La géométrie du sacrifice en Inde védique : les *Sulbasutras*

Olivier Keller

Exposé à l'Université Ouverte,

Lyon, décembre 2008

Présenté en trois fichiers

Fichier 1

Sommaire

Dans les corpus apparus dans les civilisations antiques, les *Sulbasutras* de 1'Inde védique tiennent une place à part, d'une part parce qu'ils sont les seuls à être explicitement motivés par des raisons exclusivement rituelles, et d'autre part parce que les problèmes qu'ils se posent sont proches de certains problemes-clés des *Eléments* d'Euclide.

-I-
CONTEXTE HISTORIQUE

Les antécédents du védisme dans le sous-continent indien :

- agglomération néolithique de Mehrgarh, du 4e au 3e millénaire. Maisons de plan rectangulaire en briques crues, sceaux et décors de poterie avec croix encerclées et svastikas rappelant les décors mésopotamiens des civilisations de Halaf et Samarra (Irak, 7e et 6e millénaires).
- civilisation de l'Indus (-2400 à -1700), avec les villes de Harappa et de Mohenjo-Daro. Planification urbaine remarquable, bâtiments en briques cuites, très nombreux sceaux avec ce que l'on croit être une écriture, résistant pour l'instant à toute tentative de déchiffrement.

Période védique : -1500 à -500. Habituellement attribuée à une « invasion aryenne » ; thèse en voie de disparition, au profit de la continuité locale Mehrgarh-Indus-védisme, ce qui n'exclut pas des mouvements migratoires et des influences extérieures.

-II-
LE VEDA

Les *sulbasutras* sont des textes donnant les constructions géométriques d'autels sacrificiels variés indispensables au rituel védique. *Sulbasutra* veut dire « aphorisme de la corde », la corde étant un élément essentiel des constructions : tendue entre deux piquets, c'est un segment de droite ; tendue et tournant autour d'un piquet, elle trace un cercle. Dans cet esprit, les *Eléments* d'Euclide pourraient avoir pour titre « les aphorismes de la règle et du compas ». Les *sulbasutras* ont des sources d'inspiration très anciennes, du début du 2e millénaire au plus tard, moment où la civilisation de 1'Indus connaît son déclin. Ce n'est probablement que vers sa fin que le védisme, confronté aux tout jeunes bouddhisme et jaïnisme, éprouva le besoin de mettre par écrit et de codifier ce qui jusque-là n'était que traditions orales ; ce fut un travail de plusieurs siècles, probablement entrepris à partir du 8e siècle avant notre ère — apparition du jaïnisme —, et qui accoucha d'une énorme littérature sanskrite de milliers d'hymnes totalisant des dizaines de milliers de vers. Le texte le plus fameux est un ensemble de poèmes, le *Rig-Veda*, considéré comme révélé ; le *Satapatha Brahmana* est un recueil de mythes de création et d'instructions rituelles.

Le *Veda,* terme qui (comme le *mathema* grec) signifie savoir, science "par excellence", possède donc un canon tardif organisé en un imposant corpus, qui manifeste à la fois un grand foisonnement, ... et la place très subordonnée des textes mathématiques qui ne viennent qu'en tout dernier dans la hiérarchie. Leur forme est celle de *sutras,* mot qui signifie aussi aphorisme.

Nous disposons de quatre textes complets de *sulbasutras,* traduits en anglais par Sen et Bag, ainsi que d'une partie du premier traduite en francais par J.M. Delire, avec Ie nom de leurs auteurs : Baudhayana, Manava, Apastamba, Katyayana. Ce sont des textes remarquablement courts puisqu'à eux quatre, dans leur traduction anglaise, ils n'occupent que soixante-six pages. Ces textes sont, comme les *Vedas* dont ils font partie, extrêmement difficiles à dater ; on n'y trouve en effet aucune indication permettant de le faire, et les spécialistes en sont réduits à tenter des chronologies fondées sur des comparaisons stylistiques. Le style des *sulbasutras* est comparé à celui du grammairien Panini, qui aurait vécu au quatrième siècle avant notre ère et codifié la langue. L'ordre chronologique qui en résulte, et qui est généralement accepté, est le suivant : Baudhayana, Apastamba, Manava, Panini, Katyayana, tous antérieurs au 3e siècle avant notre ère.

-III-

LE SACRIFICE

Tout d'abord **"le sacrifice, c'est 1'homme"** *(Satapatha Brahmana)* parce que 1'homme 1'accomplit, mais surtout parce que tout (la terre, 1'atmosphère, le ciel, les êtres mortels et les dieux*)* est issu de 1'auto-sacrifice du démiurge Prajapati, parfois simplement nommé *purusa* (homme) :

> "L'homme est tout ce qui est,
> ce qui fut et ce qui sera.
> Il est maître aussi de l'immortel
> Dont par la nourriture il dépasse la croissance

[…]

Sur la jonchée ils arrosèrent la Victime,
L'Homme, née au commencement :
Les dieux le sacrifièrent
Et aussi les saints et les poètes.

De ce sacrifice à consommation totale
Le beurre diapré fut recueilli :
De là furent fabriquées les bêtes de l'air,
Celles de la forêt et celles des villages.

De ce sacrifice à consommation totale
Sont nés hymnes et mélodies,
Les mètres en sont nés,
Nées les chèvres et les brebis.

Lorsqu'ils divisèrent l'homme,
En combien de parties l'ont-ils arrangé .
Que devint sa bouche, devinrent ses bras ?
Comment s'appellent ses jambes et ses pieds ?

Sa bouche fut le Brahmane
De ses bras on fit le Guerrier,
Ses jambes, c'est le Laboureur,
Le Serviteur naquit de ses pieds.

La Lune est née de son esprit,
Le Soleil est né de son œil,
De sa bouche Indra et Agni,
De son souffle est né Vayu.

L'air est issu de son nombril,
De sa tête le Ciel s'est développé,
De ses pieds la Terre, de son oreille les Régions :
Ainsi se constitua le monde.

Sept pieux étaient disposés,
Trois fois sept bûches
Lorsque les dieux tendant le sacrifice
Lièrent l'homme pour victime.

Les dieux ont sacrifié le sacrifice au sacrifice :
Telles furent les lois primordiales.
Les pouvoirs de cet acte ont atteint le Ciel,

> Là où sont les saints antiques et les dieux.” *(Rig Veda* X, 90*)*

Ensuite, le sacrifice, c'est **1'extension de substance créatrice d'espace**.

> "Puissé-je me multiplier, puissé-je me reproduire ! II s'efforca, il arda 1'Ardeur. D'efforts, d'Ardeur, il s'épuisa et créa d'abord le brahman, c'est-à-dire la Triple Science. [...] Prajapati désira que cet univers se multipliât, se reproduisît de lui-même [...] il 1'étendit (la terre) d'ou son nom de « l'étendue ». Se sentant toute entière achevée la Terre chanta : d'où son nom de « Cantatrice ». C'est pourquoi qui se croit achevé chante, ou se plaît aux chants." *{Satapatha Brahmana)*

Le sacrifice, enfin, c'est le **maintien (ou éventuellement le rétablissement) de 1'ordre des choses** :

> "Lorsque 1'on offre 1'oblation le soir, alors que le soleil est couché, on le fait pour le bénéfice du soleil devenu embryon, on fait prospérer 1'embryon. Et puisqu'on fait prospérer 1'embryon en offrant 1'oblation, les embryons ici-bas n'ont pas besoin de nourriture pour vivre.
> Et lorsque 1'on offre 1'oblation le matin, avant que le soleil soit levé, on engendre le soleil qui se fait lumière et qui, resplendissant, se lève. Mais il ne se lèverait jamais si 1'on omettait d'offrir cette oblation; c'est pourquoi 1'on offre cette oblation." *(Satapatha Brahmana)*

Le propre du védisme, c’est d’avoir, dans les *sulbasutras*, ritualisé cette extension spatiale sous une forme géométrique rigoureuse, sans équivalent ailleurs.

La géométrie du sacrifice en Inde védique : les *Sulbasutras*

Olivier Keller

Exposé à l'Université Ouverte,

Lyon, décembre 2008

Présenté en trois fichiers

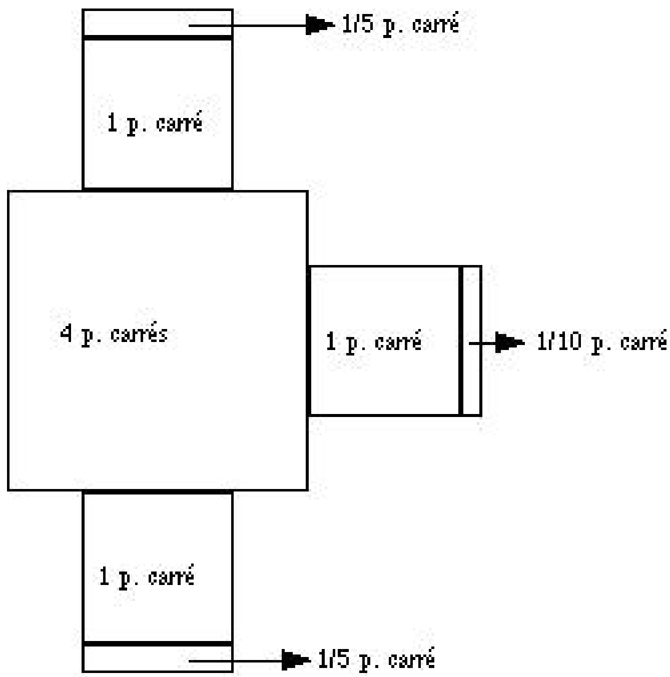
Fichier 2

-IV-
L'ENERGIE FONDAMENTALE ET SES CHANGEMENTS DE FORME

L'énergie vitale, que le sacrifice doit recréer et libérer, a pour contenu principal une aire égale a 7,5 carrés d'un *purusa* de côté, que nous noterons dans la suite 7,5 p^2. Le *purusa* (homme) est 1'unité de base ; elle est égale à la hauteur du sacrificateur, les bras levés et dressé sur la pointe des pieds. Le nombre sept (voir plus bas sa justification) est associé ici à Prajapati en tant que "sept-personnage" que Ie *Satapatha Brahmana* introduit ainsi : au commencement, était Ie non-être, ou Prophètes, ou souffles vitaux qui créèrent sept personnages ; pour pouvoir procréer, ces sept personnages durent fusionner en un seul, Prajapati :

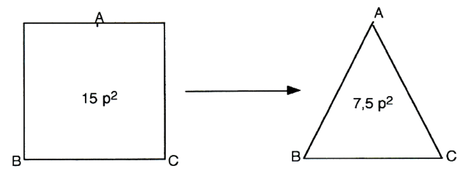
> "Mais en réalité ce personnage qui devint Prajapati n'était autre que cet Agni [le feu, et l'autel du feu] qu'il s'agit maintenant de construire et s'il était composé de sept personnages c'est qu'Agni en vérité est composé de sept personnages, savoir : le tronc de quatre, les ailes et la queue de trois. Et si l'on accroît le tronc d'un personnage de plus, grâce à cette force nouvelle, le tronc soulèvera les ailes et la queue. "

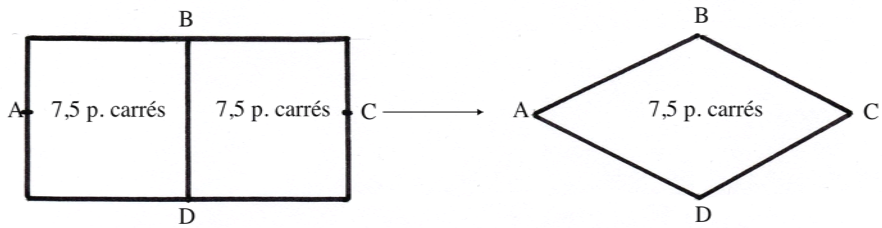
Il s'agit de l'autel en forme d'oiseau que l'on agrandira, une unité d'aire après l'autre, selon des techniques que nous découvrirons plus loin.



Autel en forme d'oiseau et d'aire 7,5p^2

Cette "énergie" de 7,5 p^2, mesure qui est une expression de la totalité, doit se matérialiser dans des formes concrètes d'autels, qui dépendent des vœux du commanditaire du sacrifice. Ce sera un triangle isocèle, un losange ou une forme de roue de chariot pour celui qui veut se débarrasser de ses ennemis, un cercle pour celui qui désire un village, une forme d'auge rectangulaire pour obtenir des vivres, une forme d'oiseau pour celui qui désire le ciel etc. Quant à la méthode, on ne se contentera pas de dessiner les formes en question, mais on exigera de les *engendrer* à partir de la figure de base qu'est le carré d'aire 1p^2, directement dérivé de la taille du sacrifiant, ou à partir du carré de 7,5 p^2 ; telle est la raison de fond des recherches géométriques védiques sur les *transformations* des figures les unes dans les autres. Il s'agit ne s'agit de rien d'autre que de la transcription en termes géométriques de l'énergie abstraite (le carré de 1 ou 7,5 p^2) qui se substantifie en des êtres variés (les différents autels) et les anime.





Les constructions d'un triangle ou d'un losange d'aire 7,5 p^2 à partir d'un carré de même aire n'est pas difficile. En revanche, celle d'un cercle de même aire qu'un carré donné est redoutable : comme on le sait, cette question n'a été vraiment résolue qu'au 19e siècle. Nous donnerons plus bas la « méthode » védique.

Les constructions géométriques des *sulbasutras* sont parfaitement rigoureuses, comme nous allons le voir. Mais les nombres qui interviennent, comme 7 et plus loin 101, sont justifiés par des bricolages numérologiques chargés de démontrer que 7 et 101 expriment la totalité temporelle, spatiale et corporelle (*Satapatha Brahmana* X-6-2) :

	Espace	**Temps**	**Corps**
7	Les quatre directions cardinales, le haut, le bas et l'espace lui-même.	Six saisons de deux mois et l'année elle-même	Quatre pour le corps, trois pour les ailes et la queue.
101		101 est l'année : nuits et jours du mois = 60. On ajoute 24 demi-mois, 13 mois, 3 saisons de quatre mois, puis l'année elle-même, cela donne 101.	Vingt doigts et orteils, poignet, coude, bras, omoplate et clavicule, ce qui fait 25. La même chose pour chaque membre (sic) fait 100, plus le tronc (ou le corps ?), 101.

-V-

L'ENERGIE FONDAMENTALE ET SON EXTENSION

La construction la plus spectaculaire est celle de *l'agrandissement de l'autel en forme d'oiseau* et d'aire 7,5 p^2. "L'autel est celui qui est construit à la ressemblance des oiseaux, c'est-à-dire d'après leur ombre en vol." (*Sulbasutra* de Baudhayana). Il va falloir étendre son aire jusqu'à 101,5 p^2, unité par unité ! Les dimensions sont considérables ; en prenant environ 2,30 mètres pour un *purusa*, 7,5 p^2 est l'aire d'un carré de 6,3 mètres de côté et 101,5 p^2 donne un carré de 23,1 mètres environ de côté. La nécessité de l'agrandissement est claire : c'est l'extension de l'énergie vitale. **Nous donnons dans ce paragraphe le principe de la construction, réservant le détail des techniques pour le paragraphe suivant.**

La méthode, remarquable et au fond très simple, consiste à *changer l'unité de longueur, et donc l'unité d'aire* ; à chaque étape, on construira donc un nouveau *purusa*, puis l'oiseau agrandi égal à 7,5 *nouveaux purusas* carrés. Voici comment : appelons E ce que les auteurs appellent l'excès d'aire par rapport à l'autel de base de 7,5 p^2 ; comme l'autel doit s'étendre de 8,5 p^2 à 101,5 p^2, E varie de 1 à 94. Il s'agit de construire le nouveau *purusa* q tel que

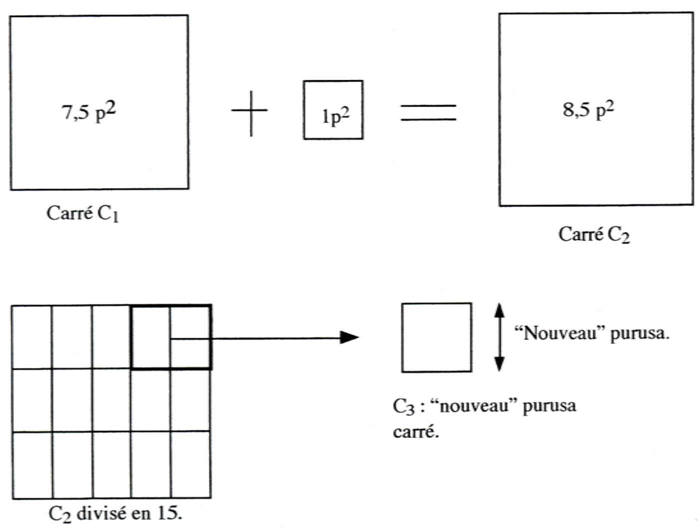
$$7{,}5\, q^2 = (7{,}5 + E)\, p^2$$

on aura donc :

$$q^2 = (1 + \frac{E}{7{,}5})p^2$$

Il faut donc construire un carré d'aire $(1 + \frac{E}{7{,}5})p^2$, puis, avec le côté q de ce carré comme unité, édifier l'oiseau avec son corps ($4q^2$), ses ailes et sa queue ($3{,}5q^2$). Katyayana, qui apparaît comme le plus mathématicien des quatre auteurs, donne trois façons de procéder. En voici une, en langage actuel :

construire un carré C_1 d'aire 7,5 p^2 et lui ajouter un carré d'aire $1p^2$ pour obtenir un carré C_2 d'aire $8{,}5p^2$. Comme on veut construire l'unité q telle que $7{,}5q^2 = 8{,}5p^2$, et que $1/7{,}5 = 2/15$, on a $q^2 = (2/15) \times 8{,}5p^2$. On divisera donc C_2 en 15 parties rectangulaires égales et deux d'entre elles seront transformées en un carré C_3 qui est le "nouveau" *purusa* carré ; le côté de C_3 est donc le "nouveau" *purusa*.



Nous donnons au paragraphe suivant les procédés géométriques employés pour ces diverses constructions.

A partir de l'autel en forme d'oiseau (figure plus haut), fait de carrés et de rectangles d'aire totale 7,5 p^2, il faut construire un carré de même aire, ce qui suppose de savoir transformer un rectangle en un carré de même aire, et de savoir construire un carré d'aire égale à la somme de deux carrés donnés. On voit que ces deux techniques suffisent pour réaliser la construction du nouveau purusa (figure ci-dessus).

La géométrie du sacrifice en Inde védique : les *Sulbasutras*

Olivier Keller

Exposé à l'Université Ouverte,

Lyon, décembre 2008

Présenté en trois fichiers

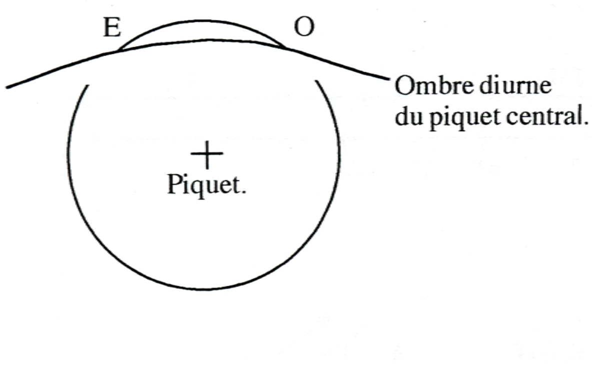
Fichier 3

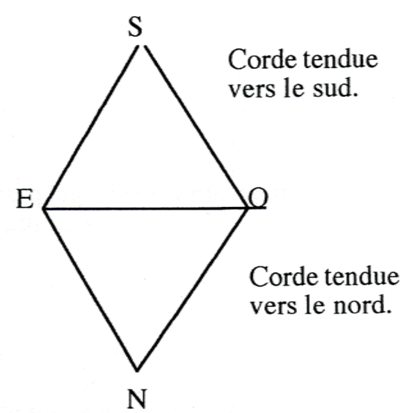
-VI-
LES FONDAMENTAUX DE LA GÉOMÉTRIE VÉDIQUE

Il s'agit de détailler les savoir-faire sous-entendus dans les constructions diverses d'autels (voir paragraphe V), à savoir : construire un carré de côté donné, additionner et soustraire des carrés, transformer un rectangle en carré de même aire, transformer un cercle en carré de même aire et inversement.

Orientation

Tous les autels construits sont orientés. La première phase est donc la détermination des directions E-O et N-S

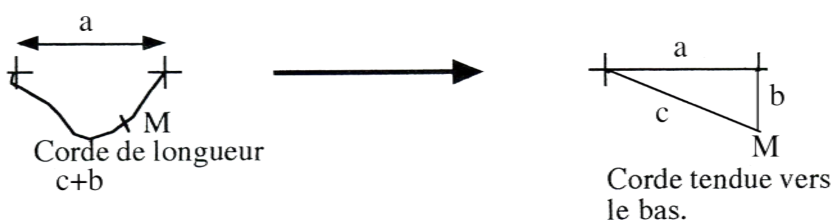




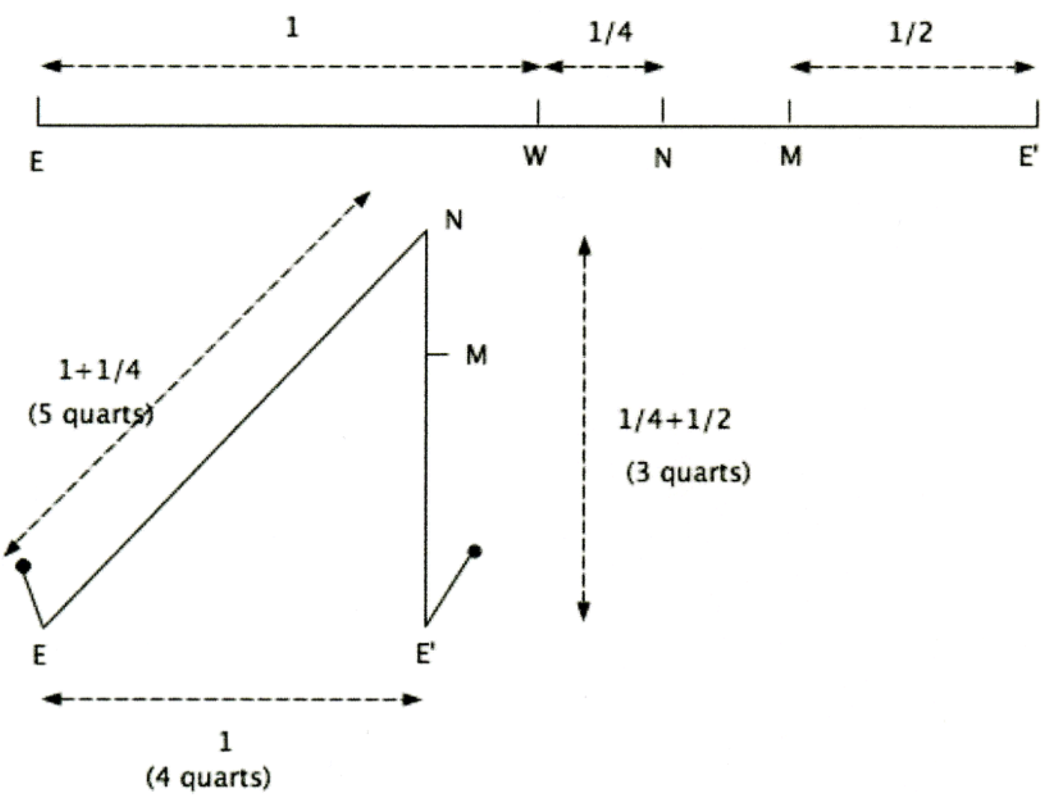
Construction d'un carré avec des triplets pythagoriciens[1]

Rappelons qu'un triplet (a, b, c) est dit pythagoricien si a, b, et c sont des nombres entiers tels que $a^2+b^2 = c^2$. Exemples : (3, 4, 5), (12, 5, 13), (15, 8, 17). D'après la réciproque du théorème dit de Pythagore, un triangle dont les côtés mesurent a, b et c tels que $a^2+b^2 = c^2$ est un triangle rectangle d'hypoténuse c.

Principe de la construction :



Réalisation dans les *sulbasutras* de Baudhayana :



[1] Les *sulbasutras* donnent aussi une construction d'un carré « à la corde (non graduée) et aux piquets »

La corde EE’ (direction est-ouest) de longueur totale 2 est marquée en W, N et M comme indiqué, puis les extrémités E et E’ sont attachées à des piquets distants de 1 : saisissant la corde en N, on la tend vers le nord. M est le premier sommet du carré. Les autres sommets s’obtiennent par des manipulations symétriques droite-gauche et haut-bas.

La construction suppose la connaissance de la réciproque théorème dit de Pythagore ; voici comment celui-ci apparaît dans le texte de Baudhayana.

Théorème de la diagonale du rectangle

Nous utilisons l’expression "théorème de la diagonale", parce que les auteurs védiques l'énoncent comme une propriété de la diagonale d'un rectangle : le carré « produit » par la diagonale est égal à la somme des carrés « produits » par les deux côtés du rectangle. C’est la réciproque qui est utilisée dans la construction précédente, mais cette réciproque n’est jamais énoncée dans les *sulbasutras*.

En évoquant le théorème de la diagonale seulement après avoir montré l’utilisation de sa réciproque dans la construction d’un carré, nous suivons le même ordre que celui des *sulbasutras*.

Après nous avoir expliqué la tension des cordes pour créer un carré, Baudhayana poursuit :

a) "*La diagonale du carré produit le double de l'aire*." Cela veut dire qu’un carré dont le côté est la diagonale d’un carré donné, aura une aire double de celui-ci.

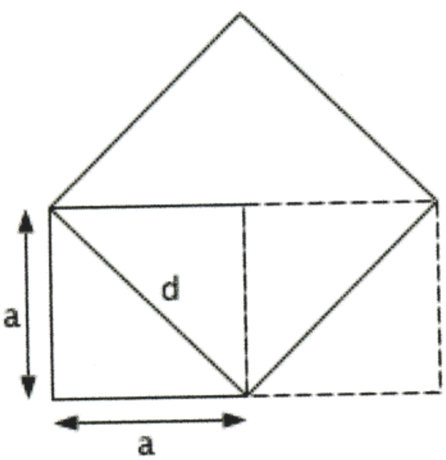
b) "*La diagonale d'un rectangle ayant pour largeur le côté du carré et une longueur égale au côté du carré double, produit le triple de l'aire*." Un carré étant donné, si l’on construit un rectangle avec le côté et la diagonale de ce carré, la diagonale du rectangle “produira” un carré d’aire triple du carré initial. En termes actuels en effet, si c est le côté du carré initial, $c\sqrt{2}$ est le côté du carré double, et la diagonale du rectangle de côtés c et $c\sqrt{2}$ vaut $c\sqrt{3}$. Cette dernière "produit" donc le carré d'aire $3c^2$.

c) "*Par là est expliqué le côté du carré égal au tiers d'un carré donné. C’est le côté d'un carré égal au neuvième de l’aire du précédent*”. En termes actuels, pour construire $c^2/3$ à partir de c^2, on construit le carré $3c^2$, puis $3c^2/9$. Pour diviser le carré $3c^2$ en 9 parties, il suffit de diviser chacun de ses côtés en trois en repliant la corde sur elle même. Une telle construction est exigée dans un rituel.

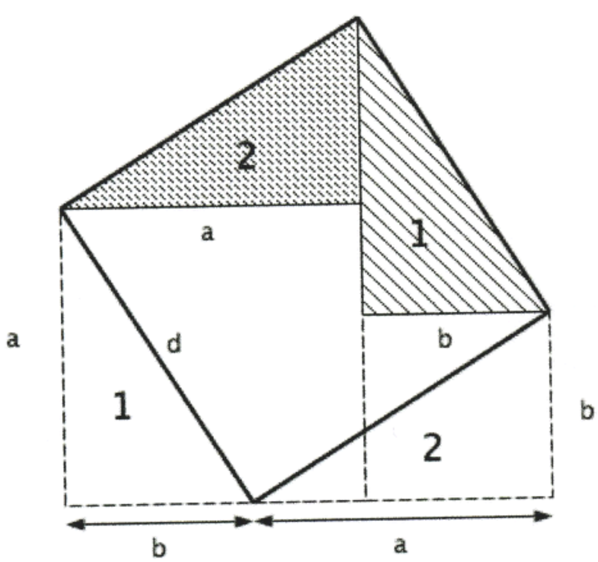
d) "*Les aires produites séparément par la longueur et la largeur d'un rectangle valent ensemble l'aire produite par la diagonale*." C'est le théorème de la diagonale proprement dit, énoncé ici sans autre forme de procès.

"*Ceci est observé dans les rectangles ayant pour côtés 3 et 4, 12 et 5, 15 et 8, 7 et 24, 12 et 35, 15 et 36*". Autre traduction : "*Il y a compréhension de ces diagonales lorsque ces flancs et transversales sont 3 et 4* etc." (J.M. Delire). Autrement dit, les diagonales peuvent être facilement comprises (appréhendées ? calculées ?) dans certains cas simples qui se ramènent aux triplets pythagoriciens (3 ; 4 ; 5), (12 ; 5 ; 13), (15, 8, 17), (7 ; 24 ; 25), (12 ; 35 ; 37) et (15 ; 36 ; 39).

Comment ce théorème fut-il découvert ? On ne le sait pas, mais il existe au moins une preuve visuelle simple attestée en Chine antique, au Proche-Orient (9^e siècle) et en Inde (12^e siècle).

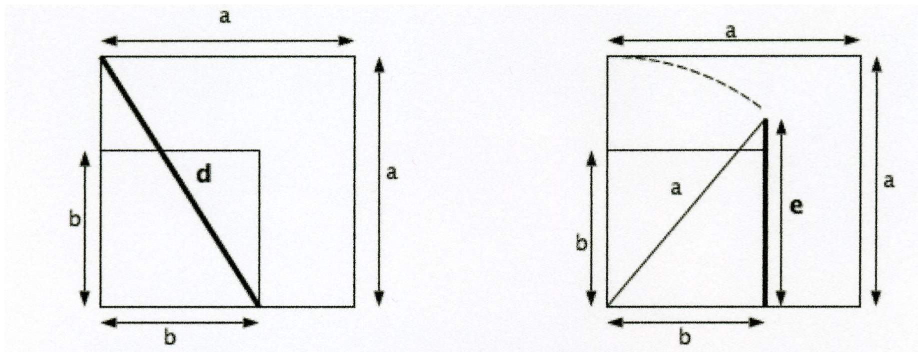


La diagonale du carré « produit » le double de l'aire.



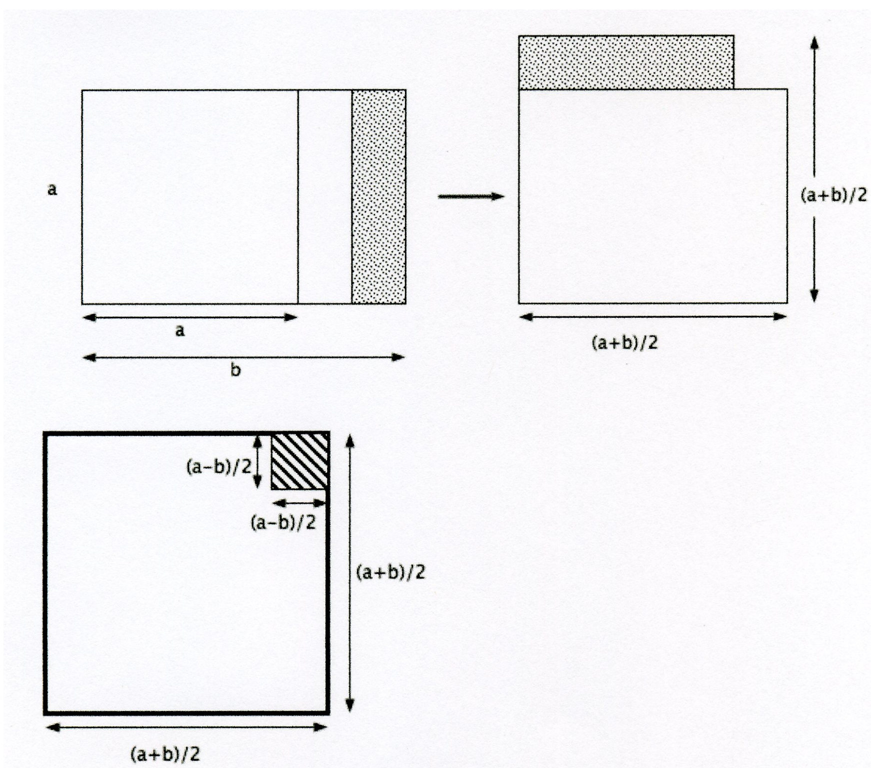
La somme des aires des carrés de côtés a et b est égale à l'aire « produite » par la diagonale d du rectangle de côtés a et b. La preuve visuelle consiste à déplacer les triangles non hachurés 1 et 2 vers les zones hachurées correspondantes.

Additionner deux carrés, soustraire deux carrés.



Le carré de côté d (resp.e) est égal à la somme (resp. différence) des carrés de côtés a et b.

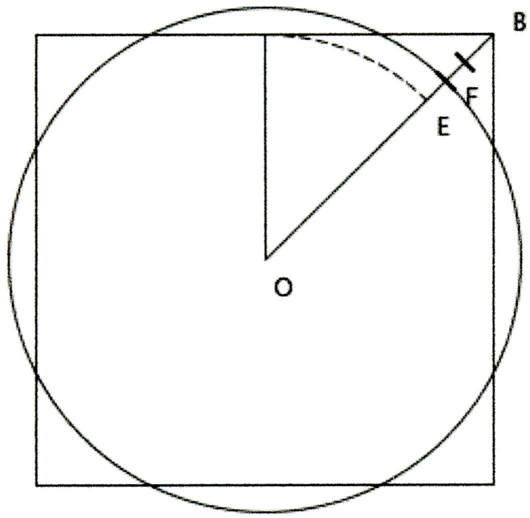
Transformer un rectangle en un carré équivalent (c.à.d. de même aire)



Le rectangle de côtés a et b est transformé en la différence des carrés de côtés (a+b)/2 et (a-b)/2, et cette différence est construite comme indiqué plus haut. Formule algébrique correspondante :

$$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-a}{2}\right)^2$$

Transformer un carré en un cercle équivalent (circulature du carré)



Le carré de demi-diagonale OB est équivalent au cercle de rayon OE+EB/3. En termes modernes, l'approximation correspondante de π est de 3,088312. Aucune justification n'est donnée dans les *sulbasutras*.

Transformer un cercle en un carré équivalent (quadrature du cercle)

Formule courante : côté du carré = 13/15 du diamètre du cercle.

Autre formule : côté du carré = $\left[1-\frac{1}{8}+\frac{1}{8\times 29}-\frac{1}{8\times 29}\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{6\times 8}\right)\right]$ du diamètre. Aucune justification n'est donnée de ces formules.

-VII-
ANALOGIES AVEC DEUX PROBLÈMES CENTRAUX DES *ELÉMENTS* D'EUCLIDE

Le problème central des livres I et II des *Eléments* d'Euclide est la recherche et la construction de figures *rectilignes* équivalentes (d'aires égales). Le livre I se termine avec la démonstration du théorème de l'hypoténuse (*alias* théorème de Pythagore) (proposition 47), qui est le théorème de la diagonale du rectangle pour les védiques *et de sa réciproque* (propositions 48) ; le livre II se termine avec la proposition 14 « Construire un carré égal à une figure rectligne donnée », qui réalise donc ce que l'on appelle la quadrature d'une figure rectiligne quelconque.

La méthode euclidienne pour réaliser la quadrature d'une figure rectiligne quelconque consiste en :

1- Construire un rectangle égal à la figure donnée

2- Transformer ce rectangle en une différence de deux carrés, et cette dernière en un carré, au moyen du théorème de l'hypoténuse.

C'est, au vocabulaire près, la méthode des *sulbasutras*.

Le livre VI des *Eléments* est consacré à la recherche et à la construction de figures semblables (c.à.d de même forme) ; la proposition centrale (proposition 25) est celle-ci : « Construire une même figure semblable à une figure rectiligne donnée et égale à une autre figure rectiligne donnée ». Transposée dans le contexte des *sulbasutras*, le proposition serait : « Construire un autel semblable à l'autel en forme d'oiseau de 7,5 p^2 et égal (en aire) au carré d'aire 8,5 p^2 ».
La méthode employée par Euclide n'a pourtant rien à voir avec celle des *sulbasutras*.

Bibliographie sommaire

Source de l'exposé

Keller, Olivier. 2006. *La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations*. Paris: Vuibert. Chapitre 6.

Textes littéraires védiques

Renou, Louis, éd. 1956. *Hymnes spéculatifs du Véda. Traduits du sanskrit et annotés par Louis Renou*. Paris: Gallimard.

Varenne, Jean. 1967. *Mythes et légendes extraits des Brahmanas*. Traduction J. Varenne. Paris: Gallimard.

———. 1984. *Le Veda. Textes réunis, traduits et présentés sous la direction de Jean Varenne*. Paris: Les Deux Océans.

Plusieurs textes védiques, et en particulier le *Satapatha Brahmana*, sont en ligne sur le site *Sacred Texts* : http://www.sacred-texts.com/index.htm

Sulbasutras

Sen, S.N., and A.K. Bag. 1983. *The Sulbasutras of Baudhayana, Apastamba, Katyayana and Manava*. New Dehli: Indian National Science Academy.

Delire, Jean-Michel. 2002. *Vers une édition critique des Sulbadipika et Sulbamimamsa, commentaires du Baudhayana Sulbasutra : contribution à l'histoire des mathématiques sanskrites*, Faculté de philosophie et lettres, Université libre de Bruxelles, Bruxelles.

Eléments d'Euclide

Euclide. 1990. *Les Eléments. Volume 1. Introduction générale, livres I à IV*. Trad. B. Vitrac. Paris: PUF.

———. 1994. *Les Eléments. Volume 2. Livres V à IX*. Ttrad. B. Vitrac. Paris: PUF.

———. 1998. *Les Eléments. Volume 3. LivreX*. Trad. B. Virtrac. Paris: PUF.

———. 2001. *Les Eléments. Volume 4. Livres XI-XIII*. Trad. B. Vitrac. Paris: PUF.

-oOo-