notre ère). Les premiers textes mathématiques chinois datent de la dynastie des Han, qui succède au premier véritable empereur de Chine, le célèbre Ying Zheng de laa dynastie Qin, dont on a découvert la tombe fastueuse en 1974. Avant lui, du 5e au 3e siècles avant notre ère, la Chine a connu la période des dite des Royaumes Combattants, exceptionnellement riche sur le plan intellectuel, avec la floraison des « cent écoles ». Ce fut le temps, entre autres, de Kongzi (Confucius), de Mozi, des taoïstes Laozi (Lao tseu) et Zhuangzi (Tchouang tseu), et du confucéen Mengzi (Mencius).

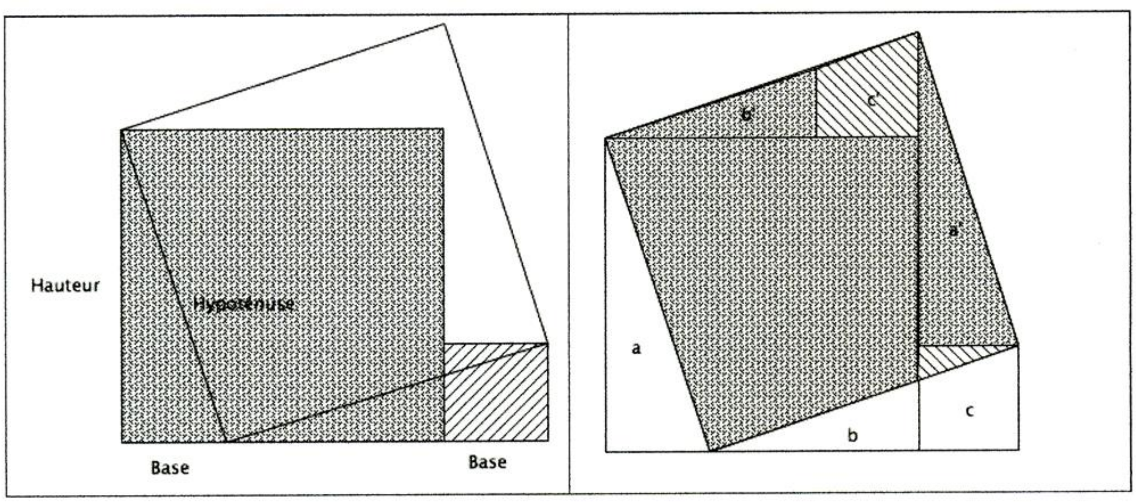
Les *Neuf chapitres*, sont *le* grand classique des mathématiques en Chine, maintes fois commenté, texte « sacré » même au delà du 17e siècle, époque des premiers contacts avec les mathématiques européennes. Nous nous intéresserons au dernier des *Neuf chapitres*, intitulé *Gou Gu*, ce qui signifie *base hauteur*. Le texte propose une série de problèmes à résoudre à l'aide du théorème de l'hypoténuse, et donne pour chacun d'entre eux l'algorithme de résolution mais sans aucune espèce de justification, comme dans les tablettes babyloniennes ; dans son commentaire, en revanche, Liu Hui justifie explicitement chaque algorithme par des figurations. **Avec le chapitre *Gou Gu*, nous avons donc un ensemble de problèmes que nous résoudrions comme des équations du second degré, et dont nous sommes sûrs, grâce à Liu Hui, qu'ils furent résolus au moyen de calculs figurés.**

Le théorème de la base-hauteur est énoncé ainsi dans les *Neuf chapitres* :

> « Base et hauteur étant multipliées par elles-mêmes, on somme et on divise ceci par extraction de la racine carrée, ce qui donne l'hypoténuse ».

et Liu Hui ajoute, dans son commentaire :

> "La base multipliée par elle-même fait un carré vermillon, la hauteur multipliée par elle-même un carré bleu-vert, et l'on fait en sorte que ce qui sort et ce qui rentre se compensent l'un l'autre, et que chacun se conforme à sa catégorie ; alors, sur la base du fait que l'on garde ceux qui restent sans les bouger, on engendre par réunion l'aire du carré de l'hypoténuse."



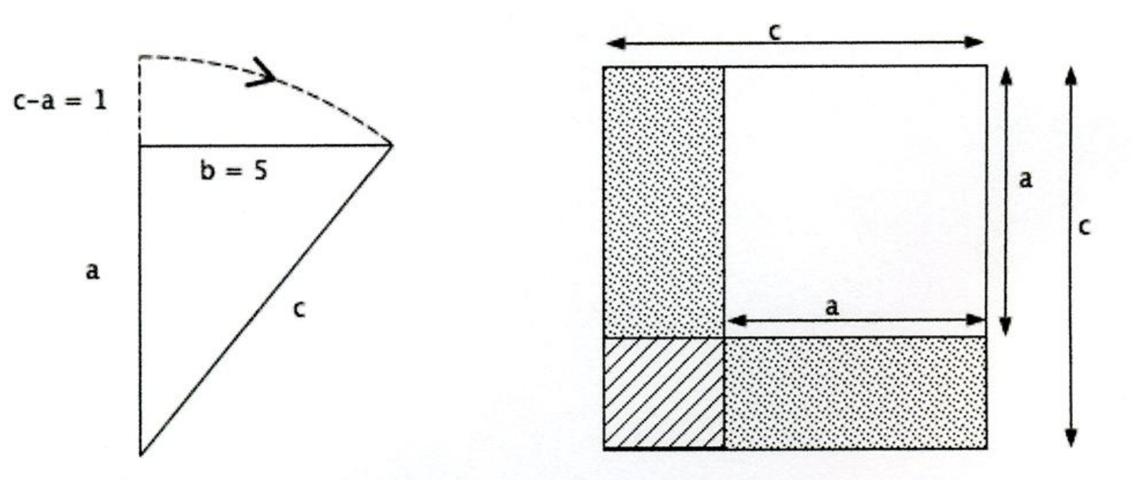
Hachuré : carré de la base, vermillon.
Grisé : carré de la hauteur, bleu vert.

On fait « rentrer » « ce qui sort » : a passe en a', b en b' et c en c'.

On notera que, comme dans les autres civilisations anciennes, il n'est jamais énoncé (et encore moins démontré) de réciproque (c-à-d : si carré d'un côté plus carré d'un autre côté égale carré du troisième côté, alors les deux premiers côtés sont perpendiculaires) ; la réciproque est utilisée en Inde védique, mais c'est le seul cas à ma connaissance.

Problème 9-6 : "Supposons que l'on ait un étang carré de 1 *zhang* de côté, au centre duquel pousse un roseau qui dépasse de 1 *chi* le niveau de l'eau. Quand on tire le roseau vers la rive, il arrive juste au bord. On demande combien valent respectivement la profondeur de l'eau et la longueur du roseau." (1 *zhang* = 10 *chi* ; calcul ci-dessous en *chi*)

En appelant b (= 5) le demi-côté de l'étang, a sa profondeur et c (= a+1) la longeur du roseau, nous écririons l'équation $(a+(c-a))^2-a^2 = b^2$, d'où $2a(c-a)+(c-a)^2 = b^2$, et finalement : $a = \frac{b^2-(c-a)^2}{2(c-a)}$. Cette formule décrit exactement la procédure donnée dans le texte chinois : multiplier par elle-même la moitié du côté de l'étang (b^2), en soustraire ce qui dépasse de l'eau multiplié par lui-même ($(c-a)^2$), diviser par le double de ce qui dépasse de l'eau (2(c-a)), ce qui donne la profondeur de l'eau (a). On trouve a = 12 *chi*, donc le roseau mesure 13 *chi*. En accord avec le commentaire de Liu Hui, la formule se lit directement sur la figure ci-dessous.

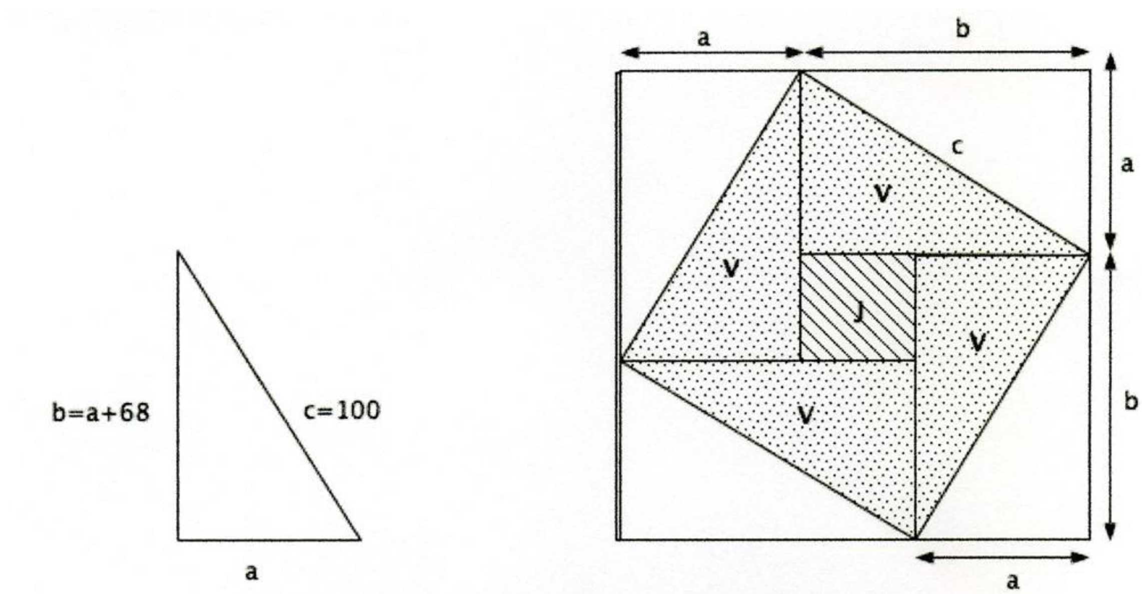


A gauche, figure du roseau dépassant de 1 *chi* la surface de l'étang.

A droite, figure de la procédure : le gnomon (rectangles et carré grisés) a pour aire c^2-a^2, qui est aussi égale à b^2 d'après la propriété de l'hypothénuse. Si à ce gnomon on enlève $(c-a)^2$ (carré gris foncé), on obtient deux rectangles de longueur a et de largeur c-a (rectangles gris clair) ; en d'autres termes, $b^2-(c-a)^2 = 2a(c-a)$, d'où finalement $a = \frac{b^2-(c-a)^2}{2(c-a)}$.

Problème 9-11 : “Supposons qu’on ait une porte à un battant dont la hauteur dépasse la largeur de 6 *chi* 8 *cun* et dont deux coins [opposés] sont à une distance exactement 1 *zhang* l’un de l’autre. On demande combien valent respectivement la hauteur et la largeur de la porte.” (1 *zhang* = 10 *chi* = 100 *cun* ; calcul ci-dessous en *cun*)

Soient a la largeur de la porte, b (= a+68) sa hauteur et c (= 100) sa diagonale (fig.IX-5). En algèbre, on poserait $a^2+(a+(b-a))^2 = c^2$, où c et b-a sont respectivement égaux à 100 et 68. L’équation se transforme en $a^2+a(b-a)+\frac{1}{2}\left((b-a)^2-c^2\right) = 0$, dont la solution positive est $a = \sqrt{\frac{1}{2}\left[c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2\right]}-\frac{b-a}{2}$. C’est cette formule peu sympathique que décrivent exactement les phrases du texte donnant la procédure de résolution ; grâce au commentaire “en couleurs” de Liu Hui, on peut reconstituer la figure correspondante comme ci-dessous.

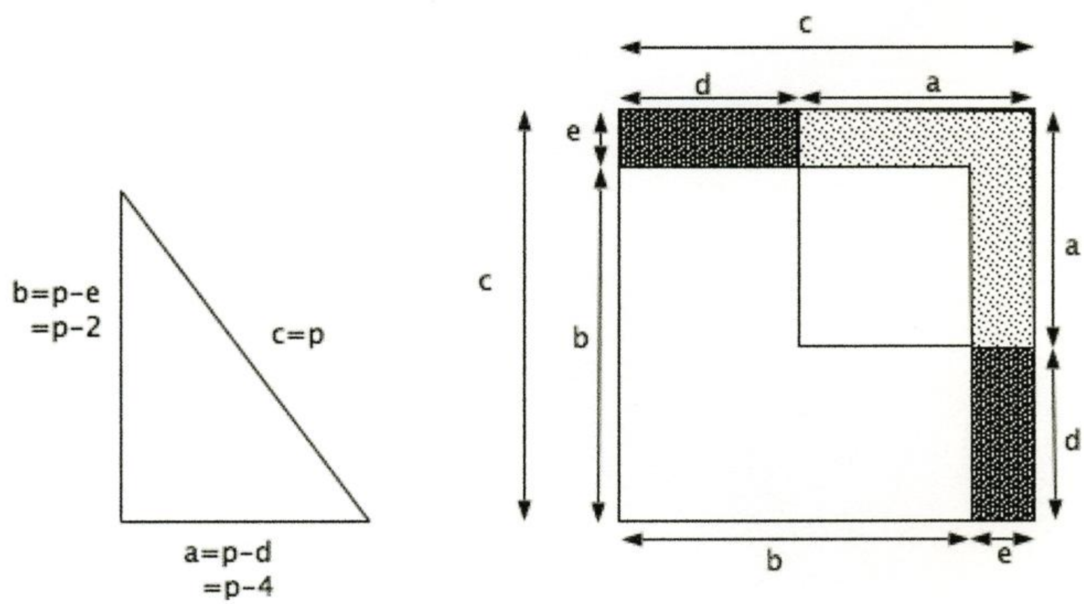


A gauche, la porte de largeur a, de hauteur b et de diagonale c.

A droite, figure de la procédure ; les triangles marqués V sont vermillons et le carré de côté b-a marqué J est jaune. On a $c^2 = 4V+J$ et $2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}J$, donc $\frac{1}{2}(c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2) = 2V+\frac{1}{4}J$. Comme le grand carré de côté a+b fait 8V+J, $2V+\frac{1}{4}J$ en est le quart, et il a donc pour côté $\frac{a+b}{2}$; autrement dit, $\sqrt{\frac{1}{2}\left[c^2-2\left(\frac{b-a}{2}\right)^2\right]} = \frac{a+b}{2}$. En retranchant $\frac{b-a}{2}$, on obtient a, et en ajoutant $\frac{b-a}{2}$, on obtient b.

Problème 9-24 : “Supposons qu’on ait une porte dont on ne connaît ni la hauteur ni la largeur, et une perche dont on ne connaît pas la longueur. Transversalement, il s’en faut de 4 *chi* pour que [la perche] ne puisse sortir [par la porte], longitudinalement il s’en faut de 2 *chi*, et, en oblique, elle sort juste. On demande combien valent respectivement la hauteur, la largeur et l’oblique de la porte.”

Soit p la longueur de la perche, d (= 4) ce qui manque transversalement, e (= 2) ce qui manque longitudinalement ; la diagonale de la porte est p, sa largeur p-d et sa hauteur p-e (fig.IX-7). On a donc $p^2 = (p-d)^2+(p-e)^2$, ce qui conduit à l’équation $p^2-2p(d+e)+d^2+e^2 = 0$. Avec les formules classiques, on trouve $p = d+e+\sqrt{2de}$, donc la largeur de la porte est $p-d = e+\sqrt{2de}$ et on trouve 6. La procédure du texte exprime exactement la formule $e+\sqrt{2de}$, et elle peut se lire sur la figure ci-dessous, ce qui termine en beauté ce choix d’exemples avec une figuration particulièrement simple et élégante.



A gauche, les dimensions de la porte.

A droite, figure de la procédure. c^2-b^2 est l’aire gnomon des parties grisées ; d’après la propriété de l’hypoténuse, elle est égale à l’aire du carré de côté a. En enlevant la partie commune (le gnomon gris clair) à ces deux figures, les parties restantes (le carré blanc d’une part, les deux rectangles gris foncé d’autre part) sont égales ; autrement dit, $(a-e)^2 = 2de$, et par conséquent $a = e+\sqrt{2de}$.

Pour en savoir plus

Source de l'exposé

Keller, Olivier. 2006. *La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations*. Paris: Vuibert. Chapitres 8 et 9.

Le contexte babylonien

Huot, Jean-Louis. 2004. *Une archéologie des peuples du Proche-Orient. Tome 1: Des premiers villageois aux peuples des cités-Etats. X°-III° millénaires avant J.-C.*
Tome 2: Des hommes des Palais aux sujets de premiers empires. Paris: Errance.

Textes mythologiques et littéraires mésopotamiens

Bottéro, Jean et Samuel Noah Kramer (1989. *Lorsque les dieux faisaient l'homme. Mythologie mésopotamienne*. Paris : Gallimard.

Introduction aux mathématiques antiques

Neugebauer, Otto. 1990 (1957). *Les sciences exactes dans l'antiquité*. Arles: Actes sud.

Textes mathématiques babyloniens

Bruins, E.M., et M. Rutten. 1961. *Textes mathématiques de Suse*. Paris: Librairie Orientaliste Paul Geuthner.

Caveing, Maurice. 1994. *Essai sur le savoir mathématique dans la Mésopotamie et l'Egypte anciennes*. Lille: Presses universitaires de Lille.

Høyrup, Jens. 2002. *Lengs, Widths, Surfaces. A portait of old babylonian algebra and its kin*. New York: Springer.

Nissen, Hans J., Peter Damerow, and Robert K. Englund. 1993. *Archaic Bookkeeping. Early Writing and Techniques of Economic Administration in the Ancient Near East*. Translated by P. Larsen. Chicago: The University of Chicago Press.

Robson, Eleanor. 1999. *Mesopotamian Mathematics. 2100-1600 BC. Technical Constants in Bureaucracy and Education*. Oxford: Clarendon Press.

Thureau-Dangin, F. 1932. *Esquisse d'une histoire du système sexagésimal*. Paris: Paul Geuthner.

———. 1938. *Textes mathématiques babyloniens*. Leiden: E.J. Brill.

Mathématiques chinoises

Chemla, Karine, et Shuchun Guo. 2004. *Les Neuf Chapitres. Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*. Paris: Dunod.

Martzloff, Jean Claude. 1988. *Histoire des mathématiques chinoises*. Paris: Masson.

Needham, Joseph. 1959. *Science and Civilisation in China. Vol.3: Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth*. Cambridge: Cambridge University Press.

———. 1962. *Science and Civilisation in China. Vol. 2: History of Scientific Thought*. Cambridge: Cambridge University Press.

-oOo-