À LA NAISSANCE DE L'IMPRIMERIE

Il y a peu à dire pour présenter cette quatrième partie. Certes nous débordons ici le classique Moyen-Âge des historiens, mais notre option a été de faire apparaître une continuité et non une disparition de la science pendant des siècles.

Il fallait donc voir l'aboutissement de cette période où, puisque nous faisons des mathématiques, parler de la limite atteinte, étant donné que nous avons admis la continuité…

Nous arrivons donc à l'époque qui voit éclore et se répandre l'imprimerie et, avec elle, par elle, une nouvelle perception du savoir.

Le nombre des documents augmente, plus variés en nature et plus directement utilisables car conçus dans un esprit plus proche du nôtre. Nous avons pu offrir des reproductions de pièces rares ou peu utilisées et espérons ainsi fournir matière aux collègues introduisant une dimension historique dans leur enseignement.

Si le XVII$^{\text{ème}}$ siècle peut être désigné comme siècle de la révolution scientifique fondant la science actuelle, le XVI$^{\text{ème}}$ est celui où se mettent en place les conditions de son avènement. Ce XVI$^{\text{ème}}$ siècle durant lequel d'autres réponses sont apportées aux plus vieilles questions que l'Homme se posait, provoquant par là-même d'autres questions plus pertinentes et plus assurées –processus sans cesse répété depuis lors. Ce XVI$^{\text{ème}}$ siècle enfin où arrivent à maturité des faits et des méthodes de travail qui font surgir maints sujets d'étude de la torpeur où un enseignement devenu trop scolastique les retenait depuis plus d'un millénaire. Dans le cas de la pensée scientifique, de la « *mathema* », il ne faut pas oublier que de nombreux et importants signes de changement se manifestent dès les XIII$^{\text{ème}}$ et XIV$^{\text{ème}}$ siècles. Ces prémices ne restèrent cependant que trop isolées faute de moyens de diffusion[1].

En effet le contexte historique général montre parallèlement au maintien de traditions séculaires des innovations dans maints domaines : parmi les autorités religieuses et politiques, parmi l'encadrement intellectuel, dans les rapports sociaux, dans les moyens techniques mis à la disposition de ceux qui prennent la parole, de ceux qui écoutent ou qui lisent. Dans les décennies 1500-1580 ces connexions illustrent le basculement d'un monde à un autre.

Quelles sont ces innovations ?

Pensées, rêves, actions de la minorité savante s'exercent dans un renouvellement de la vision judéo-chrétienne de Dieu et de la Création, dans un monde qui s'est prodigieusement élargi, dans des pratiques techniques qui conduisent à une réflexion théorique, dans la maîtrise de l'imprimerie, révolution de la communication.

A – LE RENOUVELLEMENT DE LA VISION DU MONDE ET DE LA PLACE QU'Y OCCUPE L'HOMME

Le Moyen-Âge d'Augustin (IV$^{\text{ème}}$ siècle) à Thomas d'Aquin (XIII$^{\text{ème}}$ siècle) a privilégié l'idée que l'Homme, être déchu, est avant tout une créature en situation de péché. Ainsi les

[1] Cf. « *Éclairs sur le Moyen-Âge* », III.

lettrés, s'ils aspirent à la connaissance, d'ailleurs non séparée du savoir divin, admettent ne pas pouvoir en saisir la plénitude car leurs capacités d'investigation sont imparfaites.

La Renaissance construit progressivement une autre représentation du passé et partant, de la liberté humaine. Les Humanistes des XV^{ème} et XVI^{ème} siècles élaborent un domaine intellectuel nouveau : l'Histoire en tant que manifestation humaine profane, saisie dans son passé et son présent. Ils n'admettent pas que méthodes et contenus de savoir soient limités ; ils poursuivent deux buts : non seulement mieux comprendre le plan divin de la Création mais aussi mieux diriger la conduite humaine.

Ils mettent en place un autre statut pour la « nature matérielle », la soumettant à l'observation, à la comparaison et cherchent d'autres rapports entre cette « nature » et son Créateur.

Lentement le cosmos clos et hiérarchisé de la conception antique et médiévale méditerranéenne explose et Galilée pourra affirmer en 1594 : « *La Terre et le Ciel se confondent en un lieu unique où règnent les mêmes lois* ».

Quels sont les soubassements de cette perception radicalement différente ?

D'abord la vie intellectuelle en recherche tend à échapper à l'organisation ecclésiale qui alors se ferme sur l'exploitation de pouvoirs édifiés à partir de son seul savoir antérieur. Les nouveaux intellectuels sont pour la plupart issus de familles marchandes (péninsule italienne, Saint Empire romain germanique, France,…). Ce sont des magistrats laïcs qui accumulent rentes foncières et loisirs, des conseillers, des historiographes, des astrologues mais aussi des astronomes, des géographes qui côtoient des princes volontiers critiques envers les normes religieuses imposées par l'Église d'alors (tout en conservant par ailleurs des comportements archaïques, voire magiques).

Ces gens se passionnent désormais pour les propriétés réelles des objets, pour la nature des choses (en témoigne un plus grand nombre de « collections »), pour le spectacle de l'univers singulièrement et soudainement varié, pour la ressemblance des corps, des visages… (préoccupations esthétiques de proportion, de perspective rencontrées dans les multiples tâtonnements des peintres de la Renaissance). Ces gens pensent pouvoir agir sur les êtres et les choses : prémices lointaines de l'idée de progrès.

Pierre Francastel, dans « *Techniques et Arts* » (1942) écrit : « *L'ordre réaliste et bourgeois est sensible aux détails de la vie matérielle et donc au pouvoir de la changer. Jadis l'unité des activités humaines se faisait dans un absolu divin, favorable aux cloisonnements du savoir. Désormais cette recherche du réel ne peut se faire que par l'expérience, par des procédés inductifs et déductifs… Cela nécessite un effort d'imagination qui se substitue à l'esprit scolastique* ».

Dans la société des savants, quelques-uns abandonnent l'idée que le monde infini est un attribut de Dieu : liberté de penser et d'agir exceptionnellement novatrice, (prolongeant un Albert le Grand qui au XIII^{ème} siècle concevait le monde « *comme une réalité autonome et objective qui, ayant sa logique propre analysable comme telle, s'offre à la manipulation théorique et pratique par l'Homme* »)[2].

B – LE PRODIGIEUX ÉLARGISSEMENT DU MONDE CONNU

Ces audaces accompagnent ou précèdent en quatre générations de 1500 à 1600 une extension spatiale des terres et des océans qui a dû apparaître extraordinaire aux gens de l'époque. Les anciennes valeurs sont bousculées : l'européen doit relativiser, réinventer sa place dans la

[2] Voir *Eclairs sur le Moyen-Âge* III, B.2.

Création. Choc probablement déterminant dans les craquelures du cosmos clos et hiérarchisé déjà évoqué, et tremplin pour l'esprit scientifique.

Des gouvernements des rivages méditerranéen et atlantique, dans un contexte de reprise économique, suscitent et organisent parfois les moyens nécessaires aux recherches et innovations. Un lent travail s'est effectué, tout particulièrement dans les milieux princiers et/ou maritimes, partout où la demande des instruments de connaissance est grande : ainsi la confection de cartes plus précises que les portulans côtiers des XIV^{ème} et XV^{ème} siècles, le perfectionnement des instruments de navigation, une réflexion sur les assurances maritimes…[3]

Les exigences nouvelles du commerce : échanges lointains (par exemple : galions espagnols naviguant entre l'archipel philippin, le Mexique puis l'Espagne), les procédés de paiement, ont accéléré les méthodes comptables, bousculant les connaissances mathématiques élémentaires.

C – LE SAVOIR TECHNIQUE, SUPPORT DE LA RÉFLEXION THÉORIQUE

Là n'est pas l'explication suffisante des spectaculaires progrès accomplis au XVI^{ème} siècle en métallurgie, en hydraulique, dans l'art militaire, dans des machines telles qu'appareils de levage, moulins à grains …

Des hommes ont alors recentré leurs questions, borné plus fréquemment leurs recherches aux problèmes physiques plutôt que métaphysiques, observé plus précisément les choses en action dans un monde réel.

Durant ce XVI^{ème} siècle, deux exemples fournissent une bonne illustration du passage d'une conception empirique à une conception raisonnée.

– Un exemple d'art militaire.

L'emploi du canon en bronze oblige à considérer le problème du « tir tendu » et donc à mesurer une hauteur simplement observée à distance. Les « maîtres d'engins » avaient accumulé assez d'expériences pour saisir les données du problème et en fournir des solutions approximatives qui se révélaient satisfaisantes. Mais il aurait été surprenant que ces hommes n'aient pas cherché à améliorer leurs « recettes » et donc à comprendre ce qui se passait effectivement : pratiquer des mesures, apprécier des vitesses de projection selon les étapes du tir… Au XIV^{ème} siècle un Kyeser[4], au XV^{ème} siècle un Valturio[5], un Ghiberti[6] témoignent de cette curiosité. Ils établissent un étalonnage des divers calibres. À l'imprécision se substitue une cote parfaitement observée et décrite et, au simple coup de chance, la déduction logique.

[3]Deux exemples éloquents :
- dès 1503 le roi d'Espagne Ferdinand V fonde à Séville la « Casa de Contratacion de Las Indias ». Ce véritable bureau d'études hydrographiques et commerciales a dépouillé et exploité les rapports de plus de 1800 voyages effectués entre 1580 et 1620.
- toujours dans les dernières années du XVI^{ème} siècle, les États Généraux de Hollande et le roi d'Espagne Philippe II créent concurremment un concours doté ici d'un prix de 6000 ducats, là d'un prix de 10000 florins visant à la mise au point d'une méthode pour mesurer la longitude.

[4] Kyeser (1366 - vers 1410). Officier et maître d'engins, en relations avec les principaux souverains et princes du Saint Empire romain germanique. Il écrit un traité de la science des machines à feu, le *Bellifortis*. Tout au long du XV^{ème} siècle des illustrateurs reprennent ses dessins.

[5] Valturio (né vers 1413), fils d'un chargé de chancellerie auprès du Vatican. Il nous reste 22 manuscrits de son œuvre où l'influence de Kyeser est nette.

[6] Ghiberti (1378-1455) est le bronzier connu pour les portes du baptistère de Florence. Les commentaires qu'il écrit à la fin de sa vie indiquent tout l'intérêt qu'il porte aux questions techniques et scientifiques (optique, perspective, problèmes d'un fondeur de bronze).

– Un autre exemple : la fabrication des cloches.

Le même souci de rationalisation existe dans cet élément familier de l'environnement religieux. Il n'est pas seulement question de procédés de fabrication notamment des moules mais une sorte de diagramme est tracée indiquant les principales caractéristiques d'une cloche de forme déterminée : caractéristiques à la fois universelles et spécifiques. Ces « tables » marquent un effort pour donner au travail des règles. Ainsi aux XVIème et XVIIème siècles un savoir technique comparable sera accumulé pour la construction des bateaux.

À la fin du XVIème siècle, la « mathématisation » de la technique a donc fait un pas de plus, procurant des formules qui peuvent permettre pour un ensemble de données de construire intellectuellement le résultat cherché. Ainsi Simon Stevin se livrera-t-il à des calculs concernant la force des moulins à vent. Ainsi Léonard de Vinci est-il un vif partisan de ces approches ponctuelles des savoirs. Enfin cette « mathématisation » ne pouvait que se renforcer dans sa rencontre avec l'imprimerie.

D – L'IMPRIMERIE OUVRE LE MONDE À LA COMMUNICATION

La connaissance par compilation de vieux manuscrits réservés à quelques privilégiés des abbayes, par lecture « ex cathedra » des universités cède alors la place à de nouvelles voies du savoir.

Au début du XVème siècle, le copiste bénédictin a été remplacé par des ateliers de copistes qui produisent en séries de plusieurs centaines d'exemplaires les manuels en usage à l'université voisine. Certes ces ouvrages ne sont pas de grande qualité et restent très chers mais déjà au parchemin imputrescible se substitue parfois le papier, mis au point en Italie, qui entraîne une baisse des coûts. L'écriture manuelle a atteint son ultime degré de productivité et la demande ne cesse de croître. Ces ouvrages ne comportent pas d'enluminures mais parfois des pages estampées, c'est-à-dire passées à la presse sur des formes taillées dans du bois.

Le progrès final vient des métiers du métal. Vers 1425 à Haarlem (Pays-Bas) Laurens Janszoon dit Coster imprimait des planches gravées et il semble bien qu'il commença à cette date à utiliser des lettres en caractères mobiles (poinçons) adjoints à ces planches. Un de ses ouvriers, Johann Gensfleich perfectionna le système à Strasbourg vers 1440 puis à Mayence il est connu sous le nom de Gutenberg. Dès lors les livres imprimés peuvent être multipliés à l'infini et leur prix baisse spectaculairement. Bibliothèques privées et universitaires se développent.[7]

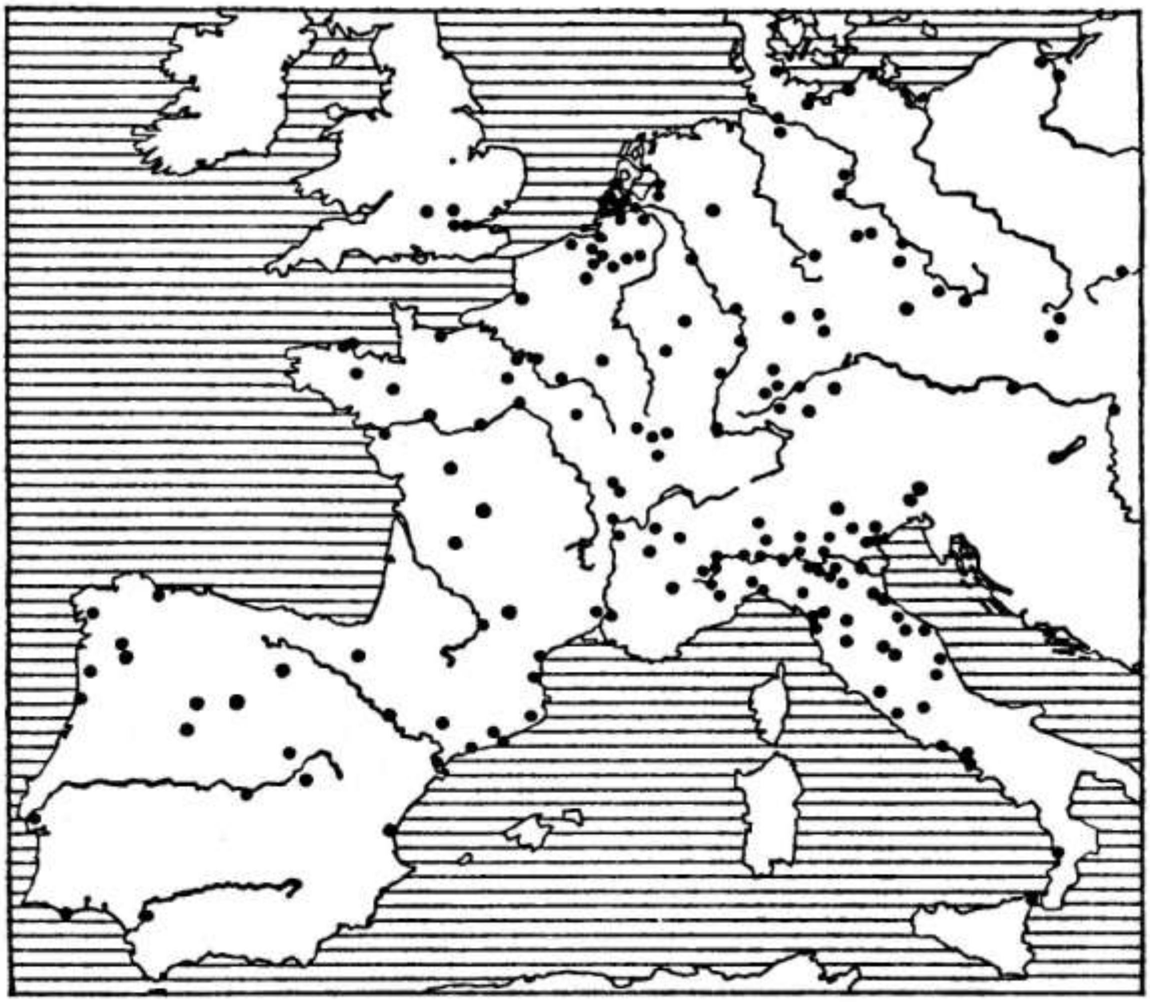
Les débats fondamentaux voient ainsi leur public s'accroître, public exerçant désormais sa critique sur pièces et à distance. Celui qui a lu peut connaître, comprendre et discuter tout aussi rapidement et peut être plus sûrement que celui qui a entendu. Il n'est donc pas étonnant que la transmission du savoir commence parfois à fuir les grandes universités dans la mesure où celles-ci ne savent pas évoluer, ne savent plus répondre aux demandes d'un monde qui bouge.

L'habileté technique croissante des imprimeurs est mise au service de la diffusion d'ouvrages littéraires et scientifiques. Désormais il est devenu possible pour un auteur de toucher un vaste public en un temps relativement court. Une foule d'idées excessivement diverses peuvent être

[7] En France, Charles V (1364-80) possédait une librairie importante qui fut mal entretenue jusqu'à François ler (1515-1547) lequel nomma Guillaume Budé premier « libraire » au Roi en 1522 et rendit obligatoire le dépôt par l'édit de Montpellier en 1537. Si au IVème siècle il y avait à Rome plus de deux douzaines de bibliothèques publiques, les bibliothèques modernes ne furent ouvertes au public qu'au XVIIème siècle. La première ouverte en France est la « Mazarine » gérée par Naudé (1643) imitant en cela l'« Ambrosiana » (Milan) et l'« Angelica » (Rome) ainsi que celle léguée par Lord Bodley à Oxford en 1613 (plus de 200 000 volumes). La « nationale » a été ouverte au public en 1692 : elle possède deux « Bibles » de Gutenberg.

répandues[8]. Enfin ces artisans ingénieux que sont Frolen à Bâle, Manuce à Venise, Plantin à Anvers constituent autour d'eux une véritable ruche de savants érudits (Erasme d'Anvers assure les corrections chez Manuce de Venise).

VILLES POSSÉDANT UN OU DES ATELIERS D'IMPRIMERIE VERS 1500



Dans ce grand remuement d'idées, quels sont les grands problèmes mathématiques dont la Renaissance hérite du Moyen- Âge finissant ?
Le problème du vide : il n'évolue guère, le rejet du vide va subsister tel quel jusqu'à Torricelli et Pascal au XVII$^{\text{ème}}$ siècle.
L'infini : son refus dans la science d'Aristote a déjà été vivement combattu dès le XIII$^{\text{ème}}$ siècle et les notions de limite non atteinte et de processus infini de calcul ont été discutées dès le XIV$^{\text{ème}}$ siècle[9]. Mais ce sont la redécouverte et la publication, au cours du XVI$^{\text{ème}}$ siècle, des œuvres d'Archimède qui vont attirer les hommes de science vers des approches nouvelles.

---

[8] La hâte d'imprimer, de diffuser conduit à « trop » publier d'où les dangers de l'encyclopédisme dénoncé par Rabelais et le non contrôle qui laisse passer des affirmations déjà reconnues fausses ou sans intérêt –voir document n° IV.14, l'article sur Champfleury.
[9]. Voir « *Éclairs sur le Moyen-Âge* », III.

C'est ainsi que Jean Butéo[10] publie en 1559 une recherche sur la quadrature du cercle qui revient à approcher la valeur de π et que Viète[11], en 1593, recherche ce même nombre par un produit infini. Le processus de passage à la limite se trouve en fin de siècle dans des recherches sur le centre de gravité (Luca Valerio[12] ou Simon Stevin[13]). Ce ne sont, peut-être, que tentatives isolées mais elles existent déjà en ce siècle.

Le mouvement : la progression des idées en ce domaine est encore plus nette. Léonard de Vinci[14] utilise la notion de moment et exploite la notion d'« *impetus* » due à Buridan[15]. La notion de polygone de sustentation ressort de ses propres études sur le centre de gravité. Vinci et, plus tard, Cardan[16] étudient le mouvement d'un corps abandonné sur un plan incliné ce qui les conduit à une sorte de décomposition de la pesanteur (ou plus exactement du poids du corps). Mais, et cela est le fait capital, au lieu d'explications qualitatives apparaissent alors des règles quantitatives. Dans le même esprit travaillent l'italien Tartaglia[17] et l'espagnol Soto[18].

Le système du monde : on sait que, dès l'époque de la science grecque, des savants se posaient la question : est-ce le soleil ou la terre qui tourne l'un autour de l'autre ? Le système géocentrique de Ptolémée[19] parut longtemps le plus simple sinon le plus normal. Il s'accordait à la doctrine d'Aristote et donnait, en quelque sorte une supériorité à l'homme plaçant la terre au centre de l'univers. Mais au fur et à mesure que s'accumulaient les observations il fallait apporter au système pré-établi des modifications le compliquant à l'extrême si on désirait avoir un outil respectant les données quantitatives de ces observations et non seulement des explications qualitatives.

Le retour à un système héliocentrique comme celui d'Aristarque de Samos[20] voire celui de Philolaos de Crotone[21] était déjà proposé par Oresme au XIV$^{\text{ème}}$ siècle. Le pas décisif fut franchi par Nicolas Copernic[22] qui regroupa ses observations et présenta son hypothèse dans son ouvrage « *De revolutionibus orbium celestium* » paru à l'heure de sa mort.

Mais, à côté de ces grands problèmes il faut penser plus simplement à l'outil, alors en gestation, dont disposera l'homme de science dès la fin de ce siècle. L'outil, c'est la langue de cette science, fruit de toute une pratique mathématique.

Citons-en les principales expressions.

Le calcul et son écriture font d'énormes progrès, le texte écrit et imprimé prenant la place du discours oral comme moyen de transmission. S'imposait ainsi davantage de rigueur et de concision. C'est avec la « *Disme* » de Simon Stevin qu'apparaît en 1585 le premier ouvrage

---

[10] J. Butéo ou Butéon ou encore Jean Borrel, originaire du Dauphiné écrivit des ouvrages de géométrie et d'arithmétique. Il désignait déjà les inconnues par des lettres.
[11]. François Viète (1540-1603). Conseiller de Henry IV est considéré comme le père de l'algèbre moderne car il a introduit la notion (et l'écriture) de formule générale.
[12] Valério (1552-1618) enseigna les mathématiques à Rome.
[13] Stevin (1548-1620) ingénieur et mathématicien hollandais. Cf. note 23 ci-après.
[14] Vinci (né près de Florence, 1452, mort à Clos Lucé près d'Amboise, 1519, voir document IV.7.
[15] Voir « *Éclairs sur le Moyen-Âge* », III.
[16]. Girolamo Cardano (1501-1576). D.E. Smith, l'historien des mathématiques, dit de lui : « Ce coquin-là était parfois un homme dépourvu de principes et parfois un génie ». Il a publié, enseigné et vendu du droit, de la médecine, de 1'astrologie, de la philosophie, de l'algèbre et de la physique. Cf. document IV.8.
[17] Nicolas Tartaglia (1506-1557), autodidacte, est peut être le plus grand mathématicien italien de son époque. Cf. notre brochure « *Glanes* ». IREM de Dijon.
[18] Soto (1494-1570) enseigna à Salamanca.
[19] Ptolémée enseigna à Alexandrie au II$^{\text{ème}}$ siècle.
[20] Astronome grec du III$^{\text{ème}}$ siècle avant Jésus-Christ.
[21] Mathématicien grec du V$^{\text{ème}}$ siècle avant Jésus-Christ.
[22] Copernic (1473-1543). Voir Document IV.9.

préconisant et utilisant systématiquement les fractions décimales[23]. Avec l'imprimerie vont se répandre les tables de calcul fort utiles sinon indispensables pour résoudre des problèmes lorsqu'on sait que la pratique de la multiplication est encore peu usuelle et celle de la division presque affaire de spécialiste[24].

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODUS facilis, per Gemmam Frisium, medicum ac mathematicũ, iam recens ab ipso authore emendata, & multis in locis insigniter aucta.

HVC ACCESSERVNT IACOBI PELETARII Cenomani annotationes: Eiusdem item de Fractionibus Astronomicis compendium: de cognoscendis per memoriam Calendis, Idibus, Nonis, festis mobilibus, & loco Solis et Lunae in Zodiaco.

PARISIIS,

Apud Galielmum Cauellat, in pingui gallina, ex aduerso collegij Cameracensis.

1553.

Adaptation latine de l'arithmétique de Gemma Frisius (1553 à Paris)

La trigonométrie, outil privilégié de l'astronomie s'est développée non seulement dans les pays de l'Islam durant le Moyen-Âge, mais, sur la fin de celui-ci en Occident. Des tables comparables à nos tables de fonctions trigonométriques vont paraître dès le début de l'imprimerie, ainsi la « *Tabula directionum* » de Regiomontanus sortie en 1485[25]. Cet auteur, astronome lui-même, donna à la trigonométrie une forme indépendante de l'astronomie. A sa suite les relations dans les triangles, tant plans que sphériques, furent mises au point pour elles-mêmes[26].

L'algèbre, enrichie de l'apport arabe est mieux assimilée et devient, au XVI$^{\text{ème}}$ siècle, un outil fécond. Tartaglia résout l'équation du troisième degré en 1535[27] et Ferrari[28] celle du quatrième degré vers 1545[29].

---

[23] Stevin (1548-1620) fut surtout connu de ses contemporains pour ses travaux de statique et d'hydrostatique en particulier au sujet des digues et polders des Pays-Bas.

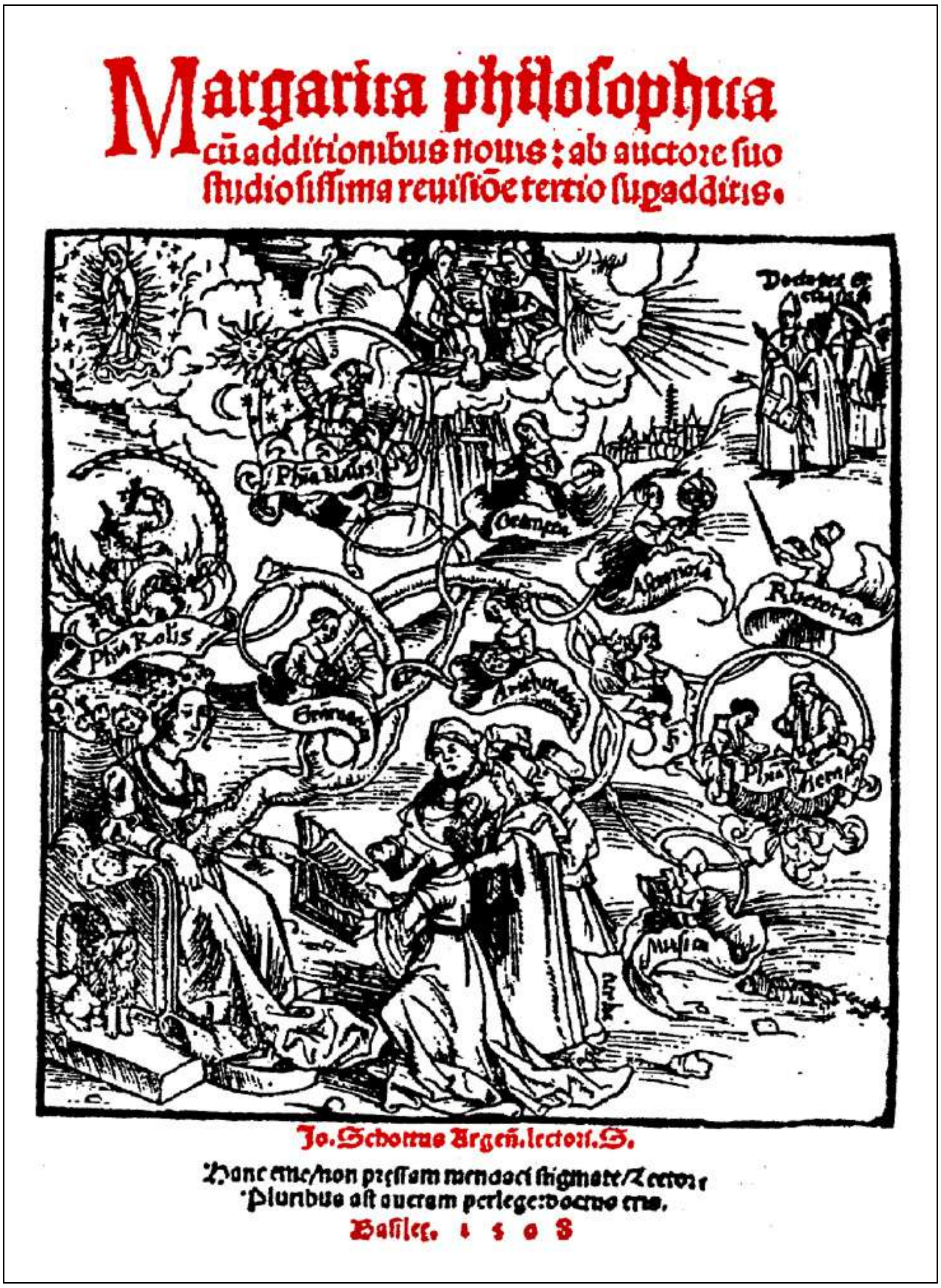
[24] Sur toutes ces questions nous renvoyons à notre brochure : « *Choses d'Algèbre* ». IREM de Dijon.

[25] Johann Müller (1436-1475) né à Königsberg, en Bavière, est désigné sous la forme latine de son lieu de naissance : Regiomontanus. On trouvera un exemple d'une table similaire au Voir Document IV.8.

[26] Les arabes connaissaient sin 2a = 2 sina cosa. C'est dans un texte de Viète en 1591 qu'apparaît $\sin 3a = 3\cos^2 a \sin a - \sin^3 a$.

[27] C'est lui-même qui fixe la date de sa découverte : 1a nuit du 12 au 13 février, à Venise.

En géométrie, l'Occident redécouvre la science des Anciens. Les géométries dites d'Euclide vont être éditées un peu partout, en toutes langues, au cours du siècle[30]. Avec Albrecht Dürer (1471-1528) apparaissent les premières véritables épures d'une géométrie de l'espace qui utilisent la perspective.



La *Margarita Philosophica* (édition de 1508 à Bâle).

On remarquera entremêlées les disciplines du trivium et du quadrivium. Voir Document IV.3

C'est en 1543 qu'est édité le livre de Copernic qui renverse le vieux système descriptif du monde pour laisser place simplificatrice aux calculs astronomiques et, coïncidence, en cette

---

[28] Ferrari : élève de Cardan (1522-1565).

[29] Pour plus de détails sur l'historique des équations algébriques, voir notre brochure « *Égale zéro* ».

[30] Voir au Document IV.3 quelques rappels des premières éditions. Toutes les géométries d'Euclide provenaient de manuscrits plus ou moins complets, plus ou moins exacts, plus ou moins authentiques. Certains comprenaient des apports postérieurs surtout après la redécouverte de l'œuvre d'Archimède inconnue au Moyen-Âge. On trouvera au Document IV.10 un exemple classique d'une méthode introduite par le Syracusien.

même année, parait également la première édition des œuvres d'Archimède, œuvres pratiquement ignorées depuis quinze siècles. On découvre chez Archimède non pas le savant d'un système mais l'homme de problèmes ponctuels. L'homme du XVI^{ème} siècle se retrouve dans cette attitude. Les outils forgés par et pour l'homme de science, sont aussi demandés par tout un monde qui n'attend pas un système de descriptions qualitatives mais des résolutions de problèmes pratiques. Cela illustre bien le passage d'une « physique des qualités » à une observation quantitative des phénomènes qui va s'accélérer au cours du siècle. Le cadre de la seule discussion à partir d'un système quasi monolithique va éclater au profit de jugements forgés à l'aide de preuves et d'expériences, que chacun presque individuellement, peut apporter sinon vérifier.

Un nouvel esprit scientifique est mûr. Le siècle suivant ouvrira toute grande la porte aux Galilée et autres Pascal... On ne saura les nommer tous.

Cependant le passé perdure, spécialement en Sciences, d'autant qu'il était déjà porteur d'avenir. D'autre part la mathématisation du monde n'est possible que parce que la plupart des savants mettent entre parenthèses les conditions politiques et surtout religieuses. Séparation féconde mais aussi gênante car les sourdes rivalités entre savants sont avivées par tout un appareil de censures, appareil plus ou moins redoutable dirigé par les autorités ecclésiastiques de Rome ou de la Réforme, parfois renforcées par les autorités des États.

Carte de 1530 du mathématicien briançonnais Oronce Fine (1494-1555).

Professeur au Collège Royal en 1532. On lui doit l'édition de nombreuses œuvres scientifiques étrangères, ainsi qu'un ouvrage de géométrie pratique. Il crut comme beaucoup d'autres avoir résolu la quadrature du cercle.

Fidèles à notre méthode, nous présentons maintenant des annexes pour que le lecteur établisse son propre jugement et trouve matière à illustrer ses connaissances.

Outils de caractères généraux :

1 - Concordance d'évènements
2 - Concordance de « Géomètres »
3 - Quelques dates de premières éditions
4 - L'écriture mathématique
5 - La numération écrite au début du XVIème siècle
6 - Les mesures françaises

Deux biographies :

7 - Léonard de Vinci
8 - Cardan

Suivent :

9 - Une note sur l'Est de l'Europe pour saluer Copernic
10 - Une démonstration inspirée d'Archimède
11 - Des extraits d'une « *probissima merx* » du XVIème siècle : l'algèbre de Gosselin
12 - Et le calcul ?
13 - Une vieille histoire des maths

Et pour terminer :

14 - Une promenade à travers les rayons de sciences d'une « librairie », lointain reflet de cette époque

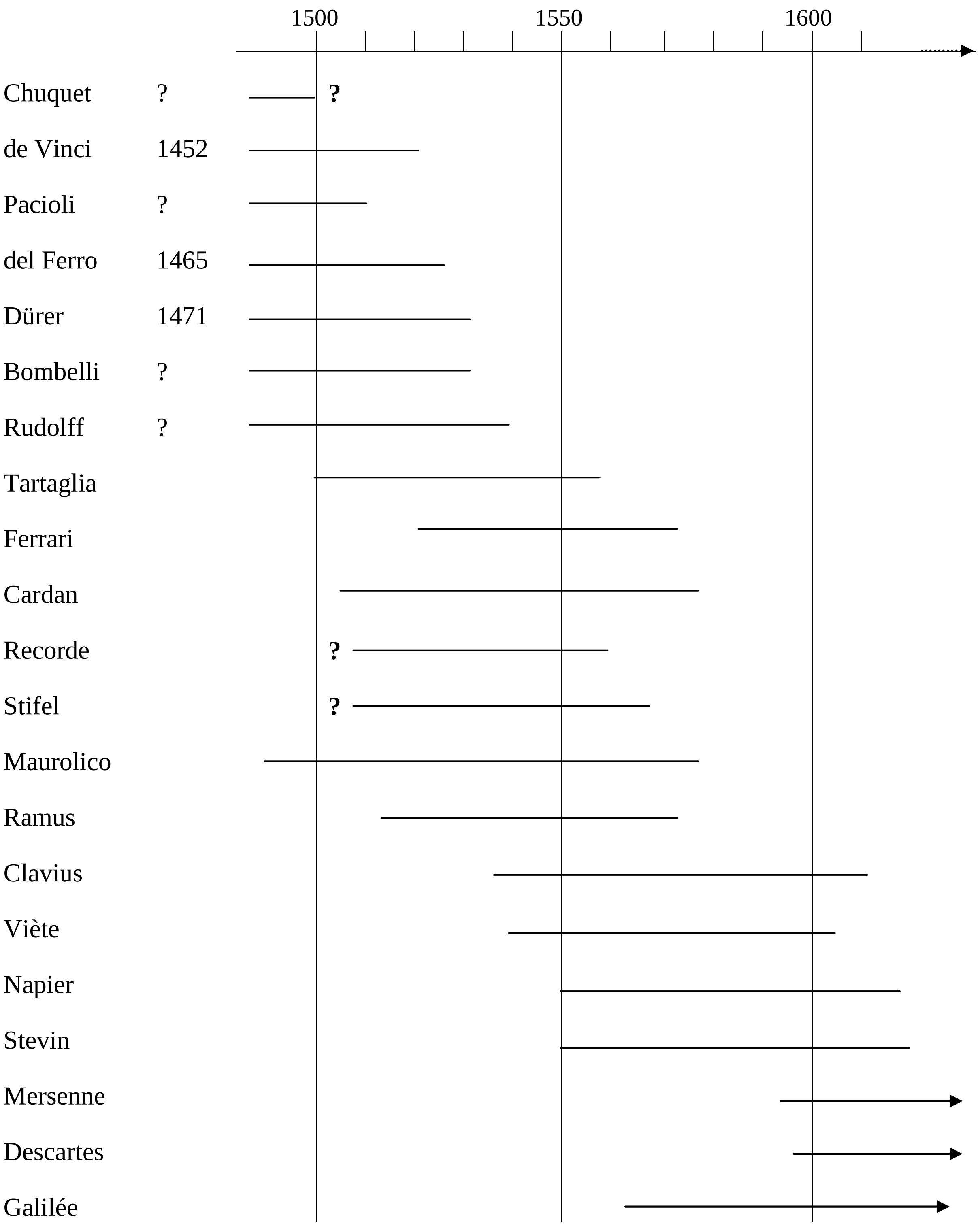
DOCUMENT IV.1

XVI$^{\text{ÈME}}$ SIÈCLE : UNE CONCORDANCE

		1482	1$^{\text{ère}}$ édition d'Euclide		
		1484	« *Arithmétique* » de Chuquet		
1492	Christophe Colomb : 1$^{\text{er}}$ voyage vers les Indes occidentales	1494	Pacioli : équation du 2$^{\text{ème}}$ degré		
1500	Vasco de Gama contourne l'Afrique et gagne les Indes orientales			1506	*« La Joconde »*, Léonard de Vinci
		1510	Dürer : *Perspective et géométrie*	1511	« *Éloge de la folie* », Erasme
1515	François 1$^{\text{er}}$ Roi				
1516	Charles Quint Empereur				
1517	Luther Manifeste des « *95 propositions* »				
				1530	Collège royal (de France)
1534	Création de la Compagnie de Jésus	1535	Équation du 3$^{\text{ème}}$ degré	1532	« *Gargantua* », Rabelais
				1539	Carte de Mercator
				1542	« *Botanique* », Fuchs
				1543	Copernic «*De Revolutionibus …* »
				1549	« *Défense et illustration de la langue française* », Du Bellay
1558	Elizabeth 1$^{\text{ère}}$ Reine d'Angleterre	1560	Sommation de séries Tartaglia (édition)	1558	Circulation pulmonaire, M. Servet
1562	Début des Guerres de religion, en France				
1571	Bataille de Lépante			1577	El Gréco à Tolède
1582	Réforme grégorienne du calendrier			1580	Palissy : émaux Montaigne : « *Essais* »
1588	Défaite de *l'Invincible Armada*			1589	Galilée : Oscillations du pendule
				1590	Premières lunettes
1598	Édit de Nantes : Tolérance des Réformés	1591	Viète : écriture algébrique littérale	1591	*« Henry VI »*, Shakespeare

DOCUMENT IV.2

« GÉOMÈTRES » (MATHÉMATICIENS) AU LONG DU XVI^{ÈME} SIECLE



DOCUMENT IV.3

QUELQUES DATES DE « PREMIÈRE ÉDITION »

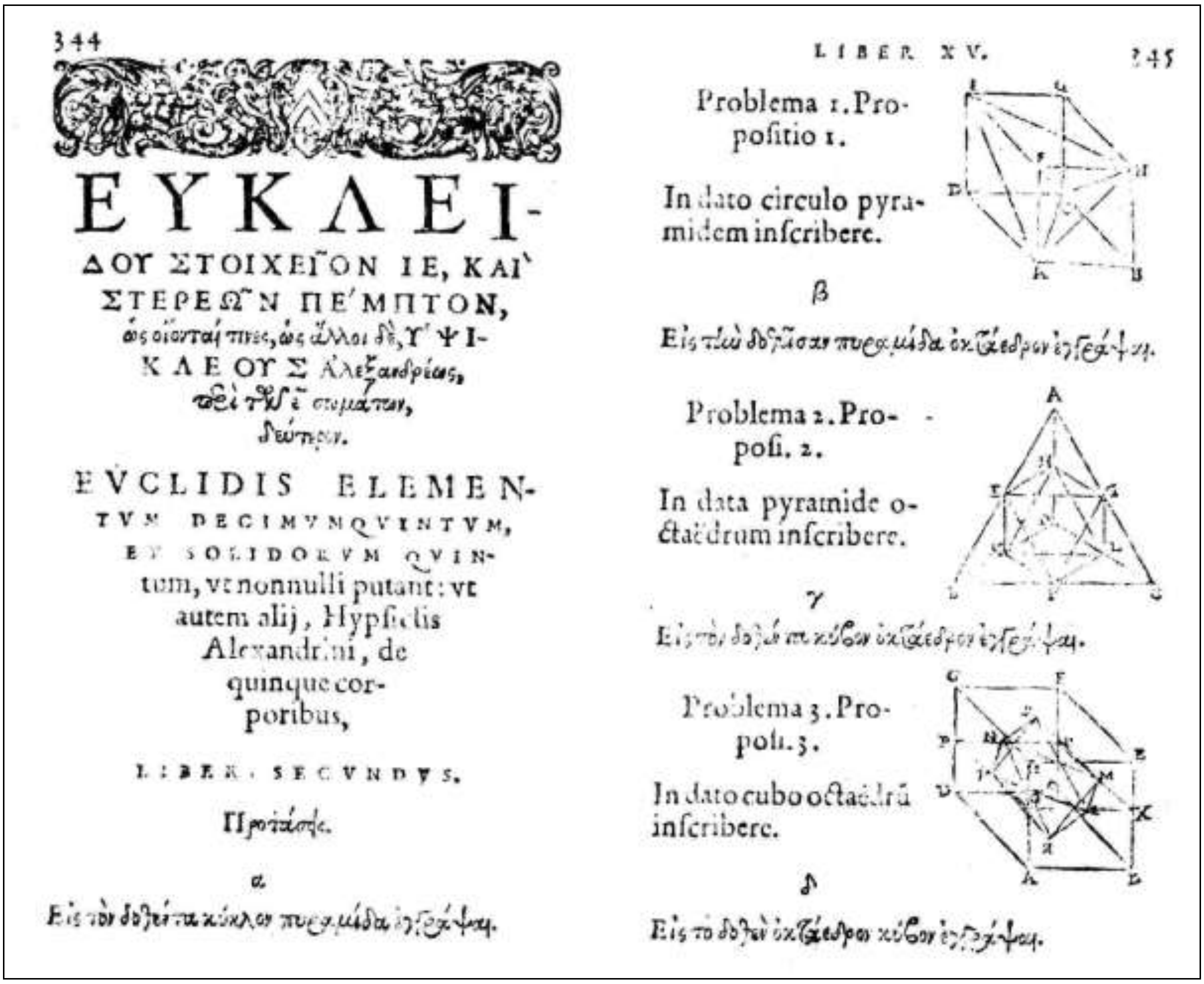
Cette liste qui bien évidemment n'a rien d'exhaustif, n'est dressée que pour illustrer la diffusion des Mathématiques, à travers l'imprimerie, de par le monde du XVIème siècle. Elle est aussi un reflet de l'intérêt ou des besoins alors ressentis pour cette discipline.

1478	Trévise	Ellibro che tracta de Mercatantie (Anonyme) -Arithmétique
1482	Venise	Géométrie d'Euclide en latin
	Padoue	Tractatus latitudinibus formarum (Oresme)
	Bamberg	Arithmetick (Anonyme allemand)
1488	Lyon	Arithmetica selon Boëce
1489	Leipzig	Arithmétique pratique en allemand (Widmann)
	Tolosa	Dela arismethica (Delatore)
1491	Florence	Arithmétique avec illustrations (Calandri)
1493	Ferrare	Almageste de Ptolémée
1494	Venise	Suma - première algèbre (Pacioli)
1499	Paris	Géométrie attribuée faussement à Boëce (Le Fevre d'Estaples)
1503	Fribourg Strasbourg	Margarita Philosophica - Première encyclopédie (Reisch)
1506	Noyon ?	Opera (Charles Bouëlle)
1512	Barcelone Lyon	Suma de arithmetica (Ortega)
1514	Heidelberg (?)	Rechnenbiechlen - arithmétique (Jakob Köbel)
1520	Lyon	Larismétique (Estienne de la Roche)[31]
1525	Königsberg	Die Coss - algèbre (Rudolff)
1533	Bâle	Euclide, édition en grec
	Nuremberg	De triangulis - trigonométrie (Regiomontanus)
1540	Londres	The ground of artes - arthmétique (Recorde)
	Anvers	Arithmeticae praticae (Gemma Frisius)
1543	Venise	Archimède, édition Tartaglia
	Nuremberg	De revolutionibus orbium celestum (Copernic)
1545	Nuremberg	Ars magna (Cardan)
	Paris	Elements d'Euclide (Pierre de la Ramée)
1556	Mexico	Sumario Compendiosa - arithmétique pratique
1557	Londres	The whestone of witte - algèbre (Recorde)
1571	Paris	Canon mathematicus (Viète)
1572	Bologne	Diophante - Édition en italien par Bombelli
1577	Paris	De arte magna (Gosselin)

[31] Ce livre ne serait qu'une copie du manuscrit « *Triparty en la science des nombres* » de Nicolas Chuquet de 1484, première algèbre en français.

1585	Leyde	Arithmétique (Stevin)
…		
1603		Traduction en chinois d’Euclide (Matteo Ricci (S.J.))

Œuvres originales et « classiques » paraissent concurremment. On peut ainsi suivre la percée des langues vulgaires.



344

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ΙΕ, ΚΑΙ͂
ΣΤΕΡΕΩ͂Ν ΠΕ΄ΜΠΤΟΝ,
ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ΥΨΙ-
ΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως,
περὶ τῶν ε΄ σχημάτων,
δεύτερον.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM DECIMVMQVINTVM,
ET SOLIDORVM QVIN-
tum, vt nonnulli putant: vt
autem alij, Hypsiclis
Alexandrini, de
quinque cor-
poribus,

LIBER SECVNDVS.

Πρότασις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

LIBER XV. 345

Problema 1. Propositio 1.

In dato circulo pyramidem inscribere.

β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 2. Proposi. 2.

In data pyramide octaedrum inscribere.

γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 3. Proposi. 3.

In dato cubo octaedrũ inscribere.

δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

Deux pages d’un « *Euclide* » de 1573, en latin et grec. (Voir document n° IV.14).

DOCUMENT IV.4

L’ÉCRITURE MATHÉMATIQUE

C’est au cours du XVIème siècle que se situe l’apparition des actuels symboles mathématiques[32].

– Les signes + et - se trouvent dans un ouvrage allemand de 1489 mais ne s’imposent que lentement. On leur préfère p et m ou P et M.

V (radical) est de Rudolff (1525).

– L'anglais Recorde use du symbole == pour l'égalité en 1557 mais pour certains auteurs a = b signifiera, longtemps encore, ce que nous notons $|a-b|$. Les deux traits seront longs à l’emporter pour l’égalité.

D’autres éléments de notre écriture n’apparaissent pas encore au XVIème siècle.

Si un nombre, connu ou inconnu est noté A (ce qui est un progrès sur *res* ou *coss*), son carré est Aq (abréviation de *quadratus*) et son cube Ac (*cubus*). Le plus souvent même le mot reste en entier et d’autres notations se rencontrent. C’est ainsi que Cardan écrit *A in C in quadratum B* pour notre AB^2C ; *in* désignant la multiplication.

Dans la pratique les opérations, si elles ne sont pas faites avec l’abaque –et ce par les géomètres car les comptables usent presque toujours de bouliers– elles ne se disposent pas encore comme nous le faisons.

La multiplication se fait souvent à l’aide de la duplication. Ainsi, pour effectuer 135 x 21 on dresse une table des « doubles » de 135 : (opération facile)

135	270	540	1080	2160
1	2	4	8	16

car 21 = 1 + 4+ 16

donc 135 x 21 = 135 + 540 + 2160 = 2835.

Ce procédé dérive directement de la pratique du boulier.

La division est encore une opération délicate peu répandue ; on ne connaît pas les nombres décimaux. On partage en nombres « rompus » –en fractions–.

Dans la pratique commerciale on utilise des tables de résultats, tables qui vont rapidement être imprimées, en grand nombre et pendant très longtemps. L’auteur de plusieurs d’entre elles, au siècle suivant, ne s’appelait-il pas J.F. Barrême ; il y laissa son nom.

[32] On trouvera plus de détails dans nos brochures « *Chose d’Algèbre* » et « *Égale zéro* », IREM de Dijon. Voir également le document Gosselin (n° IV.11).

DOCUMENT IV.5

LA NUMÉRATION ÉCRITE AU DÉBUT DU XVI$^{\text{ÈME}}$ SIÈCLE

Les copistes du Moyen-Âge ne faisaient que suivre la notation des nombres selon les rares auteurs originaux qu'ils reproduisaient. Lorsque l'imprimerie apparut, toutes ces notations furent confrontées, et affrontées à la notation indo-arabe. Mais les survivances du passé furent tenaces. (Elles le sont encore au XX$^{\text{ème}}$ siècle).

On distingue, en gros, deux écoles pour adapter l'écriture des nombres aux caractères de l'imprimerie naissante.

Le système latin

Un se note j, deux ij, trois iij, quatre iiij, cinq v etc… La forme soustractive n'est pas généralisée, ainsi : LXviiij = 69 DCLXXXX = 690

Mais l'emploi de grands nombres s'avère davantage nécessaire au XV$^{\text{ème}}$ siècle qu'au I$^{\text{er}}$ siècle. Si M c'est mille on imprime :

$\overline{\text{ij}}$ pour 2000, $\overline{\text{X}}$ pour 10 000, $\overline{\text{C}}$ pour 100 000.

Par suite on trouve :

$\overset{\overline{\text{c}}}{\text{X}}$ pour 1 000 000 $\qquad$ $\overset{\overline{\text{c}}}{\text{XXXX}}$ pour 4 000 000

$\overset{\overline{\text{c}}}{\text{Xiiij}}\ \overline{\text{ij}}$ ccc L vj $\quad$ c'est $\quad$ 1 402 356

et encore :

$\overset{\overline{\text{c}}}{\text{C}}$ = 10 000 000 $\qquad$ $\overset{\overset{\overline{\text{c}}}{\text{C}}}{\text{XXX}}$ = 300 000 000 (car 30 × 100 × 100 000)

alors

1 000 000 000 est noté $\overset{\overset{\overline{\text{c}}}{\text{C}}}{\text{C}}$

Mais d'autres utilisent plus simplement :

Cm pour 100 000 $\qquad$ XCm pour 1 000 000

voire $\overline{\overline{\text{v}}}$ pour 5 000 000.

Le système grec

Il s'agit du système littéral (*ordo literarum numéralium*)[33].

Une difficulté se fait alors jour car on ne dispose pas de vingt sept caractères-lettres (i et j d'une part, u et v d'autre part, sont souvent confondus).

[33] Consulter à ce sujet notre brochure « *Comptes grecs* ». IREM de Dijon et Mathématiques grecques. D. La numération écrite.

On trouve alors deux notations résumées dans la table suivante. Ce sont en quelque sorte des essais de latinisation de l'outil grec.

a	1	a	k	10	i	ꝛ	100	ꝛ
b	2	b	l	20	k	ſ	200	ſ
c	3	c	m	30	l	s	300	s
d	4	d	nj	40	m	t	400	t
e	5	e	n	50	n	v	500	v
f	6	&	o	60	o	u	600	x
g	7	f	p	70	p	x	700	y
h	8	g	q	80	q	y	800	z
i	9	h	r	90	r	z	900	w
			w	1000	ʔ			

– s est le « s » du pluriel et ſ le « s » du corps des mots.

– ꝛ et ʔ paraissent des créations.

Donc selon les imprimeurs :

LC ou KC pour 23 ; njh ou mg pour 49

uof ou xo& pour 666 ; xω ou y pour 700 000

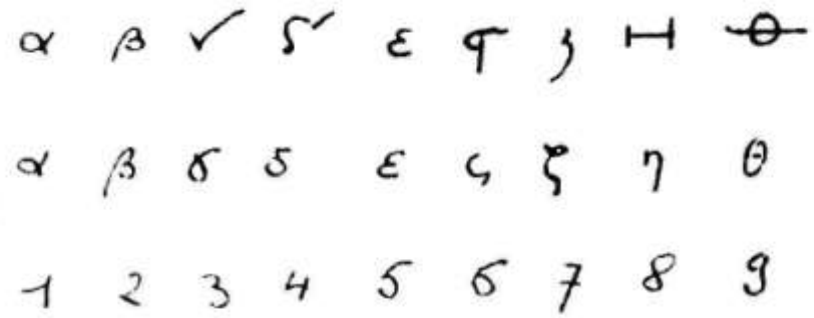
On comprend aisément comment le système indo-arabe l'emporta ! …

Certes les imprimeurs eurent très tôt des caractères grecs, mais certains, ignorant sans doute la numération littérale grecque, eurent à côté de l'alphabet grec, des caractères numériques dont les formes furent copiées sur des copistes ignorant, eux, le grec.

Un de ces imprimeurs produit :

pour

c'est-à-dire



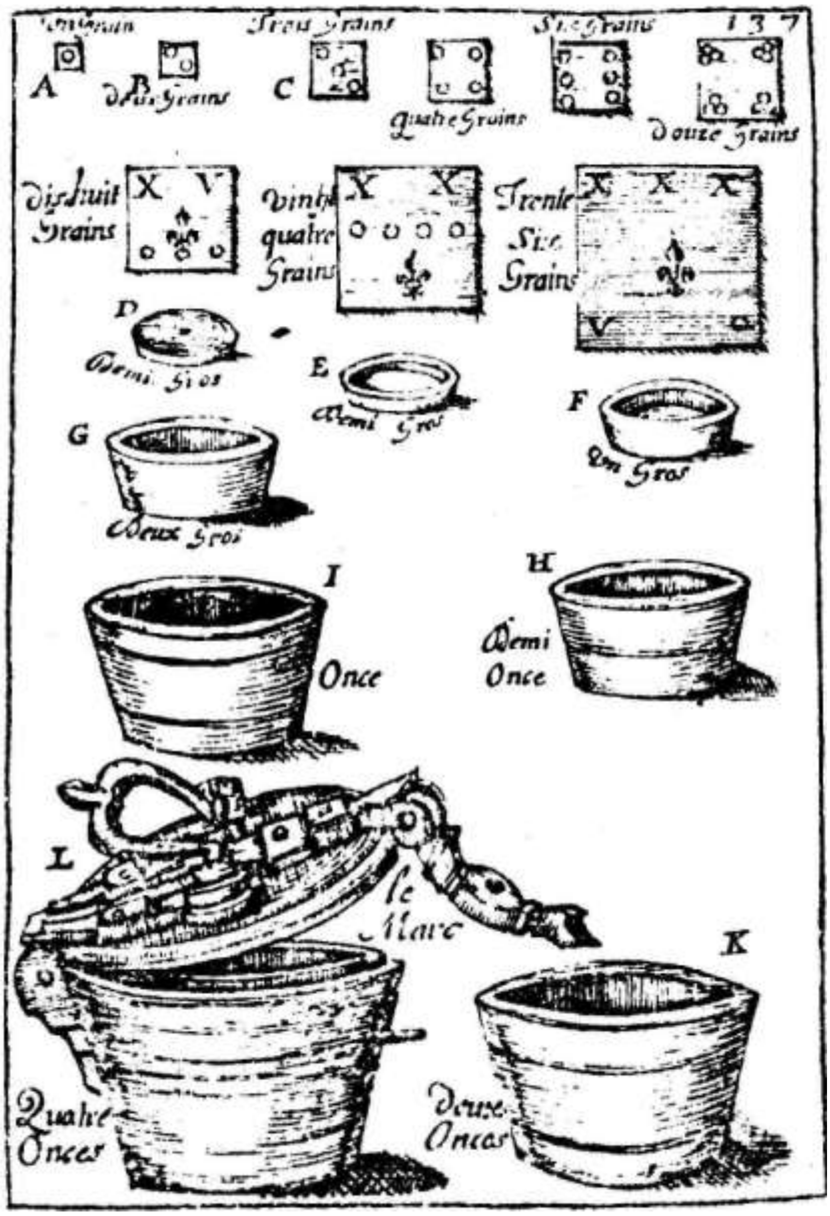
DOCUMENT IV.6

QUELQUES MOTS SUR LES ÉLÉMENTS DE MESURE

On comprendra sans peine que nous nous en tenions seulement à la France et encore faut-il préciser que si, en gros, nous avons fait le point au XVIème siècle, c'est toute une évolution qu'il aurait sans doute fallu suivre, mais cela aurait immédiatement dépassé le cadre de notre travail.

Les poids

La livre « pèse » 16 onces, l'once pèse 8 gros, le gros pèse 72 grains[34].



La planche ci-jointe, extraite d'un ouvrage du XVIème siècle, figure les poids utilisés.

On trouve donc des petites plaques (en général en laiton) pour les grains. Le Marc se présente sous forme d'une boite (L) laquelle enferme des godets emboîtables E, F, G, H, J, K et un couvercle D. Le tout pèse 8 onces. On constatera que le jeu de ces divers « poids » permet les évaluations de grain en grain jusqu'à la demi-livre.

Par ailleurs 100 livres valent un quintal (ou quinte).

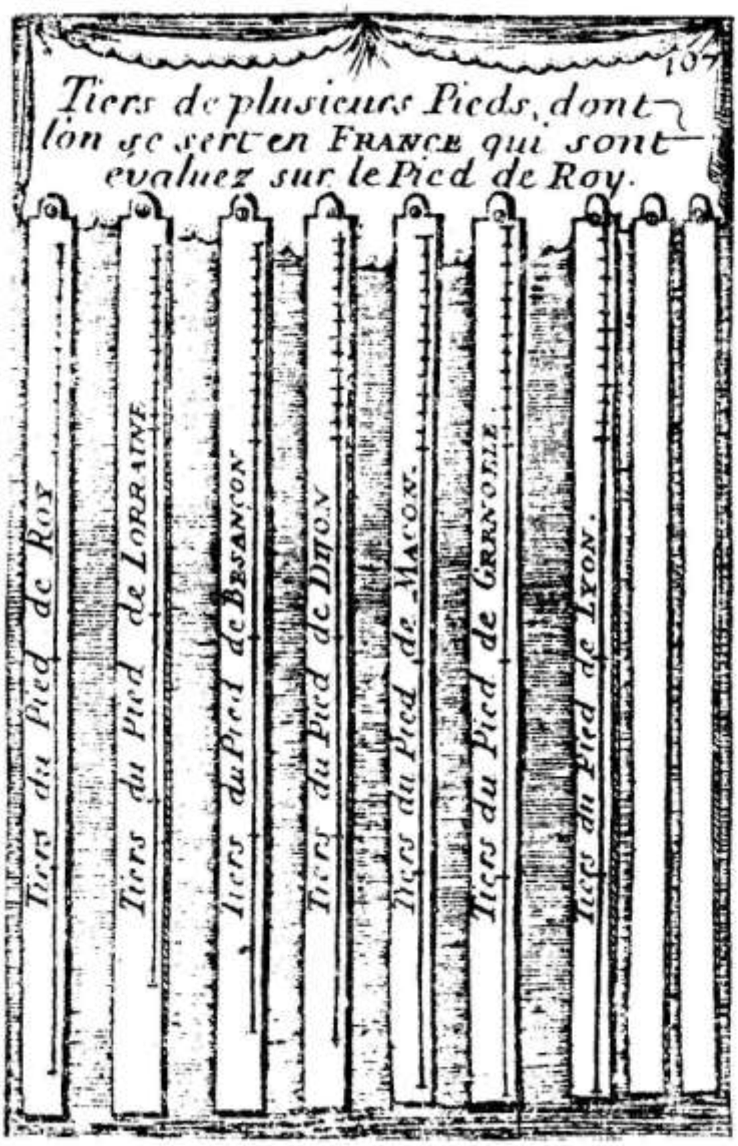
Si l'on ajoute seulement que, par exemple, à Paris, la livre de soie n'a que 15 onces on comprendra qu'il vaut mieux ne pas chercher à entrer dans le jeu des exceptions et des privilèges des corporations …

Les longueurs

Une toise vaut 6 pieds, un pied 12 pouces, le pouce 12 lignes, la ligne 6 points.
Une lieue de poste (poste à chevaux) valait 2 000 toises[35]. Mais que vaut le pied ?

[34] À la Révolution, la livre de Paris fut évaluée à 489,5 g.

La vieille gravure ci-jointe montre la complexité du problème. Il n'y avait pas qu'un pied dans le royaume !



Pour les étoffes, par exemple, il y avait l'aune (1,19 m). On usait aussi de la coudée, de la palme (largeur de la main) ou de l'empan (9 pouces), etc.

Les aires

Question : De combien le pied carré de Mâcon excède-t-il le pied carré de Dijon ?[36] La perche (de Paris) valait 9 toises carrées soit un carré de 18 pieds de côté.

L'arpent (de Paris) valait 100 perches. Mais la perche des eaux et forêts était un carré de 22 pieds de côté … Et il fallait un acre et demi pour faire une perche.

Les volumes

Il y a le pied cube, le pouce cube.

Mais les « vinotiers » servent la chopine et la pinte (2 chopines) et ont en cave le muid (300 pintes)[37].

Les grains s'évaluent en muids ou en setiers ou en boisseaux (12 setiers).

Les bois coupés se mesurent en cordes de 2 voies.

Les monnaies

C'est là, encore plus, affaire de spécialiste que de suivre l'évolution, ne serait-ce que des monnaies françaises, des temps mérovingiens au XVI^{ème} siècle. Les pièces ont porté des noms en presque aussi grand nombre qu'il y eut de lieu où fut battue monnaie. Rien qu'en France circulèrent des deniers, des oboles, des gros, des agnels, des mailles, des doubles, des francs, des carolus, des blancs, des floritttes, des écus, des douzains, des testons…, noms souvent pittoresques aux origines multiples.

À la fin du Moyen- Âge on peut en gros évoquer le système suivant pour évaluer les valeurs :

[35] À la Révolution la toise de Paris fut évaluée à 1,949 m.
[36] Réponse : 22 pouces carrés et 111 lignes carrées … du Roy.
[37] À la Révolution la pinte de Paris fut évaluée à 0,93 1 ; à peu près équivalent était le « litron »…

La livre comporte 20 sols, le sol ou sole comporte 12 deniers. Il n’existe plus comme pièce que les doubles (deux deniers) et les blancs (5 deniers). Si Charlemagne frappa des deniers d’or, Charles IX usa de doubles sols en billon voire en cuivre.

Il n’existe pratiquement pas de pièce d’une livre. Mais on dispose d’écus d’argent de 3 livres, de demi-écus (30 sols) et de quarts d’écu (15 sols). L'écu d’or vaut 10 livres.

Pile

et

Croix

d’un denier d’argent de Louis VI (début XIIème siècle)

Écu d’or

Philippe VI

(milieu XIVème siècle).

En général beaucoup de gens ne savent que mal compter mais évaluent leur avoir à l’aspect des pièces de monnaie. Montaigne, lui-même, dit qu’il « *ne sait compter ni à ject ni à plume* »[38].

Mais c’est surtout le poids des pièces en métal précieux qui en fait sa valeur d’échange et pas seulement d’un pays à l’autre. On comprend alors qu'à côté des faux-monnayeurs évoluaient les « rogneurs ».

Testons en argent (10 sols)

François Ier

(XVIème siècle)

du Dauphiné

(fleur de lys et dauphins)

[38] *Essais* II 17 –*ject* = jeton ; compter avec des jetons. Voir *Eclairs sur le Moyen-Âge* III.12. Il serait à ce sujet instructif de relire, par exemple dans le théâtre de Molière, les divers comptes que font ses personnages de Jourdain à Argan en passant par Dorante.

et de Bretagne (écu et hermines)

On ne peut être assuré qu'une pièce ait été frappée du vivant du souverain surtout lorsque les « faces » apparurent (Louis XII) car après leur mort il fallait attendre que fut prêt le « coin » officiel du successeur.

En ce qui concerne les taux d'intérêt on stipulait ceux-ci en denier douze ou denier quinze ; c'est-à-dire que, par exemple, au denier douze, pour douze écus empruntés il fallait en rendre treize, à moins qu'on ne vous en ait prêté que onze et que vous ayez dû signer un billet de douze. Les rois de France ont en général imposé un taux officiel pour leurs emprunts variant du denier vingt au denier seize (soit de 5% à 6,25%). Quant à l'Église elle essaya longtemps d'obtenir que soit prêté à celui qui en avait besoin, sans usure…

DOCUMENT IV.7

UN GRAND SCIENTIFIQUE : LÉONARD DE VINCI

« *La Joconde* », « *L'Annonciation* », « *La Cène* »… en tout une douzaine de toiles, mais quelles toiles, ont suffi à rendre célèbre cet homme qui se range parmi les plus extraordinaires de l'humanité.

En effet, l'étude, tardive, des multiples notes qu'il prit toute sa vie, révèle maintenant quelle est l'ampleur de son héritage scientifique. Ses notes, regroupées en carnets après sa mort, dispersées ensuite à travers l'Europe, font découvrir non seulement l'incroyable fécondité et la vaste curiosité de son esprit, mais aussi la rigueur de son observation et sa méthode de travail.

On comprendra, sans doute, le retard mis à étudier les papiers de Léonard de Vinci lorsqu'on saura que, gaucher, il écrivait de droite à gauche en renversant les caractères. Il faut donc le lire en regardant dans une glace. Etait-ce désir de garder secrètes ses découvertes ?

En suivant, autant que faire se peut, l'évolution chronologique des notes de Léonard de Vinci, on constate que, dans un premier temps, celui-ci inscrit des résumés de nombreuses lectures, celles-ci suivies d'observations, puis que ces dernières se renouvellent, se modifient, sont accompagnées de critiques, deviennent ce que nous appellerions des expériences et que, toujours dans notre langage, des lois sont formulées souvent en opposition à la doctrine aristotélicienne en vigueur.

Un siècle avant Galilée, le recours à l'expérience fait, avec Léonard de Vinci, son apparition comme méthode scientifique cherchant ainsi à libérer le savoir de l'autorité des Anciens, voire de la tradition ecclésiale.

Le grand projet de Léonard de Vinci était d'écrire une encyclopédie du savoir de son temps. Ses notes, assorties de nombreux dessins, n'en étaient que les éléments constitutifs. Il ne put les mettre en forme ; il ne publia jamais.

Il n'est pas totalement surprenant de voir Léonard de Vinci versé dans tant de disciplines. Les « artistes » attachés à tel ou tel grand seigneur de cette époque devaient non seulement peindre ou sculpter mais se montrer architectes, ingénieurs ou entrepreneurs des travaux tant civils que militaires de ceux qu'ils servaient. On ne s'étonnera donc pas de savoir que les peintres célèbres du Quattrocento attendaient de leurs élèves qu'ils étudiassent et l'anatomie et les lois de la nature et, pour les besoins de la perspective, quelques mathématiques.

Léonard de Vinci poussa ses études plus loin que d'autres et ne les cessa jamais au cours de ses déplacements près de ses protecteurs : Sforza, Este, Borgia, Médicis, pape, roi de France, à Florence, Mantoue, Venise, Milan, Rome et au bord de la Loire –où il mourut près d'Amboise.

Que nous révèlent donc les manuscrits du peintre ?

Nous les citerons, un peu pêle-mêle, à défaut de bien connaître comment l'esprit du maître passa d'un sujet à l'autre. Certes, certaines de ses notes peuvent constituer un traité de peinture, un traité d'anatomie, voire une grammaire latine…

On a cité des plans de machines : machine à voler, qu'il étudia toute sa vie, machine sous-marine ; techniques d'engrenages, moulins à vent, roues hydrauliques. Il réalisa des améliorations à des écluses, et à des fortifications. La suspension « à la Cardan » figure, sans conteste, dans certains de ses papiers dont justement il est avéré que Cardan eut connaissance…

DANS LES CARNETS DE LEONARD DE VINCI

Figure 1 :

Pour accompagner une étude de balistique.
Selon la vitesse initiale la trajectoire et donc le point de chute du boulet, seront différents. On notera l'écriture retournée de Léonard de Vinci. Le long de la trajectoire ascendante il faut lire : FbSNkp.

Figure 2 :

Projet d'engrenages.

Doit-on évoquer un dispositif de changement de vitesse ?

Figure 3 :

Un système de suspension qui n'est pas sans faire penser à Cardan.

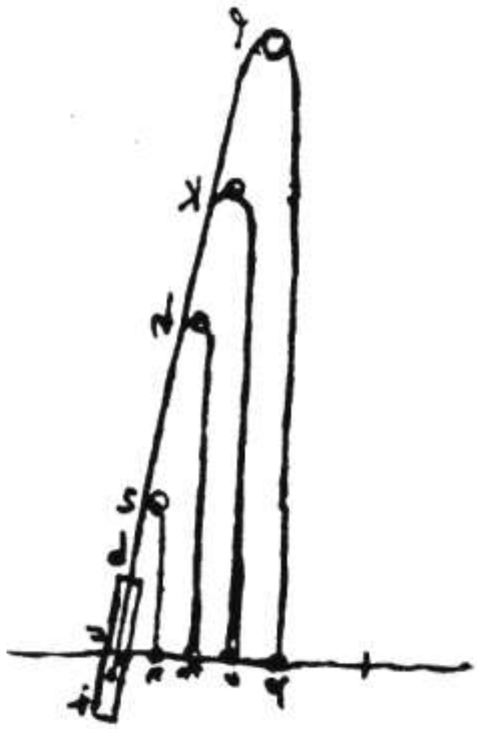


Figure 1

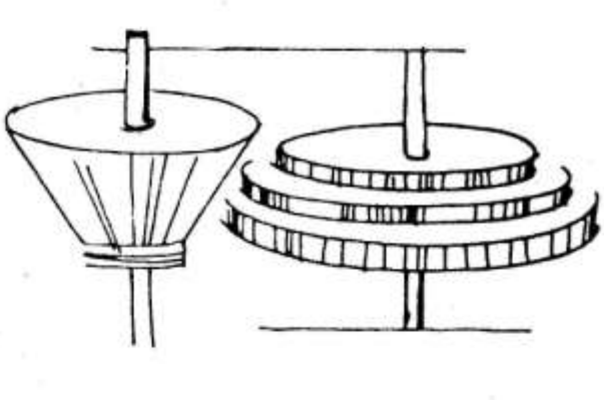


Figure 2

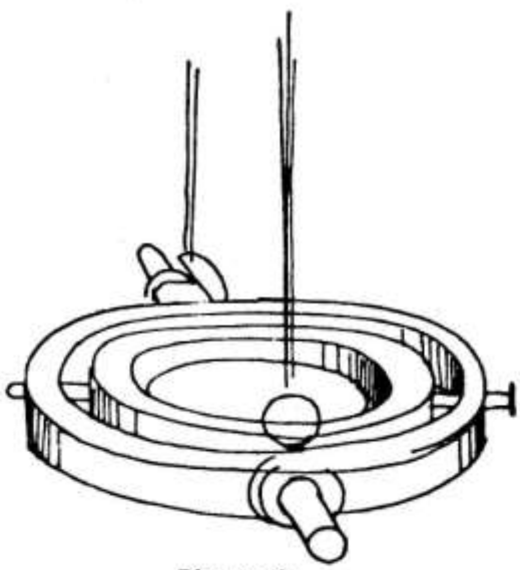
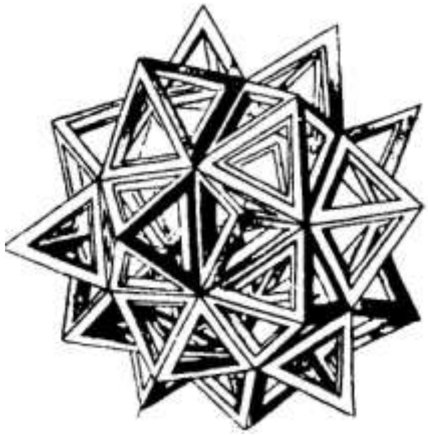


Figure 3

Dans la « *Divina proportione* » de Pacioli, son ami, les dessins sont de lui, préfigurant ses études qui furent regroupées et publiées au XX^{ème} siècle en un « *Traité sur la transformation des figures* »

Polyèdre convexe semi-régulier : on démontre que les faces, si elles ont la même forme (pentagone) ne peuvent avoir mêmes dimensions car leur nombre dépasse vingt (résultat connu de Platon).

S'agit-il d'une fiction graphique pour montrer une illusion d'optique et faire croire à la régularité ?



Même remarque pour le ***polyèdre « étoilé »***.

On admirera la maîtrise de la figuration de l'espace !

Léonard de Vinci chercha à domestiquer la force de la vapeur d'eau. Il semble qu'il fut le premier à évoquer les nappes souterraines comme cause des sources et à émettre l'hypothèse des plissements terrestres pour expliquer la présence de fossiles au sommet de montagnes. Également des notes d'optique, de géographie, de botanique (l'insertion en hélice des feuilles sur une branche).

Mais nous retiendrons surtout certaines de ses idées qui montrent tout l'esprit neuf, révolutionnaire, apporté par Léonard de Vinci :

– le rôle du centre de gravité en géométrie, les propriétés devenues classiques, des droites concourantes du tétraèdre ; il écrit : « *Les axes du tétraèdre se coupent en un même point qui est le centre de gravité du tétraèdre* »,

– l'idée d'une certaine inertie des corps en accord avec l'« *impetus* » de Buridan[39] : « *Tout mouvement se maintient en ligne droite tant que dure en lui l'effort de son moteur* »,

– l'idée d'une égalité entre action et réaction : « *Le corps oppose à l'air autant de force que l'air oppose de force au corps* »,

– l'idée que les ondes dans l'air et dans l'eau laissent ceux-ci à la même place ; il compare au mouvement d'ondulation des épis dans un champ de blé,

– l'idée que l'air est compressible et soutient ainsi l'oiseau en vol,

– on trouve enfin cette note de sa main : « *Le soleil est fixe* ».

Depuis le début du XX$^{\text{ème}}$ siècle une commission « Léonardo da Vinci Sabe » s'efforce de recenser, de classer et de publier tout ce qui est retrouvé provenant de cet homme dont la valeur scientifique est au moins égale à la valeur artistique.

[39] Jean Buridan, recteur de l'Université de Paris vers 1350. Voir Troisième partie « *Le temps des Universités* ».

DOCUMENT N°8

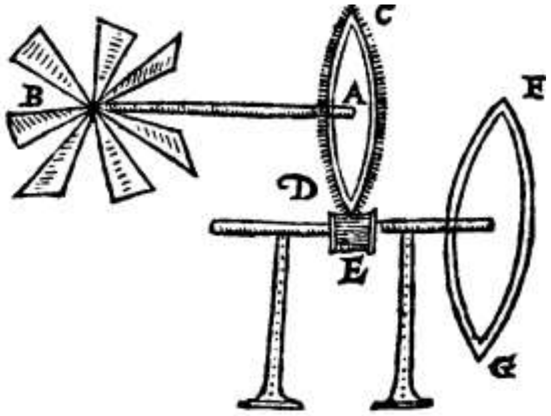
UN CURIEUX PERSONNAGE

On le trouve tant à Pavie, Milan, Bologne, Venise qu'à Rome ; il se nomme Girolamo Cardano. Sa vie (1501-1576) est pleine d'incohérences. S'y mêlent le génie et la démence, la vanité et le mysticisme, la rigueur de l'observation et la déloyauté envers ses confrères. Il enseigna la médecine puis les mathématiques ; on le signale comme ingénieur et comme astrologue. Il fut emprisonné pour dettes, poursuivi pour hérésie et pensionné par le pape. On parle de la formule de Cardan pour résoudre une équation du troisième degré : ce procédé est de Tartaglia[40]. On parle de transmission mécanique à la Cardan : celle-ci est dans les papiers de Léonard de Vinci… Et pourtant son « *Ars magna* » (1545) ainsi que les divers papiers[41] qu'il écrivit sont riches d'enseignements de toutes sortes.

D'un livre paru en 1580, peu après sa mort, sous le titre « *De rerum varietate* » nous proposons quelques rapides extraits pouvant illustrer l'œuvre et le personnage.

– ***Une figure accompagnant un exposé sur les engrenages*** : Si la roue A a 84 dents et la roue E 7 dents, la roue E tourne 12 fois plus vite que le moulin B…

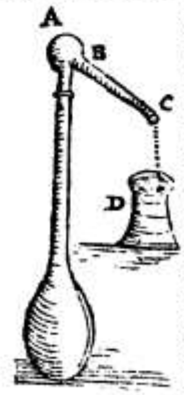
Sit igitur quē mouēt pinnæ ab aqua motæ AB axis, circum eū rota CD cū denticulis: qui ſi ſint reſpicientes centrū A, & axem eius in circūmferētia exteriore, faciēt motū eiuſdem rationis. Si autē eſſent ad perpēdiculum ſuper ſuperficie laterali CD & paralleli axi, tranſlationē motus facient. Erit autē vtriuſq; motus, quo ad numerum par ratio. Sint ergo denticuli in rota CD exteriores, gratia exempli, LXXXIIII. ..gentes curriculum E, cuius ſint denticuli ſeptē: manifeſtum eſt igitur, quòd dum reuoluitur rota ab aqua cum pinnis, reuoluitur eodem tēpore AB axis, & cū eo CD rota, & ideo LXXXIIII. denticuli: ſed pro quibuſlibet ſeptem dēticulis CD, reuoluitur curriculū E: igitur E duodecies vertetur, dū CD ſemel. Sit igitur rota verſus FB ſuper axe in quo curriculū E: dum igitur vertitur E, vertitur F B: ſed dum rota cū pinnis ſemel vertitur, F B duodecies vertetur.



– ***Un appareil pour distiller l'« eau ardente »*** dans les meilleures conditions

Aquæ ardentis optimæ extractio.

Aquam igitur ardentem vnica deſtillatione optimam ſic faciemus: vinum purum ætatis mediæ, elegantiſſimum & odoratum, in vaſe vitreo, cuius collum non minus ſit cubitis tribus, deſtillabimus lento admodum ſeu potius exiguo igne. Videbitur autem primùm in toto ſpatio A B C, velut ordo quidam funium, ſic guttæ continuantur guttis: atq; euſque colligenda eſt aqua ſynceriſſima, donec funiculi illi continuabuntur. Demum verò auferendum vas D, cùm viderimus funiculos illos quaſi interruptos. Id continget, cum ferme duodecima pars vini exierit. Ergo hæc aqua puriſſima eſt, quoniam quod ſolùm eſt in vino tenuiſſimum, & efficax, & acre, aſcendit. Non tamen hæc aqua facillimè ardet, aut calidiſſima eſt, vel ſicciſſima, quoniam non omnem prorſus, nec repetitam vim ignis experta eſt. Optimè igitur vinum referet, nec ſuauitate carebit, quoniam eſt flos (vt ita dicam) animáque vini. Nec quintum corpus dici poteſt: non enim niſi poſt multas circulationes puriſſima euadere poteſt. Igitur puriſſima non eſt, eſt tamen ſynceriſſima, id eſt totam vim vini referens.

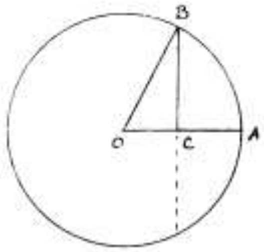


[40].Cardan recherchait la résolution de l'équation du troisième degré. Tartaglia avait découvert un procédé. À force de prières et de tromperies Cardan obtint de Tartaglia communication de la découverte en promettant de ne la point révéler. Il partit à Venise, et il la publia.

[41]. Les divers ouvrages publiés par Cardan ont nom : *Commentaires d'Hippocrate, traité de l'immortalité de l'âme, arithmétique pratique, de la subtilité, de la sagesse, le courtier de la prudence…*

– ***Une table de sinus***

Le « *sinus rectus* » est encore la mesure d'une demi-corde (en latin *sinus* c'est le pli) ; le « *sinus versus* » est la mesure de la flèche correspondante.



- arc AB
- sinus droit BC
- sinus verse CA.

Selon l'usage de l'époque la mesure du rayon est de 3600, (nombre commode pour les divisions fractionnaires) alors pour 30°, le sinus verse mesure 1800, et pour 45° : 2546.

La précision est souvent supérieure à 10^{-3}

Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus	Arcus	Sinus rectus	Sinus versus
mi.	min.	secun.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.	par.	minu.	minu.
15	16	2	13	810	93	29	1745	451	45	2546	1055	61	3149	1856	77	3508	2789
30	31	8	14	871	108	30	1800	483	46	2590	1100	62	3179	1911	78	3521	2850
45	47	18	15	932	123	31	1854	515	47	2633	1145	63	3208	1967	79	3534	2911
60	63	33	16	992	139	32	1908	547	48	2675	1191	64	3236	2023	80	3545	2973
90	94	75	17	1053	157	33	1961	580	49	2717	1238	65	3263	2080	81	3556	3036
par. 2	126	132	18	1112	176	34	2013	615	50	2758	1286	66	3289	2137	82	3565	3098
3	188	minu. 1	19	1172	196	35	2065	651	51	2798	1335	67	3314	2194	83	3573	3160
4	251	9	20	1231	217	36	2116	688	52	2837	1384	68	3338	2252	84	3580	3222
5	314	14	21	1290	239	37	2166	725	53	2875	1434	69	3361	2311	85	3586	3284
6	376	20	22	1349	262	38	2216	763	54	2912	1485	70	3383	2370	86	3591	3346
7	439	27	23	1407	287	39	2266	802	55	2949	1536	71	3404	2429	87	3595	3410
8	501	35	24	1464	312	40	2314	842	56	2985	1587	72	3424	2488	[illegible]	[illegible]	3475
9	563	44	25	1521	338	41	2362	883	57	3019	1639	73	3443	2549	[illegible]	[illegible]	3506
10	625	54	26	1578	365	42	2409	925	58	3052	1692	74	3461	2610	[illegible]	[illegible]	3537
11	687	66	27	1634	393	43	2455	967	59	3086	1746	75	3477	2669	[illegible]	[illegible]	3556
12	748	79	28	1690	421	44	2501	1011	60	3118	1800	76	3493	2729	[illegible]	[illegible]	3573
															90	3600	3600

- Les « lignes » de la main pour complément d'horoscope… à moins que ce ne soit observation médicale…

– Les livres de mathématiques d'une bonne bibliothèque, avec musique et astronomie.

Procli mechanica.
Apollonius Pergeus de conicis elementis. Qui enim editus eſt, ne vmbram ſenſus retinet.
Serenus de cylindri ſectione.
Nicomachi Geraſeni geometria.
Manuelis Moſcopuli commentariis in Quadranguli inuentionem.
Vitrúuij liber de hexagonis & heptagonis. Hic parum boni præter exercitationem continet.
Geminus in Phænomena.
Manuelis harmonicorum libri tres.
Euclidis muſica.
Ptolemæi muſicæ libri tres, cum Ariſtidis expoſitionē Græca, & Porphyrij Latina: item Perſpectiua: de Arte ſphærica: & regulæ manuales aſtronomiæ, Sic enim vertere cogimur.
De magnitudine & annua conuerſione, cum ſcholiis.
Matthæi Hieromachi aſtronomia.

– Quelques commentaires sur les grandes villes de l'époque : Rome, Venise, Milan et pour finir Lutèce…

Roma meliore ſitu ac pulchriore: nobilior, quia Italica: nobiliſſima, quia mundi domina fuit. Venetiarum laudem aliâs diximus. Mediolano multa deſunt ad ſitum, ſed ingeniis feliciſſima, vtilitatis publicæ negligentiſſima. Reliquorum aliâs fecimus mētionem. Lutetia, maxima eſt Gallicarum vrbium, parúque differt ab vrbe noſtra: diuiditur enim à flumine Sequana, is ibi facit inſulā, in qua Vrbs eſt cōſtituta: à dextra pars vrbis, quam Villam vocant: à ſiniſtra, academia, quam Vniuerſitatem: ita vrbs ipſa in tres diuiditur partes. Lutetiæ lutum ſemper eſt in via: vnde & teter odor, & inſalubris aër, & tamen populoſiſſima. Inde à luto forſan, Lutetia dicta eſt, alij etymon aliunde ducunt. *Mediolanum. Lutetia laus.*

…Lutèce la plus grande ville des Gaules. Elle diffère peu de notre Cité (Rome). En effet elle est aussi partagée par un fleuve, la Seine. Celle-ci y forme une île où la cité prit naissance. Sur la (rive) droite de la cité est ce qu'on appelle la Ville (quartier des résidences), sur la (rive) gauche est l'Académie qu'on nomme l'Université. Dans les rues de Lutèce il y a sans cesse de la boue, l'odeur y est abominable, l'air insalubre et enfin elle est très populeuse.

Très tôt Cardan a été traduit en français. Dès 1555 Richard le Blanc dédicaçait à la Duchesse de Berry, sœur du roy, sa traduction « *des livres de Hierome Cardan, médecin milannois, intitulez de la subtilité et subtiles inventions* ».

Nous en extrayons ce passage ayant trait à la géométrie :

La geometrie eſt la plus ſubtile de toutes ſciences.

Ce n'eſt doncques merueille ſi la geometrie eſt la plus ſubtile de toutes ſciences, laquelle veu qu'elle prend ſon commencement des choſes treſmanifeſtes, à bon droit elle a donné l'occaſion qu'elle fuſt enſeignée aux enfans la premiere de toutes. C'eſt choſe admirable qu'en bref elle attire de peu d'axiomes & propoſitions conditionelles treſapertes, à choſes treſobſcures & difficiles. Ainſi pareillement de choſes treſbaſſes elle ſeleue incontinent à choſes treshautes. Touresfois les demonſtrations imparfaictes, & aucunement les paralogiſmes ou deceptions par fauſſes ratiocinations ſont trouuées aux mathematiques.

Le priuilege de toutes les figures de droite ligne.

Toutes les figures de droicte ligne ont cecy commun, que quand tous les coſtés ſont pourtraits & tirés, tous les angles exterieurs receus enſemble, quoy qu'il fuſſent mil, ſont egaux aux quatre angles drois. Et cecy depend de ce que tous les angles qui ſont contenus dedans, ſont egaux à autant de drois, qu'eſt le nôbre double des coſtés, ou des angles, quatre exceptés, ce qui depend de la proportion des triangles, auquelz la figure eſt diuiſée. Car les trois angles de tout triangle aſſemblement pris ſont egaux à deux drois: & l'angle exterieur eſt egal aux deux interieurs mis à l'oppoſite, & pris aſſemblement. L'aire auſſi & ſuperficie eſt egale à l'angle produit de la moitié de l'aggregat de tous les coſtés iuſqu'à la difference de chaque coſté, en multipliāt le tout enſemble depuis la meſme moitié, non en ioignant, à fin que trois multiplications ſoient faictes.

Les priuileges des triangles.

La proprieté du quarré eſt, que le coſté d'iceluy cōſiſte par la proportion mediante entre l'aggregat depuis le dict coſté, & le diametre, & entre la difference d'iceux meſmes. Cecy aduient, pource que le diametre du quarré faict vn quarré double au meſme quarré, duquel il eſtoit le diametre. Le coſté du pentagone, c'eſt à dire, de cinq angles, equilateral, & d'angles egaux, eſt la plus grande partie de la ligne diuiſée ſelon la proportion aiant milieu, & deux extremitez, en la comparaiſon à la ligne qui eſt ſouſeſtendue aux deux coſtés du meſme pentagone. Le coſté de l'hexagone, c'eſt à dire, qui a ſix angles, lequel eſt, comme i'ay dict, equilateral, & equiangle, ou d'angles egaux, eſt egal au demi diametre du cercle enuironnant le meſme hexagone.

La proprieté du quarré.

La proprieté du pentagone equilateral, & d'angles egaux.

Il s'agit des propriétés suivantes :

– la somme des angles d'un polygone de n côtés

l droit x 2n moins 4 droits soit 2(n-2) droits

– la formule de l'aire d'un triangle dont les côtés mesurent a, b et c

(2p = a + b + c)

$$\text{Aire} = \frac{1}{2}\, p\, (p-a)\, (p-b)\, (p-c)$$

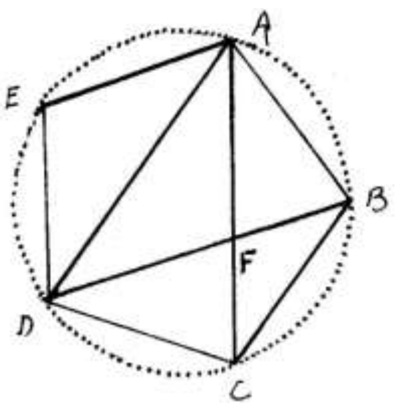
– le diamètre (d) d'un carré, c'est sa diagonale.

Si c est le côté : $\frac{d+c}{c} = \frac{c}{d-c}$

– Dans un pentagone régulier ABCDE, AF étant la bissectrice de l'angle DAB (droite ayant milieu) on a

$$\frac{DF}{DB} = \frac{FB}{AB}$$

puisque les triangles DAB et AFB sont semblables et isocèles DF = FA = AB.



Notre langue mathématique a bien évolué …

DOCUMENT IV.9

À PROPOS DES MATHÉMATIQUES À L'EST DE L'EUROPE AU MOYEN-ÂGE

On peut se demander quelle part était réservée aux mathématiques à l'Est de l'Europe et, en particulier chez les peuples slaves.

Pour les Slaves catholiques, principalement polonais, l'influence occidentale n'a pas cessé d'être prépondérante et les documents apparaissent le plus souvent comme traductions de textes latins.

Pour les Slaves rattachés à Byzance, les manuscrits connus ne révèlent que très peu de renseignements sur les mathématiques[42].

La place de l'astronomie est importante dans la science des Slaves et les mathématiques, au moins pratiques, n'en furent pas absentes même si beaucoup de cosmographies sont seulement des commentaires de la Bible. N'oublions pas Copernic ![43]. Mais là encore, les conceptions sont différentes entre Slaves polonais et byzantins. C'est ainsi qu'au XVII^ème^ siècle, les textes utilisés en Russie sont toujours à base de théories géocentriques.

Partout le problème du calendrier (comput pour fixer la date de Pâques) a demandé aux clercs utilisateurs des connaissances pratiques de calcul que le décalage de dates après la réforme grégorienne en Occident, au XVI^ème^ siècle, ne rendit pas caduques[44]. Il faut ici rappeler que Byzance conserva tout au long du Moyen-Âge l'écriture et le calcul des nombres selon le procédé populaire grec[45]. On citera Cyriacus de Novgorod (début XII^ème^ siècle) qui fit montre d'une bonne technique d'opération sur les grands nombres. Pour cet auteur qui se pencha sur le problème de l'infiniment petit et de l'infiniment grand, le temps serait composé de particules indivisibles.

---

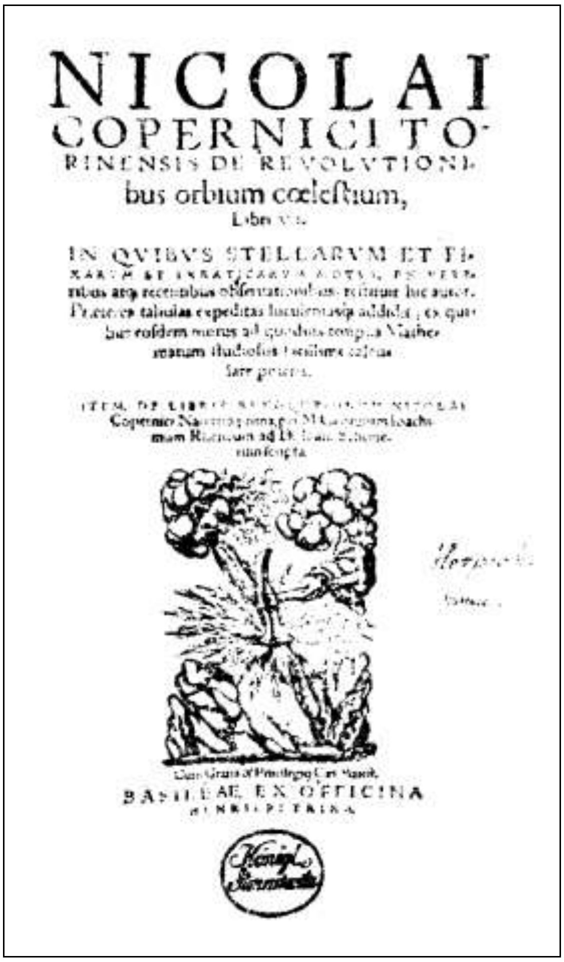
[42] Il existe encore beaucoup de bibliothèques en Turquie et en Russie par exemple, dont l'avoir est peu révélé. En évoquant l'école byzantine on peut citer le nom de Manuel Moschopulus qui vécut au XIV^ème^ siècle et semble être celui qui introduisit en Europe la notion de « carrés magiques » (originaires de Chine ?) soulevant ainsi nombres de problèmes s'y rapportant tant mathématiques que magiques voire mystiques. Voir « *Éclairs sur le Moyen-Âge* », III.

[43] Nicolas Copernic (1473-1543) chanoine de Frombork en Mazurie polonaise. Il avait acquis tant à Cracovie qu'à Bologne et Padoue une vaste érudition humaniste qui lui avait fait connaître maints auteurs anciens, d'Apollonus de Perga ou d'Archimède à Martianus Capella, auteurs ayant émis l'hypothèse que la Terre et les planètes tournaient autour du soleil immobile, et ce, à l'encontre de la théorie de Ptolémée universellement répandue. Pendant vingt ans il confronta donc ses observations à la théorie officielle de l'Église avant que de, sur invitation expresse de son évêque, et « *contre l'opinion reçue des mathématiciens* », oser imaginer « *quelque mouvement de la terre* ». Dans cette invitation et dans la réponse de Copernic, il est, par ailleurs, encore malaisé de mesurer la place des informations rapidement cartographiées rapportées par les navigateurs du XVI^ème^ siècle. Copernic livra son opinion dans le « *De revolutionibus* »paru à l'heure de sa mort. C'est au séminaire de Tübingen, où il était élève, que Kepler fut initié à l'œuvre de Copernic par un de ses maîtres, Mästlin, qui en était l'ardent défenseur.

[44] La prise de Constantinople par les Turcs va obliger l'Église orthodoxe à procéder elle-même à la fixation de la date de Pâques.

[45] Toutefois le grec Maximus Planudes usait au début du XIV^ème^ siècle des symboles indous. On pourra consulter notre brochure « *Comptes grecs* ». Il vivait à Constantinople et mourut en 1340.

Des signes du Zodiaque.
(dans un manuscrit slave du XI^ème^ siècle).


NICOLAI
COPERNICI TO-
RINENSIS DE REVOLVTIONI-
bus orbium cœlestium,

BASILEAE, EX OFFICINA
HENRICPETRINA

« *De revolutionibus* » de Copernic
(exemplaire de la 2ème édition - Bâle 1566)

DOCUMENT IV.10

L'AIRE DU SEGMENT DE PARABOLE

Il ne s'agit pas d'une traduction d'un texte d'Archimède mais d'un schéma de la solution de ce problème, avec notre écriture, dans l'esprit du géomètre de Syracuse.

En fait, dans les divers manuscrits retrouvés concernant l'œuvre d'Archimède on trouve deux schémas de démonstration –une démonstration par l'absurde et une par « sommation »–. Les mathématiciens veulent voir dans cette méthode dite d'exhaustion le premier calcul intégral de leur histoire.

Archimède ne sait pas, comme nous, calculer la somme S des termes d'une suite géométrique mais il présuppose sa valeur (ici $\frac{4}{3}$). Il montre que S ne peut être ni supérieure, ni inférieure à $\frac{4}{3}$. Pour cela il démontre que les différences $S - \frac{4}{3}$ et $\frac{4}{3} - S$ peuvent être rendues plus petites qu'une valeur fixée à l'avance, donc par l'absurde que $S = \frac{4}{3}$. C'est la méthode dite d'exhaustion.

Soit le segment de parabole (P) limité par la corde AB. Les tangentes en A et B se coupent en T.

Archimède démontre que la droite joignant les milieux a de [TA] et b de [TB] est également tangente à (P). Il montre aussi que le point de contact C de cette dernière est sur la médiane TI du triangle TAB et que C est le milieu de TI (ab parallèle à AB).

[Toutes ces propriétés sont obtenues maintenant par d'autres voies que celles utilisées par Archimède lequel faisait appel, entre autres, à un procédé que nous ferions relever de la mécanique ou de la notion de barycentre].

L'aire S_o du triangle CAB est la moitié de l'aire du triangle TAB. (Même base et hauteurs dans le rapport $\frac{1}{2}$).

Si on envisage le triangle aCA, la médiane aJ recoupe l'arc AC au milieu D de aJ (la figure aCA est analogue à la figure TBA) ; aJ est parallèle à TC par suite :

$$DJ = \frac{1}{2} aJ = \frac{1}{4} TC = \frac{1}{4} CI$$

$$\text{et Aire triangle (DAC)} = \frac{1}{4} \text{Aire triangle (TAC)} = \frac{1}{4} \text{ Aire triangle (CAI).}$$

D_1 étant l'intersection de (P) avec la médiane du triangle bCB on a de même :

$$\text{Aire triangle } (D_1CB) = \frac{1}{4} \text{Aire triangle (CIB).}$$

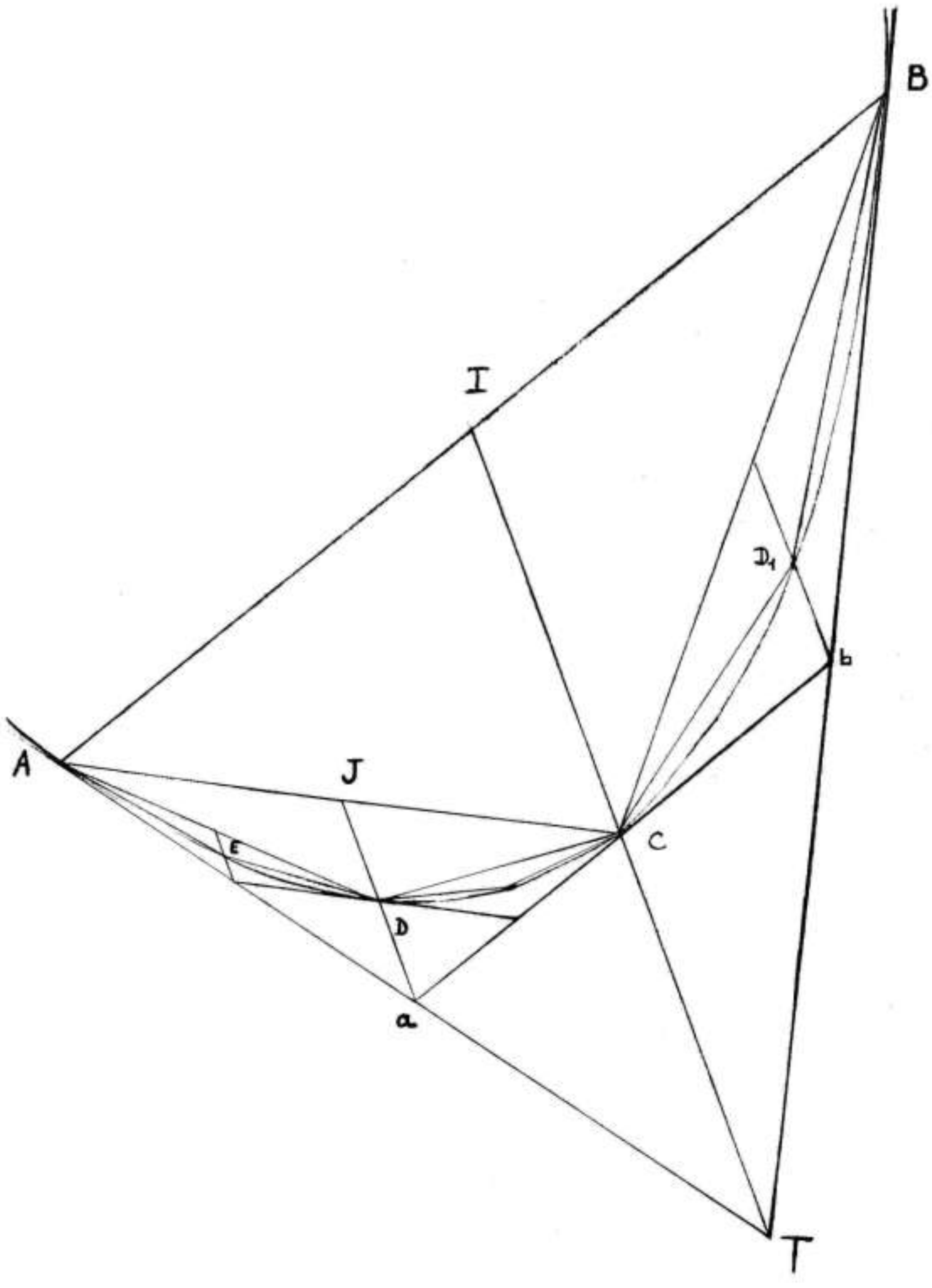
On approche ainsi l'aire du segment de parabole par l'aire S_1 du polygone inscrit $ADCD_1B$ dont l'aire est égale à :

$$S_1 = \text{Aire triangle (ACB)} + \text{Aire triangle (DAC)} + \text{Aire triangle } (D_1CB)$$

$$= S_0 + \frac{1}{4} [\text{Aire triangle (ACI)} + \text{Aire triangle (CIB)} = S_0 + \frac{1}{4} S_0].$$

En réitérant le procédé à l'aide des tangentes en D et D1 à (P) on approche S par l'aire S_2 d'un polygone inscrit obtenu en adjoignant au polygone précédent quatre triangles tels que AED avec :

$$\text{Aire triangle (AED)} = \frac{1}{4}\,\text{Aire triangle (ADC)} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \text{Aire triangle (ACI)}$$



Par suite : $S_2 = S_0 + \frac{1}{4} S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 S_0$.

En continuant « à l'infini » –et c’est là l’originalité d’Archimède– cette inscription de polygones dans le segment de parabole on est en présence d’une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

Rappelons comme on procède à la somme des termes de cette suite[46].

Soit $S_n = S_0 + \frac{1}{4} S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 S_0 + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^n S_0$

mais

$$\frac{1}{4} S_n = \frac{1}{4} S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 S_0 \quad + \ldots\ldots + \left(\frac{1}{4}\right)^n S_0 + \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} S_0$$

par soustraction membre à membre

$$\frac{3}{4} S_n = S_0 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1} S_0.$$

Lorsque n augmente indéfiniment $\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$ a pour limite zéro et S_n l’aire S.

Donc $\frac{3}{4} S = S_0$

ou $S = \frac{3}{4} S_0$

Aire du segment de parabole égale $\frac{4}{3}$ Aire du triangle (ACB)

ou $\frac{2}{3}$ Aire du triangle (TAB).

[46] Cette méthode de sommation de la série géométrique apparaît chez le français N. Chuquet (vers 1484).

DOCUMENT IV.11

EXTRAITS D'UNE « *PROBISSIMA MERX* » DU XVI^ÈME^ SIÈCLE

Sont présentés ici quelques passages d'un des premiers livres d'algèbre qui furent imprimés.

Son titre : « *De arte magna seu de occulta parte numerorum quae et algebra et almucabala vulgo dicitur* »

Son auteur : Guillaume Gosselin de Caen.

Imprimé à Paris en 1577 chez Aegidium Beys, rue Jacob, il est considéré comme un des meilleurs ouvrages de cette époque sur le sujet.

Inutile d'y chercher des « formules ». Tout est dans le texte écrit, les symboles apparaissent à peine plus qu'une abréviation. Pourtant des règles opératoires sont énoncées.

Par ailleurs il faut se rendre compte que, dans une adaptation, notre « écriture » ne peut se substituer totalement à celle de Gosselin car, nous, nous opérons sur les symboles ce que cet auteur ne faisait pas.

Dans la « traduction » nous respectons certaines « notations » :

M pour moins, P pour plus, L pour l'inconnue et Q pour son carré. En effet le côté L (*latus*) est la racine de Q (*quadratus*) comme Q est le carré de côté L.

I - La soustraction d'un nombre négatif

Ce n'est pas encore chose acquise : témoin, cette critique (justifiée) de l'ouvrage d'un confrère. [Jean Borrel dit Butéo, mort en 1572, lequel semble avoir été le premier, en France, à avoir introduit des lettres pour représenter les inconnues].

si deducas M 2 L ex P 10 L, residuum erit P 12 L, in quo lapsus est Ioannes buteo qui ex P 7 auferens M 3, residuum esse dicit P 4, at certe supersunt P 10 : huius deductionis demonstrationē attulimus in Arithmeticis.

Si tu retranches M2L (-2x) *de P10L* (+10x) *le reste sera P12L* (+12x). *En cela Butéo se trompe qui retranchant M3* (-3) *de P7* (+7) *dit que le reste est P4* (+4) *alors qu'en réalité il reste P10* (+10). *Nous avons fait démonstration de cela dans nos chapitres d'arithmétique*.

Il ne semble pas que les règles énoncées soient très explicites. Ainsi :

Si denique ex signo M auferas signum M, restat quantitas deducēda cū signo P, altera vero cū signo M, vt si ex M6L deducas M4Q residuū erit M6LP4Q, & auferēdo M2 ex M6, residuū est M4.

Si d'un signe M (nombre négatif) *tu ôtes un signe M il reste une quantité précédée du signe P ou du signe M. Ainsi si de M6L* (-6x) *tu retranches M4Q* ($-4x^2$) *le reste sera M6LP4Q* ($-6x + 4x^2$) *mais en retranchant M2* (-2) *de M6* (-6) *il reste M4* (-4).

II - Un problème avec trois inconnues.

Celles-ci sont désignées par les trois lettres A, B et D.

Problema. II.

Partiamur 100 in tres partes, vt prima cum ſecunda ſit triplum tertiæ, tertia cum ſecunda ſit primę quadruplum.

Sint illę partes 1 A 1 B 1 D æquales 100, & vt precipit quæſtio, 1 A 1 B æqualia 3 D, 1 B 1 D æqualia 4 A, pro 1 A 1 B ponamus 3 D, erunt 4 D æqualia 100, atque adeo D 25 : hoc eſt pars vltima, pro 1 B 1 D ponamus 4 A, erunt 5 A æqualia 100, fit 1 A & prima pars 20, ſecunda ergo erit 100 M 25 M 20 hoc eſt 55.

Partageons 100 en trois parts telles que la première avec la deuxième soit le triple de la troisième et la troisième avec la deuxième, le quadruple de la première. Soient ces parts 1A, 1B et 1D égales à 100 (A + B + D = 100) *et, comme le dit la partition, 1A1B égalent 3D* (A + B = 3D) ; *1B1D égalent 4A. Au lieu de 1A1B posons 3D, on aura 4D égalent 100 et ainsi je trouve D25* (D = 25). *C'est la dernière part. Au lieu de 1BM posons 4A alors 5A égalent 100 ; soit 1A et première part 20. La deuxième part sera donc 100M25M20* (100 - 25 - 20) *qui est 55.*

III - Dans cet autre problème à trois inconnues l'« écriture » n'est pas la même. Seules deux inconnues sont désignées l'une par L, l'autre par q. On notera la transformation des équations (enlever, ajouter).

Veſtigemus tres eiuſmodi numeros, vt primus & ſecundus ſuperent tertiũ 20, ſecundus & tertius primum 30, primus & tertius ſecundum 40.

Sit primus 1 L, ſecundus 1 q, tertius ergo erit 1 L P 1 q M 20, ſed ſecundus & tertius ſuperant primum 30, quare 1 L P 2 q M 20 æqualia ſunt 1 L P 30, & ſublato ſuperfluo additoque quod deficit 2 q æquales 50, fit 1 q 25. Iam ſit primus vt ante 1 L, ſecundus 25, tertius ergo 1 L P 25 M 20, hoc eſt 1 L P 5, ſed & tertius & primus ſuperant ſecundum 40, quare 2 L P 5 æqualia ſunt 65, & ſublato ſuperfluo 2 L æqualia 60, fit vnum latus 30, primus itaque eſt 30, ſecundus 25, tertius 30 P 5, hoc eſt 35.

Cherchons trois nombres tels que le premier avec le deuxième dépassent le troisième de 20, le deuxième et le troisième le premier de 30, le premier et le troisième le deuxième de 40.

Soient le premier 1L, le deuxième 1q ; alors le troisième sera 1LP1qM20 (L + q -20) *mais le deuxième et le troisième dépassent le premier de 30, par là 1LP2qM20 égale 1LP30* (L+2q-20 = L+30). *Enlevant ce qui dépasse et ajoutant ce qui manque 2q égale 50 soit 1q25* (q = 25). *Alors soit le premier comme avant 1L, le deuxième 25, le troisième est donc 1LP25M20 soit 1LP5. Mais le troisième et le premier dépassent le deuxième de 40, alors 2LP5 sont égaux à 65 : enlevant ce qui dépasse 2L égalent 60 ; ainsi l'inconnue est 30. Le premier est 30, le deuxième 25, le troisième 30P5 c'est-à-dire 35.*

IV - Problème aboutissant à une équation du second degré

Problema.

Partiamur 12 in duas eiusmodi partes vt Quadratū vnius cū altera faciat 54, Sit vna pars 1 L, altera ergo erit 12 M 1 L, addamus Quadratū 1 L, hoc est 1 Q, ad 12 M 1 L, existent 1 Q P 12 M 1 L æqualia 54, vtrobique addatur 1 L, existēt 1 Q P 12 æqualia 54 P 1 L, vtrinque demantur 12, restabūt 42 P 1 L æqualia 1 Q, sicque sit æquatio in hoc canone: addemus ergo quadratū semissis 1 hoc est $\frac{1}{4}$ ad 42, exurgent $\frac{169}{4}$, quorum latus erit $\frac{13}{2}$, addamus $\frac{1}{2}$ semissem 1 numeri laterū, existēt $\frac{14}{2}$ hoc est 7, ac tātus est valor lateris, quā igitur partē ex 12 fecimus esse 1 L erat 7, altera ergo 5, vel 12 M 7 hoc est 5, & quidem 49 & 5 faciunt 54.

Partager 12 en deux parts telles que le carré de l'une avec l'autre fasse 54.

Soit 1L une part, l'autre sera 12ML. Ajoutons le carré de 1L, qui est 1Q, à 12ML il vient 1QP12ML égale 54 et en ajoutant L aux deux il vient 1QP12 égale 54PL puis, retranchant 12 il reste 42PL égale à Q. ($42 + x = x^2$) *Cette équation relève de notre règle de résolution :*

Ajoutons donc le carré de la moitié de 1, soit $\frac{1}{4}$, *à 42 on obtient* $\frac{169}{4}$ *dont la racine est* $\frac{13}{2}$ *; ajoutons* $\frac{1}{2}$, *moitié de 1, coefficient du côté* (latus est l'inconnue côté du carré), *on trouve* $\frac{14}{2}$ *c'est-à-dire 7 qui est la valeur de l'inconnue. Alors nous retranchons ce 1L, qui était 7, de 12, l'autre part est 5 car 12M7 est 5, et on a bien 49 et 5 font 54.*

La règle (canon) évoquée est la suivante :

la racine (il n'en est évoqué qu'une seule) de $a + bx = x^2$ est $\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - a} + \frac{b}{2}$

(L'autre racine serait ici -6. Mais Descartes répugnait aussi aux racines « *sourdes* » des équations du second degré).

V - Un autre problème du second degré

La troisième règle invoquée correspond aux équations de la forme $ax = b + x^2$. On peut l'énoncer : « Tu prends le carré de la moitié de a, tu retranches b, tu prends la racine du tout que tu ajoutes à la moitié de a. (Toujours la seule racine positive) ».

La notation LV désigne le radical de l'expression qui la suit. L ne désigne pas ici l'inconnue mais a tout son sens de côté du carré Q.

Problema.

Partiamur 20 in duo Quadrata, quorum latera inuicem multiplicata producant 8.

Sit prima pars 1 Q. secunda ergo 20 M 1 Q. multiplicemus eorum latera inuicem, fiet L V 20 Q M 1 QQ ęquale 8, & Quadratis partibus 20 Q M 1 QQ ęqualia 64, & addito vtrinque 1 QQ, 20 Q ęqualia 64 P 1 QQ, sicque existit ęquatio proportionalis ad tertium canonem, operare ex eo & habebis 4 & 16 pro valore laterum quę hic sunt Quadrata, vnum ergo Quadratum ex 20 est 4, alterum 16, & eorum latera inuicem ducta gignunt 8.

Partageons 20 en deux carrés dont chaque côté multiplié l'un par l'autre donne 8. Soit la première part 1Q la seconde sera 20M1Q, multiplions les racines de celles-ci, soit LV20QM1QQ égale 8 $\left(\sqrt{\left(20-x^2\right)}x^2=8\right)$*. En élevant au carré 20QM1QQ égale 64 ajoutons 1QQ aux deux* (membres) *20Q égale 64P1QQ.*

Ainsi apparaît une équation relevant de la troisième règle. En opérant selon celle-ci tu auras 4 et 16 pour valeur des inconnues lesquelles sont des carrés. Donc un des carrés qui sont dans 20 est 4, l'autre 16 dont le produit des racines donne bien 8.

Les textes en latin sont la reproduction d'un exemplaire du livre de Gosselin conservé à la bibliothèque municipale d'Auxerre.

DOCUMENT IV.12

ET LE CALCUL ?

Tout au long de ces pages nous avons essayé d'évoquer plusieurs aspects des mathématiques au cours du millénaire étudié. Mais qu'en fut-il du calcul ? Comment comptait-on ? Ce serait toute une fort longue histoire à conter. Mais nous ne l'étudierons ici que très brièvement.

L'Antiquité avait laissé en héritage presque exclusivement l'abaque et ses dérivés : planche à calcul (poussière ou sable), boulier, jetons. Le calcul à la plume qui nécessitait de savoir tenir la plume et de disposer de papier ne prit que lentement place dans la vie usuelle après la vulgarisation du papier lorsque son prix baissa suffisamment et que l'Occident n'eut plus à l'acheter dans les pays de l'Islam.
La disposition des opérations dont nous sommes familiers est loin d'être celle du Moyen-Âge. Sans entrer dans les détails nous proposons, à titre d'exemple, quelques dispositions relevées dans des manuscrits ou dans les tout premiers livres, laissant au lecteur le plaisir de chercher les justifications…

Addition :
Maximus Planudes au XIV$^{\text{ème}}$ siècle écrit en suivant une méthode inspirée des Arabes : (517 + 243)
(on commence par la gauche)

76
7~~5~~0
517
243

Gemma Frisius au début du XVI$^{\text{ème}}$ siècle (255 + 376)
(on commence à droite).

255
<u>376</u>
11
12
<u>5</u>
631

Soustraction :
Encore Planudes (3517 - 848)

<u>2669</u>
3517
848
111

Duplication et Dimydicion (ou médiation).
Les plus anciens manuscrits tels « *The Crafte of Nombrynge* » (manuscrit anglais vers 1300) citent ces deux opérations avant la multiplication. Elles consistent à doubler un nombre ou à le partager en deux (parties égales s'il est pair, différant d'une unité s'il est impair). Cette opération était aisée sur le boulier et ne demande pas grande mémoire à la plume.

On voit de suite le rôle de la duplication dans la première forme de multiplication (Stifel et maints ouvrages du XVI$^{\text{ème}}$ siècle) (19 x 23)

(tout nombre est somme de puissances de 2)

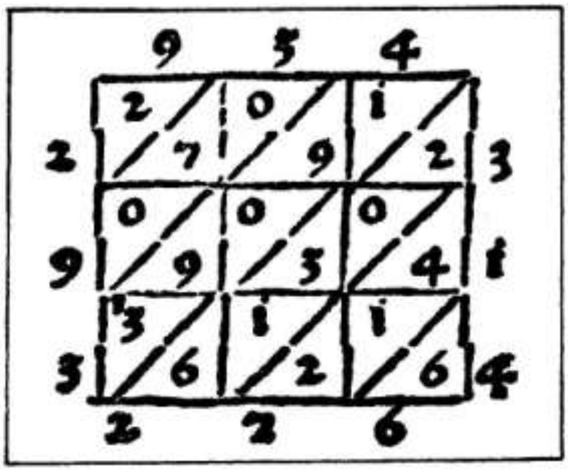
1	23	
2	46	
·		92
·		184
16	368	
19	437	

La médiation apparaît dans une seconde méthode :
(41 x 49)
$(ab = 2a \left(\frac{b-1}{2}\right) + a)$

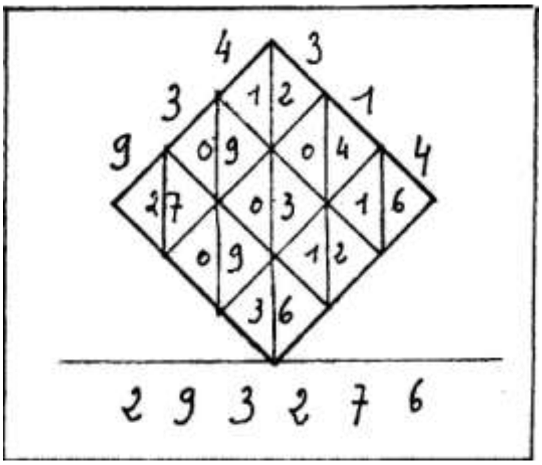
41	49	
20		98
10		196
5	392	
2		784
1	1568	
	2009	

Dans l'« *Arithmétique de Trévise* » de 1478 on trouve la multiplication sous la forme suivante :
(934 x 314)

On peut opérer dans n'importe quel ordre.



Ailleurs, (à un quart de tour près), cela devient :



puis en intégrant les retenues partielles :

$$
\begin{array}{r}
934 \\
314 \\
\hline
2802 \\
0934 \\
3736 \\
\hline
293276
\end{array}
$$

Notre disposition en découle.

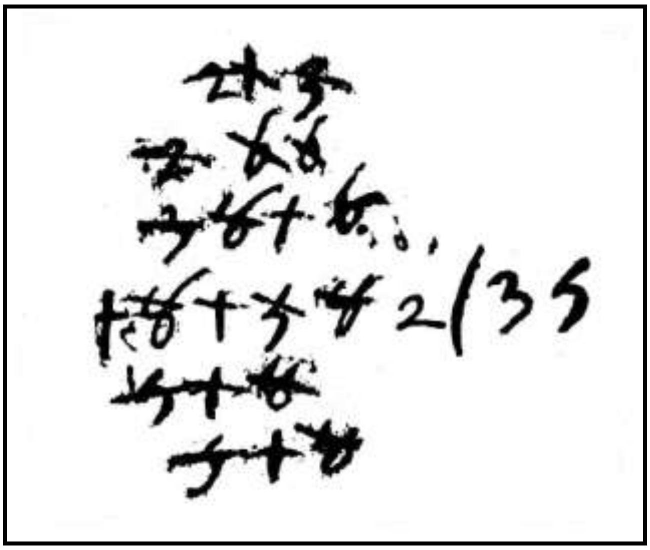
Division

C’est une opération délicate. Les premiers imprimeurs ont fourni à son sujet des tables de partage, des « *comptes faits* » et cela pour longtemps. L’un d’eux nous est bien connu, il s’appelait François BARRÊME…

Fibonacci (XIII$^{\text{ème}}$ siècle) puis Planudes opéraient par la méthode « de la galère ». Ce dernier nous dit qu’elle est « *très difficile à réaliser sur le papier avec de l’encre, mais aisée sur le sable où l’on peut effacer un chiffre avec le doigt et le remplacer par un autre* ». Il faut croire que la méthode avait quand même du bon, on la retrouve encore au XVIII$^{\text{ème}}$ siècle. Leibniz s’en servait.

Nous reproduisons l’une d’elle retrouvée sur un papier du XVII$^{\text{ème}}$ siècle.

Il s’agit de diviser 181582 par 518. (On notera les graphies du 5 et du 8). On décrit le diviseur 518 sous 1815. On retranche (3 x 5) de 18 : il reste 3 ; puis, après avoir barré 1, 8 et 5, on retranche (3 x 1) de 31 : il reste 28 ; on barre 3, 1, 1 puis on retranche (3 x 8) de 285 il reste 261 ; on barre et on recommence avec 518 en dessous de 268, etc…



On notera que le calculateur en enlevant (5 x 8) de 68 trouve 30… Il s’est du reste arrêté là… Qu’était-il allé faire dans cette galère ?

DOCUMENT IV.13

DE VIEILLES HISTOIRE DES MATHS…

Au début de son « *Arithmétique* » -datée de 1586- Léon d'Anvers[47] fait mémoire des « *Géométriens et Arithméticiens* » qui l'ont précédé. Nous reproduisons l'essentiel de ces pages. Cela se présente sous la forme d'un dialogue entre le disciple et son maître.

Chapitre III. *Disciple.*

Recensez nous, quelqu'vns, s'il vous plait, de ces Arithmeticiens. Car il me prend grand talent, d'en ouir quelque recit, & pource ie vous supplie, de prendre la peine, de nous en reciter les principaulx, ou tous.

Maistre.

Parquoy ie vous loue à cause de telle requeste, & le feray tres volõtiers, tant qu'en moy sera. Ains pour reciter tous les Geometriens & Arithmeticiens, ce seroit indicible peine & chose superflue, voire impossible. Tant y a que pour vous cõplaire, & ne faillir en rien, ie m'esuertueray d'en reciter les plus fameuses, la memoire desquels, s'il faire se peult, ne doibt iamais estre reticeé mais diuulguée à la posterité. Donc nous les diuiserons en six parties ou siecles, dont les premiers seront

Dicearchus. *Eudoxus.* *Eupompus.* *Timosthenes.* *Scylax.*
Dionisiodorus. *Plato.* *Hippias.* *Eleeus.* *Theon.* *Pythagoras.*

Peu d'interualle apres iceulx ont le mesme art entretenus, pour le second aage ou siecle

Cyrenaus. *Leodamas.* *Eratosthenes.* *Proclus.* *Aratus.*
Nicephorus. *Isacius.* *Censorinus.* *Ptolomaus.* *Pappus.*
Polemon. *Mamertinus.* *Archimedes.* *Dionisius.* *Pausanias.*

Et *Diophantus*, comme il est à veoir en ses lucubrations, qui iournellement sont entre les mains des Geometriens & Arithmeticiens.

Ains pardessus tous les aultres est fort à honnorer & priser le paragon Euclides, les 15. liures duquel sont pour le iourd'huy encore extans, qui traictét de la Geometrie & de l'Arithmetique (combien par lignes & non par nombres exprimee) lesquels certainement nul aage ni posterité sçauroit suffisamment louer & celebrer

S'ensuiuent cincq du siecle troisiesme, à sçauoir.

Caj. *Halifax.* *Arnobius.* *Alexandrinus.* *Hieron.* *Adrianus Imp.*

Puis *Muris* a fleury longuement apres, lors que les lettres & Muses furent en haine, & que les guerres les supprimerent.

S'ensuit le siecle ou aage antepenultiesme.

Isidorus, *Boëtius*, *Villa Dei*, & quelque temps apres les dits aussi

Nemorarius. *I. de Sacrobusto.* *Beda* auecq l'Autheur ἀνώνυμος, qui a fait la Margarite Philosophique. Item *de Benedictis.*

Au penultiesme aage ont vescus

Paccioлus. *Albertus Magnus* *Nonius.* *Morisotus.* *Beauduinus.*
Hyperius. *Stiborius.* *Calaber.* *Zambertus.* *Campanus.* *Bouillus.*
Tartaglia. *Butcon.* *Dasipodius.* *Reinholdus.* *Lazesius.* *Cardanus &*
Fernelius. mais les 6. derniers pouroient bien estre nombrez au siecle dernier ou vltime.

---

[47] *Léon d'Anvers : une arithmétique du XVIème siècle*, IREM de Dijon, et voir document IV.14.

Le dernier aage ou ſiecle a eu ces ſuiuants.

Maturatius. Maurolycus. Nauſea. I. Rheticus. Rufus. Abb. Hirſaugius.
Barbarus. Pſellus. Cremonenſis. I. Carolus. Driander. Stapulenſis.
Chartophylax. Grāmaticus. Penna. Picus. Gauricus. Roſſus.
Tauſnerus. Finaus. Peletarius. Gemma lequel a laiſſé quelques oeuures en Arithmetique, Geometrie & Aſtronomie, mais plus en euſt il delaiſſé, ne fuſt que l'intempeſtiue mort l'euſt preuenue. Il eſtoit mon conterrain, natif de Doccum.

Forcadelius. Strigelius. Recordus. VValinforth. Iunius. Rogerius.
Suicetus. S. Bredon. Staniſlaus. Carucomius. Thaddeus Dun. Leonicerus.
Branduandin. T. Zingenb. Neomagus. Clichtoueus. Th. Morſianus. Sandbechus.
Edon. Hildrichus. Tonſtallus. Eggerdem. Delenius. Morley.
Eraſ. Oſuald. Peurbachi⁹. Glareanus. Hangeſthus. Freigius. Auonius Carmelita.
Micyllus. Io. Demerlier. Gothardus. Io. Gemūdus. Kylingirar. Schonerus.
Vogelinus. Siliceus. Io. Lupus. Scaliger. Luc. Gauricius. Eſchenburg.
Beauſardus. P. Circel. P. de Dacia. Pomp. Aſalus. Richardus. Candeſch.
Ch. Rudolfs. M. Stiffel. Hortegua. Apianus. Moia. Grammateus.
Roche, & Iuan Andres.

Ceulx de noſtre temps ou ſiecle ſont.

Io. Schebelius. Xylander. Rhegius. Ringelbergius. S. Iacobs. I. Trenchant.
Steimmetz. Kobel. Spanlin. Gulfringen. Kaltenbrun. Hobel.
Rieſen. Riſen. VValliſſer. I. Fortunatus. Borghius. Piſcator.
VVerners. Velpius. Sauona. Hoecke. Goſſinus. Guchtus.
Slichting. I. Albertus. Raets. Fr. Galigay. Salignacus, & noſtre bon & doct *Menher de Kempten*, auſsi le ſcauant *Michiel Coignet* encore viuant. Item *Iean Paul Friſon* reſidēt à Middelbourg. *Chriſtianus* à Coulogne. Et les renommez Maiſtres d'eſcoles en l'Arithmetique à Anuers, *Pierrre Heins, Iean Borrekens, Iacques de Vos, Antoine vanden Broeck*, auecq mes deux familiers amis Iean Raymaker, & Martinus vanden Dijck, leſquels combien que ie les ay mis au dernier rang (comme encore viuans) toutefois ie ne les ay en moindre mais pluſtoſt en maieure reputation, que grande partie de ſuſdits.

On constate qu'il s'agit de listes aussi exhaustives que les moyens de l'auteur le lui permettaient.

Certains noms n'ont pas laissé de traces de nos jours. Pour d'autres les voisinages nous étonnent.

Diccarchus : Diccarque fut géographe et philosophe vers -300.

Eleaus : est-ce Zénon d'Élée (-V$^{\text{ème}}$ siècle) ?

Timosthene ! Démosthène ?

– Dans l'« *aage antépénultiesme* » :

Isidore (de Séville) : VII$^{\text{ème}}$ siècle, Boèce : VI$^{\text{ème}}$ siècle, Villa Dei ? Nemorarius : Jordanus fut général des dominicains en 1222,

Sacrobosco : traducteur de science arabe, XIII$^{\text{ème}}$ siècle,

Bède : VIII$^{\text{ème}}$ siècle,

La Margarite philosophique fut publiée en 1503 par Reisen cité dans « *Ceulx de nostre temps* ».

– De même au « *pénultièsme aage* » :

Paccioli est mort en 1509 et Albert le Grand en 1280. Campanus (de Novare) est du XIII$^{\text{ème}}$ siècle et Bouillus (Charles de Bouelle) début XVI$^{\text{ème}}$ siècle.

Fernelius qui le premier mesura entre Paris et Amiens un degré de méridien avec une étonnante précision fut médecin de Henri II et Dasypodius qui calcula l'horloge astronomique de la cathédrale de Strasbourg ne mourra qu'en 1600… siècle ultime être !

DOCUMENT IV.14

PROMENADE À TRAVERS LES RAYONS DE SCIENCES D'UNE « LIBRAIRIE »

Rétrospective

Souvent les bibliothèques des villes de province, éloignées des universités renferment de précieux ouvrages qu'un amateur peut exploiter sans peine et avec grand profit.

Le présent document a été réalisé à l'aide des ouvrages de la seule bibliothèque municipale d'Auxerre.

Voici quelques témoins se rapportant à notre étude des débuts de l'imprimerie scientifique. Il ne s'agit que de mettre à la disposition du lecteur des documents assez peu répandus afin que celui-ci s'imagine,

« Dedans Paris, ville jolie
un jour passant mélancolie »[48],

en échoppe de libraire, rue des francs bourgeois Saint Michel ou au second pilier de la grand salle du Palais, butinant pages en livres de sçavoir voisinants beaux oeuvres de Marot, Ronsard et Rabelais, lors qu'Henri ou François de Valois règne sur le pays.

[48] Début d'un poème de Clément Marot à Anne d'Alençon.

Premier témoin : un incunable Geometrie

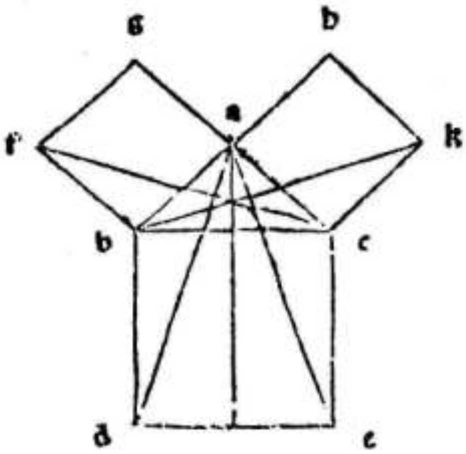
Dans l'engouement assez naturel pour une nouveauté prometteuse, un peu tout ce qui tombait sous la main de l'imprimeur était édité.

Ici, à Venise, on disposait d'un manuscrit attribué à Boèce [49] en tant que traducteur d'une géométrie d'Euclide. Une étude moderne révéla que cela était faux et qu'il ne s'agissait que d'une compilation du haut Moyen-Âge.

On y trouve des résultats et quelques exemples de calculs.

Dans un triangle qui a un angle droit que nous appellerons rectangle, le carré construit sur le côté opposé à l'angle droit est égal aux deux carrés construits sur les côtés de l'angle droit.

In his triangulis: in quibus unus rectus angulus: que rectiangula nominamus: quadratum quod a latere rectum angulum sub tendente describitur: equum est his quadratis: que a continentibus rectum angulum lateribus conscribuntur.

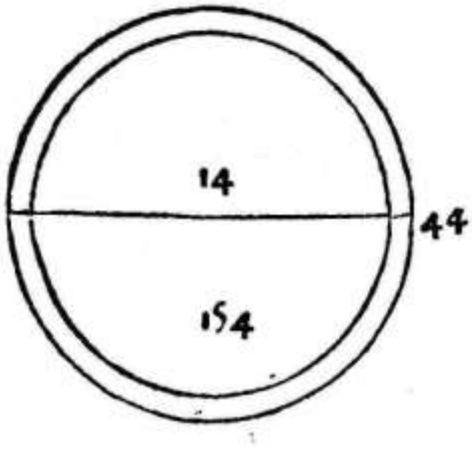


Suit la figure, les angles ne sont pas tous droits… les carrés non plus. Les droites accessoires rappellent certes la démonstration (par équivalence d'aires) mais celle-ci ne figure pas (est-elle perdue ?).

Sans doute le dessinateur, et le graveur, ne savaient-ils pas lire et le « producteur » n'était pas exigeant !

Plus loin, l'article sur le cercle : *De circulo Rubrico.*

De circulo Rubrica.
Sed quia de angularibus figuris studioso le-
e ctori sufficienter disputauimus. Restat ut
breuiter de circumductione sphere vel circuli
[50] explicemus. Ponatur circulus itaque .xliiii.
pedibus in circumductione designatus. Diameter
autem .xiiii. pedum protensionibus describatur. Cu-
ius summa si per se excreuerit .cxcvi. nascentur. hos
per .xi. multiplicans .ii.clvi. efficies. quorum quartade
cima pars. id est .cliiii. aream huius circuli pandit: ut in
fra potest cerni. Est alia huius circuli inueniendi emba
dalis spatii ratio summatur enim circumductionis quan
titatis medietas. vel .xxii. que est medietas Et per me-
dietatem diametri id est per .vii. multiplicetur: et
quod ex hac multiplicatione prouenerit: embadum
pandit.



[49] Homme d'état, philosophe, poète et mathématicien, persécuté puis exécuté en 524 à Pavie par le roi visigoth Théodoric dont il avait été ministre.

[50] C'est nous qui avons souligné les mots cités dans le texte.

Il est seulement dit :

Si on donne un cercle de 44 pieds de circonférence alors le diamètre mesure 14 pieds. Quant à l'aire on l'obtient en multipliant la demi circonférence soit 22 par le demi diamètre 7 donc 154.

Et c'est tout pour le cercle.

On remarquera aussi combien l'écriture des nombres est peu assurée

Le texte sur les calculs relatifs au triangle isocèle parle de la mesure des côtés égaux 25 ou XXV. La mesure de la base quatorze (*quatuordecim*) et la demi-base (*medietas basis*) : 7. La hauteur (*cathetum*) mesure XXIIII

On utilise le théorème de la géométrie d'Euclide (Pythagore ?)

XXV au carré : DCXXV

moins : XLVIIII

c'est : D76

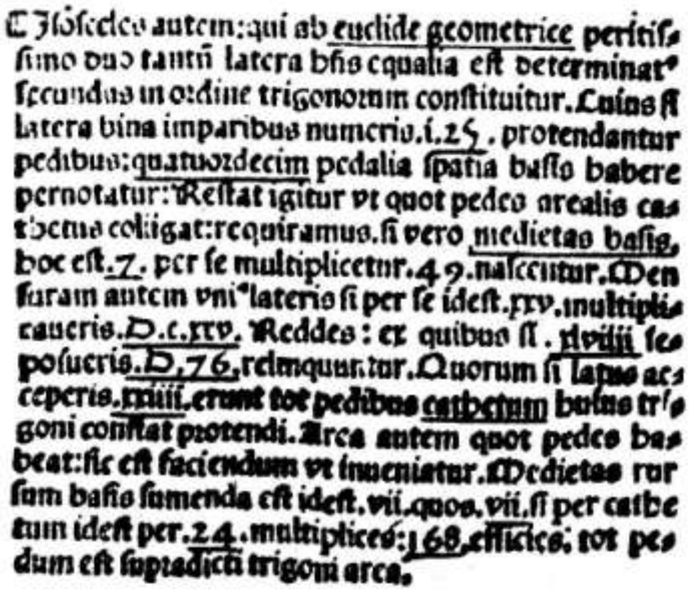
L'aire vaut VII fois 24 soit 168.

Mais on lira la figure :

un côté : 25 l'autre : 52 !

comme la hauteur 42 !

et l'aire CLX8…



Isosceles autem: qui ab euclide geometrice peritis-
simo duo tantū latera bis equalia est determinat'
secundus in ordine trigonorum constituitur. Cuius si
latera bina imparibus numeris .i. 25 . protendantur
pedibus: quatuordecim pedalia spatia basis habere
pernotatur: Restat igitur ut quot pedes arealis ca-
thetus colligat: requiramus. si vero medietas basis,
hoc est .7. per se multiplicetur .49. nascuntur. Men-
suram autem uni' lateris si per se idest .xxv. multipli-
caueris .D.c.xxv. Reddes: ex quibus si .xlviiii. se-
posueris .D.76. relinquuntur. Quorum si latus ac-
ceperis .xxiiii. erunt tot pedibus cathetum huius tri-
goni constat protendi. Area autem quot pedes ha-
beat: sic est faciendum ut inueniatur. Medietas rur-
sum basis sumenda est idest .vii. quos .vii. si per cathe-
tum idest per .24. multiplices: 168 efficies: tot pe-
dum est supradicti trigoni area.

(inversion des caractères)

Il est vrai qu'à la page suivante du même ouvrage 784 est écrit : D.200 84.

(On pourra se reporter au document n° 5 concernant les variétés des écritures des nombres.)

1506 - Carolus Bovillus

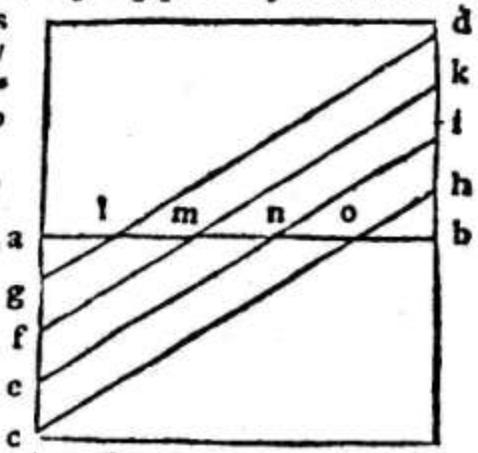
¶ CAROLI BOVILLI SAMAROBRINI LIBELLVS DE MATHEMATICIS

Le Picard Charles Bouelle, professeur de théologie à Noyon écrivit divers ouvrages de mathématiques. Nous avons relevé deux passages de ceux-ci.

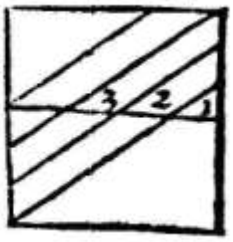
Bouelle écrit : « *On sait partager une ligne droite en deux parties égales, Euclide l'a démontré ; mais comment partager en plusieurs parties égales ?* »

Rectam lineam/ in quotlibet partes equales diuidere. 1

¶ Quo pacto rectã lineã/ liceat in duo equa partiri: demõstrat Euclides. Quo autem modo sit quotlibet equalium partium numero / diuid nda: hactenus quod norim proposuit demonstrauitq; nemo. Huius tamẽ scientia: haud parum Geometricis conducit disciplinis. Nam frequentiuscule/ in geometricis demonstrationibus: expetitur recte linee quãtalibet sectio/ atq; diuisio. Sit igitur recta linea a b: in quinq; partes equas diuidenda.



Super puncta a et b/ educo in diuersam partẽ: duas perpendiculares/ cuiuscũq; quãtitatis (Nã nil differt/ debent tamen esse inter se equales) a c et b d. que super lineã a b: creant rectos angulos coalternos c a b et a b d. Partior deinde ambas lineas a c et b d: in quattuor partes equales a c/ in punctis e f g: b d vero punctis h i k. Et duco lineas quattuor: c h/ e i/ f k/ et g d. quib9 pposita linea a b: erit in quinq; partes equales secta/ atq; diuisa: in punctis l. m. n. o. ¶ Hui9 enim rationẽ/ facile collige per lineas equidistantes et coalternos angulos. Erunt enim linee c h/ e i/ f k/ et g d: inuicem equidistantes. quare et coalterni anguli/ qui ab ipsis super lineam a b: in punctis l m n o/ facti sũt: erunt equales: et intercepte inter equidistãtes/ linee a l/ l m/ m n/ n o/ et o b: angulorum coalternorum latera inter se equalia. ¶ Et eodem modo procede/ in quãtalibet recte linee partitione factis sup eam/ diuersa ex parte rectis angulis coalternis eorũq; lateribus/ vno minore numero equaliter sectis: q̃ sit proposite linee expetita diuisio. ¶ Si enim diuidenda est proposita linea ternario: partire coalternorum angulorũ/ perpendicularia super datã lineã latera binario. Si in quattuor eam partiri volueris: eadẽ latera in tria sunt partienda. Si in septẽ/ data linea est diuidenda: latera eadem diuide senario. Et ita deinceps.



Il propose alors, avec justification, une méthode. Peut-on à son sujet parler de *récurrence* ?

Pour diviser en cinq parties égales, on élève aux extrémités ab du segment deux perpendiculaires elles-mêmes partagées en quatre parties égales et on mène les parallèles équidistantes. Or pour diviser en quatre parties égales on peut utiliser le même procédé avec des perpendiculaires partagées en trois et pour partager en trois…

Il termine :

« Si en *sept la ligne donnée doit être partagée* **de même** *sur les côtés on divise en six.* »

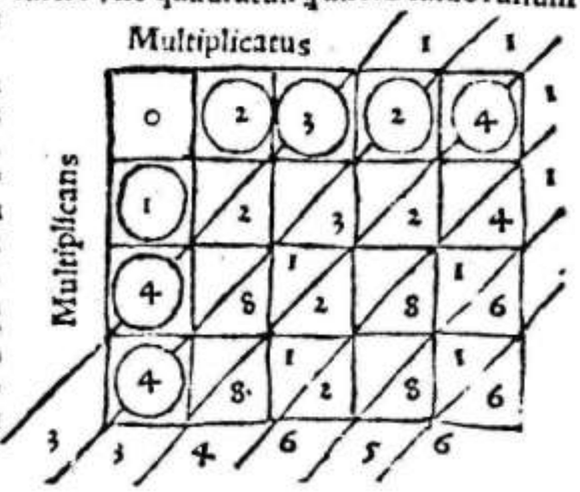
Et ita deinceps…

Ailleurs Bouelle présente un procédé pour effectuer une multiplication. Ce procédé vient, on le sait maintenant, des Arabes. (Il précède les baguettes à multiplier de Napier).

Pour multiplier 144 par 2324 on dresse un rectangle de 5 cases sur 4. Les nombres sont écrits dans les cases marginales, un chiffre par case. Les autres cases sont coupées par des diagonales parallèles. 4 fois 4 égale 16, on écrit le produit dans la case intersection de la ligne et de la colonne correspondantes, unités en bas, dizaines en haut. De même 2 fois 4, 3 fois 4. (Peu importe l'ordre des opérations, du reste). Ensuite on additionne selon les diagonales, le résultat s'écrit à l'extérieur du rectangle. Il y a place pour les retenues. Ainsi 144 x 2324 = 334 656.

59 ¶ Multiplicationis modus promendus est: maioribus numeris / vt perfectis eliciendis: vulgato modo accommodatior.

¶ Is quo passim vtuntur multiplicationis modus: in ingentioribus / numeris / confusionem facile parit. ob eas vnitates que priusq̄ scribantur: mente sunt reseruande. hic autem quem promemus: illo et certior et apertior est: nullasq; menti commendat vnitates. ¶ Sit igitur numerus quicunq; vt 1 4 4: in alium quēuis / vt in 2 3 2 4: multiplicandus. Dispono ambos numeros per suas vnitates / in angulo recto. cuius anguli recti vertex / / sit hec nota (o) que in numeris nichil exprimit. ita vt hec nota o / precedat vtriusq; numeri caput / capitalē ue notam. Deinde compleo totius recti anguli / parallollegrāmum. quem secundū vtriusq; numeri vnitates: per rectas lineas partior / in minores quadratos. Si enim ambo numeri fuerint (notarum suarum numero) equales: totus parallollegramus erit quadratus. Si inequales: erit altera parte longior. pluresq; fient latere vno quadratuli q̄ alio. Diuido rursum minores mediosue quadratos per dyametros ductas a totius parallollegrāmi sinistro inferiore angulo / ad eiusdem angulum oppositum scilicet superiorem dextrū. hasq; dyametros protendo in vtranq; partem / extra totum parallollegrammum / vnius minorum quadratorum spacio. ¶ Duco igitur imprimis primam vnius notā / in primā alterius: scilicet vnū in 2. et productū 2: scribo in angularis ambarū notarum quadrati inferiore triangulo. Deinde eandem / sinistri numeri primam notam / duco in alterius / scilicet superioris secundam / vt in ternarium. Et productum tertium / scribo rursum in angularis ambarū notarū quadrati inferiore triangulo. Rursum eādem / duco in tertiam vt in 2: productumq; binarium / in angularis earum quadrati inferiore triangulo dispono. Postremo duco eandem in quartam / vt in 4: et productum 4: eodem modo in angularis quadrati iferiore medietate statuo.



Rursum secundam sinistri numeri figuram 4 / duco in superioris primam 2: et in angularis quadrati inferiore medietate: productum 8 scribo. Eandem secundam / duco in alterius secundam 3: et producti duodenarij ambas notas / in angulari scribo quadrato: in superiore eius triangulo vnitatem in inferiore vero 2. ¶ Et ita perge multiplicans quodlibet vnius in quodlibet alterius: quoadusq; totus vnus numerus / in totum alium ductus sit. Nam quicunq; numerus ex vnius note in aliam ductu concrescit: in angulari ambarum notarū quadrato / est collocandus. Si inferior denario fuerit in inferiore triangulo: si denarius aut denario maior constans tamē simplici figura: i superiore eius triangulo. Si vero duas notas habuerit: superiorē in superiore triangulo: inferiorem vero / in inferiore / collocare debes. Hoc enim pacto nichil mente seruandum est: sed productus numerus illico scribendus.

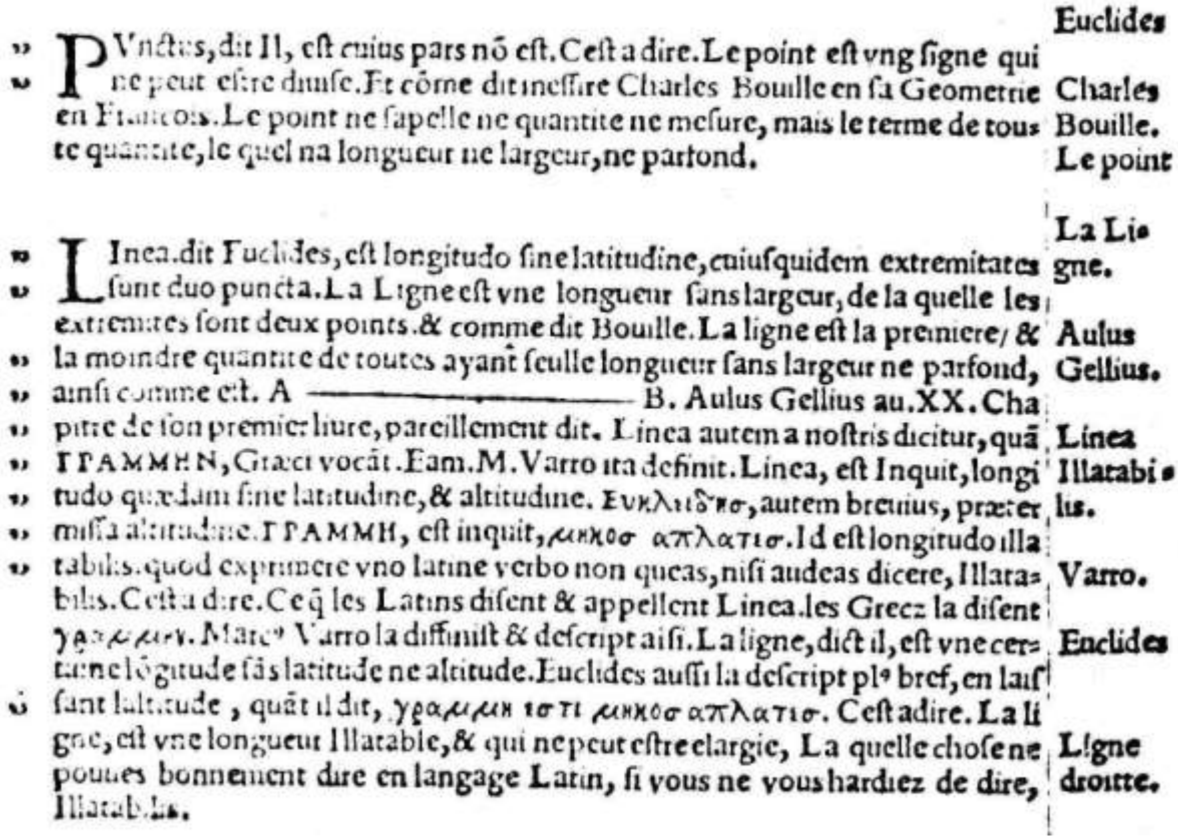
¶ Perfecta autem multiplicatione tota: addendi sunt simul cuncti numeri. qui inter parallellas et eqdistātes dyametros cōtinētur. Et qd ex eorū additiōe denariū supat: ferēdū ē ad superiores dyametros / parallellas: et in earum interuallo / ac spacio collocandū: quoadusq; totam collegeris producti numeri summam. ¶ Est autem inchoanda huiusmodi additio / ab angulo dextro inferiore: ascendendo ad oppositum angulum. Numerus quippe qui est in vltimi angularis quadrati inferiore triangulo: per se sumendus est: et statuendus pro vltima et inferiore figura / colligende summe, vt numerus .6.

Tout est expliqué et justifié dans le texte … mais encore en latin dans cet ouvrage. Mais le public ne lisant pas, ou mal, le latin commence à intéresser les imprimeurs-libraires. Aussi, trouve-t-on des ouvrages dans lesquels langue vernaculaire et latin, voire grec, se côtoient.

Un curieux ouvrage de 1529 en témoigne.

Son nom « *Champfleury* », son auteur un certain Tory. On y trouve de tout. En effet beaucoup couchent sur le papier tout leur savoir, grand ou modeste. Ces livres furent certainement utiles à ceux qui sachant juste lire et écrire avaient soif des connaissances que le livre répandait.

Relevons ici ce passage de définitions de géométrie. Latin et grec ne sont-ils pas là comme garantie ?



Euclides

Charles Bouille. [51]

Le point

PVnctus, dit Il, est cuius pars nõ est. Cest a dire. Le point est vng signe qui ne peut estre diuise. Et cõme dit messire Charles Bouille en sa Geometrie en Francois. Le point ne sapelle ne quantite ne mesure, mais le terme de toute quantite, le quel na longueur ne largeur, ne parfond.

La Ligne.

Aulus Gellius.

Linea Illatabilis.

Varro.

Euclides

Ligne droitte.

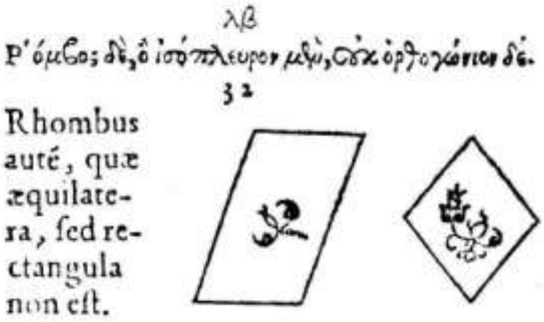
LInea. dit Euclides, est longitudo sine latitudine, cuiusquidem extremitates sunt duo puncta. La Ligne est vne longueur sans largeur, de la quelle les extremites sont deux points. & comme dit Bouille. La ligne est la premiere, & la moindre quantite de toutes ayant seulle longueur sans largeur ne parfond, ainsi comme est. A ——— B. Aulus Gellius au. XX. Chapitre de son premier liure, pareillement dit. Linea autem a nostris dicitur, quã ΓΡΑΜΜΗΝ, Graeci vocãt. Eam. M. Varro ita definit. Linea, est Inquit, longitudo quaedam sine latitudine, & altitudine. Ευκλειδης autem breuius, praetermissa altitudine. ΓΡΑΜΜΗ, est inquit, μηκος απλατες. Id est longitudo illatabilis. quod exprimere vno latine verbo non queas, nisi audeas dicere, Illatabilis. Cest a dire. Ce q̃ les Latins disent & appellent Linea. les Grecz la disent γραμμην. Marcꝰ Varro la diffinist & descript ainsi. La ligne, dict il, est vne certaine lõgitude sãs latitude ne altitude. Euclides aussi la descript plꝰ bref, en laissant laltitude, quãt il dit, γραμμη εστι μηκος απλατες. Cest adire. La ligne, est vne longueur Illatable, & qui ne peut estre elargie, La quelle chose ne pouues bonnement dire en langage Latin, si vous ne vous hardiez de dire, Illatabilis.

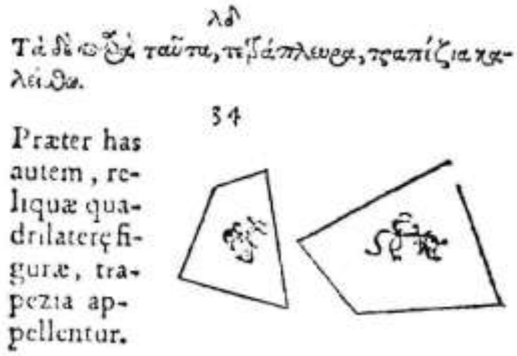
C'est alors qu'un désir de mieux remonter aux sources, qu'une recherche plus poussée appelèrent l'impression de livres au texte plus rigoureux. C'est ainsi qu'en 1573, paraît à Paris, chez Hieronymum de Marnef, à l'enseigne du Pellican, un « *Euclide* » en latin et en grec qui veut, livre par livre, donner l'enseignement du géomètre grec. On y trouve des définitions, des problèmes –en grec puis en latin : *theorema*. C'est un livre de théorèmes, ces théorèmes qu'on apprenait par cœur. Aucune démonstration n'y figure, c'est une sorte d'aide mémoire, de qualité.

[51] Il s'agit de Charles Bouelle dont nous venons de parler.
–Aulu Gelle, érudit latin du II^{ème} siècle. La citation faite ici paraît inconnue.
–Marcus Terentius Varro, mort en 28 avant Jésus-Christ, érudit latin auteur d'un « *De Mensuris* » source de compilations.

Des définitions :

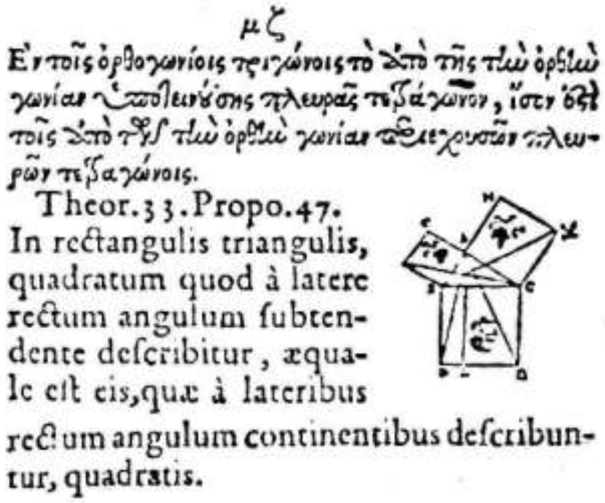
Le losange (Rhombus) *est le quadrilatère aux côtés égaux mais qui n'est pas rectangle. Les autres quadrilatères sont appelés : trapèze …*


λβ
Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.
32
Rhombus autē, quæ æquilatera, sed rectangula non est.


λδ
Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα, τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.
34
Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ, trapezia appellentur.

Un théorème :

Le théorème de Pythagore.


μζ
Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.
Theor. 33. Propo. 47.
In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum subtendente describitur, æquale est eis, quæ à lateribus rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

On remarquera : la numération littérale grecque[52].

λ = 30	β = 2	λ β = 32
	δ = 4	λδ = 34
μ = 40	ζ = 7	ζμ = 47

Les petits dessins en forme de pampre de vigne qui sont là pour meubler les blancs des figures, sont les premières « vignettes ». Elles furent ensuite utilisées par les imprimeurs en fleuron ou en cul-de-lampe (*viñeta* en espagnol). Le mot glissa ainsi vers son usage actuel.

Dans le même temps du retour aux sources pour gens de sçavoir, bourgeois et commerçants voulurent s'instruire ou du moins faire instruire leurs enfants et successeurs. En effet le livre avait été d'abord un appel à apprendre à lire qui maintenant portait ses fruits. Ce sont alors des livres de pratique qui virent le jour. Livres dans lesquels il est surtout question de méthodes. Après un exposé de celles-ci, suivent beaucoup d'exemples pratiques. Ce modèle se perpétuera longtemps, telles, jusqu'au XX[ème] siècle, les « arithmétiques » de l'enseignement primaire.

Témoin ce livre polylingue en latin, flamand et français. « *De l'arithmétique de Eduard Léon, natif de Leeuwarden en Frise, citoien d'Anvers et a présent maistre d'Escole à Harlem en Hollande* » imprimé en 1586 ; il répond aux besoins des riches cités flamandes et rhénanes[53].
On notera au passage la devise de l'auteur : « *Fide sed vide* » (Crois mais vois).
Nous avons extrait trois problèmes. Des symboles commencent à apparaître, une langue algébrique naît.

[52] Voir notre brochure : « *Numérations écrites* ». IREM de Dijon.
[53] Une brochure de l'IREM de Dijon lui est consacrée.

« ℞ » est l'inconnue, « ʒ » son carré
« ÷ » est le signe moins, il n'y a pas de signe pour l'égalité. L'aggregat est la somme ; quant à la « *cofs* » (lire coss) c'est l'algèbre, la science de la « *chose* »[54].

726. Deux chargent 2 bateaux de draps en Angleterre. A, a 70 draps au premier bateau, dont il paie au peager 12 draps + 2 £. de Sterlins. B, aiāt chargé 170 draps, paie au gabellier 30 draps. Parquoy il luy rend 10 £. Sterlins. La question est apres la valeur d'vn drap? Facit $17\frac{1}{3}$ £.

70 —— 12 ℞ + 2 —— 170

Facit $\frac{204 ℞ + 34}{7}$

$\frac{204 ℞ + 34}{7}$ esgaulx à 30 ℞ ÷ 10

204 ℞ + 34 à 210 ℞ ÷ 70

104 à 6 ℞

$17\frac{1}{3}$ £. à 1 ℞

On notera ici la « règle de trois » préalable pour évaluer l'équivalence des frais pour 170 draps par rapport à ceux pour 70 draps et la simplification par dix (les zéros barrés). On payait souvent le transport en nature à cette époque.

727. Vn marchaud voulant faire 3 voiages prend auec certain argent. En A, il despend les $\frac{2}{3}$ de son argent ÷ 10 fl. En B, il debourse $\frac{1}{4}$ de la reste + 6 fl. En C. il despend $\frac{3}{5}$ de la reste de son argent ÷ 5 fl. Finalement retournant en son logis, il trouue 20 fl. de reste. Combien d'argent auoit il prins auec de son logis? Fac. $56\frac{2}{3}$ fl. Or de 1 ℞ tirons $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}$ ℞ + 10, dont $\frac{1}{4}$ ℞ + 6 tirez, si restēt $\frac{45 ℞ + 1050}{180}$ ou $\frac{3 ℞ + 70}{12}$

$\frac{3 ℞ + 70}{12}$ esgaulx à 20

3 ℞ à 170

1 ℞ à $56\frac{2}{3}$ fl.

Second degré :

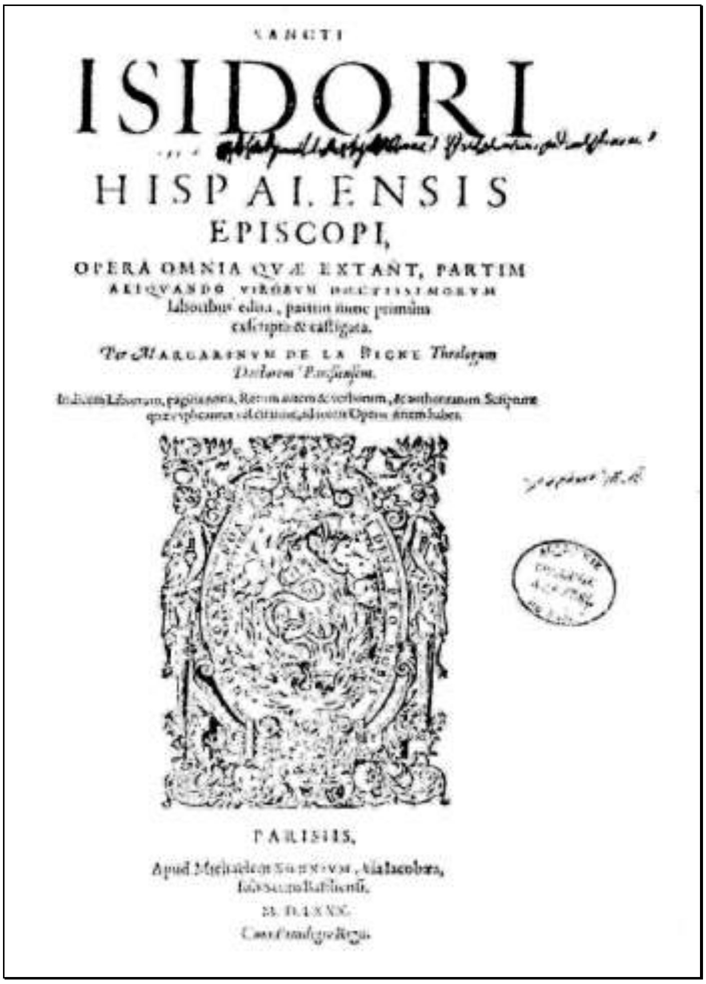
423. Cerchōs tel nombre, auquel si on adiouste 25, & duquel si on soubtrait 15, puis si on multiplie la reste par l'aggregat, qu'il tienne au produit 225. Quel est il? Facit 20. Pour faire cecy par la Cofs, mettons

1 ℞ + 25
1 ℞ ÷ 15
1 ʒ + 25 ℞
÷ 15 ℞ ÷ 375
1 ʒ + 10 ℞ ÷ 375 esgaulx à 225
1 ʒ + 10 ℞ esgaulx 600

puis $\frac{1}{2}$ de 10 ℞ est 5, ou en soy 25
auec 600
25
625 dont la √ ʒ est
25
5 qui est $\frac{1}{2}$ de 10 ℞
20

[54] On consultera nos brochures « *Égale zéro* » et « *Choses d'Algèbre* ». IREM de Dijon.

Au début de ces « *Éclairs sur le Moyen-Âge* » nous avons évoqué le rôle joué tout au long de l'époque envisagée par les « *Etymologiae* ». Au terme de la promenade dans notre librairie, voici l'édition de 1580 de livre d'Isidore de Séville : première page (réduction) et articles étudiés dans la première partie (il n'y a plus de figures). On comparera.



SANCTI

ISIDORI

HISPALENSIS

EPISCOPI,

OPERA OMNIA QVÆ EXTANT, PARTIM ALIQVANDO VIRORVM DOCTISSIMORVM laboribus edita, partim nunc primùm exscripta & castigata.

Per MARGARINVM DE LA BIGNE Theologum Doctorem Parisiensem.

PARISIIS,

Apud Michaëlem Sonnivm, via Iacobæa, sub scuto Basiliensi.

M. D. LXXX.

Cum Privilegio Regis.

DE VOCABVLO ARITHMEticæ disciplinæ.

ARITHMETICA est disciplina numerorũ. Græci enim numerum ἀριθμὸν dicunt. Quam scriptores secularium literarum inter disciplinas mathematicas ideò primam esse voluerunt, quoniam ipsa vt sit, nulla alia indiget disciplina. Musica autẽ & geometria & Astronomia quæ sequuntur, vt sint atque subsistãt, istius egent auxilio.

.Secundum verò geometriam ita quæris. Extrema multiplicata tantum faciũt, quantum & media multiplicata, vt puta, vj & xij multiplicata facient septuagesies dipondius, media, viij & ix. multiplicata tantundem faciunt. Secundum musicam ita : Qua parte superat medius primum, eadem parte superatur medius ab extremo, vt puta, vj & viij. duabus partibus media superant: quæ duæ partes tertia media viij. superantur ab vltima nona.

Sphæra eſt figura in rotũdum formata, partibus cunctis æqualis in ſolidum.

Cubus eſt figura propria ſolida : quæ longitudine & latitudine & altitudine continetur in ſolidum.

Cilindrus eſt figura quadrata, habens ſuperius ſemicirculum in ſolidum.

Conon : figura quæ ab amplo in anguſtum finit, ſicut orthogonium.

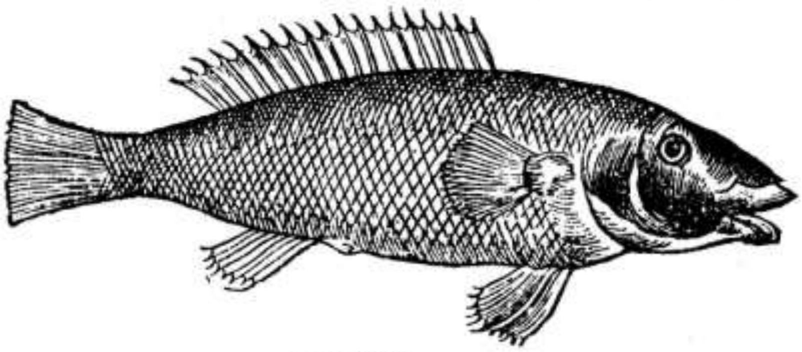
Piramis eſt figura, quæ in modum ignis ab amplo in acumen conſurgit.

Ignis enim apud Græcos πῦρ appellatur. Si-

Mais les premières éditions scientifiques ne se limitaient pas à arithmétique, algèbre et géométrie. À fin de preuve nous joignons ici quelques autres reproductions prises dans des ouvrages contemporains des précédents.

En français dans un ouvrage de 1556 consacré aux poissons…

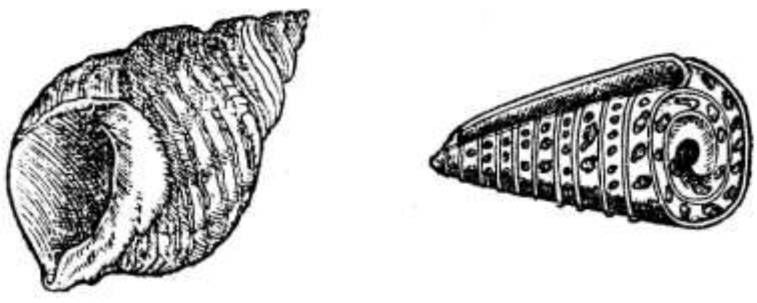
Coſſiphos, en Grec: Merula, en Latin: Merlo, en Italien. lon pourroit dire, Merle de mer.



Le poiſſon Pic.

Tout ainſi que l'oiſeau, nommé un Pic, eſt coulouré de blanc, de noir, & de rouge: auſſi une eſpece de poiſſon ſaxatile, different a toutes autres en corpulence, meurs & bigarures, eſt nommé a Marſeille un Pic. Il eſt bien uray que communeement ils ne le diſtinguent d'auec les Roquaux, lequel pource que ie l'ay paſſé legierement, ſans auoir obſerué toutes ſes particularitez, me ſuffit d'en auoir touché legierement ceſte petite mention.

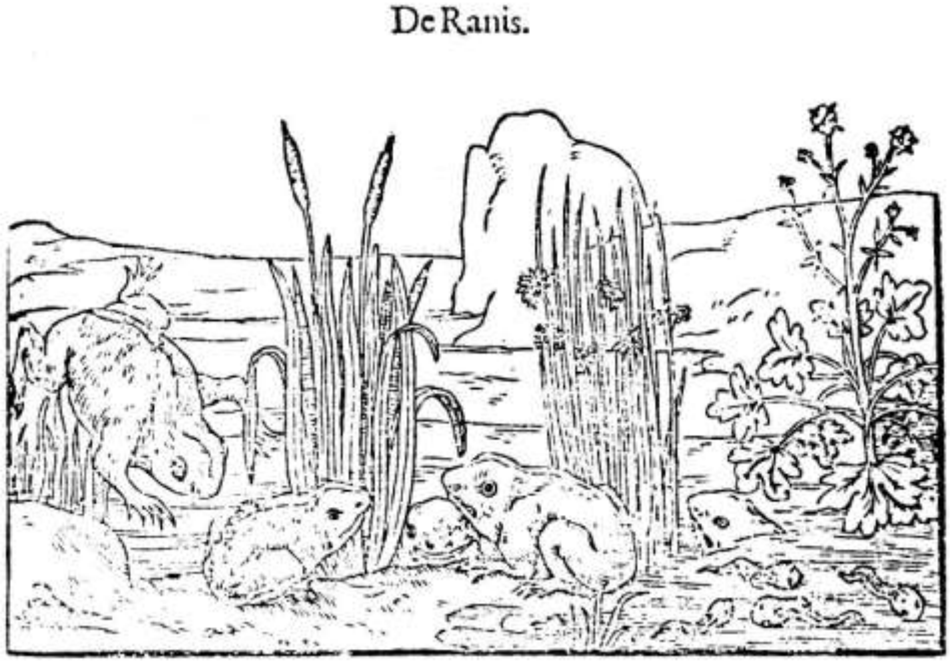
Pourtraict du Limacs de mer, que Pline nomme Coclea marina.



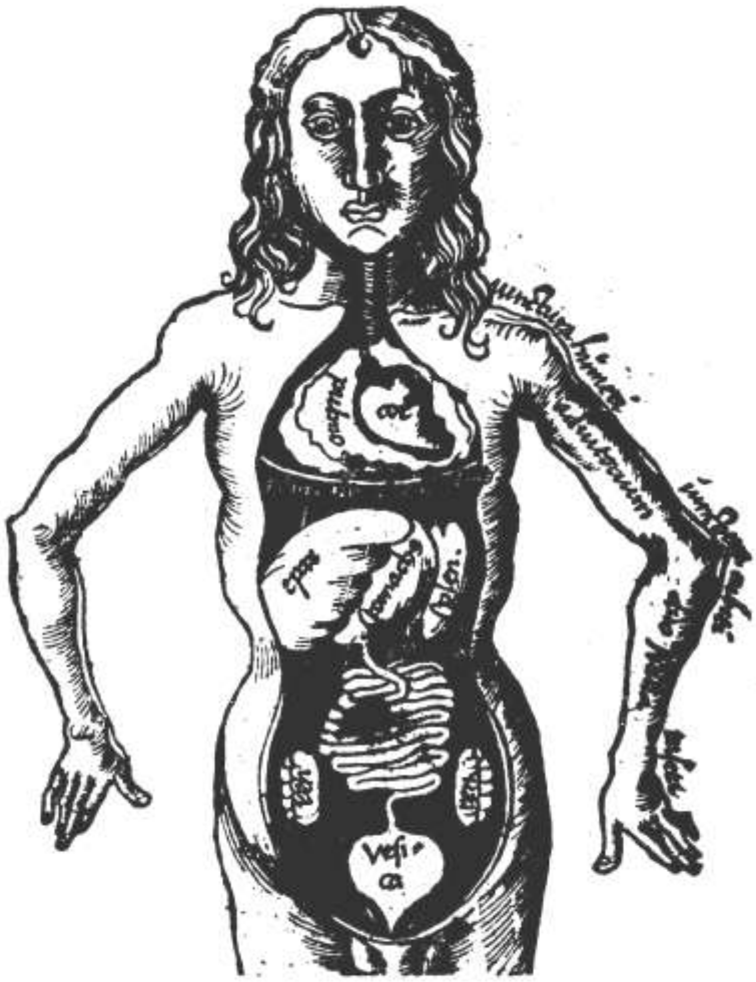
Du Nombril de mer.

Ce qui eſt attaché a la chair de ce Limact, dont eſt queſtion, ſe nomme en toutes bouticques des marchands & apothicaires, Vmbilicus marinus, mais les orfébures nõment toute la coquille Febue de mer.

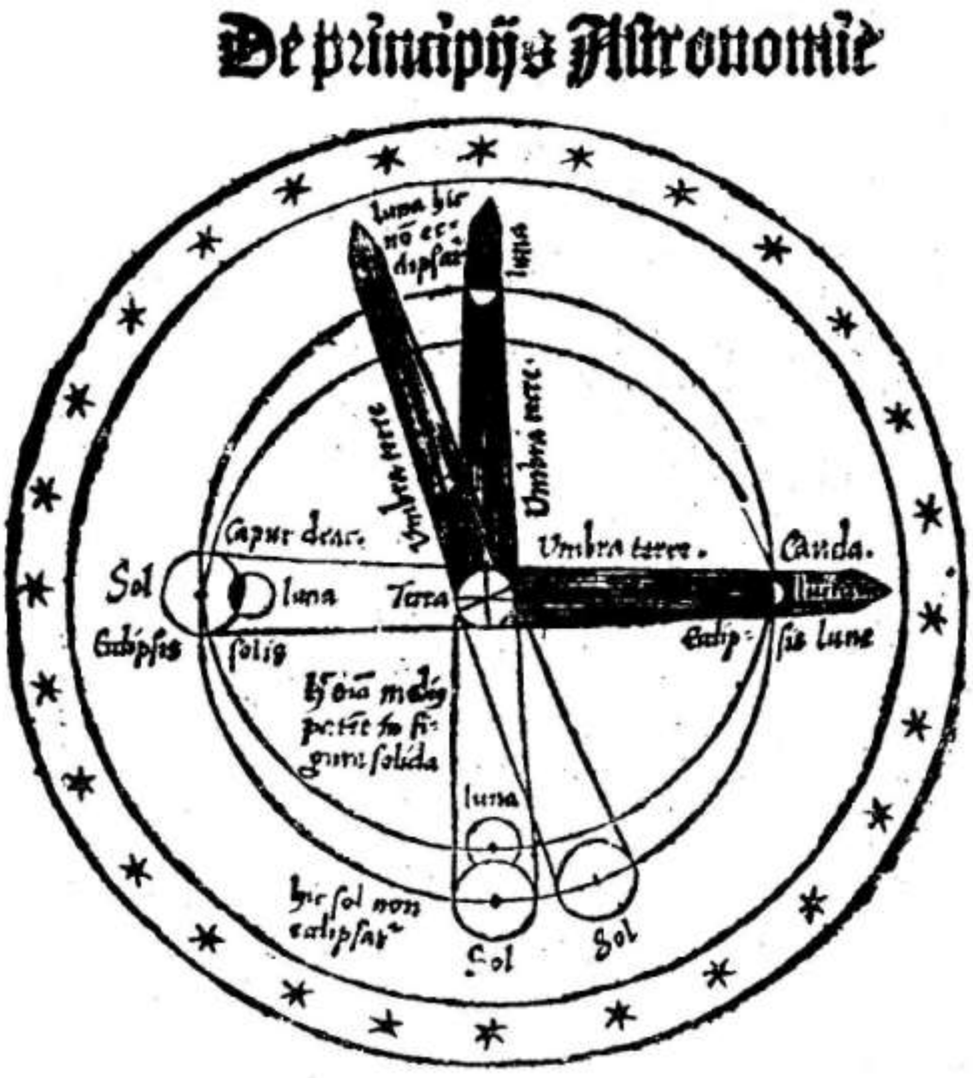
Dans un autre « *De natura aquatica* » en latin de 1558.



De la « *Margarita philosophica* », une encyclopédie de poche (format 21x15), cette planche d'anatomie …



… et cette explication des éclipses



On remarquera qu’ici les caractères sont gothiques.

Le texte est en latin.

Bien entendu, la Terre est fixe et le Soleil, comme la Lune, tournent en cercle autour d’elle. Mais ceci est une autre histoire…